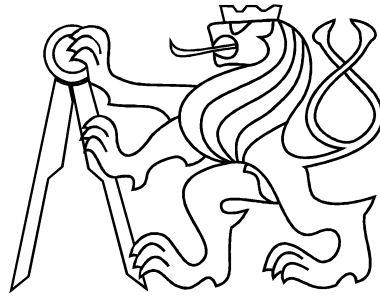


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Řízení kinematické struktury Sliding Star

Praha, 2015

Bc. Pavel Šnábl

1.stránka zadání

2. stránka zadání

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a použil pouze podklady uvedené v příloženém seznamu literatury.

V Praze dne _____

Bc. Pavel Šnábl

Poděkování

Rád bych zde poděkoval především vedoucímu mé diplomové práce, Ing. Janu Zavřelovi, Ph.D., za ochotu a rady při konzultacích. Velké díky patří také svým rodičům, kteří mě podporují po celou dobu studia.

Anotační list

Jméno autora:	Bc. Pavel Šnábl
Název diplomové práce:	Řízení kinematické struktury Sliding Star
Anglický název:	Control of kinematic structure Sliding Star
Akademický rok:	2014/2015
Studijní obor:	Aplikovaná mechanika
Ústav, odbor:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Odbor mechaniky a mechatroniky
Vedoucí diplomové práce:	Ing. Jan Zavřel, Ph.D
Bibliografické údaje:	96 stran 52 obrázků CD příloha
Klíčová slova:	Sliding Star, paralelní manipulátor, redundance, převod Lagrangeových rovnic do nezávislých souřadnic, převod Lagrangeových rovnic do redundantních souřadnic, Augmented PD Control, Computed-torque Control
Key words:	Sliding Star, parallel manipulator, redundancy, Lagrange equations in minimal coordinates, Lagrange equations in redundant coordinates, Augmented PD Control, Computed-torque Control

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá řízením redundantně poháněného paralelního kinematického manipulátoru *Sliding Star*. V teoretické části je stručně popsán historický vývoj paralelních robotů, stejně tak jako současné koncepty a jejich využití. Dále jsou prezentovány metody pro kinematický a dynamický popis paralelních mechanismů a uvedeny jsou metody pro jejich řízení. V praktické části je nejprve vytvořen matematický popis laboratorního modelu *Sliding Star*, který je využit pro zjištění pracovního prostoru, manipulovatelnosti apod. Dále je popsáno vytvoření simulačního modelu a aplikace řízení typu *Augmented PD Control* a *Computed-torque Control* v *Simulinku*. Nakonec je provedeno ověření funkčnosti těchto řídicích schémat na laboratorním modelu *Sliding Star*.

Abstract

This master's thesis deals with control of redundantly actuated parallel kinematic manipulator *Sliding Star*. In theoretical part there is brief introduction to history of parallel robots as well as current concepts and their usage in praxis. Methods for kinematic and dynamic description of parallel mechanisms and their control are described. Practical part contains mathematical description of laboratory model of *Sliding Star*, which is used to find maximal workspace and evaluate dexterity of mechanism etc. Then, simulation model is created and control schemes *Augmented PD Control* and *Computed-torque Control* are applied in *Simulink*. At the end, functionality of these control schemes is verified on laboratory model of *Sliding Star*.

Význam použitých symbolů

veličina	význam	rozměr
δ	počet stupňů volnosti	-
n	počet fyzikálních souřadnic	-
r	počet reakcí, $r = n - \delta$	-
m	počet pohonů	-
\mathbf{q}	vektor fyzikálních souřadnic	n
\mathbf{q}_q	vektor nezávislých souřadnic	δ
\mathbf{q}_z	vektor závislých souřadnic	r
\mathbf{q}_a	vektor souřadnic pohonů (aktivních)	m
\mathbf{q}_p	vektor nehnaných souřadnic (pasivních)	$n - m$
$\mathbf{f}(\mathbf{q})$	vektor vazbových podmínek	r
$\mathbf{J}(\mathbf{q})$	Jacobiho matice vazbových podmínek	$r \times n$
$\mathbf{J}_q(\mathbf{q})$	část Jacobiho matice příslušící nezávislým souřadnicím	$r \times \delta$
$\mathbf{J}_z(\mathbf{q})$	část Jacobiho matice příslušící závislým souřadnicím	$r \times r$
$\mathbf{M}(\mathbf{q})$	matice hmotnosti	$n \times n$
$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	matice Coriolisových a odstředivých sil	$n \times n$
$\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	vektor zobecněných sil	n
$\boldsymbol{\lambda}$	vektor Lagrangeových multiplikátorů	r
\mathbf{T}	matice přiřazující řídicí síly	$n \times m$
\mathbf{c}	vektor řídicích sil	m
$\mathbf{R}(\mathbf{q})$	ortogonální doplněk matice \mathbf{J} v nezávislých souřadnicích	$n \times \delta$
$\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})$	matice hmotnosti v nezávislých souřadnicích	$\delta \times \delta$
$\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	matice Coriolisových a odstředivých sil v nezávislých souřadnicích	$\delta \times \delta$
$\bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	vektor zobecněných sil v nezávislých souřadnicích	δ
$\mathbf{A}(\mathbf{q})$	část matice \mathbf{R} odpovídající aktivním souřadnicím	$m \times \delta$
$\mathbf{N}_J(\mathbf{q})$	ortogonální doplněk matice \mathbf{J} v redundantních souřadnicích	$n \times n$
$\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{q})$	část matice \mathbf{N}_J odpovídající pasivním souřadnicím	$(n - m) \times n$
$\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{q})$	část matice \mathbf{N}_J odpovídající aktivním souřadnicím	$m \times n$
$\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{q})$	matice hmotnosti v redundantních souřadnicích	$n \times n$
$\tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	matice Coriolisových a odstředivých sil v redundantních souřadnicích	$n \times n$

veličina	význam	rozměr
$\tilde{\mathbf{Q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	vektor zobecněných sil v redundantních souřadnicích	n
$\tilde{\mathbf{A}}_1$	část matice $\tilde{\mathbf{A}}$ odpovídající výběru δ souřadnic pohonů	$\delta \times n$
$\tilde{\mathbf{A}}_2$	zbývající část matice $\tilde{\mathbf{A}}$ po odtržení $\tilde{\mathbf{A}}_1$	$(m - \delta) \times n$
\mathbf{B}	pomocná matice, $\mathbf{B} = (\tilde{\mathbf{A}}_1^T)^+ \tilde{\mathbf{A}}_2^T$	$\delta \times (m - \delta)$
\mathbf{c}_{red}	vektor řídicích sil po eliminaci nežádoucích účinků	m
\mathbf{c}_q	vektor řídicích sil transformovaných do nezávislých souřadnic	δ
$\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	vektor shrnující síly v Lagrangeových rovnicích	n
\mathbf{u}	vektor řídicích sil, $\mathbf{u} = \mathbf{T}\mathbf{c}$	n
\mathbf{d}	vektor rušení v odvození CTC	n
\mathbf{q}^d	požadovaná poloha mechanismu	n
\mathbf{e}	chyba polohy mechanismu, $\mathbf{e} = \mathbf{q}^d - \mathbf{q}$	n
\mathbf{v}	řídicí funkce CTC	n
\mathbf{w}	funkce rušení v CTC	n
\mathbf{x}	vektor stavů systému při odvození CTC	$2n$
\mathbf{K}_p	matice proporčního zesílení	APD - $m \times \delta$ CTC - $m \times m$
\mathbf{K}_d	matice derivačního zesílení	APD - $m \times \delta$ CTC - $m \times m$

Obsah

Prohlášení	v
Poděkování	vi
Anotační list	vii
Abstrakt	viii
Význam použitých symbolů	ix
Obsah	xi
Seznam obrázků	xv
Seznam tabulek	xvii
1 Úvod	1
1.1 Cíle diplomové práce	3
I TEORETICKÁ ČÁST	5
2 Uvedení do problematiky paralelních robotů	7
2.1 Značení paralelních robotů	8
2.2 Stručný pohled do historie PKM	8
2.3 Současné využití PKM	13
2.4 PKM s redundantním pohonem	15
3 Obecný matematický popis PKM	17
3.1 Popis kinematiky	17
3.1.1 Numerické iterační řešení	18
3.1.2 Analytické řešení	19
3.2 Popis dynamiky	20
3.2.1 Převod do nezávislých souřadnic	20
3.2.2 Převod do redundantních souřadnic	22

4	Metody řízení PKM	25
4.1	Metody dříve použité pro řízení Sliding Star	25
4.1.1	Kaskádní a decentralizované řízení	25
4.1.2	Centralizované řízení	26
4.1.3	Prediktivní řízení	27
4.2	Metody testované v této práci	28
4.2.1	Augmented PD Control	28
4.2.2	Computed-Torque Control	30
II	PRAKTICKÁ ČÁST	33
5	Matematický popis Sliding Star	35
5.1	Inverzní kinematika	36
5.1.1	Zjištění maximálního dosažitelného pracovního prostoru	38
5.1.2	Manipulovatelnost	40
5.1.3	Zjištění offsetů pohonů ve startovní poloze	42
5.2	Přímá kinematika	43
5.2.1	Odhad pomocí Taylorova rozvoje	44
5.2.2	Odhad pomocí neuronové sítě	46
5.3	Inverzní dynamika	48
5.4	Přímá dynamika	48
6	Simulace řízení Sliding Star v Simulinku	51
6.1	Simulační model Sliding Star	51
6.2	Augmented PD Control	52
6.3	Computed-torque Control	58
7	Experimentální výsledky	61
7.1	Specifikace použitého hardware a software	61
7.2	Komunikace laboratorního modelu Sliding Star s řízením v Simulinku	63
7.3	Realizace ovládání v ControlDesku	64
7.4	Výsledky řízení laboratorního modelu Sliding Star	65
7.4.1	Nastavení parametrů pro řídicí schémata APD a CTC	65
7.4.2	Porovnání výsledků APD a CTC	66

8 Závěr	73
8.1 Shrnutí	73
8.2 Zhodnocení experimentálních výsledků	74
8.2.1 Augmented PD Control	74
8.2.2 Computed-torque Control	74
8.2.3 Návrhy na zlepšení	75
Literatura	77

Seznam obrázků

1.1	Sériový manipulátor <i>KUKA</i>	2
2.1	<i>Amusement Device</i> Jamese E. Gwinnetta	9
2.2	<i>Position Controlling Aparatus</i> Willarda L. V. Pollarda	9
2.3	Goughova platforma	10
2.4	Rozestavěný Cappelův helikoptérový simulátor	11
2.5	Návrh Stewartovy platformy	11
2.6	Clavelův Delta robot	12
2.7	Paralelní robot <i>Veloce</i> od <i>Penta Robotics</i>	13
2.8	Polohovací hexapod od <i>PI</i>	14
2.9	<i>Tricept T9000</i>	14
2.10	Laboratorní model <i>Sliding Star</i>	16
2.11	<i>Sliding Star</i>	16
3.1	PKM v poloze, kdy jeho pohyb není jednoznačně popsán souřadnicemi pracovního bodu	22
4.1	Schéma centralizovaného řízení	26
4.2	Princip MPC	27
4.3	Schéma APD	29
4.4	Schéma CTC	31
5.1	Kinematické schéma <i>Sliding Star</i>	35
5.2	Nejednoznačnost polohy ramene	37
5.3	Omezující podmínky pracovního prostoru	38
5.4	Pracovní prostor v rovině $y_{1S2} - \varphi_2$	39
5.5	Pracovní prostor v souřadnicích x_{1S2} , y_{1S2} a φ_2	39
5.6	Manipulovatelnost v pracovním prostoru	41
5.7	Manipulovatelnost skutečného robota <i>Sliding Star</i>	41
5.8	Schéma laboratorního modelu <i>Sliding Star</i> ve startovní poloze	42

5.9	Referenční trajektorie pro posuzování modelů přímé dynamiky	43
5.10	Chyba aproximace Taylorovým polynomem 2. stupně na referenční trajektorii	45
5.11	Chyba aproximace Taylorovým polynomem 2. stupně na referenční trajektorii pro skutečného robota <i>Sliding Star</i>	45
5.12	Chyba aproximace neuronovou sítí na referenční trajektorii	47
5.13	Chyba aproximace neuronovou sítí na referenční trajektorii pro skutečného robota <i>Sliding Star</i>	47
6.1	simulační model <i>Slidning Star</i>	52
6.2	Simulační model APD řízení s pozorovatelem	53
6.3	Simulační model APD řízení s neuronovou sítí	53
6.4	Vnitřní schéma stavového pozorovatele	54
6.5	Testovací trajektorie	55
6.6	Odchylka od požadované trajektorie při řízení pomocí APD se stavovým pozorovatelem	56
6.7	Odchylka od požadované trajektorie při řízení pomocí APD s neuronovou sítí	56
6.8	Detail odchylky od požadované trajektorie při řízení pomocí APD se stavovým pozorovatelem	57
6.9	Detail odchylky od požadované trajektorie při řízení pomocí APD s neuronovou sítí	57
6.10	Simulační model CTC řízení	58
6.11	Odchylka od požadované trajektorie při řízení pomocí CTC	59
6.12	Detail odchylky od požadované trajektorie při řízení pomocí CTC	59
7.1	Blok pro komunikaci s řídicími jednotkami <i>EPOS2</i>	64
7.2	Ovládací panel v <i>ControlDesku</i> pro CTC	65
7.3	Poloha pohonů při řízení pomocí APD – „skoky“	68
7.4	Poloha pohonů při řízení pomocí CTC – „skoky“	68
7.5	Chyba polohy pohonů při řízení pomocí APD – „skoky“	69
7.6	Chyba polohy pohonů při řízení pomocí CTC – „skoky“	69
7.7	Poloha pohonů při řízení pomocí APD – „kružnice“	71
7.8	Poloha pohonů při řízení pomocí CTC – „kružnice“	71
7.9	Poloha pracovního bodu při řízení pomocí APD – „kružnice“	72
7.10	Poloha pracovního bodu při řízení pomocí CTC – „kružnice“	72

Seznam tabulek

2.1	Typy vazeb	8
5.1	Rozměry laboratorního modelu <i>Sliding Star</i>	36
5.2	Hmotnosti těles laboratorního modelu <i>Sliding Star</i>	36
5.3	Offsets pohonů laboratorního modelu <i>Sliding Star</i>	42
5.4	Síly pro rovnováhu v bodě $x_{1S2} = 0$, $y_{1S2} = h/2$ a $\varphi_2 = \pi/4$	48
6.1	Značení použité v <i>Simulinku</i>	51
7.1	Parametry pohybových šroubů	61
7.2	Parametry motorů <i>Maxon A-max</i>	62
7.3	Sekvence „skoků“ v souřadnicích pracovního bodu	66

Kapitola 1

Úvod

Tato diplomová práce je věnována paralelnímu robotu Sliding Star. Slovo „robot“ je v dnešní době hojně používané, avšak jeho definice je poměrně složitá.

Slovo „robot“ bylo poprvé použito spisovatelem Karlem Čapkem v jeho hře R.U.R, která měla premiéru roku 1921. Vymyslel ho však jeho bratr, Josef Čapek. Označení „robot“ je ve hře použito pro uměle sestrojené lidské pomocníky. Slovník cizích slov uvádí definici „*Zařízení, automaticky reagující na podněty okolí a současně na toto okolí zpětně působící.*“. Avšak oficiální definici robota uvádí norma ISO 8373:2012: „*Automaticky řízený, opětovně programovatelný, víceúčelový manipulátor pro činnost ve třech nebo více osách, který může být buď pevně upevněn na místě, nebo mobilní k užití v průmyslových automatických aplikacích.*“ V Českém jazyce je zvyklostí používat neživotný tvar slova „robot“ pro průmyslové roboty, zatímco životného tvaru pro inteligentní roboty s lidskými vlastnostmi. [1]

Již od pradávna se lidé snažili o ulehčení těžké monotónní práce. Představy o mechanických pomocnících sahají až do řecké mytologie, kdy si bůh Hefaistos vyráběl mechanické sluhy. První návrhy robotů se objevují ve 4. stol. př. n. l., kdy Archytas z Tarentu vymyslel mechanického ptáka poháněného parou. Kolem roku 1495, renesanční vynálezce Leonardo da Vinci navrhl mechanického rytíře podobajícího se člověku. [2]

Přestože první automatizace jednoúčelových strojů se objevuje v období průmyslové revoluce, kde byla realizovaná pomocí předloh, například ve formě děrných štítků, rozvoj víceúčelových automatických průmyslových robotů nastal až ve druhé polovině 20. století s rozvojem výpočetní techniky. Roku 1956 začali američtí inženýři Georg Devol a Joseph Engelberger pracovat na číslicově řízeném a programovatelném robotu nazvaném *Ultimate*. Ten byl po dokončení prodán společnosti General Motors a roku 1961 nahradil pracovníky továrny v Trentonu při manipulaci s ingoty

ze slévárny. [2]

Drtivá většina průmyslových robotů, používaných od 60. let 20. století, má sériové uspořádání. Sériový robot, nebo také sériový manipulátor, je mechanismus s jedním otevřeným řetězcem. Jednotlivá tělesa jsou uspořádána sériově, tedy za sebou. Příklad sériového manipulátoru je na obrázku 1.1.



Obrázek 1.1: Sériový manipulátor *KUKA* (www.red-dot.de, 15.3.2015)

Je patrné, že sériový manipulátor nápadně připomíná uspořádáním lidskou končetinu a je tedy logickým vývojovým krokem v robotice. Z toho plynou jeho nesmírné výhody, kterými jsou velké rozsahy jednotlivých ramen a tím pádem i velký pracovní prostor bez singulárních poloh s možností pokrýt téměř prostor koule při zachování relativně malých rozměrů robota. Rozsah jejich využití je nesmírný. Opět přichází na mysl analogie s lidskou rukou. Průmyslové aplikace mohou být například svařování, lakování, montáž, manipulace s díly a podobně.

Ovšem postupem času se ukazuje, že pro některé procesy nejsou sériové roboty ideální. Pohony jednotlivých ramen jsou umístěny rovněž za sebou, tedy jsou umístěny na pohyblivých částech. Chyby v polohování jednotlivých pohonů se sčítají a pokud je potřeba velká přesnost polohy pracovního bodu, jsou kladeny vysoké nároky právě na přesnost pohonů. Další nevýhodou je již zmíněné umístění pohonů na pohyblivých částech. Pokud je požadována vysoká rychlost robota, vznikají zde velké setrvačné síly, které je potřeba překonávat. Další značnou nevýhodou je, že jednotlivá ramena jsou obecně namáhána nejen tahem a tlakem, ale především ohybem nebo krutem, což vede k nízké tuhosti i masivnějších robotů. Pokud tedy na

robota v pracovním bodě působí velké síly, zařízení se stává velice nepřesným. Nejne-
příznivějším případem je periodická zatěžující síla, která, pokud se přiblíží k vlastní
frekvenci robota, vede k jeho rozkmitání a v nejhorším případě i k poškození. Tento
problém například způsobuje minimální využitelnost sériových robotů pro klasické
třískové obrábění.

Prostor tedy dostávají paralelní roboty, které nedostatky sériových robotů pře-
konávají.

1.1 Cíle diplomové práce

Cíle této diplomové práce jsou dle zadání tyto:

1. Seznamte se s problematikou řízení redundantních struktur.
2. Vytvořte simulační model struktury Sliding Star a použijte pro něj metodiku řízení redundantních struktur.
3. Aplikujte a ověřte funkčnost metod řízení redundantních struktur na labora-
torním modelu.

Část I

TEORETICKÁ ČÁST

Kapitola 2

Uvedení do problematiky paralelních robotů

Paralelní roboty, v anglické literatuře nejčastěji označovány jako *Parallel Kinematic Manipulators* (PKM), jsou tvořeny několika paralelně uspořádanými sériovými řetězci spojenými v pracovním bodě nebo připojenými k pracovní platformě.

Pokud je počet sériových řetězců větší nebo roven počtu stupňů volnosti mechanismu, je možné všechny pohony umístit na rám. Tím se snižuje hmotnost pohyblivých částí a tak i setrvačné síly. Chyby v polohování pohonů se nesčítají a tak lze při použití stejných pohonů dosáhnout větší přesnosti pracovního bodu oproti sériovému manipulátoru. Ramena ve většině případů přenáší jen tahové nebo tlakové zatížení. To společně s paralelním uspořádáním přináší výrazně větší tuhost celého mechanismu.

Paralelní uspořádání ale bohužel přináší rovněž několik nevýhod. Kvůli pohonům připevněným na rámu roste prostorová náročnost a pracovní prostor bývá v poměru k zástavbovému prostoru relativně malý. Pokud je počet poháněných sériových řetězců roven počtu stupňů volnosti mechanismu, nastává zpravidla další omezení pracovního prostoru kvůli singulárním polohám, kterým je nutné se vyhnout. Dále je třeba zamezit možné kolizi jednotlivých částí mechanismu.

Pro překonání singulárních poloh a dodatečné zvýšení manipulovatelnosti¹ a tuhosti se někdy přidává redundantní (nadbytečný) poháněný řetězec. Takovýto mechanismus označujeme jako *Redundantly Actuated Parallel Kinematic Manipulator* (RA-PKM).

¹pojem „manipulovatelnost“ je v práci dále vysvětlen v podsekcí 5.1.2

2.1 Značení paralelních robotů

Při označování paralelních robotů se většinou používá zjednodušený zápis vzorce pro *Multibody system* popsany v [3]. Ten obsahuje popis pomocí vazeb mezi tělesy. Označení vazeb je uvedeno v tabulce 2.1.

Tabulka 2.1: Typy vazeb

označení	typ vazby	° volnosti
R	rotační	1
P	posuvná	1
H	šroubová	1
C	válcová	2
S	sférická	3
F	plochá	3
G	obecná	5

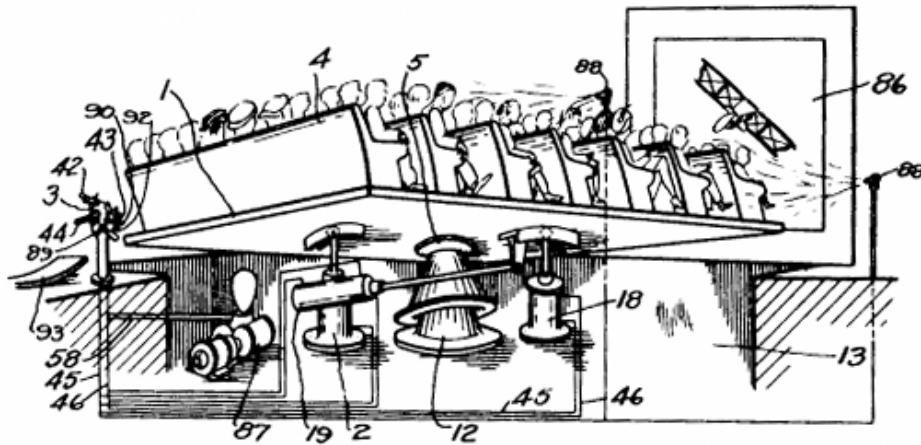
Princip značení vychází v postupném označování vazeb v sériových řetězcích. Pokud má PKM řetězce stejného typu, začíná označení číslem, určujícím právě počet těchto řetězců. Pokud jsou řetězce různého typu, bývá zvykem je oddělovat lomítkem. Podtržením se značí propojení s rámem ([3]). Jako příklad si uveďme, jak bychom označili *Sliding Star* dodržením uvedené konvence:

4PRR RA-PKM.

Číslo 4 označuje čtyři řetězce stejného typu a to takového, že na rámu je posuvná vazba a směrem k pracovnímu bodu se nachází dvě rotační vazby. RA-PKM říká, že jde o redundantně poháněný paralelní robot.

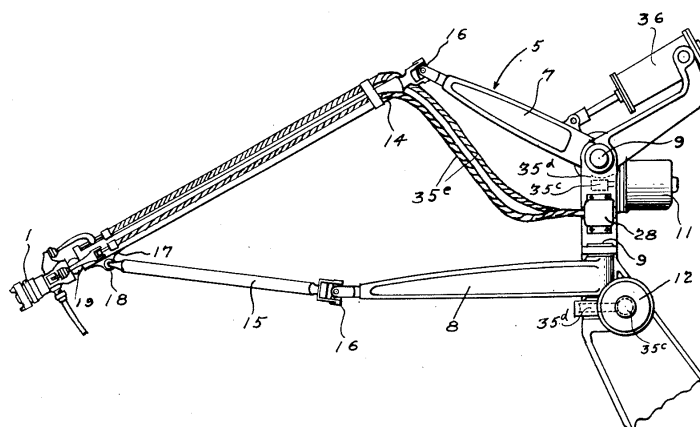
2.2 Stručný pohled do historie PKM

Dnes již asi nikdo přesně nezjistí, kdo první přišel s myšlenkou paralelního mechanismu. Avšak prvním patentovaným zařízením založeným na paralelní struktuře je *Amusement Device* navržené Jamesem E. Gwinnettem a zapsané pod patentovým číslem US Patent No. 1,789,680 v roce 1928. Jedná se o naklápěcí platformu, které měla sloužit ke zintenzivnění prožitku při sledování filmů v kině, jak je patrné z obrázku 2.1. Není však známo, jestli bylo zařízení postaveno.



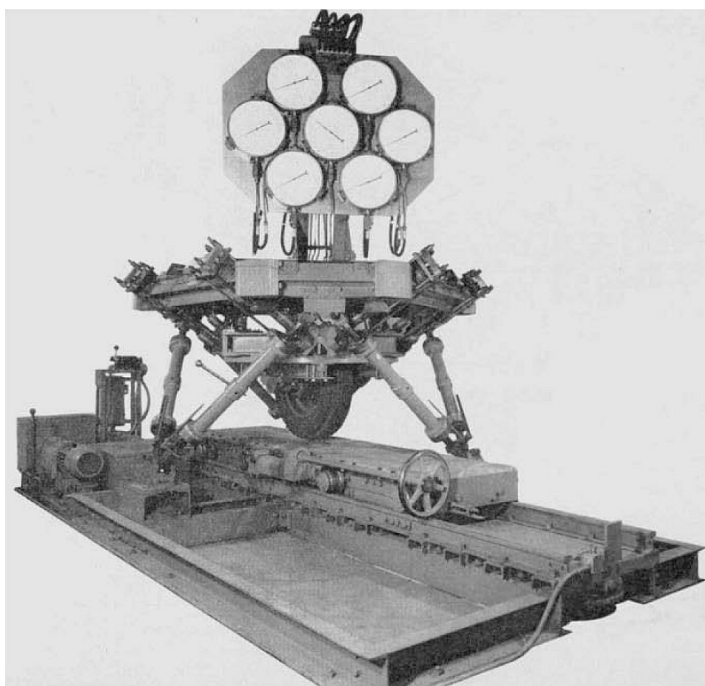
Obrázek 2.1: *Amusement Device* Jamese E. Gwinnetta (www.google.com/patents, 26.4.2015)

Dalším zařízením využívajícím paralelní kinematiku je *Position Controlling Apparatus* patentovaný roku 1942 Willardem L. V. Pollardem pod číslem US Patent No. 2,286,571. Trojice pohonů na rámu zajišťuje přes paralelní mechanismus posuv platformy ve třech osách. K pracovní platformě je sériově připojena hlava, jejíž natočení ve dvou osách je ovládáno přes flexibilní kabely dvěma motory, umístěnými rovněž na rámu. Zařízení mělo sloužit jako lakovací robot, avšak nebylo nikdy postaveno. Schéma je zobrazeno na obrázku 2.2. Součástí patentu je i řídicí systém navržený Willardem L. G. Pollardem, synem W. L. V. Pollarda, založený na děrných pásčích. Tento řídicí systém byl využit Haroldem Roselundem pro jiného lakovacího robota, avšak bez paralelní kinematiky.



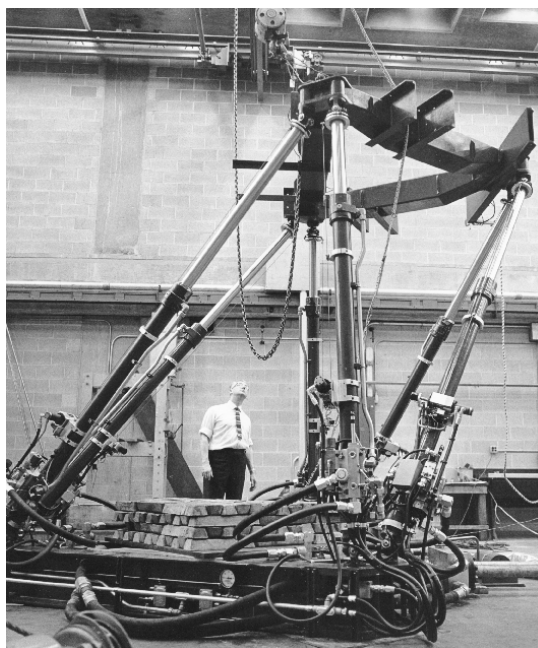
Obrázek 2.2: *Position Controlling Apparatus* Willarda L. V. Pollarda (www.google.com/patents, 26.4.2015)

Prvním sestrojeným paralelním robotem byla Goughova platforma – osmistěnný hexapod sloužící pro testování pneumatik. Byla navržena a v roce 1954 sestrojena Dr. Ericem Goughem, který byl inženýrem ve společnosti *Dunlop Rubber Co.* v Anglii. Pohyb platformy byl realizován pomocí šestice teleskopických ramen. Na platformu byl zespodu připevněn druhý hexapod, na jehož platformě byla připevněna testovaná pneumatika. Tento druhý hexapod sloužil k měření sil. Na obrázku 2.3 je Goughova platforma po dokončení v roce 1954. Zpočátku byly délky ramen nastavovány manuálně, později byla platforma vylepšena o číslicově řízené motory a elektronické zaznamenávání naměřených dat.



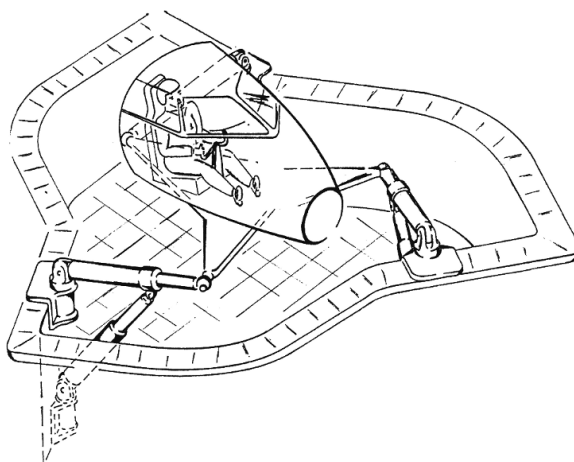
Obrázek 2.3: Goughova platforma (www.mecademic.com, 26.4.2015)

O tom, že Goughova platforma zůstala ještě přes desetiletí neznámá zbytku světa, svědčí některé další americké patenty. Například US Patent No. 3,229,941 z roku 1966 nazvaný *Antenna Support* využívá trojici tripodů k ovládní antény. Další patent, US Patent No. 3,288,421 z roku 1966, o nějž zažádal Everett R. Peterson roku 1965, nazvaný *Movable and Rotatable Top*, obsahuje právě takový hexapod, jaký byl vynalezen Dr. Goughem. Několik měsíců před Petersonem, roku 1964, podal Klaus L. Cappel žádost o patent na *Motion Simulator*, rovněž založený na osmistěnném hexapodu. Jeho vynález byl podnícen požadavkem *United Technologies* na sestrojení helikoptérového simulátoru se 6 stupni volnosti a patentován byl pod číslem US Patent No. 3,295,224 roku 1967. Obrázek 2.4 zobrazuje ještě nedokončený simulátor.



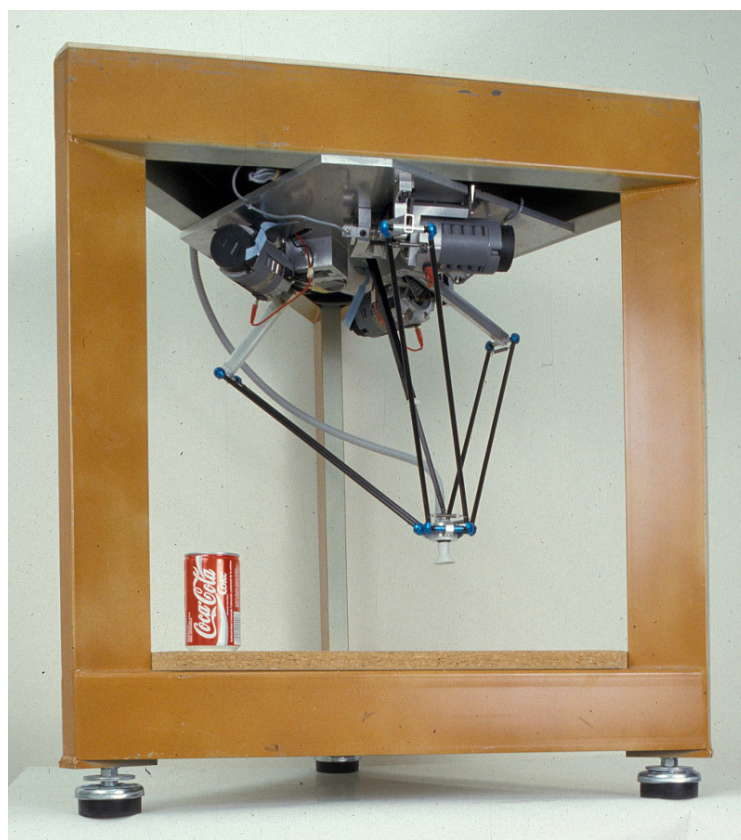
Obrázek 2.4: Rozestavěný Cappelův helikoptérový simulátor (www.mecademic.com, 26.4.2015)

Mezitím v Anglii roku 1965 D. Stewart navrhl letecký simulátor rovněž založený na šesti teleskopických ramenech. Přestože jeho návrh má odlišnou konstrukci než hexapody Gougha a Cappela, jak je vidět na obrázku 2.5, termín „Stewartova platforma“ se dnes nepřesně používá právě pro osmistěnné hexapody. Stewartova práce však vyvolala četné diskuze mezi odborníky. Práce se dotkla i Dr. Gougha, který Stewartovi připomněl existenci jeho hexapodu, a také Cappela, který byl nucen přesněji specifikovat použití svého patentu.



Obrázek 2.5: Návrh Stewartovy platformy (www.mecademic.com, 27.4.2015)

Téměř po dvě desetiletí nebyla paralelním mechanismům věnována velká pozornost. Od začátku 80. let však zájem o paralelní struktury začal růst a objevovaly se nové návrhy, z nichž většina z nich neuspěla. Jeden návrh však lze považovat za revoluční, neboť se stal zatím nejpoužívanějším průmyslovým paralelním robotem. Jde o Delta robota, který byl navržen Prof. Reymondem Clavelem ze Švýcarska. Jde o paralelní manipulátor se 4 stupni volnosti určený pro rychlé manipulační operace. Prof. Clavel podal žádost o několik patentů. Následně byla licence na výrobu Delta robotů udělena několika firmám. Dnes již koncept Delta robotů není chráněn patenty a mnoho firem nabízí své vlastní varianty těchto robotů. První model Delta robota je na obrázku 2.6.



Obrázek 2.6: Clavelův Delta robot (www.mecademic.com, 27.4.2015)

Stručná historie paralelních robotů byla převzata za článků [4] a [5].

2.3 Současné využití PKM

V současné době jsou paralelní roboty v praxi používány nejvíce ve třech oblastech popsaných ve článku [5].

První oblastí jsou simulace pohybu. Zde se nejčastěji používá hexapodů nebo robotů typu delta pro jejich vysokou tuhost. K největším výrobcům takovýchto robotů patří firma *Moog*.

Druhou oblastí, kde paralelní roboty nachází velké uplatnění, jsou rychlé manipulační operace. V této oblasti rovněž dominují Delta roboty. Většina z nich jsou neredundantní Delta roboty se třemi stupni volnosti. K hlavním výrobcům patří společnosti *ABB*, *Fanuc* a další. Novým trendem jsou čtyřramenné Delta roboty se čtyřmi stupni volnosti. Jsou to například roboty *Quattro* od firmy *Adept* nebo *Veloce* od *Penta Robotics* (obrázek 2.7). Delta roboty určené pro rychlou manipulaci dosahují opakovatelnosti polohování 0,1 mm a rychlosti 10 ms^{-1} .



Obrázek 2.7: Paralelní robot *Veloce* od *Penta Robotics* (pentarobotics.com, 16.5.2015)

Třetí hlavní oblastí, kde se paralelní roboty uplatňují, je přesné polohování. Většina takovýchto robotů jsou hexapody s teleskopickými rameny. Používají se však také tripody a hexapody s pevnými rameny. K výrobcům těchto robotů patří například *PI*, *Symétrie* a *Newport*. Tyto roboty jsou schopny dosáhnout opakovatelnosti až $0,1 \mu\text{m}$. Příklad miniaturního polohovacího hexapodu je na obrázku 2.8.

Existují však i paralelní roboty určené k obrábění. Nejúspěšnějším konceptem pro obrábění jsou roboty *Tricept*. Jde o hybridní roboty, které kombinují paralelní a sériovou strukturu. Jedná se o tripody, které mají v koncovém bodě hlavici, která



Obrázek 2.8: Polohovací hexapod od *PI* (www.physikinstrumente.com, 16.5.2015)

umožňuje natáčení. Ve výsledku má tedy celý robot 5 nebo 6 stupňů volnosti. *Tricept* byl patentován Karl-Erikem Neumannem již roku 1988 jako US Patent 4,732,525. Největší *Tricept* od firmy *Tricept PKM* je *T9000* na obrázku 2.9.



Obrázek 2.9: *Tricept T9000* (www.pkmtricept.com, 16.5.2015)

Prvním českým obráběcím strojem s paralelní kinematikou s redundantním pohonem se stal *Trijoint 900 H* vyvinutý v roce 2002 firmou *Kovosvit MAS a.s.* ve spolupráci s *ČVUT v Praze*. Stroj dosahuje tuhosti $60 \text{ N}\mu\text{m}^{-1}$ a zrychlení 1,2 g. Nejnižší vlastní frekvence je 100 Hz. S těmito parametry *Trijoint* dvojnásobně překonává klasické obráběcí stroje. Poznatky získané při vývoji *Trijointu* byly oceněny cenou Česká Hlava Invence 2003.

2.4 PKM s redundantním pohonem

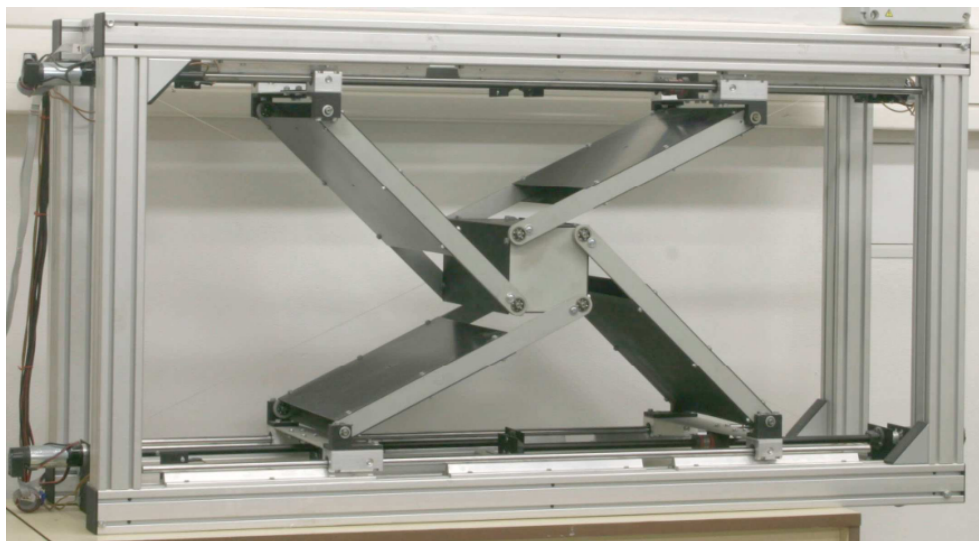
Použití nadbytečného pohonu vede ke zlepšení vlastností typických pro paralelní mechanismy. Dodatečně se tedy zvyšuje tuhost mechanismu a maximální dosažitelné zrychlení. Hlavním důvodem pro přidání nadbytečného pohonu je však to, aby byly odstraněny singulární polohy typické pro některé koncepty. Není pak nutné se těmito polohám vyhýbat, pracovní prostor robota se zvýší a celkově dojde ke zvýšení manipulovatelnosti.

Redundance však nepřináší jen výhody. Vzhledem k tomu, že při počtu pohonů větším, než je počet stupňů volnosti mechanismu, není možné síly nebo momenty v pohonech jednoznačně určit, jsou kladeny vyšší nároky na řízení. Problémem, který je nutné překonat, je takzvané „přetahování pohonů“. [6]

Poloha pracovního bodu není rovněž jednoznačně určena polohami pohonů z důvodu tolerance rozměrů jednotlivých částí. Pro přesné polohování je nutná kalibrace rozměrů robota.

Sliding Star

Sliding Star je jedna z patentovaných variant *Trijointu*. Jedná se o rovinný redundantně poháněný PKM se třemi stupni volnosti. Jde o koncept schopný dosáhnout tuhosti $180 \text{ N}\mu\text{m}^{-1}$ a zrychlení 2 g. Pro výzkumné účely byl postaven laboratorní model zobrazený na obrázku 2.10 a v rámci projektu GAČR 101/03/0620 také skutečný robot *Sliding Star* (obrázek 2.11). Skutečný *Sliding Star* je schopen odměřovat nejen souřadnice pohonů, ale také natočení ramen. Tím je umožněna samokalibrace bez vnějšího artefaktu a je možné stroj kalibrovat i během provozu, například pro kompenzaci teplotních deformací.



Obrázek 2.10: Laboratorní model *Sliding Star* ([7])



Obrázek 2.11: *Sliding Star* (foto Jan Zavřel, 2006)

Kapitola 3

Obecný matematický popis PKM

3.1 Popis kinematiky

Cílem úlohy kinematiky je nalézt vztahy popisující závislost mezi časovými průběhy souřadnic určujících polohu jednotlivých těles mechanismu. Nejdůležitější bývá nalezení vztahů mezi souřadnicemi pohonů a souřadnicemi pracovního bodu a naopak. Z tohoto hlediska můžeme kinematické úlohy dělit na dopředné (přímé) a zpětné (inverzní).

Uvažujme vektor fyzikálních souřadnic \mathbf{q} , který zahrnuje polohy pohonů, pracovního bodu a všech ostatních těles. Označíme-li počet stupňů volnosti mechanismu δ , pak právě δ z těchto souřadnic bude nezávislých. Tyto souřadnice označíme jako \mathbf{q}_q a zbylé souřadnice jako \mathbf{q}_z :

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_q, \mathbf{q}_z]^T. \quad (3.1)$$

Nyní můžeme úlohu kinematiky obecně zapsat jako

$$\mathbf{q}_z = \mathbf{g}(\mathbf{q}_q), \quad (3.2)$$

kde funkce $\mathbf{g}(\mathbf{q}_q)$ může být nelineární, její řešení může být nejednoznačné, nebo funkce nemusí mít řešení vůbec.

Přímá kinematická úloha

Přímá kinematická úloha hledá průběh souřadnic pracovního bodu při známých průbězích souřadnic pohonů. Jako \mathbf{q}_q tedy zvolíme souřadnice pohonů. Zatímco u sériových manipulátorů je řešení této úlohy možné najít velice snadno analyticky, u paralelních manipulátorů jde často o nelineární úlohu, kterou je nutno řešit numericky.

Skutečný problém ale nastává v případě redundantně poháněných paralelních mechanismů, kde počet pohonů m je větší než počet stupňů volnosti δ . Není zde

možné jednoznačně vybrat δ nezávislých souřadnic. U některých takovýchto mechanismů lze přibližně určit řešení přímé dynamiky pomocí identifikačních nástrojů z naměřených poloh pohonů a pracovního bodu. Lze použít například Taylorův rozvoj nebo metodu neuronových sítí [8].

Zpětná kinematická úloha

Zpětná kinematická úloha hledá průběh souřadnic pohonů ze známých souřadnic pracovního bodu, které budou obsaženy ve vektoru \mathbf{q}_q . V tomto případě jde o úlohu, která je u paralelních mechanismů většinou analyticky řešitelná. Naopak u sériových mechanismů je řešení nejednoznačné.

3.1.1 Numerické iterační řešení

Výhodou numerického iteračního řešení je použití vazbových rovnic, které budou dále potřeba k sestavení pohybových rovnic pomocí Lagrangeových rovnic smíšeného typu pro řešení dynamiky. Rovněž u tohoto řešení není nutné hledat někdy složité geometrické vztahy mezi jednotlivými tělesy.

K popisu použijeme vektor fyzikálních souřadnic \mathbf{q} (3.1) a sestavíme vektor vazbových rovnic ve tvaru

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{f}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^r. \quad (3.3)$$

Parciální derivací vazbových rovnic 3.3 podle souřadnic \mathbf{q} získáme Jacobiho matici

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}}, \quad \mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{r,n} \quad (3.4)$$

a úlohu přepíšeme do tvaru

$$\mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}. \quad (3.5)$$

Pokud pro zápis rovnice 3.5 použijeme vektory souřadnic \mathbf{q}_q a \mathbf{q}_z , dostaneme zápis ve tvaru

$$\mathbf{J}_q(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_q + \mathbf{J}_z(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_z = \mathbf{0}, \quad (3.6)$$

kde $\mathbf{J}_q(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{r,\delta}$ a $\mathbf{J}_z(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{r,r}$.

Při řešení postupujeme podle zdroje [9]. Určíme odhad závislých souřadnic $\mathbf{q}_z^{(0)}$ pro počáteční hodnotu \mathbf{q}_q . V dalších krocích pro následující hodnoty \mathbf{q}_q se jako odhad závislých souřadnic berou hodnoty \mathbf{q}_z vypočítané v předešlém kroku. Pro odhad závislých souřadnic neplatí kinematické vazbové rovnice:

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}) \neq \mathbf{0}. \quad (3.7)$$

Vektor funkcí \mathbf{f} rozvineme pomocí Taylorova polynomu v okolí bodu $\mathbf{q}_z^{(0)}$, zanedbáme členy druhého a vyššího řádu (rovnice 3.8) a korekci vektoru závislých souřadnic vyjádříme jako 3.9.

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}) = \mathbf{f}(\mathbf{q}_q, \mathbf{q}_z) \doteq \mathbf{f}(\mathbf{q}_q, \mathbf{q}_z^{(0)}) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q}_q, \mathbf{q}_z)}{\partial \mathbf{q}_z} \right|_{\mathbf{q}_z = \mathbf{q}_z^{(0)}} \Delta \mathbf{q}_z^{(0)} = \mathbf{0}, \quad (3.8)$$

$$\Delta \mathbf{q}_z^{(0)} = - \left(\left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q}_q, \mathbf{q}_z)}{\partial \mathbf{q}_z} \right|_{\mathbf{q}_z = \mathbf{q}_z^{(0)}} \right)^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{q}_q, \mathbf{q}_z^{(0)}). \quad (3.9)$$

Použijeme-li pro zápis rovnice 3.9 Jacobiho matici \mathbf{J}_z , dostaneme rovnici 3.10.

$$\Delta \mathbf{q}_z^{(0)} = -\mathbf{J}_z^{-1}(\mathbf{q}_q, \mathbf{q}_z^{(0)}) \mathbf{f}(\mathbf{q}_q, \mathbf{q}_z^{(0)}). \quad (3.10)$$

Výpočet odchylky mezi odhadem $\mathbf{q}_z^{(0)}$ a skutečným řešením vazbových rovnic musí být iteračně opakován tak dlouho, dokud chyba splnění vazbových rovnic nepoklesne pod danou mez:

$$|\mathbf{f}(\mathbf{q}_q, \mathbf{q}_z^{(i+1)})| \leq \varepsilon. \quad (3.11)$$

Pro výpočet rychlostí a zrychlení závislých souřadnic použijeme derivace vazbových rovnic ve tvaru

$$\dot{\mathbf{q}}_z = -\mathbf{J}_z^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{J}_q(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}_q, \quad (3.12)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_z = -\mathbf{J}_z^{-1}(\mathbf{q}) [\mathbf{J}_q(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}_q + \mathbf{j}_{qz}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})], \quad (3.13)$$

kde sloupcový vektor \mathbf{j}_{qz} vyjadřuje vliv závislých i nezávislých rychlostí na závislá zrychlení.

Numerické řešení má ale řadu nevýhod. Je výpočetně mnohem náročnější než analytické řešení a protože inverzní kinematiku budeme používat i při simulacích, ohromně by narůstal jejich čas. Další nevýhodou je, že pokud zvolíme polohu pracovního bodu vzdálenou od polohy, pro které byl vytvořen odhad závislých souřadnic $\mathbf{q}_z^{(0)}$, může iterační metoda zkonvergovat k nějaké fyzicky nemožné poloze mechanismu.

3.1.2 Analytické řešení

Analytické řešení kinematické úlohy 3.2 spočívá v přímém nalezení geometrických vztahů mezi nezávislými a závislými souřadnicemi. Nalezení těchto vztahů může být náročné a v některých případech nemožné, ale výpočetní náročnost je několikanásobně menší než u iteračního řešení.

3.2 Popis dynamiky

Dynamiku mechanismu popíšeme Lagrangeovými rovnicemi smíšeného typu ve fyzikálních souřadnicích:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - Q(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - J^T(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda} = T\mathbf{c}, \quad (3.14)$$

kde M je matice hmotnosti dimenze $n \times n$, C je matice Coriolisových a odstředivých sil dimenze $n \times n$, Q je vektor všech zbývajících sil dimenze n , $\boldsymbol{\lambda}$ je vektor Lagrangeových multiplikátorů dimenze r , T je matice dimenze $n \times m$ přiřazující řídicí síly a \mathbf{c} je vektor řídicích sil dimenze m . J je Jacobiho matice definovaná vztahem 3.4.

Lagrangeovy rovnice je třeba doplnit vazbovými podmínkami 3.3.

Pro popis mechanismu je vhodné volit fyzikální souřadnice tak, aby lokální souřadný systém každého tělesa měl počátek v jeho středu hmotnosti. Tím pádem se nebudou v Lagrangeových rovnicích vyskytovat Coriolisovy a odstředivé síly, tedy $C = \mathbf{0}$.

Dále je vhodné zbavit rovnice Lagrangeových multiplikátorů. Toho je možné docílit převodem do nezávislých souřadnic podle [3], kdy také dojde k redukci počtu rovnic, nebo převodem do redundantních souřadnic podle [10].

3.2.1 Převod do nezávislých souřadnic

Uvažujeme-li vektor prvních derivací souřadnic ve tvaru $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\mathbf{q}}_z, \dot{\mathbf{q}}_q]^T$, víme, že všechny fyzikální souřadnice $\dot{\mathbf{q}}$ lze vyjádřit jako lineární kombinaci nezávislých souřadnic $\dot{\mathbf{q}}_q$:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{R}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_q. \quad (3.15)$$

Matici \mathbf{R} o rozměru $n \times \delta$ definujeme s využitím rovnice 3.12 a identity $\dot{\mathbf{q}}_q = \dot{\mathbf{q}}_q$ takto:

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_z \\ \dot{\mathbf{q}}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_z^{-1}J_q \\ I_\delta \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_q, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -J_z^{-1}J_q \\ I_\delta \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Podle literatury [3] lze dokázat, že $J\mathbf{R} = \mathbf{R}^T J^T = \mathbf{0}$. Pokud rovnici 3.14 zleva přenásobíme \mathbf{R}^T , dostaneme rovnici

$$\mathbf{R}^T [M\ddot{\mathbf{q}} + C\dot{\mathbf{q}} - Q - J^T\boldsymbol{\lambda}] = \mathbf{R}^T T\mathbf{c}. \quad (3.18)$$

Je patrné, že z rovnice 3.18 touto úpravou vypadne člen s Lagrangeovými multiplikačními, $\mathbf{R}^T \mathbf{J}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}$.

Derivací vztahu 3.15 získáme

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{R}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_q + \dot{\mathbf{R}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_q, \quad (3.19)$$

kde matici $\dot{\mathbf{R}}$ určíme jako

$$\dot{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_z^{-1} \mathbf{j} \mathbf{R} \\ \mathbf{0}_\delta \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Dosazením obou vztahů 3.15 a 3.19 do rovnice 3.18 dostaneme pohybové rovnice ve tvaru

$$\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_q + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_q - \bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{A}^T(\mathbf{q})\mathbf{c}, \quad (3.21)$$

kde

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}} &= \mathbf{R}^T \mathbf{M} \mathbf{R}, \\ \bar{\mathbf{C}} &= \mathbf{R}^T \left[\mathbf{C} \mathbf{R} + \mathbf{M} \dot{\mathbf{R}} \right], \\ \bar{\mathbf{Q}} &= \mathbf{R}^T \mathbf{Q}, \\ \mathbf{A}^T &= \mathbf{R}^T \mathbf{T}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Matice \mathbf{A}^T dimenze $\delta \times m$ je část matice \mathbf{R}^T , která odpovídá řádkům, ve kterých se vyskytují řídicí síly. Je zřejmé, že platí

$$\dot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{A} \dot{\mathbf{q}}_q. \quad (3.23)$$

Použití pro přímou dynamiku

Převod do nezávislých souřadnic je pro přímou dynamiku RA-PKM výhodný, pokud chceme vypočítat zrychlení pracovního bodu v závislosti na působících silách. Převodem získáme soustavu pouze δ rovnic.

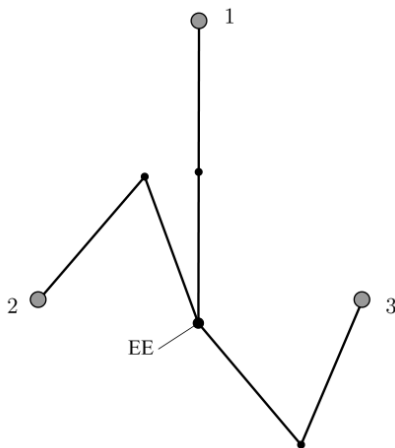
Použití pro inverzní dynamiku

U inverzní kinematiky však nastává pro redundantně poháněné mechanismy problém. Jak říká název, musí být použity nezávislé souřadnice. Jak je uvedeno v literatuře [10], jsou v podstatě dvě smysluplné možnosti, jak nezávislé souřadnice volit.

První možností je vybrat δ nezávislých souřadnic z m souřadnic pohonů. U většiny RA-PKM je však pohon navíc právě proto, aby překonával singularitu uvnitř pracovního prostoru. Bylo by tedy nutné provádět výběr nezávislých souřadnic v závislosti

na aktuální poloze mechanismu tak, aby se vybrané pohony nedostaly do singularity. To by ale znamenalo změnu matice \mathbf{R} při každé změně souřadnic. Proto je místo tohoto řešení vhodné zvolit převod do redundantních souřadnic, popsany v podsekcí 3.2.2.

Druhou možností je zvolit jako nezávislé souřadnice souřadnice pracovního bodu. Tato volba je velmi používaná, ale má rovněž některá úskalí. Podívejme se na obrázek 3.1. Představme si, že po vypnutí mechanismus vlivem gravitace spadne do této polohy. Po jednoduché úvaze je zřejmé, že je teoreticky možné, aby se bez cizí pomoci sám zvedl. Jenže v této poloze není pohyb mechanismu jednoznačně určen souřadnicemi pracovního bodu, neboť horní rameno se může otočit buď doleva, nebo doprava. Pro takovýto případ tedy nelze tento výběr souřadnic použít.



Obrázek 3.1: PKM v poloze, kdy jeho pohyb není jednoznačně popsán souřadnicemi pracovního bodu

3.2.2 Převod do redundantních souřadnic

Převod Lagrangeových rovnic do redundantních souřadnic navržený v [10] spočívá v eliminaci Lagrangeových multiplikátorů nikoliv projekcí pomocí ortogonálního doplňku \mathbf{R} , ale pomocí projektoru do nulového prostoru \mathbf{J} určeného z pseudoinverze. Předpokladem je, že \mathbf{J} má ve vymezeném pracovním prostoru konstantní hodnotu r . Poté můžeme projektor určit jako

$$\mathbf{N}_{\mathbf{J}} = \mathbf{I}_n - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}, \quad (3.24)$$

kde $\mathbf{J}^+ = \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1}$ je pravá pseudoinverze. Narozdíl od \mathbf{R} v sekci 3.2.1, projektor $\mathbf{N}_{\mathbf{J}}$ dimenze $n \times n$ a hodnoty δ vždy existuje a není závislý na explicitním výběru nezávislých souřadnic. Platí, že $\mathbf{N}_{\mathbf{J}} = \mathbf{N}_{\mathbf{J}}^T = \mathbf{N}_{\mathbf{J}} \mathbf{N}_{\mathbf{J}}$.

Přeskládejme vektor souřadnic do tvaru $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_p, \mathbf{q}_a]^T$, kde \mathbf{q}_a jsou aktivní souřadnice, tedy souřadnice pohonů, a \mathbf{q}_p jsou pasivní, tedy zbylé nepoháněné souřadnice. Podle tohoto pořadí může rozdělit matici \mathbf{N}_J :

$$\mathbf{N}_J = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}} \\ \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Matice $\tilde{\mathbf{P}}$ má rozměr $(n - m) \times n$. Matice $\tilde{\mathbf{A}}$ má rozměr $m \times n$ a platí, že $\dot{\mathbf{q}}_a = \tilde{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{q}}$.

Vynásobíme-li Lagrangeovy rovnice 3.14 zleva maticí $\mathbf{N}_J^T = \mathbf{N}_J$, dojde k vyrušení Lagrangeových multiplikátorů a získáme

$$\mathbf{N}_J(\mathbf{q}) [\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})] = \tilde{\mathbf{A}}^T(\mathbf{q})\mathbf{c}. \quad (3.26)$$

Jde o soustavu n rovnic, ze kterých je pouze δ nezávislých.

V rovnici 3.26 se předpokládá, že $\dot{\mathbf{q}}$ a $\ddot{\mathbf{q}}$ splňují vazbové podmínky. Pokud to není zajištěno, je nutné je promítnout jako $\dot{\mathbf{q}}_{proj} = \mathbf{N}_J\dot{\mathbf{q}}$ a $\ddot{\mathbf{q}}_{proj} = \mathbf{N}_J\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{N}}_J\dot{\mathbf{q}}$. Dosazením promítnutých souřadnic do rovnice 3.26 dostaneme Lagrangeovy rovnice ve tvaru

$$\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{Q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \tilde{\mathbf{A}}^T(\mathbf{q})\mathbf{c}, \quad (3.27)$$

kde

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}} &= \mathbf{N}_J^T \mathbf{M} \mathbf{N}_J, \\ \tilde{\mathbf{C}} &= \mathbf{N}_J^T [\mathbf{C} \mathbf{N}_J + \mathbf{M} \dot{\mathbf{N}}_J], \\ \tilde{\mathbf{Q}} &= \mathbf{N}_J^T \mathbf{Q}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Derivaci matice \mathbf{N}_J určíme jako

$$\dot{\mathbf{N}}_J = -(\mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{J}} \mathbf{N}_J) - (\mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{J}} \mathbf{N}_J)^T. \quad (3.29)$$

Použití pro přímou dynamiku

Přímá dynamika je jednoznačně řešitelný problém. Působí-li na mechanismus nějaké síly, je jednoznačně dané, jak se mechanismus bude pohybovat. Proto nemá smysl pro řešení přímé dynamiky použít převod do redundantních souřadnic, ale použít nezávislé souřadnice.

Použití pro inverzní dynamiku

Pro úlohu inverzní dynamiky použijeme převod do redundantních souřadnic. Z rovnice 3.26, případně 3.27, vyjádříme vektor řídicích sil:

$$\mathbf{c} = \left(\tilde{\mathbf{A}}^T(\mathbf{q}) \right)^+ \mathbf{N}_J(\mathbf{q}) [\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})]. \quad (3.30)$$

Kritický bod tohoto řešení nastává ve výpočtu pseudoinverze matice $\tilde{\mathbf{A}}^T$. Ta má rozměr $n \times m$ a její hodnost je $\delta < m < n$. Nelze tedy použít Mooreovu-Penroseovu pseudoinverzi a SVD¹ rozklad je numericky náročný.

Literatura [10] uvádí explicitní řešení této pseudoinverze. Předpokladem je, že redundantně poháněný mechanismus nemá v pracovním prostoru singulární polohy.

Matici $\tilde{\mathbf{A}}$ můžeme rozdělit jako

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_1 \\ \tilde{\mathbf{A}}_2 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

s maticí $\tilde{\mathbf{A}}_1$ velikosti $\delta \times n$ a hodnosti δ a maticí $\tilde{\mathbf{A}}_2$ velikosti $(m-\delta) \times n$. Pseudoinverzi lze pak zapsat jako

$$\left(\tilde{\mathbf{A}}^T\right)^+ = \begin{bmatrix} \left(\tilde{\mathbf{A}}_1^T\right)^+ \left(\mathbf{I}_n - \tilde{\mathbf{A}}_2^T (\mathbf{I}_{m-\delta} + \mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \left(\tilde{\mathbf{A}}_1^T\right)^+\right) \\ (\mathbf{I}_{m-\delta} + \mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \left(\tilde{\mathbf{A}}_1^T\right)^+ \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

kde $\mathbf{B} = \left(\tilde{\mathbf{A}}_1^T\right)^+ \tilde{\mathbf{A}}_2^T$.

Je zřejmé, že matice $\tilde{\mathbf{A}}_1$ odpovídá výběru δ z m souřadnic pohonů. Její hodnost je δ pouze v případě, že je pohyb mechanismu jednoznačně určen těmito souřadnicemi – jde tedy o nezávislé souřadnice a jejich výběr odpovídá neredundantně poháněnému mechanismu. Protože neredundantně poháněný mechanismus může mít v pracovním prostoru singulární polohu, ve které se sníží hodnost matice $\tilde{\mathbf{A}}_1$, je nutné vybírat v každé poloze mechanismu matici $\tilde{\mathbf{A}}_1$ tak, aby k tomu nedošlo. Toho docílíme výběrem δ z m souřadnic pohonů takových, aby $\|\tilde{\mathbf{A}}_1\|_\infty = \min$.

Je patrné, že s pomocí formulace pohybových rovnic v redundantních souřadnicích (rovnice 3.26, případně 3.27) zůstává levá strana rovnic platná v celém pracovním prostoru a výběr právě použitých souřadnic ovlivňuje pouze matici $\tilde{\mathbf{A}}$.

Toto řešení má větší oblast platnosti, než převod do nezávislých souřadnic s použitím souřadnic pracovního bodu. Podmínkou ale je, že mechanismus nesmí mít v žádném místě vstupní singularitu, tedy že v každém místě musí být říditelný pomocí alespoň δ z m pohonů. Vzhledem k tomu, že u redundantně poháněných PKM se přidává nadbytečný pohon mimo jiné právě pro překonání těchto singularit, neměl by být se splněním této podmínky problém.

¹Singular Value Decomposition – singulární rozklad

Kapitola 4

Metody řízení PKM

4.1 Metody dříve použité pro řízení Sliding Star

V této sekci budou stručně uvedeny metody řízení, které již byly v minulosti na robotu *Sliding Star* použity. Jednotlivé metody jsou převzaty ze zdroje [6].

4.1.1 Kaskádní a decentralizované řízení

Kaskádní řízení je nejjednodušší, které lze pro řízení RA-PKM použít. Paralelní roboty jsou obecně MIMO¹ systémy. Kaskádní řízení dělí tento systém na několik SISO² systémů a interakce mezi nimi jsou chápány jako poruchy. Při použití tohoto typu řízení však dochází k „přetahování“ pohonů, které se snaží dosáhnout nulové regulační odchylky, což vzhledem k nepřesnostem mezi modelem a zařízením není možné. Dochází tak k nárůstu momentů generovaných pohony vlivem nárůstu integračních složek v PID³ regulátorech.

Decentralizované řízení eliminuje narůstání akčních zásahů na pohonech tak, že je transformuje do prostoru nezávislých souřadnic, kde se nežádoucí silové účinky vyruší a následně přepočítají zpět na akční zásahy pohonů. Matematicky lze tuto operaci vyjádřit jako

$$\mathbf{c}_{red} = (\mathbf{A}^T)^+ \mathbf{A}^T \mathbf{c}, \quad (4.1)$$

kde \mathbf{A}^T je matice ze vztahu 3.22, \mathbf{c} je vektor řídicích akčních sil a \mathbf{c}_{red} je vektor akčních sil po vyrušení nežádoucích silových účinků.

¹*Multiple Input, Multiple Output* – systém s více vstupy i výstupy

²*Single Input, Single Output* – systém s jedním vstupem a jedním výstupem

³regulátor s proporcionální, integrační a derivační složkou

Tento model řízení však ani po kompenzaci nežádoucích silových účinků není vhodný, neboť nerespektuje vzájemné vazby v systému.

4.1.2 Centralizované řízení

Sofistikovanější metodou řízení, která již řídí RA-PKM jako celek svázaný kinematickými vazbami, je centralizované řízení. O výpočet sil se starají PID regulátory, které počítají z regulačních odchylek síly potřebné k ovládní mechanismu nikoliv ve čtyřech pojezdech, ale v pracovním bodě. Jde tedy o dvě síly a jeden moment působící na pracovní platformu. Následuje transformace z prostoru nezávislých souřadnic do prostoru souřadnic pohonů. Tato transformace není jednoznačná a při jejím odvození vyjdeme z principu virtuálních prací.

Označme nezávislé silové účinky působící v pracovním bodě jako \mathbf{c}_q a silové účinky v pojezdech jako \mathbf{c} . Princip virtuálních prací zapíšeme ve tvaru

$$\mathbf{c}^T \delta \mathbf{q}_a = \mathbf{c}_q^T \delta \mathbf{q}_q, \quad (4.2)$$

kde $\mathbf{q}_a = [x_{1S7}, x_{1S8}, x_{1S9}, x_{1S10}]$ jsou souřadnice pohonů a $\mathbf{q}_q = [x_{1S2}, y_{1S2}, \varphi_2]$ jsou souřadnice pracovní platformy. δ značí variaci, což je derivace možná v rámci vazeb.

Přeskládáním rovnice 4.2 dostaneme

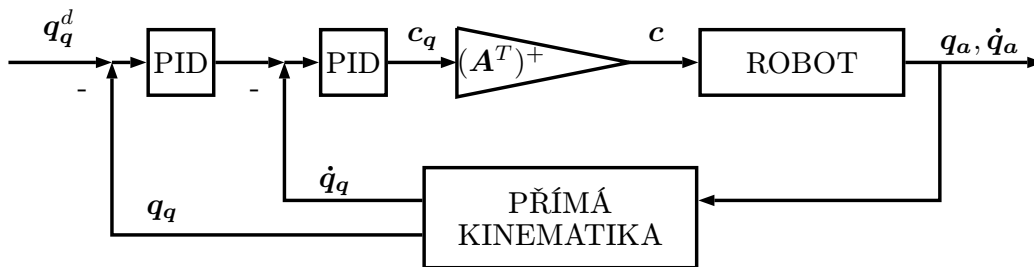
$$\begin{pmatrix} \delta \mathbf{q}_a \\ \delta \mathbf{q}_q \end{pmatrix}^T \mathbf{c} = \mathbf{c}_q. \quad (4.3)$$

Víme, že

$$\frac{\delta \mathbf{q}_a}{\delta \mathbf{q}_q} = -\mathbf{J}_a^{-1} \mathbf{J}_q. \quad (4.4)$$

Součin $-\mathbf{J}_a^{-1} \mathbf{J}_q$ je matice \mathbf{A} , viz vztah 3.23. Rovnice 4.3 pak odpovídá pravé straně rovnice 3.21. Rovnici 4.3 pro \mathbf{c} vyřešíme pomocí pseudoinverze:

$$\mathbf{c} = (\mathbf{A}^T)^+ \mathbf{c}_q. \quad (4.5)$$



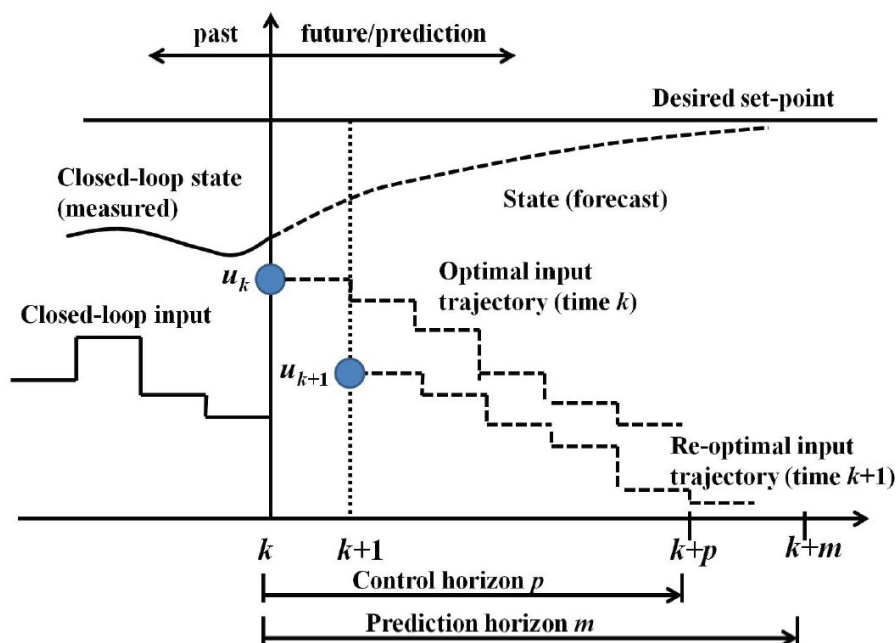
Obrázek 4.1: Schéma centralizovaného řízení

Schéma řízení je zobrazeno na obrázku 4.1.

Problém nastává v tom, jak řešit přímou kinematiku, o jejíž problémech bylo psáno v sekci 3.1. Řešení pomocí Taylorova rozvoje a neuronových sítí je uvedeno v sekci 5.2. V řízení lze rovněž použít stavového pozorovatele, neboť polohy a rychlosti pracovního bodu jsou právě stavy systému (neplatí pro polohu mechanismu, kdy jeho pohyb není jednoznačně určen souřadnicemi pracovního bodu, viz obrázek 3.1).

4.1.3 Prediktivní řízení

Prediktivní řízení je nejčastěji v literatuře označováno jako *Model Predictive Control* (MPC). Na konečném časovém horizontu je pomocí modelu a současného stavu systému predikováno chování systému a určeno optimální řízení. Tento postup se opakuje v každém kroku, takže i optimální řízení určené na několik kroků dopředu se může krok od kroku lišit, jak je patrné z obrázku 4.2.



Obrázek 4.2: Princip MPC (www.intechopen.com, 2.6.2015)

V práci [6] bylo prediktivní řízení *Sliding Star* realizováno pomocí lineárního diskrétního stavového modelu. Paralelní mechanismus *Sliding Star* je však nelineární a nelze očekávat kvalitní výsledky ve větších vzdálenostech od bodu, kde byl systém linearizován. V literatuře [11] jsou však popsány možnosti nelineárního prediktivního řízení.

Další problém nastává v tom, že nejsme schopni odměřovat stavy systému. Opět přichází na řadu stavový pozorovatel nebo přímá kinematika.

4.2 Metody testované v této práci

V této práci se budeme zabývat aplikací metod řízení se znalostní modely systému. Tato skupina řídicích metod se označuje jako *Model-based*. Někdy však bývá v literatuře označována jako *Computed-torque control* (CTC), tedy řízení pomocí vypočtených momentů z modelu systému. Například zdroj [12] říká: „*In fact, one way to classify robot control schemes is to divide them as 'computed-torque-like' or 'noncomputed-torque-like'.*“ – tedy že jeden způsob, jak klasifikovat řídicí schémata, je dělení na řízení s vypočtenými momenty a řízení bez vypočtených momentů. V této práci ale zachováme označení CTC pro specifickou řídicí metodu, popsanou dále v podsekcí 4.2.2.

Řídicí systémy založené na modelu mohou dosahovat vyšších přesností a je zapotřebí menších zpětnovazebních zesílení, méně energie k dosažení požadované polohy apod. Na druhou stranu není vždy snadné získat přesný model řízeného systému. U robotů to může být vzhledem k výrobním nepřesnostem a nelinearitám, které nejsou v modelu zahrnuty (tuhosti jednotlivých částí, tření atd.) [13]. Tyto nepřesnosti modelu se však dají částečně eliminovat pomocí kalibračních a identifikačních metod.

Řídicí systémy založené na modelu jsou také několikanásobně výpočetně náročnější, neboť je nutné v reálném čase počítat inverzní kinematiku a dynamiku.

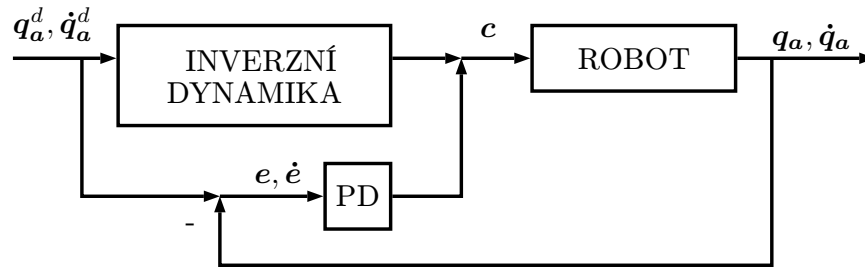
4.2.1 Augmented PD Control

Rozšířené proporčně-derivační řízení, anglicky *Augmented PD Control* (APD), je společně s CTC jednou z nejrozšířenějších metod pro řízení robotů [14]. Využívá klasického proporčně-derivačního regulátoru společně s vypočtenými momenty (silami). Princip řízení je přehledně zobrazen na obrázku 4.3.

Dynamický systém popsaný Lagrangeovými rovnicemi 3.14, případně 3.27 nebo 3.21, můžeme zkráceně zapsat do tvaru

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{u}. \quad (4.6)$$

Matice \mathbf{N} v sobě zahrnuje Coriolisovy a odstředivé síly a další zatěžující síly, případně reakční síly odpovídající Lagrangeovým multiplikátorům. Vektor $\mathbf{u} = \mathbf{T}\mathbf{c}$ obsahuje řídicí síly a momenty.



Obrázek 4.3: Schéma APD

Řídicí zákon pro APD poté můžeme zapsat ve tvaru

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}_p \mathbf{e} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}, \quad (4.7)$$

kde $\mathbf{e} = \mathbf{q}^d - \mathbf{q}$. Vektor \mathbf{q}^d je požadovaná poloha mechanismu, \mathbf{K}_p je proporční a \mathbf{K}_d derivační zesílení. [13]

Použití APD pro RA-PKM

Pro tento typ řízení je možné využít jak převod do nezávislých, tak do redundantních souřadnic.

V nezávislých souřadnicích jsou výsledné řídicí síly vyjádřeny vztahem:

$$\mathbf{c} = (\mathbf{A}^T)^+ [\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_q + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_q - \bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})] + \mathbf{K}_p \mathbf{e} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}} \quad (4.8)$$

a v redundantních souřadnicích vztahem:

$$\mathbf{c} = (\tilde{\mathbf{A}}^T(\mathbf{q}))^+ \mathbf{N}_J(\mathbf{q}) [\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})] + \mathbf{K}_p \mathbf{e} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}. \quad (4.9)$$

Nelineární APD

Problémem APD je, že používá konstantní hodnoty zesílení, což nemusí být příliš vhodné pro řízení nelineárních systémů. Existují proto varianty s proměnným zesílením. V literatuře [14] jsou uvedeny dvě varianty, konkrétně zesílení závislé na stavech systému, které ale nemá dostatečně rychlou odezvu na chyby. Druhou variantou je zesílení závislé právě na chybě. Zdroj [14] rovněž uvádí, jak je možné volit funkce zesílení.

4.2.2 Computed-Torque Control

CTC, tedy řízení pomocí vypočtených momentů (sil), je aplikace zpětnovazební linearizace nelineárních systémů a je hojně používána v moderním řízení. Princip CTC je převzat ze zdroje [12].

Dynamický systém popsáný Lagrangeovými rovnicemi 3.14, případně 3.21 nebo 3.27, můžeme opět zkráceně zapsat do tvaru

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{d} = \mathbf{u}, \quad (4.10)$$

kde navíc oproti rovnici 4.6 vektor \mathbf{d} představuje rušení.

Označme požadovanou polohu mechanismu v každém časovém okamžiku jako \mathbf{q}^d . Poté můžeme chybu v poloze zapsat jako

$$\mathbf{e} = \mathbf{q}^d - \mathbf{q}. \quad (4.11)$$

Dvojitou derivací rovnice 4.11 a dosazením za $\ddot{\mathbf{q}}$ z rovnice 4.10 dostáváme

$$\ddot{\mathbf{e}} = \ddot{\mathbf{q}}^d + \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{N} + \mathbf{d} - \mathbf{u}). \quad (4.12)$$

Definujeme vstupní řídicí funkci jako

$$\mathbf{v} = \ddot{\mathbf{q}}^d + \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{N} - \mathbf{u}) \quad (4.13)$$

a funkci rušení

$$\mathbf{w} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{d}. \quad (4.14)$$

Poté můžeme definovat stav systému jako

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

a napsat chybovou dynamiku ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ \ddot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{v} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{w}. \quad (4.16)$$

Zpětnovazební linearizující transformace 4.13 může být přepsána do tvaru

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}(\ddot{\mathbf{q}}^d - \mathbf{v}) + \mathbf{N}. \quad (4.17)$$

Rovnice 4.17 se nazývá řídicí zákon CTC. Při odvozování rovnice 4.16 nedošlo k transformaci na stavový popis. Proto když vybereme takovou funkci $\mathbf{v}(t)$, která

stabilizuje 4.16 tak, že $e(t) \rightarrow 0$, tak nelineární řídicí vstup $u(t)$ zajistí sledování požadované trajektorie.

Dosažením 4.17 do 4.10 získáme

$$M\ddot{q} + N + d = M(\ddot{q}^d - v) + N \quad (4.18)$$

a tento výraz upravíme pomocí 4.12 a 4.13:

$$\ddot{e} = v + M^{-1}d, \quad (4.19)$$

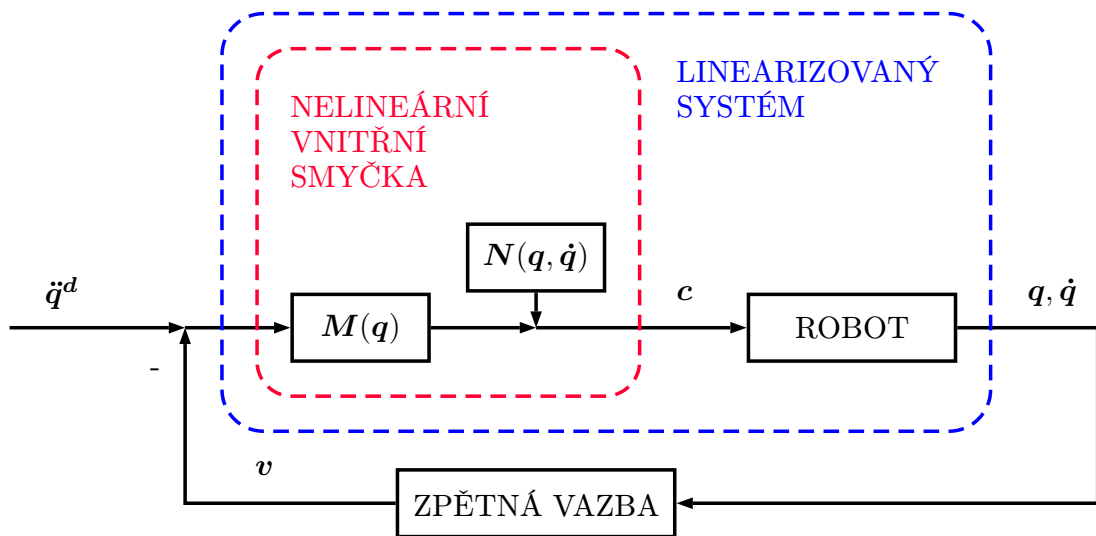
což je přesně rovnice 4.16.

Stabilizace 4.16 není složitá, neboť nelineární transformace 4.13 vytvořila z nelineárního systému problém samostatných lineárních podsystémů.

Řídicí funkci realizujeme pomocí zpětnovazebních zesílení ($v = -K_p e - K_d \dot{e}$) a dostáváme řídicí zákon CTC dle literatury [10] a [13] ve tvaru

$$u = M(\ddot{q}^d + K_p e + K_d \dot{e}) + N. \quad (4.20)$$

Na obrázku 4.4 je schématicky znázorněno CTC řízení. Je patrné, že se skládá z nelineární vnitřní smyčky, obsahující řídicí zákon CTC popsany rovnicí 4.20, která spolu s robotem tvoří lineární systém řízený zpětnou vazbou.



Obrázek 4.4: Schéma CTC

Použití CTC pro RA-PKM

Použití převodu do redundantních souřadnic je pro tento způsob řešení snadné. Vektor q obsahuje všechny fyzikální souřadnice a tak od zrychlení můžeme snadno

na příslušných řádcích odečíst hodnoty z vektoru \mathbf{v} . Výsledný vztah pro řízení je dán vztahem 4.20

$$\mathbf{c} = \left(\tilde{\mathbf{A}}^T\right)^+ \mathbf{N}_J \left\{ \mathbf{M} \left(\ddot{\mathbf{q}} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}_p \mathbf{e} - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} \right) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q} \right\}, \quad (4.21)$$

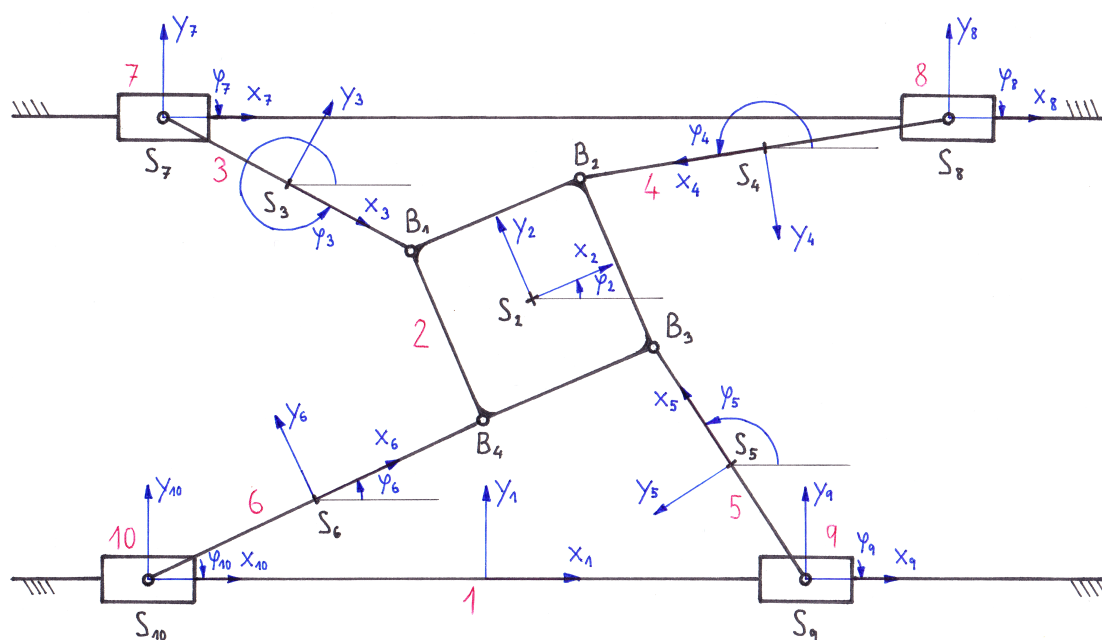
kde zpětnovazební zesílení jsou aplikována pouze na spodních m řádků, kde se vyskytují souřadnice pohonů (viz podsekcce 3.2.2).

Část II

PRAKTICKÁ ČÁST

Kapitola 5

Matematický popis Sliding Star



Obrázek 5.1: Kinematické schéma *Sliding Star*

Obrázek 5.1 zobrazuje kinematické schéma paralelního mechanismu *Sliding Star*. Červeně jsou očíslovány všechny členy mechanismu, modře jsou vyznačeny souřadnicové systémy jednotlivých členů umístěné do středů hmotností označených černě $S_2 - S_{10}$. Středů hmotností lineárních pojezdů 7 – 10 uvažujeme v osách čepů pro připojení ramen 3 – 6. Toto zjednodušení je možné, neboť tyto členy konají pouze posuvný pohyb. Černě označené body $B_1 - B_4$ jsou pomocné body pro analytické vyjádření inverzní kinematiky.

Rozměry mechanismu označíme následovně. Vertikální vzdálenost mezi čepý lineárních pojezdů 7 – 10 je h , délky ramen 3 – 6 jsou označeny $l_3 - l_6$. Tyto vzdálenosti

ještě rozdělíme na $l_{3a} - l_{6a}$ určující vzdálenost mezi body $S_7 - S_{10}$ a $S_3 - S_6$ a na $l_{3b} - l_{6b}$ určující vzdálenost mezi body $S_3 - S_6$ a $B_1 - B_4$. Vzdálenosti hran pracovní platformy od středu její hmotnosti S_2 označíme jako a_L – levá hrana, a_P – pravá hrana, a_H – horní hrana a a_D – dolní hrana. Hodnoty uvedených rozměrů pro laboratorní model *Sliding Star* jsou uvedeny v tabulce 5.1.

Tabulka 5.1: Rozměry laboratorního modelu *Sliding Star*

rozměr	velikost [m]
h	0,545
$l_{3a} = l_{4a} = l_{5a} = l_{6a}$	0,17
$l_{3b} = l_{4b} = l_{5b} = l_{6b}$	0,23
$a_P = a_L = a_H = a_D$	0,05

Pro dynamický popis jsou rovněž potřeba hmotnosti a momenty setrvačnosti jednotlivých těles. Ty jsou uvedeny v tabulce 5.2.

Tabulka 5.2: Hmotnosti těles laboratorního modelu *Sliding Star*

veličina	velikost [kg], [kgm ²]
m_2	5
I_{2S2}	0,04
$m_3 = m_4 = m_5 = m_6$	1,9
$I_{3S3} = I_{4S4} = I_{5S5} = I_{6S6}$	0,05
$m_7 = m_8 = m_9 = m_{10}$	2

5.1 Inverzní kinematika

Při řešení kinematiky budeme postupovat tak, jak bylo uvedeno v sekci 3.1. Vektor nezávislých souřadnic bude tedy obsahovat souřadnice polohy a natočení tělesa 2 vůči rámu 1:

$$\mathbf{q}_q = [x_{1S2}, y_{1S2}, \varphi_2]^T \quad (5.1)$$

a vektor závislých souřadnic bude obsahovat polohy a natočení všech ostatních těles:

$$\mathbf{q}_z = [x_{1S3}, y_{1S3}, \varphi_3, x_{1S4}, y_{1S4}, \varphi_4, \dots, x_{1S10}, y_{1S10}, \varphi_{10}]^T. \quad (5.2)$$

Analytické řešení provedeme pro každý ze čtyř sériových řetězců následovně.

Uvedeny jsou vztahy pro řetězec těles 2 – 3 – 7, vztahy pro zbylé řetězce jsou analogické.

Nejprve určíme souřadnice s konstantní hodnotou (5.3).

$$y_{1S7} = h, \quad \varphi_7 = 0. \quad (5.3)$$

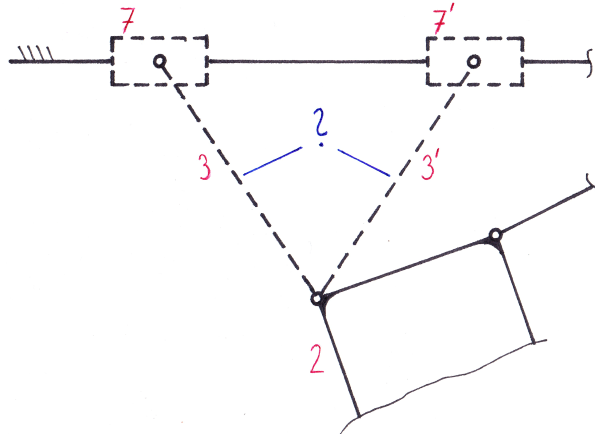
Vypočteme polohu čepu pracovní platformy v závislosti na její poloze a natočení:

$$\begin{aligned} x_{1B1} &= x_{1S2} - a_L \cos \varphi_2 - a_H \sin \varphi_2, \\ y_{1B1} &= y_{1S2} - a_L \sin \varphi_2 + a_H \cos \varphi_2. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Dále určíme polohu tělesa 7:

$$x_{1S7} = x_{1B1} - \sqrt{l_3^2 - (y_{1S7} - y_{1B1})^2}. \quad (5.5)$$

Povšimneme si, že v rovnici 5.5 odmocnina udává x-ovou vzdálenost čepu pohonu S_7 od čepu platformy B_1 . Z obrázku 5.2 je patrné, že jsou možná dvě řešení. Protože vzdálenost čepů po odmocnění bude vždy kladné číslo, snadno zaručíme jednoznačnost řešení správnou volbou znaménka. V případě 5.5 je před odmocninou „mínus“, to znamená, že čep pohonu bude vždy ležet více vlevo než čep platformy.



Obrázek 5.2: Nejednoznačnost polohy ramene

Zbývá určit natočení (5.6) a polohu ramene (5.7).

$$\varphi_3 = \arctan \frac{y_{1B1} - y_{1S7}}{x_{1B1} - x_{1S7}}, \quad (5.6)$$

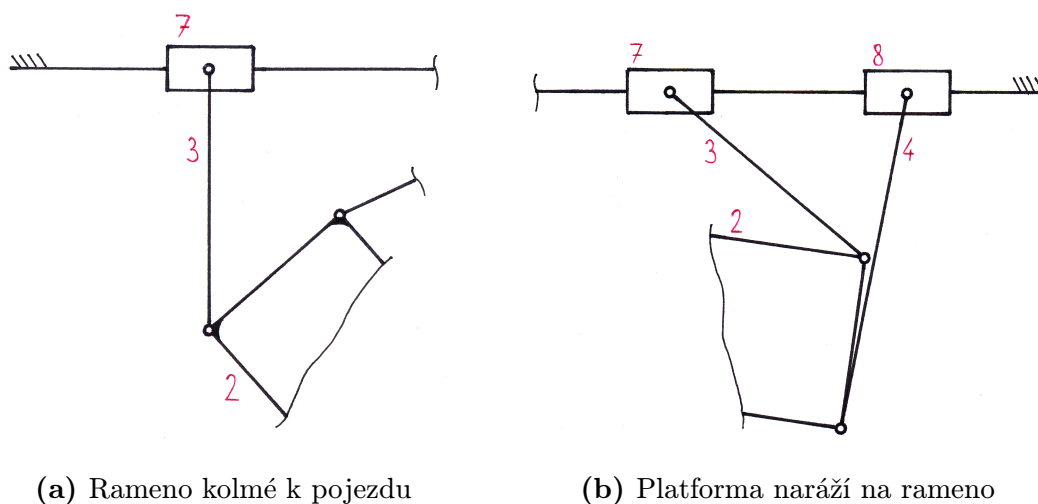
$$\begin{aligned} x_{1S3} &= x_{1S7} + l_{3a} \cos \varphi_3, \\ y_{1S3} &= y_{1S7} + l_{3a} \sin \varphi_3. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Pro výpočet rychlostí a zrychlení provedeme 1. a 2. derivaci rovnic 5.3 – 5.7, nebo použijeme vztahy 3.12 a 3.13, využívající Jacobiho matici.

5.1.1 Zjištění maximálního dosažitelného pracovního prostoru

Inverzní kinematiku můžeme použít pro zjištění maximálního pracovního prostoru. *Sliding Star* je mechanismus se třemi stupni volnosti, tudíž i pracovní prostor bude třídimenzionální. Na první pohled je ale zřejmé, že lineární vedení, zajišťující pohyb ve směru osy x_1 globálního souřadného systému, může být nekonečně dlouhé a pracovní prostor pak závisí tedy jen na souřadnicích y_{1S2} a φ_2 .

Algoritmus hledání bude spočívat v tom, že budeme postupně pro různé hodnoty úhlu natočení platformy hledat maximální rozsah ve směru y . Tento maximální rozsah závisí na konstrukci mechanismu a mohou v zásadě nastat dvě omezující okolnosti:

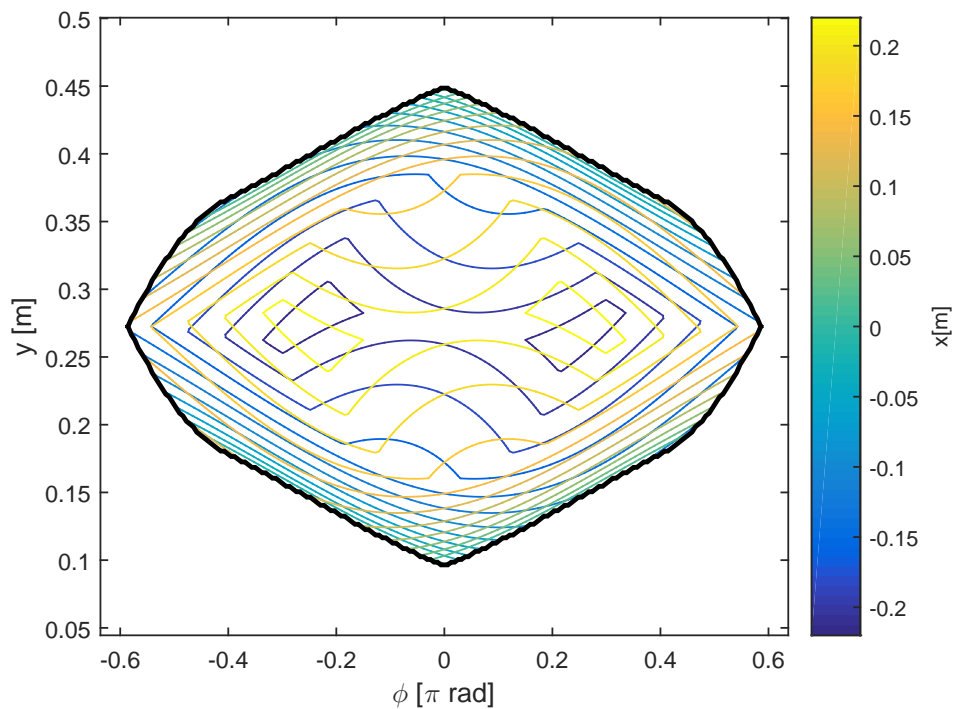


Obrázek 5.3: Omezující podmínky pracovního prostoru

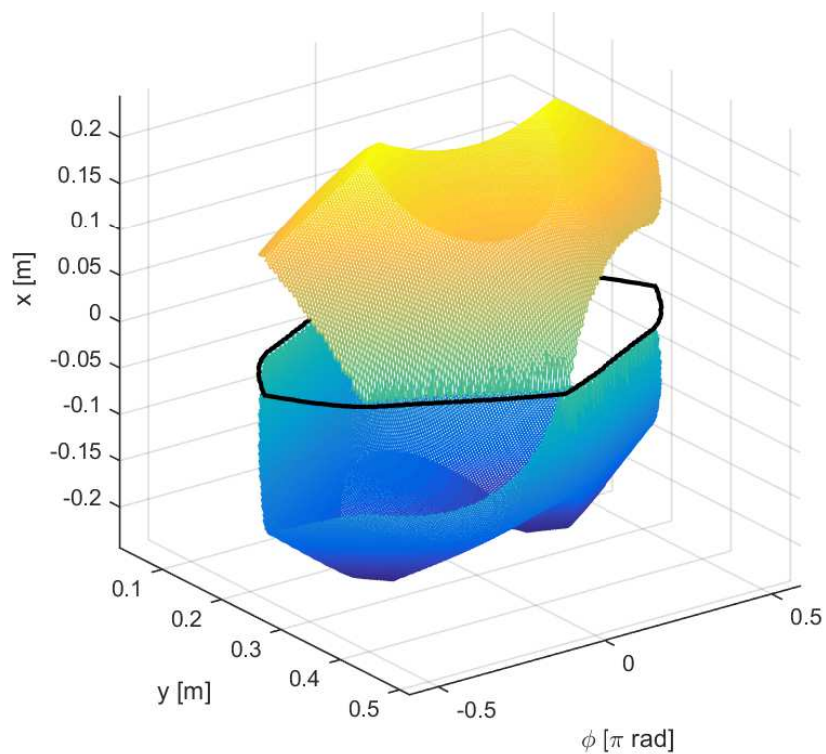
1. Některé z ramen dosáhne polohy kolmé k pojezdu a nedovolí pracovní platformě dostat se dále (5.3a).
2. Některé z ramen se přiblíží k pracovní platformě natolik, že zarazí o čep druhého ramene (5.3b).

Tímto získáme pracovní prostor v souřadnicích y_{1S2} a φ_2 .

Nakonec můžeme zavést i omezení pro souřadnici x_{1S2} , které zjistíme jako minimum rozdílu aktuálních poloh pojezdů a poloh dorazů. Tímto nám vzniknou dvě omezující plochy, jedna pro pohyb mechanismu doleva a druhá pro pohyb doprava. Na obrázku 5.4 je maximální pracovní prostor v souřadnicích y_{1S2} a φ_2 vyznačen černou křivkou a konturami je zobrazen maximální rozsah ve směru souřadnice x_{1S2} .



Obrázek 5.4: Pracovní prostor v rovině $y_{1S2} - \varphi_2$



Obrázek 5.5: Pracovní prostor v souřadnicích x_{1S2}, y_{1S2} a φ_2

Pro lepší představu si můžeme omezení souřadnice x_{1S2} zobrazit ve 3D grafu jako dvě plochy. Černá křivka na obrázku 5.5 leží v rovině $x_{1S2} = 0$ a znázorňuje pracovní prostor v rovině $y_{1S2} - \varphi_2$, stejně jako na obrázku 5.4.

5.1.2 Manipulovatelnost

Manipulovatelnost, nebo také dexterita, vyjadřuje míru ovladatelnosti stroje. Je definována vztahem

$$D = \frac{1}{\text{cond}(-\mathbf{J}_z^{-1}\mathbf{J}_q)}, \quad (5.8)$$

kde \mathbf{J}_z je Jacobiho matice souřadnic pracovního bodu a \mathbf{J}_q je Jacobiho matice souřadnic pohonů. Hodnoty manipulovatelnosti $D \in (0,1)$. Vazbové podmínky pro vytvoření Jacobiho matic \mathbf{J}_z a \mathbf{J}_q musí být sestaveny tak, aby obsahovaly pouze souřadnice pohonů a pracovního bodu.

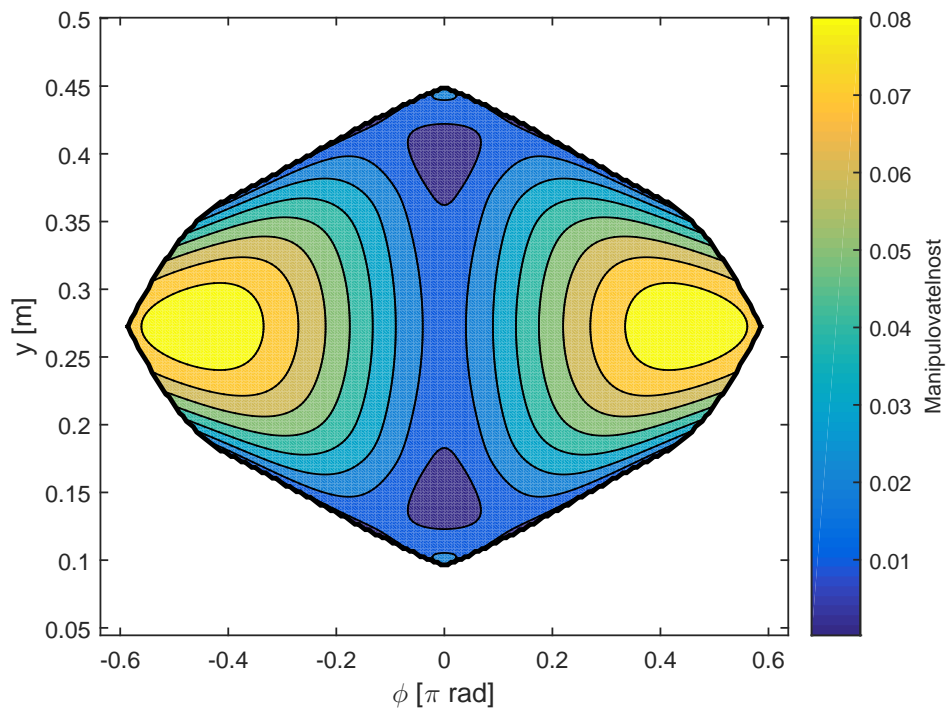
Pro případ *Sliding Star* tyto vazbové podmínky sestavíme z rovnic 5.1 – 5.5:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} -x_{1S7} + x_{1S2} - a_L \cos \varphi_2 - a_H \sin \varphi_2 - \\ -\sqrt{l_3^2 - (h - y_{1S2} - a_L \sin \varphi_2 + a_H \cos \varphi_2)^2} \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (5.9)$$

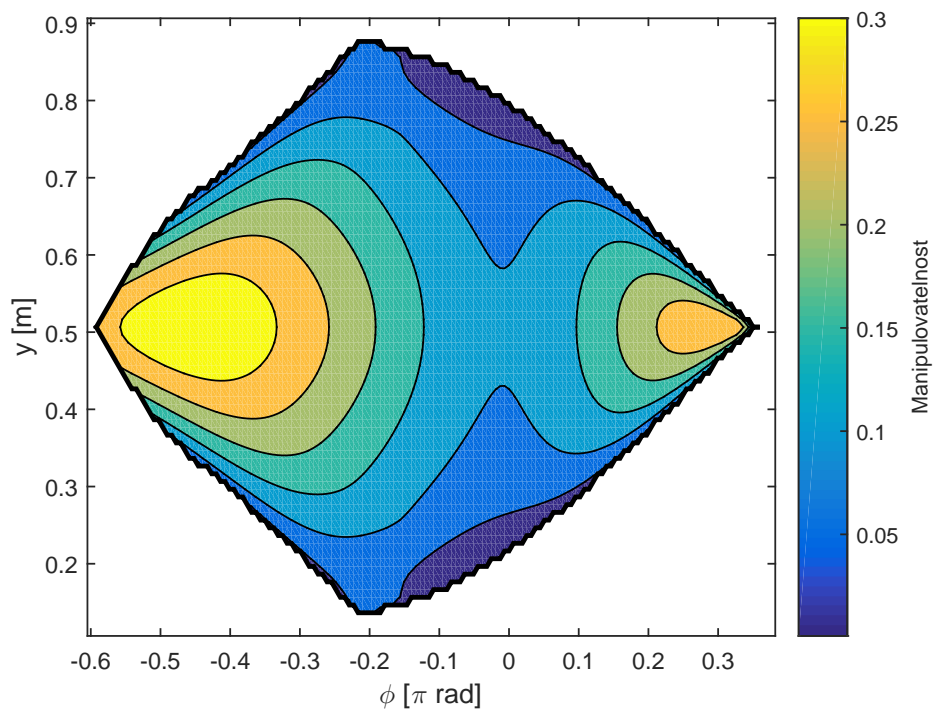
Uvedena je jen první vazbová podmínka pro řetězec těles 2 – 3 – 7. Zbylé tři se určí obdobně. Derivací vazbových podmínek 5.9 podle příslušných souřadnic získáme matice \mathbf{J}_z a \mathbf{J}_q a vypočteme manipulovatelnost 5.8 pro body v pracovním prostoru (obr. 5.4).

Na obrázku 5.6 je zobrazena manipulovatelnost laboratorního modelu *Sliding Star* nad pracovním prostorem určeným souřadnicemi y_{1S2} a φ_2 . Je patrné, že pro $\varphi_2 = 0$ se manipulovatelnost blíží k nule. Je to dáno tím, že ramena laboratorního modelu *Sliding Star* mají stejnou délku. Z tohoto důvodu je nutné další omezení pracovního prostoru tak, aby se natočení pracovní platformy neblížilo nulovému úhlu.

Pro zajímavost se podíváme na manipulovatelnost skutečného robota *Sliding Star*, který má dvě z ramen kratší. Z obrázku 5.7 je vidět, že maximální manipulovatelnost je několikanásobně vyšší než u laboratorního modelu a i pro nulové natočení platformy zůstává relativně vhodná pro řízení mechanismu.

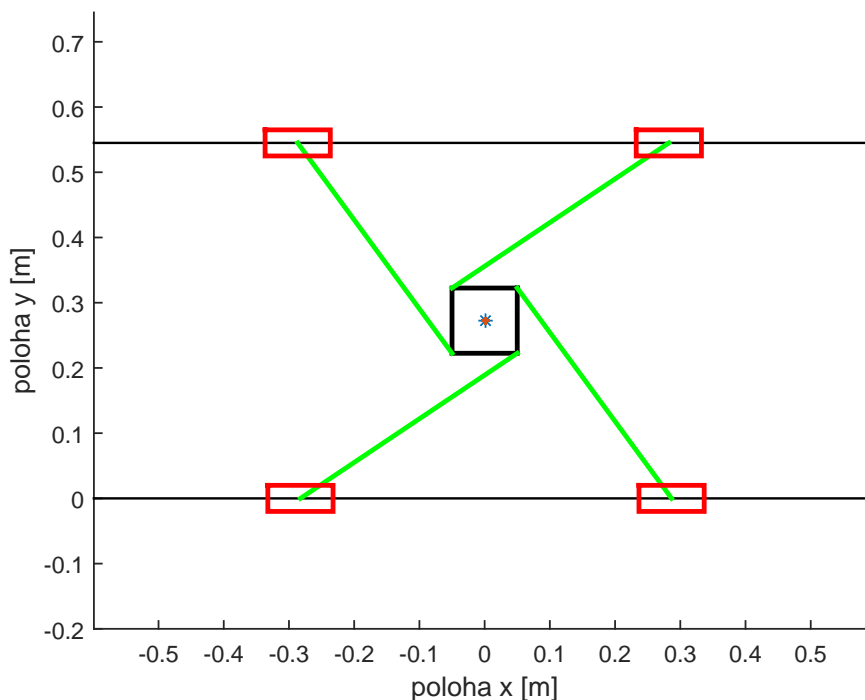


Obrázek 5.6: Manipulovatelnost v pracovním prostoru



Obrázek 5.7: Manipulovatelnost skutečného robota *Sliding Star*

5.1.3 Zjištění offsetů pohonů ve startovní poloze

Obrázek 5.8: Schéma laboratorního modelu *Sliding Star* ve startovní poloze

Protože k odměřování souřadnic pohonů máme k dispozici pouze inkrementální čítače na motorech, je nutné vytvořit startovací polohu, ve které bude mechanismus při startu zaaretován. V této poloze vypočteme počáteční offsety pohonů, které budeme přičítat k souřadnicím naměřeným inkrementálními čítači. Startovní poloha laboratorního modelu je řešena pomocí lišt, které nastaví polohy pojezdů tak, aby pracovní bod platformy měl souřadnice $[0, h/2, \pi/2]^T$ v souřadnicovém systému x_1, y_1 . Startovací poloha mechanismu je zobrazena na obrázku 5.8, kde je schéma mechanismu vytvořeno v Matlabu pomocí inverzní kinematiky. Offsety pohonů ve startovní poloze jsou uvedeny v tabulce 5.3.

Tabulka 5.3: Offsety pohonů laboratorního modelu *Sliding Star*

offset	velikost [m]
x_{1S7}^0	-0,2866
x_{1S8}^0	0,2824
x_{1S9}^0	0,2866
x_{1S10}^0	-0,2824

5.2 Přímá kinematika

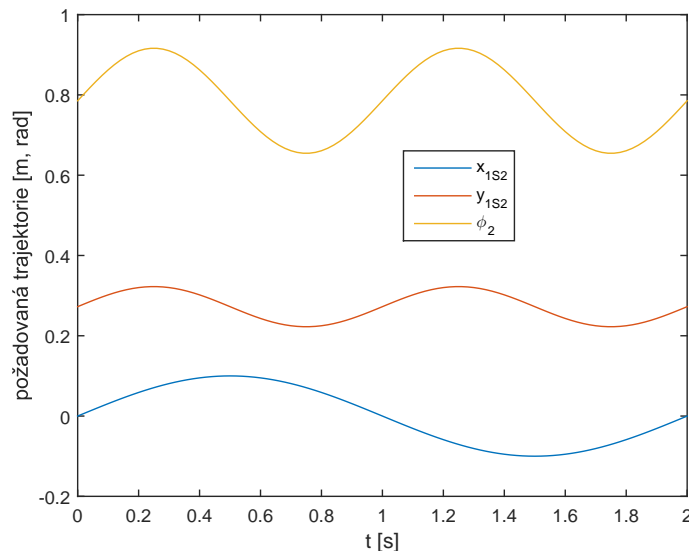
Přímá kinematika je, jak již bylo zmíněno v sekci 3.1, pro RA-PKM analyticky neřešitelná nejednoznačná úloha. Protože je ale potřebná pro některé metody řízení, vyzkoušíme některé metody jak polohy pracovního bodu na základě znalosti poloh pohonů odhadnout.

Pro testování byla vybrána podoblast maximálního pracovního prostoru zjištěného v podsekcí 5.1.1 tak, aby se mechanismus pohyboval v oblasti dobré manipulovatelnosti. Rozmezí pro hodnoty souřadnic byly zvoleny následovně: $x_{1S2} \in \langle -0,11; 0,11 \rangle$, $y_{1S2} \in \langle h/2 - 0,06; h/2 + 0,06 \rangle$ a $\varphi_2 \in \langle \pi/8; 3\pi/8 \rangle$. Na této oblasti byla vytvořena síť bodů s kroky $\Delta x_{1S2} = 0,005$, $\Delta y_{1S2} = 0,002$ a $\Delta \varphi_2 = 0,02$ o souřadnicích $\mathbf{q}_{q_1}, \mathbf{q}_{q_2}, \dots, \mathbf{q}_{q_p}$, kde p je počet bodů. K nim byly dopočítány odpovídající souřadnice $\mathbf{q}_{a_1}, \mathbf{q}_{a_2}, \dots, \mathbf{q}_{a_p}$ pomocí inverzní kinematiky. Tyto souřadnice v jednotlivých bodech zapíšeme do vektorů $\mathbf{b}_q = [\mathbf{q}_{q_1}, \mathbf{q}_{q_2}, \dots, \mathbf{q}_{q_p}]^T$ a $\mathbf{b}_a = [\mathbf{q}_{a_1}, \mathbf{q}_{a_2}, \dots, \mathbf{q}_{a_p}]^T$ a získáme tak trénovací data.

Referenční trajektorie pro posouzení výsledků byla zvolena takto:

$$\begin{aligned} x_{1S2} &= 0,1 \sin(\pi t), \\ y_{1S2} &= \frac{h}{2} + 0,05 \sin(2\pi t), \\ \varphi_2 &= \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{24} \sin(2\pi t). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Pro lepší představu je referenční trajektorie zobrazena na obrázku 5.9.



Obrázek 5.9: Referenční trajektorie pro posuzování modelů přímé dynamiky

5.2.1 Odhad pomocí Taylorova rozvoje

První metodou, kterou aplikujeme na případ *Sliding Star*, je využití Taylorova rozvoje, popsany v literatuře [8].

Zapišeme úlohu přímé dynamiky, tedy poloha pracovního bodu $\mathbf{q}_q = [x_{1S2}, y_{1S2}, \varphi_2]^T$ je funkcí poloh pohonů $\mathbf{q}_a = [x_{1S7}, x_{1S8}, x_{1S9}, x_{1S10}]^T$:

$$\mathbf{q}_q = \mathbf{f}(\mathbf{q}_a). \quad (5.11)$$

Taylorův rozvoj v bodě $\mathbf{q}_a = \mathbf{0}$ má tvar

$$\mathbf{q}_q = \mathbf{f}(\mathbf{0}) + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{0})}{\partial \mathbf{q}_a} \mathbf{q}_a + \frac{\partial^2 \mathbf{f}(\mathbf{0})}{\partial \mathbf{q}_a^2} \mathbf{q}_a^2 + \dots, \quad (5.12)$$

který přepíšeme do tvaru

$$\mathbf{q}_q = \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_1 \mathbf{q}_a + \mathbf{T}_2 \mathbf{q}_a^2 + \dots \quad (5.13)$$

Konstanty $\mathbf{T}_0, \mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \dots$ jsou koeficienty Taylorova rozvoje. Pro jejich určení použijeme výše zmíněná trénovací data. Konstanty Taylorova polynomu v rovnici 5.13 musí platit pro všechny dvojice $\mathbf{q}_{q_i} - \mathbf{q}_{a_i}$, $i = 1, 2, \dots, p$, a tak získáme nadbytečnou soustavu p rovnic o s neznámých, kde s je použitý řád Taylorova polynomu:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_a^0 & \mathbf{b}_a^1 & \dots & \mathbf{b}_a^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_0 \\ \mathbf{T}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{T}_s \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

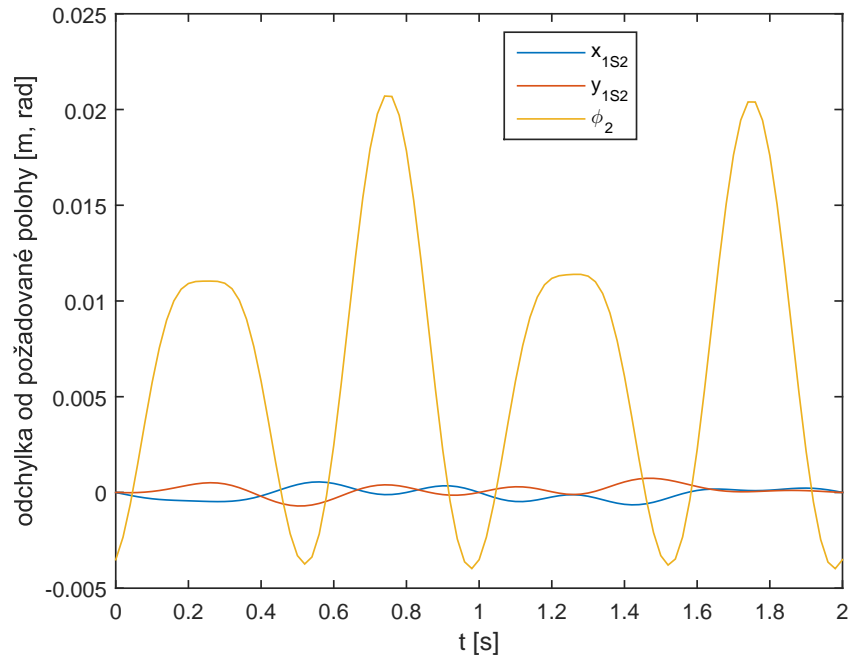
Tuto soustavu snadno vyřešíme pomocí pseudoinverze:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_0 \\ \mathbf{T}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{T}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_a^0 & \mathbf{b}_a^1 & \dots & \mathbf{b}_a^s \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} \mathbf{b}_q \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

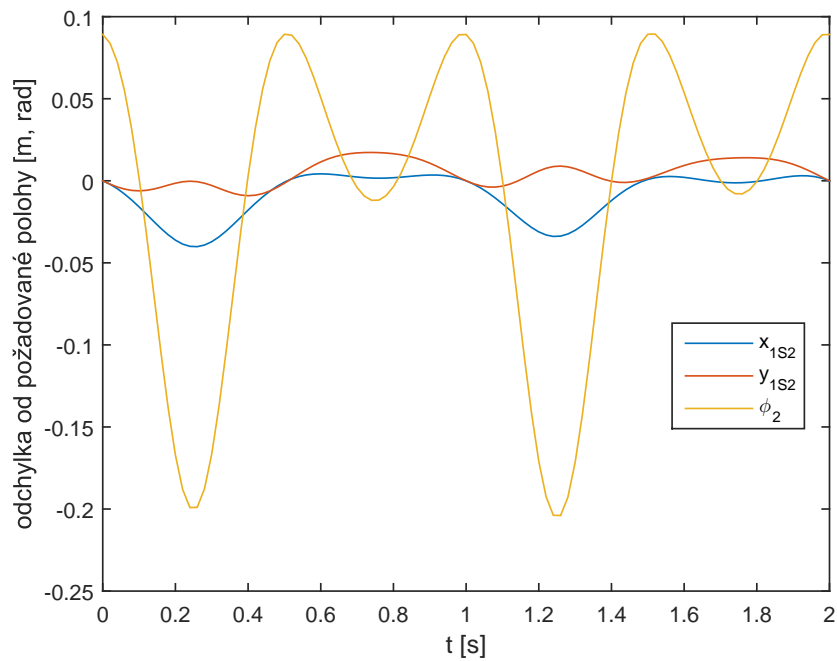
a získáme potřebné koeficienty.

Ověření přesnosti aproximace

Na referenční trajektorii (obrázek 5.9) bylo zjištěno, že při vyšším jak 2. řádu Taylorova polynomu se chyba v odhadu souřadnic pracovního bodu již nezmenšuje. Na obrázku 5.10 je zobrazen průběh chyby odhadovaných souřadnic pracovního bodu. Z obrázku 5.10 vidíme, že chyba odhadu souřadnic x_{1S2} a y_{1S2} se pohybuje



Obrázek 5.10: Chyba aproximace Taylorovým polynomem 2. stupně na referenční trajektorii



Obrázek 5.11: Chyba aproximace Taylorovým polynomem 2. stupně na referenční trajektorii pro skutečného robota *Sliding Star*

okolo 0,001 m a chyba natočení φ_2 dosahuje maximální hodnoty $0,022 \text{ rad} = 1,26^\circ$. Z výsledku plyne, že tato metoda odhadu není příliš vhodná pro použití v přesném řízení.

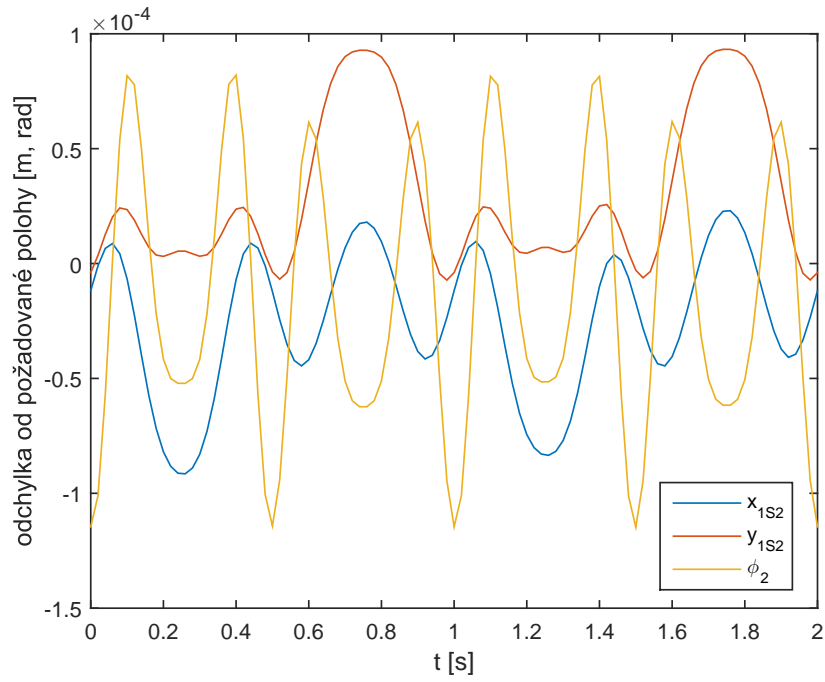
V sekci 5.1.2 bylo ukázáno na obrázku 5.7, že u skutečného robota *Sliding Star* je s ohledem na manipulovatelnost možné natáčení platformy na obě strany. Obdobně jako u laboratorního modelu, byla vytvořena na podoblasti maximálního pracovního prostoru sada trénovacích dat. Zmíníme, že Taylorův polynom získaný z těchto dat selhává v odhadu úhlu natočení platformy a není použitelný ani pro přibližný odhad, jak je patrné z obrázku 5.11.

5.2.2 Odhad pomocí neuronové sítě

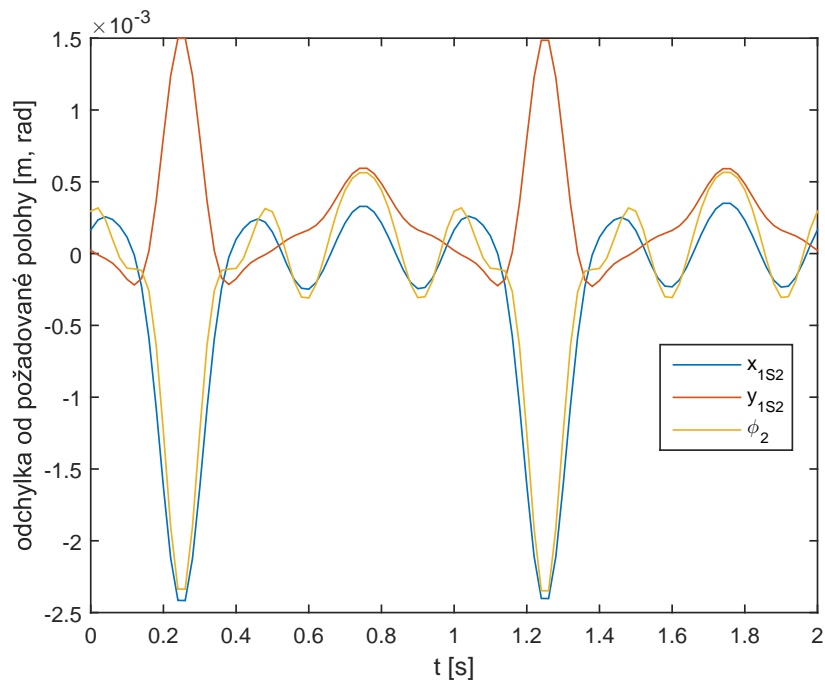
Pro vytvoření neuronové sítě byl použit Neural Network Toolbox v Matlabu a použita byla síť s 10 skrytými vrstvami a trénovacím algoritmem Levenberg-Marquardt. Jako trénovací data byla vybrána stejná data, která byla použita pro výpočet koeficientů Taylorova rozvoje. Výsledná neuronová funkce byla otestována na referenční trajektorii a chyba v odhadu souřadnic pracovního bodu je zobrazena na obrázku 5.12.

Je nutno podotknout, že více aproximací funkce získaných pomocí neuronové sítě ze stejných dat se výrazně liší. Na obrázku 5.12 byla vybrána nejlepší aproximace z přibližně pěti pokusů. Chyby všech souřadnic se pohybují řádově do 10^{-4} m. Tento výsledek dokazuje, že pro případ laboratorního modelu *Sliding Star* je na dané pracovní oblasti možné neuronovou síť pro výpočet přímé kinematiky použít.

Zatímco Taylorův polynom pro skutečného robota *Sliding Star* selhal, podařilo se z několika pokusů vybrat neuronovou síť, která dosahuje maximální chyby v řádu 10^{-3} m a průběh chyby je znázorněn na obrázku 5.13. U některých neuronových sítí došlo k „přetrénování“, kdy pak odhad úhlu natočení nespojitě přeskakoval na nesmyslné hodnoty. Není tedy možno jednoznačně říci, zda je tato metoda vhodná. Vždy záleží na konkrétním případě, jak zvolíme pracovní prostor, jaká množství dat použijeme a také jak se neuronová síť zrovna „povede“.



Obrázek 5.12: Chyba aproximace neuronovou sítí na referenční trajektorii



Obrázek 5.13: Chyba aproximace neuronovou sítí na referenční trajektorii pro skutečného robota *Sliding Star*

5.3 Inverzní dynamika

Úloha inverzní dynamiky hledá síly v pohonech \mathbf{c} , které zaručí pohyb mechanismu popsaný jeho polohou \mathbf{q} , rychlostí $\dot{\mathbf{q}}$ a zrychlením $\ddot{\mathbf{q}}$:

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}). \quad (5.16)$$

Pro inverzní dynamiku zkusíme využít jak převod do nezávislých souřadnic (sekce 3.2.1), tak převod do redundantních souřadnic (sekce 3.2.2). V nezávislých souřadnicích dostaneme rovnici pro inverzní dynamiku přenásobením rovnice 3.21 maticí $(\mathbf{A}^T)^+$ zleva. V redundantních souřadnicích je úloha přímé dynamiky popsána rovnicí 3.30.

Pomocí inverzní dynamiky můžeme vypočítat síly pro rovnováhu mechanismu v bodě, kde budeme systém linearizovat pro návrh zesílení pomocí LQR¹ a návrh stavového pozorovatele. Protože se opět omezíme na podoblast maximálního pracovního prostoru, určenou mezemi $x_{1S2} \in \langle -0,11; 0,11 \rangle$, $y_{1S2} \in \langle h/2 - 0,06; h/2 + 0,06 \rangle$ a $\varphi_2 \in \langle \pi/8; 3\pi/8 \rangle$, zvolíme tento bod ve středu vymezené oblasti: $x_{1S2} = 0$, $y_{1S2} = h/2$ a $\varphi_2 = \pi/4$. Síly pro rovnováhu v tomto bodě jsou uvedeny v tabulce 5.4.

Tabulka 5.4: Síly pro rovnováhu v bodě $x_{1S2} = 0$, $y_{1S2} = h/2$ a $\varphi_2 = \pi/4$

síla	velikost [N]
c_1	-32,1523
c_2	32,1523
c_3	-32,1523
c_4	32,1523

5.4 Přímá dynamika

Cílem přímé dynamické úlohy je nalézt zrychlení $\ddot{\mathbf{q}}$ při znalosti řídicích sil \mathbf{c} , aktuální polohy \mathbf{q} a rychlosti $\dot{\mathbf{q}}$:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}(\mathbf{c}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}). \quad (5.17)$$

Pro řešení přímé dynamiky *Sliding Star* použijeme převod do nezávislých souřadnic vysvětlený v sekci 3.2.1. Jako nezávislé souřadnice zvolíme polohu a natočení

¹Linear-quadratic regulator

pracovního bodu: $\mathbf{q}_q = [x_{1S2}, y_{1S2}, \varphi_2]^T$. Řídící síly \mathbf{c} můžeme zahrnout do vektoru sil \mathbf{Q} a vyjádřením $\ddot{\mathbf{q}}$ z rovnice 3.21 získáme rovnice ve tvaru

$$\ddot{\mathbf{q}}_q = \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})^{-1} [-\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_q + \bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})]. \quad (5.18)$$

Je zřejmé, že pro výpočet nepostačí pouze znalost nezávislých poloh a rychlostí, ale je nutné dopočítat i zbylé závislé souřadnice, na kterých závisí matice $\bar{\mathbf{M}}$ a $\bar{\mathbf{C}}$ a vektor $\bar{\mathbf{Q}}$. K tomu použijeme inverzní kinematiku (sekce 5.1).

Kapitola 6

Simulace řízení Sliding Star v Simulinku

V Simulinku bylo zavedeno odlišné značení, neboť v kódu nelze psát tučná písmena, indexy apod. Systém značení použitého na obrázcích v této kapitole je přehledně popsán v tabulce 6.1.

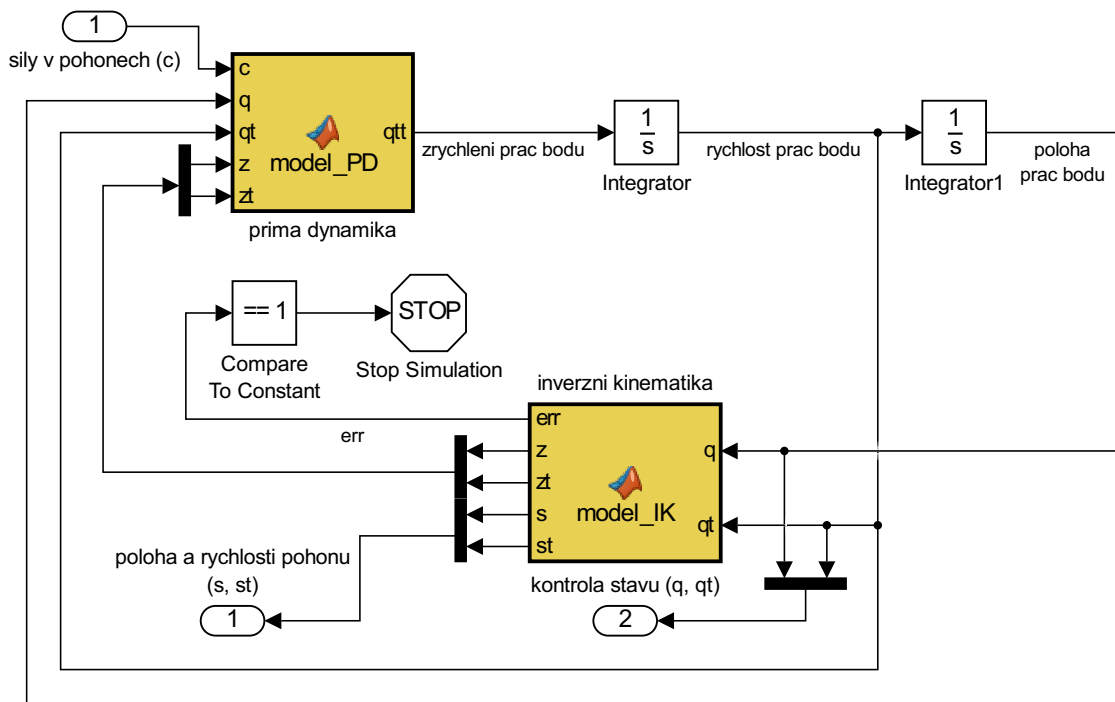
Tabulka 6.1: Značení použité v *Simulinku*

veličina	význam	rozměr
q	vektor souřadnic pracovní platformy	δ
s	vektor souřadnic pohonů	m
z	vektor závislých souřadnic	$n - \delta$
c	vektor řídicích sil	m
v	vektor řídicího zrychlení u CTC	m
t	první derivace	-
tt	druhá derivace	-

6.1 Simulační model Sliding Star

Pro simulaci řízení je nejprve potřeba sestavit model, který bude nahrazovat reálný mechanismus. Použitý model je zobrazen na obrázku 6.1.

Vstupem jsou síly působící na pojezdy 7 – 10 a výstupem jsou polohy a rychlosti pohonů. Oproti skutečnému mechanismu, druhým výstupem jsou polohy a rychlosti pracovního bodu, které budou sloužit k porovnávání skutečné polohy pracovního bodu od polohy žádané.


 Obrázek 6.1: simulační model *Sliding Star*

Blok *prima dynamika* je funkce, která počítá zrychlení pracovního bodu $\ddot{\mathbf{q}}$ v závislosti na řídicích silách \mathbf{c} . Obsahuje rovnici 5.18. Do bloku vstupují také polohy a rychlosti všech těles potřebné pro výpočet matic $\bar{\mathbf{M}}$ a $\bar{\mathbf{C}}$ a vektoru $\bar{\mathbf{Q}}$. Dvojí integrací výstupu se po zadání počátečních podmínek dopočítáme až k poloze pracovního bodu. Vzhledem ke startovací poloze mechanismu uvedené v podsekcí 5.1.3 jsou počáteční podmínky nastaveny $[0, 0, 0]^T$ pro rychlost a $[0, h/2, \pi/2]^T$ pro polohu.

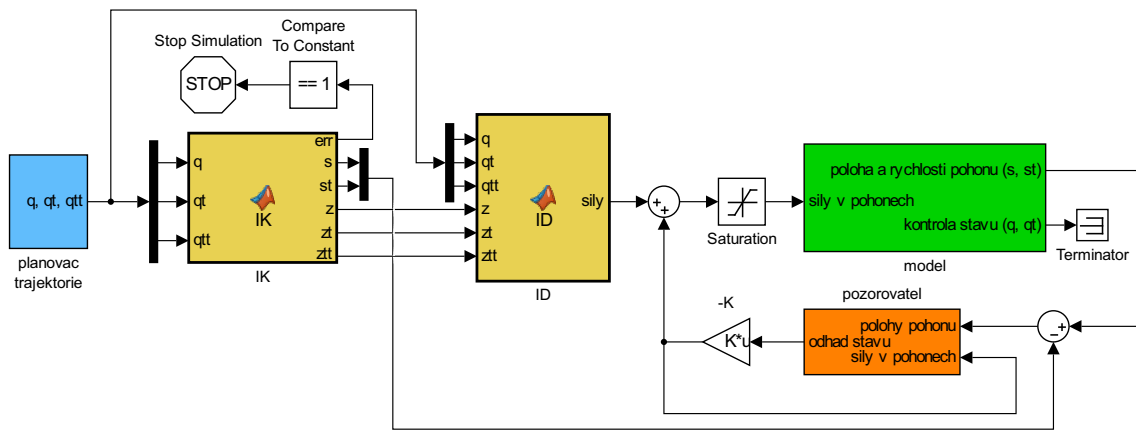
Blok *inverzni kinematika* je funkce, která obsahuje vztahy uvedené v sekci 5.1 a dopočítává souřadnice všech těles. Chybová veličina err nabude hodnoty 1 v případě, že nastane jedna ze skutečností zobrazených na obrázku 5.3, tedy dojde-li k překročení hranice pracovního prostoru.

6.2 Augmented PD Control

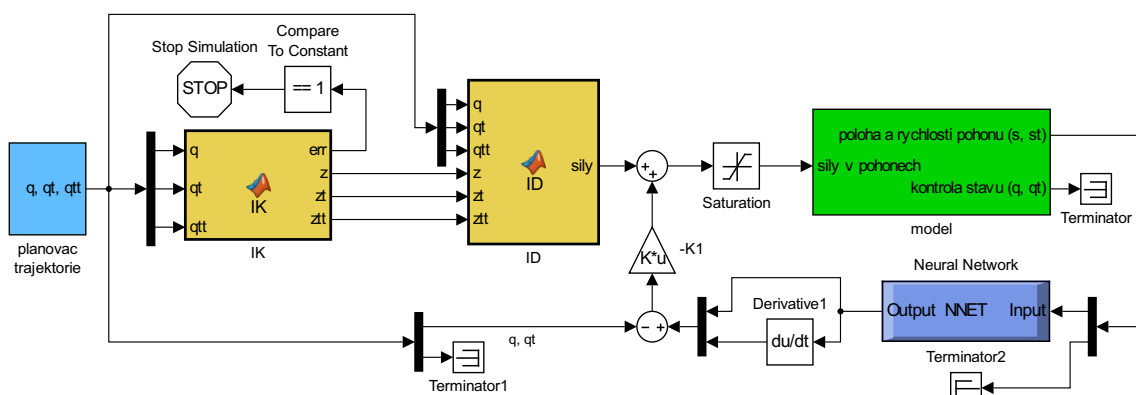
Pro řízení pomocí APD bylo vytvořeno schéma na obrázcích 6.2 a 6.3.

Zelený blok *model Sliding Star* je blok podsystemu, který má v sobě ukrytý model *Sliding Star*, který je na obrázku 6.1.

Modrý blok *planovac trajektorie* je podsystem, který umožňuje vybírat předem nadefinované tvary trajektorií pracovního bodu. Mezi testované trajektorie patřil především „skok“ v jedné souřadnici, který je vhodný pro testování zesílení, a tra-



Obrázek 6.2: Simulační model APD řízení s pozorovatelem



Obrázek 6.3: Simulační model APD řízení s neuronovou sítí

jektorie „nekonečno“ popsaná rovnicemi 5.10.

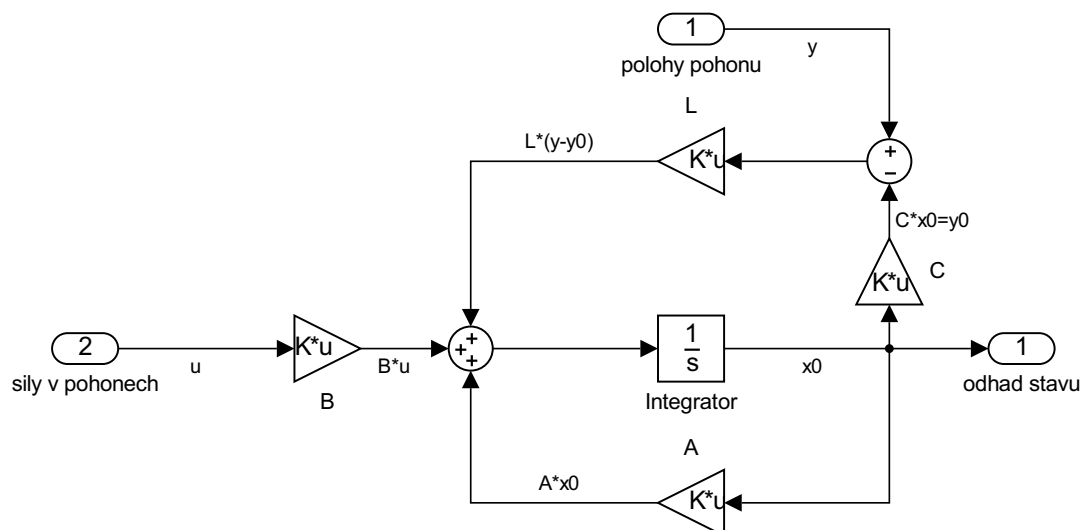
Blok *IK* je podobný jako blok *inverzní kinematika* v sekci 6.1. Oproti němu obsahuje navíc výpočet závislých zrychlení.

Blok *ID* je funkce počítající inverzní dynamiku. Pro její výpočet byl použit jak převod do nezávislých souřadnic, tak převod do redundantních souřadnic.

Varianta se stavovým pozorovatelem

Schéma na obrázku 6.2 je varianta se stavovým pozorovatelem. Stavový pozorovatel odhaduje odchylku stavu systému z odchylek jeho vstupů a výstupů od požadovaných hodnot. Vnitřní schéma stavového pozorovatele je na obrázku 6.4.

Pro návrh pozorovatele jsou třeba konstanty A, B, C, D linearizovaného modelu *Sliding Star*. Linearizaci modelu na obrázku 6.1 provedeme pomocí příkazu *linmod* v Matlabu v poloze pracovní platformy $[0, h/2, \pi/2]^T$.



Obrázek 6.4: Vnitřní schéma stavového pozorovatele

```
1 [A,B,C,D] = linmod(sys,[0; 0.545/2; pi/4; 0; 0;
    0],[-32.1523;32.1523;-32.1523;32.1523]);
```

Síly pro rovnováhu byly převzaty z tabulky 5.4. Zesílení stavové zpětné vazby K bylo navrženo pomocí příkazu *lqr* s vhodně zvolenými maticemi Q a R (více v podsekcí 6.2). Zesílení L stavového pozorovatele bylo získáno umístěním jeho pólů několika násobně dále doleva od imaginární osy.

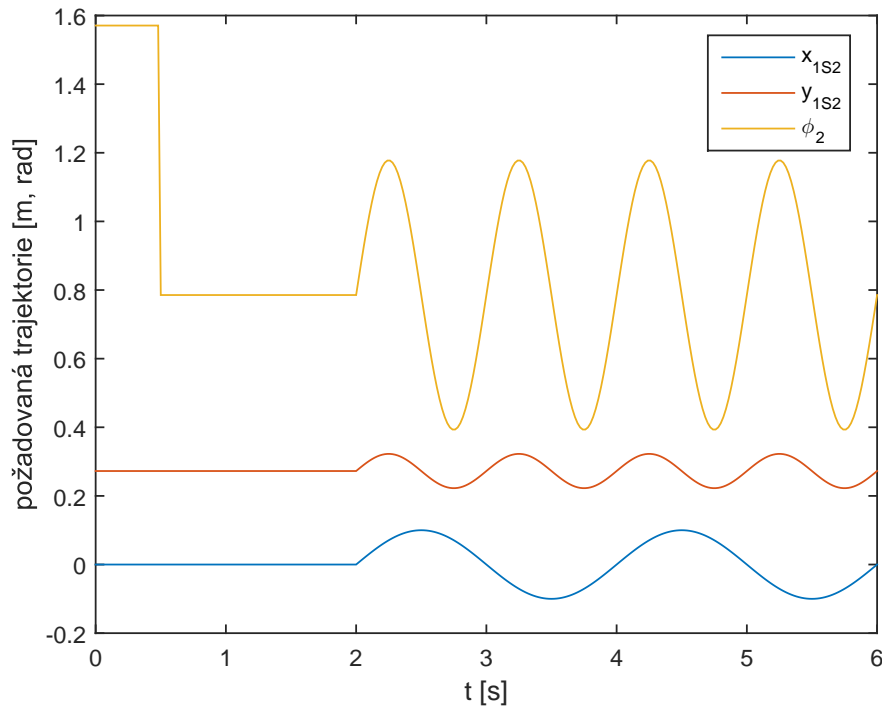
```
1 [K,P,E] = lqr(A,B,Q,R);
2 lambdaK=eig(A-B*K); %poly systemu
3 L=place(A',C',lambdaK*10)';
4 lambdaL=eig(A-L*C); %poly pozorovatele
```

Varianta s neuronovou sítí

Na obrázku 6.3 je varianta s přímou kinematikou realizovaná pomocí neuronové sítě. Neuronová síť odhaduje polohu pracovní platformy z poloh pohonů. Protože stavy systému tvoří nejen poloha pracovní platformy, ale i její rychlost, je třeba přidat derivátor. Akční silové účinky jsou vypočteny z odchylky stavů od požadovaných hodnot přenásobené zesílením stavové zpětné vazby K . Konstanta K byla volena na základě LQR návrhu, stejně jako u varianty se stavovým pozorovatelem.

Dosažené výsledky

Řízení bylo ověřeno na trajektorii zobrazené na obrázku 6.5.



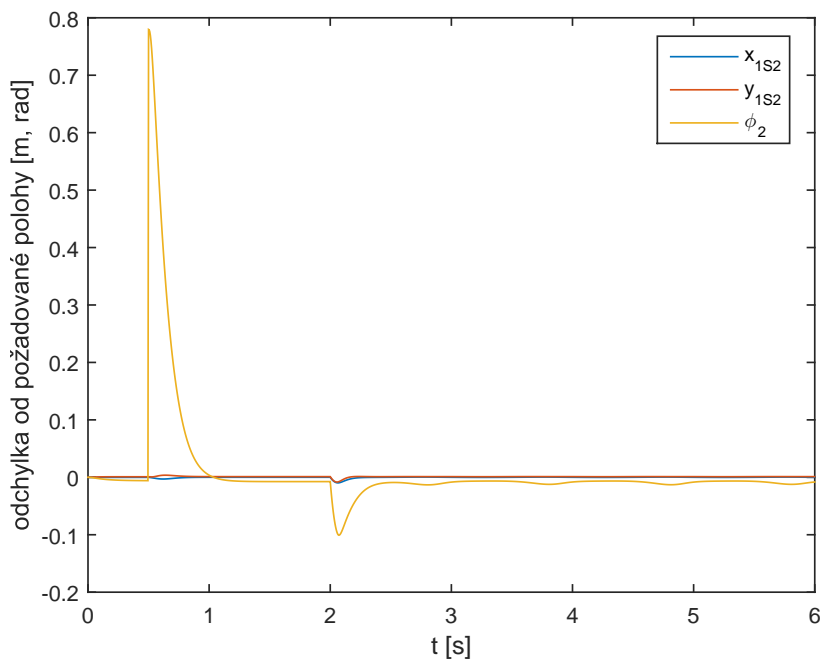
Obrázek 6.5: Testovací trajektorie

Matice Q a R byly zvoleny s vyšší citlivostí na odchylky v souřadnicích x_{1s2} a y_{1s2} tak, aby výchyly v těchto souřadnicích nepřesáhly 1 mm a aby systém nekmital. Při snaze o menší odchylku úhlu od požadované hodnoty se systém stával nestabilním.

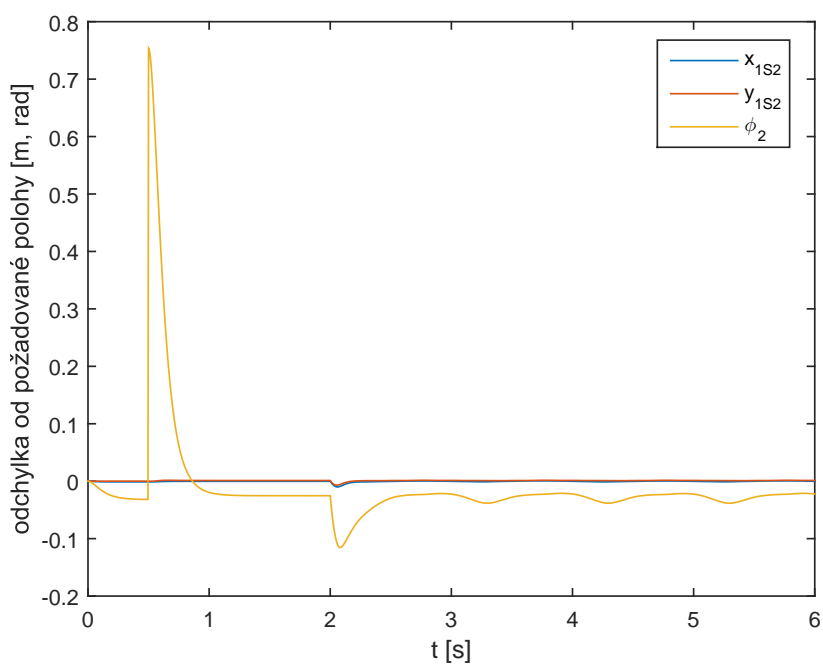
```
1 Q = diag([50000000, 50000000, 50000, 100000, 100000, 500]);
2 R = diag([1, 1, 1, 1]);
```

Póly pozorovatele byly voleny 10x více vlevo od imaginární osy, než póly systému. Pozorovatel musí být rychlejší, aby co nejdříve zkonvergoval ke správným hodnotám. Pokud ale zvolíme póly příliš daleko doleva, je potřeba velmi malý simulační krok, narůstá čas simulace a tu pak není možné provést v reálném čase.

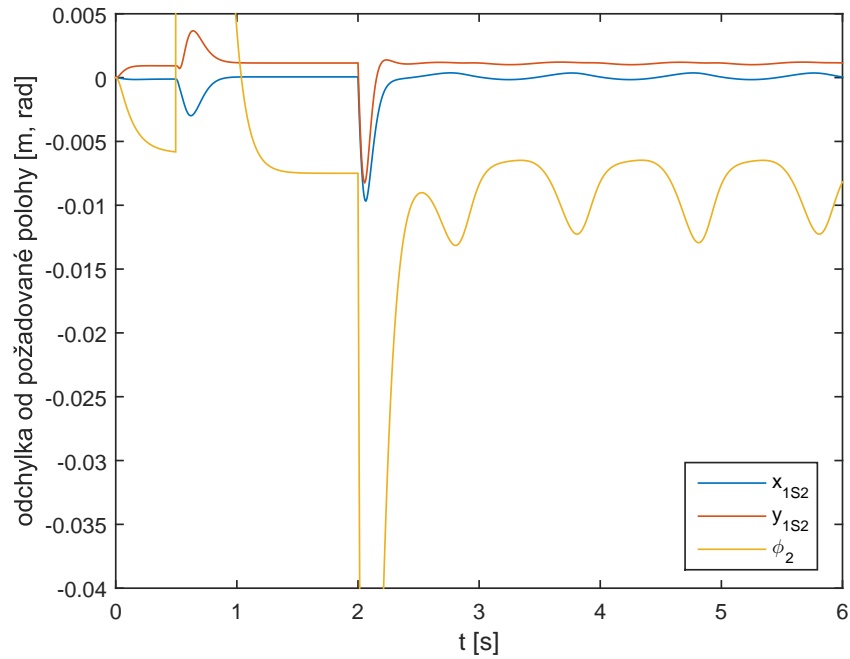
Pro požadovanou trajektorii je možné použít jak převod do nezávislých, tak převod do redundantních souřadnic. Oba přístupy dávají totožné výsledky, neboť se mechanismus na vymezeném pracovním prostoru nedostane do polohy, kde by bylo použití souřadnic pracovní platformy jako nezávislých souřadnic neplatné. Avšak převod do redundantních souřadnic je výpočetně náročnější a trvá přibližně pětkrát déle a není vhodný pro výpočet v reálném čase, což je potřebné pro řízení.



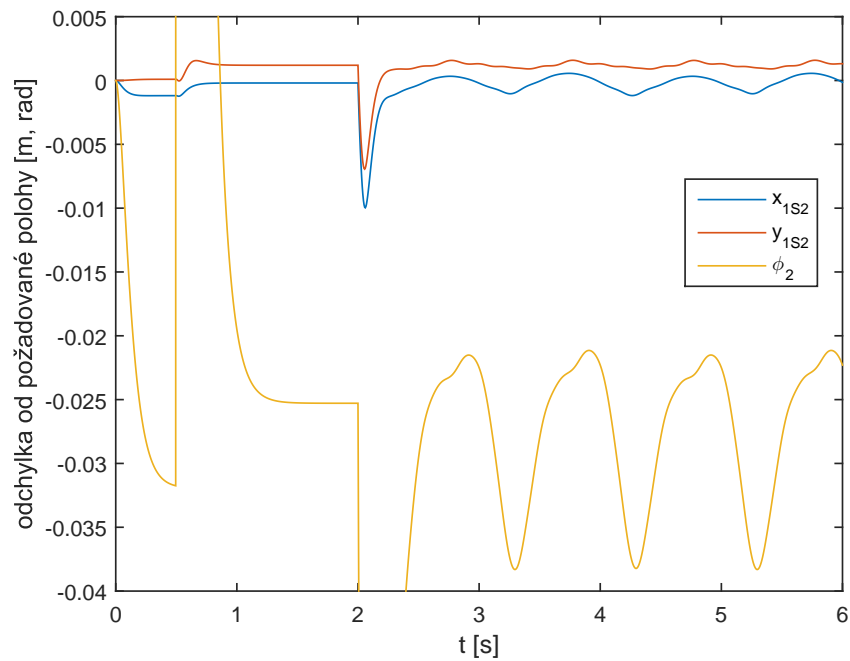
Obrázek 6.6: Odchylka od požadované trajektorie při řízení pomocí APD se stavovým pozorovatelem



Obrázek 6.7: Odchylka od požadované trajektorie při řízení pomocí APD s neuronovou sítí



Obrázek 6.8: Detail odchylky od požadované trajektorie při řízení pomocí APD se stavovým pozorovatelem



Obrázek 6.9: Detail odchylky od požadované trajektorie při řízení pomocí APD s neuronovou sítí

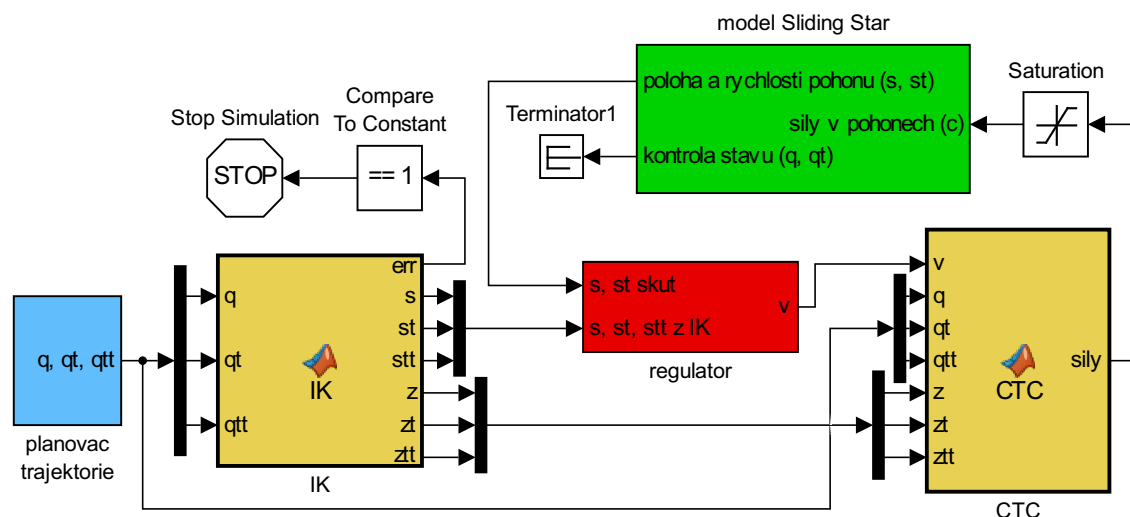
Simulační krok byl zvolen 5 ms tak, aby simulace proběhla rychleji, než je simulační čas.

Na obrázcích 6.6 a 6.8 je odchylka od požadované trajektorie při řízení pomocí APD se stavovým pozorovatelem a na obrázcích 6.7 a 6.9 pomocí APD s neuronovou sítí.

Z obrázků je patrné, že chování systému je v obou variantách velmi podobné, akorát řízení pomocí APD s neuronovou sítí není schopné dosáhnout tak malé odchylky úhlu φ_2 jako řízení se stavovým pozorovatelem.

6.3 Computed-torque Control

Pro simulaci CTC řízení byl v Simulinku vytvořen model ukázaný na obrázku 6.10.



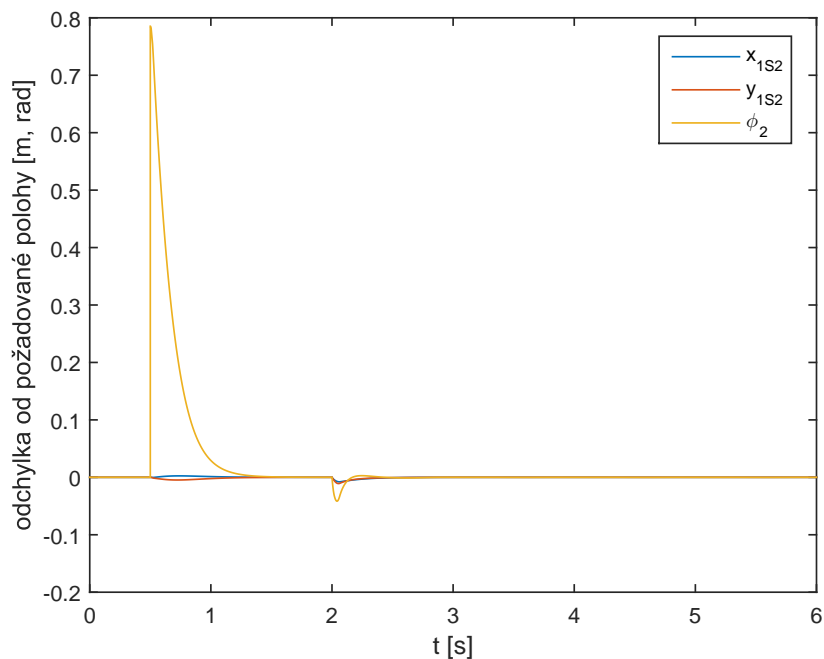
Obrázek 6.10: Simulační model CTC řízení

Bloky *model Sliding Star*, *planovac trajektorie* a *IK* zůstávají stejné, jako v případě APD.

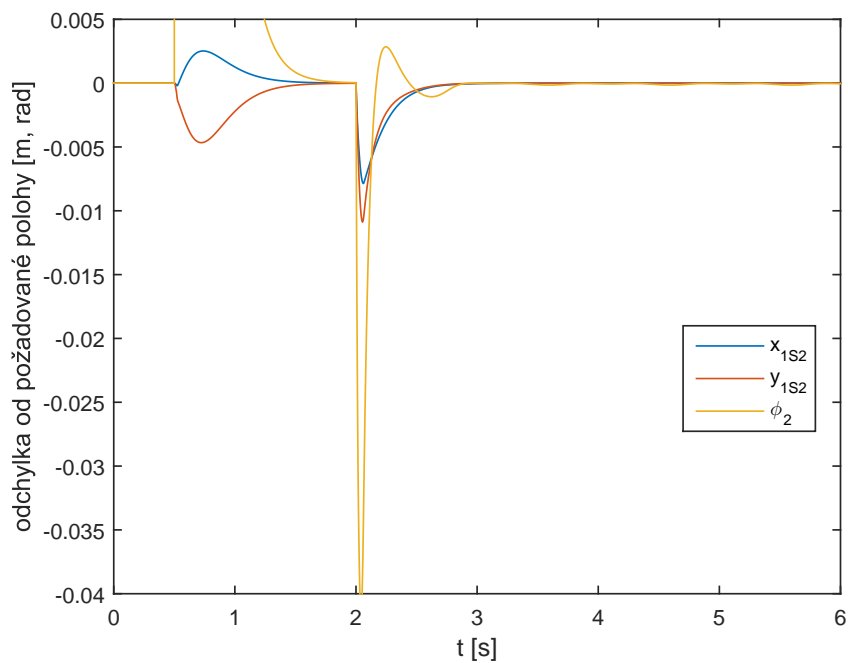
Červený blok *regulator* je podsystém obsahující PD regulátor. Porovnává žádané a aktuální hodnoty poloh a rychlostí pohonů, aplikuje na ně příslušná zesílení a sčítá je s požadovaným zrychlením, což odpovídá závorce v rovnici 4.20.

Nejdůležitější částí modelu CTC řízení je funkce *CTC*, jejíž základem je rovnice 4.21. Dále blok vypočítává normu matice $\tilde{\mathbf{A}}_1$ pro všech m možností a vybírá tu variantu, pro kterou je $\|\tilde{\mathbf{A}}_1\|_\infty = \min$, jak bylo popsáno v podsekcí 3.2.2.

Dosažené výsledky



Obrázek 6.11: Odchylka od požadované trajektorie při řízení pomocí CTC



Obrázek 6.12: Detail odchylky od požadované trajektorie při řízení pomocí CTC

Pro testování CTC byla opět použita stejná trajektorie jako pro APD, zobrazená na obrázku 6.5. Zesílení byla volena tak, aby systém dosahoval podobně rychlé odezvy jako APD a bylo možno porovnat odchylky souřadnic od požadované polohy.

```
1 K_p = diag([15000, 15000, 15000, 15000]);  
2 K_d = diag([2500, 2500, 2500, 2500]);
```

Uvedená zesílení jsou poměrně velká. Abychom byli schopni dosáhnout stabilního chování, musíme simulovat s malým časovým krokem. Výsledné odchylky od požadované polohy jsou zobrazeny na obrázcích 6.11 a 6.12. Z obrázků je patrné, že CTC je schopné dosáhnout daleko menší odchylky úhlu platformy než APD.

Kapitola 7

Experimentální výsledky

7.1 Specifikace použitého hardware a software

V této sekci si uvedeme specifikace jednotlivých prvků použitých v experimentálním řízení. Těmito prvky jsou:

- laboratorní model *Sliding Star*
- motory *Maxon A-max* s planetovou převodovkou a enkodérem
- řídicí jednotky *EPOS2*
- platforma *dSpace 1103*
- řídicí program *Control Desk 2013b + Matlab 2013a*

laboratorní model *Sliding Star*

Laboratorní model *Sliding Star* byl z kinematického a dynamického hlediska popsán v kapitole 5. V této kapitole jsme uvažovali, že na tělesa 7, 8, 9 a 10 působí síly. Tyto síly jsou realizovány pomocí pohybových šroubů KERK a je nutné je přepočítat na momenty. V tabulce 7.1 nalezneme potřebné údaje k výpočtu.

Tabulka 7.1: Parametry pohybových šroubů

parametr	rozměr
průměr závitu d_2	6 mm
počet chodů i	5
rozteč P	2 mm
účinnost η	78 %

Nejdříve vypočteme úhel stoupání.

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{iP}{\pi d_2} = \operatorname{arctg} \frac{5 \cdot 2}{\pi \cdot 6} = 27,95^\circ. \quad (7.1)$$

Pro účinnost závitové dvojice platí vztah

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')}, \quad (7.2)$$

kde φ' je třecí úhel. Použijeme vzorec pro tangens součtu, vyjádříme a vypočteme třecí úhel:

$$\varphi' = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg}(1 - \eta)}{\eta + \operatorname{tg}^2 \gamma} = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg}(1 - 0,78)}{0,78 + \operatorname{tg}^2 27,95^\circ} = 6,27^\circ. \quad (7.3)$$

Nakonec vyjádříme poměr mezi momentem na vstupu M_k a osovou silou c působící na pojezd:

$$\frac{M_k}{c} = \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') = \frac{6}{2} \operatorname{tg}(27,95^\circ + 6,27^\circ) = 2,04 \text{ mm}. \quad (7.4)$$

motory

K pohonu laboratorního modelu jsou použity motory *Maxon A-max* $\varnothing 32$ mm o výkonu 20 W s grafitovými kartáči (Part number 236669), planetovou převodovkou $\varnothing 32$ mm, 0,75 – 4,5 Nm (Part number 166156) a 3-kanálovým enkodérem *HEDL 5540* (Part number 110514).

Důležité parametry jsou uvedeny v tabulce 7.2.

Tabulka 7.2: Parametry motorů *Maxon A-max*

parametr	rozměr
motor <i>Maxon A-max</i>	
nominální napětí	24 V
nominální rychlost	5060 ot/min
maximální kontinuální proud	1,33 A
maximální kontinuální kroutící moment	45,5 mNm
momentová konstanta	35,2 mNm/A
planetová převodovka	
převodový poměr	4,8 : 1
enkodér <i>HEDL</i>	
dílků na otáčku	500

řídící jednotky

Motory jsou ovládány přes řídící jednotky *EPOS2 24/5* (Part number 367676). Jednotky umožňují mimo jiné také proudové řízení. Proud protékající motorem je přímo úměrný jeho krouticímu momentu přes momentovou konstantu. Jednotky se dají propojit a ovládat přes CAN¹.

dSpace

Platforma *dSpace 1103* umožňuje spuštění modelu vytvořeného v *Simulinku* a jeho následné řízení v *ControlDesku*. Do *Simulinku* přidává speciální sady bloků, které umožňují ovládání výstupů *dSpace*, jako jsou například digitální a analogové výstupy, sériové a paralelní porty, CAN apod.

řídící software

Pro řízení byl využit *ControlDesk RLS2013b* ve spojení s *Matlabem 2013a*.

7.2 Komunikace laboratorního modelu Sliding Star s řízením v Simulinku

Komunikace řídicích systémů otestovaných v kapitole 6 s řídicími jednotkami *EPOS2* probíhá pomocí bloku na obrázku 7.1, kterým byl nahrazen blok *model* ve schématech řízení.

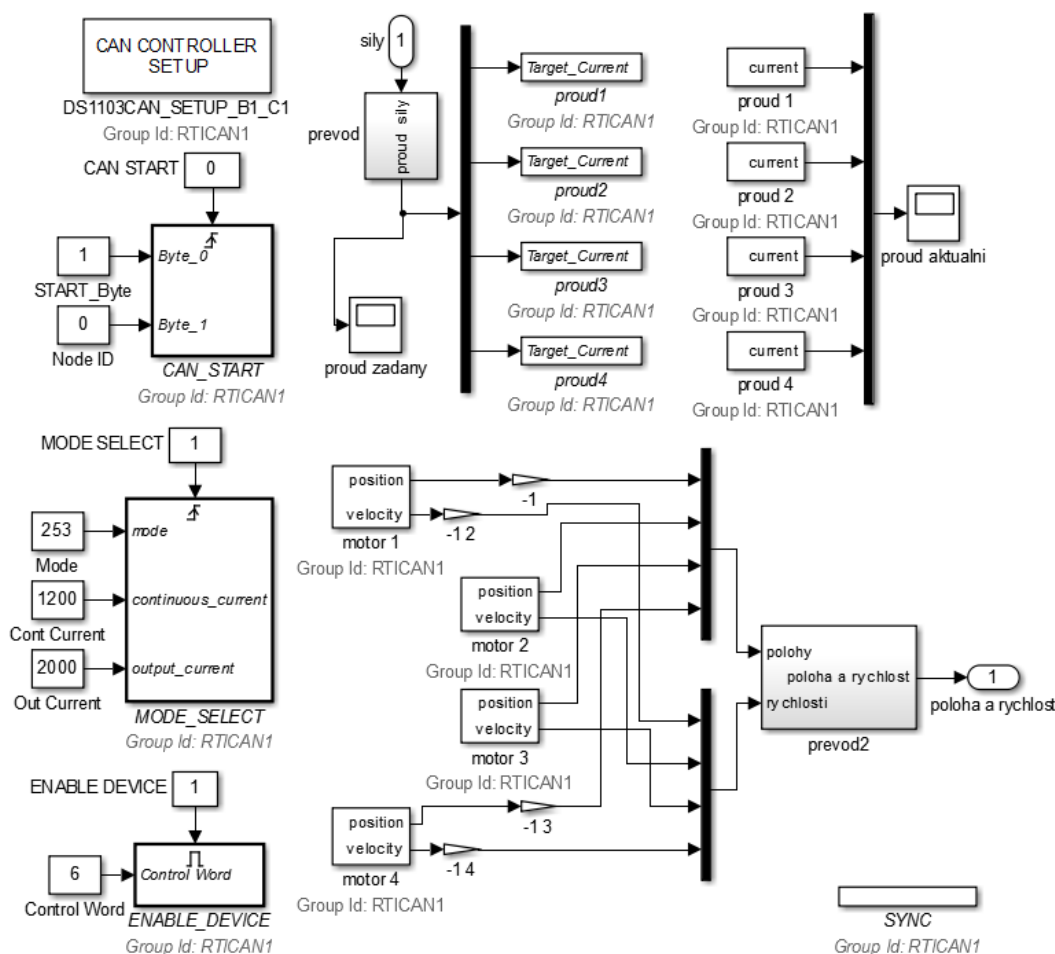
Vstupem jsou požadované řídicí síly, které jsou v bloku *prevod* pomocí vztahu 7.4, převodového poměru a momentové konstanty přepočítány na požadovaný proud protékající motorem. Hodnota požadovaného proudu pro každý motor je následně odeslána přes CAN příslušné řídicí jednotce.

Výstupem je aktuální poloha a rychlost pohonů. Data z enkodérů, posílaná přes CAN řídicími jednotkami, je nutné opět přepočítat v bloku *prevod2* pomocí dílků enkodéru na otáčku, převodového poměru a stoupání závitu.

Z řídicích jednotek je posílán pro kontrolu i aktuální proud protékající motory.

Schéma 7.1 obsahuje další bloky nutné pro ovládání řídicích jednotek. Blok *CAN CONTROLLER SETUP* obsahuje nastavení komunikační sítě CAN, *CAN_START* slouží k zahájení CAN komunikace, *MODE_SELECT* umožňuje nastavit řídicí jednotky do proudového režimu a *ENABLE_DEVICE* slouží k zapnutí nebo vypnutí

¹ *Controller Area Network* – typ sériové komunikační sítě

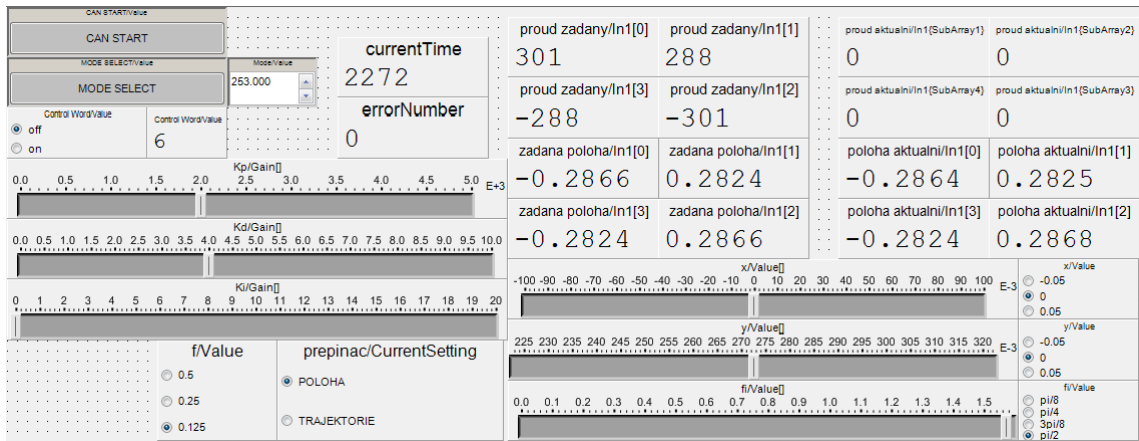


Obrázek 7.1: Blok pro komunikaci s řídicími jednotkami EPOS2

řídících jednotek. Posledním blokem je SYNC, který odesílá řídicím jednotkám synchronizační zprávu pro nastavení požadovaných proudů na motorech a pro odeslání zpráv o aktuálních polohách, rychlostech a proudech motorů.

7.3 Realizace ovládání v ControlDesku

Ovládání laboratorního modelu *Sliding Star* probíhalo přes ovládací panel v *ControlDesku* ukázaný na obrázku 7.2. Jsou tam tlačítka pro zahájení CAN komunikace, výběr proudového režimu a pro zapnutí a vypnutí řídicích jednotek. Dále ovládací panel umožňuje kalibraci zesílení. Pohyb robota je realizován buď nastavením požadované polohy pracovní platformy, nebo přepnutím na pohyb po předem nadefinované trajektorii. Dále ovládací panel ukazuje hodnoty požadovaných a skutečných poloh pohonů a proudů protékajících motory.

Obrázek 7.2: Ovládací panel v *ControlDesku* pro CTC

7.4 Výsledky řízení laboratorního modelu Sliding Star

Pro řízení laboratorního modelu byly použity jeho návrhové rozměry. Pro přesné řízení by byla nutná kalibrace těchto rozměrů, která vyžaduje použití externího měřicího artefaktu. Protože jsou k odměřování vzdáleností použity inkrementální enkodéry, je mechanismus ve startovní poloze zafixován pomocí vymezených lišt na pohonech. Toto vymezení není přesné a rovněž nepřispívá k přesnému řízení.

Dále je nutné zmínit, že připojení matic pohybových šroubů k pojezdům je řešeno přes tenké plechové části s malou tuhostí. Navíc se pojezdy a pohybové šrouby i po promazání nepohybují příliš plynule.

7.4.1 Nastavení parametrů pro řídicí schémata APD a CTC

Augmented PD Control

Pro APD řízení bylo při experimentu použito stejné zesílení, navržené pomocí LQR, jako u simulací. Toto zesílení však vedlo k okamžitému rozkmitání laboratorního modelu. Pokusy o vyladění zesílení přes LQR selhávaly z důvodu odlišností mezi linearizovaným modelem a skutečným systémem. Pro experiment bylo nakonec ponecháno původní zesílení, avšak přenásobené konstantou, která se dá měnit on-line. Ani nejvyšší zesílení, které systém ještě nerozkmitalo, však nepřineslo uspokojivé výsledky z hlediska rychlosti a přesnosti řízení. Proporční část zesílení navrženého přes LQR byla přenásobena hodnotou 0.5 a derivační část hodnotou 0.

Výpočet APD s použitím nezávislých souřadnic je výpočetně málo náročný a

časový krok výpočtu a odesílání zpráv byl nastaven 5 ms.

Computed-torque Control

Zatímco u APD je ladění zesílení velmi obtížné, u CTC jde pouze o volbu konstanty proporčního, derivačního a případně integračního zesílení, které je možné provádět on-line. Jako maximální zesílení, při kterém nedocházelo k výraznému kmitání systému, byla zvolena hodnota 2000 pro proporční a hodnota 4 pro derivační zesílení. Dodatečné použití integračního zesílení nevedlo ke zlepšení chování systému. Při dalším zvyšování proporčního zesílení docházelo k rozkmitání systému na nízké frekvenci, jež šlo částečně potlačit zvýšením derivačního zesílení, avšak jeho přílišné zvýšení vedlo k rozkmitání na vyšší frekvenci. S uvedenými hodnotami bylo dosaženo maximální rychlosti polohování (při maximálním výkonu pohonů), avšak přesnost nebyla příliš velká. Přidání integrační složky do schématu nepřineslo zlepšení chování systému.

Protože byl pro výpočet CTC použit převod do nezávislých souřadnic, který je výpočetně náročný, musel být časový krok výpočtu nastaven na 20 ms, což není pro rychlé řízení dostačující.

7.4.2 Porovnání výsledků APD a CTC

Sekvence „skoků“

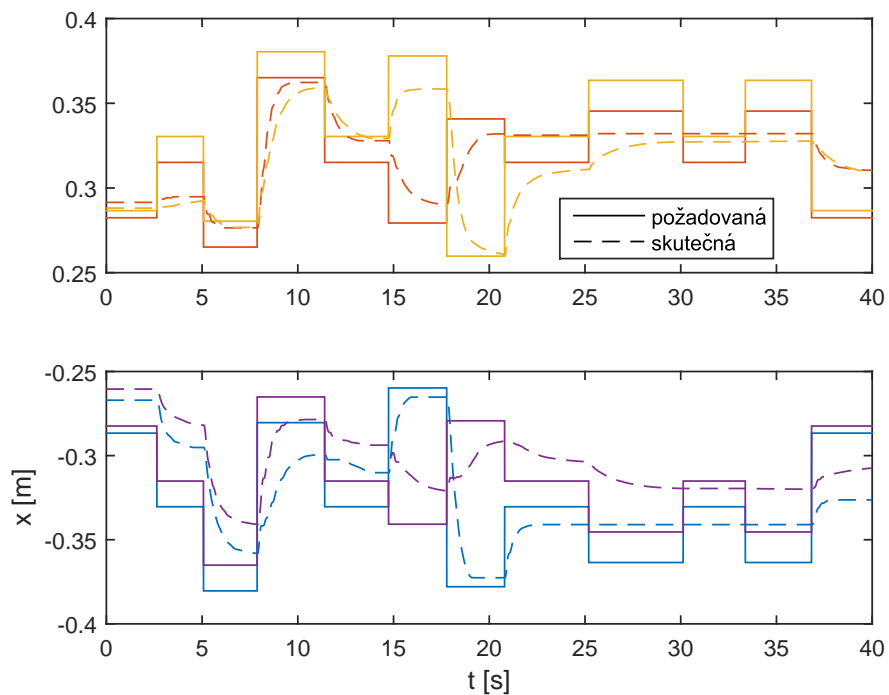
Na obrázcích 7.3 a 7.4 je uvedena odezva pohonů na skoky v souřadnicích pracovního bodu a na obrázcích 7.5 a 7.6 pak jejich odchylka od požadované polohy. Sekvence skoků je uvedena v tabulce 7.3. Požadované hodnoty byly nastavovány manuálně, proto nemají konstantní časové rozestupy.

Tabulka 7.3: Sekvence „skoků“ v souřadnicích pracovního bodu

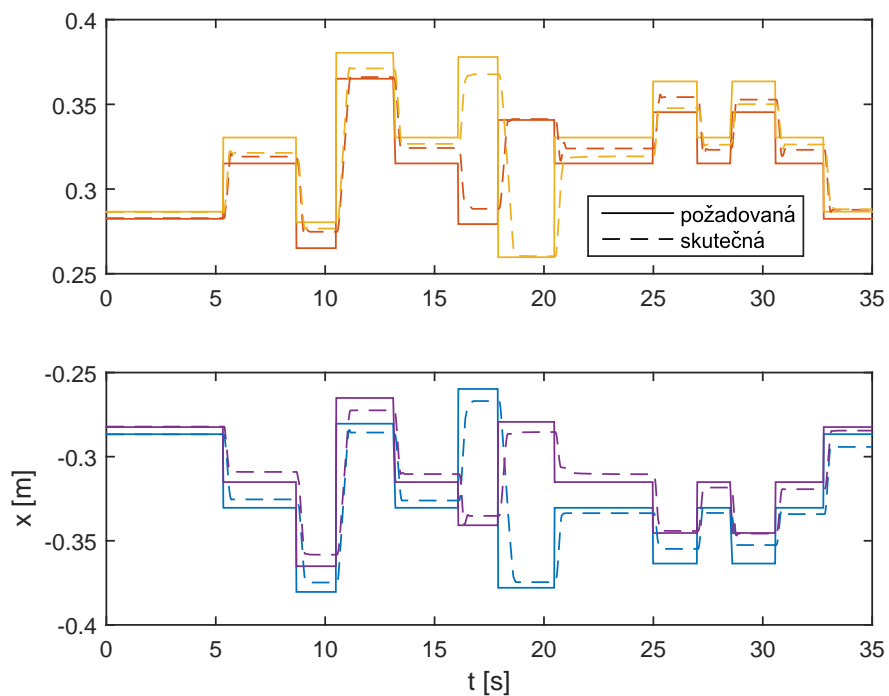
pořadí	x_{1s2} [m]	y_{1s2} [m]	φ_2 [rad]
0	0	$h/2$	$\pi/2$
1	0	$h/2$	$\pi/4$
2	0,05	$h/2$	$\pi/4$
3	-0,05	$h/2$	$\pi/4$
4	0	$h/2$	$\pi/4$
5	0	$h/2 - 0,05$	$\pi/4$
6	0	$h/2 + 0,05$	$\pi/4$
7	0	$h/2$	$\pi/4$

pořadí	x_{1S2} [m]	y_{1S2} [m]	φ_2 [rad]
8	0	$h/2$	$\pi/8$
9	0	$h/2$	$\pi/4$
10	0	$h/2$	$\pi/8$
11	0	$h/2$	$\pi/2$

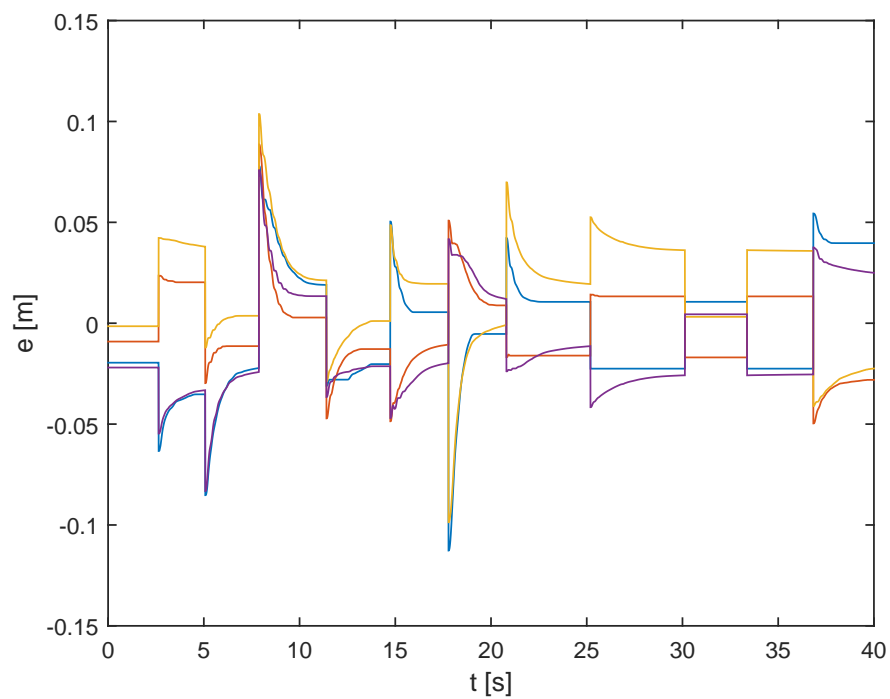
Je patrné, že APD řízení reaguje velmi pomalu a není schopné polohy pohonů dostat na požadovanou hodnotu. Z obrázku 7.5 je možné odečíst maximální chybu polohy pohonů přibližně 0,04 m. Oproti tomu CTC reaguje s maximální odezvou, jakou jsou schopny motory dosáhnout, a maximální chyba pohonů se pohybuje okolo 0,02 m.



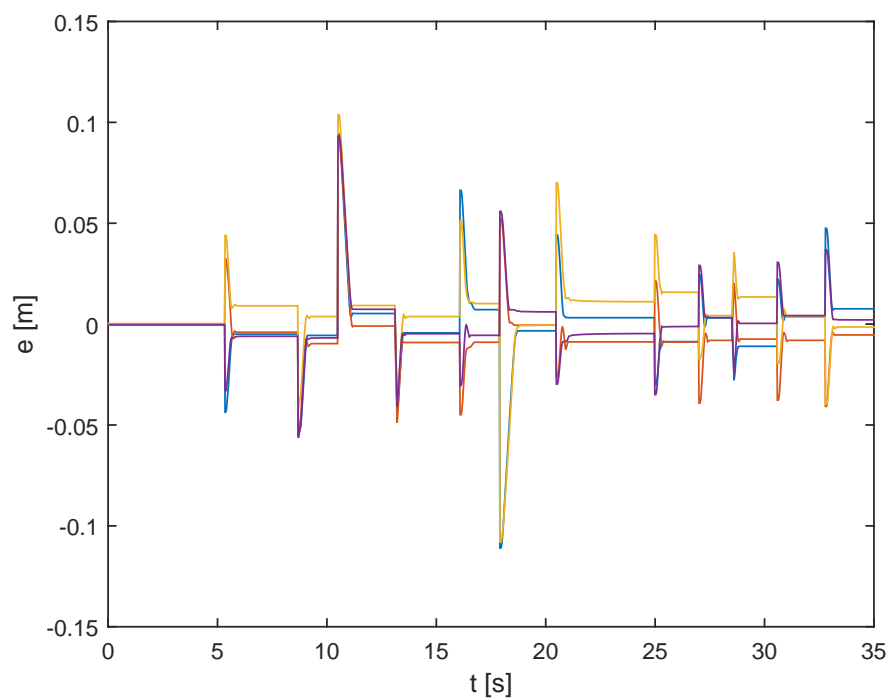
Obrázek 7.3: Poloha pohonů při řízení pomocí APD – „skoky“



Obrázek 7.4: Poloha pohonů při řízení pomocí CTC – „skoky“



Obrázek 7.5: Chyba polohy pohonů při řízení pomocí APD – „skoky“



Obrázek 7.6: Chyba polohy pohonů při řízení pomocí CTC – „skoky“

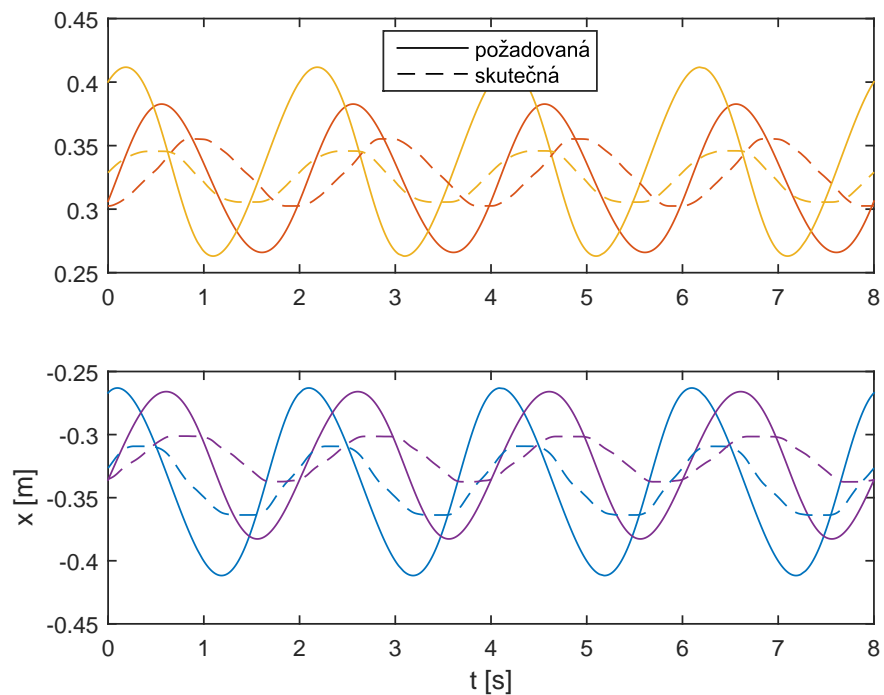
Sledování trajektorie „kružnice“

Sledování požadované trajektorie bylo vyzkoušeno na kružnici o poloměru 5 cm s periodou 2 s. Průběhy poloh pohonů jsou zobrazeny na obrázcích 7.7 a 7.8.

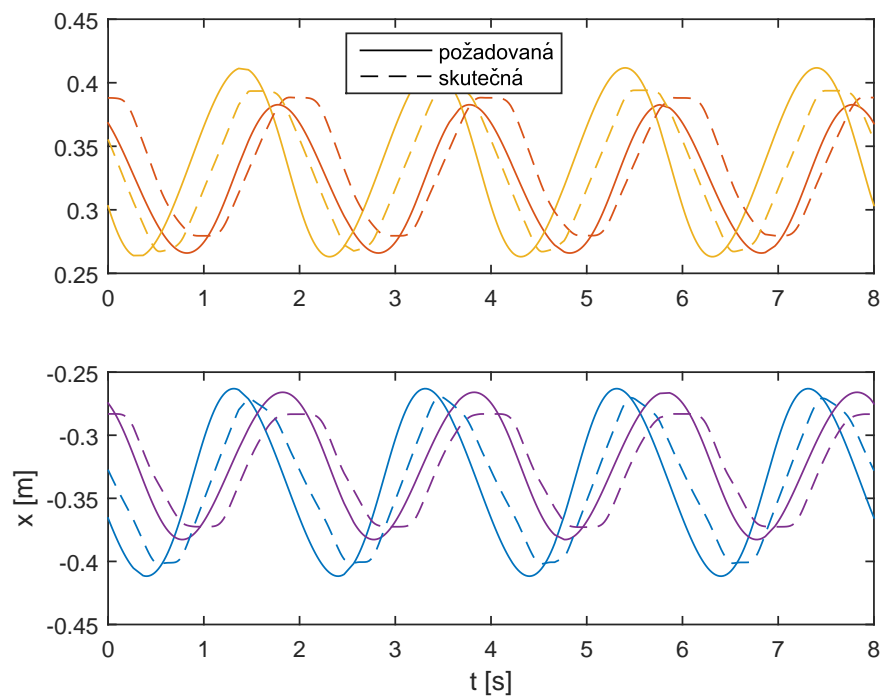
Jak u APD, tak u CTC je patrné zpoždění mezi požadovanou a skutečnou hodnotou polohy pohonů. U obou způsobů řízení je toto zpoždění přibližně 0,25s. Můžeme tedy vyloučit, že by se jednalo o zpoždění způsobené komunikací mezi zařízeními, nebo pomalým výpočtem, neboť výpočet a odesílání zpráv u APD je 4× rychlejší než u CTC. Tato časová prodleva je s největší pravděpodobností způsobena právě třením, které nebylo v matematickém modelu uvažováno.

Z obrázku 7.7 je vidět, že APD řízení není schopné přiblížit polohy pohonů požadovaným hodnotám. Oproti tomu, CTC se snaží dosáhnout požadované polohy, ale kvůli zpoždění to není možné.

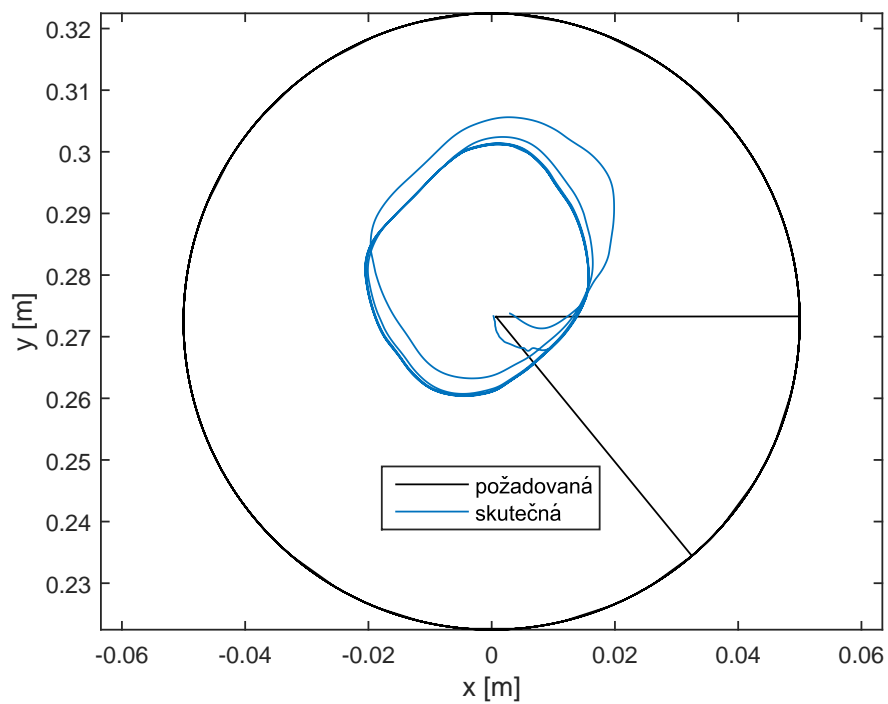
Pro lepší přiblížení je na obrázcích 7.9 a 7.10 využito odhadu polohy pracovního bodu pomocí neuronové sítě. Tyto obrázky je však nutné brát pouze jako ilustrativní, neboť lze těžko odhadnout, do jaké míry se na odchylce požadované a skutečné hodnoty podílí chyba aproximace. V podsekcí 5.2.2 jsme sice ukázali, že odhad neuronovou sítí může dosáhnout přesnosti 10^{-4} m, avšak pro dosažení této přesnosti bychom potřebovali neuronovou síť natrénovanou s využitím dat získaných kalibrací namísto dat získaných z inverzní kinematiky. Je však zřejmé, že CTC sleduje požadovanou trajektorii daleko lépe než APD.



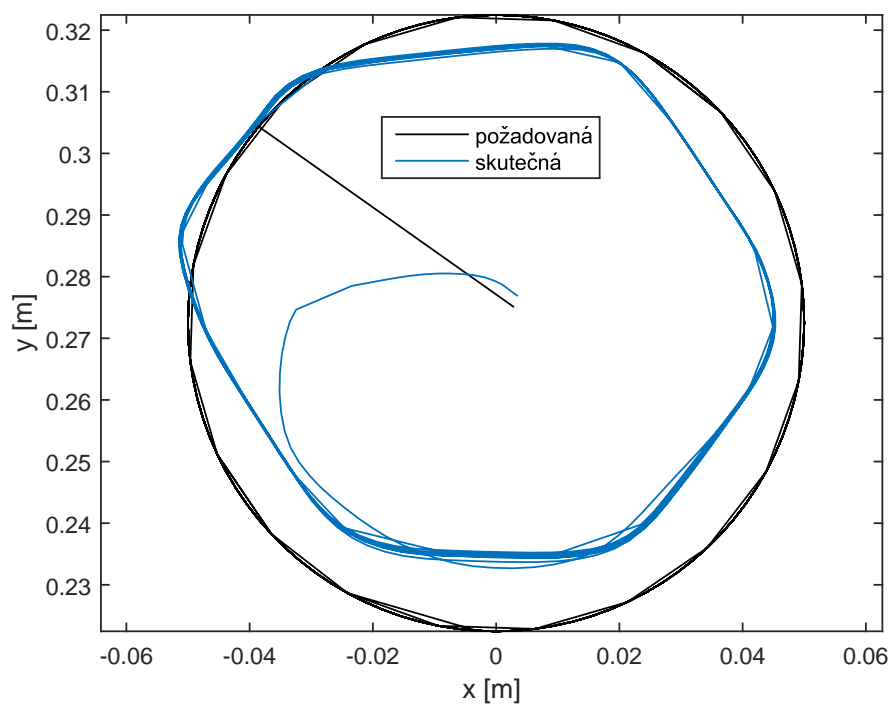
Obrázek 7.7: Poloha pohonů při řízení pomocí APD – „kružnice“



Obrázek 7.8: Poloha pohonů při řízení pomocí CTC – „kružnice“



Obrázek 7.9: Poloha pracovního bodu při řízení pomocí APD – „kružnice“



Obrázek 7.10: Poloha pracovního bodu při řízení pomocí CTC – „kružnice“

Kapitola 8

Závěr

8.1 Shrnutí

V první kapitole byla uvedena motivace pro použití PKM a byly vytyčeny cíle této diplomové práce.

Druhá až čtvrtá kapitola obsahuje teoretickou část práce. Druhá kapitola byla věnována paralelním robotům. Byl zde stručně popsán jejich historický vývoj a současné využití v průmyslu.

Ve třetí kapitole byly uvedeny obecné metody pro vytvoření matematického modelu PKM. Pro řešení úlohy kinematiky bylo popsáno analytické a numerické iterační řešení, pro úlohu dynamiky byl vysvětlen převod Lagrangeových rovnic smíšeného typu do nezávislých a redundantních souřadnic.

Čtvrtá kapitola uvádí některé způsoby řízení, které je možné pro RA-PKM použít. Nejdříve byly zmíněny metody, které byly použity pro *Sliding Star* v minulosti a následně byly představeny jiné metody dále zkoumané v této práci. Konkrétně se jedná o *Augmented PD Control* a *Computed-torque Control*.

V praktické části byl v páté kapitole vytvořen matematický popis laboratorního modelu *Sliding Star*. Pro řešení inverzní kinematické úlohy bylo použito analytické řešení a bylo využito pro zjištění důležitých charakteristik, jako je například maximální dosažitelný pracovní prostor nebo manipulovatelnost.

Bylo otestováno, zda je možné odhadnout řešení přímé dynamické úlohy pomocí Taylorova rozvoje a neuronových sítí. Vyšlo najevo, že velmi závisí na konkrétním uspořádání mechanismu a není možné obecně říci, zda je vhodné tyto metody pro řízení použít. Nicméně, pokud se podařilo vybrat z několika pokusů nejlepší neuronovou síť, dosahovala vyšší přesnosti aproximace než Taylorův rozvoj.

Dále pátá kapitola obsahuje vytvoření dynamického popisu laboratorního modelu

Sliding Star. Pro přímou dynamiku byl použit převod do nezávislých souřadnic a pro inverzní dynamiku převod do nezávislých souřadnic i do redundantních souřadnic.

Šestá kapitola obsahuje simulace řídicích metod uvedených ve čtvrté kapitole v *Simulinku*. Testované metody řízení byly APD se stavovým pozorovatelem, APD s neuronovou sítí a CTC.

V sedmé kapitole byla popsána realizace řízení laboratorního modelu *Sliding Star*. Byla zde popsána použitá zařízení. Nakonec byla otestována vybraná řídicí schémata otestovaná v šesté kapitole.

8.2 Zhodnocení experimentálních výsledků

8.2.1 Augmented PD Control

U metody APD bylo použito jak převodu do nezávislých, tak do redundantních souřadnic. Převod do redundantních souřadnic má sice výhodu toho, že je univerzálnější a funguje i v místech, kde je určení pohybu mechanismu pomocí nezávislých souřadnic nejednoznačné. Je ale několikanásobně výpočetně náročnější. Protože obě možnosti převodu souřadnic dávaly shodné výsledky, bylo dále používáno schéma APD pouze s převodem do nezávislých souřadnic.

V simulaci byla otestována jak varianta se stavovým pozorovatelem, tak varianta s neuronovou sítí. Bylo zjištěno, že varianta se stavovým pozorovatelem dosahuje menších odchylek v polohování pracovní platformy. Protože zesílení stavového pozorovatele je poměrně velké, bylo nutné volit časový krok tak, aby řídicí schéma bylo stabilní.

Pro řízení laboratorního modelu *Sliding Star* se ukázalo, že APD řízení není příliš vhodné z toho důvodu, že konstanty stavového pozorovatele a zesílení vychází z linearizovaného modelu, který se od reálného zařízení velmi liší. Protože je zesílení řešeno přes LQR, jeho on-line kalibrace není dobře možná a stejně tak vyladění laboratorního modelu pro přesnou a rychlou odezvu. Při zvýšení zesílení docházelo k rozkmitání systému.

8.2.2 Computed-torque Control

Pro CTC bylo použito převodu do redundantních souřadnic. Z výsledků simulací vyplývá, že CTC je schopné sledovat danou trajektorii přesněji než APD, avšak použití redundantních souřadnic vede k větší výpočetní náročnosti. U CTC je třeba vysokých hodnot zesílení, což podobně jako u APD vyžaduje volit malý časový

krok, aby bylo schéma stabilní. Z toho plyne, že hlavní limitací pro real-time řízení je výpočetní výkon.

Výhodou CTC řízení je snadná on-line kalibrace zesílení, realizovaná pomocí proporční a derivační konstanty (případně i integrační). Zvyšování proporčního zesílení vedlo ke zmenšení odchylek od žádané polohy, až při překročení určité hodnoty docházelo ke kmitání systému na nízkých frekvencích. Toto kmitání bylo možné částečně eliminovat pomocí derivačního zesílení, avšak při překročení určité hodnoty docházelo k rozkmitání systému na vysoké frekvenci. Integrační zesílení nevedlo ke zlepšení chování systému.

8.2.3 Návrhy na zlepšení

Pro přesnější řízení by zřejmě byly nutné některé úpravy laboratorního modelu. Kmitání systému při vyšších hodnotách zesílení je pravděpodobně způsobeno malou tuhostí mechanismu. Zvláště spojení matice pohybového šroubu s pojezdem je velmi pružné. Pohyb pojezdů také není hladký kvůli tření.

Pokud bychom chtěli zlepšit výsledky na laboratorním modelu *Sliding Star* bez úprav, bylo by zřejmě nutné v matematickém modelu uvažovat i tření.

Jak pro APD, tak hlavně pro CTC by bylo žádoucí zajistit dostatečný výpočetní výkon tak, abychom byli schopni volit dostatečně malé časové kroky i pro velká zesílení.

Literatura

- [1] ŘEHÁKOVÁ, Eva. Kdo vymyslel slovo robot? Karel Čapek to nebyl!. *Factory Automation* [online]. 2014 [cit. 2015-04-28]. Dostupné z: <http://factoryautomation.cz/kdo-vymyslel-slovo-robot-karel-capek-to-nebyl/>
- [2] ŽÁČEK, Michal. Historie robotů? Sahá až do řecké mytologie!. *Factory Automation* [online]. 2014 [cit. 2015-04-28]. Dostupné z: <http://factoryautomation.cz/historie-robotu-saha-az-do-recke-mytologie/>
- [3] STEJSKAL, Vladimír a Michael VALÁŠEK. *Kinematics and dynamics of machinery*. New York: Marcel Dekker, 1996, 494 s. ISBN 08-247-9731-0.
- [4] The True Origins of Parallel Robots. BONEV, Ilian. *ParalleMIC* [online]. 2003 [cit. 2015-04-28]. Dostupné z: <http://www.parallemic.org/Reviews/Review007.html>
- [5] What is a parallel robot?. *Mecademic* [online]. 2014 [cit. 2015-04-28]. Dostupné z: <http://www.mecademic.com/What-is-a-parallel-robot.html>
- [6] SKOPEC, Tomáš. *Syntéza různých řízení mechanismu s redundantní pralelní kinematikou Sliding Star*. Diplomová práce. FS ČVUT, Ústav mechaniky, Odbor mechaniky těles. Praha, 2004.
- [7] VALÁŠEK, Michael, VÁclav BAUMA, Zbyněk ŠIKA, Květoslav BELDA a Pavel PÍŠA. Design-by-Optimization and Control of Redundantly Actuated Parallel Kinematics Sliding Star. *Multibody System Dynamics*. 2005, vol. 14, 3-4, s. 251-267. DOI: 10.1007/s11044-005-2278-4.
- [8] SADJADIAN, H. a H.D. TAGHIRAD. Numerical Methods for Computing the Forward Kinematics of a Redundant Parallel Manipulator. *Mechatronics: Aachen, Germany, September 13-15, 2004*. Aachen: Eysoldt Verlag, 2004, s. 557-

562. ISBN 3-938153-30-X. Dostupné z: <http://saba.kntu.ac.ir/eecd/aras/papers\setminusminusmechrob04hooman.pdf>
- [9] VALÁŠEK, Michael, Zbyněk ŠIKA a Václav BAUMA. *Mechanika B*. 1. Vydání. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004, 121 s. ISBN 80-010-2919-0.
- [10] MÜLLER, Andreas a Timo HUFNAGEL. Model-based control of redundantly actuated parallel manipulators in redundant coordinates. *Robotics and Autonomous Systems*. 2012, vol. 60, issue 4, s. 563-571. DOI: 10.1016/j.robot.2011.11.014. Dostupné z: http://www.researchgate.net/publication/256077176_Model-based_control_of_redundantly_actuated_parallel_manipulators_in_redundant_coordinates
- [11] DAI, Li, Yuanqing XIA, Mengyin FU a Magdi S. MAHMOUD. Discrete-Time Model Predictive Control. *Advances in Discrete Time Systems* [online]. InTech, 2012-12-05 [cit. 2015-06-02]. ISBN 978-953-51-0875-7. Dostupné z: <http://www.intechopen.com/books/advances-in-discrete-time-systems/discrete-time-model-predictive-control>
- [12] LEWIS, Frank L., C. ABDALLAH a D. DAWSON. *Robot manipulator control: theory and practice*. Second edition, revised and expanded. New York: Marcel Dekker, 2004, xvii, 614 p. ISBN 08-247-4072-6.
- [13] NGUYEN-TUONG, Duy, Matthias SEEGER a Jan PETERS. Computed torque control with nonparametric regression models. *2008 American Control Conference*. 2008. DOI: 10.1109/acc.2008.4586493. Dostupné z: http://www.kyb.mpg.de/fileadmin/user_upload/files/publications/attachments/ACC2008_4976%5B0%5D.pdf
- [14] SHANG, Wei Wei, Shuang CONG, Ze Xiang LI a Shi Long JIANG. Augmented Nonlinear PD Controller for a Redundantly Actuated Parallel Manipulator. *Advanced Robotics*. 2009, vol. 23, 12-13, s. 1725-1742. DOI: 10.1163/016918609x12496340080490. Dostupné z: <http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1163/016918609X12496340080490>