ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV MECHANIKY, BIOMECHANIKY A MECHATRONIKY

Odbor mechaniky a mechatroniky

Bakalářská práce

Kinematická kalibrace zohledňující rozložení chyb čidel

Praha, 2016 **Jan Krivošej**

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Krivošej** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **420486**

Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**

Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**

Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**

Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Kinematická kalibrace zohledňující rozložení chyb čidel

Název bakalářské práce anglicky:

Kinematic calibration with estimation of sensors error distribution

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s principy kinematické kalibrace mechanismů. 2. Prostudujte postup zahrnující rozdělení chyb jednotlivých čidel do kalibračního výpočtu. 3. Sestavte program pro kalibraci zohledňující rozložení chyb čidel v prostředí Matlab / Simulink. 4. Ověřte funkčnost algoritmu na simulačních i experimentálních datech. Očekávaný rozsah práce: cca 35 stran

Seznam doporučené literatury:

- Wampler, W., Hollerbach, J.M., Arai, T., An Implicit Loop Method for Kinematic Calibration and Its Application to Closed-Chain Mechanisms, IEEE Transactions on robotics and automation, Vol. 11, No. 5, 1995, pp. 710-724 - Šika, Z., Hamrle, V., Valášek, M., Beneš, P., Calibrability as additional design criterion of parallel kinematic machines, Mechanism and Machine Theory, Vol. 50, 2012, p. 48-63. ISSN 0094-114X

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Petr Beneš Ph.D.

Jméno a pracoviště konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **21.04.2016** Termín odevzdání bakalářské práce: 12-08-2016

Platnost zadání bakalářské práce: _____

Podpis vedoucí(ho) práce	Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry	Podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

25.4. 2016	
Datum převzetí zadání	Podpis studenta(ky)

© ČVUT v Praze, Design: ČVUT v Praze, VIC

Anotační list

Jméno autora:	Jan Krivošej
Název bakalářské práce:	Kinematická kalibrace zohledňující rozložení chyb čidel
Anglický název:	Kinematic calibration with estimation of sensors distribution
Akademický rok:	2015/2016
Obor studia:	TZSI
Ústav/odbor:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Odbor Mechaniky a mechatroniky
Vedoucí bakalářské práce:	Ing. Petr Beneš, Ph.D.
Bibliografické údaje:	Počet stran: 37 Počet obrázků: 17 Počet příloh: 1 CD
Klíčová slova:	Kinematická kalibrace, chyba čidla, maximalizace funkce hustoty pravděpodobnosti, normální rozdělení
Keywords:	Kinematic calibration, sensor error, maximizing probability density function, normal distribution

Anotace:

Kalibrace je proces, který se snaží zjistit skutečné rozměry kalibrovaného stroje. Obsahem této bakalářské práce je zahrnutí vlivu chyb měření na čidlech do základní metody kalibrace. V dalším kroku jsou obě metody navzájem porovnány. Porovnání je provedeno nejprve na modelové 2D kinematické struktuře, kde jsou všechny parametry známé. Nakonec je nová metoda kalibrace použita na reálné 3D kinematické struktuře a opět porovnána se základní metodou.

Abstract:

Calibration is procedure which tries to find the real parameters of the calibrated machine. The aim of the thesis is to include sensor measurement errors into the basic calibration method. The next step is the comparison of both methods. The comparison is performed on the 2D model kinematic structure where all parameters are known. Finally, the new method is used to calibrate the real 3D kinematic structure and compared with the basic method.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze, dne …… ……

Podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval svému vedoucímu bakalářské práce, Ing. Petru Benešovi, Ph.D, za pomoc při měření a zpracování bakalářské práce. Také chci poděkovat svým rodičům za podporu při vzniku této práce a umožnění celkového studia na FS ČVUT.

Obsah

Anotační list ... 3
Prohlášení ... 4
Poděkování ... 5
Obsah ... 6
Seznam obrázků ... 7
1. Úvod ... 8
2. Cíle ... 9
3. Přehled problematiky ... 10
3.1. Základní algoritmus kalibrace ... 10
3.2. Kalibrace s uvažováním chyb čidel ... 11
4. Simulační model ... 15
4.1. Popis modelu ... 15
4.2. Naměřená data ... 16
4.3. Jakobiho matice ... 17
4.4. Výsledky obou metod ... 18
4.4.1. Přesná vstupní data ... 19
4.4.2. Zachybovaná vstupní data ... 20
4.4.3. Zprůměrované výsledky z více zachybovaných dat ... 22
4.4.4. Zhoršení čidla φ_3 o dva řády ... 22
4.4.5. Tabulkové porovnání ... 26
5. Experimentální ověření ... 28
5.1. Kinematický popis robota ... 30
5.2. Výsledky kalibrací ... 32
6. Závěr ... 36
7. Literatura ... 37

Seznam obrázků

Obr. 1 – schématický popis modelu 16
Obr. 2 – graf reziduí původní kalibrace 19
Obr. 3 – graf reziduí nové kalibrace 20
Obr. 4 – graf reziduí původní kalibrace s nepřesnými čidly 21
Obr. 5 – graf reziduí nové kalibrace s nepřesnými čidly 21
Obr. 6 – počáteční hodnoty reziduí 23
Obr. 7 – prostorový (2D) graf počátečních hodnot reziduí 23
Obr. 8 – graf reziduí původní kalibrace při zhoršení čidla φ_3 24
Obr. 9 – prostorový (2D) graf reziduí původní kalibrace při zhoršení čidla φ_3 24
Obr. 10 – graf reziduí nové kalibrace při zhoršení čidla φ_3 25
Obr. 11 – prostorový (2D) graf reziduí nové kalibrace při zhoršení čidla φ_3 26
Obr. 12 – kalibrovaný robot MA1400 ROBOT od firmy Yaskawa 29
Obr. 13 – odražeč pro laserové měření – vlevo koutový odražeč, vpravo cateye odražeč [3] 29
Obr. 14 – schéma [4] a zavedení souřadnicových systémů 30
Obr. 15 – grafické znázornění přechodů souřadnicových soustav 31
Obr. 16 – graf reziduí původní kalibrace robota 32
Obr. 17 – graf reziduí nové metody kalibrace robota 33

1. Úvod

V dnešním světě, pokud se snažíme držet krok s dobou, se věci neustále zrychlují a zpřesňují. Neustále je vyvíjen tlak na zlepšování parametrů v téměř všech odvětvích průmyslu. Nejinak tomu je i u obráběcích strojů a u obráběcích center, manipulátorů, robotických ramen a jiných strojů. Stále ovšem nejsme schopni vyrobit součásti zcela přesně. Neustále se setkáváme s menšími a menšími rozměrovými odchylkami, jejich vliv je ovšem stále značný pro chod samotného stroje. Pokud chceme vyrábět co nejproduktivněji a s co nejvyšší přesností, musíme mít stroj, který bude mít co možná nejvíce „hladký“ průběh pohybu, což má zajistit konstrukce, a též kvalitní algoritmus pro ovládání samotného stroje. Aby tento algoritmus fungoval správně, je třeba znát co možná nejpřesnější rozměry a také odchylku vnitřních čidel tzv. „offsety“, což jsou dané konstantní odchylky vzniklé např. při montáži, počátku měření, prvotním nastavením apod.

Právě z těchto důvodů vznikla potřeba kalibrace strojů jako nástroj zlepšení kvality stroje. Kalibrací rozumíme snahu co nejpřesněji určit dané rozměry stroje a offsety čidel, aby se výsledná poloha funkčního prvku co nejméně lišila od požadované polohy. V procesu kalibrace vycházíme ze známých poloh, které naměříme externími čidly. Externí čidla musí ovšem splňovat určitou podmínku přesnosti, abychom jejich naměřené hodnoty mohli brát jako dostatečně správné. Obvykle by čidlo mělo být minimálně o řád přesnější, než je požadovaná přesnost kalibrovaného parametru. Tuto hodnotu následně porovnáme s hodnotou spočítanou přes rozměry mechanismu a vnitřní čidla v kloubech a vedeních. Rozdíl těchto dvou hodnot bude v ideálním případě roven nule. U reálného kalibrovaného systému ale nulu nedostaneme. Snažíme se tedy o minimalizaci rozdílu ve všech polohách. Při splnění této podmínky dostáváme opravené parametry stroje, které implementujeme do řídícího algoritmu.

Pro každou kalibraci potřebujeme určitý počet měření a určitý počet čidel, abychom byli schopni kalibraci provést. Využívá se i implementování dostatečného počtu čidel do stroje, který je pak schopen samokalibrace, která se může provést za chodu stroje. Kalibrovat za chodu stroje je potřeba z důvodů např. změna teploty jednotlivých částí stroje, poddajnosti, vůle v kloubech apod. Samokalibrace je možná, pokud je čidel více než stupňů volnosti mechanismu. Pokud je čidel stejně jako stupňů volnosti, tak můžeme určit pouze polohu.

Snaha o neustálé vylepšování metody vedla k zohlednění chyb, které dostaneme při měření čidly. Každé měření je zatíženo chybou, a tedy teoreticky správné hodnoty, které měříme, správné ve skutečnosti nejsou. Pokud ale máme určitou informaci o čidlech a jejich chybách, můžeme tuto skutečnost zohlednit při procesu kalibrace, kdy se dle určitého statistického modelu snažíme maximalizovat hustotu pravděpodobnosti naměřených hodnot a zároveň splnit podmínky kalibrace. Obsahem práce je implementace vlivu rozložení chyb čidel do kalibrace a porovnání s původní verzí.

2. Cíle

Problematika kalibrací je velmi rozsáhlé téma a kromě matematického popisu samotných výpočtů je třeba se i zabývat jinými aspekty např. jak konstruovat stroj, aby byl dobře kalibrovatelný apod. Pro tuto práci je třeba zvládnout základní algoritmus, do kterého se bude implementovat vliv chyb na čidlech. S těmito chybami se při jejich znalosti bude pracovat tak, aby se maximalizovala hustota pravděpodobnosti, která se odvíjí od zvoleného modelu rozložení chyb. Po vytvoření algoritmu, který toto bude zohledňovat, je třeba funkčnost ověřit na matematických modelech, kde známe přesné hodnoty poloh a rozměrů. Následně algoritmus aplikovat na experimentální data a zhodnotit výsledky původní kalibrace a kalibrace, která zohlednila chyby čidel. Cíle práce můžeme shrnout do následujících bodů:

1. Seznámit se se základními principy kinematické kalibrace mechanismů.

2. Implementovat do postupu kalibrace metodu, která zohlední vliv chyb jednotlivých čidel v kalibračním výpočtu.

3. Sestavit algoritmus zohledňující rozložení chyb v programu Matlab.

4. Ověřit správnost a funkčnost algoritmu na simulačních i experimentálních datech.

3. Přehled problematiky

3.1. Základní algoritmus kalibrace

Základním algoritmem kalibrace zde rozumíme algoritmus bez vlivu chyb čidel. Seznámení s touto metodou mi umožnila literatura [1], z které je následující metoda popsána a vysvětlena níže v této podkapitole.

Kinematické struktury, které zkoumáme, v sobě obsahují kinematické smyčky. Kinematickými smyčkami rozumíme uzavřené cesty v přidruženém grafu, které vychází z kinematického schématu stroje a které začínají a končí ve stejném bodě, přičemž sledují pohyb stroje či jeho částí. Vždy najdeme a můžeme popsat virtuální smyčky procházející bodem koncového efektoru, který je umístěný na kalibračním tělese (uzavřená smyčka přes koncový funkční bod stroje). Tyto kinematické smyčky popisujeme rovnicí kinematických vazeb pro danou pozici

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{d}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{v}) = 0\,, \tag{3.1}$$

kde $\boldsymbol{d}$ představuje rozměry mechanismu, $\boldsymbol{s}$ jsou vstupní (měřené) hodnoty v kloubech a vodítkách mechanismu a $\boldsymbol{v}$ jsou naměřené pozice koncového efektoru pomocí vnějších čidel, které v tomto základním algoritmu považujeme za přesné skutečné hodnoty koncového bodu pro danou pozici. Pro řešení se používá modifikovaná Newtonova metoda pro přeurčený systém nelineárních algebraických rovnic (více rovnic než je neznámých), která se snaží splnit vazbovou rovnici (3.1) pro velké množství vzorků měření. Označme j = 1, … , n počet naměřených vzorků (pozic), pak rovnici (3.1) přepíšeme do tvaru

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{d}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{V}) = 0\,, \tag{3.2}$$

kde každá j-tá pozice měření se napíše z rovnice (3.1) jako $\boldsymbol{f_j}(\boldsymbol{d}, \boldsymbol{s_j}, \boldsymbol{v_j}) = 0$ a pro n vzorků píšeme $\boldsymbol{F} = [\boldsymbol{f_1}, \boldsymbol{f_2}, \dots, \boldsymbol{f_n}]^{\boldsymbol{T}}$, $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{s_1}, \boldsymbol{s_2}, \dots, \boldsymbol{s_n}]^{\boldsymbol{T}}$, $\boldsymbol{V} = [\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \dots, \boldsymbol{v_n}]^{\boldsymbol{T}}$. Samotná kalibrace je založena na skutečnosti, že rozměry $\boldsymbol{d}$ jsou stejné pro všechny naměřené pozice. Skutečné rozměry mechanismu pocházející z výroby jsou ovšem neznámé, blíží se jim ale v určité toleranci rozměry předepsané ve výkresové dokumentaci $\bar{\boldsymbol{d}}$. Newtonova metoda je pak odvozena z Taylorova rozvoje z rovnice (3.2)

$$\boldsymbol{F}(\bar{\boldsymbol{d}}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{V}) + \boldsymbol{J_d}\boldsymbol{\partial d} + \ldots = \boldsymbol{0}, \tag{3.3}$$

v které $\boldsymbol{J_d}$ je Jakobiho matice parciálních derivací kinematických vazeb (3.2), kde derivujeme podle kalibrovaných rozměrů $\boldsymbol{d}$. A odtud

$$\boldsymbol{J_d}\boldsymbol{\partial d} = -\boldsymbol{F}(\bar{\boldsymbol{d}}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{V}) = \boldsymbol{\partial r}\,, \tag{3.4}$$

přičemž i-tá iterace Newtonovy metody je pak

$$\boldsymbol{\partial d_i} = \left(\boldsymbol{J_{d_i}^T J_{d_i}}\right)^{-1} \boldsymbol{J_{d_i}^T \partial r_i}\,, \tag{3.5}$$

kde $\boldsymbol{J_{d_i}}$ je Jakobiho matice a $\boldsymbol{\partial r_i} = -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{d_i}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{V})$ je vektor odchylek počítaný z naměřených hodnot $\boldsymbol{S}$ a $\boldsymbol{V}$ a hodnot $\boldsymbol{d_i}$ z předchozího kroku iterace (pozn. v nultém kroku iterace volíme počáteční hodnoty hledané iterované veličiny, zde je počáteční odhad zadán jako rozměry z výkresové dokumentace). Nová hodnota rozměrů se pak spočítá

$$\boldsymbol{d_{i+1}} = \boldsymbol{d_i} + \boldsymbol{\partial d_i} \tag{3.6}$$

a iterace pokračuje, dokud se odchylky zmenšují.

Zkalibrovaný stroj vlivem opotřebení či jiných změn vyplývajících z provozu je třeba opětovně kalibrovat, protože došlo ke změně skutečných parametrů. Proces kalibrace tedy není používán pouze jako vstupní seřízení.

3.2. Kalibrace s uvažováním chyb čidel

Po nastudování předchozí podkapitoly jsme se seznámili s algoritmem základním. Dále se zabývejme problematikou, která nám zohlední chyby čidel. Očekávaný výsledek je vyšší přesnost oproti původnímu algoritmu, protože jsme schopni upravit zachybovaná data z měření, která mají svoji určitou nepřesností vliv na výsledek kalibrace. Též by se výhoda této metody měla projevit, když budeme měřit několika čidly s různou přesností. Pokud totiž uvažujeme jedno čidlo přesnější či méně přesnější oproti druhému a zohledníme to v matematickém modelu, měli bychom dostat výsledky blížící se více skutečnosti dle „lepší části“ naměřených dat, které uvedeme jako korektnější (pomocí matematických a statistických funkcí).

Následující postup je převzat z [2]. Vzhledem k budoucí aplikaci na robotickém rameni, zde mluvíme o modelu robota.

Předpokládejme, že můžeme psát kinematický model robota jako

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p}) = 0 \qquad \boldsymbol{f}: R^k \; x \; R^n \;\rightarrow\; R^m, \tag{3.7}$$

kde $\boldsymbol{x} \in R^k$ je vektor pohybových měřených proměnných a $\boldsymbol{p} \in R^n$ je vektor parametrů, které mají být zkalibrovány. Vektor $\boldsymbol{p}$ může obsahovat (a v reálném případě obsahuje vždy) malé chyby robota, které vnímáme jako nežádoucí, ale je třeba je uvažovat. Jedná se například o nedokonalé umístění koncového efektoru a jiná malá drobná posunutí a chyby. I samotný signál z čidel může být zkreslený a odměřené hodnoty mohou být zatíženy chybou. Dále požadujeme $k \geq m$ a počet derivací $(\partial \boldsymbol{f} \,/\, \partial \boldsymbol{x}) = m$, aby byla zaručeno, že kinematická smyčka bude vždy uzavřena [2]. Též předpokládáme, že nezměřené polohy mechanismu, byly vyloučeny z kinematických rovnic (kalibrujeme pouze s dostupnými naměřenými daty pro dané polohy).

Nyní začneme pohybovat s robotem do různých poloh a v každé odečteme vektor $\boldsymbol{x}$. Řekneme, že $\boldsymbol{x_i}$ je hodnota $\boldsymbol{x}$ v i-té pozici, kterou měříme jako přesnou hodnotu $\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}$ s chybou měření $\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}$ (tzv. zašuměná naměřená data), pak $\boldsymbol{x_i} = \bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} + \hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}$. Skrze všechny naměřené pozice bychom měli dostat hodnoty parametrů $\boldsymbol{p}$ konstantní. Náš původní odhad $\bar{\boldsymbol{p}}$ ale můžeme odhadnout s chybou $\hat{\boldsymbol{p}}$. Vektor $\boldsymbol{p}$ se tedy rovná $\boldsymbol{p} = \bar{\boldsymbol{p}} + \hat{\boldsymbol{p}}$. Například $\bar{\boldsymbol{p}}$ může být délka součásti uvažovaná z technické dokumentace a $\hat{\boldsymbol{p}}$ délková chyba od skutečné hodnoty, která vznikne při výrobě součásti. Z tohoto vyplývá, že můžeme pro i-tou pozici měření psát

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_i}, \boldsymbol{p}) = \boldsymbol{f}(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} + \hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}, \bar{\boldsymbol{p}} + \hat{\boldsymbol{p}}) = 0, \qquad i = 1, \dots, N, \tag{3.8}$$

kde N je počet pozic, ve kterých měříme. *Pozn. Model je implicitní, a to znamená, že nerozlišujeme mezi „vnitřními" a „vnějšími" naměřenými hodnotami (čidly), ale máme jen „měření" pro každou polohu.*

Předmětem této kalibrace je opět najít hodnoty pro $\hat{\boldsymbol{p}}$, které zlepší přesnost našeho kinematického modelu. Ze všech možných kombinací chybového parametru $\hat{\boldsymbol{p}}$ a šumu signálu čidel $\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}$, které zároveň splňují kinematický model (vazbové podmínky) (3.8), se snažíme najít tu nejlepší vyhovující kombinaci. Nyní si připomeňme, že dle statistiky vektor $\boldsymbol{\eta}$ Gaussova šumu mající střední hodnotu nula a kovarianci $\sum$ má hustotu pravděpodobnostní funkce úměrnou $e^{-\boldsymbol{\eta}^T \sum^{-1} \boldsymbol{\eta}/2}$, a proto maximalizace pravděpodobnosti je to samé jako minimalizace $\boldsymbol{\eta}^T \sum^{-1} \boldsymbol{\eta}$. Předpokládejme, že chyby $\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}$ a $\hat{\boldsymbol{p}}$ jsou vzájemně nezávislé, pak Gaussův šum se střední hodnotou nula a kovariancemi popisuje: $Var(\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}) = E(\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} \hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}^T) = \sum_{\boldsymbol{x}}$, $Var(\hat{\boldsymbol{p}}) = \sum_{\boldsymbol{p}}$. Potom odhad s největší pravděpodobností je minimalizace

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}^{\ T} \sum_{\boldsymbol{x}}^{-1} \hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} + \hat{\boldsymbol{p}}^{\ T} \sum_{\boldsymbol{p}}^{-1} \hat{\boldsymbol{p}}, \tag{3.9}$$

zároveň splňující i rovnici (3.8). Všimněme si, že požadavek střední nulové hodnoty je snadno splněn, protože známá systematická chyba měření může být odečtena, zatímco neznámá může být zahrnuta jako parametr [2]. (Pro jednoduchost uvažujeme, že kovarianční matice $\sum_{\boldsymbol{x_i}}$ i-tého měření s chybou $\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}$ je stejná pro všechny i, a tedy píšeme $\sum_{\boldsymbol{x}}$).

Nyní se zabývejme řešením celého problému a vyjádřeme minimalizaci (3.9) v rovnici (3.8) jako Lagrangian

$$\mathcal{L} = \chi^2 + \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{\lambda}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{f}(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} + \hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}, \bar{\boldsymbol{p}} + \hat{\boldsymbol{p}}), \tag{3.10}$$

kde $\boldsymbol{\lambda_i}$ jsou Lagrangeovy multiplikátory. Extremální rovnice pro minimalizaci jsou obsaženy v prvních derivacích rovnice (3.10). Pokud bychom pro řešení použili Newtonovu metodu, je očekávána kvadratická konvergence, ovšem jsou zapotřebí i druhé derivace $\boldsymbol{f}$. Použijme pro zjednodušení tedy postup iterací, který nebude vyžadovat druhé derivace na úkor zhoršení konvergence z kvadratické na pomalejší lineární. Je možno ukázat, že náhradní

postup potřebuje pro konvergenci stejné podmínky, jako jsme uvažovali pro extremální rovnice u Lagrange.

Zaveďme normalizované chybové proměnné $\boldsymbol{y_i} \in R^k$ a $\boldsymbol{q} \in R^n$, mající jednotkové kovariance $Var\,(\boldsymbol{y_i}) = \boldsymbol{E}$ a $Var\,(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{E}$. Pak píšeme:

$$\widehat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} = \sum_{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{1/2}} \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}}, \qquad \widehat{\boldsymbol{p}} = \sum_{\boldsymbol{p}}^{\boldsymbol{1/2}} \boldsymbol{q}\,, \tag{3.11}$$

kde symbol 1/2 znamená druhou odmocninu. (V běžných případech jsou jednotlivé prvky $\widehat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}$ a $\widehat{\boldsymbol{p}}$ všechny nezávislé, $\sum_{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{1/2}}$ a $\sum_{\boldsymbol{p}}^{\boldsymbol{1/2}}$ jsou pak diagonální matice, jejichž prvky jsou směrodatnými odchylkami).

Dále substituci (3.11) provedeme v (3.9), pak dostáváme

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}} + \boldsymbol{q}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{q}. \tag{3.12}$$

Můžeme si všimnout, že nové proměnné jsou bezrozměrné. V počátku iteračního postupu zvolíme počáteční odhady $\boldsymbol{y_i} = 0$ a $\boldsymbol{q} = 0$. V každém kroku se pak snažíme najít opravy $\Delta\boldsymbol{y_i}$ a $\Delta\boldsymbol{q}$, abychom minimalizovali

$$\sum_{i=1}^{N} (\boldsymbol{y_i} + \Delta\boldsymbol{y_i})^{\,T} (\boldsymbol{y_i} + \Delta\boldsymbol{y_i}) + (\boldsymbol{q} + \Delta\boldsymbol{q})^{\,T} (\boldsymbol{q} + \Delta\boldsymbol{q}) \tag{3.13}$$

s ohledem na splnění vazbových podmínek

$$\boldsymbol{J_{yi}}\Delta\boldsymbol{y_i} + \boldsymbol{J_{qi}}\Delta\boldsymbol{q_i} = -\boldsymbol{f}\left(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} + \sum_{\boldsymbol{x}}^{\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}} \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}}\,,\ \overline{\boldsymbol{p}} + \sum_{\boldsymbol{p}}^{\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}} \boldsymbol{q}\right), \quad i = 1, \ldots, N, \tag{3.14}$$

kde $\boldsymbol{J_{yi}}$ a $\boldsymbol{J_{qi}}$ jsou matice parciálních derivací, které dostáváme dle rovnic (3.15) a (3.16) takto:

$$\boldsymbol{J_{yi}} = \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}} \left(\overline{\boldsymbol{x}}_i + \sum_{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{1/2}} \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}}\,,\ \overline{\boldsymbol{p}} + \sum_{\boldsymbol{p}}^{\boldsymbol{1/2}} \boldsymbol{q}\right) \sum_{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{1/2}}, \tag{3.15}$$

$$\boldsymbol{J_{qi}} = \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{p}} \left(\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} + \sum_{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{1/2}} \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}}\,,\ \overline{\boldsymbol{p}} + \sum_{\boldsymbol{p}}^{\boldsymbol{1/2}} \boldsymbol{q}\right) \sum_{\boldsymbol{p}}^{\boldsymbol{1/2}}. \tag{3.16}$$

Nyní seřaďme všechny normalizované naměřené chyby $\boldsymbol{y_i}$ do jednoho $Nk\ x\ 1$ vektoru $\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{y_i^T} \ldots \boldsymbol{y_N^T})^{\boldsymbol{T}}$. A obdobně seřaďme všechna rezidua funkce $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_i}, \boldsymbol{p})$ do jednoho $Nm\ x\ 1$ vektoru $\boldsymbol{F}$. Pak můžeme minimalizační problém (3.13)-(3.14) psát jako požadavek nalezení takových $\Delta\boldsymbol{y}$ a $\Delta\boldsymbol{q}$, abychom minimalizovali

$$(\boldsymbol{y} + \Delta\boldsymbol{y})^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{y} + \Delta\boldsymbol{y}) + (\boldsymbol{q} + \Delta\boldsymbol{q})^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{q} + \Delta\boldsymbol{q}) \tag{3.17}$$

a přitom splnili vazbové rovnice

$$\boldsymbol{J_y}\Delta\boldsymbol{y} + \boldsymbol{J_q}\Delta\boldsymbol{q} = -\boldsymbol{F}, \tag{3.18}$$

kde matice Jakobiánů mají blokové vstupy ve shodě s rovnicí (3.14). Pokud nyní použijeme QR-dekompozici $\boldsymbol{QR} = \boldsymbol{J_y^T}$, můžeme vynásobit obě strany rovnice (3.18) nesingulární maticí $\boldsymbol{R^{-T}}$ a dostaneme

$$\boldsymbol{Q^T}\Delta\boldsymbol{y} + \boldsymbol{D}\Delta\boldsymbol{q} = -\boldsymbol{R^{-T}F}, \tag{3.19}$$

kde $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{R^{-T}J_q}$. Matice **Q** je matice $Nk\ x\ Nm\ \ (k \geq m)$, která má ortogonální sloupce. (Je maticí ortogonální). Tuto matici můžeme doplnit $\boldsymbol{Q'}$ maticí $Nk\ x\ N(k-m)$ tak, že $(\boldsymbol{Q}\ \ \boldsymbol{Q'})$ je ortogonální.

Potom může minimalizační kritérium (3.17) být psáno jako

$$\|\boldsymbol{Q^T}(\boldsymbol{y} + \Delta\boldsymbol{y})\|^2 + \|\boldsymbol{Q'^T}(\boldsymbol{y} + \Delta\boldsymbol{y})\|^2 + \|\boldsymbol{q} + \Delta\boldsymbol{q}\|^2. \tag{3.20}$$

Jelikož se $\boldsymbol{Q'^T}(\boldsymbol{y} + \Delta\boldsymbol{y})$ nevyskytuje ve vazbových rovnicích, pak minimum dostaneme

$$\boldsymbol{Q'^T}(\boldsymbol{y} + \Delta\boldsymbol{y}) = 0. \tag{3.21}$$

Dále přeuspořádáním rovnice (3.19) a přidáním na obě strany $\boldsymbol{Q^T y}$ dostáváme

$$\boldsymbol{Q^T}(\boldsymbol{y} + \Delta\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{Q^T y} - \boldsymbol{D}\Delta\boldsymbol{q} - \boldsymbol{R^{-T}F}. \tag{3.22}$$

Substitucí (3.21) a (3.22) do rovnice (3.20) dostáváme podmínku minimalizace jako

$$\|\boldsymbol{Q^T y} - \boldsymbol{D}\Delta\boldsymbol{q} - \boldsymbol{R^{-T}F}\|^2 + \|\boldsymbol{q} + \Delta\boldsymbol{q}\|^2. \tag{3.23}$$

Pokud máme opět minimalizovat, pak výrazy $\boldsymbol{Q^T y} - \boldsymbol{D}\Delta\boldsymbol{q} - \boldsymbol{R^{-T}F} = 0$ a $\boldsymbol{q} + \Delta\boldsymbol{q} = 0$. Řešení pak hledáme pomocí metody nejmenších čtverců v lineárním systému

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{D} \\ \boldsymbol{I} \end{pmatrix} \Delta\boldsymbol{q} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q^T y} - \boldsymbol{R^{-T}F} \\ -\boldsymbol{q} \end{pmatrix}. \tag{3.24}$$

Pokud vezmeme rovnice (3.21) a (3.22), které následně spojíme do jedné maticové rovnice s vynásobením obou stran zleva maticí $(\boldsymbol{Q}\ \ \boldsymbol{Q'})$, dostáváme výraz

$$\boldsymbol{y} + \Delta\boldsymbol{y} = \boldsymbol{Q}\,(\boldsymbol{Q^T y} - \boldsymbol{D}\Delta\boldsymbol{q} - \boldsymbol{R^{-T}F}). \tag{3.25}$$

Rovnice (3.25) je zároveň poslední rovnicí, kterou potřebujeme k aplikaci metody. Dostáváme z ní potřebnou opravu měřených parametrů $\Delta\boldsymbol{y}$. Opravu odhadnutých

kalibrovaných hodnot $\Delta \boldsymbol{q}$ dostáváme při předchozím kroku z rovnice (3.24). Takto počítáme iteračně, než metoda zkonverguje.

Pro výpočet v prvním kroku napočítáme $\boldsymbol{J_{yi}}$, $\boldsymbol{J_{qi}}$ a $\boldsymbol{F}$ (rezidua funkce $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_i}, \boldsymbol{p})$). Následně napočítáme QR – dekompozici $\boldsymbol{J_{yi}}$ matic

$$\boldsymbol{Q_i R_i} = \boldsymbol{J_{yi}^T}, \tag{3.26}$$

dále zavedeme matici $\boldsymbol{D}$, která se napočítá následujícím způsobem

$$\boldsymbol{D_i} = \boldsymbol{R_i^{-1}} \boldsymbol{J_{qi}}. \tag{3.27}$$

Obdobně zavedeme matici $\boldsymbol{E}$, která se napočítá dle rovnice

$$\boldsymbol{E_i} = \boldsymbol{Q_i^T y_i} - \boldsymbol{R_i^{-T}} \boldsymbol{f}\left(\overline{\boldsymbol{x}_\iota} + \sum_{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{1/2}} \boldsymbol{y_i}, \ \overline{\boldsymbol{p}} + \sum_{\boldsymbol{p}}^{\boldsymbol{1/2}} \boldsymbol{q}\right). \tag{3.28}$$

Pro výpočet $\Delta \boldsymbol{q}$ sestavíme následující soustavu maticových rovnic

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{D_1} \\ . \\ . \\ . \\ \boldsymbol{D_N} \\ \boldsymbol{I} \end{pmatrix} \Delta \boldsymbol{q} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{E_1} \\ . \\ . \\ . \\ \boldsymbol{E_N} \\ -\boldsymbol{q} \end{pmatrix}, \tag{3.29}$$

kde žádaným výsledkem je $\Delta \boldsymbol{q}$, které vypočítáme pomocí metody nejmenších čtverců. V posledním kroku dostaneme opravu $\Delta \boldsymbol{y_i}$ pomocí rovnice

$$\boldsymbol{y_i} + \Delta \boldsymbol{y_i} = \boldsymbol{Q_i} (\boldsymbol{E_i} - \boldsymbol{D_i} \Delta \boldsymbol{q}). \tag{3.30}$$

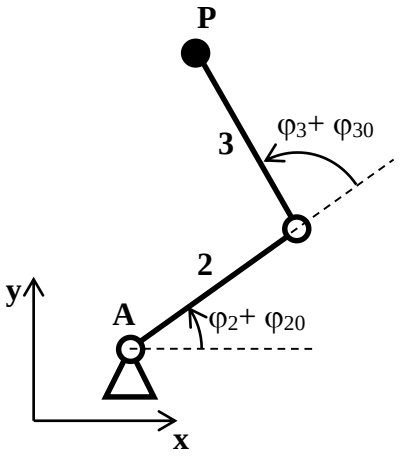
Nově volíme $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q} + \Delta \boldsymbol{q}$ a $\boldsymbol{y_i} = \boldsymbol{y_i} + \Delta \boldsymbol{y_i}$. Takto iteračně opravujeme parametry až do konvergence metody.

4. Simulační model

4.1. Popis modelu

Pro ověření funkčnosti obou variant kalibrace byl vybrán jednoduchý model, jehož skladba odpovídá jednoduššímu robotickému rameni, které se může pohybovat pouze v jedné rovině, zde označené jako rovina *xy* . Jeho kinematická struktura je patrná z Obr. 1.

.



Obr. 1 – schématický popis modelu

Celý model je umístěn v kartézské soustavě souřadnic, kde osy jsou označeny *x* a *y*. Polohu počátečního bodu A označme dle os jako x_A a y_A. Délky ramen 2 a 3 označme po řadě l_2 a l_3. Offsety čidel 2 a 3 označme též po řadě φ_{20} a φ_{30}. Takto dostáváme šestici parametrů x_A, y_A. l_2, l_3, φ_{20} a φ_{30}, které jsou v průběhu pohybu modelu neměnné a jsou předmětem kalibrace. Dále označme polohu koncového bodu P dle os jako x_P a y_P, obdobně úhly natočení ramena 2 a 3 jako φ_2 a φ_3. Tyto parametry x_P , y_P, φ_2 a φ_3 se v průběhu pohybu mění a jsou předmětem měření, přičemž řízení modelu je určeno natočením kloubů φ_2 a φ_3.

4.2. Naměřená data

V reálném případě jsou naměřená data získána následujícím způsobem. S mechanismem je pohybováno do různých poloh (v tomto modelovém případě je uvažována možná rotace obou kloubů o 360°, v reálném případě je pohyb omezen konstrukcí mechanismu), které jsou dány úhly φ_2 a φ_3. V každé poloze je externím zařízením naměřena poloha bodu P. Tímto postupem dostáváme ke každému příslušnému nastavení φ_2 a φ_3 konkrétní naměřenou dvojici x_P a y_P koncového bodu P.

Pro získání dat simulačního modelu jsou nejprve zvoleny dle myšlené konstrukce parametry x_A, y_A. l_2, l_3, φ_{20} a φ_{30}, které jsou považovány za správné skutečné rozměry mechanismu. *Pozn. Tato šestice parametrů bude při kalibraci neznámá a budou voleny pouze odhady, které by se měly díky kalibraci přiblížit skutečným hodnotám co nejvíce.* Pro generování dat jsou tyto skutečné hodnoty dosazeny do vazbových rovnic kinematické smyčky přes koncový bod P, která je rozepsána do směru *x* a do směru *y* takto:

$$x: \quad x_A + l_2 \cdot \cos(\varphi_2 + \varphi_{20}) + l_3 \cdot \cos(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30}) - x_P = 0 \tag{4.1}$$

$$y: \quad y_A + l_2 \cdot \sin(\varphi_2 + \varphi_{20}) + l_3 \cdot \sin(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30}) - y_P = 0. \tag{4.2}$$

Za neznámé φ_2 a φ_3 jsou dosazovány hodnoty tak, aby bylo dosaženo žádaného myšleného pohybu modelu a z rovnic (4.1) a (4.2) jsou dopočteny (reálně měřené) parametry x_P a y_P koncového bodu P pro každou dvojici φ_2 a φ_3. Takto dostáváme čtveřice φ_2, φ_3, x_P a y_P pro každou polohu. Parametry φ_2, φ_3 jsou voleny např. 0°-360° po kroku 10° (či jiný rozsah a krok). Získaná data tímto postupem jsou přesná, protože jsou známy (byly zvoleny) skutečné rozměry modelu, které ve skutečnosti nikdy známé nejsou. Jsou to tedy dokonale naměřená data bez chyb a šumu.

Pro zachybování dat byl v programu Matlab použit příkaz *randn*, který generuje náhodná kladná i záporná čísla dle Gaussova statistického modelu normálního rozložení. Jsou zcela náhodná dle příslušného modelu pravděpodobnosti. Nejčastěji se hodnota pohybuje v rozmezí -3 až 3 pro tisíc náhodně generovaných dat. Proto je třeba generovaná čísla řádově upravit dle měřené veličiny, přičemž řád chyby nám dává přesnost čidla či měřícího zařízení. V tomto modelovém případě si řád přesnosti čidel a měřícího zařízení zvolíme. Upravená náhodná čísla jsou následně přičtena k vygenerovaným přesným datům. Každá čtveřice φ_2, φ_3, x_P a y_P bude zachybována neboli zatížena chybou měření. Nově získaná data pak budou simulovat reálné měření, kde jsou předpokládány chyby měření se stejnou pravděpodobností dle Gaussova statistického modelu normálního rozložení.

Obě sady dat jsou uvedeny v příloze na CD a program, který data generuje, je označen názvem generovani_dat.m. Byly použity rozsahy čidel 360° a 360°. Data přesná jsou uvedena pod názvem namerena_data_360_360.mat a data zachybovaná jako namerena_data_360_360_uprava.mat. Tato data jsou následně použita pro oba postupy kalibrace. Základní zachybování, od kterého se bude odvíjet další zhoršení či zpřesnění čidel, je nastaveno tímto způsobem. Pro délkové parametry x_P a y_P je chyba řádu 10^{-4} a pro úhlové parametry φ_2 a φ_3 je chyba řádu 10^{-3}. Příkaz *randn* je v Matlabu možné použít a zachybovat data při každé kalibraci či dle potřeby zachybovat více pouze jedno čidlo. Takto ale dostáváme pokaždé jiná náhodná data a pro srovnání je tento postup nepoužitelný, proto každou sadu dat pro určité rozsahy a zachybování je třeba uložit a pracovat s neproměnlivými daty. Dosáhneme tedy stejných vstupů, které už mezi sebou můžeme porovnat. *Pozn. Pro vyzkoušení obou programů bylo vygenerováno větší množství variant dat, které nalezneme na CD v příloze. Zde se budu pouze odkazovat na určité typy dat, která budou upřesněna dále.*

4.3. Jakobiho matice

Dalším krokem je napočítat příslušné parciální derivace vazbových rovnic a sestavit Jakobiho matice dle kalibrovaných parametrů x_A, y_A, l_2, l_3, φ_{20} a φ_{30} a dle měřených parametrů x_P, y_P, φ_2 a φ_3.

Jakobián $\boldsymbol{J_q}$ se napočítá dle uvedené Tab. 1 níže. Zápis je pro přehlednost uveden v transponovaném tvaru do dvou sloupců. Sloupec s označením f_1 odpovídá parciálním derivacím podle rovnice (4.1) a sloupec f_2 odpovídá parciálním derivacím podle rovnice (4.2).

	f_1	f_2
$\frac{\partial}{\partial x_A}$	1	0
$\frac{\partial}{\partial y_A}$	0	1
$\frac{\partial}{\partial l_2}$	$\cos(\varphi_2 + \varphi_{20})$	$\sin(\varphi_2 + \varphi_{20})$
$\frac{\partial}{\partial l_3}$	$\cos(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30})$	$\sin(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30})$
$\frac{\partial}{\partial \varphi_{20}}$	$-l_2 \cdot \sin(\varphi_2 + \varphi_{20}) -$ $-l_3 \cdot \sin(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30})$	$l_2 \cdot \cos(\varphi_2 + \varphi_{20}) +$ $+l_3 \cdot \cos(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30})$
$\frac{\partial}{\partial \varphi_{30}}$	$-l_3 \cdot \sin(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30})$	$l_3 \cdot \cos(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30})$

Tab. 1 – Jakobián $\boldsymbol{J_q}^{\boldsymbol{T}}$

Obdobně Jakobián $\boldsymbol{J_y}$ je uveden v Tab. 2. Označení f_1 a f_2 jsou shodná jako u sestavování Jakobiánu $\boldsymbol{J_q}$ výše.

	f_1	f_2
$\frac{\partial}{\partial x_P}$	-1	0
$\frac{\partial}{\partial y_P}$	0	-1
$\frac{\partial}{\partial \varphi_2}$	$-l_2 \cdot \sin(\varphi_2 + \varphi_{20}) -$ $-l_3 \cdot \sin(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30})$	$l_2 \cdot \cos(\varphi_2 + \varphi_{20}) +$ $+l_3 \cdot \cos(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30})$
$\frac{\partial}{\partial \varphi_3}$	$-l_3 \cdot \sin(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30})$	$l_3 \cdot \cos(\varphi_2 + \varphi_{20} + \varphi_3 + \varphi_{30})$

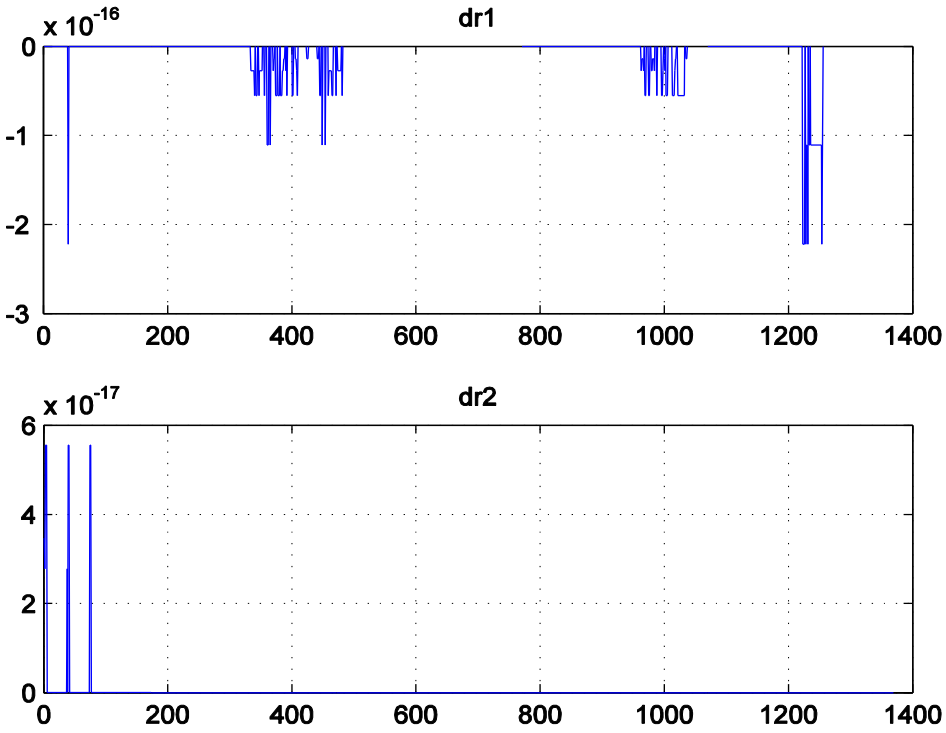
Tab. 2 – Jakobián $\boldsymbol{J_y}^{\boldsymbol{T}}$

4.4. Výsledky obou metod

S připraveným modelem, vygenerovanými naměřenými daty a připravenými maticemi Jakobiánů jsou v příloze na CD uvedeny programy v Matlabu pro obě metody. Kalibrace, která nezohledňuje vliv chyb měření na čidlech, je uvedená pod názvem kalibrace.m. Kalibrace, která vliv chyb na čidlech uvažuje, je uložena na CD jako novakalibrace.m. Jednotlivé zkoušky a aplikace metod budou popsány v příslušných podkapitolách níže.

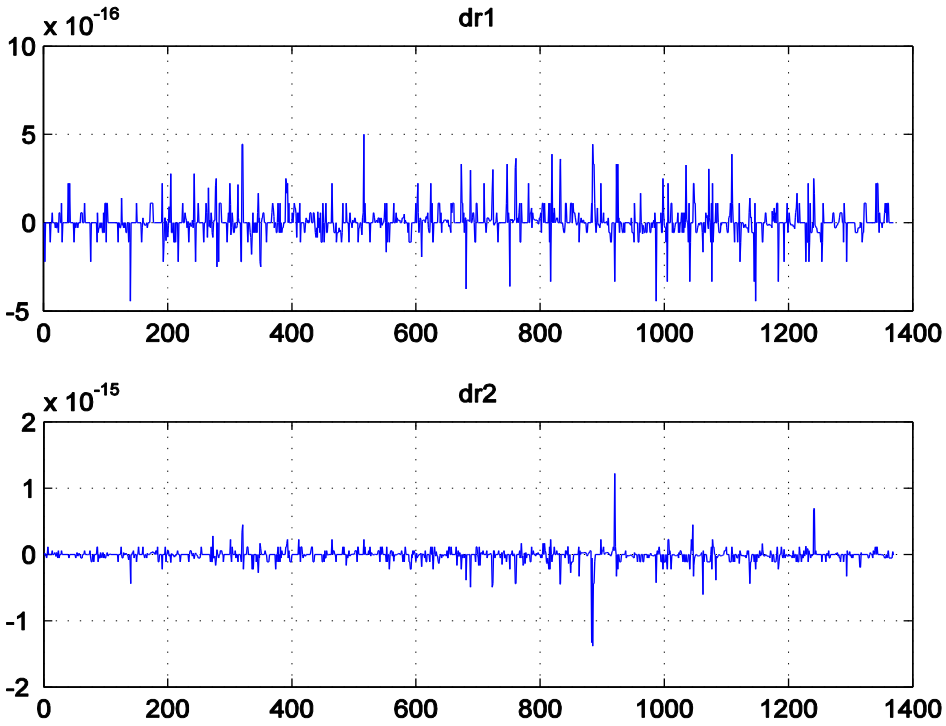
4.4.1. Přesná vstupní data

Pro první zkoušku byla použita přesná vstupní data, kde bylo očekáváno u původní kalibrace absolutní splnění reziduí (rovnic (4.1) a (4.2)), což je patrné z Obr. 2. Též hledané parametry by se neměly lišit od přesných rozměrů mechanismu. Tento předpoklad byl také potvrzen a parametry zkalibrované byly téměř identické skutečným rozměrům. Odchylky se objevovaly až v řádech 10^{-12} a více.



Obr. 2 – graf reziduí původní kalibrace

Pro novou metodu jsou použita stejná přesná data. Je ovšem třeba dbát na to, aby byly správně nastaveny kovarianční matice pro velmi přesná čidla. Jinak by se sice splnily vazbové rovnice, což je vidět na Obr. 3 a rezidua by se blížila k nule, ale zkalibrované parametry by byly velmi nepřesné. Proto bylo nastaveno, aby kovarianční matice byla řádově 10^{-20} a její odmocnina tudíž 10^{-10}. S tímto nastavením jsme dostali očekávané výsledky, které se od přesných lišily řádově o 10^{-10}, jak jsme předpokládali. *Pozn. Pro porovnání zkalibrovaných parametrů se skutečnými je použit z přílohy program porovnanipar.m.*



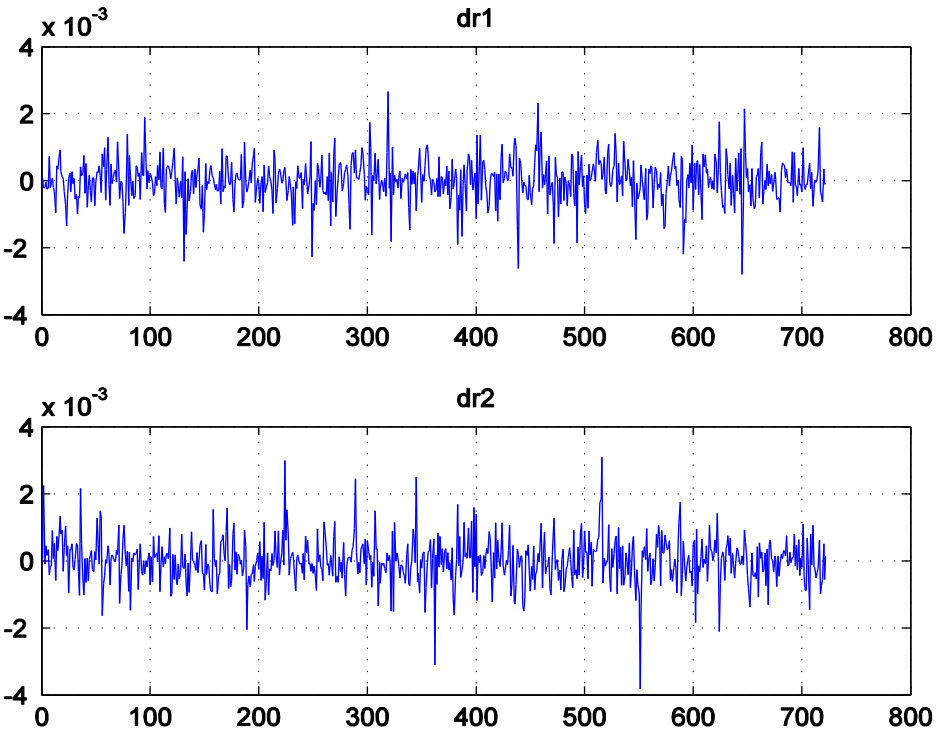
Obr. 3 – graf reziduí nové kalibrace

4.4.2. Zachybovaná vstupní data

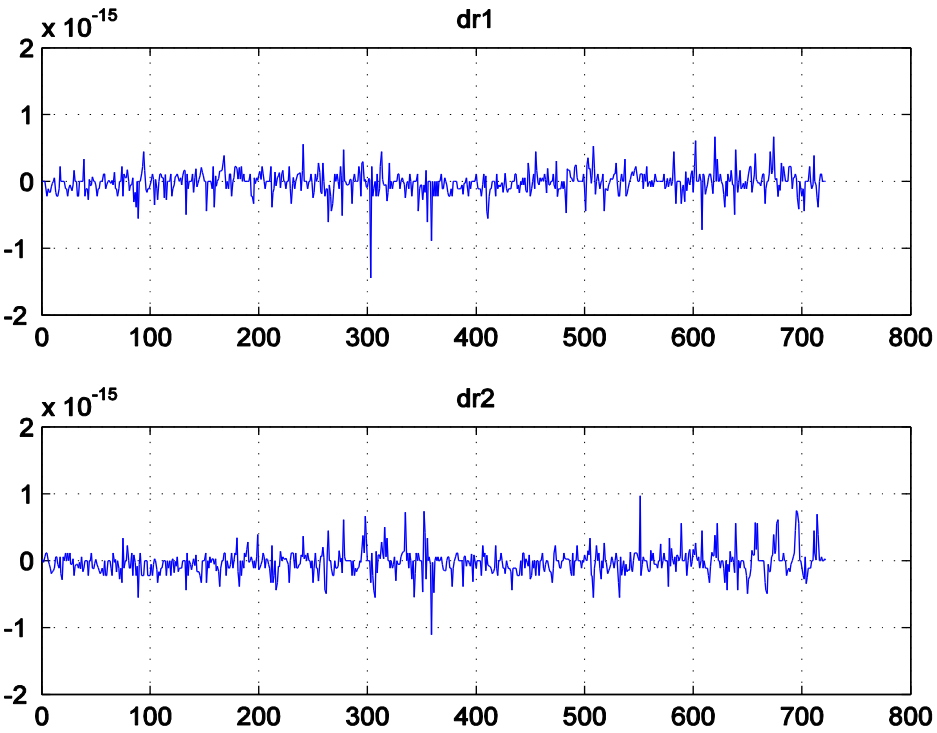
Po ověření funkčnosti obou metod na „přesných datech“ byla čidla zachybována. Řády nepřesností čidel byly zvoleny (uvedeno v kapitole Naměřená data) a k příslušné použité přesnosti čidel byly dopočítány odpovídající hodnoty kovarianční matice. Předpokládáme nezávislost chyb čidel, proto kovarianční matice je diagonální maticí a prvky na diagonále jsou směrodatnými odchylkami. Pro určení směrodatné odchylky bylo v programu Matlab nasimulováno 1000 dat, která byla zachybována příkazem *randn*. Střední hodnota byla volena nula. Směrodatná odchylka byla spočtena příkazem *cov*. Nyní už bylo možno nastavit kovarianční matice tak, aby odpovídaly řádu přesnosti čidel.

Opět jsme použili jako první původní kalibraci. Graf, který ukazuje rezidua poloh, je na Obr. 4. *Pozn. Jsou zde použita data namerena_data_360_360_uprava.mat, kde byl zmenšen počet poloh, aby byl iterační výpočet rychlejší.* Je vidět, že splnění je pouze v řádu 10^{-3}, což jsou cca milimetry. Ovšem nás hlavně zajímá, jak se liší zkalibrované rozměry od těch skutečných. Porovnání je provedeno v Tab. 3 níže.

V nové kalibraci očekáváme, že pomocí oprav čidel bude graf reziduí nula. Což se potvrdilo v Obr. 5, kde řád 10^{-15} představuje pro program Matlab numerickou nulu.



Obr. 4 – graf reziduí původní kalibrace s nepřesnými čidly



Obr. 5 – graf reziduí nové kalibrace s nepřesnými čidly

Porovnání parametrů obou metod je uvedeno v Tab. 3 níže.

	Původní kalibrace	Nová kalibrace
x_A [μm]	-6.7149	2.4865
y_A [μm]	21.1056	-2.6877
l_2 [μm]	3.0065	6.0639
l_3 [μm]	-5.4093	0.2696
φ_{20} [μrad]	-84.7889	-89.7722
φ_{30} [μrad]	-44.8899	-27.5202

Tab. 3 – porovnání zkalibrovaných rozměrů od přesných

V Tab. 3 je možno porovnat výsledky, které dostáváme novou metodou kalibrace. Vidíme, že nová metoda kalibrace funguje lépe či srovnatelně oproti původní metodě.

4.4.3. Zprůměrované výsledky z více zachybovaných dat

Dalším experimentem bylo porovnání obou metod pro pětici jinak zachybovaných dat a zprůměrování odchylky od přesných rozměrů pro obě varianty kalibrace. *Pozn. Jako vstupní data byla použita namerana_data_90_180_1, namerana_data_90_180_2, namerana_data_90_180_3, namerana_data_90_180_4 a namerana_data_90_180_5. Pro vypočítání průměru byly vytvořeny programy prumer.m a prumernov.m.*

Grafy reziduí vyšly opět velice shodné, protože naměřená data byla řádově zachybována stejně. Pro původní kalibraci dostáváme pro každá z pěti dat téměř shodný graf jako je na Obr. 4. Řádově se tedy pohybujeme okolo 10^{-3}. Nová kalibrace naopak pokaždé konverguje řádově k 10^{-16}, což můžeme pokládat za 0. Její graf je pokaždé téměř identický s grafem na Obr. 5. Průměrné výsledky obou metod pro daná výchozí data jsou uvedeny v Tab. 4.

	Původní kalibrace - průměr	Nová kalibrace - průměr
x_A [μm]	9.1760	8.9004
y_A [μm]	-24.4427	1.2576
l_2 [μm]	4.0709	-10.8528
l_3 [μm]	3.6761	2.6230
φ_{20} [μrad]	22.0828	-6.9416
φ_{30} [μrad]	-49.9819	19.5836

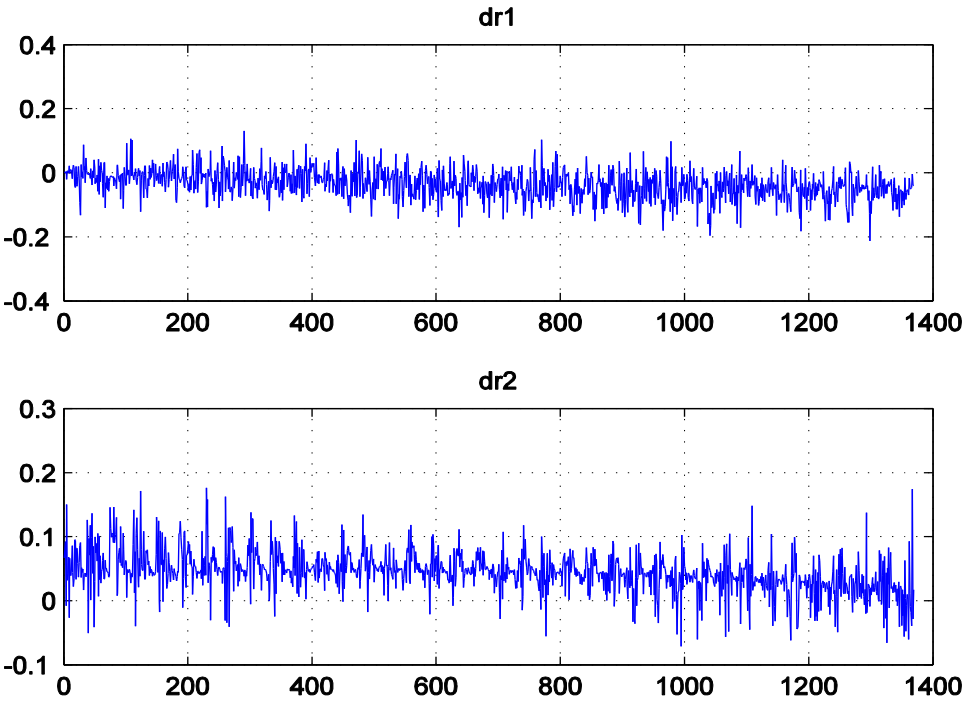
Tab. 4 – průměrné výsledky se vstupní pěticí zachybovaných dat

Z Tab. 4 je vidět, že nová metoda kalibrace je téměř ve všech parametrech o málo lepší než původní kalibrace.

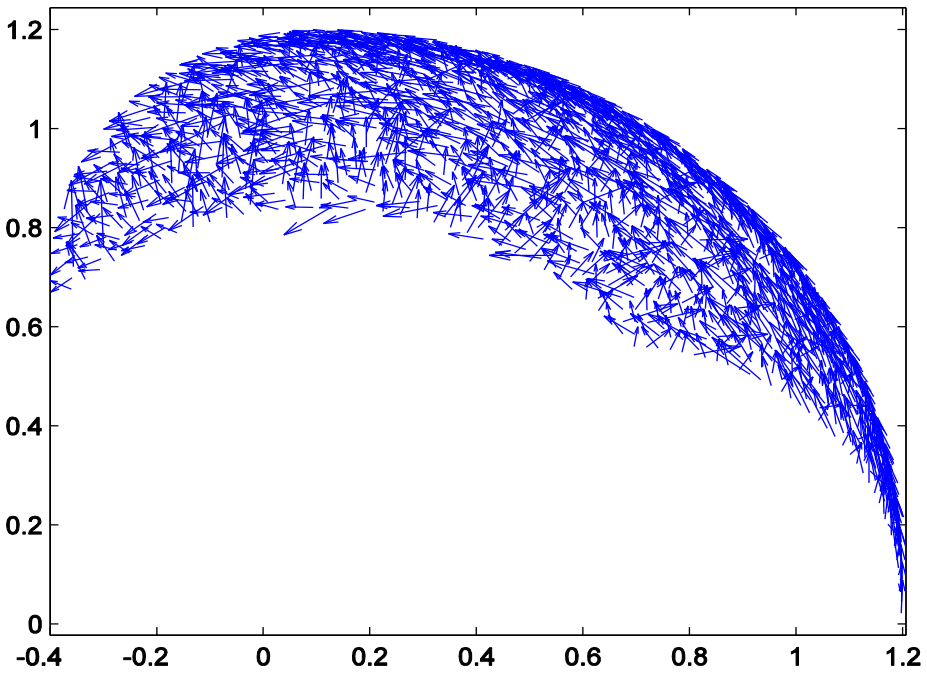
4.4.4. Zhoršení čidla φ_3 o dva řády

Pro úplnou ukázku obou metod jsem si vybral případ, kdy je zhoršena přesnost čidla φ_3 o dva řády (u ostatních případů budou ukázány pouze výsledky). *Pozn. Použitá data byla namerena_data_90_90 a pro zachybování použit příkaz randn.* Nejprve si vykreslíme graf počátečních hodnot reziduí na Obr. 6 a to i v prostorovém grafu (zde 2D úloha) na Obr. 7.

Pozn. Graf prostorový je konstruovaný pomocí funkce quiver, *kde šipka znázorňuje rozdíl polohy koncového bodu P. Rozdíl je úměrný velikosti šipky a je dán výpočtem parametrů* x_P *a* y_P *pomocí* x_A, y_A, l_2, l_3, φ_{20}, φ_{30}, φ_2 *a* φ_3 *a měřením parametrů* x_P *a* y_P *vnějším čidlem.*

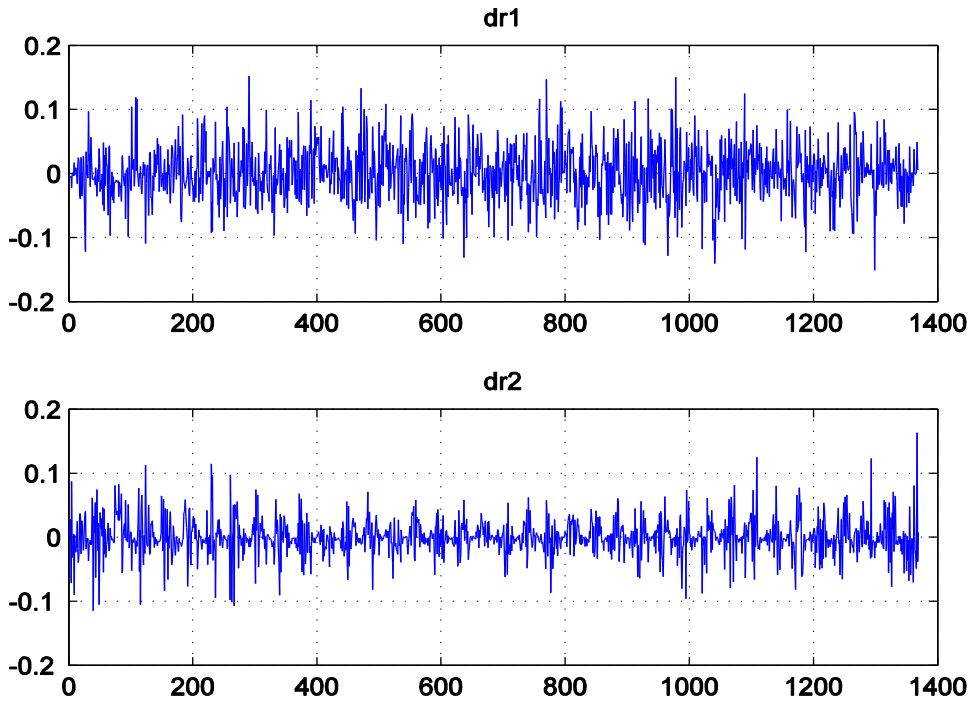


Obr. 6 – počáteční hodnoty reziduí

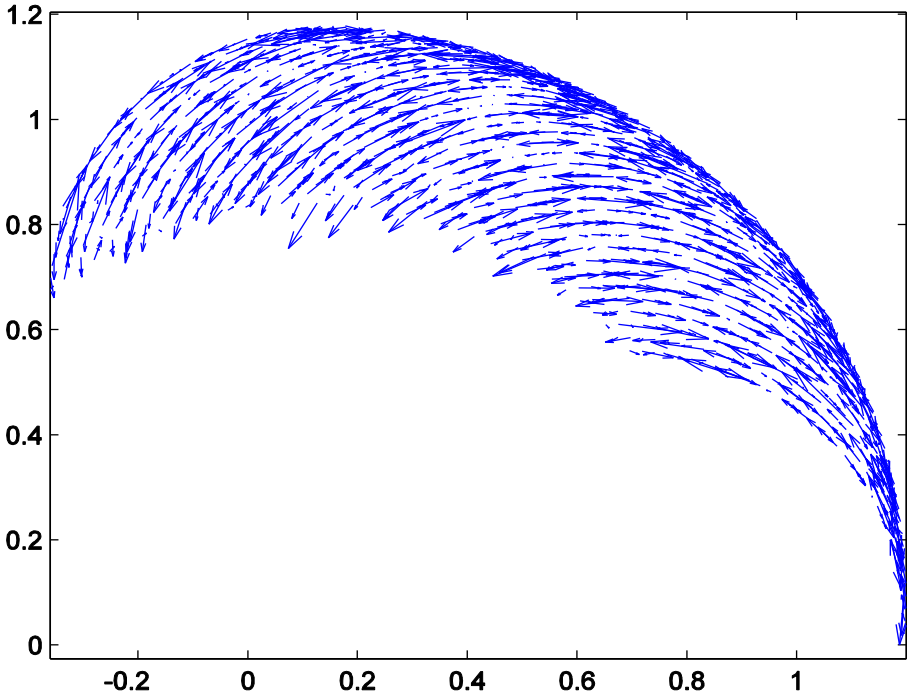


Obr. 7 – prostorový (2D) graf počátečních hodnot reziduí

Nyní použijeme původní kalibraci a necháme iteračně zkonvergovat. Výsledky metody jsou uvedeny na Obr. 8 a Obr. 9.



Obr. 8 – graf reziduí původní kalibrace při zhoršení čidla φ_3



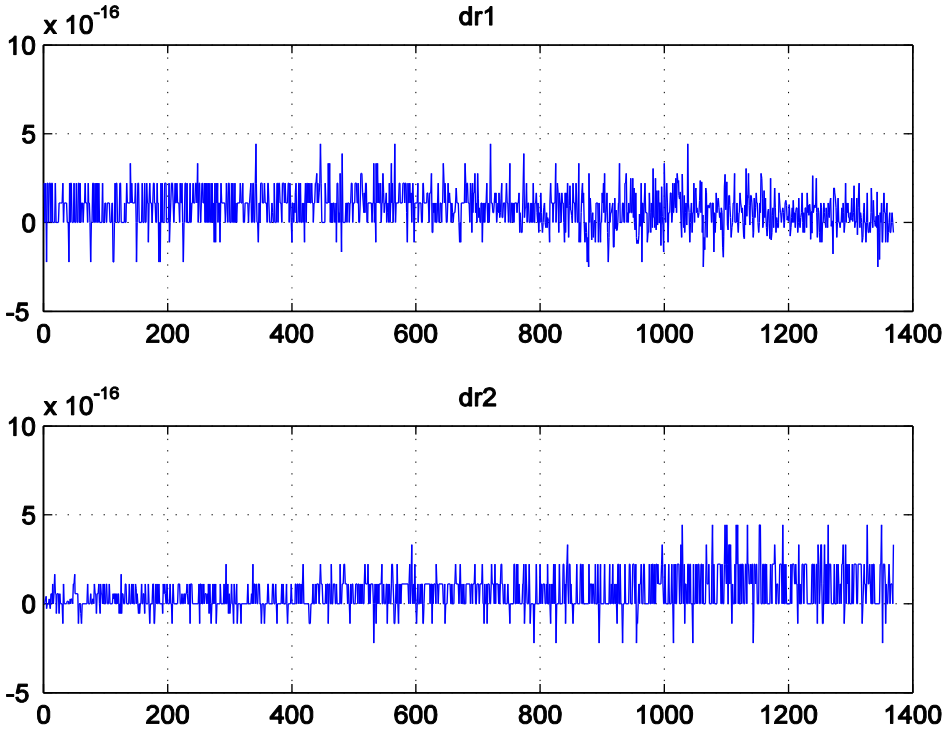
Obr. 9 – prostorový (2D) graf reziduí původní kalibrace při zhoršení čidla φ_3

V dalším kroku je použita nová metoda kalibrace a je porovnáno, jak se liší zkalibrované parametry obou metod od skutečných v Tab. 5. Grafy reziduí nové metody jsou uvedeny na Obr. 10 a graf prostorových reziduí (2D) je uveden na Obr. 11. Opět je vidět, že metoda dojde až do numerické nuly (řád 10^{-16}) a rezidua jsou tedy ve všech polohách nula.

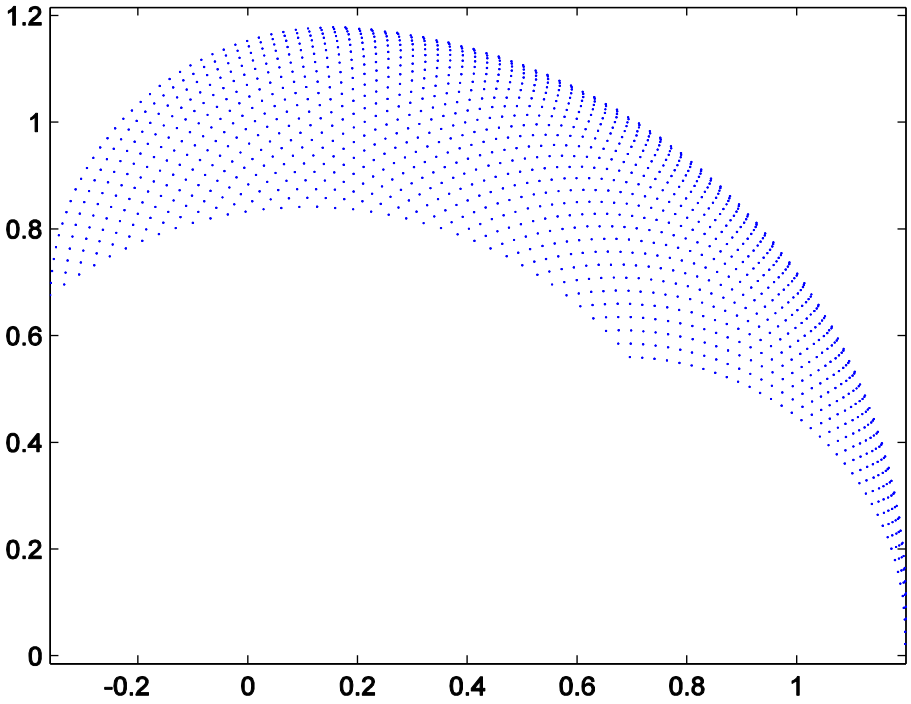
	Původní kalibrace	Nová kalibrace
x_A [µm]	205.2127	36.6900
y_A [µm]	442.8510	-113.7886
l_2 [µm]	-14299.9629	-88.2416
l_3 [µm]	20726.8935	169.1176
φ_{20} [µrad]	-25996.2061	-63.6027
φ_{30} [µrad]	26332.5062	-2196.6242

Tab. 5 – porovnání zkalibrovaných rozměrů od přesných

Z Tab. 5 je patrné, že nová metoda kalibrace je výrazně přesnější a to v tomto případě až o několik řádů. Vychází se opět z předpokladu, že byla správně upravena kovarianční matice. Může být problém dopředu odhadnout správné nastavení parametrů směrodatných odchylek, ovšem je možnost tyto směrodatné odchylky změřit (např. měřením při najetí do opětovně stejné polohy apod.). Také je možné tyto parametry odhadnout dle přesnosti čidel, které udává výrobce.



Obr. 10 – graf reziduí nové kalibrace při zhoršení čidla φ_3



Obr. 11 – prostorový (2D) graf reziduí nové kalibrace při zhoršení čidla φ_3

4.4.5. Tabulkové porovnání

Pro další varianty a zkoušky zde uvedu pouze tabulkové porovnání původní a nové metody, protože hlavní výsledek je rozdíl mezi zkalibrovanými a skutečnými rozměry. *Pozn. Grafy většiny použitých srovnání v této podkapitole budou v příloze na CD. Použitá data jsou použita jako v předchozí podkapitole při zhoršení čidla φ_3 o dva řády. V uvedených tabulkách jsou vždy srovnání zkalibrovaných a skutečných rozměrů modelu.*

Další výpočty a zkoušky s experimentálními daty jsou popsány níže. Nejprve jsem čidlo x_P nastavil o dva řády horší. Výsledky obou kalibrací jsou uvedeny v Tab. 6.

	Původní kalibrace	Nová kalibrace
x_A [µm]	258.9363	-187.4046
y_A [µm]	-308.1437	-16.9957
l_2 [µm]	99.0882	-9.8234
l_3 [µm]	-330.4699	84.1888
φ_{20} [µrad]	1279.1272	-90.8299
φ_{30} [µrad]	-1651.8849	129.7437

Tab. 6 – zhoršení x_P o dva řády

Výsledky v Tab. 6 nám ukazují, že větší zachybování měření souřadnice koncového bodu P má při řádově stejném zhoršení jako v případě zachybování čidla φ_3 (předchozí případ) mnohem menší dopad na původní kalibraci. Je to očekávatelné vzhledem k rozdílu

délkových a úhlových čidel. Úhlová nepřesnost způsobuje, že pro koncový bod P modelu je odchylka od žádané přesné polohy tím větší, čím větší je délka ramene l_2 či l_3. V Tab. 7 níže je dále uvedeno zhoršení čidla φ_2 o dva řády.

	Původní kalibrace	Nová kalibrace
x_A [μm]	-1516.6123	-42.6323
y_A [μm]	92.1623	-9.9677
l_2 [μm]	1874.5027	-196.1269
l_3 [μm]	3852.6549	202.0815
φ_{20} [μrad]	-430.6801	-665.1698
φ_{30} [μrad]	-31.0572	11.2304

Tab. 7 – zhoršení φ_2 o dva řády

Můžeme si všimnout, že dostáváme podobné výsledky jako při zhoršení čidla φ_3. Nová kalibrace zde funguje výrazně lépe. V Tab. 8 a v Tab. 9 je uveden opačný extrém, kdy je uvažováno zlepšení po řadě čidel x_P a φ_3 o dva řády.

	Původní kalibrace	Nová kalibrace
x_A [μm]	-17.5280	14.2199
y_A [μm]	-76.0694	16.5847
l_2 [μm]	79.4661	-10.7164
l_3 [μm]	-16.2815	-6.1686
φ_{20} [μrad]	130.2679	23.0886
φ_{30} [μrad]	-38.3801	30.6016

Tab. 8 – zlepšení x_P o dva řády

	Původní kalibrace	Nová kalibrace
x_A [μm]	-4.5886	0.7158
y_A [μm]	-45.2375	-4.1540
l_2 [μm]	39.9097	0.1423
l_3 [μm]	-6.6328	0.1911
φ_{20} [μrad]	65.0322	35.1555
φ_{30} [μrad]	-84.2931	0.3838

Tab. 9 – zlepšení φ_3 o dva řády

U uvažovaného zlepšení čidel je opět vidět v Tab. 9, že úhlové čidlo φ_3 má na výsledek mnohem větší dopad než ostatní čidla (viz předchozí případy). Dostáváme se tu téměř v každém kroku na o řád přesnější zkalibrované parametry. V Tab. 8 můžeme též pozorovat zlepšení všech parametrů, ale už ne tolik významné.

Jako poslední srovnání zde uvedu dva případy. Bude se jednat o zlepšení a zhoršení všech čidel o jeden řád oproti původnímu zachybovaní dat (původně zachybovaná data jsou namerena_data_360_360_uprava.mat a výsledek obou kalibrací je uveden v Tab. 3). *Pozn. Použitá data jsou nově namerena_data_360_360_1m pro zhoršení a namerena_data_360_360_1v pro zlepšení řádu přednosti čidel.* Výsledky obou variant (zhoršení a zlepšení) a porovnání obou kalibrací jsou uvedeny níže v Tab. 10 a Tab. 11.

	Původní kalibrace	Nová kalibrace
x_A [μm]	-406.0044	-81.8437
y_A [μm]	-1075.7272	-38.6913
l_2 [μm]	862.2036	46.5625
l_3 [μm]	70.8274	25.7571
φ_{20} [μrad]	1117.1776	191.0719
φ_{30} [μrad]	-803.3792	169.8031

Tab. 10 – zhoršení všech čidel o řád

	Původní kalibrace	Nová kalibrace
x_A [μm]	-3.0732	0.3013
y_A [μm]	-11.7455	-4.5394
l_2 [μm]	12.2878	3.5402
l_3 [μm]	-3.1330	-0.1286
φ_{20} [μrad]	20.3075	8.0897
φ_{30} [μrad]	-13.9467	-6.8906

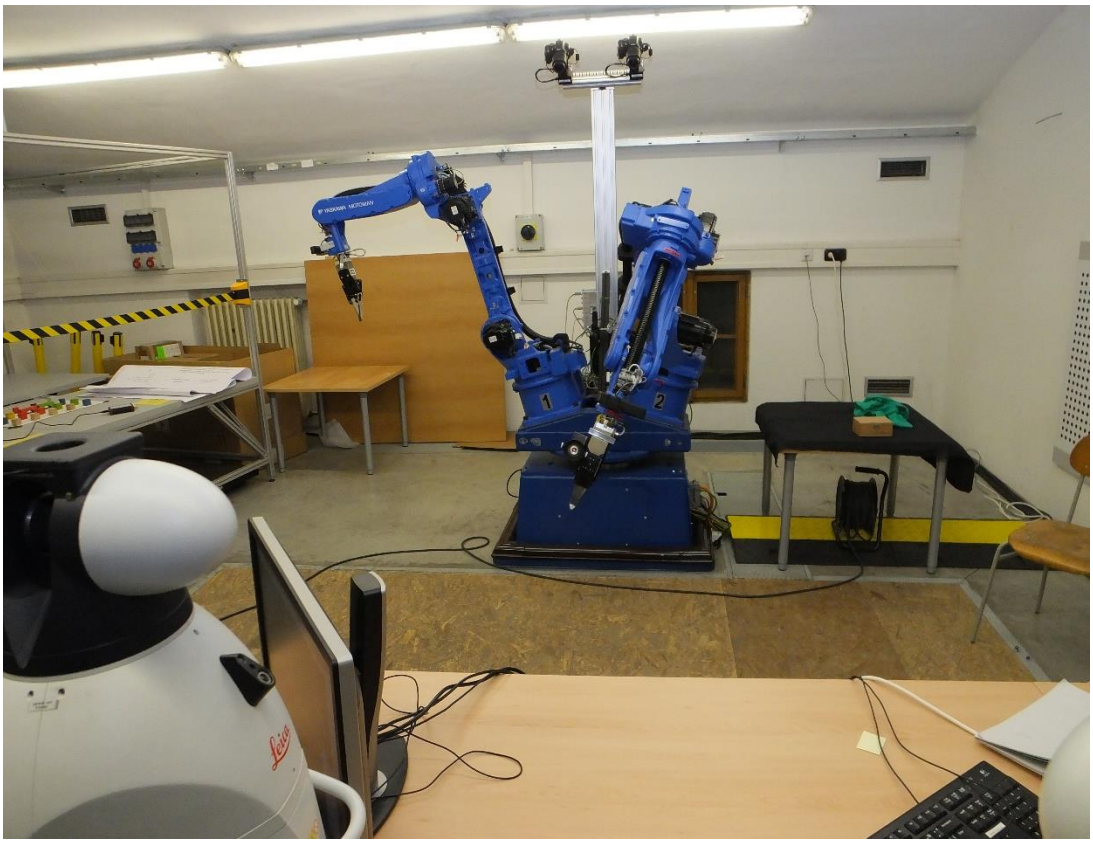
Tab. 11 – zlepšení všech čidel o řád

Dle očekávání v obou případech funguje nová metoda lépe. U zhoršení čidel v Tab. 10 je rozdíl u některých parametrů dokonce až dva řády. Naopak u zlepšení čidel se setkáváme spíše s rozdílem pouze o jeden řád, což je ovšem stále výrazná změna. Je třeba opět připomenout, že vždy je nutno upravit správně kovarianční matice. I při různých nastaveních jsem zde sice pokaždé dostal lepší výsledek s novou kalibrací oproti původní. Nejpřesnější zkalibrované parametry jsem ale dostal, pokud byly řádově nastaveny správně předpokládané či spočítané směrodatné odchylky příslušného čidla.

5. Experimentální ověření

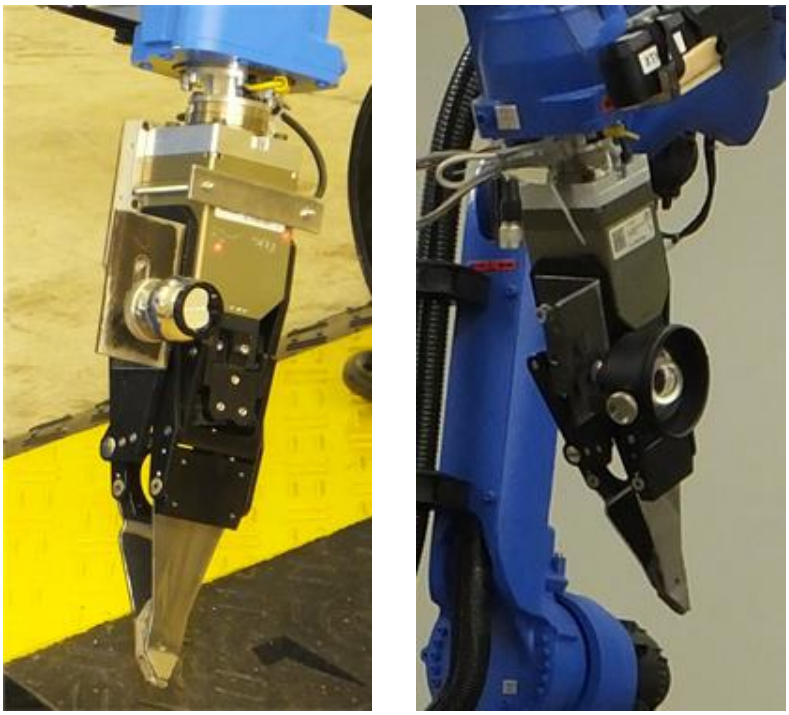
Dosud jsme se zabývali pouze modelovým zkoušením metody, kterou bylo potřeba ověřit v její funkčnosti a chování při různých vstupech a změnách zachybování dat. Každý výsledek bylo možné porovnat s přesnou hodnotou, která byla známá. Nyní se budeme zabývat aplikací na reálná data robota (robotické rameno), kde už jsou skutečné rozměry neznámé. Srovnávat budeme původní a novou metodu kalibrace.

Celý experiment měření se odehrál v laboratoři v prostorách ČVUT. Bylo použito zařízení od firmy Yaskawa s názvem modelu MA1400 ROBOT, který má v této výrobní verzi dvě ramena. Pro kalibraci se měřilo vždy pouze jedno rameno a druhé bylo nehybné. Pro měření bylo použito zařízení Laser Tracker (dále jen LT). Jak sestava pro měření pohybu ramene robota vypadá je vidět na Obr. 12.



Obr. 12 – kalibrovaný robot MA1400 ROBOT od firmy Yaskawa

Na Obr. 12 také vidíme vlevo dole již zmíněné zařízení pro měření vzdálenosti LT. Robotická ramena jsou označena 1 a 2. Pro kalibraci bylo měřeno rameno 1.

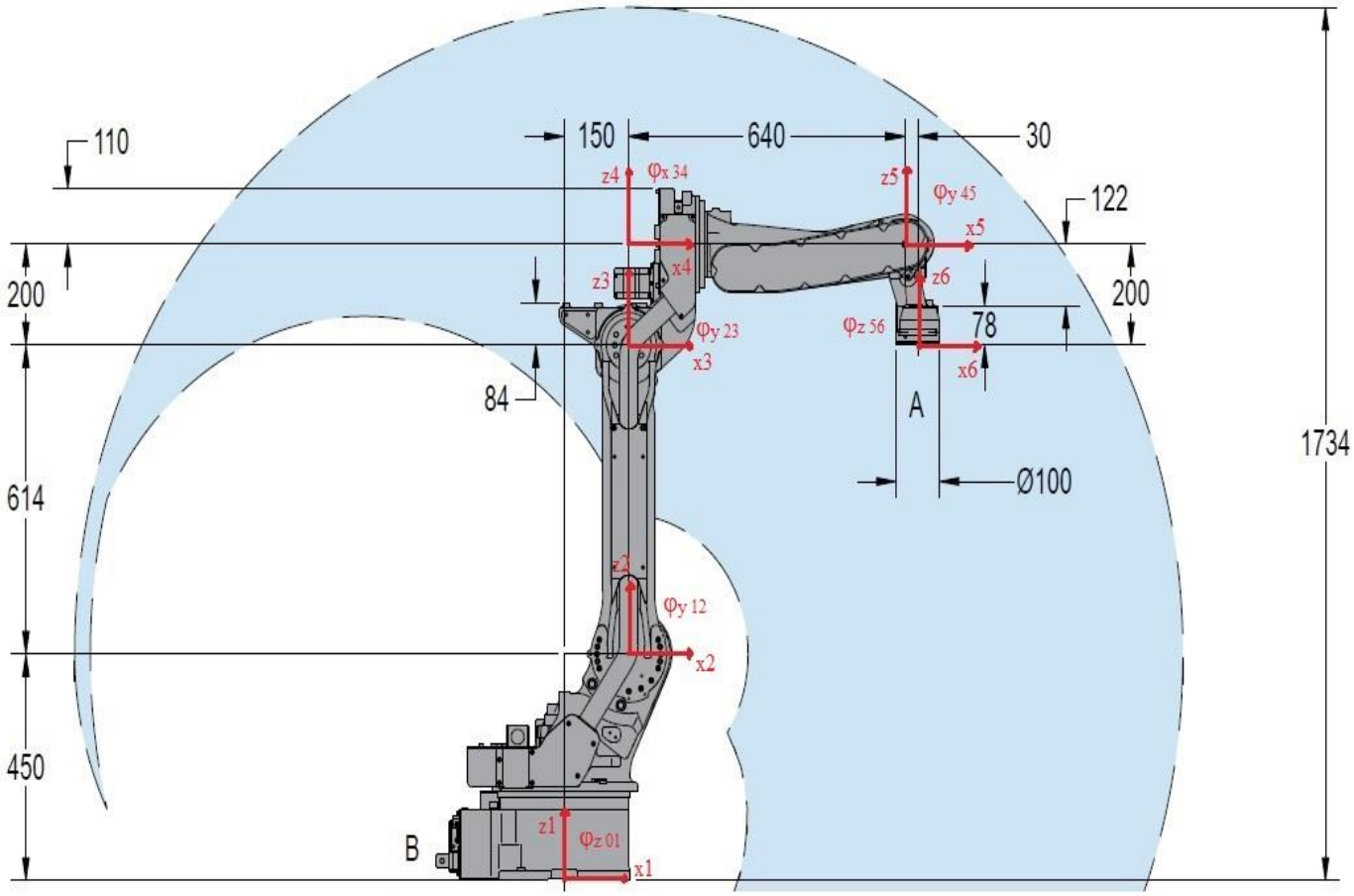


Obr. 13 – odražeč pro laserové měření – vlevo koutový odražeč, vpravo cateye odražeč [3]

Pro měření pomocí LT bylo třeba na robotické rameno namontovat odražeč laserového paprsku. Na Obr. 13 jsou ukázány dvě varianty odražečů, přičemž pro kalibrace v této práci jsou použita data z cateye odražeče, který umožňuje měření ve větším rozsahu úhlů dopadu paprsku do odražeče než odražeč koutový. Takto získáváme větší měřitelný rozsah pohybu robota (jeho poslední části). Také jsme ale schopni měřit s dvěma LT zároveň, což bylo u měření využito.

5.1. Kinematický popis robota

Ke kinematickému popisu bylo použito schéma od výrobce [4]. Zavedení souřadnicových systémů je uvedeno na Obr. 14.

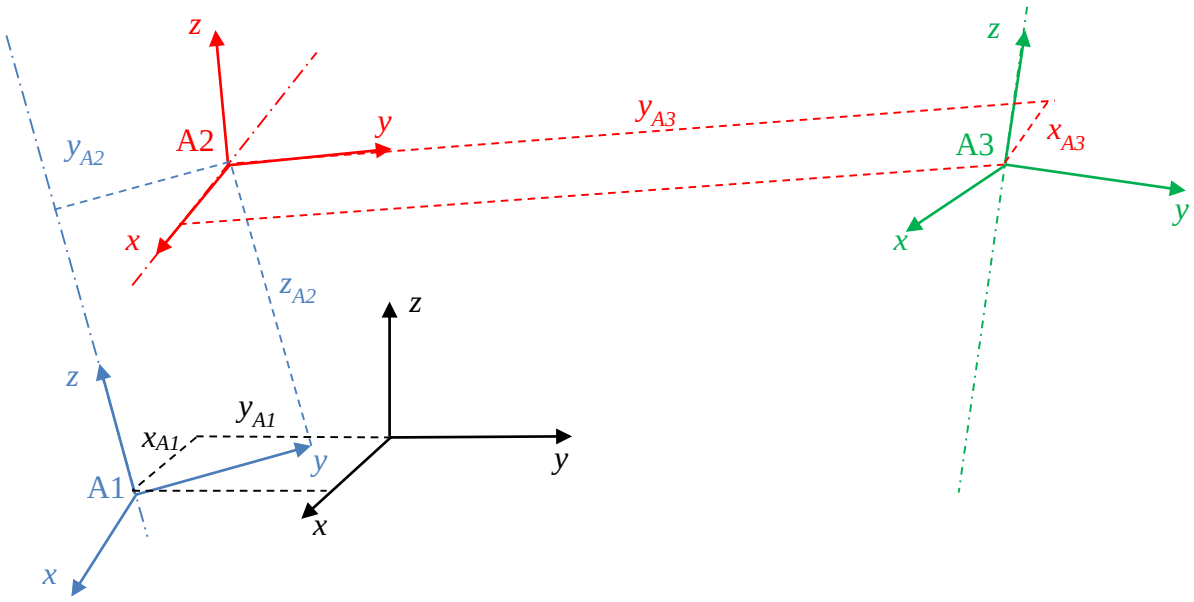


Obr. 14 – schéma [4] a zavedení souřadnicových systémů

V dalším kroku potřebujeme určit, jak popíšeme přechod z jedné souřadnicové soustavy do druhé. Problematika, která řeší polohu stejného bodu vyjádřeného v různých souřadnicových systémech, je popsána v [5].

Pro náš případ byl vybrán maticový popis přechodu z jedné do druhé soustavy. Na Obr. 15 níže je celý postup vysvětlen graficky. Do další soustavy se vždy dostaneme těmito kroky. Prvně vybereme z rovin *xy*, *yz* a *zx* tu rovinu, která má průsečík s osou dalšího otočného prvku robota co nejblíže počátku výchozí soustavy (rovina, jejíž normála se co nejvíce blíží nové ose dalšího otočného prvku robota). Výchozí soustava je kartézská soustava *xyz* (přechodem do další soustavy je myšlen přechod do další kartézské soustavy).

V takto zvolené rovině se posuneme do daného průsečíku s osou pomocí transformačních matic (Pokud se jedná o rovinu *xy* a průsečík s osou dalšího otočného prvku robota, kde je třeba zavést další souřadnicový systém, je označen jako bod A, pak jsou hledané vzdálenosti posunu x_A a y_A. Obdobně pro rovinu *xz* by to byly x_A a z_A, pro *yz* pak y_A a z_A). V dalším kroku je třeba ztotožnit třetí zbývající souřadnici (pro rovinu *xy* je to osa *z* apod.) pomocí dvou pootočení podle os, které jsou v rovině, která byla zvolena na začátku (pokud jsme zvolili rovinu *xy*, pak jsou natočení φ_x a φ_y apod.).



Obr. 15 – grafické znázornění přechodů souřadnicových soustav

Tímto způsobem popíšeme jednotlivé přechody souřadnicových soustav zavedených u robota pomocí matic takto:

$$\mathbf{T}_{01} = \mathbf{T}_x\,(x_0)\mathbf{T}_y\,(y_0)\mathbf{T}_{\varphi_x}\,(\varphi_{x_0})\mathbf{T}_{\varphi_y}\,(\varphi_{y_0})\mathbf{T}_{\varphi_z}\,(\vartheta_1)$$

$$\mathbf{T}_{12} = \mathbf{T}_x\,(x_1)\mathbf{T}_z\,(z_1)\mathbf{T}_{\varphi_x}\,(\varphi_{x_1})\mathbf{T}_{\varphi_z}\,(\varphi_{z_1})\mathbf{T}_{\varphi_y}\,(\vartheta_2)$$

$$\mathbf{T}_{23} = \mathbf{T}_x\,(x_2)\mathbf{T}_z\,(z_2)\mathbf{T}_{\varphi_x}\,(\varphi_{x_2})\mathbf{T}_{\varphi_z}\,(\varphi_{z_2})\mathbf{T}_{\varphi_y}\,(\vartheta_3)$$

$$\mathbf{T}_{34} = \mathbf{T}_y\,(y_3)\mathbf{T}_z\,(z_3)\mathbf{T}_{\varphi_y}\,(\varphi_{y_3})\mathbf{T}_{\varphi_z}\,(\varphi_{z_3})\mathbf{T}_{\varphi_x}\,(\vartheta_4)$$

$$\mathbf{T}_{45} = \mathbf{T}_x\,(x_4)\mathbf{T}_z\,(z_4)\,\mathbf{T}_{\varphi_x}\,(\varphi_{x_4})\mathbf{T}_{\varphi_z}\,(\varphi_{z_4})\,\mathbf{T}_{\varphi_y}\,(\vartheta_5)$$

$$\mathbf{T}_{56} = \mathbf{T}_x\,(x_5)\mathbf{T}_y\,(y_5)\,\mathbf{T}_{\varphi_x}\,(\varphi_{x_5})\mathbf{T}_{\varphi_y}\,(\varphi_{y_5})\,\mathbf{T}_{\varphi_z}\,(\vartheta_6)$$

V poslední zavedené souřadnicové soustavě, v které je připevněn koutový odražeč, píšeme polohu koncového bodu odražeče (funkční bod odražeče, který byl měřen pomocí LT)

$$\mathbf{r}_{6B} = [x_{6B}, y_{6B}, z_{6B}]^T.$$

Celkový popis koncového bodu je pak dán

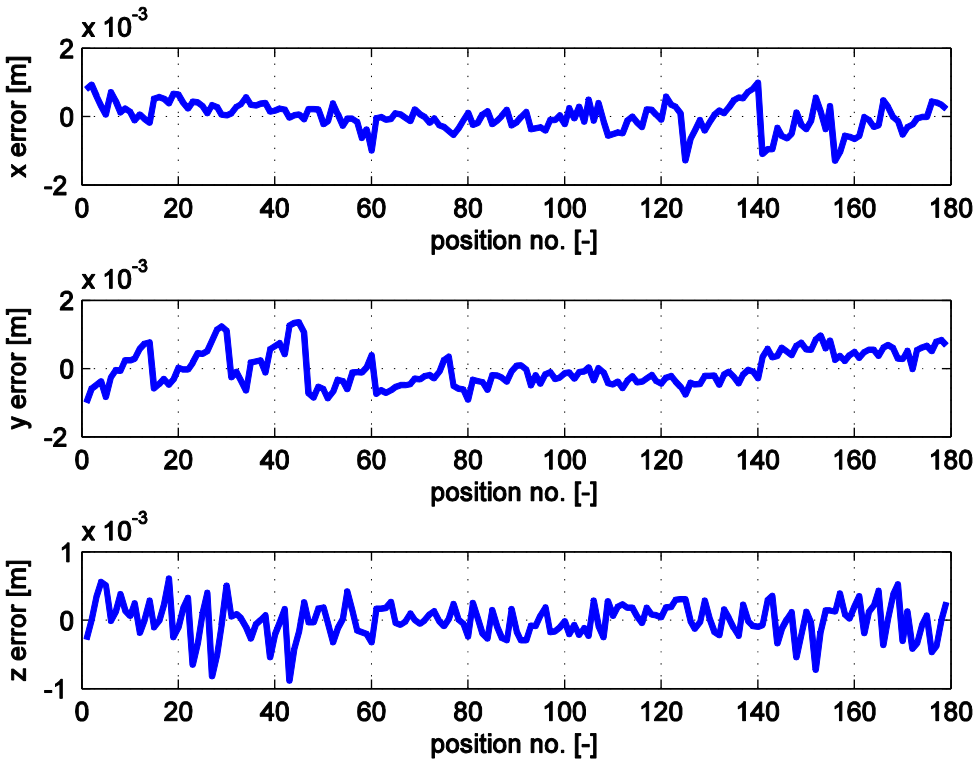
$$\mathbf{r}_{1B} = \mathbf{T}_{01}\mathbf{T}_{12}\mathbf{T}_{23}\mathbf{T}_{34}\mathbf{T}_{45}\mathbf{T}_{56}\mathbf{r}_{6B}.$$

Předmětem měření (vnitřní ovládané a zároveň měřené úhly robota) jsou $\vartheta_1 - \vartheta_6$ a měřené souřadnice LT (vnější měření koncového bodu) *x*, *y* a *z*. Celkově měříme devět parametrů.

Předmětem kalibrace jsou parametry přechodů souřadnicových soustav a souřadnice koncového bodu odražeče. Pro každý přechod souřadnicové soustavy jsou potřeba čtyři parametry (viz Obr. 15 a jeho slovní okomentování). Pro určení koncového bodu potřebujeme tři parametry (již uvedeny jako x_{6B}, y_{6B} a z_{6B}). Celkově dostáváme 27 parametrů, které budou kalibrovány. Všechny parametry jsou uvedeny v Tab. 12 níže ve sloupci zkalibrované parametry (v kapitole Výsledky kalibrací).

5.2. Výsledky kalibrací

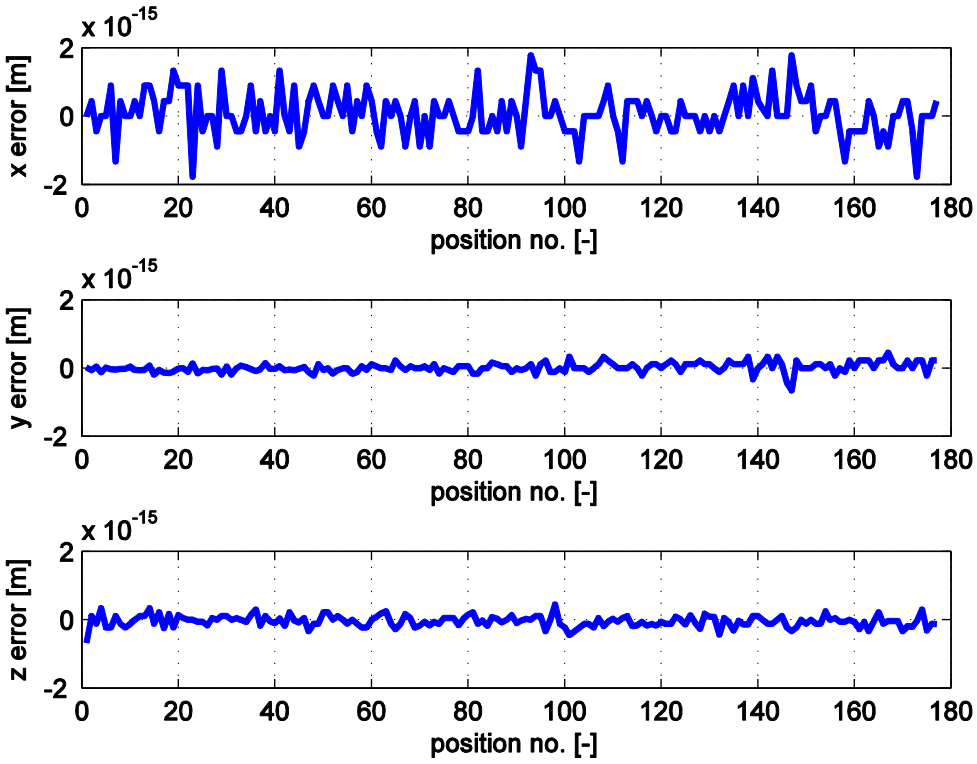
Nejprve byla použita původní metoda kalibrace. Graf reziduí je na Obr. 16 níže.



Obr. 16 – graf reziduí původní kalibrace robota

Na Obr. 16 vidíme, že se rezidua pohybují řádově okolo 10^{-3}. *Pozn. Při různých naměřených datech byl graf reziduí původní kalibrace téměř shodný, proto zde uvádím jen jeden graf.* Pro kalibraci byly použity dvoje data – data 1 a data 2. Výsledky kalibrace z obou dat jsou uvedeny v Tab. 12.

Dále byla použita nová metoda kalibrace. Graf reziduí je na Obr. 17.



Obr. 17 – graf reziduí nové metody kalibrace robota

U nové metody kalibrace na Obr. 17 je patrné, že opět metoda funguje stejně jako u modelového případu. Tedy, že rezidua jsou pro všechny polohy nula. *Pozn. Pro všechna použitá data při použití nové metody kalibrace dostáváme téměř identické grafy. Rezidua jsou řádově 10^{-16}, což považujeme za 0. Uveden je zde pouze jeden graf pro obě uvažovaná data – data 1 a data 2 (stejná data jako pro původní kalibraci).*

Pro nastavení kovariančních matic byla uvažována přesnost čidel daná výrobcem robota a výrobcem LT. Výsledky obou kalibrací pro dvoje naměřená data jsou uvedena v Tab. 12 níže. Pro porovnání obou metod byl zvolen následující postup. Výsledky (zkalibrované parametry) z dat 1 a dat 2 jsou od sebe odečteny (výsledky data 1 – výsledek data 2), takto dostáváme rozdíl (v ideálním případě by byl rozdíl roven 0 a zkalibrované parametry by se sobě pro obě sady dat nelišily). Nyní máme rozdíly všech 27 parametrů původní a nové metody kalibrace. V posledním kroku od sebe tyto rozdíly odečteme (rozdíl původní kalibrace – rozdíl nové kalibrace) a předpokládáme kladné hodnoty (rozdíl parametrů nové kalibrace je menší než rozdíl parametrů původní kalibrace).

Zkalibrované parametry	Nová kalibrace		Původní kalibrace		Rozdíly		Rozdíl rozdílů
	Data 1	Data 2	Data 1	Data 2	Nov. kal.	Pův. kal.	
x_0 [mm]	3,52138	-3,31058	3,52101	-3,31042	6,83195	6,83142	-0,00053
y_0 [mm]	1,04426	0,37378	1,04415	0,37346	0,67048	0,67069	0,00021
φ_{x0} [rad]	-0,25118	0,25944	-0,25128	0,25940	-0,51062	-0,51067	-0,00005
φ_{y0} [rad]	-0,01019	-0,02966	-0,01016	-0,02965	0,01947	0,01949	0,00002
x_1 [mm]	-0,14854	0,15266	-0,14870	0,15224	-0,30119	-0,30094	0,00025
z_1 [mm]	-0,28544	-0,24680	-0,28540	-0,24686	-0,03864	-0,03853	0,00011
φ_{x1} [rad]	-0,00025	-0,00128	-0,00038	-0,00157	0,00103	0,00119	0,00016
φ_{z1} [rad]	3,15900	-0,19097	3,15888	-0,19064	3,34996	3,34952	-0,00044
x_2 [mm]	0,00174	0,00201	0,00179	0,00229	-0,00027	-0,00050	-0,00023
z_2 [mm]	0,61487	0,61557	0,61487	0,61554	-0,00070	-0,00067	0,00004
φ_{x2} [rad]	0,00310	-0,00065	0,00306	-0,00058	0,00375	0,00363	-0,00012
φ_{z2} [rad]	0,00042	-0,00188	0,00043	-0,00214	0,00231	0,00257	0,00026
y_3 [mm]	-0,00038	-0,02663	-0,00009	-0,02669	0,02625	0,02660	0,00035
z_3 [mm]	0,20305	0,19837	0,20318	0,19810	0,00467	0,00508	0,00040
φ_{y3} [rad]	0,00414	0,00172	0,00458	0,00126	0,00243	0,00333	0,00090
φ_{z3} [rad]	0,00099	-0,00266	0,00073	-0,00238	0,00366	0,00311	-0,00055
x_4 [mm]	0,64067	0,64007	0,64059	0,64004	0,00061	0,00054	-0,00006
z_4 [mm]	-0,00196	0,00120	-0,00191	0,00119	-0,00315	-0,00310	0,00005
φ_{x4} [rad]	0,00046	0,00051	0,00061	0,00013	-0,00006	0,00048	0,00054
φ_{z4} [rad]	-0,00471	0,00900	-0,00453	0,00900	-0,01371	-0,01353	0,00018
x_5 [mm]	0,03096	0,03180	0,03043	0,03249	-0,00084	-0,00207	-0,00122
y_5 [mm]	-0,00329	-0,00135	-0,00310	-0,00249	-0,00194	-0,00061	0,00134
φ_{x5} [rad]	0,01310	-0,00540	0,01239	-0,00223	0,01850	0,01462	-0,00388
φ_{y5} [rad]	-0,00070	0,00838	-0,00217	0,01037	-0,00909	-0,01254	-0,00345
x_{6B} [mm]	0,02506	0,01989	0,02475	0,01972	0,00517	0,00504	-0,00013
y_{6B} [mm]	-0,07128	-0,06581	-0,07132	-0,06558	-0,00547	-0,00574	-0,00027
z_{6B} [mm]	-0,34905	-0,35174	-0,34908	-0,35155	0,00270	0,00246	-0,00023

Tab. 12 – zkalibrované parametry původní a novou kalibrací, jejich rozdíly pro dvoje naměřená data a rozdíl rozdílů původní a nové kalibrace

V Tab. 12 vidíme, že ve sloupci rozdíl rozdílu jsou zastoupeny jak kladné, tak záporné hodnoty. Nová metoda kalibrace zde tedy nefunguje tak, aby byl rozdíl parametrů vždy menší. Nemůžeme jednoznačně říci, že nová metoda zde funguje lépe. Je ovšem potvrzeno, že nová metoda funguje i na reálných datech a velmi se blíží původní metodě kalibrace. Jsme tedy schopni robota novou metodou zkalibrovat. *Pozn. Vzhledem k velké přesnosti čidel, které udává výrobce, je očekávatelné, že obě metody fungují podobně. Zkoušel jsem různá nastavení kovariančních matic a pokaždé dostal mírně odlišné výsledky. Pro úplně nesprávné nastavení jsem očekávatelně dostal výsledky úplně rozdílné. Je ovšem těžké výsledky porovnávat a určit, které jsou „správnější“, protože přesné rozměry neznáme.*

6. Závěr

Hlavním cílem této práce bylo naprogramování nové metody kalibrace, ověření její funkčnosti a aplikace metody na reálného robota (robotické rameno).

Na začátku jsem se seznámil s původní verzí kalibrace v kapitole Základní algoritmus kalibrace. Poznal jsem strukturu metody, její matematické odvození. Dále následovalo nastudování nové metody kalibrace, která představovala zahrnutí vlivu chyb čidel (žádné měření není přesné a vždy je zatíženo chybou). Seznámení s metodou je popsáno v kapitole Kalibrace s uvažováním chyb čidel. Po nastudování teorie obou metod (zejména matematických částí) jsem v programu Matlab vytvořil program pro původní i novou verzi kalibrace (všechny programy jsou v příloze na CD).

Následovalo ověření funkčnosti nové metody. K tomu byl použit model, který je popsán v kapitole Popis modelu. Pro ověření byly uvažovány různé případy použitých dat, které obsahovaly různé rozsahy kloubů modelu a různě zachybovaná čidla. Výsledky a porovnání kalibrací jsou uvedeny v kapitole Výsledky obou metod. Celkově bylo ověřeno, že nová metoda fungovala pokaždé lépe a pro některé případy dokonce výrazně lépe. Porovnání bylo provedeno pomocí rozdílu zkalibrovaných parametrů obou metod a skutečných parametrů, které byly známé. *Pozn. Pro novou metodu kalibrace je vždy třeba nastavit správně kovarianční matice. V tomto modelovém případě bylo zachybování dat vždy známé, proto bylo možno matice nastavit tak, aby odpovídaly použitým datům.*

V poslední části práce byla nová metoda použita na experimentálních datech. Jednalo se o kalibraci robotického ramene. Nejprve bylo třeba popsat měřené robotické rameno. Tento popis je uveden v kapitole Kinematický popis robota. Použití obou kalibrací je pak uvedeno v kapitole Výsledky kalibrací. *Pozn. Bylo třeba sestavit nové programy pro kalibraci robota, které jsou též uvedeny v příloze na CD*. Robotické rameno se podařilo zkalibrovat původní i novou kalibrací. Kovarianční matice pro novou metodu byly nastaveny dle udávané přesnosti čidel výrobce robota a výrobce LT (Laser Tracker – zařízení pro laserové měření vzdáleností). Výsledky obou metod se od sebe lišily jen málo. Obě metody fungovaly tedy velmi podobně, což se dá vysvětlit velkou přesností použitých čidel. Po dokončení této části práce byly všechny cíle splněny.

7. Literatura

[1] Z. Šika, V. Hamrle, M. Valášek and P. Beneš, "CALIBRABILITY AS ADDITIONAL DESIGN CRITERION OF PARALLEL KINEMATIC MACHINES," *Mechanism and Machine Theory,* vol. 50, pp. 48-63, 2012.

[2] J. M. Hollerbach, C. W. Wampler a . A. Tatsuo, „An Implicit Loop Method for Kinematic Calibration and Its Application to Closed-Chain Mechanisms," *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION,* pp. 710-724, October 1995.

[3] P. Beneš, V. Petrík, Z. Šika a M. Valášek, *Calibration using two Laser Trackers LEICA AT901 MR*, 2014, p. 5.

[4] M. robotics, *TECHNICAL SPECIFICATIONS, www.motoman.cz,* 2011, [online 10-06-2016].

[5] M. Valášek a V. Stejskal, *Kinematics and dynamics of machinery,* 270 Madison Avenue, New York, United State of America: Marcel Dekker, Inc., 1996.