

Posudek oponenta bakalářské práce

Steinerův bod a jeho fuzzy zobecnění

Ondřej Benedikt

oponent: Ing. Milan Petřík, Ph.D.

pracoviště: ČZU, Technická fakulta, Katedra matematiky

adresa: Kamýcká 129, 165 21 Praha 6 - Suchbátka

Bakalářská práce Ondřeje Benedikta se zabývá tzv. Steinerovým bodem a jeho zobecněním pro fuzzy množiny.

Steinerův bod je (vedle např. těžiště) jedna z možností výpočtu středu konvexního tělesa a má (narozdíl od těžiště) zajímavé a důležité geometrické vlastnosti; je například kompatibilní s Minkowského součtem, což umožňuje jeho neměnnost, pokud konvexní těleso například rovnoměrně „bobtná“.

Práce mě velmi překvapila především svou přehledností, dobrou čitelností, názorností, vysokou odbornou kvalitou a samostatným přínosem, díky čemuž vysoce předčí to, co bych očekával od běžné bakalářské práce.

Úvodní, teoretická část práce vychází ze zobecnění Steinerova bodu pro konvexní fuzzy množiny tak, jak bylo navrženo Vetterleinem a Navarou v roce 2006¹.

Těžištěm práce je porovnání Steinerova bodu klasické (ostré) podmnožiny reálné roviny \mathbb{R}^2 se zobecněným Steinerovým bodem fuzzifikace té samé podmnožiny. Jako testovací podmnožina je zvolen půlkruh a fuzzifikace je provedena pomocí konvoluce s kruhovým jádrem, což je klasická podmnožina \mathbb{R}^2 vymezená kruhem se středem v počátku, a pomocí konvoluce s gaussovským jádrem, což je funkce hustoty normálního rozdělení pravděpodobnosti dvou-rozměrné náhodné veličiny.

Vzhledem k tomu, že zobecněný Steinerův bod se vypočítá jako vážený průměr Steinerových bodů (vybraných) alfa-řezů dané fuzzy množiny, je vznesena otázka, jak nastavit váhy tak, aby zobecněný Steinerův bod fuzzifikované množiny vyšel stejně jako Steinerův bod původní klasické množiny.

Protože je výpočet Steinerova bodu postaven na výpočtu určitého integrálu a protože testovací fuzzy množiny jsou uloženy v paměti počítače a tudíž reprezentovány diskrétně, je v práci věnována velká pozornost numerickým metodám integrace. Je navrženo a provedeno porovnání běžných

¹Th. Vetterlein and M. Navara, Defuzzification using Steiner points, Fuzzy Sets and Systems **157** (11), 1455–1462, 2006.

metod numerické integrace pro kruhovou a půlkruhovou množinu; ze Simpsonovy a Rombergovy metody je nakonec zvolena metoda Rombergova.

V poslední kapitole je nakonec proveden výpočet Steinerova bodu pro půlkruh fuzzifikovaný kruhovým a gaussovským jádrem. Jako výsledek vychází, že zobecněný a klasický Steinerův bod budou stejné, pokud všechny váhy budou nulové s výjimkou váhy přiřazené nulovému řezu.

Dosažený výsledek, že nejlepší zobecněný Steinerův bod dostaneme jako Steinerův bod nulového řezu, se může jevit jako překvapivě triviální, ale má své opodstatnění. Jednak je cenné už samotné pozorování, že zobecněný Steinerův bod se od klasického vzdaluje tím více, čím větší váhu přikládáme nenulovým řezům a jednak je namísto otázky, zda kritérium, které bylo zvolené na začátku práce, je nejvhodnější. Nevidím totiž důvod, proč by se měl zobecněný Steinerův bod fuzzifikované množiny shodovat se Steinerovým bodem množiny klasické. Fuzzy množiny dávají mnohem více informace, než množiny klasické a dá se tedy očekávat, že to ovlivní i polohy jejich středů. Proto navrhuji přemýšlet nad dalšími relevantními kritérii pro váhy zobecněných Steinerových bodů.

Dále mě napadá tato změna původní otázky, která by mohla najít uplatnění v dalším výzkumu: Pomocí jakého konvolučního jádra musíme (např. půlkruhovou) klasickou množinu fuzzifikovat, aby její Steinerův bod (např. při rovnoměrném rozdělení vah) zůstal stejný? Jinak řečeno: Které typy rozostření zachovají daný zobecněný Steinerův bod?

Práce je celkově na velmi dobré odborné i technické úrovni a přináší dobře čitelný a pochopitelný úvod do problematiky výpočtu zobecněného Steinerova bodu. Oceňuji především velmi podrobný, pečlivý a názorný rozbor možností fuzzifikace a numerické integrace podpořený velkým množstvím přehledných obrázků, grafů a příloh. Konstatuji, že všechny dílčí úkoly, které jsou uvedené v zadání bakalářské práce, byly splněny. Ondřej Benedikt, podle mého názoru, dokázal více než dostatečně, že je schopný kvalitní samostatné inženýrské práce a že mu má být udělen titul Bc.

Navrhuji hodnocení známkou: **výborně (A)**

Praha, 9. června 2016

Ing. Milan Petřík, Ph.D.

Poznámky k textu:

- V případě kruhového jádra odpovídá nulový řez Minkowského součtu původní množiny a daného kruhového jádra. Lze tedy i z teorie očekávat, že Steinerův bod nulového řezu bude shodný se Steinerovým bodem původní množiny.
- V případě příkladů (ne)konvexních množin na obrázku 2.2 rozumím záměru autora, ale příklady jsou trochu matoucí v tom, že v prvních dvou případech se jedná o podmnožiny \mathbb{R}^2 a ve třetím a čtvrtém případě to jsou (fuzzy) podmnožiny \mathbb{R} .
- V textu je nekonzistentně používáno dvojí různé značení uzavřených reálných intervalů, $\langle a, b \rangle$ a $[a, b]$, které se navíc plete se značením pro skalární součin.
- Pojmenování funkcí *Pred* a *Anc* není vhodné, protože v prvním případě je to zkratka pro předchůdce a ve druhém případě pro předka. Vhodnější by bylo *Pred* a *Succ*.
- Na začátku kapitoly 6 je vhodné specifikovat, odkud se vzalo i ve výrazu 2^i .
- Na obrázku 6.7 je možné spočítat pomocí úseče (a trojúhelníka a obdélníka) i oblast II.