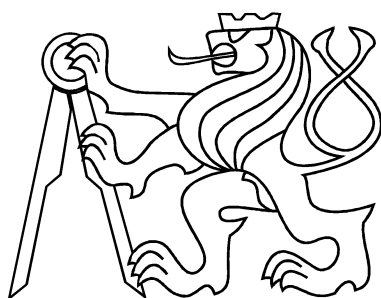


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ
ÚSTAV MECHANIKY, BIOMECHANIKY A MECHATRONIKY
Odbor pružnosti a pevnosti



Diplomová práce

Návrh a analýza rámu horského kola
z uhlíkového kompozitu

Praha, 2015

Jan Čapek

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a použil pouze podklady uvedené v příloženém seznamu literatury.

V Praze dne _____

podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval panu Ing. Ctiradu Novotnému, Ph.D. za vedení mé diplomové práce, za všechny rady a cenné připomínky při jejím zpracování. Dále bych chtěl poděkovat mé rodině a mým blízkým za podporu, kterou mi během tvorby této práce projevovali.

Anotační list

| | |
|---------------------------------|--|
| Jméno a příjmení autora: | Jan Čapek |
| Název diplomové práce: | Návrh a analýza rámu horského kola z uhlíkového kompozitu |
| Anglický název: | Design and analysis of mountain bike carbon composite frame |
| Akademický rok: | 2015/2016 |
| Ústav/odbor: | Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Odbor pružnosti a pevnosti |
| Vedoucí diplomové práce: | Ing. Ctirad Novotný, Ph.D |
| Bibliografické údaje: | Počet stran: 70 Počet obrázků: 64 Počet příloh: 5 (na CD) |
| Klíčová slova: | jízdní, kolo, rám, kompozit, návrh, analýza, optimalizace |
| Keywords: | bicycle, frame, composite, design, analysis, optimization |

Abstrakt:

Tato práce se zabývá návrhem a analýzou rámu jízdního kola z uhlíkového kompozitu. Na začátku jsou shrnuty metody testování rámu jízdních kol, technologie výroby rámu z kompozitu a metody modelování kompozitů pomocí metody konečných prvků. Následuje návrh skladby kompozitu vybraného rámu a analýza tuhosti i pevnosti. Poslední částí je optimalizace návrhu. Pro globální optimalizaci byl použit genetický algoritmus a pro následnou lokální optimalizaci simplexová metoda.

Abstract:

This Diploma thesis deals with design and analysis of mountain bike carbon composite frame. At the beginning we will concisely introduce today used test methods for bicycle frames, manufacturing technologies of carbon composite frames and FE analysis methods for composites. Next comes design of composite layup for chosen frame and then stiffness and strength analysis. Last section of this thesis is dedicated to optimization of layup. For global optimization a genetic algorithm was chosen, for consecutive local optimization a simplex method was used.

Význam použitých symbolů

| | | |
|---|--|------------------|
| A | práce | $[J]$ |
| \mathbf{A} | matice tahové tuhosti (pro metodu ABD) | $[N\ mm^{-1}]$ |
| \mathbf{B} | matice vazební tuhosti (pro metodu ABD) | $[N\ mm^{-1}]$ |
| \mathbf{C} | matice tuhosti (pro metodu ABD) | $[N\ mm^{-2}]$ |
| \mathbf{D} | matice ohybové tuhosti (pro metodu ABD) | $[N]$ |
| E | modul pružnosti izotropního materiálu | $[N\ mm^{-2}]$ |
| E_p | potenciální energie | $[J]$ |
| E_L | modul pružnosti v podélném směru L | $[N\ mm^{-2}]$ |
| E_T | modul pružnosti v příčném směru T | $[N\ mm^{-2}]$ |
| $E_{T'}$ | modul pružnosti v příčném směru T' | $[N\ mm^{-2}]$ |
| g | gravitační zrychlení | $[m\ s^{-2}]$ |
| G | modul pružnosti ve smyku izotropního materiálu | $[N\ mm^{-2}]$ |
| G_{LT} | modul pružnosti ve smyku ve směrech L,T | $[N\ mm^{-2}]$ |
| $G_{LT'}$ | modul pružnosti ve smyku ve směrech L,T' | $[N\ mm^{-2}]$ |
| $G_{TT'}$ | modul pružnosti ve smyku ve směrech T,T' | $[N\ mm^{-2}]$ |
| h | tloušťka laminátu | $[mm]$ |
| h_k | tloušťka k -té vrstvy laminátu | $[mm]$ |
| k | tuhost | $[N\ mm^{-1}]$ |
| k_{th} | torzní tuhost rámu - <i>Track holding rigidity</i> | $[N\ mm^{-1}]$ |
| k_{oos} | tuhost šlapacího středu - <i>Out-of-saddle rigidity</i> | $[N\ mm^{-1}]$ |
| \mathbf{k} | vektor křivostí střední plochy laminátu (pro metodu ABD) | |
| \mathbf{M} | matice momentů vztažených na jednotku délky (pro metodu ABD) | $[N]$ |
| m | hmotnost | $[kg]$ |
| \mathbf{N} | matice výslednic sil vztažených na jednotku délky (pro metodu ABD) | $[N\ mm^{-1}]$ |
| $O(x,y,z)$ | souřadnicový systém s počátkem O a osami x, y, z | |
| $O(L,T,T')$ | souřadnicový systém s počátkem O a osami L, T, T' | |
| P | hodnota cílové funkce | $[-]$ |
| \mathbf{Q} | matice mimoosové tuhosti (pro metodu ABD) | $[N\ mm^{-2}]$ |
| $S_{OOS} S_{TH}$ | příspěvek k hodnotě cílové funkce od tuhosti k_{oos} , k_{th} | $[-]$ |
| S_{TW} | příspěvek k hodnotě cílové funkce od míry poruchy | $[-]$ |
| \mathbf{S} | matice poddajnosti (pro metodu ABD) | $[mm^2\ N^{-1}]$ |
| TW | míra poruchy dle kritéria Tsai-Wu | $[-]$ |
| \mathbf{T}_ε | transformační matice pro deformaci | $[-]$ |
| \mathbf{T}_σ | transformační matice pro napětí | $[-]$ |
| $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ | zkosy v souřadnicovém systému $O(x,y,z)$ | $[-]$ |

| | | |
|--|---|----------------|
| $\varepsilon_L, \varepsilon_T, \varepsilon_{LT}$ | poměrná deformace v souřadnicovém systému $O(L,T,T')$ | [–] |
| $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ | poměrná deformace v souřadnicovém systému $O(x,y,z)$ | [–] |
| ε_m^o | vektor poměrné deformace střední roviny laminátu (pro metodu ABD) | [–] |
| Θ | úhel směru vláken | [deg] |
| $\nu_{xy}, \nu_{xz}, \nu_{yz}$ | Poissonova čísla (součinitele příčné kontrakce) v souřadnicovém systému $O(x,y,z)$ | [–] |
| $\nu_{LT}, \nu_{LT'}, \nu_{T'T'}$ | Poissonova čísla (součinitele příčné kontrakce) v souřadnicovém systému $O(L,T,T')$ | [–] |
| $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xz}$ | složky normálového napětí v souřadnicovém systému $O(x,y,z)$ | $[N\ mm^{-2}]$ |
| $\sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$ | složky smykového napětí v souřadnicovém systému $O(x,y,z)$ | $[N\ mm^{-2}]$ |
| $\sigma_L, \sigma_T, \sigma_{LT}$ | normálové napětí ve směru vláken, kolmo na vlákna a smykové napětí | $[N\ mm^{-2}]$ |

Obsah

| | |
|---|-----------|
| 1 Úvod | 11 |
| 2 Cíle | 12 |
| 3 Rešerše přístupů ke stavbě a analýze rámu horského kola z uhlíkového kompozitu | 12 |
| 3.1 Testování rámu jízdních kol | 13 |
| 3.2 Použití kompozitů v konstrukci jízdních kol | 19 |
| 3.3 Přehled technologií výroby rámu kol | 20 |
| 3.4 Analýza kompozitových konstrukcí | 23 |
| 4 Návrh a analýza skladby uhlíkového kompozitu pro rám v podobě monokoku. | 29 |
| 4.1 Zadání a předpoklady | 29 |
| 4.2 Požadavky na konstrukci | 29 |
| 4.3 Návrh skladby kompozitu | 35 |
| 4.4 MKP analýza návrhu | 37 |
| 5 Optimalizace skladby kompozitu | 48 |
| 5.1 Příprava MATLAB funkce | 48 |
| 5.2 Globální optimalizace | 53 |
| 5.3 Lokální optimalizace | 57 |
| 5.4 Výsledky | 59 |
| 6 Závěr | 67 |
| 7 Literatura | 68 |
| 8 Přílohy | 70 |

Seznam obrázků

| | |
|--|----|
| 1.1 RB IQ 275 (www.race-bike.cz) | 11 |
| 1.2 Maketa RB IQC 275 (Adam Šimeček) | 11 |
| 3.1 Schéma celoodpruženého kola | 12 |
| 3.2 Zkouška rázem (padající závaží) (EN 14766 [15]) | 14 |
| 3.3 Zkouška rázem (padající rám) (EN 14766 [15]) | 15 |
| 3.4 Únavová zkouška šlapacími sílami (EN 14766 [15]) | 16 |
| 3.5 Únavová zkouška vodorovnými sílami (EN 14766 [15]) | 16 |
| 3.6 Únavová zkouška svislou silou (EN 14766 [15]) | 17 |
| 3.7 Měření <i>Track holding rigidity</i> www.efbe.de | 18 |
| 3.8 Měření <i>Out-of-saddle rigidity</i> www.efbe.de | 18 |
| 3.9 Řez rámem Santa Cruz carbon V10 www.pinkbike.com | 20 |

| | | |
|------|--|----|
| 3.10 | Forma s naskládaným prepregem [8] | 21 |
| 3.11 | Latexová jádra [8] | 21 |
| 3.12 | Detail spoje navíjených trubek [11] | 22 |
| 3.13 | Transformace souřadnicového systému | 24 |
| 3.14 | Systém ekvivalentních sil a momentů | 26 |
| 3.15 | <i>Conventional vs. continuum shell</i> (Abaqus 6.13 manual) | 28 |
| 3.16 | Síť laminátu s elementy <i>continuum solid</i> | 28 |
| 4.1 | Skořepinový model duralového rámu | 31 |
| 4.2 | Drátový model duralového rámu | 32 |
| 4.3 | Drátový model duralového rámu s vykreslenými profily trubek | 32 |
| 4.4 | Referenční směry | 36 |
| 4.5 | 3D model kompozitového rámu | 38 |
| 4.6 | Detail sedlových vzpěr | 39 |
| 4.7 | Detail sedlových vzpěr po zjednodušení | 39 |
| 4.8 | Detail kyvné vidlice | 39 |
| 4.9 | Detail kyvné vidlice po zjednodušení | 39 |
| 4.10 | Cylindrické souřadné systémy | 40 |
| 4.11 | Směr vláken vrstvy 45° na dolní trubce | 40 |
| 4.12 | Tvar koutu před úpravou | 41 |
| 4.13 | Tvar koutu po úpravě | 41 |
| 4.14 | Směr vláken vrstvy 90° výztuhy koutu | 41 |
| 4.15 | Uvažovaný systém napojení vrstev do formy | 41 |
| 4.16 | Vrstvy horní trubky | 42 |
| 4.17 | Vrstvy dolní trubky | 42 |
| 4.18 | Vrstvy sedlové trubky | 42 |
| 4.19 | Vrstvy hlavové trubky | 42 |
| 4.20 | Vrstvy výztuhy koutu | 42 |
| 4.21 | Vrstvy výztuhy horní trubky | 42 |
| 4.22 | Vrstvy výztuhy dolní trubky | 42 |
| 4.23 | Detail sítě v okolí hlavové trubky | 43 |
| 4.24 | Detail sítě v okolí šlapacího středu | 43 |
| 4.25 | Náraz | 45 |
| 4.26 | Symetrické přetížení šlapacího středu | 45 |
| 4.27 | Jednostranné přetížení šlapacího středu | 45 |
| 4.28 | Přetížení sedla | 45 |
| 4.29 | <i>Track holding rigidity</i> | 46 |
| 4.30 | <i>Out-of-saddle rigidity</i> | 46 |
| 4.31 | Detail patky zadní osy vazby Pin + Equation | 47 |
| 4.32 | Detail patky zadní osy pouze vazby Pin | 47 |

| | | |
|------|--|----|
| 5.1 | MATLAB funkce pro ohodnocení skladby | 48 |
| 5.2 | Sestavení vstupního vektoru | 49 |
| 5.3 | Závislosti příspěvků na výstupech MKP výpočtu | 53 |
| 5.4 | Schéma globální optimalizace genetickým algoritmem | 53 |
| 5.5 | Systém náhodného vícebodového křížení | 56 |
| 5.6 | Regiony | 59 |
| 5.7 | Referenční směry | 59 |
| 5.8 | Vývoj hodnoty cílové funkce při globální optimalizaci | 62 |
| 5.9 | Vývoj jednotlivých hodnocených výstupů v průběhu generací | 62 |
| 5.10 | Vývoj hodnoty cílové funkce při globální optimalizaci s ohledem pouze na tuhost | 63 |
| 5.11 | Vývoj jednotlivých výstupů při globální optimalizaci s ohledem pouze na tuhost | 63 |
| 5.12 | Vývoj hodnoty cílové funkce při globální optimalizaci s ohledem pouze na pevnost | 64 |
| 5.13 | Vývoj jednotlivých výstupů při globální optimalizaci s ohledem pouze na pevnost | 64 |
| 5.14 | Vývoj hodnoty cílové funkce při lokální optimalizaci | 66 |

Seznam tabulek

| | | |
|------|---|----|
| 4.1 | Porovnání různých přístupů k modelování rámu | 32 |
| 4.2 | Způsob modelování a požadované tuhosti | 33 |
| 4.3 | Citlivost tuhostí na tloušťku stěny | 34 |
| 4.4 | Návrh skladby kompozitu | 36 |
| 4.5 | Porovnání metod modelování laminátu | 37 |
| 4.6 | Materiálové vlastnosti jednosměrné vrstvy kompozitu | 39 |
| 4.7 | Materiálové vlastnosti slitiny 7020-T6 [16] | 40 |
| 4.8 | Sekvence kladení vrstev | 43 |
| 4.9 | Zhodnocení vlivu vazeb <i>MPC Equation</i> | 46 |
| 4.10 | Výsledné tuhosti a pevnosti prvotního návrhu | 47 |
| 5.1 | Výsledky globální optimalizace | 60 |
| 5.2 | Výsledky lokální optimalizace | 65 |

1 Úvod

Téma této práce bylo sestaveno ve spolupráci se společností Race Bike s. r. o., zabývající se výrobou jízdních kol od silničních po sjezdové. Rámy všech těchto kol pod značkou RB jsou v současnosti (2015) vyráběny z trubek a frézovanců z duralu (přesněji řečeno z hliníkové slitiny 7020). Stejně jako výrobci v jiných odvětvích, ani v Race Bike se nespokojí s pouhým udržováním stávající produkce. Na vývoji se pracuje neustále a v různých směrech. Jedna ze zvažovaných variant posunu společnosti je i výroba rámu kol z uhlíkového kompozitu.

Prvním krokem v tomto směru byla diplomová práce Adama Šimečka na Vysoké škole uměleckoprůmyslové v Praze [3]. V rámci jeho práce vznikl designový návrh celoodpruženého horského kola RB IQC 275 - varianty zavedeného modelu IQ s hlavním trojúhelníkem rámu z uhlíkového kompozitu a koly velikosti 27,5". Maketa kompozitového IQC 275 je na obrázku 1.2, stávající model IQ 275 z duralu na obrázku 1.1.



Obrázek 1.1: RB IQ 275
(www.race-bike.cz)



Obrázek 1.2: Maketa RB IQC 275
(Adam Šimeček)

Má diplomová práce na návrh Adama Šimečka přímo navazuje a dává si za cíl pojmout základní návrhové výpočty tuhosti i pevnosti. Konstrukční stránkou vývoje se tato práce nebude zabývat. Hlavním výstupem má být optimální návrh skladby kompozitu, která zajistí vyhovující tuhost a pevnost rámu.

2 Cíle

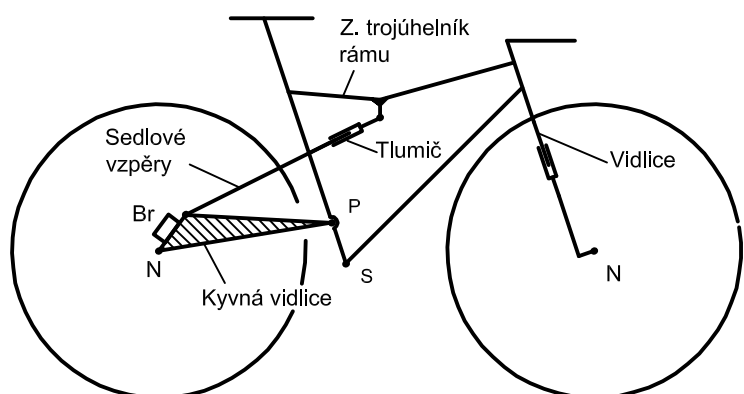
V této diplomové práci jsou stanoveny následující cíle:

1. Provést rešerši přístupů ke stavbě a analýze rámu horského kola z uhlíkového kompozitu.
2. Navrhnout a analyzovat skladbu uhlíkového kompozitu pro rám v podobě monokoku (prvotní návrh).
3. Navrženou skladbu optimalizovat z hlediska namáhání konstrukce.
4. Dosažené výsledky komentovat.

3 Rešerše přístupů ke stavbě a analýze rámu horského kola z uhlíkového kompozitu

Pro lepší orientaci bude dobré na úplném začátku vymezit pojmy používané na stránkách této práce. Na obrázku 3.1 jsou popsány části rámu celoodpruženého kola tak, jak budou nadále označovány. Označeny jsou navíc body Br, N, P a S. Ty značí:

- **Br:** Brzdový třmen zadního kola
- **N:** náboj předního / zadního kola
- **P:** Hlavní čep (Pivot)
- **S:** Šlapací střed



Obrázek 3.1: Schéma celoodpruženého kola

3.1 Testování rámu jízdních kol

Před tím, než bude možné hovořit o kompozitech v konstrukci jízdních kol, je třeba si shrnout, jaké nároky na jízdní kolo vlastně klademe. Jelikož je jízdní kolo především dopravní prostředek, je nutné, aby svou funkci plnilo při zachování dostatečné míry bezpečnosti. Minimální požadavky stanovuje pro území České republiky vyhláška Ministerstva dopravy č. 341/2002 sb. v příloze č.13. V té se ale hovoří jen o nutnosti vybavení kola brzdami, odrazkami, světly a ochrannými prvky zamezujícími poranění o ostré hrany. „Bezpečnostní a funkční požadavky pro konstrukci, montáž a zkoušení jízdních kol a dílčích sestav, které jsou určeny pro použití na nerovném terénu mimo komunikace“ stanovovala do 1.2.2015 evropská norma ČSN EN 14766 [15]. Tu od zmíněného data nahradila skupina norem ČSN EN ISO 4210. V této práci bude z důvodu zavedenosti normy odkazováno na původní EN 14766. Kromě metod popsanych v normě existují další metody využívané pro komerční testování. Některé z nich budou níže také popsány.

3.1.1 Testování pevnosti

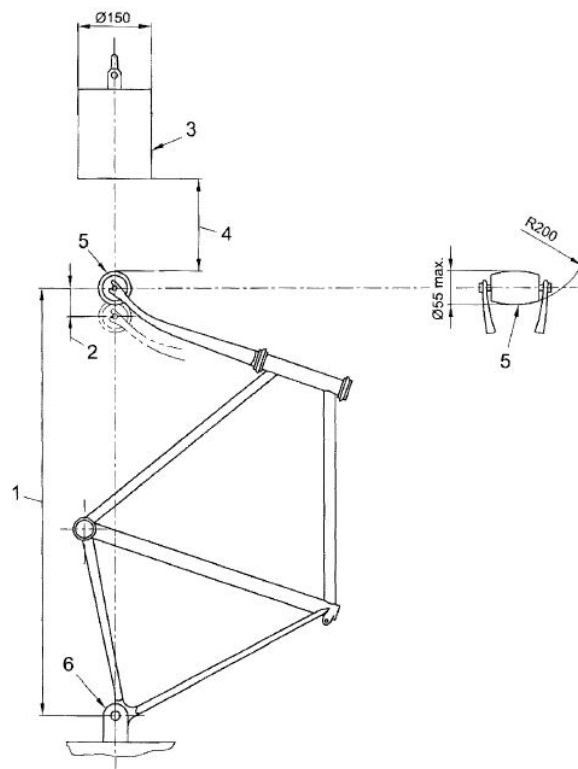
Požadavky a testovací metody pro rámy jsou v normě EN 14766 [15] popsány v kapitole 4.8, která se dále dělí na:

- 4.8.1 - Odpružené rámy – Zvláštní požadavky
- 4.8.2 - Sestava rámu a přední vidlice – Zkouška rázem (padající závaží)
- 4.8.3 - Sestava rámu a přední vidlice – Zkouška rázem (padající rám)
- 4.8.4 - Rám – Únavová (dynamická) zkouška šlapacími silami
- 4.8.5 - Rám – Únavová (dynamická) zkouška vodorovnými silami
- 4.8.6 - Rám – Únavová (dynamická) zkouška svislou silou

Z komerčních testovacích metod uvedeme dvě z nabídky německé firmy EFBE Pruftechnik GmbH., a to:

- Zkouška symetrickým přetížením šlapacího středu
- Zkouška jednostranným přetížením šlapacího středu

Zkouška rázem (padající závaží) Nejdůležitějšími zkouškami soustavy rám-vidlice jsou zkoušky rázem. První z nich, zkouška padajícím závažím, simuluje čelní náraz kola do překážky. Rám jízdního kola je společně s vidlicí upnut ve svislé poloze za osu zadního kola a na osu předního kola je z výšky 360 mm spuštěno volným pádem závaží o hmotnosti 22,5 kg. U sestavy nesmí dojít ke vzniku viditelné trhliny a trvalá změna vzdálenosti os předního a zadního kola

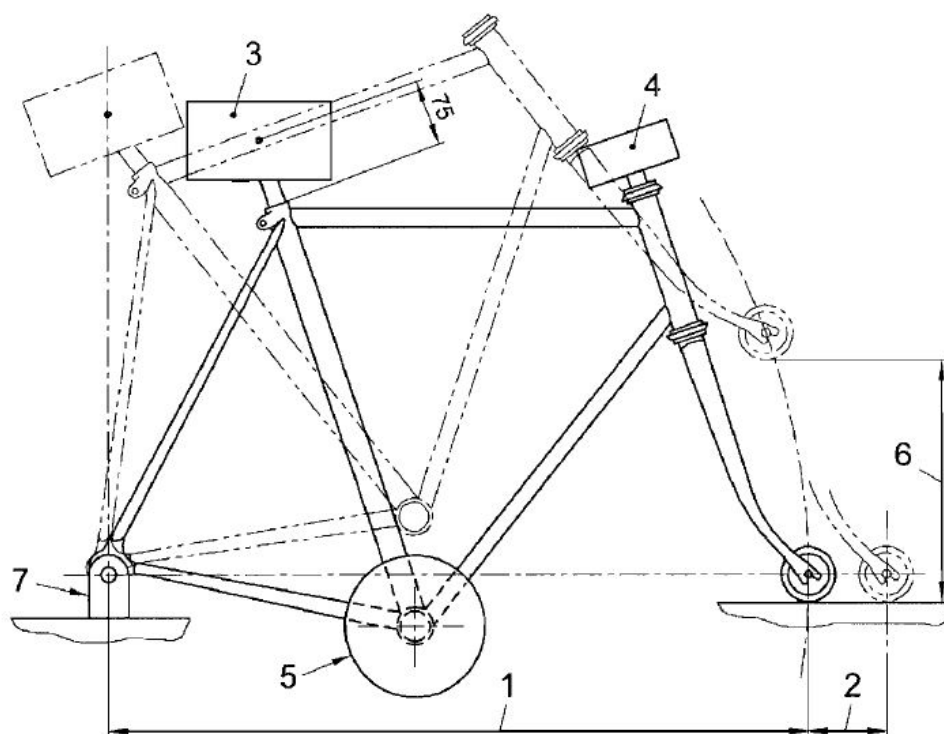


Obrázek 3.2: Zkouška rázem (padající závaží)
(EN 14766 [15])

nesmí být větší než 30 mm (v případě použití vidlice) nebo 10 mm (při nahrazení vidlice ocelovou tyčí). Prvky odpružení jsou pro zkoušku zamčeny nebo nahrazeny tuhými elementy. Schéma zkoušky je na obrázku 3.2.

Zkouška rázem (padající rám) Druhá zkouška rázem simuluje seskok kola s cyklistou z vyvýšené překážky. Rám s vidlicí je uchycen rotačně za zadní náboj a je osazen závažími nahrazujícími jezdce - v místě šlapacího středu 50 kg, v místě sedla 30 kg a v místě řídítek pak 10 kg. Takto osazená testovaná sestava se pootočí kolem zadního náboje tak, aby výška osy předního kola nad podložkou byla 300 mm a spustí se volným pádem na podložku. Při této zkoušce opět nesmí vzniknout viditelná trhlina a trvalá změna vzdálenosti os kol nesmí být větší než 60 mm. Vidlici tentokrát není možné nahradit ocelovou tyčí, možné je pouze zaměnit vidlici určenou k rámu za jinou, splňující požadavky normy EN 14766 [15]. Schéma zkoušky je na obrázku 3.3.

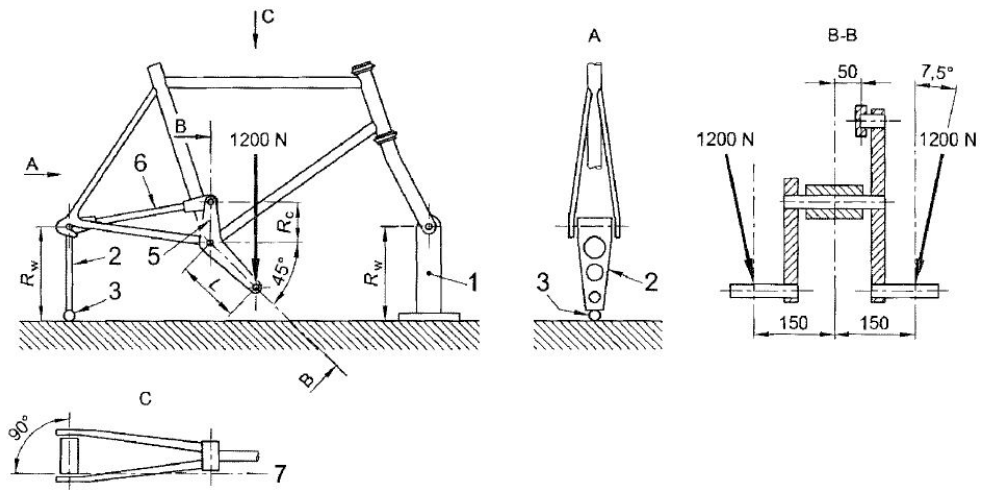
Únavová zkouška šlapacími silami Horská kola (ale nejen ta) jsou za provozu namáhána zatížením stochastického rázu. Zatížení se mění v čase v závislosti na profilu povrchu, na rychlosti a také na technice jízdy. Kolo musí takové namáhání vydržet po dobu své životnosti, která může být velice dlouhá a její přímé ověření je nemyslitelné. Proto se životnost rámu i dalších součástí ověřuje únavovou zkouškou, při které je standardní jízdní namáhání nahrazeno



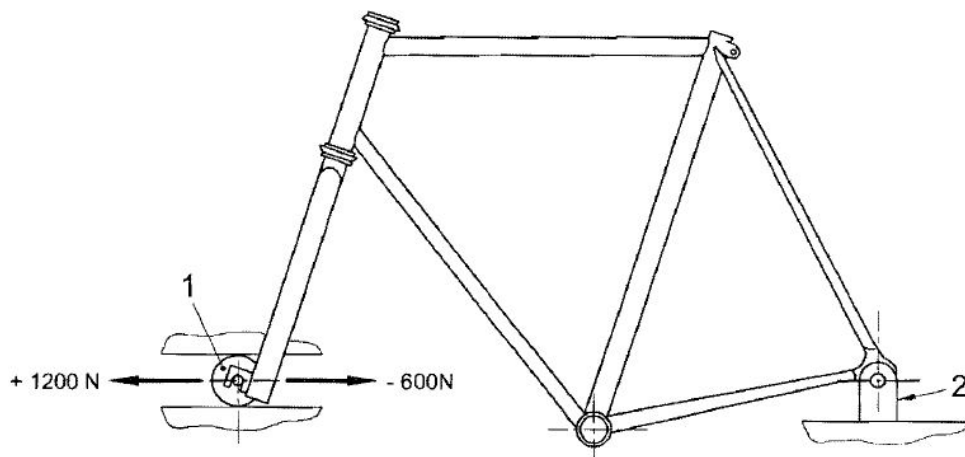
Obrázek 3.3: Zkouška rázem (padající rám)
(EN 14766 [15])

testovacím namáháním, zpravidla pravidelného periodického průběhu o vyšších amplitudách. Rám horského kola se podle EN 14766 [15] podrobuje třem takovým zkouškám. První z nich je únavová zkouška šlapacími silami. Osa předního kola je při této zkoušce uchycena pevně, ose zadního kola je umožněn realistický pohyb kolem bodu styku zadního kola s podložkou pomocí kulového kloubu. Pohonné ústrojí je nahrazeno přípravkem a přes něj je rám v místech pedálů zatěžován míjivými silami o maximální velikosti 1200 N. Během zkoušky trvající 100 000 cyklů se na rámu nesmí objevit žádná trhlina a nesmí dojít k lomu. U kompozitových rámu se výchylky v místě zatížení nesmí během zkoušky zvětšit o více jak 20%. Jeden cyklus přitom sestává z jednoho zatížení a odlehčení levého pedálu a jednoho zatížení a odlehčení pravého pedálu. Schéma zkoušky je vidět na obrázku 3.4.

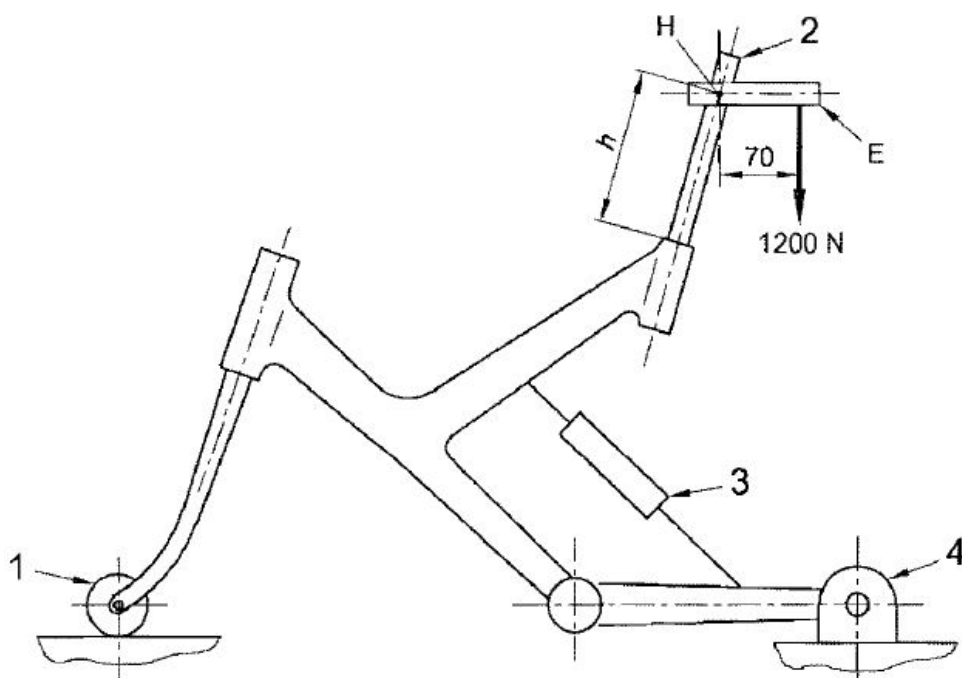
Únavová zkouška vodorovnými silami Druhá únavová zkouška ověřuje životnost rámu vůči vodorovným silám působícím na spojnicích os předního a zadního kola. Jde o únavovou obdobu zkoušky rázem padajícím závažím. Rám je při ní uchycen za zadní náboj ve vodorovné poloze a na přední náboj, jemuž je povolen pouze vodorovný pohyb, je zavedena nesymetricky střídavá síla. Její maximální velikost ve směru jízdy je 1 200 N, proti směru jízdy pak 600 N. Během zkoušky trvající 50 000 cyklů (maximální frekvencí 25 Hz) se nesmí objevit trhlina a nesmí dojít k lomu. U kompozitových rámu se výchylky v místě zatížení opět nesmí během zkoušky zvětšit o více jak 20%. Schéma zkoušky je na obrázku 3.5.



Obrázek 3.4: Únavová zkouška šlapacími silami
(EN 14766 [15])



Obrázek 3.5: Únavová zkouška vodorovnými silami
(EN 14766 [15])



Obrázek 3.6: Únavová zkouška svislou silou
(EN 14766 [15])

Únavová zkouška svislou silou Poslední zkouška ověřuje životnost rámu při namáhání sedícím jezdce. Pevně je při ní ukotven zadní náboj, přednímu je umožněn vodorovný pohyb. Do rámu je zasazena náhrada sedlovky se sedlem a na ní je zavedena svislá síla. Ta má míjivý charakter a maximální velikost 1 200 N. Zkouška má stejný rozsah jako předešlá, tedy 50 000 cyklů maximálně 25Hz, a opět se na rámu nesmí objevit trhlina ani lom. U kompozitových rámu zнову platí pro výchylku v místě zatížení maximální nárůst během zkoušky 20%. Schéma zkoušky je na obrázku 3.6.

Zkouška symetrickým přetížením šlapacího středu [10] S rozvojem extrémních disciplín cyklistiky přišly nové požadavky na pevnost rámu. Nejlepší sjezdoví jezdci světa dnes dokáží na kolech skákat do vzdálenosti až desítek metrů a ustát dopady po seskocích z výšek jednotek metrů. Přirozeně dochází i u nich k chybám a tak je možná situace, kdy jezdec s kolem padá z velké výšky na rovnou podložku. V tom okamžiku je rám namáhán velkými vertikálními silami působícími především v místech os kol a v místě šlapacího středu. K ověření, zda rám vydrží takovou situaci, se používá zkouška symetrickým přetížením šlapacího středu. Rám je při ní upevněn stejně jako při únavové zkoušce svislou silou (obrázek 3.6) a na šlapací střed je přivedena svislá síla dané velikosti. Tato velikost závisí na typu kola, jiné zatížení musí vydržet silniční kolo a jiné zase sjezdový speciál. Např. silniční kola musí pro získání nejvyššího osvědčení *Top performance* bez fatálního lomu vydržet zatížení 6000 N po dobu jedné sekundy.

Zkouška jednostranným přetížením šlapacího středu [10] Tato zkouška je v podstatě shodná se zkouškou předchozí, jen zatížení je aplikováno v místě jednoho pedálu v jeho nejnižší poloze a nikoliv svisle, nýbrž pod úhlem 26° směrem k rovině symetrie rámu. Simuluje se situace, kdy jezdec dopadá na kolo pouze jednou nohou. Velikost aplikované síly je přibližně poloviční oproti předchozí zkoušce.

3.1.2 Testování tuhosti

Na rozdíl od pevnostních zkoušek, nejsou tuhostní zkoušky nijak plošně normalizované. Tuhostní parametry konstrukce totiž ovlivňují bezpečnost provozu jízdního kola jen minimálně, navíc jejich porovnávání mezi rámy různých velikostí a geometrií je obtížné. Je k tomu zapotřebí stanovit celou metodologii a tu pak udržovat beze změn kvůli porovnávání starších výsledků s novými. Významnou institucí, která se měření tuhostí rámu jízdních kol věnuje, je německá EFBE Pruftechnik GmbH. Za dobu její existence se ustálil počet nabízených zkušebních metod na měření tuhosti na číslu dvě. První je měření *Track holding rigidity*, jakési torzní tuhosti rámu, která výrazně ovlivňuje stabilitu řízení při vyšších rychlostech. Druhou je *Out-of-saddle rigidity* - tuhost šlapacího středu. Ta vyjadřuje, jak moc se rám „kroutí“ při šlapání ze sedla, a tím i efektivitu přeměny energie vydané jezdcem na energii kinetickou.



Obrázek 3.7: Měření *Track holding rigidity*

www.efbe.de



Obrázek 3.8: Měření *Out-of-saddle rigidity*

www.efbe.de

Track holding rigidity [10] Při této zkoušce je rám upevněn v horizontální poloze za osu zadního kola a hlavová trubka je podepřena v polovině své délky. Vidlice je nahrazena tuhou náhradou v podobě ocelové trubky. Na konec této náhrady ve vzdálenosti 850 mm od středu hlavové trubky je zavedena svislá síla a také je zde měřena svislá výchylka. Z velikosti výchylky a síly je následně spočítána tuhost *Track holding rigidity*. Příklad měření je na obrázku 3.7.

Out-of-saddle rigidity [10] Při měření tuhosti šlapacího středu je rám upevněn stejně jako při únavové zkoušce šlapacími silami dle EN 14766 (viz obrázek 3.4). Pokud není testovaný rám prodáván v setu s vidlicí, je vidlice nahrazena tuhou náhradou. Ukotvení zadní stavby je provedeno tak, aby jí byl umožněn pohyb v rozsahu odpovídajícím běžnému provozu kola. Na šlapací střed je připevněna konzola, na kterou je ve vzdálenosti 150 mm od roviny symetrie rámu zavedena zátěžná síla. Ta není svislá, nýbrž svírá s rovinou symetrie rámu úhel 26° . V jejím směru se také měří výchylka. Z velikosti síly a výchylky se opět spočte tuhost. Fotografie z měření tuhosti *Out-of-saddle rigidity* je na obrázku 3.8.

3.2 Použití kompozitů v konstrukci jízdních kol

Motivací k použití kompozitů v konstrukcích je především možnost řídit jejich vlastnosti v různých směrech. Dalšími výhodami mohou být například vlastní tlumení materiálu nebo hmotnost. Vzhledem k tomu se jízdní kolo v průběhu svého mnohaletého vývoje přeměnilo z pouhého dopravního prostředku na stroj využívaný také k zábavě a výkonnostnímu sportu, je vylepšování jeho vlastností pomocí kompozitů zcela logickým krokem.

Všude, kde jsou na kole využity, šetří hmotnost. Například v případě ráfků z uhlíkového kompozitu je to hlavní faktor. Hmotnost rozložená na velkém poloměru totiž znamená velký moment setrvačnosti a tím i vyšší energetické nároky při akceleraci. V jiných případech, například u řidítek či sedlovky, je hlavním důvodem použití kompozitu jeho vlastní tlumení. Kompozit pohltí jemné vibrace, které neodfiltruje vidlice a tlumič, a které jsou pro cyklistu velice nepříjemné. Snížení komfortu se projevuje samozřejmě i na jeho výkonnosti. S výhodou se u těchto dílů využívá i možnost řídit vlastnosti kompozitu. Jak řídítka, tak sedlovka jsou prvky namáhané především ohybem. Kompozit přináší velké výhody právě u dílů, u kterých je zatížení dobře předvídatelné a jednostranné. Vrstvy jsou u nich pak skládány tak, aby vlákna sledovala tok napětí a tím byla jejich tuhost a pevnost nejlépe využita.

Řízeného kompozitu je často využíváno také u vidlic silničních kol. U těch je totiž s ohledem na hmotnost nemožné použít standardní odpružené vidlice, které by navíc při provozu nebyly často využity. Použití kompozitové vidlice tedy nepřinese pouze úsporu hmotnosti, ale při správné skladbě zajistí i dostatečné odpružení a tlumení. Při konstrukci vidlice je však nutné dodržet požadavky na ohybovou pevnost a torzní tuhost. Vidlice musí být pružná ve směrech, ve kterých zajistí pohlcení nerovností a zároveň velmi tuhá v jiných směrech, aby byla zajištěna stabilita i při vyšších rychlostech a prudkých manévrech. Návrhem a analýzou kompozitové vidlice se zabývá např. článek [6]. Součástí, která nejvíce ovlivňuje vlastnosti jízdního kola jako



Obrázek 3.9: Řez rámem Santa Cruz carbon V10
www.pinkbike.com

celku, je však rám, tudíž právě na něm se použitím kompozitu dá nejvíce získat. Zároveň je u něj ale pravděpodobně nejobtížnější navrhnout skladbu kompozitu. Na rám jsou totiž kladeny různé nároky jak tuhostní, tak pevnostní, a to mnohdy protichůdné. Někteří výrobci rámu provádějí složitá měření namáhání rámu za provozu (např [7]), aby získali podklady pro návrh. Jelikož jsou podobná měření časově i finančně náročná, získaná data si autoři chrání a uveřejňují pouze méně podstatné hodnoty. Využívanou alternativou je postupný vývoj s ověřováním vlastností v provozu jak prototypů, tak sériových rámu. Ať už je postup jakýkoliv, cílem je postavit rám, na kterém bude jen účelně rozmístěný materiál dodávající konstrukci všechny potřebné vlastnosti. Výsledkem může být rám, na kterém se tloušťka materiálu pohybuje od jednoho milimetru až po pět i více milimetrů (viz obrázek 3.9).

3.3 Přehled technologií výroby rámu kol

Vytvořit díl z vláknového kompozitu s reaktoplastickou matricí lze mnoha způsoby - od ruční laminace přes prepregy, navíjení, vakuové a lisovací metody, až po 3D tisk. Na technologii pak závisí i vlastnosti výsledného kompozitu, což je způsobeno především různým dosažitelným poměrem vláken a matrice.

Pro výrobu rámu jízdních kol jsou v současnosti využívány především dva způsoby:

- Výroba z prepregu skládaného na jádro či do negativní formy
- Výroba z navíjených trubek spojovaných různými způsoby

3.3.1 Výroba rámu z prepregu

Metodu s použitím prepregů preferují zpravidla větší výrobci rámu. Tato technologie umožňuje soustředit materiál přesně tam, kde je nejvíce potřeba. Navíc lze vytvářet neobvyklé tvary

rámů s různými průřezy trubek a vůbec atraktivním designem. První nevýhodou je nutnost výroby drahých ocelových forem, ve kterých je namísto autoklávu kompozit za zvýšených teplot lisován. Druhou nevýhodou je samotný prepreg, jenž se běžně dodává pouze s vysokopevnostními vlákny, vysokomodulová vlákna se nepoužívají. Problémem je i skladování prepregu. Role totiž musí být uskladněny v mrazácích, a přesto musí být spotřebovány v horizontu několika málo měsíců. To je pro malosériovou výrobu veliký problém.

Při výrobě rámů z prepregu lze rám vyrobit po částech, které jsou následně spojeny. Tímto způsobem vyrábí rámy firma Guru cycles, jak to popisuje [8]. To přináší tu výhodu, že některé části mohou být využity pro více velikostí rámu, nebo dokonce pro více modelů. Nevýhodou je jistě nutnost spojení jednotlivých dílů, čímž roste hmotnost a přibývá problém s pevností spoje. Otázkou také je, v kterých místech dělení realizovat. Jedni výrobci mají dělení v místech spojení trubek, jiní naopak uprostřed. Některé části rámu mohou být vyrobeny z kovu - většinou to jsou tvarově složitě díly nebo díly se závitmi, jako například patky pro uchycení osy zadního kola, závitové vložky ve šlapacím středu nebo vložky pro montáž hlavového složení. Tyto díly jsou do konstrukce buď vlepovány po vytvrzení kompozitu, nebo jsou použity jako součást jádra, na které se vrstvy kladou. Spojení pak vznikne při vytvrzování ve formě.



Obrázek 3.10: Forma s naskládaným prepregem [8]



Obrázek 3.11: Latexová jádra [8]

Jádro, na které jsou nástřihy z prepregu kladeny, bývá duté, z elastického materiálu jako je latex (viz obrázek 3.11). Před samotným vrstvením nástřihů se toto jádro naplní vhodnou substancí, aby bylo dostatečně tuhé, například skleněnými kuličkami. Po naskládání všech vrstev se vloží jádro se skladbou do podélně dělené formy, která se vloží do lisu a zahřeje na přibližně 130°C. Poté se do jádra přivede tlakový vzduch či kapalina (autor článku [8] uvádí 120 - 130 psi) a kompozit se „peč“ přibližně 30-40 minut. Časová sekvence teploty a tlaku samozřejmě závisí na doporučení výrobce prepregu, použitého na rámu. Po vytvrzení se z jádra vysypou kuličky a latexový balónek se také vytáhne.

Využívanou alternativou latexového jádra je pevné jádro, které se z rámu po vytvrzení odstraní pravděpodobně vytavením. Takový postup využívá např. výrobce Giant jak je vidět



Obrázek 3.12: Detail spoje navíjených trubek [11]

v [17]. Další variací je výroba celého rámu v jednom kuse. Firma Scott tento způsob používá u svých top modelů, jak je vidět v [18]. Je to tedy pravděpodobně nejdražší metoda (jsou potřeba velké ocelové formy), ovšem odstraňuje problém se spojováním částí rámu.

Místo skládání vrstev na jádro je možné využít i opačný způsob, jak to dělá výrobce Trek. Nástřihy jsou skládány do dvou polovin formy a spojeny jsou při vytvrzování. Způsob, jakým je zajištěna dostatečná pevnost spoje mezi oběma polovinami není z veřejně dostupných zdrojů patrný.

3.3.2 Výroba rámu z navíjených trubek

Druhou často využívanou technologií výroby kompozitového rámu je výroba z navíjených trubek. Největší výhodou této varianty je absence drahých ocelových forem ve výrobním postupu. Další výhodou je možnost nákupu trubek navíjených z vysokomodulových vláken a tudíž zvýšit tuhost celku. U navíjených trubek je také menší pravděpodobnost výskytu vady kompozitu - nehrozí zvlnění vrstvy, méně se vyskytují bublinky a téměř vyloučeno je nepropojení vrstev. Nevýhodou pak jsou nutné lepené spoje v místech, která jsou nejvíce namáhána, jako je spojení dolní rámové trubky s hlavovou trubkou. Tyto spoje se musí vyztužovat vícero vrstvami kompozitu a tím roste hmotnost. Další možnou nevýhodou v dnešní době může být poněkud méně atraktivní vzhled takového rámu.

Jeden ze způsobů stavby rámu popisuje malosériový kanadský výrobce back40 bicycleworks na svém blogu [11]. Nakoupené navíjené trubky spojuje tak, že po natvarování konců trubky v montážním přípravku poslepuje, okolí spojů vyplní tmelem a nakonec přelaminuje (obrázek 3.12). Sestavený rám pak celý vytvrzuje v peci s řízeným průběhem teploty. Patky pro uchycení zadního kola jsou duralové a jsou vleповány do trubiček zadní stavby.

Trubky se ovšem dají spojovat i pomocí kovových fitinek, jako by se jednalo o klasický rám z ocelových trubek. Vlastní trubky je v dnešní době možné objednat se skladbou na míru, čímž může být dosaženo velmi slušných tuhostních, tlumících i hmotnostních parametrů.

3.4 Analýza kompozitových konstrukcí

3.4.1 Teoretické základy klasické laminační teorie

Výroba dílů z vláknových kompozitů, ať už jde o díly pro horské kolo, letadlo, či obráběcí centrum, s sebou přináší kromě výhod v podobě zlepšení mechanických vlastností, také jisté nevýhody. Z pohledu výrobce je to v první řadě vývoj. Ten je náročnější nezávisle na tom, zda se bude navrhovaná součást vyrábět v řádu jednotek či milionů kusů. Konstruktor musí u takových součástí hledat vhodnou kombinaci mnohem více parametrů, než při práci s homogenním materiálem. Tou vlastností, která umožňuje dosáhnout výborných mechanických vlastností, ale zároveň také velmi komplikuje návrh a vývoj kompozitních struktur, je anizotropie - rozdílnost vlastností materiálu v různých směrech.

Materiály lze z pohledu anizotropie rozdělit na několik druhů podle počtu rovin symetrie. Nejvýznamnější jsou:

- Izotropní: ∞ rovin symetrie
- Ortotropní: 3 navzájem kolmé roviny symetrie
- Monoklinický: 1 rovina symetrie

Jak uvádí [1], jednosměrný vláknový laminát vykazuje vlastnosti ortotropního materiálu. Má-li takový laminát podobu tenké desky, je možné použít konstitutivní vztahy mezi napětím a deformací pro případ rovinné napjatosti. Pro takovou desku lze zapsat Hookeův zákon ve tvaru (3.1) a po rozepsání do složek pak ve tvaru (3.2).

$$\varepsilon = \mathbf{S} \sigma \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_{T'} \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & -\frac{\nu_{T'L}}{E_{T'}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{T'T}}{E_{T'}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT'}}{E_L} & -\frac{\nu_{T'T'}}{E_T} & \frac{1}{E_{T'}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TT'}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT'}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Zahrneme-li navíc nutnou symetrii matice \mathbf{S} , můžeme vztah přepsat zkráceně:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix}$$

Jak je vidět, v úloze rovinné napjatosti jednosměrného laminátu je pro výpočet deformací nutné znát 6 nezávislých elastických konstant. Ty je dle [1] možno určit analyticky při znalosti materiálových konstant vláken a matrice a objemového podílu vláken. Je však běžné je ověřovat experimentálně. Výrobci prepregů pak tyto hodnoty uvádějí pro každý svůj produkt.

Ke vztahu (3.1) existuje inverzní vztah:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.3)$$

který lze při stejných předpokladech opět zjednodušit a rozepsat až do tvaru:

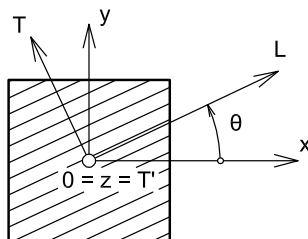
$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_{LT} \end{bmatrix}$$

Prvky matice \mathbf{C} , jež je inverzí matice \mathbf{S} , můžeme vyjádřit pomocí elastických konstant:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{E_L}{1 - \frac{E_T}{E_L} \nu_{LT}^2} \\ C_{22} &= \frac{E_T}{E_L} C_{11} \\ C_{12} = C_{21} &= \nu_{LT} C_{22} \\ C_{66} &= G_{LT} \end{aligned}$$

z čehož je vidět, že výpočet napětí z deformací je možno provést při znalosti čtyř nezávislých elastických konstant.

Jak dále uvádí [1]: „Je zřejmé, že jak matice tuhosti, tak matice poddajnosti nebudou závislé pouze na materiálových konstantách, ale budou závislé také na poloze souřadnicového systému, ve kterém budou vyšetřovány“



Obrázek 3.13: Transformace souřadnicového systému

Na obrázku 3.13 jsou vyznačeny dva souřadnicové systémy - první orientovaný dle vláken ($L - T - T'$) a druhý obecně orientovaný systém ($x - y - z$). Po transformaci ze souřadnicového systému ($L - T - T'$) do ($x - y - z$) platí pro matice tuhosti a poddajnosti:

$$\mathbf{C}' = \mathbf{T}_\sigma \mathbf{C} \mathbf{T}_\varepsilon^{-1} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{S}' = \mathbf{T}_\varepsilon \mathbf{S} \mathbf{T}_\sigma^{-1} \quad (3.5)$$

Kde T_σ a T_ε jsou transformační matice, které jsou uvedeny v [1]. Zde je rozepisovat nebudeme, pouze zmíníme, že jejich prvky jsou funkcemi úhlu Θ .

Po použití transformací (3.4) a (3.5) můžeme v systému $(x - y - z)$ psát Hookeův zákon ve tvaru:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & C'_{16} \\ C'_{21} & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & C'_{26} \\ C'_{31} & C'_{32} & C'_{33} & 0 & 0 & C'_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & C'_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{54} & C'_{55} & 0 \\ C'_{61} & C'_{62} & C'_{63} & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 0 \\ 0 \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Prvky C'_{ij} zde rozepisovat nebudeme a rovnou celý vztah přepíšeme do tvaru, ke kterému se autor [1] dostává dalšími úpravami:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{Q} \boldsymbol{\varepsilon}' \quad (3.7)$$

Matice \mathbf{Q} se nazývá matice mimoosových tuhostí a pro její prvky platí:

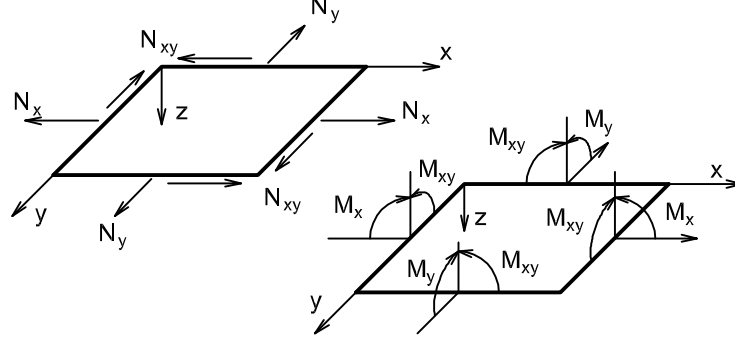
$$Q_{ij} = C'_{ij} - \frac{C'_{i3} C'_{3j}}{C'_{33}}, \quad (3.8)$$

$$Q_{ij} = Q_{ji}; \quad i, j = 1, 2, 6. \quad (3.9)$$

Chceme-li řešit napětí a deformace laminátu složeného z více různě orientovaných vrstev, je nutné přijmout nějaké předpoklady týkající se konfigurace geometrie po deformaci a interakce jednotlivých vrstev [1]:

- každá lamina je ortotropní a kvazihomogenní
- tloušťka laminy je ve srovnání s délkou a šířkou velmi malá
- posunutí jednotlivých bodů ve všech třech směrech jsou malá
- spoj mezi laminami je dokonalý, nekonečně tenký, a proto jsou posunutí spojitá
- posunutí se v příčném směru (po tloušťce) mění lineárně.
- vzhledem k tomu, že tloušťka laminátu je vzhledem k ostatním rozměrům malá, je možno uvažovat rovinný stav napjatosti, a tudíž platí: $\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$
- příčná zkosení $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} \doteq 0$, a proto zůstanou kolmice ke středové ploše kolmé i po deformaci a budou přímkové

- normálová vzdálenost od středové roviny zůstává konstantní, a proto lze zanedbat $\varepsilon_{zz} \doteq 0$
- závislost mezi deformací a napětím je lineární



Obrázek 3.14: Systém ekvivalentních sil a momentů

Dále je zvykem u laminátu pracovat „ekvivalentním systémem sil a momentů“ [1], které jsou na obrázku 3.14. Tyto síly a momenty jsou s napětím v jednotlivých vrstvách svázány vtahy:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (3.10)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (3.11)$$

Spojením vtaů (3.10) a (3.11) s Hookeovým zákonem pro mimoosové namáhání laminy (3.6) a s předpoklady ze strany 26 dostáváme:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}_k \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^o \\ \varepsilon_{yy}^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}_k \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x^o \\ k_y^o \\ k_{xy}^o \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}_k \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^o \\ \varepsilon_{yy}^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}_k \int_{h_{k-1}}^{h_k} z^2 dz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x^o \\ k_y^o \\ k_{xy}^o \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

Maticově lze nakonec vše shrnout do zápisu [1]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \dots \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \vdots & \mathbf{B} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{B} & \vdots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_m^o \\ \dots \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

3.4.2 MKP analýza *conventional shell*

Standardním a nejjednodušším způsobem, jak modelovat vícevrstvý laminát v MKP, je nahrazení laminátu střední, vrchní nebo vnitřní plochou, a tu poté vysítovat elementy typu *conventional shell*. Ty jsou podle manuálu softwaru Abaqus ([13] kapitola 29.6.2 a [14] kapitola 3.6.8) určeny pro řešení 3D úloh symetrických i nesymetrických. Umožňují lineární či kvadratickou interpolaci a je možné je zatížit mechanicky či teplotně. Jsou vhodné jak pro statické, tak dynamické analýzy. Některé typy těchto elementů (např. S4¹, S4R², S3R³) dovolují zahrnout do výpočtu i příčné napětí ($\gamma_{LT'}$, $\gamma_{TT'} \neq 0$) a příčnou kontrakci ($\nu_{LT'}$, $\nu_{TT'} \neq 0$). Jiné (např. STRI3⁴, S4R5⁵) počítají s nulovou příčnou kontrakcí a s Kirchhoffovou vazbou, což znamená nulové příčné zkoso. Uzly všech elementů *conventional shell* mají šest stupňů volnosti.

Tloušťku a elastické vlastnosti průřezu je takovému modelu možné dodat různými způsoby. Prvním je přímé zadání ABD matice, kterou manuál Abaqusu značí **D** a nazývá ji „*Section stiffness matrix*“. Možné je i dodat příčné tuhosti a tím získat příčné zkoso. Při použití tohoto způsobu definice vlastností průřezu není možné z výsledků získat výsledky pro jednotlivé vrstvy, výpočet totiž nemá informaci o jejich počtu, tloušťkách a orientacích.

Druhým způsobem je zadání informací o počtu, tloušťkách, orientacích a materiálu vrstev. Materiálu takových vrstev se musí zadat E_L , E_T , G_{LT} , ν_{LT} , případně i $G_{LT'}$, $G_{TT'}$ a $\nu_{LT'}$, $\nu_{TT'}$ pro případ nezanedbání příčných smykových napětí a kontrakce. Elastické vlastnosti průřezu je možné z těchto dat následně integrovat buď před samotným výpočtem, nebo během něj. Abaqus manuál [13] doporučuje integraci během výpočtu používat pro nelineární problémy. Pokud jsou ale orientace jednotlivých vrstev v jednom regiony modelu definovány pomocí různých souřadných systémů, je třeba použít integraci během výpočtu i pro lineární problémy. Standardní počet integračních bodů v rámci jedné vrstvy je 3, možné je však definovat i jiný počet. Výsledky mohou v tomto případě obsahovat informace o namáhání jednotlivých vrstev a také interlaminární napětí.

3.4.3 MKP analýza *continuum shell*

Výpočetně náročnějším, a obecně přesnějším způsobem modelování laminátu v MKP je přímé nasíťování 3D modelu pomocí elementů *conventional shell* tak, že na tloušťku laminátu připadá právě jeden element. Rozdílnost přístupů ilustruje obrázek 3.15. Oproti elementům *conventional shell* zmiňuje [13] především jejich vhodnost pro modelování velkých deformací a nelineárních problémů. Elementy *continuum shell* v základu zahrnují příčná zkosení a kontrakci. Jejich uzly totiž mají pouze tři stupně volnosti obdobně jako elementy *continuum solid* (pouze translace ve třech směrech. Příčné zkoso a kontrakce jsou tedy jednoduchým výstupem

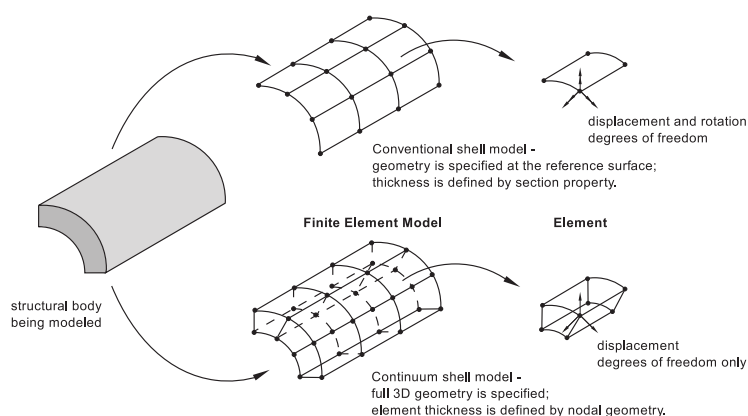
¹S4 je čtyřuzlový membránový element se čtyřmi integračními body a šesti stupni volnosti v každém uzlu.

²S4R - viz S4, pouze jeden integrační bod a dodatečná ochrana proti *hourglassingu*.

³S3R je tříuzlový membránový element s jedním integračním bodem a šesti stupni volnosti v každém uzlu.

⁴STRI3 je tříuzlový membránový element se třemi integračními body a šesti stupni volnosti v každém uzlu.

⁵S4R5 je čtyřuzlový membránový element s jedním integračním bodem a pět stupni vol. v každém uzlu.



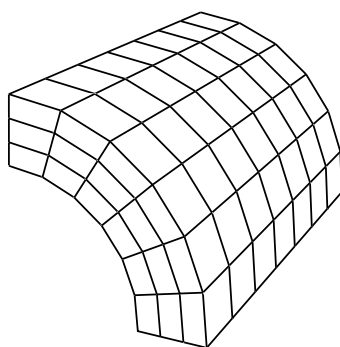
Obrázek 3.15: *Conventional vs. continuum shell*
(Abaqus 6.13 manual)

závislým na relativních posuvech uzlů daného elementu. Dalším rozdílem oproti elementům *continuum shell*, je jednoduché vyjádření proměnné tloušťky kompozitu. Tu totiž udává tloušťka elementu - tloušťky vrstev jsou zadávány jako poměrná část této tloušťky.

Oproti *conventional shell* elementům, není možné při použití elementů *continuum shell* zadat přímo matici ABD. Zadání pomocí jednotlivých vrstev je obdobné jako u *conventional shell*, pouze tloušťky vrstev se udávají jako poměrná část tloušťky elementu, jak již bylo výše zmíněno.

3.4.4 MKP analýza *continuum solid*

Je-li třeba ještě přesnějších výsledků, lze laminát modelovat jako jednotlivé vrstvy. Těm je přiřazena orientace a vlastnosti ortotropního materiálu. Tento způsob umožňuje analýzu detailů, jako je zvlnění vrstvy v místě přeplátování s jinou vrstvou, šíření delaminace a podobně. Je také možné definovat vlastnosti rozhraní mezi vrstvami nebo dokonce použít zvláštní vrstvu elementů pro jeho definici. Jak může vypadat síť takového modelu je na obrázku 3.16.



Obrázek 3.16: Síť laminátu s elementy *continuum solid*

3.4.5 MKP analýza *beam*

Trubkové kompozitové konstrukce je také možné modelovat pomocí elementů typu *beam*. Použitím této metody se velmi sníží počet elementů a tím i náročnost výpočtu. To je však vykoupeno nutností separátně určit elastické vlastnosti elementu, běžné preprocesory tuto možnost nenabízejí. To je možné provést buď analyticky pomocí ABD matice, nebo numericky s použitím MKP metod výše zmíněných. Další nevýhodou je absence namáhání vrstev ve výsledcích, v těch jsou v takovém případě pouze silové účinky a deformace jednotlivých elementů.

4 Návrh a analýza skladby uhlíkového kompozitu pro rám v podobě monokoku.

Jak již bylo zmíněno v úvodu, tato práce začíná u designového návrhu a jejím cílem je určit počty a orientace vrstev uhlíkového laminátu v jednotlivých částech rámu tak, aby byly splněny požadavky na mechanické vlastnosti konstrukce. Tyto požadavky bylo nejprve třeba definovat.

4.1 Zadání a předpoklady

Prioritou výrobce je dodržení stávajícího systému odpružení zadního kola „*DLinear direct link*“ včetně naladění kinematiky. Polohy čepů zadní stavby tedy zůstávají na svém místě. Tvar hlavního trojúhelníku je dán designem Adama Šimečka a jeho úpravy jsou možné, jen pokud budou nezbytně nutné.

Co se týče technologie výroby, je vzhledem ke komplexnosti tvaru nasnadě varianta výroby rámu z prepregu v negativní formě. Tato varianta je preferovaná i výrobcem. Je otázkou, zda vyrábět rám v celku, nebo jej rozdělit na části a ty následně spojovat. Takové rozhodnutí je však věcí konstrukce a technologie, v návrhovém výpočtu se touto volbou není nutné zabývat.

Dalším rozhodnutím výrobce je zachování stávající duralové zadní stavby rámu. To velmi usnadní vývoj i výrobu případného prototypu a umožní zaznamenat separátně přínosy kompozitového hlavního trojúhelníku. V případě budoucího použití kompozitu v zadní stavbě pak bude možné odlišit, která z částí má vliv na tu či onu vlastnost konstrukce.

4.2 Požadavky na konstrukci

Před samotným návrhem bylo nutné určit, jaké mechanické vlastnosti musí rám kola mít, aby vyhověl bezpečnostním normám a také nárokům dnešních cyklistů.

Jak je zmíněno již v kapitole 3.1, bezpečnostní požadavky na horská kola definuje norma ČSN EN 14766 [15]. V ní jsou popsány zkoušky nejen jízdního kola jako celku, ale i jeho jednotlivých částí, jako jsou brzdy, řízení, ráfky, sedlo atd. Některým částem jsou předepsány pouze statické, jiným i únavové zkoušky. Vždy jde však o ověřování pevnostních charakteristik.

Pokud se v normě hovoří o velikosti deformace, pak je to zpravidla deformace plastická. Elastická deformace je omezena pouze požadavkem zabránění kolizím mezi jednotlivými částmi kola.

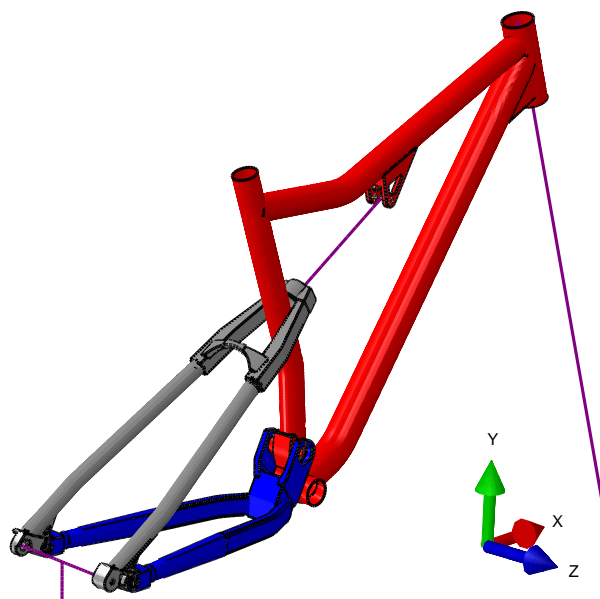
Mnohem hůře podchytitelné jsou požadavky cyklistů. Jsou totiž velmi subjektivní a těžko kvantifikovatelné. Všeobecně lze říci asi jen to, že cyklista vyžaduje od jízdního kola co nejvyšší efektivitu a co nejlepší pohodlí. Oba tyto faktory souvisí s tuhostí konstrukce, hmotností, a její schopností pohlcovat rázy, tedy tlumením. Špičkou v rámci Evropy je, co se měření těchto parametrů týče, německá společnost EFBE Pruftechnik GmbH. Na základě jejich zkušebních metod byly definovány okrajové podmínky tuhostních výpočtů provedených v rámci této práce.

Posledním nezanedbatelným požadavkem je hmotnost rámu. Samozřejmě cílem je hmotnost co nejnižší, což znamená použít při stavbě co nejméně materiálu. To je vůči tuhosti a pevnosti naprosto protichůdný požadavek. V této práci bude kladen hlavní důraz na splnění tuhostních a pevnostních požadavků. Co se týče hmotnosti, za cíl bylo zvoleno udržení její hodnoty pod hmotností duralového rámu.

4.2.1 Určení požadovaných tuhostí

Pro hodnocení tuhosti navrhovaného rámu byly vybrány obě dvě běžně měřené tuhosti zmíněné v kapitole 3.1.2 - jak torzní tuhost „*Track holding rigidity*“ tak i tuhost šlapacího středu „*Out-of-saddle rigidity*“. Problematické však je určení, jaká hodnota tuhosti je dostatečná. Naměřené hodnoty jsou v literatuře a na internetu dohledatelné pro silniční rámy, ale pro rámy horských kol, tím spíše celoodpružených, k nalezení nejsou. Navíc srovnávání tuhosti naměřené na skutečném rámu a tuhosti spočtené na zjednodušeném MKP modelu by mohlo být velmi zavádějící. Proto bylo přistoupeno k vytvoření MKP modelu stávajícího duralového rámu pro spočtení referenčních hodnot tuhosti. Na tomto modelu byly použity stejné modelovací techniky, stejný stupeň zjednodušení geometrie a stejná úroveň diskretizace jako u výpočetního modelu návrhu kompozitového rámu. Stejně tak byly použity shodné náhrady pro aplikaci okrajových podmínek. Náhrada vidlice a předního kola ve formě ocelové tyče o kruhovém průřezu a průměru 28,5 mm byla vytvořena po vzoru skutečné náhrady používané při měření torzní tuhosti rámu. Ve skutečnosti je kvůli nižší hmotnosti používána ocelová trubka, ve výpočtu však použití tyče nemá velký vliv, jelikož není simulováno gravitační pole. Druhá náhrada zastupující zadní kolo byla modelována jako konstrukce tvaru T s průřezem shodným s první náhradou. Obě náhrady jsou vyobrazeny na obrázcích 4.1, 4.2 a 4.3 fialovou barvou.

Pro eliminaci případných hrubých chyb ve výpočetním modelu bylo přistoupeno k modelování dvěma odlišnými způsoby. Jedním je modelování celého rámu pomocí elementů *beam*, tedy modelování drátové konstrukce (Obrázky 4.2 a 4.3). Druhým způsobem je modelování rámu jako skořepiny, pomocí elementů *conventional shell* (Obrázek 4.1). Oba modely byly tvořeny na sobě nezávisle, aby se případná hrubá chyba nepřenesla kopírováním z jednoho modelu na druhý. Prvním cílem bylo pomocí obou modelů spočítat výše zmíněné tuhosti a ty pak porovnat. V případě rámcové shody výsledků je pravděpodobnost výskytu hrubé chyby v modelu velmi omezena. Druhým využitím těchto modelů bylo určení, jakým způsobem nahradit zadní



Obrázek 4.1: Skořepinový model duralového rámu

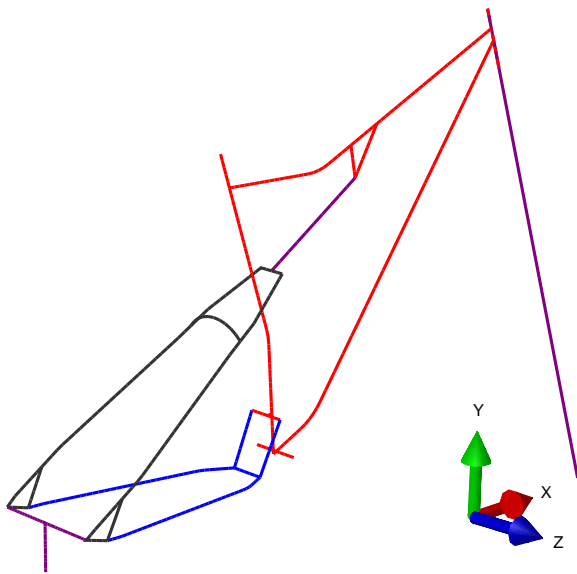
stavbu rámu v modelu návrhu kompozitového základního trojúhelníku, zda použít drátovou, či skořepinovou náhradu.

Oba modely byly využity také k určení vhodného způsobu modelování vazeb. Hodnoceny byly dvě varianty:

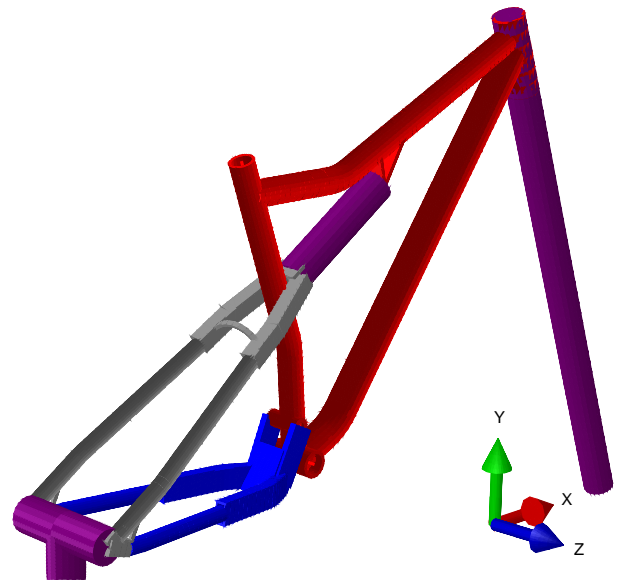
- vazba MPC Pin, tedy kloubová vazba spojující pouze translační stupně volnosti dvou bodů
- vazba MPC Pin doplněná dvěma vazbami Equation tak, aby vznikla rotační vazba. Dva body mají pak svázané všechny translační a dva rotační stupně volnosti.

V tabulce 4.1 jsou shrnuty výsledky porovnávacích výpočtů. Z prvních čtyřech sloupců je zřejmé, že modelovat vazby jako rotační místo kloubových znamená zvýšit tuhost celku o 8% až 20%. Poslední dva sloupce jsou určeny k porovnání tuhosti zadní stavby. Výpočet byl proveden tak, že materiálu použitému na základním trojúhelníku byl přiřazen modul pružnosti o několik řádů vyšší, než materiálu zadní stavby. Tím byl vlastně modelován jako absolutně tuhý. Do celkové tuhosti se tedy projevila pouze deformace prvků zadní stavby. Jak je vidět, drátový model dává výrazně nižší tuhost. To je nejspíše způsobeno zanedbanou tuhostí uzlů, kde se trubky spojují. Detailnější modelování tedy významně ovlivňuje výsledky a tudíž je jeho použití opodstatněné. Konečná volba způsobu modelování pro návrh kompozitového rámu a požadovaných tuhostí je shrnuta v tabulce 4.2.

Detailněji je způsob tvorby vazeb popsán v kapitole 4.4.6, kde je vliv jejich modelování ověřován i pro návrh kompozitového trojúhelníku.



Obrázek 4.2: Drátový model duralového rámu



Obrázek 4.3: Drátový model duralového rámu s vykreslenými profily trubek

| | Kloubové vazby | | Rotační vazby | | Tuhý z. trojúhelník | |
|------------------|----------------|-------|---------------|-------|---------------------|-------|
| | Beam | Shell | Beam | Shell | Beam | Shell |
| k_{th} [N/mm] | 4,77 | 5,94 | 5,74 | 6,93 | 17,9 | 33,6 |
| k_{oos} [N/mm] | 194 | 187 | 210 | 215 | - | - |

Tabulka 4.1: Porovnání různých přístupů k modelování rámu

4.2.2 Volba požadovaných pevností

Na začátku této kapitoly je třeba zdůraznit, že pevnostní požadavky jsou v této práci zavedeny proto, aby základ konstrukce zajišťující požadovanou tuhost nebyl navržen naprosto nevhodně pro dosažení dostatečné pevnosti. Pevnost lze při detailní konstrukci zvýšit za cenu pouze malého přírůstku hmotnosti a to vyztužením exponovaných míst dalšími vrstvami kompozitu.

K hodnocení pevnostní stránky návrhu bylo vybráno interaktivní pevnostní kritérium Tsai-Wu, tak jak ho popisuje [1]. Míra porušení bude vyčíslována pro každý element sítě a v rámci něj pro každou vrstvu. Z důvodu udržení návrhu na straně bezpečnosti bylo upuštěno od jakýchkoliv průměrování a za platnou hodnotu bylo zvoleno absolutní maximum dosažené kdekoli na rámu, v kterékoliv vrstvě. Dosáhne-li někde míra porušení hodnoty jedna, znamená to, že dle kritéria Tsai-Wu je zde predikován vznik první poruchy v některé z vrstev laminátu.

Pro návrh bylo nutné vybrat případy zatížení, které budou počítány pro vyčíslení míry

| | |
|--|-------------------------------------|
| Vazby mezi díly rámu | rotační (MPC Pin + 2x MPC Equation) |
| Náhrada zadní stavby | skořepinový model |
| Náhrady pro zavedení okrajových podmínek | drátové modely |
| Cílová tuhost šlapacího středu | 300 N/mm |
| Cílová torzní tuhost | 9 N/mm |

Tabulka 4.2: Způsob modelování a požadované tuhosti

poruchy dle Tsai-Wu. Ze zkoušek popsaných v kapitole 3.1.1 byly vybrány:

- Modifikovaná zkouška rázem padajícím závažím
síla 6000 N proti směru jízdy v místě osy předního kola, rám uchycen za šlapací střed
- Zkouška symetrickým přetížením šlapacího středu dle EFBE
velikost síly 6000 N
- Zkouška jednostranným přetížením šlapacího středu dle EFBE
velikost síly 2850 N
- Statická obdoba únavové zkoušky svislou silou - Přetížení sedla
velikost síly 4000 N

První zmíněná zkouška byla modifikována, jelikož objektem této práce není zadní stavba rámu, nýbrž pouze základní trojúhelník. Rám tedy nebude fixován za osu zadního kola, ale za šlapací střed. Přihlédnuto bylo také k praxi výrobce Santa Cruz, který na svých rámech právě takovou zkoušku provádí [9]. Jde vlastně o simulaci situace, kdy jezdec nedoletí při skoku na dopadovou rampu a s nohama na pedálech narazí na hranu rampy. Zadní stavba je v tu chvíli namáhána pouze setrvačnými účinky zadního kola a své vlastní hmotnosti, kdežto na rám působí setrvačné síly jezdce. Síla, při které nesmí kritérium Tsai-Wu predikovat poruchu, byla stanovena na 6000 N. Určena byla z požadované absorbované energie, která je rovna potenciální energii závaží o hmotnosti $m = 22,5 \text{ kg}$ ve výšce $h = 360 \text{ mm}$ při zkoušce rázem. Při této zkoušce smí dle EN 14766 [15] dojít k trvalé deformaci, což u duralových rámu znamená lokální překročení meze kluzu. U kompozitů však o výrazné mezi kluzu hovořit nelze, tudíž je zapotřebí, aby energii absorboval rám v rámci elastických deformací.

Potenciální energii závaží spočteme:

$$E_p = m g h = 22,5 \cdot 9,81 \cdot 0,360 \doteq 79,5 \text{ J}$$

V lineární pružnosti lze práci vykonanou vnější silou vyjádřit:

$$A = \frac{1}{2} k u^2$$

kde k je tuhost v místě a směru působení síly, u je posuv ve směru síly.

Posuv vyjádříme pomocí tuhosti a síly, čímž dostáváme:

$$A = \frac{1}{2} k \frac{F^2}{k^2} = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$$

$$F = \sqrt{2 A k}$$

Druhý řádek vyjadřuje sílu, která vnese do konstrukce veškerou potenciální energii závaží. Po sestavení prvního návrhového výpočtu byla určena orientační tuhost v místě osy předního kola v předozadním směru:

$$k = 200 \text{ N/mm}$$

Po dosažení je velikost síly:

$$F = \sqrt{2 \cdot 79,5 \cdot 200 \cdot 10^3} = 5639 \text{ N} \rightarrow F = 6000 \text{ N}$$

Tato hodnota je přibližně na úrovni prvních plastických deformací duralového rámu Santa Cruz Nomad v [9].

Poslední ze zkoušek byla sestavena pouze pro účel této práce, ve skutečnosti se provádí pouze její únavová varianta. Velikost síly byla určena z maximální síly potřebné ke stlačení plně zamčeného tlumiče X-Fusion O2 používaného u modelu RB IQ do roku 2013. Její maximální hodnota naměřená v rámci autorovy bakalářské práce [4] dosáhla přibližně 5000 N, což odpovídá přibližně 2500 N reakci v ose zadního kola. Z polohy sedla vůči přednímu a zadnímu kolu bylo tedy odhadnuto, že takové síly by mohlo být dosaženo přibližně při 4000 N v místě sedla.

Zbylé síly pro druhý a třetí případ zatížení byly převzaty ze zkušebních protokolů EFBE zveřejněných v [10]. Jde sice o hodnoty třídy *Top performance* silničních kol, ale hodnoty sil u zkoušek horských kol nebyly v literatuře ani na internetu nalezeny. Navíc v poměru se silou pro přetížení sedla se zdají být hodnoty 6000 N a 2850 N přiměřené.

| o 25% zesílena stěna trubky: | Dolní | Horní | Sedlové |
|---|-------|-------|---------|
| Nárůst torzní tuhosti | 13,1% | 8,4% | 4,9% |
| Nárůst tuhosti středu | 12,6% | 5,2% | 3,0% |
| Nárůst hmotnosti | 10% | 7,5% | 5,7% |
| Nárůst torzní tuhosti na 1% nárůstu hmotnosti | 1,31% | 1,12% | 0,86% |
| Nárůst tuhosti středu na 1% nárůstu hmotnosti | 1,26% | 0,69% | 0,53% |

Tabulka 4.3: Citlivost tuhostí na tloušťku stěny

4.3 Návrh skladby kompozitu

Po zadefinování požadovaných vlastností přišel na řadu samotný návrh. Navrhnout kompozitový díl, znamená pro každé jeho místo najít vhodnou kombinaci následujících parametrů:

- Počet vrstev laminátu
- Typy vrstev (Jednosměrná vs. tkanina)
- Orientaci vláken jednotlivých vrstev.
- Tloušťku vrstev
- Materiál vlákna
- Materiál matrice

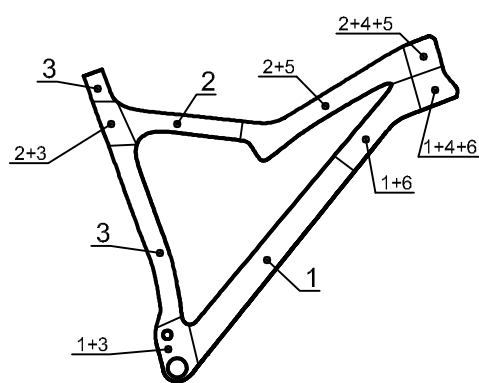
Poslední tři jsou v případě výroby dílu z prepregu jednoznačně určeny typem prepregu. Dle [12] byla určena běžná tloušťka vrstvy $h_k = 0,2 \text{ mm}$. Materiál vláken a matrice se promítne až do elastických vlastností vrstvy, které budou zmíněny v popisu tvorby MKP modelu. Zbývá tedy určit první tři parametry. Bylo zvoleno, že použity budou pouze jednosměrné vrstvy a to z toho důvodu, že většina tkanin dostupných ve formě prepregu má jednotný úhel mezi útkem a osnovou 90° , což velmi omezuje volnost návrhu.

Co se počtu vrstev týče, za první přiblížení byl zvolen takový počet, aby tloušťka kompozitu byla přibližně shodná s tloušťkou stěny na duralovém rámu - tedy 1,6 mm. Následně byl vytvořen MKP model způsobem, který bude popsán níže v kapitole 4.4. Byl použit základní trojúhelník rámu s geometrií dle designového návrhu, ale se stěnou z izotropního materiálu - duralu. Na tomto modelu bylo provedeno několik výpočtů pro zjištění citlivosti výsledných tuhostí na tloušťku stěny jednotlivých trubek. Postupně byly napočítány tuhosti pro rám s o 25% silnější stěnou u dolní, horní a sedlové trubce. Výsledky těchto výpočtů jsou shrnuty v tabulce 4.3. Z těch je patrné, že pro tuhost rámu je nejvýhodnější přidávat materiál na dolní rámové trubce.

Laminát prvního přiblížení měl tedy osm vrstev s tím, že pokud by byly tuhosti výrazně vyšší než požadované, ubíralo by se na horní a sedlové trubce, pokud by naopak byly nedostatečné, bylo by vhodné přidat vrstvy na trubce dolní.

Další otázkou byla volba směrů vláken jednotlivých vrstev. Dle doporučení z [1] bylo zvoleno, že laminát bude symetrický vyrovnaný. Takové lamináty „...nemají vazbu mezi tahem a ohybem a krutem a zároveň tahové síly nevyvolávají smykové deformace.“ [1] Tím pádem zvolením orientace jedné vrstvy laminátu jsou určeny orientace dalších tří. Skladbu osmivrstvého symetrického vyrovnaného laminátu pak jednoznačně určí právě dva parametry.

Následovala analýza, jak je která trubka namáhána v jednotlivých případech zatížení. Na základě směrů největšího hlavního napětí bylo zjištěno, že při měření tuhostí jsou trubky namáhány především krutem a při měření pevností (kromě jednostranného přetížení středu) hlavně



| Skupiny vrstev | | |
|----------------|-----------|-----------------------------|
| číslo. | název | skladba |
| 1 | Dolní | $[0/0/20/ - 20/45/ - 45]_s$ |
| 2 | Horní | $[0/0/45/ - 45]_s$ |
| 3 | Sedlová | $[0/0/45/ - 45]_s$ |
| 4 | Hlavová | $[45/ - 45]_s$ |
| 5 | Výztuha H | $[90/ - 90]_s$ |
| 6 | Výztuha D | $[90/ - 90]_s$ |

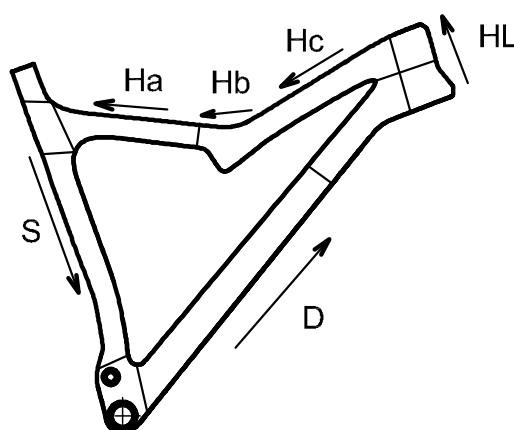
Tabulka 4.4: Návrh skladby kompozitu

ohybem. Skladba by proto měla ve všech místech obsahovat jednak vrstvy zajišťující tuhost a pevnost v ohybu, tedy s vlákny orientovanými rovnoběžně s osou trubky, a jednak vrstvy zajišťující tuhost a pevnost torzní. Takové vrstvy musí mít vlákna orientovaná tak, že s osou trubky svírají 45° . Aby byla dobře propojena horní a dolní rámová trubka a aby bylo zajištěno robustní okolí hlavového složení, byly přidány zvláštní vrstvy pro hlavovou trubku.

Po prvních výpočtech se ukázalo, že pro splnění požadavků je nutné přidat vrstvy na dolní rámové trubce a zároveň ji vyztužit v místě napojení na hlavovou trubku. To bylo celkem očekávaným výsledkem, jelikož z fotografií na webu, jako je obrázek 3.9, je vyztužení těchto míst jasně patrné. Z analýzy namáhání tohoto místa bylo zvoleno vyztužení místa vrstvami orientovanými kolmo na osu dolní rámové trubky. Následně se ukázala nutnost takové výztuhy i na přední části horní rámové trubky.

Prvotní návrh měl tedy podobu shrnutou v tabulce 4.4. Maximální počet vrstev 20 je v místě hlavové trubky, tloušťka laminátu je v takovém místě $h = 4\text{ mm}$. Minimální tloušťku $h = 1,6\text{ mm}$ má stěna sedlové trubky a zadní část horní rámové trubky, kde je počet vrstev 8.

Referenční směry, od kterých jsou určovány orientace vrstev, jsou na obrázku 4.4.



Obrázek 4.4: Referenční směry

| | Continuum shell | | Conventional shell | |
|-----------------|-----------------|------------------------------|--------------------|-----------------|
| | průhyb [mm] | čas výpočtu ⁶ [s] | průhyb [mm] | čas výpočtu [s] |
| 8 000 elementů | 88,94 | 39 | 89,35 | 41 |
| 72 000 elementů | 88,67 | 127 | 88,79 | 132 |

Tabulka 4.5: Porovnání metod modelování laminátu

4.4 MKP analýza návrhu

Po návrhu skladby a stanovení požadavků na mechanické vlastnosti, bylo na řadě ověření jejich splnění. To bylo provedeno MKP výpočtem v softwaru Abaqus jako bude popsáno v této části práce. Před samotným výpočtem bylo nutné zvolit vhodný přístup k modelování laminátu. Vzhledem k tomu, že výpočet byl od začátku koncipován jako návrhový, nebylo by vhodné volit metodu modelování mikrostruktury. Jako příliš výpočetně náročná se jevila i možnost modelovat laminát jako jednotlivé vrstvy, jak se píše v kapitole 3.4.4. Zbývalo tedy rozhodnout, zda modelovat laminát pomocí náhradní plochy a elementů *conventional shell* (kapitola 3.4.2), nebo pomocí objemových elementů *continuum shell* (kapitola 3.4.3).

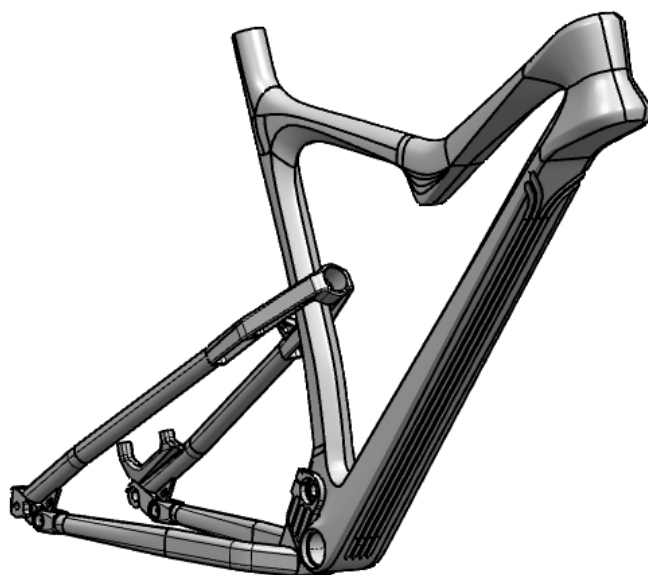
Pro tento účel byla namodelována jednoduchá ověřovací úloha. Šlo o výpočet průhybu vetknutého nosníku v podobě laminátové trubky o délce $l = 1000\text{ mm}$, vnitřním průměru $d = 19,4\text{ mm}$ a tloušťce stěny $h = 1,2\text{ mm}$. Skladba laminátu byla zvolena symetrická $[0, 45, 20]_s$ s tloušťkou vrstvy $h_k = 0,2\text{ mm}$. Referenční směr byl zvolen rovnoběžný s osou trubky. Vetknutí bylo provedeno odebráním všech dostupných stupňů volnosti všem uzlům ležícím na čele trubky. Zatížení bylo aplikováno na referenční bod umístěný ve středu druhého čela trubky a tento bod byl svázán pomocí vazby *kinematic coupling* se všemi uzly čela. Velikost síly byla zvolena $F = 100\text{ N}$. Do výstupní databáze byl vyžádán pouze průhyb bodu, kde bylo aplikováno zatížení a výstup Tsai-Wu pro všechny elementy ve středním integračním bodě každé vrstvy. Takto definovaná úloha byla spočtena jednou s použitím elementů *conventional shell* (S4R) a jednou *continuum shell* (SC8R) a to vždy v jednom inkrementu. Z výsledků shrnutých v tabulce 4.5 je zřejmé, že na spočtený průhyb má volba metody minimální vliv, rozdíly jsou v desetinách procenta. Překvapující jsou ale výpočetní časy. Byl očekáván rychlejší výpočet při použití *conventional shell*, ovšem pokus ukázal, že mírně rychlejší (o cca 5%) je výpočet *continuum shell*. Nakonec byl pro analýzu kompozitového rámu zvolen přístup přes *conventional shell*, a to z důvodu snazší přípravy 3D geometrie a snazšímu síťování.

4.4.1 Příprava 3D dat

Prvotní 3D data, obsahující detailní geometrii jak základního trojúhelníku rámu, tak zadní stavby, poskytl k analýze výrobce Race Bike a jeho prostřednictvím také autor návrhu Adam Šimeček. Model kompozitového základního rámu byl dodán jako vnější plochy, nebylo tedy nutné jej nijak zvlášť zjednodušovat. Jediným zásahem do návrhu je zrušení drážek pro bovdeny a ha-

dičky na dolní rámové trubce. Problematický je totiž výběh drážek do stran před napojením dolní rámové trubky na hlavovou. Zde by tyto výběhy působily jako velmi nevhodné koncentrátoři napětí zhoršující pevnost rámu hlavně v případě čelního nárazu kola do překážky. Z [9] je patrné, že právě toto místo bývá prvním místem poruchy. Působí zde velká tlaková napětí, která by se ve stěně drážky měnila v ohybová. Ve zbytku dolní rámové trubky by drážky nemusely způsobovat velké pevnostní potíže, nicméně vliv na obtížnost výroby je nesporný. Velice pravděpodobné by byly vady kompozitu v okolí takových drážek.

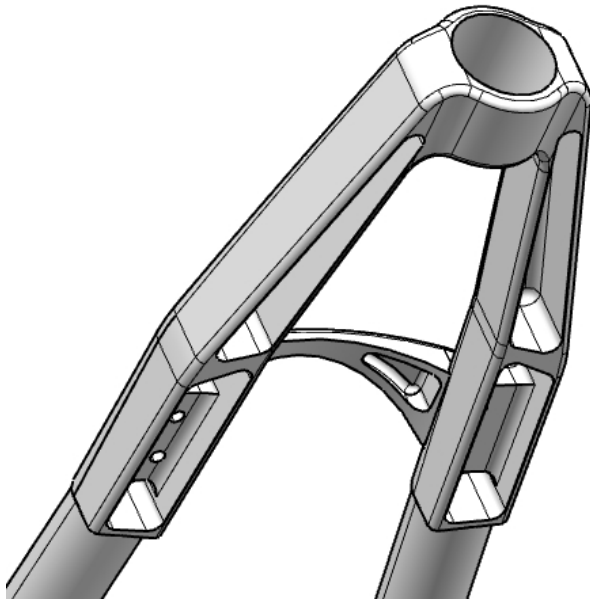
Ostatní modely byly dodány v podobě objemových těles se všemi detaily a bylo je tedy třeba pro MKP analýzu zjednodušit. Odebrána byla veškerá zaoblení a několik dalších detailů. Trubky a další k tomu vhodné části byly nahrazeny středními plochami. Vše ostatní bylo nahrazeno zjednodušenými objemovými tělesy, jak je vidět na obrázcích 4.6 až 4.9. Takto zjednodušené součásti byly importovány do preprocesoru Abacus CAE a poskládány společně s tuhými náhradami pro aplikaci okrajových podmínek do sestavy.



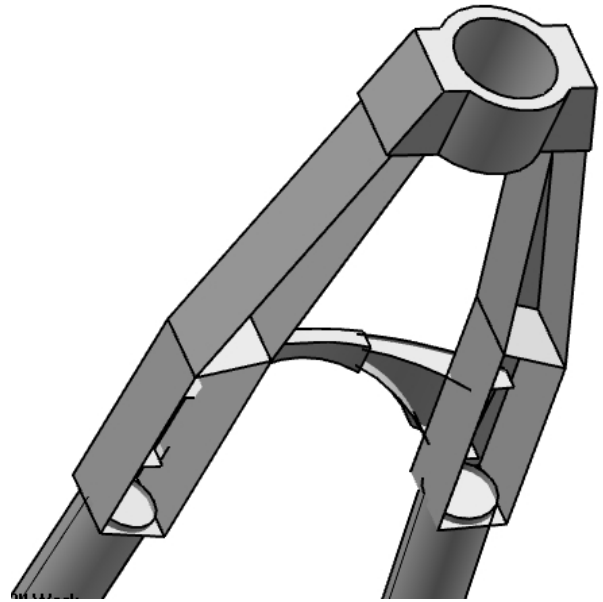
Obrázek 4.5: 3D model kompozitového rámu

4.4.2 Materiálové vlastnosti

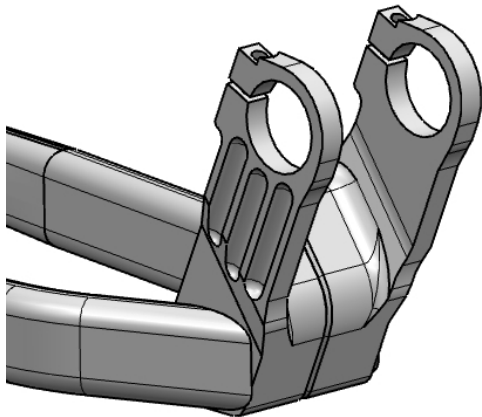
Dále bylo třeba přiřadit jednotlivým částem materiálové vlastnosti. Nejprve byly zdefinovány dva materiály. Jeden homogenní pro použití na duralovou zadní stavbu, druhý typu lamina pro kompozitový základní trojúhelník. Oběma byly přiřazeny pouze elastické vlastnosti a ty jsou vypsané v tabulkách 4.6 a 4.7. Vlastnosti slitiny 7020 ve stavu T6 byly čerpány z normy ČSN EN 755-2 [16]. Vlastnosti uhlíkového kompozitu jsou velice závislé na materiálu vlákna, materiálu matrice a na jejich poměru. Proto byly použity hodnoty ne pro konkrétní prepreg, ale střední hodnoty udávané výrobcem prepregů HEXCELL v příručce *Prepreg Technology* [12].



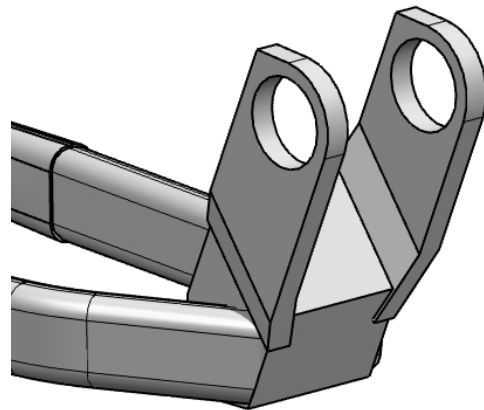
Obrázek 4.6: Detail sedlových vzpěr



Obrázek 4.7: Detail sedlových vzpěr po zjednodušení



Obrázek 4.8: Detail kyvné vidlice



Obrázek 4.9: Detail kyvné vidlice po zjednodušení

| Elastické konstanty [GPa] | | | | | | Pevnosti [MPa] | | | | |
|---------------------------|-------|----------------|----------|----------|----------|----------------|----------|----------|----------|----------|
| E_L | E_T | ν_{12} [-] | G_{12} | G_{23} | G_{13} | F_{Lt} | F_{Lc} | F_{Tt} | F_{Tc} | F_{LT} |
| 130 | 9 | 0,25 | 4,4 | 4,4 | 4,4 | 1 800 | 1 300 | 80 | 250 | 95 |

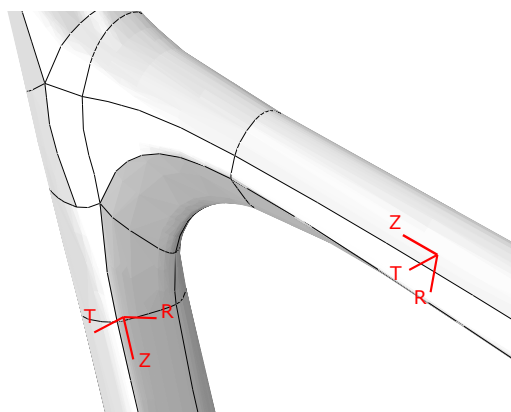
Tabulka 4.6: Materiálové vlastnosti jednosměrné vrstvy kompozitu

| El. konstanty | | Pevnost | |
|---------------|-------|---------|---------|
| E | ν | R_m | R_e |
| 70 Gpa | 0,33 | 350 MPa | 280 MPa |

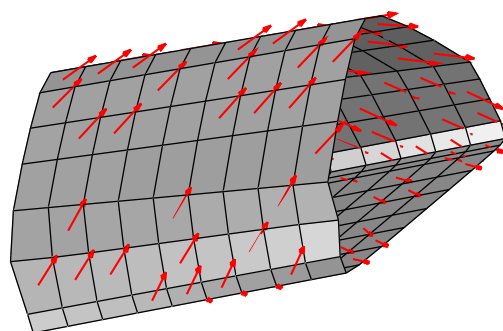
Tabulka 4.7: Materiálové vlastnosti slitiny 7020-T6 [16]

4.4.3 Definice skladby kompozitu

Po zadefinování materiálů bylo třeba modelu zadat, které části jsou z jakého materiálu a jak silná je zde stěna. V případě kompozitu bylo nutné zadefinovat také skladbu kompozitu. U duralových částí modelu bylo vše provedeno standardním postupem - v preprocesoru byly zadány jednotlivé *sections*, což jsou entity obsahující informaci o materiálu a tloušťce. Ty byly následně přiřazeny daným regionům v modelu. Pro definici skladby kompozitu byl využit k to-



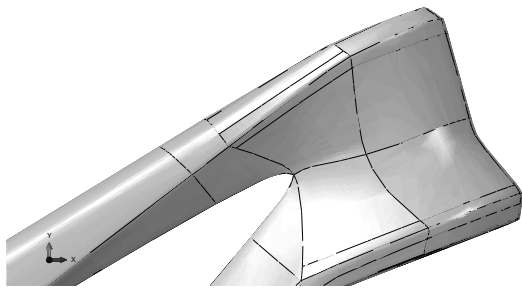
Obrázek 4.10: Cylindrické souřadné systémy



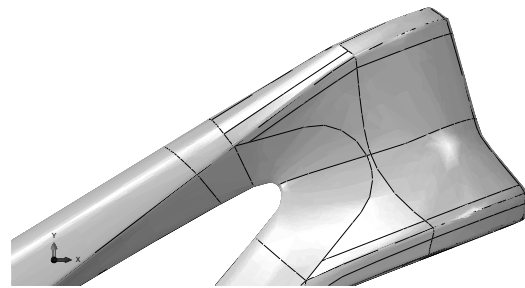
Obrázek 4.11: Směr vláken vrstvy 45° na dolní trubce

muto účelu vyvinutý nástroj v Abaqus CAE - *Composite layup manager*. Bez něj se lze obejít a rozdělit si model na regiony, v rámci kterých je neměnná skladba, a těm přiřadit příslušnou *section*. Když ale uvážíme, že vrstvy se musí na díle překrývat a orientace jednotlivých vrstev se v místech překryvu řídí odlišnými souřadnicovými systémy, je tento způsob více než nešikovný. *Composite layup manager* naproti tomu pracuje s jednotlivými vrstvami. Nejprve se zadefinuje materiál a tloušťka vrstvy, poté se jí přiřadí region a nakonec také souřadnicový systém, který určí orientaci vláken. Navíc je možné změnit počet integračních bodů ve vrstvě a dodatečný úhel natočení vrstvy vůči souřadnicovému systému, který jí je přiřazen. Při spuštění výpočtu z prostředí CAE se sestaví zdrojový kód vstupního souboru s příponou *.inp*, obsahující potřebné *section* a jejich přiřazení automaticky vygenerovaným regionům.

Otázkou je, jak vhodně definovat souřadnicové systémy tak, aby byl referenční směr korektně určen na všech elementech. Průřezy trubek u navrženého rámu sice zdaleka nejsou kruhové, stále je ale možné tento rám považovat za trubkovou konstrukci. Jako nejvhodnější varianta určení



Obrázek 4.12: Tvar koutu před úpravou



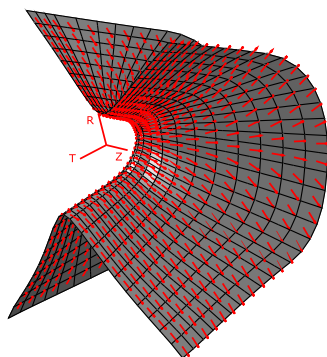
Obrázek 4.13: Tvar koutu po úpravě

směru vláken se v tom případě jeví použití cylindrických souřadnicových systémů, jejichž osy z definuje vždy osa příslušné trubky. Příklad definice souřadnicových systémů pro sedlovou trubku a zadní část horní rámové trubky je na obrázku 4.10. Pomocí takto definovaných souřadnicových systémů byly určeny referenční směry na jednotlivých částech rámu - vždy ve směru osy z příslušného souřadnicového systému. Referenční směry jsou vyznačeny na obrázku 4.4. Na obrázku 4.11 je příklad orientace vrstvy $+45^\circ$ dolní rámové trubky, která byla určena pomocí cylindrického souřadnicového systému.

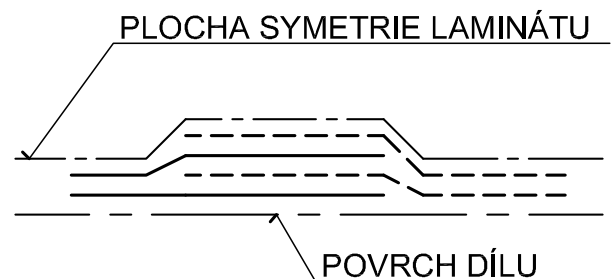
Poté, co byly vytvořeny potřebné souřadnicové systémy, bylo třeba definovat regiony pro jednotlivé vrstvy. To bylo provedeno v souladu s návrhem skladby - viz tabulka 4.4 - a výsledné rozložení je vyobrazeno na obrázcích 4.16 až 4.22.

Po prvních výpočtech bylo odhaleno, že v místě spojení horní rámové trubky a dolní rámové trubky je výrazný koncentrátor napětí, proto bylo přikročeno k úpravě geometrie. Ostrý roh byl zaoblen tak, že poloměr zaoblení ve vertikální rovině je přibližně 8 mm a v horizontální přibližně 3 mm. Tvar detailu před a po úpravě je na obrázcích 4.12 a 4.13.

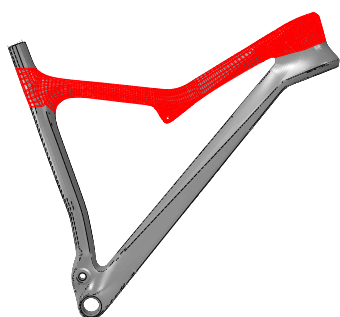
Úprava geometrie se však ukázala jako nedostatečné opatření a bylo nutné kout vyztužit přidáním po dvou vrstvách na vnitřní a vnější povrch laminátu. Pro tyto vrstvy byl zdefinován



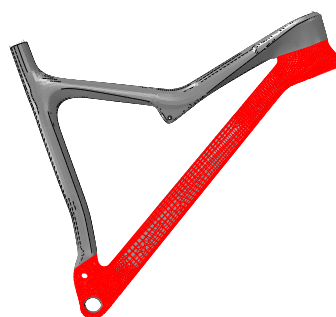
Obrázek 4.14: Směr vláken vrstvy 90° vyztuhy koutu



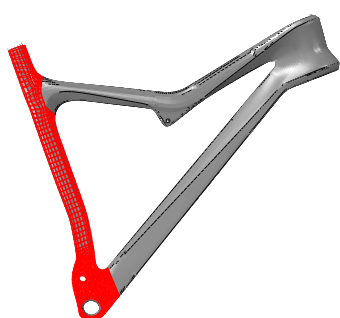
Obrázek 4.15: Uvažovaný systém napojení vrstev do formy



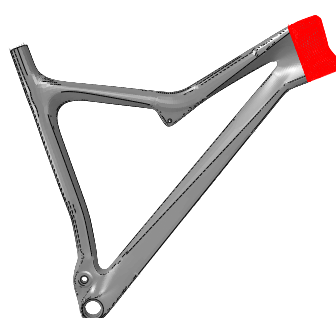
Obrázek 4.16: Vrstvy horní trubky



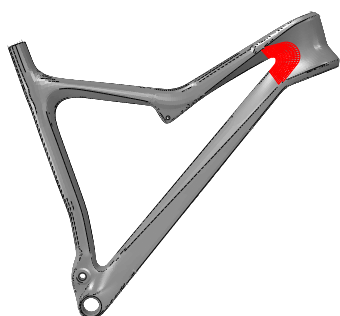
Obrázek 4.17: Vrstvy dolní trubky



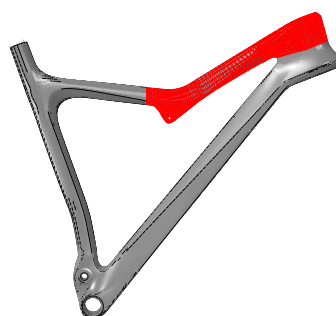
Obrázek 4.18: Vrstvy sedlové trubky



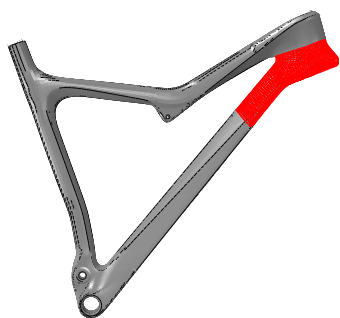
Obrázek 4.19: Vrstvy hlavové trubky



Obrázek 4.20: Vrstvy výztuhy koutu



Obrázek 4.21: Vrstvy výztuhy horní trubky



Obrázek 4.22: Vrstvy výztuhy dolní trubky

| | | | |
|----------------|----------------|---------------|---------------------|
| 1. Hlavová 1 | 8. Výztuha D 2 | 15. Sedlová 3 | 22. Dolní 6 |
| 2. Hlavová 2 | 9. Sedlová 1 | 16. Dolní 3 | — <i>SYM</i> — |
| 3. Výztuha K 1 | 10. Dolní 1 | 17. Horní 3 | 23. Dolní 6 sym |
| 4. Výztuha K 2 | 11. Horní 1 | 18. Sedlová 4 | 24. Dolní 5 sym |
| 5. Výztuha H 1 | 12. Sedlová 2 | 19. Dolní 4 | ⋮ |
| 6. Výztuha H 2 | 13. Dolní 2 | 20. Horní 4 | <i>[Symetricky]</i> |
| 7. Výztuha D 1 | 14. Horní 2 | 21. Dolní 5 | ⋮ |

Tabulka 4.8: Sekvence kladení vrstev

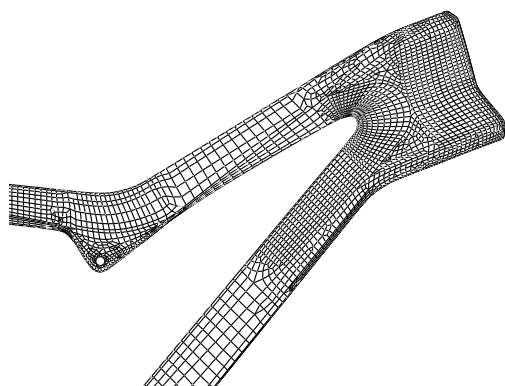
speciální souřadnicový systém, který je společně s orientací vrstvy 90° vyznačen na obrázku 4.14. S postupem návrhu se ukázalo, že dostatečnou funkci zajistí vyztužení vrstvami s orientací 0° , tj.: $[[0/0][puvodni laminat][0/0]]$

Vrstvení v místech, kde vystupují vrstvy z více částí rámu (např. v okolí šlapacího středu to jsou vrstvy dolní rámové trubky a sedlové trubky), bylo provedeno dle obrázku 4.15. Takový způsob jistě není nejvhodnější. Pro samotnou konstrukci je třeba zvolit takový systém napojování, aby vrstva v místě přechodu na jinou úroveň nepřekonávala skok větší než je tloušťka jedné vrstvy.

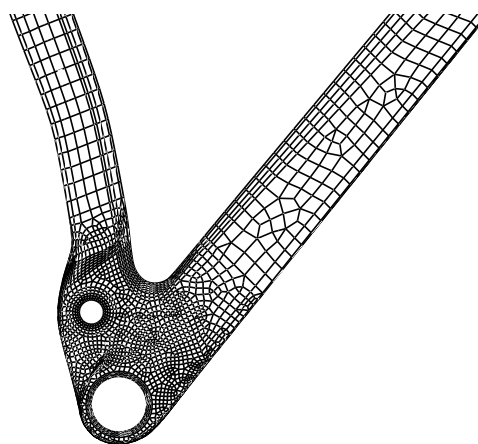
Výsledná sekvence pro kladení vrstev na jádro či do negativní formy je shrnuta v tabulce 4.8.

4.4.4 Síť

Z podstaty metody konečných prvků bylo třeba modelovanou součást diskretizovat právě zmíněnými konečnými prvky. V kapitole 3.4 byl zvolen způsob modelování skořepiny laminátu



Obrázek 4.23: Detail sítě v okolí hlavové trubky



Obrázek 4.24: Detail sítě v okolí šlapacího středu

pomocí prvků *conventional shell*, konkrétně S4R a S3. Pro vytvoření kvalitní sítě byly referenční plochy 3D modelu rozděleny na segmenty, kterým byl následně přiřazen algoritmus generování sítě. Preferovány byly ty algoritmy, které pro daný segment generovaly síť s největším podílem elementů S4R při současném dodržení co nejlepších tvarových parametrů elementů (*Corner Angle, Aspect ratio*). Detaily výsledné sítě jsou na obrázcích 4.23 a 4.24. Nasíťovány byly samozřejmě i ostatní, duralové součásti.

4.4.5 Definice okrajových podmínek a zatížení

Dalším krokem v přípravě výpočtu byla definice zatížení konstrukce. Celkem bylo zapotřebí analyzovat čtyři případy zatížení pro ověření pevnosti a dva pro určení tuhostí (viz kapitola 4.2). Náčrty zatížení a okrajových podmínek pro jednotlivé případy jsou na obrázcích 4.25 až 4.30.

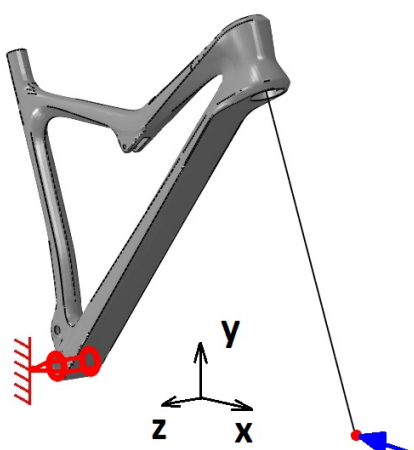
- Příklad zatížení „Náraz“
 - Okrajové podmínky: Šlapací střed fixován.
 - Zatížení: 6000 N proti směru osy x, zavedeno na náhradu vidlice v místě osy předního kola.
- Příklad zatížení „Symetrické přetížení šlapacího středu“
 - Okrajové podmínky: Osa zadního kola spojena pomocí tuhé náhrady s bodem dotyku kola s podložkou. Tomuto bodu odebrány translační stupně volnosti. Rotace v ose zadního kola mezi náhradou a rámem umožněna. Bodu na tuhé náhradě vidlice v místě osy předního kola odebrány translační stupně volnosti a rotace kolem osy x.
 - Zatížení: 6000 N proti směru y, zavedeno do šlapacího středu.
- Příklad zatížení „Jednostranné přetížení šlapacího středu“
 - Okrajové podmínky: viz „Symetrické přetížení šlapacího středu“
 - Zatížení: 2850 N v rovině y-z, odkloněno vlevo o 26° od záporného směru osy y. Zavedeno do místa pravého pedálu (150 mm od šlapacího středu ve směru osy z, 175 mm proti směru y). Místo pedálu pevně spojeno pomocí vazeb *kinematic coupling* s uzly šlapacího středu.
- Příklad zatížení „Přetížení sedla“
 - Okrajové podmínky: Zadní osa fixována, povolena rotace kolem osy z. Bodu na tuhé náhradě vidlice v místě osy předního kola odebrány translační stupně volnosti a rotace kolem osy x.
 - Zatížení: 4000 N v rovině x-y, odkloněno vzad o 15° od záporné větve osy y. Zavedeno do sedla spojeného s částí sedlové trubky pomocí vazby *distributing coupling*.

- Příklad zatížení „*Track holding rigidity*“

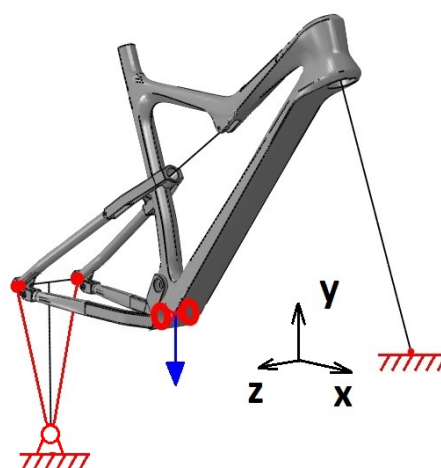
- Okrajové podmínky: Zadní osa fixována, povolena rotace kolem z. Bodu uprostřed osy hlavové trubky odebrány translační stupně volnosti
- Zatížení: 100 N ve směru osy z. Zavedeno na konec tuhé náhrady vidlice (850 mm od středu hlavové trubky)

- Příklad zatížení „*Out-of-saddle rigidity*“

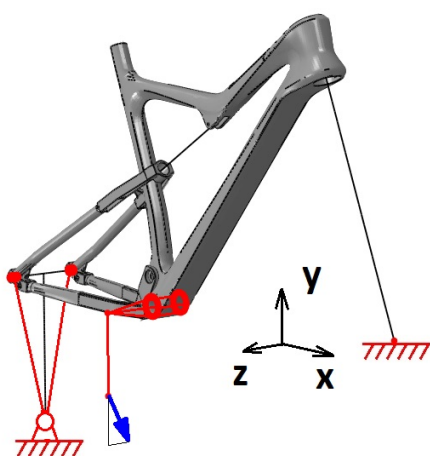
- Okrajové podmínky: viz „Symetrické přetížení šlapacího středu“
- Zatížení: 100 N v rovině y-z, odkloněno vlevo o 26° od záporného směru osy y. Zavedeno do bodu na ose šlapacího středu, 150 mm od roviny symetrie rámu.



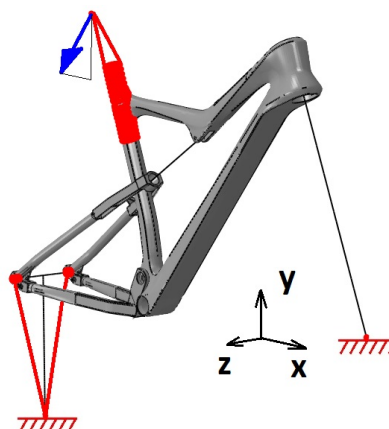
Obrázek 4.25: Náraz



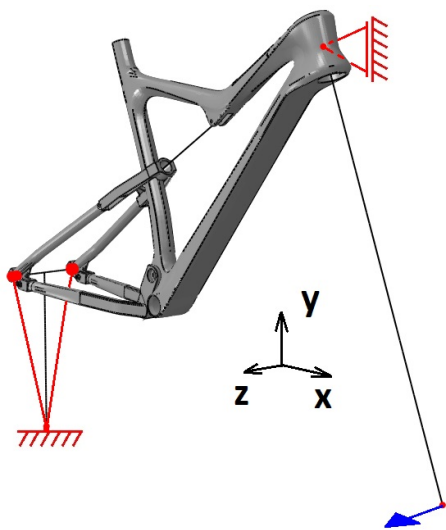
Obrázek 4.26: Symetrické přetížení šlapacího středu



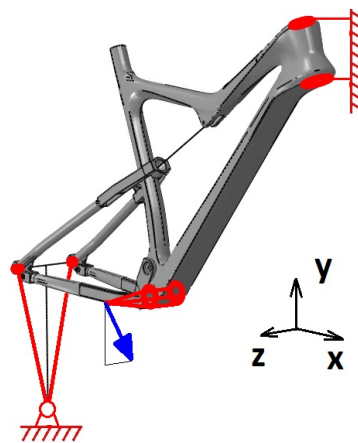
Obrázek 4.27: Jednostranné přetížení šlapacího středu



Obrázek 4.28: Přetížení sedla



Obrázek 4.29: *Track holding rigidity*



Obrázek 4.30: *Out-of-saddle rigidity*

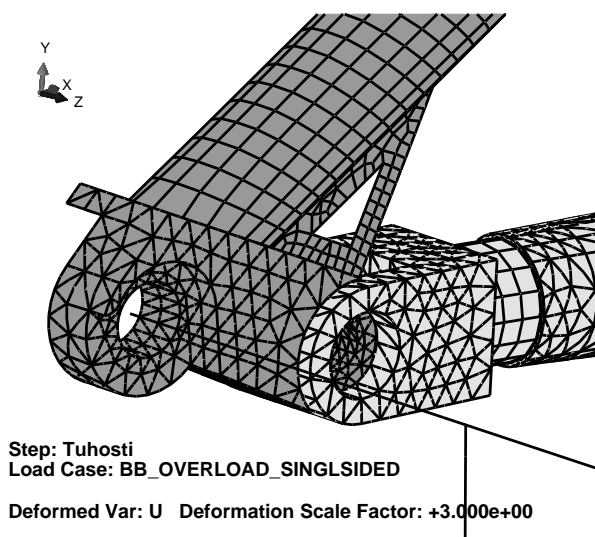
| | Track holding rig. | Out-of-saddle rig. | Tsai-Wu |
|--------------------|--------------------|--------------------|---------|
| MPC Pin | 7,30 N/mm | 312 N/mm | 0,791 |
| MPC Pin + Equation | 8,93 N/mm | 337 N/mm | 0,683 |
| Rozdíl | 22% | 8% | 14% |

Tabulka 4.9: Zhodnocení vlivu vazeb *MPC Equation*

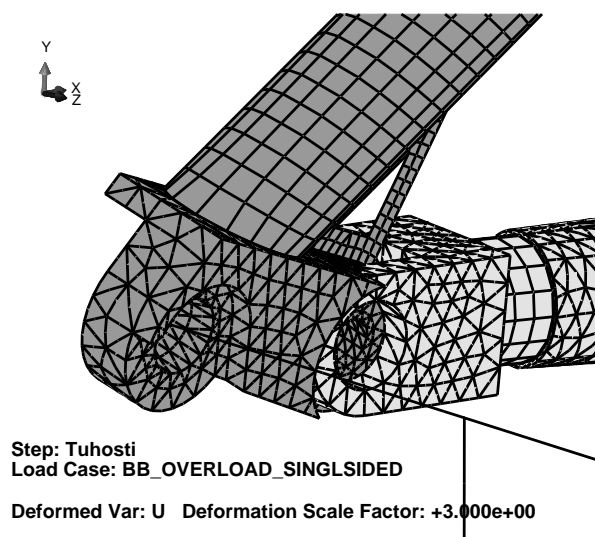
4.4.6 Modelování vazeb

K obsáhnutí všech fyzikálních závislostí ve výpočetním modelu bylo dále potřeba zadefinovat vazby mezi jednotlivými součástmi rámu. Na skutečném rámu jsou součásti spojovány pomocí čepů s kuličkovými ložisky, je jim tedy navzájem umožněna pouze rotace kolem jedné osy. Pro zjednodušení výpočtu a eliminaci vlivu deformace v čepích byl zvolen následující systém spojení dvou součástí: V místě ložiska byly pro dvě spojované součásti zadefinovány dva referenční body. Jeden byl pomocí vazby *kinematic coupling* připojen k příslušným plochám první součásti, druhý stejným způsobem k druhé součásti. Tyto dva referenční body pak byly svázány vazbou *MPC*. Prvním přiblížením bylo použití *MPC Pin*, které svazují pouze translační stupně volnosti obou bodů, vzájemné rotace ponechávají volné. Při vyhodnocování výsledků však byla odhalena výrazná vzájemná natočení v uzlech, které ale ve skutečnosti tato natočení neumožňují. Vazby typu *MPC Pin* byly tedy doplněny vazbami *MPC Equation*, kterými byly svázány příslušné rotační stupně volnosti. Rozdíl plynoucí z použití těchto doplňkových vazeb je ilustrován obrázky 4.31 a 4.32.

Pro kvantitativní zhodnocení vlivu doplňkových vazeb byly spočteny vybrané tuhostní a pevnostní parametry. Ty jsou shrnuty v tabulce 4.9. Míra poruchy dle Tsai-Wu zmíněná v tabulce platí pro případ jednostranného přetížení šlapacího středu a jde o maximum ze všech



Obrázek 4.31: Detail patky zadní osy vazby Pin + Equation



Obrázek 4.32: Detail patky zadní osy pouze vazby Pin

vrstev laminátu. Z tohoto srovnání je více než zřejmé, že použití kombinace vazeb *Pin* + *Equation* lépe vystihující reálné spojení součástí, je naprostou nutností. Pokud by byly použity pouze vazby *Pin*, chyba by se pohybovala u některých parametrů kolem 22%.

4.4.7 Výsledky

Model připravený dle předchozích kapitol byl následně řešen lineárním, jednoinkrementálním výpočtem. Všechny případy zatížení byly řešeny v rámci jednoho *stepu*. Typ tohoto *stepu* byl nastaven na *linear perturbation*, který je určen právě pro výpočty více případů zatížení (*load cases*) v jednom inkrementu.

Výsledky takto provedeného výpočtu jsou v tabulce 4.10. Hodnota míry poruchy Tsai-Wu představuje maximální hodnotu dosaženou kdekoli na rámu v kterékoliv vrstvě. K výsledku u případu zatížení „Náraz“ je třeba dodat, že překročení míry poruchy Tsai-Wu = 1 nemusí

| Případ zatížení | výsledek |
|---|-------------------|
| Náraz | Tsai-Wu: 1,07 |
| Symetrické přetížení šlapacího středu | Tsai-Wu: 0,241 |
| Jednostranné přetížení šlapacího středu | Tsai-Wu: 0,683 |
| Přetížení sedla | Tsai-Wu: 0,851 |
| Track holding rigidity | Tuhost: 8,93 N/mm |
| Out-of-saddle rigidity | Tuhost: 337 N/mm |

Tabulka 4.10: Výsledné tuhosti a pevnosti prvotního návrhu

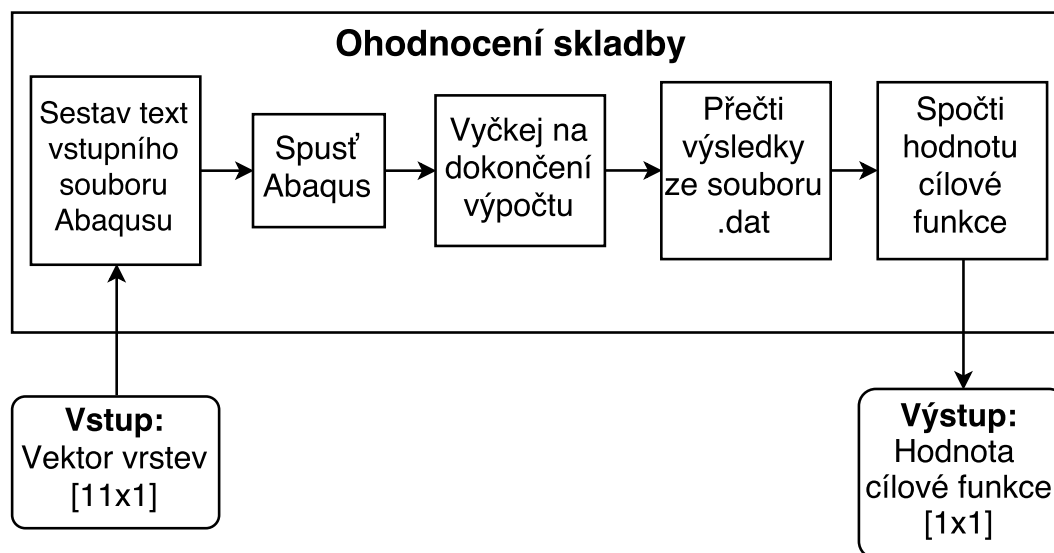
nutně znamenat destrukci celého kompozitu. Znamená to pouze, že došlo k porušení první vrstvy. Navíc dále je v této práci popsána optimalizace, která má za cíl tuto hodnotu snížit při současném vylepšení tuhostních parametrů.

5 Optimalizace skladby kompozitu

Vývoj s využitím optimalizace byl zvolen proto, že je velmi obtížné a zdlouhavé zjišťovat, který parametr skladby změnit, aby se zlepšila konkrétní výstupní hodnota. Pokud bychom se se spokojili pouze s drobným vylepšením navrženého řešení, bylo by možné použít některou ze známých lokálních optimalizačních metod. Bohužel ale není možné dokázat, že navržené řešení je blízké optimálnímu a že nějaké zcela jiné řešení by nebylo výrazně lepší. Jistější tedy je použití nejprve globální optimalizační metody a až její výsledek podrobit lokální optimalizaci.

5.1 Příprava MATLAB funkce

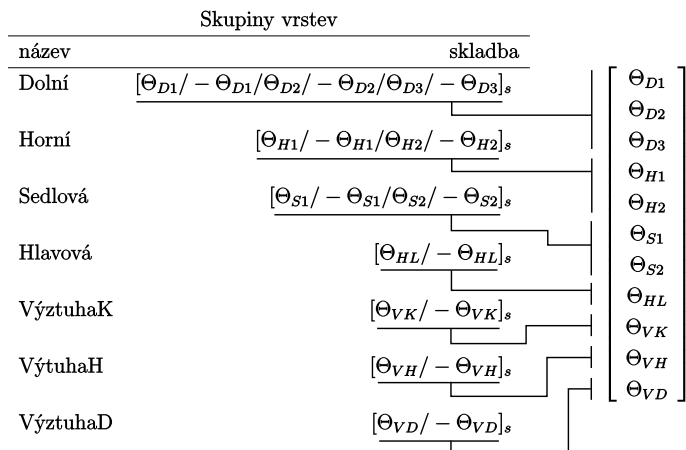
Pro řízení optimalizace byl zvolen software MATLAB, pro výpočty MKP byl i nadále využíván Abaqus. Prvním krokem k optimalizaci bylo sestavení MATLAB funkce, jejímž vstupem musí být informace přesně specifikující skladbu kompozitu, výstupem pak skalární veličina vyjadřující kvalitu takové skladby. Schema této funkce, která byla nazvána „Ohodnocení skladby“, je na obrázku 5.1. Jak je na něm vyznačeno, vstupem je jedenáctiprvkový vektor. Struktura



Obrázek 5.1: MATLAB funkce pro ohodnocení skladby

tohoto vektoru, tj. které jeho prvky určují orientaci kterých vrstev, je patrná z obrázku 5.2. Výstupem je hodnota cílové funkce, do které se promítají hodnoty tuhostí a maximální míry

poruchy dle Tsai-Wu. Vzhledem k tomu, že v rámci optimalizace je tato funkce volána opakovaně mnohokrát za sebou, je vhodné dbát na její co nejmenší náročnost, aby výpočet netrval příliš dlouho. Zároveň je třeba, aby při svém běhu zapisovala informace o důležitých událostech týkajících se výpočtu do vlastního logu.



Obrázek 5.2: Sestavení vstupního vektoru

5.1.1 Sestavení vstupního souboru Abaqusu

První částí funkce je sestavení textu vstupního souboru Abaqusu. To je textový soubor, obsahující kompletní geometrii sítě modelu. Jsou v něm vypsány a očíslovány všechny uzly sítě se souřadnicemi a dále všechny elementy, kterým jsou přiřazeny uzly v jejich vrcholech. Dále jsou zde definovány sady (*sety*) uzlů a elementů, jež jsou v rámci vstupního souboru využívány např. pro přiřazení materiálu nebo pro definici okrajových podmínek. Dále takový soubor obsahuje informace o konfiguraci dílů v sestavě, o vazbách mezi jednotlivými díly a o okrajových podmínkách včetně zatížení. Poslední součástí jsou informace o způsobu výpočtu a o požadovaných výstupech. Takový soubor lze pro jednoduché úlohy psát ručně, pro složitější je text souboru generován preprocesorem, jako je například Abaqus CAE. Výpočet se následně spouští z příkazového řádku nebo přímo z preprocesoru. Výsledky jsou po dokončení výpočtu zapsány do souborů v různých formátech dle specifikace ve vstupním souboru. Pro výpočet je třeba určit pracovní složku, ve které se během výpočtu vytváří pomocné soubory, soubory sloužící ke sledování výpočtu a soubory s výsledky.

Úkolem první části funkce je vzít hodnoty ze vstupního vektoru, vložit je na správné místo vstupního souboru Abaqusu a upravený soubor uložit do pracovní složky Abaqusu. Matlab umí do souboru zapisovat buď přepsáním původního obsahu, nebo přidáním nového obsahu na konec stávajícího souboru. Nelze vkládat části textu přímo doprostřed textu souboru. Jelikož pro výpočet, který byl sestaven k analýze prvotního návrhu v kapitole 4.4, byl preprocesorem vygenerován vstupní soubor s počtem řádků téměř 135 000 a velikosti 7,2 MB, bylo vhodné si rozmyslet, jakým způsobem tak veliký soubor upravovat. Načítání celého obsahu souboru do

paměti Matlabu totiž na běžném notebooku trvá v řádu sekund, stejně tak i následný zápis do nového souboru. Proto byl vstupní soubor rozdělen na tři části, přičemž pouze prostřední část je závislá na vstupním vektoru. První, obsahující 98% kódu, byla uložena ve formě textového souboru, druhá a třetí pak ve formátu .mat, což je nativní formát Matlabu pro ukládání proměnných.

Postup programu je pak následující:

1. Nakopírování textového souboru s první částí do pracovní složky Abaqusu (možné přepsání původního).
2. Načtení druhé a třetí části do paměti Matlabu
3. Vyhledání míst v druhé části, kam mají být zapsány konkrétní hodnoty ze vstupního vektoru a jejich zápis.
4. Připsání druhé a třetí části na konec textového souboru v pracovní složce Abaqusu.

Na tomto postupu stojí za zmínku jen bod 3. Jak již bylo zmíněno při popisu MKP analýzy návrhu, vstupní soubor obsahuje informaci o skladbě v podobě *region -j vrstvy, orientace*, nikoliv v podobě *vrstva, orientace -j region*. To znamená, že pokud si představíme například dvě vrstvy *A* a *B* z části se překrývající, Abaqus pro ně sestaví tři entity *section*. První pro region, kde vystupuje pouze vrstva *A*, druhou pro region kde vystupují obě vrstvy a třetí pro poslední region, kde je pouze vrstva *B*. Na analyzovaném rámu je takových regionů 14. Každému regionu přísluší seznam vrstev identifikovaných svými názvy, které jim byly přiřazeny v preprocesoru. Pro každou vrstvu je unikátně zdefinována orientace, ve které je zaznamenán výchozí souřadnicový systém, velikost pootočení a index osy, podle které otočení probíhá. Tato orientace je v textu jednoznačně pojmenována a následně odkázána u příslušné vrstvy v seznamu vrstev regionu. Z toho vyplývá, že úhel určující orientaci vrstvy není v textu pouze jednou, ale přesně tolikrát, kolika regiony daná vrstva prochází. Pod bodem 3. *Vyhledání míst v druhé části...* se tedy skrývá následující sekvence:

1. Vezmi název vrstvy ze seznamu názvů vrstev
2. Vyhledej regiony, ve kterých vrstva vystupuje
3. V definici regionů najdi názvy orientací, příslušející k vrstvě
4. Podle názvů najdi místa, kde se tyto orientace definují
5. Přepiš definice těchto orientací hodnotou ze vstupního vektoru
6. Jdi na další vrstvu ze seznamu

5.1.2 Spuštění Abaqusu

Po sestavení vstupního souboru, ve kterém již jsou zahrnuty informace ze vstupního vektoru, je třeba příkazem Matlabu spustit výpočet Abaqusu. Jak již bylo výše zmíněno, výpočet lze spustit z příkazového řádku operačního systému. Matlab dokáže s příkazovým řádkem spolupracovat pomocí funkce `system(příkaz)`. První pokusy ukázaly, že při spuštění Matlabem trvá výpočet neúměrně déle než při přímém spuštění. Navíc po chvíli běhu vzroste využití procesoru Matlabem na maximální úroveň. Nakonec po mnoha pokusech bylo odhaleno, že problém lze odstranit jednoduše oddělením pracovní složky MATLABU od pracovní složky Abaqusu.

Zvažována byla i možnost využití výpočetních serverů ČVUT. Po krátkém průzkumu však bylo od této myšlenky upuštěno a to vzhledem k obtížnému předávání dat mezi Abaqusem a Matlabem.

5.1.3 Vyčkání na výsledky

V případě spouštění Abaqusu se příkaz `system(...)` chová tak, že výpočet spustí a po pár okamžicích nechá Matlab pokračovat v dalších příkazech. To je standardní chování popsané v nápovědě tohoto příkazu. Bylo tedy nutné sestavit podprogram, který zajistí vyčkání na dokončení MKP výpočtu. Je-li Abaqus spuštěn s parametrem `background`, zapisuje základní informace o průběhu výpočtu do textového souboru s koncovkou `.log` v pracovním adresáři. Vyčkávací podprogram byl tedy navržen jako smyčka, během které Matlab opakovaně načítá tento soubor a vyhledává v něm klíčová slova „COMPLETE“ nebo „ERROR“. V této smyčce je pozastavovací příkaz `pause(3)`, který zastaví aktivitu Matlabu na dobu 3 s, aby vyčkávací podprogram nesnižoval Abaqusu využitelný výkon počítače. V rámci poběhnutí jedné smyčky jsou pro kontrolu uživatelem vypisovány do konzoly Matlabu základní informace jako je pořadové číslo hodnocené skladby, čas od počátku optimalizace a čas od počátku aktuálního MKP výpočtu. Jakmile je v logu zaznamenáno klíčové slovo, nebo překonán nastavený maximální čas pro jeden MKP výpočet, smyčka končí a podprogram vrací informaci o tom, jestli a jak výpočet skončil.

5.1.4 Načtení výsledků ze souboru .dat

Pokud vyčkávací podprogram hlásí, že výpočet skončil chybou, nebo že nebyl dokončen v nastaveném maximálním čase, nepokouší se Matlab číst výsledky. V takovém případě nahradí hodnoty, které měly vzejít z výpočtu, jasně identifikovatelnou hodnotou a do svého logu zapíše informaci o problému.

Pokud ale proběhne výpočet v pořádku, otevře program výstupní soubor Abaqusu (`.dat`) a z něj přečte podstatné hodnoty. Těmi jsou jednak maximální hodnoty míry poruchy dle Tsai-Wu v jednotlivých regionech a případech zatížení a jednak posuvy bodů podstatných pro počítané tuhosti.

Opět přichází problém s načítáním velkých souborů Matlabem, protože výstupní soubor má velikost 55 MB a 1,3 milionu řádků. Vyžádat od Abaqusu kompaktnější výsledky lze pomocí uživatelských *subroutin*, tato funkčnost však součástí školní licence není. Naštěstí lze docílit nezávislosti struktury souboru na hodnocené skladbě. Tím pádem bylo možné vyřešit problém tak, že program načte celý soubor pouze na začátku optimalizace nebo po nezdařeném MKP výpočtu, a zapamatuje si čísla řádků, na kterých našel výsledky. Při dalších výpočtech pak už jen kontroluje, zda řádek který načítá, obsahuje na svém začátku stále stejná data. Při odečítání míry poruchy Tsai-Wu je to řetězec „MAXIMUM“, při odečítání posuvů jsou to identifikační čísla uzlů, na kterých je posuv odečítán. Jakmile program zjistí jiný než očekávaný začátek řádku, skončí chybou a optimalizace je přerušena.

5.1.5 Výpočet hodnoty cílové funkce

Pokud program nenarazí na problém a z výstupního souboru odečte všechna podstatná data, spočítá hodnotu cílové funkce. Tu však bylo nejprve nutné sestavit. Její tvar výrazně ovlivňuje výsledky optimalizací, jelikož v sobě nese informaci, který parametr má jakou váhu. Pokud je jednomu výstupnímu parametru přiřazen příliš vysoký váhový součinitel, je při optimalizaci preferován i za cenu zhoršení ostatních parametrů.

Za žádanou byla zvolena situace, kdy jsou při optimalizaci maximalizovány tuhosti při současném udržení maxima míry poruchy Tsai-Wu pod hodnotou $TW = 1$. Cílová funkce byla sestavena jako součet tří příspěvků: S_{TH} , S_{OOS} a S_{TW} .

$$P = S_{TH} + S_{OOS} + S_{TW} \quad (5.1)$$

Závislost jednotlivých příspěvků na výstupech MKP výpočtu je následující:

$$S_{TH} = \begin{cases} -k_{th} + 11 & \text{pro } k_{th} \geq 5 \\ -2k_{th} + 16 & \text{pro } k_{th} < 5 \end{cases} \quad (5.2)$$

$$S_{OOS} = \begin{cases} -0,02k_{oos} + 8,2 & \text{pro } k_{oos} \geq 160 \\ -0,04k_{oos} + 11,4 & \text{pro } k_{oos} < 160 \end{cases} \quad (5.3)$$

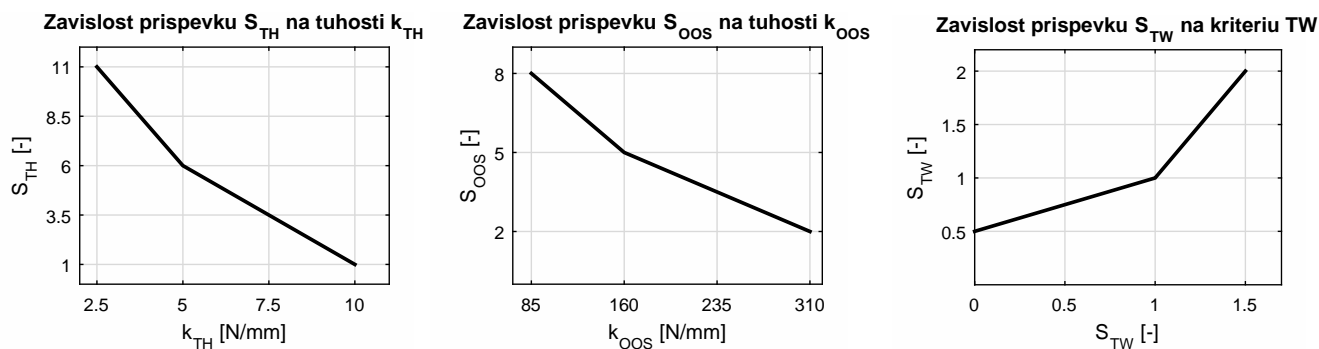
$$S_{TW} = \begin{cases} 2TW - 1 & \text{pro } TW \geq 1 \\ 0,5TW + 0,5 & \text{pro } TW < 1 \end{cases} \quad (5.4)$$

kde tuhosti k_{th} a k_{oos} jsou počítány z posuvu uzlů na nichž jsou měřeny:

$$k_{th} = \frac{100}{|u_z|} \quad (5.5)$$

$$k_{oos} = \frac{100 \cos 26^\circ}{|u_y|} \quad (5.6)$$

Mnohem přehlednější je závislosti zobrazit v grafech vykreslených v obrázku 5.3. Aby byly vý-

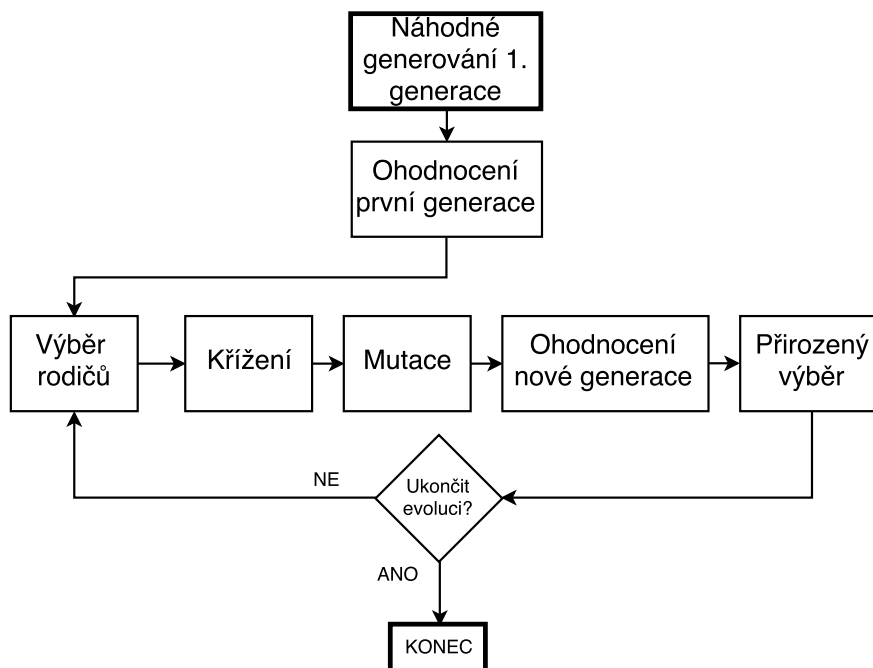


Obrázek 5.3: Závislosti příspěvků na výstupech MKP výpočtu

sledky lépe sledovatelné v průběhu optimalizace a aby bylo možné je zpětně zpracovat v grafech, jsou na konci programu „Ohodnocení skladby“ uloženy včetně vstupního vektoru do externího souboru .mat a zapisovány to textového souboru.

5.2 Globální optimalizace

Po zprovoznění MATLAB funkce „Ohodnocení skladby“ bylo možné přistoupit k samotné optimalizaci. První částí byla globální optimalizace pomocí genetického algoritmu. Tak se nazývá algoritmus, jehož cílem je hledat optimální řešení problému napodobováním evoluce - objevují se v něm prvky jako křížení, mutace či přirozený výběr. Schéma genetického algoritmu využitého v této práci je na obrázku 5.4. Matlab může obsahovat *Global optimization toolbox*,



Obrázek 5.4: Schéma globální optimalizace genetickým algoritmem

který optimalizaci genetickým algoritmem umožňuje. Z důvodu nedostupnosti licence však byla použita volně dostupná alternativa *Open Genetic Algorithm Toolbox* [19]. Ten je koncipován jako stavebnice, do které uživatel dotváří vlastní funkce a programy, čímž je celý toolbox velmi variabilní.

Náhodné generování první generace

Začátkem celého procesu je vznik první generace, tedy množiny jedinců o konečné velikosti. Jedince v generaci jednoznačně definuje vektor skladby kompozitu, je to tedy jakási jeho DNA. Každému jedinci jsou během optimalizace přiřazeny následující hodnoty:

- Vektor skladby kompozitu
- Hodnota cílové funkce
- Zdatnost
- Pravděpodobnost křížení
- Pravděpodobnost mutace

Ve fázi náhodné tvorby první generace jsou v paměti Matlabu alokovány proměnné pro ukládání těchto dat. Při běhu optimalizace jsou v paměti současně uchovávány vždy jen dvě generace - rodiče a děti. Předchozí generace nejsou nijak zaznamenávány. Výpočet jedné generace o velikosti 110 jedinců trval při standardním dostupném výpočetním výkonu přibližně tři hodiny, bylo tedy nutné do průběhu optimalizace zakomponovat zálohování spočtených dat pro pozdější obnovení běhu optimalizace. Jednou z funkcí, kterou musí uživatel toolboxu dodat, je funkce pro zobrazování výsledků dosažených aktuální generací, která je volána vždy na konci smyčky. Ta byla zvolena jako nejvhodnější místo pro implementaci zálohování dat. Do spouštěcího skriptu optimalizace pak byla doprogramována pasáž vyzývající uživatele k volbě, jakým způsobem má být první generace vytvořena - zda má být náhodně generována, nebo má být načtena ze zálohy některé předchozí optimalizace.

Pokud uživatel zvolí možnost náhodného vzniku první generace, volá si toolbox další funkci, kterou musí dodat uživatel. Ta byla vytvořena jako jednoduchý skript využívající funkci Matlabu `randi(...)`, která generuje pseudonáhodným algoritmem celá čísla v rozsahu specifikovaném v argumentu funkce. Pomocí ní je vytvořen vektor (11x1) náhodných celých čísel v rozsahu 0 až 90 včetně. Volána je tolikrát, aby vznikla generace o uživatelem zvolené velikosti.

5.2.1 Ohodnocení první generace

Poté, co jsou náhodně vygenerováni jedinci, tedy vektory definující skladbu kompozitu, je třeba určit, jak je který jedinec kvalitní. Zde přichází na řadu funkce „Ohodnocení skladby“, jejíž pomocí je každému jedinci přiřazena hodnota cílové funkce. Ta je postavena tak, že čím lepší

je jedinec, tím nižší má tuto hodnotu. Vychází totiž z logiky starších optimalizačních metod, u kterých je zvykem minimalizace cílové funkce. U genetických algoritmů je ale zvyk přesně opačný - jedincům je přiřazována hodnota zdatnosti a cílem je najít jedince s nejvyšší hodnotou. Hodnotu cílové funkce lze ve zdatnost transformovat vícero způsoby. *Open Genetic Algorithm Toolbox* nabízí v základu např. lineární přepočítání, přepočítání dle pořadí jedinců v generaci a tzv. sigma přepočítání. Zvolena byla možnost přepočítání dle pořadí. Tu lze ilustrovat na jednoduchém příkladu:

Generace má tři jedince, kteří dosáhli hodnot cílové funkce [5; 12; 2]. Těmto jedincům bude přiřazena dle pořadí v rámci generace zdatnost [2; 1; 3].

Nezáleží tedy na tom, o kolik je jedinec lepší než ostatní, ale na tom, kolik jedinců je horších než on. Nakonec této fáze je jedincům přiřazena všem stejná hodnota pravděpodobnosti křížení a mutace, které zadal uživatel při spuštění optimalizace.

5.2.2 Výběr rodičů

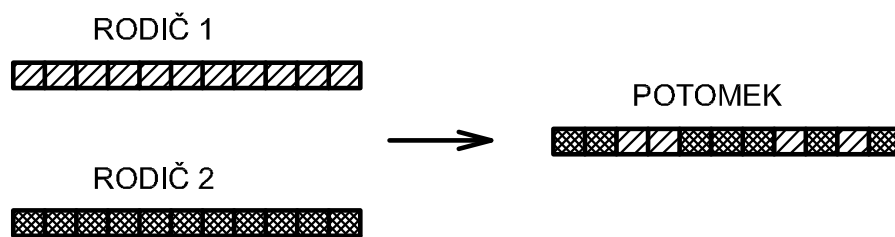
Po ohodnocení první generace je na řadě výběr jedinců vhodných k reprodukci. Jejich počet závisí na nastavení, kolik rodičů je potřeba na vytvoření jednoho potomka. Po vzoru přírody byla nastavena tato konstanta na hodnotu dva. Samotný výběr je prováděn metodou SRS - *Stochastic Remainder Sampling*. Nejprve je spočtena průměrná zdatnost všech jedinců a generace je rozdělena na podprůměrné a nadprůměrné. Všichni nadprůměrní jsou v náhodném pořadí do seznamu rodičů vloženi automaticky a to každý dvakrát. Volná místa pak obsazují vítězové soubojů náhodných dvojic vybíraných z celé generace, ve kterých samozřejmě vítězí vždy ten zdatnější. Pokud tedy málo zdatný jedinec narazí na ještě méně zdatného, je mu umožněna reprodukce.

5.2.3 Křížení

Jedinci určené jako rodiče jsou pro křížení uspořádány do dvojic. Těchto dvojic je přesně tolik, kolik je jedinců v jedné generaci. Zdatní jedinci předchozí generace vystupují ve více dvojicích, méně zdatní pouze v jedné. Vlastní algoritmus křížení musel být toolboxu dodán. Zvolena byla vícebodová metoda křížení, přičemž poloha a počet dělicích bodů jsou náhodné. Program postupuje tak, že nejprve rodiče ve dvojici náhodně uspořádá. Dále přiřadí potomkovi vektor vrstev shodný s rodičem číslo dva. Nakonec náhodně vybere náhodný počet prvků vektoru vrstev prvního rodiče a předá je potomkovi. Základní část zdrojového kódu programu křížení vypadá následovně:

```
FromP1=randperm(length(parent1),randi(length(parent1)-1));
child = parent2;
child(FromP1)=parent1(FromP1);
```

Systém ilustruje obrázek 5.5. Vektor `FromP1` by měl v tomto případě podobu [3 4 8 10]



Obrázek 5.5: Systém náhodného vícebodového křížení

Křížení ovšem nemusí proběhnout u každé dvojice, vstupují zde totiž do hry pravděpodobnosti křížení přiřazené rodičům. Hodnota této pravděpodobnosti je závislá na zdatnosti jedince. Čím zdatnější jedinec je, tím větší má pravděpodobnost, že jeho geny nebudou ovlivněny křížením a potomek bude jen jeho kopií. Zda ke křížení dojde či ne se řídí méně zdatným rodičem. Aby vznikl potomek pouhým kopírováním náhodného z obou rodičů, musí mít oba vysokou zdatnost. U málo zdatných jedinců je pravděpodobnost křížení velká a tím pádem se mnohem více v průběhu optimalizace mění. Hodnoty pravděpodobnosti křížení a mutace se pro potomka určují jako průměry hodnot rodičů.

5.2.4 Mutace

Každý nový jedinec, ať už vzniklý křížením či kopírováním, je okamžitě po svém vzniku podroben možnosti mutace. Zda mutace proběhne nebo ne, je rozhodnuto náhodně s pravděpodobností příslušné novému jedinci. Algoritmus musí být toolboxu dodán uživatelem. Pro mutaci skladby kompozitu byl navržen jednoduchý postup, kdy se k náhodnému prvku vektoru vrstev přičte celé číslo v z intervalu $\langle -30; 30 \rangle$. Pokud takto změněný prvek spadne mimo interval $\langle 0; 90 \rangle$, je jeho hodnota nahrazena hodnotou hraniční. Zdrojový kód programu mutace vypadá následovně:

```
vr=randi(11,1);

sign=randi(2);
if sign == 1
    x(vr)=x(vr)+randi(30,1);
else
    x(vr)=x(vr)-randi(30,1);
end
if x(vr)>90
    x(vr)=90;
elseif x(vr)<0
    x(vr)=0;
end;
```

5.2.5 Přirozený výběr

Po mutaci následuje ohodnocení nové generace, to ale probíhá shodně s ohodnocením první generace - jedincům je jednoduše přiřazena hodnota cílové funkce a zdatnost.

Jakmile jsou všichni jedinci ohodnoceni, přichází boj o přežití, neboli přirozený výběr. Zde se uplatní dvě nastavení, která provedl uživatel při spuštění optimalizace. Jednak je to míra elitismu, a jednak rozhodnutí, jestli mezi sebou soupeří rodiče s potomky. Na doporučení tvůrce toolboxu byla míra elitismu nastavena na 10%. To znamená, že z boje o přežití je automaticky vyřazeno 10% (vztaženo k velikosti generace) nejlepších jedinců napříč rodiči i potomky. Zbýlých 90% je vybíráno buď jen z potomků, nebo z rodičů a potomků, právě v závislosti na výše zmíněném rozhodnutí uživatele. V našem případě byl zvolen výběr pouze z potomků, což vede k pomalejší konvergenci, čímž se ale zvyšuje počet křížení a mutací a tím i pravděpodobnost vzniku lepšího jedince. Příliš rychlé vymírání slabších jedinců totiž zabraňuje proniknutí jejich kvalitních „genů“ do „DNA“ elity.

Z potomků je tedy vybírán zbytek přeživších. To probíhá podobně jako při výběru rodičů, s tím rozdílem, že mezi přeživší je každý nadprůměrný jedinec vybrán pouze jednou. Zbýlá místa opět zaplní výherci soubojů náhodných dvojic. V tomto místě jsou jedincům také aktualizovány pravděpodobnosti mutace a křížení na základě jejich zdatnosti.

5.2.6 Ukončení evoluce

Po ukončení přirozeného výběru dochází program k rozhodování, zda evoluci již ukončit či nikoliv. Při startu optimalizace je možné nastavit ukončení po pevném počtu generací, po pevném čase nebo po zvoleném počtu generací bez zlepšení nejlepší dosažené hodnoty. Během výpočtu je pak možné zastavit optimalizaci pomocí nástroje řízení v reálném čase. Vzhledem k tomu, že výpočet jedné generace trval přibližně tři hodiny, nebylo nastavováno žádné omezení. Místo toho byly průběžně sledovány výsledky zapisované do logů a optimalizace byla zastavena ručně ve chvíli, kdy si jedinci jedné generace byli již velmi podobní a výpočet jen čekal na vhodnou náhodnou mutaci. K takové situaci při daném nastavení docházelo pravidelně již po osmi až devíti generacích.

5.3 Lokální optimalizace

Globální optimalizační metody sice vcelku důkladně prohledávají daný pracovní prostor, nicméně jejich výsledek nemusí být ve svém okolí zdaleka nejlepší. Efektivní je zastavit globální optimalizaci těsně před její stagnací a výsledek podrobit optimalizaci lokální.

Lokálních optimalizačních metod existuje celá řada. Pro úlohu optimalizace skladby bylo vybíráno z metod negradičních, tedy takových, které pracují jen a pouze s funkčními hodnotami cílové funkce. Zvoleny byly dvě metody: simplexová a modifikovaná metoda Rosenbrockova. Simplexová metoda byla vybrána především pro její rychlou konvergenci a kvalitní implementaci v softwaru Matlab, kde je vedena pod názvem `fminsearch` v *Optimization toolboxu*. Druhá

metoda byla zvolena jako ověřovací. Funkce „Ohodnoť skladbu“ je totiž naprogramována tak, že je definována pouze v diskrétních bodech v prostoru dimenze 11, kdežto simplexová metoda vyžaduje funkci spojitou. Počáteční délka hrany simplexu ve funkci `fminsearch` je dle pokusů závislá na výchozím bodu a to tak, že při hodnotách kolem čísla 45 je délka hrany simplexu $1 \cdot 10^{-5}$. Vzdálenost dvou bodů v prostoru, kde je možné spočítat hodnotu cílové funkce, je přitom 1. Nastavit výchozí délku hrany simplexu bohužel nelze, bylo tedy nutné normovat vstupní vektor tak, aby počáteční délka hrany simplexu vycházela přibližně deset. Funkce „Ohodnoť skladbu“ byla tedy zapouzdřena do pomocné funkce, která provede inverzní transformaci vstupního vektoru, výsledek zaokrouhlí a odešle jako vstup do „Ohodnoť skladbu“.

Zmíněným zaokrouhlováním je ale vlastně způsobeno, že `fminsearch` nedostává výsledky z bodu, který požadovala, ale z nějakého okolního bodu. Dokud je hrana simplexu dostatečně delší, než vzdálenost o kterou byl vyhodnocovaný bod zaokrouhlením posunut, funguje vše bez problémů. Otázkou však je, jak se metoda zachová ve chvíli, kdy zmenší hranu simplexu na délku srovnatelnou s velikostí zaokrouhlení. Pro ověření funkčnosti tak byla naprogramována Rosenbrockova metoda [5] s jistou modifikací.

Ta spočívá v odstranění kombinace směrů z postupu optimalizace. Postup je tedy následující: Po zadání výchozího bodu je spočtena hodnota vedlejšího bodu ve směru či protisměru náhodně vybraného bázového vektoru. V tomto směru se optimalizace posouvá, dokud hodnota klesá nebo zůstává konstantní. Jakmile vzroste, volí se znovu náhodný bázový směr. Dojde-li k situaci, že první bod ve zvoleném směru je horší než výchozí, volí se nový náhodný směr ze zbývajících. Byl testován i postup, kdy byl v takovém případě přednostně volen směr opačný, přínos však byl minimální a omezovala se tím náhodnost volby směru, což je nežádoucí. Optimalizace je ukončena, jsou-li všechny okolní body v bázových směrech horší než stávající bod, nebo pokud se optimalizace posune 44 krát bez nalezení lepší hodnoty. To pro případ, kdy se optimalizace dostane do prostoru, kde je cílová funkce konstantní vůči některým prvkům vektoru skladby. Několik takových prostorů totiž bylo při testování této optimalizace objeveno. Že může být cílová funkce konstantní vůči některým prvkům vstupu, je způsobeno mimo jiné tím, že výsledky zapisované Abaqusem do výstupního souboru mají pouze čtyři platné číslice. Počet 44 byl zvolen jako dvojnásobek směrů.

Provedeno bylo několik ověřovacích optimalizací s různými výchozími body. Ukázalo se, že funkce `fminsearch` najde vždy buď stejnou, nebo lepší hodnotu cílové funkce, než program popsaný výše.

5.4 Výsledky

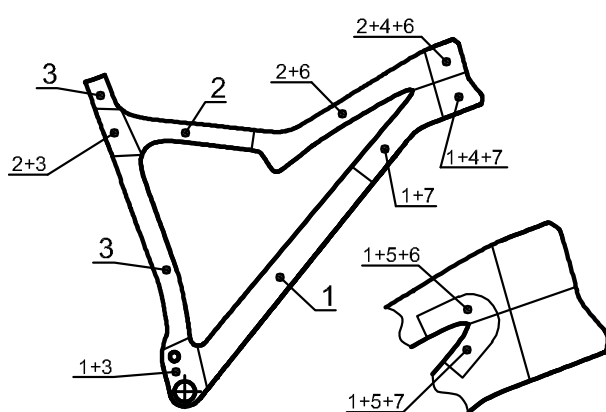
Optimalizace, jak globální tak i lokální, byla provedena pro tři varianty cílové funkce:

- pro základní variantu dle vztahu (5.1): $P = S_{TH} + S_{OOS} + S_{TW}$
- pro variantu beroucí v potaz pouze tuhost: $P = S_{TH} + S_{OOS}$
- a pro variantu zohledňující pouze míru poruchy, čili pevnost: $P = S_{TW}$

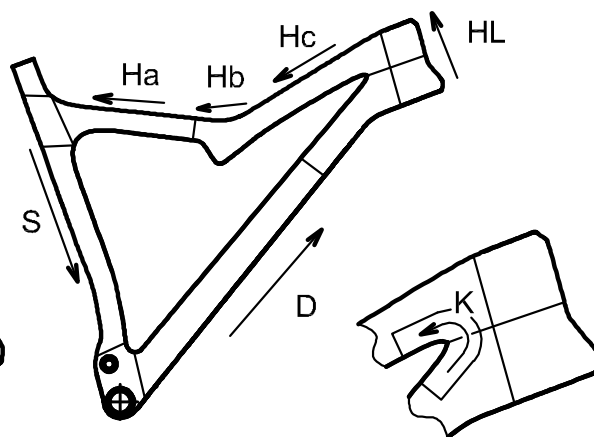
Účelem dodatečných optimalizací pouze na tuhost a pouze na pevnost bylo především porovnání výsledků dosažených celkovou optimalizací s limitními případy. Lze tak ověřit, že cílová funkce je správně vyvážená a že neupřednostňuje žádný z výstupních parametrů MKP výpočtu. Zároveň je možné porovnáním výsledků zjistit, jak velkých kompromisů bylo při celkové optimalizaci zapotřebí a jakou měrou jsou stanovené požadavky v konfliktu.

5.4.1 Výsledky globální optimalizace

První budou separátně uvedeny výsledky globální optimalizace. Na obrázku 5.6 jsou zakresleny regiony rámu včetně regionů pro výztuhu koutu. Čísla označují skupiny vrstev vystupující v daném regionu. Obrázek 5.7 pak zachycuje referenční směry pro jednotlivé skupiny vrstev. Samotné výsledky jsou shrnuty v tabulce 5.1. Patrné z nich je, že při základní globální optimalizaci nebylo pro dosažení dostatečné pevnosti nutné slevit na hodnotách tuhostí. Při optimalizaci s ohledem pouze na pevnost bylo dosaženo o 5,2% lepšího výsledku TW , ovšem za cenu zhoršení torzní tuhosti k_{th} o 7,4% a tuhosti středu k_{oos} o 10,2%. Nicméně i tak lze říci, že dosažené výsledky jsou velmi blízko jak maximu tuhosti, tak i pevnosti. Obrázky 5.8



Obrázek 5.6: Regiony



Obrázek 5.7: Referenční směry

až 5.13 zobrazují průběh jednotlivých optimalizací. Horní tři grafy (obrázky 5.8, 5.10 a 5.12) zachycují vždy první, čtvrtou a poslední generaci příslušné optimalizace. Je z nich zřejmé, že

| VÝSLEDKY ZÁKLADNÍ GLOBÁLNÍ OPTIMALIZACE | | |
|--|-----------|--------------------------------|
| Skladba kompozitu: Skupiny vrstev | | |
| číslo. | název | skladba |
| 1 | Dolní | $[\pm 48 / \pm 28 / \pm 14]_s$ |
| 2 | Horní | $[\pm 9 / \pm 20]_s$ |
| 3 | Sedlová | $[\pm 5 / \pm 16]_s$ |
| 4 | Hlavová | $[\pm 42]_s$ |
| 5 | Výztuha K | $[\pm 71]_s$ |
| 6 | Výztuha H | $[\pm 74]_s$ |
| 7 | Výztuha D | $[\pm 74]_s$ |
| Nastavení optimalizace: Počet jedinců v generaci: 110 počáteční pravděpodobnost křížení: 95% počáteční pravděpodobnost mutace: 20% soupeření rodičů s potomky: NE míra elitismu: 10% | | |
| Výsledky: (počet generací: 9) $k_{th} = 9,533 N/mm$ $k_{oos} = 358,2 N/mm$ $TW = 0,863$ | | |

| VÝSLEDKY GLOBÁLNÍ OPTIMALIZACE NA TUHOST | | |
|--|-----------|--------------------------------|
| Skladba kompozitu: Skupiny vrstev | | |
| číslo. | název | skladba |
| 1 | Dolní | $[\pm 48 / \pm 13 / \pm 30]_s$ |
| 2 | Horní | $[\pm 9 / \pm 11]_s$ |
| 3 | Sedlová | $[\pm 38 / \pm 5]_s$ |
| 4 | Hlavová | $[\pm 51]_s$ |
| 5 | Výztuha K | $[\pm 43]_s$ |
| 6 | Výztuha H | $[\pm 63]_s$ |
| 7 | Výztuha D | $[\pm 63]_s$ |
| Nastavení optimalizace: Počet jedinců v generaci: 110 počáteční pravděpodobnost křížení: 95% počáteční pravděpodobnost mutace: 20% soupeření rodičů s potomky: NE míra elitismu: 10% | | |
| Výsledky: (počet generací: 9) $k_{th} = 9,515 N/mm$ $k_{oos} = 359,7 N/mm$ $TW = 1,18$ | | |

| VÝSLEDKY GLOBÁLNÍ OPTIMALIZACE NA PEVNOST | | |
|--|-----------|-------------------------------|
| Skladba kompozitu: Skupiny vrstev | | |
| číslo. | název | skladba |
| 1 | Dolní | $[\pm 34 / \pm 9 / \pm 11]_s$ |
| 2 | Horní | $[\pm 16 / \pm 38]_s$ |
| 3 | Sedlová | $[\pm 33 / \pm 74]_s$ |
| 4 | Hlavová | $[\pm 57]_s$ |
| 5 | Výztuha K | $[\pm 70]_s$ |
| 6 | Výztuha H | $[\pm 84]_s$ |
| 7 | Výztuha D | $[\pm 88]_s$ |
| Nastavení optimalizace: Počet jedinců v generaci: 110 počáteční pravděpodobnost křížení: 95% počáteční pravděpodobnost mutace: 20% soupeření rodičů s potomky: NE míra elitismu: 10% | | |
| Výsledky: (počet generací: 9) $k_{th} = 8,826 N/mm$ $k_{oos} = 321,6 N/mm$ $TW = 0,818$ | | |

Tabulka 5.1: Výsledky globální optimalizace

počet 110 jedinců na generaci zajistil nalezení velmi dobrého řešení již v první generaci. Minimum dosažené v první generaci totiž není výrazně vyšší, než minimum v generaci poslední. Také na nich lze ukázat, že po devíti generacích se stává populace vyrovnanou a další evoluce by byla pouhým čekáním na vhodnou mutaci. V tu chvíli se stává efektivnější použití lokální optimalizace.

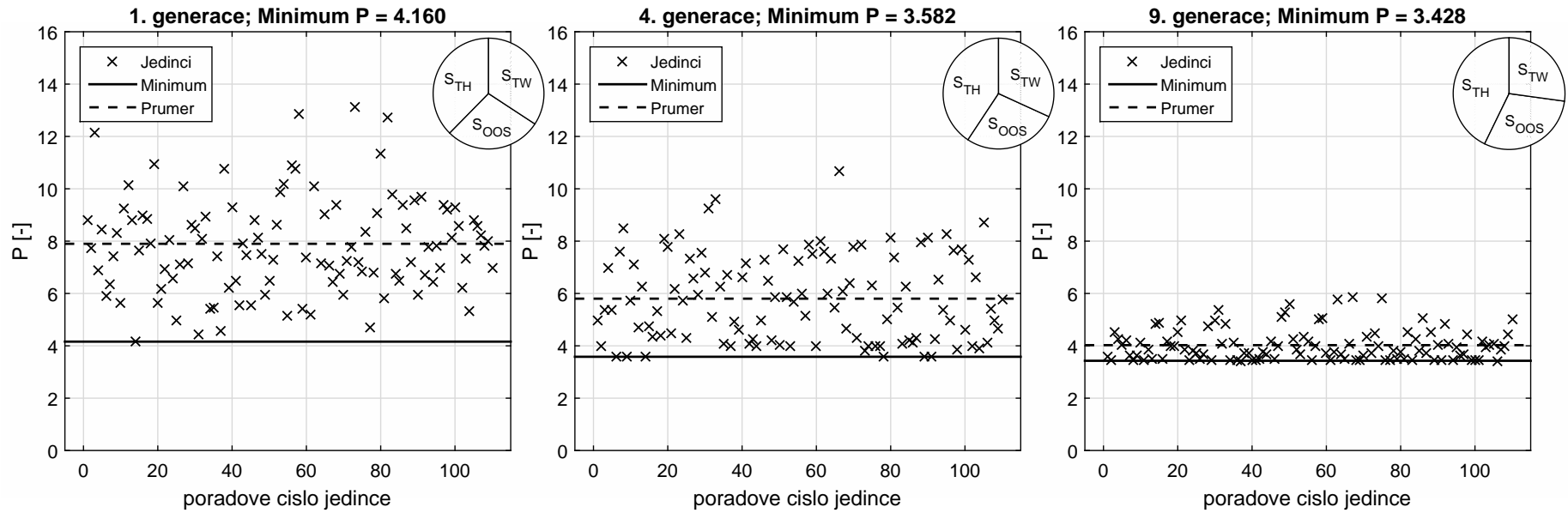
Kruhové diagramy v pravém horním rohu těchto grafů zobrazují poměr jednotlivých příspěvků v hodnotě cílové funkce nejlepšího jedince. V případě základní optimalizace ukazují, že nejvíce se podařilo optimalizací snížit příspěvek od míry poruchy TW . Také potvrzují vhodné vyvážení cílové funkce vůči jednotlivým výstupům MKP výpočtu.

Spodní tři grafy (obrázky 5.9, 5.11 a 5.13) pak ukazují vývoj výstupních hodnot MKP výpočtu nejlepšího jedince v průběhu generací. U všech výstupů došlo v průběhu základní optimalizace několikrát ke změně trendu, kdežto u jednostranně zaměřených optimalizací je trend vyrovnanější. Opět to souvisí s vyvážením cílové funkce. V některých generacích základní optimalizace bylo zlepšení dosaženo zvýšením tuhosti při poměrně menším zhoršení pevnosti, v jiných právě naopak.

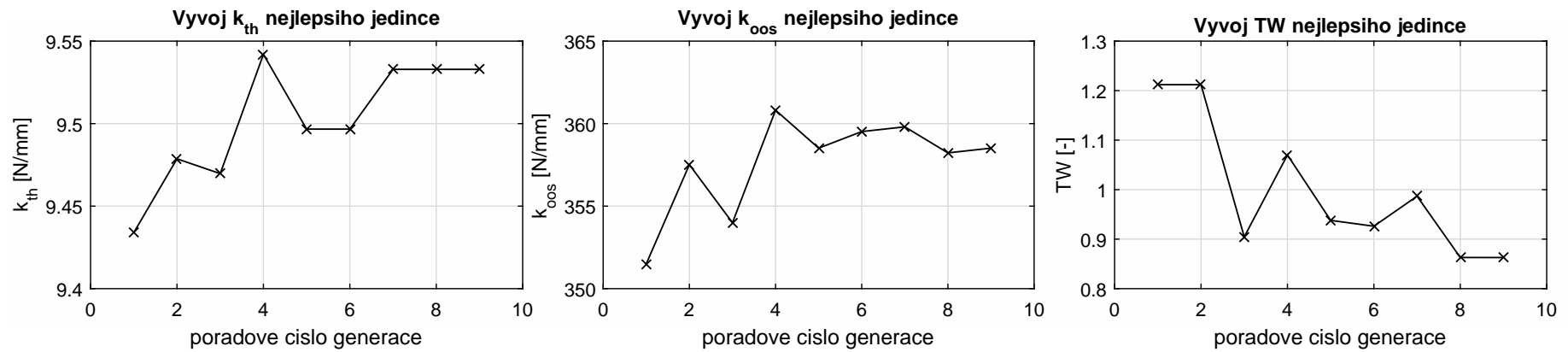
5.4.2 Výsledky lokální optimalizace

Uvedené výsledky globální optimalizace byly použity jako výchozí body pro optimalizace lokální. Použita byla výše zmíněná simplexová metoda implementovaná v softwaru Matlab pod názvem `fminsearch`. Výsledky jsou shrnuty v tabulce 5.2 v obdobném formátu jako výsledky globální optimalizace. U výsledku je vždy v procentech uvedeno dosažené zlepšení či zhoršení, které je vztaženo k hodnotě výsledku globální optimalizace. Opět je vhodné porovnat dosažená zlepšení u základní optimalizace se zlepšeními jednostranných optimalizací. Co se týče pevnosti, bylo z možných 5,5% dosaženo zlepšení 2%. Zlepšení tuhostí jsou pak pod hodnotou 1%. Dá se tedy říci, že výsledek dosažený globální optimalizací byl velmi blízko konečného optimálního řešení.

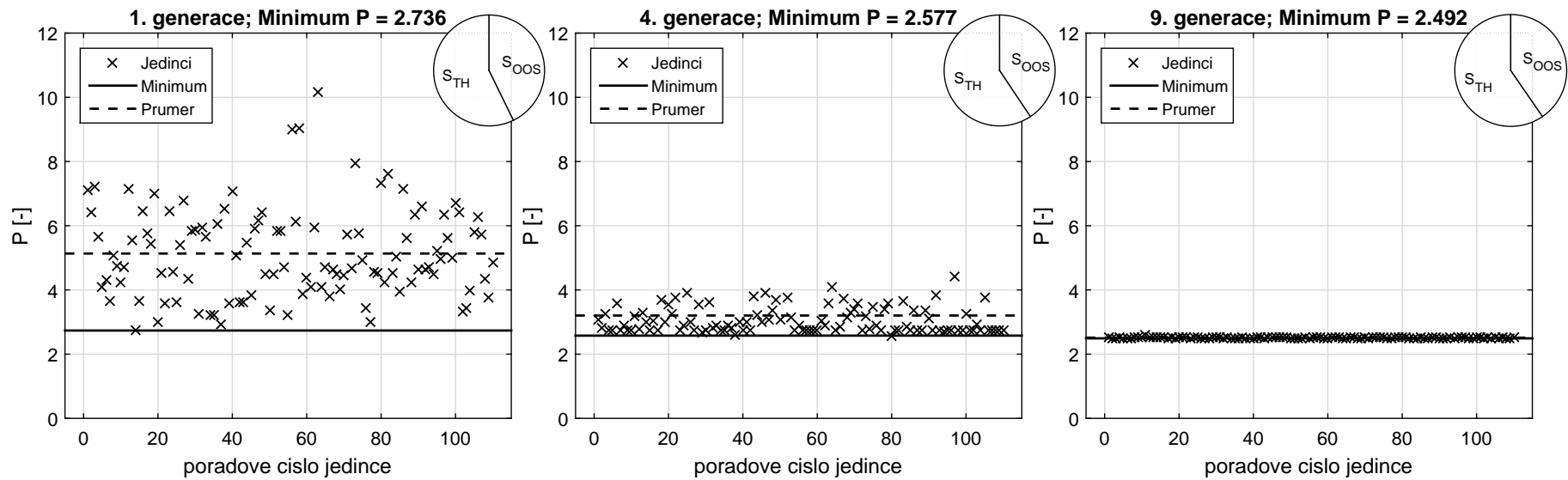
Při lokální optimalizaci bylo ve všech třech případech dosaženo lokálního minima po spočtení maximálně 210 bodů. Rychlost přibližování k minimu je ilustrována grafy na obrázku 5.14.



Obrázek 5.8: Vývoj hodnoty cílové funkce při globální optimalizaci

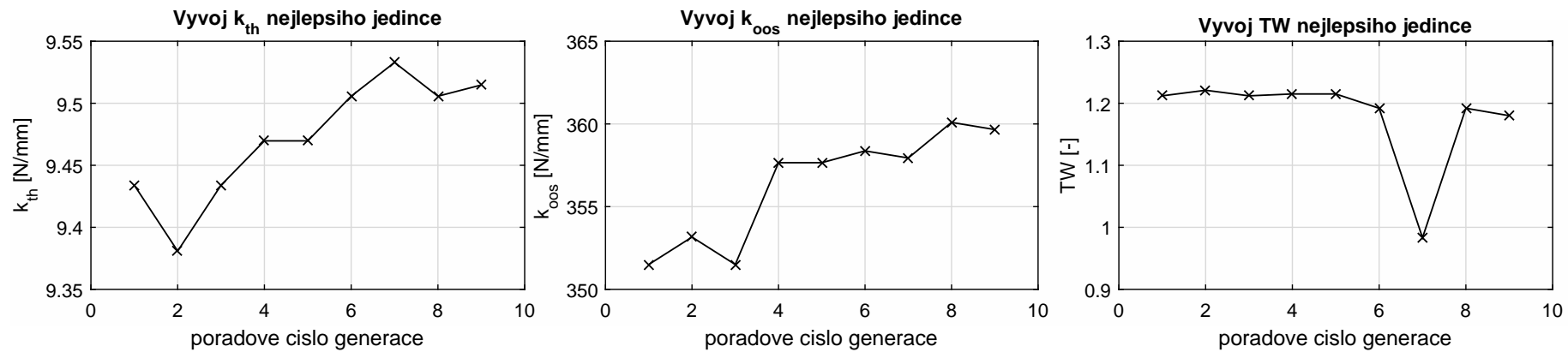


Obrázek 5.9: Vývoj jednotlivých hodnocených výstupů v průběhu generací

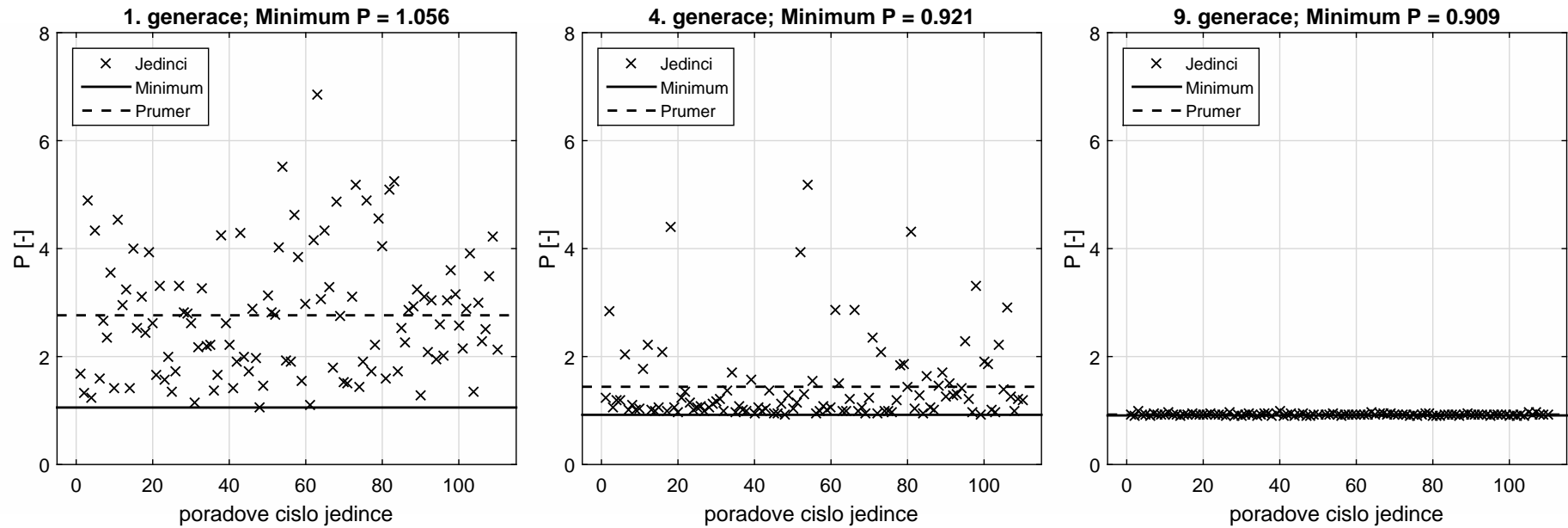


33

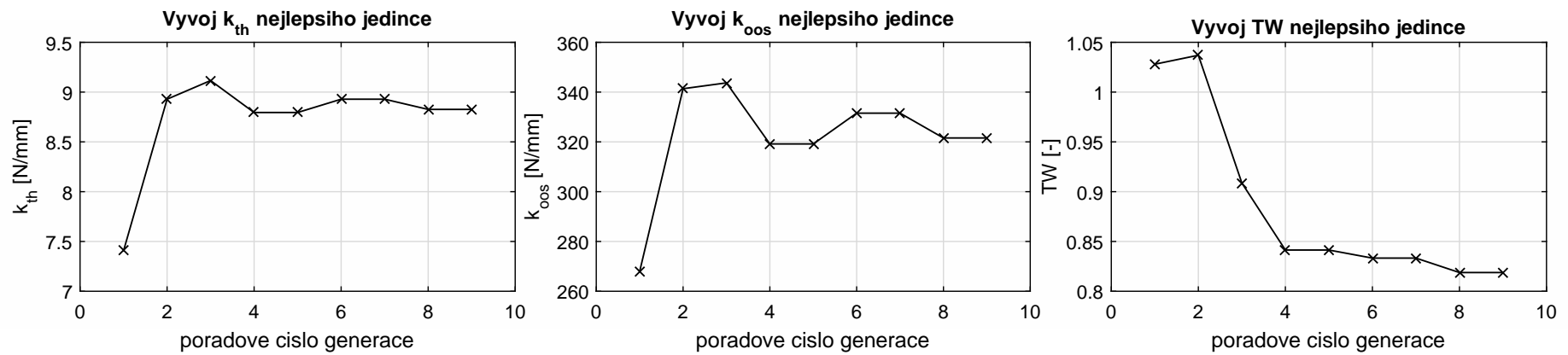
Obrázek 5.10: Vývoj hodnoty cílové funkce při globální optimalizaci s ohledem pouze na tuhost



Obrázek 5.11: Vývoj jednotlivých výstupů při globální optimalizaci s ohledem pouze na tuhost



Obrázek 5.12: Vývoj hodnoty cílové funkce při globální optimalizaci s ohledem pouze na pevnost



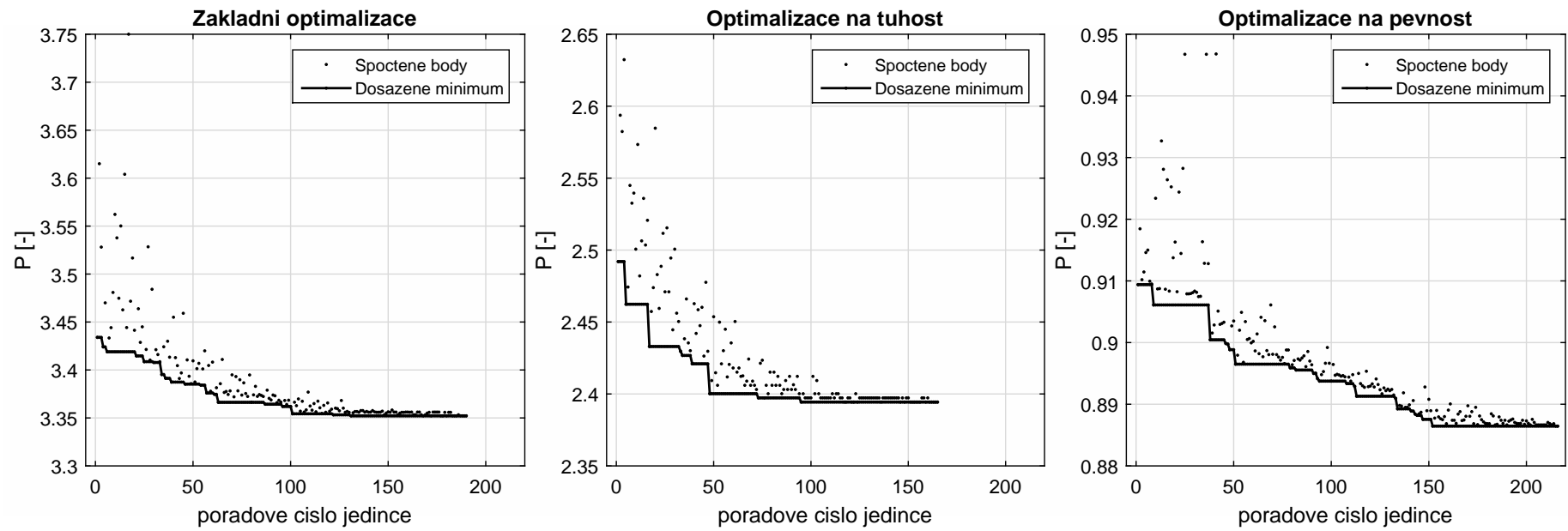
Obrázek 5.13: Vývoj jednotlivých výstupů při globální optimalizaci s ohledem pouze na pevnost

| VÝSLEDKY ZÁKLADNÍ LOKÁLNÍ OPTIMALIZACE | | | |
|---|-----------|------------------------------|--|
| Skladba kompozitu: Skupiny vrstev | | | Nastavení optimalizace: Výchozí bod: výsledek základní globální optimalizace |
| číslo. | název | skladba | $k_{th} = 9,533 N/mm$ |
| 1 | Dolní | $[\pm 45/ \pm 29/ \pm 12]_s$ | $k_{oos} = 358,2 N/mm$ |
| 2 | Horní | $[\pm 17/ \pm 15]_s$ | $TW = 0,863$ |
| 3 | Sedlová | $[\pm 17/ \pm 15]_s$ | |
| 4 | Hlavová | $[\pm 46]_s$ | |
| 5 | Výztuha K | $[\pm 62]_s$ | Výsledky: |
| 6 | Výztuha H | $[\pm 68]_s$ | $k_{th} = 9,56 N/mm$ zlepšení: 0,2% |
| 7 | Výztuha D | $[\pm 74]_s$ | $k_{oos} = 360,5 N/mm$ zlepšení: 0,6% |
| | | | $TW = 0,846$ zlepšení: 2% |

| VÝSLEDKY LOKÁLNÍ OPTIMALIZACE NA TUHOST | | | |
|---|-----------|------------------------------|---|
| Skladba kompozitu: Skupiny vrstev | | | Nastavení optimalizace: Výchozí bod: výsledek globální optimalizace na tuhost |
| číslo. | název | skladba | $k_{th} = 9,515 N/mm$ |
| 1 | Dolní | $[\pm 47/ \pm 17/ \pm 25]_s$ | $k_{oos} = 359,7 N/mm$ |
| 2 | Horní | $[\pm 20/ \pm 11]_s$ | $TW = 1,18$ |
| 3 | Sedlová | $[\pm 24/ \pm 4]_s$ | |
| 4 | Hlavová | $[\pm 49]_s$ | |
| 5 | Výztuha K | $[\pm 35]_s$ | Výsledky: |
| 6 | Výztuha H | $[\pm 65]_s$ | $k_{th} = 9,560 N/mm$ zlepšení: 0,5% |
| 7 | Výztuha D | $[\pm 70]_s$ | $k_{oos} = 362,3 N/mm$ zlepšení: 0,7% |
| | | | $TW = 1,06$ zlepšení: 10,1% |

| VÝSLEDKY LOKÁLNÍ OPTIMALIZACE NA PEVNOST | | | |
|---|-----------|-----------------------------|--|
| Skladba kompozitu: Skupiny vrstev | | | Nastavení optimalizace: Výchozí bod: výsledek globální optimalizace na pevnost |
| číslo. | název | skladba | $k_{th} = 8,826 N/mm$ |
| 1 | Dolní | $[\pm 31/ \pm 12/ \pm 9]_s$ | $k_{oos} = 321,6 N/mm$ |
| 2 | Horní | $[\pm 14/ \pm 23]_s$ | $TW = 0,818$ |
| 3 | Sedlová | $[\pm 32/ \pm 69]_s$ | |
| 4 | Hlavová | $[\pm 71]_s$ | |
| 5 | Výztuha K | $[\pm 79]_s$ | Výsledky: |
| 6 | Výztuha H | $[\pm 85]_s$ | $k_{th} = 8,834 N/mm$ zlepšení: 0,1% |
| 7 | Výztuha D | $[\pm 89]_s$ | $k_{oos} = 317,5 N/mm$ zhoršení: 1,3% |
| | | | $TW = 0,773$ zlepšení: 5,5% |

Tabulka 5.2: Výsledky lokální optimalizace



Obrázek 5.14: Vývoj hodnoty cílové funkce při lokální optimalizaci

6 Závěr

Cílem této práce bylo navrhnout a optimalizovat uhlíkový kompozit s epoxidovou maticí pro použití na rámu celoodpruženého horského kola. Pro tento účel byly na jejím začátku zmapovány testovací metody, kterým jsou v dnešní době horská kola podrobována. Tyto metody definovaly způsob určování tuhostních i pevnostních požadavků na navrhovaný rám. Za primární byly zvoleny požadavky na tuhost. Popsány byly metody normalizované i komerční - nenormalizované. V rámci této první, rešeršní části byly popsány i základní technologie výroby rámu jízdních kol z kompozitů. Jako poslední podklady pro návrh a analýzu byly shrnuty přístupy k modelování vláknových kompozitů pomocí metody konečných prvků a také základy klasické laminační teorie.

Druhá část práce je věnována návrhu skladby kompozitu v jednotlivých částech rámu a analýze tohoto návrhu. Vzhledem k celkem pevně danému a členitému designu rámu byla vybrána technologie výroby s použitím jednosměrných prepregů. Byl popsán způsob sestavení MKP modelu. Některé volby postupu byly podpořeny pomocnými výpočty k určení jejich vlivu na výsledky. Sestavený MKP model byl využit pro analýzu stávajícího duralového rámu, ze kterého design návrhu vychází. Od výsledků této analýzy byly odvozeny konkrétní cílové tuhosti. Torzní tuhost duralového rámu je dle výpočtu $k_{th} = 7N/mm$, volená cílová tuhost kompozitového rámu je $k_{th} = 9N/mm$. Tuhost šlapacího středu je pro duralový rám $k_{oos} = 215N/mm$, cílová tuhost kompozitového rámu byla zvýšena na $k_{oos} = 300N/mm$. Návrh skladby musel kromě dosažení těchto tuhostí také vydržet vybraná zatížení bez indikace poruchy. Zda porucha vznikne či ne, bylo posuzováno dle kritéria Tsai-Wu. Na základě analýzy namáhání jednotlivých částí rámu byla navržena skladba pro tyto části. Nejmenší počet vrstev je osm, největší dvacet. Tloušťka kompozitu je v rozsahu $h = 1,6 mm$ až $h = 4 mm$. Stěna dolní rámové trubky, jež byla vyhodnocena jako základní prvek určující tuhost rámu, má deset vrstev a tloušťku $h = 2 mm$. Analýzou návrhu byly zjištěny hodnoty $k_{th} = 8,93N/mm$ a $k_{oos} = 337N/mm$, přičemž kritérium Tsai-Wu indikovalo poruchu s překročením mezní hodnoty o 7%. Ačkoliv minimalizace hmotnosti nebyla primárním cílem návrhu, bude dobré zmínit i její hodnotu. Výpočtová hmotnost MKP modelu kompozitového rámu je 1,3 kg, kdežto u duralového rámu je to 1,36 kg.

Posledním cílem, a tedy i částí této práce, je optimalizace návrhu. Použita byla globální optimalizace pomocí genetického algoritmu a následná lokální optimalizace simplexovou metodou. Cílová funkce byla sestavena tak, aby zohledňovala tuhost i pevnost konstrukce. Globální optimalizací bylo dosaženo zlepšení všech hodnocených parametrů. Torzní tuhost k_{th} byla zvýšena o 6,7%, tuhost středu k_{oos} o 6,3% a maximální míra poruchy při vybraných zatíženích o 19,3%. Následná lokální optimalizace již vylepšila tuhosti pouze v řádu desetin procenta, maximální míru poruchy pak o dvě procenta. Výsledná skladba (viz horní třetina tabulky 5.2) vykazuje hodnoty: $k_{th} = 9,56N/mm$, $k_{oos} = 360,5N/mm$ a $TW = 0,846$, čímž splňuje určené cílové vlastnosti. V závěru práce byly všechny výsledky komentovány.

7 Literatura

- [1] LAŠ, Vladislav. *Mechanika kompozitních materiálů*. 1. vyd.: Západočeská univerzita, 2004, 154 s. ISBN 80-7043-273-x.
- [2] ZALZALA, A a P FLEMING. *Genetic algorithms in engineering systems*. London: Institution of Electrical Engineers, 1997, xiii, 263 pages. IEE control engineering series, 55. ISBN 9780852969021.
- [3] ŠIMEČEK, Adam. *Redesign horského rámu RB IQ*. Praha, 2014. Diplomová práce. Vysoká škola uměleckoprůmyslova v Praze.
- [4] ČAPEK, Jan. *Kinematika odpružení jízdního kola*. Praha, 2013. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní.
- [5] ROSENBROCK ,H. H. An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function. *The Computer Journal* [online]. 1960 3(3), 175-184. ISSN 1460-2067. Dostupné z doi: 10.1093/comjnl/3.3.175
- [6] BALDISSERA, Paolo, Cristiana DELPRETE. Structural design of a composite bicycle fork. *Materials & Design* [online]. August 2014, 102-107. ISSN 0261-3069. Dostupné z doi: 10.1016/j.matdes.2014.03.036.
- [7] CHAMPOUX, Y, P. VITTECOQ P. MALTAIS, E. AUGER a B. GAUTHIER. Measuring the dynamic structural load of an off-road bicycle frame. *Experimental Techniques* [online]. May 2004, 33-36. ISSN 1747-1567. Dostupné z doi: 10.1111/j.1747-1567.2004.tb00161.x
- [8] BENEDICT, Tyler: Factory tour - Guru cycles. *Bikerumor* [online]. Benedict Tyler, 2013, [vid. 2014-10-13]. Dostupné z: <http://www.bikerumor.com/2013/12/10/factory-tour-guru-cycles-part-1-office-visit-carbon-bike-design-stress-testing/>
- [9] Levy, Mike: Santa Cruz Bicycles - Test Lab. *Pinkbike* [online]. Fireroad Holdings Inc, 2012, [vid. 2014-11-5]. Dostupné z: <http://www.pinkbike.com/news/santa-cruz-bicycles-test-lab.html>
- [10] *FALCO passes Top Performance Test at EFBe Lab of Germany* [online], Falco composites Limited, [vid. 2014-10-20], Dostuné z: http://www.falcobike.com/index.php/falcobike/view_toppage?key=technology
- [11] *Black40 bicycleworks* [online], Glen Johannesson, [vid. 2014-10-20], Dostuné z: <http://back40bicycleworks.blogspot.com/>
- [12] HEXCEL CORPORATION [online]. *Prepreg Technology*. ©2013. Dostupné z: <http://www.hexcel.com/resources/technology-manuals>

- [13] DASSAULT SYSTEMES. *Abaqus 6.13 Analysis User's Guide*. ©2013. Dostupné jako součást softwaru Abaqus
- [14] DASSAULT SYSTEMES. *Abaqus 6.13 Theory Guide*. ©2013. Dostupné jako součást softwaru Abaqus
- [15] ČSN EN 14766. *Horská jízdní kola – Bezpečnostní požadavky a zkušební metody*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2006.
- [16] ČSN EN 755-2. *Hliník a slitiny hliníku - Lisované tyče, trubky a profily - Část 2: Mechanické vlastnosti*. Praha: Český normalizační institut, 1999.
- [17] AVOTINS Sandris. Giant - Making of Composite. In: *Youtube* [online]. Zveřejněno 23. 7. 2012 [vid. 2014-10-15]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=wSUKM3bvcyk>
- [18] SCOTT Sports. SCOTT Sports Carbon Experts English. In: *Youtube* [online]. Zveřejněno 28. 2. 2013 [vid. 2014-10-15]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=W7wdes1DM5Y>
- [19] FREITAS, Alan de. *Open Genetic Algorithm Toolbox v1.12* [software]. Září 2012. Dostupné z: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/37998-open-genetic-algorithm-toolbox>. Požadavky na systém: MATLAB 7.12 (R2011a)

8 Přílohy

Všechny přílohy jsou k této práci přikládány v elektronické podobě na CD.

1. Modelová databáze Abaqusu obsahující všechny výpočetní modely rámu kol z této DP
[CD]/Abaqus/DP_ram_IQ.cae
2. Modelová databáze Abaqusu obsahující výpočetní modely pro porovnání výpočtů pomocí elementů *continuum* a *coventional shell*
[CD]/Abaqus/Conventional_vs_Continuum.cae
3. Kompletní zdrojové kódy pro MATLAB vytvořené pro optimalizaci skladby jak globální, tak lokální. Ke spuštění je třeba mít nainstalovaný Abaqus.
[CD]/Matlab/Optimalizace
4. Kompletní výsledky optimalizací skladby v souborech formátu .mat. Přiloženy jsou i logy jednotlivých optimalizací
[CD]/Matlab/Optimalizace/VYSLEDKY
5. Toolbox Alana de Fraitase [19] s opravenou chybou v souboru `selection_srs.m`, který je nutný pro spuštění globální optimalizace.
[CD]/Matlab/GA_Framework