

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ

Fakulta strojní

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

Odbor pružnosti a pevnosti

Ú 12105.1

Modelování šíření trhliny v podmínkách nízkocyklové únavy

Crack propagation models under low-cycle fatigue conditions

Student:

Bc. Jan Smělík

Vedoucí diplomové práce:

doc. Ing. Španiel Miroslav, CSc.

Konzultant:

Ing. Kuželka Jiří, Ph.D.

2015



Anotační list

- Jméno autora:** Bc. Jan Smělík
- Název DP:** Modelování šíření trhliny v podmínkách nízkocyklové únavy
- Anglický název:** Crack propagation models under low-cycle fatigue conditions
- Rok:** 2015
- Obor:** Aplikovaná mechanika
- Ústav/odbor:** Ú 12105.1 – Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniku / Odbor pružnosti a pevnosti
- Vedoucí:** doc. Ing. Španiel Miroslav, CSc.
- Konzultant:** Ing. Kuželka Jiří, Ph.D.
- Bibliografické údaje:**
- | | |
|---------------------|-----|
| Počet stran: | 113 |
| Počet obrázků: | 82 |
| Počet tabulek: | 7 |
| Počet stran příloh: | 18 |
- Klíčová slova:** DIC, MKP, XFEM, experiment, šíření trhliny, nízkocyklová únava materiálu, identifikace, Chabocheho materiálový model, J-integrál, Direct Cyclic, disipační energie, lomová mechanika,
- Keywords :** DIC, FEM, XFEM, experiment, crack growth rate, low-cycle, fatigue, identification, Chaboche material model, J-integral, Direct Cyclic, stress work, fracture mechanics,
- Ключевые слова:** Корреляция цифровых изображений, МКЭ, эксперимент, скорость роста трещины, усталость низкого цикла, идентификация, Chaboche модель, J-интеграла, механика разрушения твёрдых тел



- Anotace:** Diplomová práce se zabývá hledáním nové metodiky a možnostmi identifikace materiálových parametrů kumulačního vztahu, který definuje hodnotu funkce poškození v závislosti na velikosti kumulovaných přírůstků disipační energie během proměnného zatěžování. V práci je popsána identifikace těchto parametrů z experimentálně získaných dat. Použito bylo metody konečných prvků, identifikačních, interpolačních a editačních scriptů v různých programových jazycích.
- Abstract:** This master`s thesis discourse searching of new methods or possibilities to identify material parameters of cumulative relationship that defines the value of the damage function in depending on the size of the accumulated gains of energy dissipation during a variable loading. The thesis describes the identification of these parameters from experimental data. In this work finite element method was used, identification, interpolation and editing script in different programming languages.
- Аннотация:** Целью этой дипломной работы является поиск новых методологий и возможностей для выявления материальных параметров кумулятивных отношений, которые определяют значение функции ущерба в зависимости от размера накопленной энергии при переменной нагрузке. Работа описывает идентификации этих параметров основываясь на экспериментальных данных. Был использован метод конечных элементов, идентификация, интерполяции и редактирования скриптов на разных языках программирования



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta strojní, Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

Technická 4, 166 07 Praha 6

Akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

pro: Bc. Jana Smělíka
program: **Strojní inženýrství**
obor: Aplikovaná mechanika

Název tématu:

Modelování šíření trhliny v podmínkách nízkocyklové únavy

Title:

Crack propagation models under low-cycle fatigue conditions

Zásady pro vypracování:

Na základě dat získaných při experimentu v rámci Vašeho projektu III:

1. Provedte literární rešerši dostupných metod modelování šíření trhlín s akcentem na nízkocyklovou únavu (NCÚ) a s ohledem na dostupná materiálová data.
2. Provedte diskusi platnosti a použitelnosti přístupu založeného na lomové mechanice (s využitím J-integrálu) a přístupu založeného na dissipaci energie.
3. Vytvořte MKP model experimentu a verifikujte jeho mechanickou odezvu na cyklické zatěžování. Ověřte možnosti výpočtu ustálené hysterezní smyčky přímým statickým výpočtem v porovnání s procedurou „Direct cycle“ a možnosti modelování trhliny přístupem X-FEM v programu Abaqus.
4. Navrhněte postup identifikace parametrů modelu NCÚ a identifikaci proveďte.
5. Formulujte závěry

Rozsah grafických prací: 5 stran

Rozsah průvodní zprávy: 50 stran

Seznam odborné literatury:

1. Abaqus 6.13. Dokumentace
2. Kunz J. Základy lomové mechaniky. Skripta ČVUT, FJFI. 2000
3. J. Jurenka: NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ DEGRADAČNÍCH PROCESŮ V MATERIÁLECH APLIKACE NA VZNIK PITTINGU V OZUBENÍ. Disertační práce. FS ČVUT v Praze.

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.

Konzultant: Ing. Jiří Kuželka, Ph.D.

Datum zadání diplomové práce: 10. 4. 2015

Datum odevzdání diplomové práce: 19. 6. 2015

Neodevzdá-li student bakalářskou nebo diplomovou práci v určeném termínu, tuto skutečnost předem písemně zdůvodnil a omluva byla děkanem uznána, stanoví děkan studentovi náhradní termín odevzdání bakalářské nebo diplomové práce. Pokud se však student řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, může si student zapsat bakalářskou nebo diplomovou práci podruhé

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

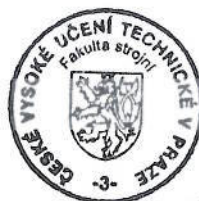
Zadání diplomové práce převzal dne:

13. 4. 2015

.....
diplomant

prof. Ing. Milan Růžička, CSc.

.....
vedoucí Ú 12 105



prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.

.....
děkan FS ČVUT v Praze

V Praze dne 10. 4. 2015



Poděkování

Děkuji mému vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Miroslavu Španielovi, CSc. za ochotu při odborných sezeních, kde jsem často objevil další kus pro mne neznámého světa. Děkuji za četné konzultace Ing. Jiřímu Kuželkovi, Ph.D.

Děkuji společnostem ŠKODA JS a.s. a COMTES FHT a.s., jmenovitě Ing. Antonínu Prantlovi, CSc. a Ing. Martinu Rundovi, za výbornou a profesionální spolupráci.

Dále mé poděkování patří přítelkyni Leně za podporu a to nejen při psaní diplomové práce a Babičce Věře za velkorysou hmotnou podporu poskytovanou po celou dobu mého studia FS ČVUT.



Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce doc. Ing. Miroslava Španiela, CSc. a za asistence Ing. Jiřího Kuželky, Ph.D. Prohlašuji, že jsem uvedl všechny podklady, výsledky, literární prameny a výsledky experimentálních měření, ze kterých jsem čerpal při tvorbě diplomové práce.

V Praze 30. 6. 2015

.....
Bc. Jan Smělík



SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A JEDNOTEK

Značení:	Název:	Jednotka:
a	délka trhliny	$[mm]$
a_c	délka trhliny v okamžiku porušení	$[mm]$
Δa_e	rozteč mezi DIC body	$[mm]$
A, B	komplexní konstanty	$[1]$
A	práce vnějších sil působících na těleso	$[J]$
B	tloušťka tělesa	$[mm]$
b, c	parametry Manson-Coffinovy křivky	$[1]$
C	konstanta pro výpočet faktoru intenzity napětí	$[1]$
C_1, C_2, γ_1	materiálové parametry	$[1]$
d	velikost průměru inicializačního otvoru	$[mm]$
D	funkce poškození	$[1]$
e	asymetrie šíření trhliny	$[1]$
E	modul pružnosti v tahu	$[N \cdot mm^{-2}]$
$f(\sigma, \alpha)$	zatěžovací funkce	$[1]$
$F(t)$	Zátěžná síla	$[N]$
$F(x, y)$	Airyho funkce napětí	$[1]$
G	modul pružnosti ve smyku	$[N \cdot mm^{-2}]$
G	hnací síla trhliny	$[N \cdot mm^{-1}]$
i	index	$[1]$
Im	imaginární část	$[1]$
j	index	$[1]$
J	J-integrál, Riceův integrál	$[N \cdot mm^{-1}]$
k	funkce zpevnění	$[1]$
K	faktor intenzity napětí	$[MPa \cdot mm^{1/2}]$
K_c	lomová houževnatost	$[MPa \cdot mm^{1/2}]$
ΔK	rozkmit faktoru intenzity napětí	$[MPa \cdot mm^{1/2}]$
L	délka tělesa	$[mm]$



Značení:	Název:	Jednotka:
ΔL_{Ni}	místní chyba identifikace	[1]
N	počet cyklů	[1]
$N^e, N^{calculated}$	počet cyklů z experimentu, z výpočtu	[1]
p	tlak	$[N \cdot mm^{-2}]$
r_p^*	korekce na velikost plastické zóny	[mm]
r, θ	system polárních souřadnic	[mm, rad]
R	odpor proti šíření trhliny	$[N \cdot mm^{-1}]$
$R_{p0,2}$	smluvní mez kluzu	$[N \cdot mm^{-2}]$
R_e	mez kluzu	$[N \cdot mm^{-2}]$
Re	reálná část	[1]
S	faktor hustoty deformační energie	$[N \cdot mm^{-1}]$
T	povrchová tahová síla	[1]
u, v, w	posuvy ve směrech souřadnicových os	[mm]
U	deformační energie	[J]
v	rychlost šíření trhliny	[mm/cyklus]
Δw	přírůstek disipační energie	$[N \cdot mm^{-2}]$
W	šířka tělesa	[mm]
W_p	volná energie tělesa	[J]
W_γ	disipační energie trhliny	[J]
ΔW	matice přírůstků disipačních energií	$[N \cdot mm^{-2}]$
x, y, z	kartézský souřadnicový systém	[1]
Y	korekční funkce	[1]
Z	komplexní napěťová funkce	[1]
α	posuv počátku plochy plasticity	[1]
ε	poměrná deformace	[1]
ε_e	elastická složka deformace	[1]
ε_p	plastická složka deformace	[1]
ε_a	amplituda poměrné deformace	[1]
ε_{lae}	chyba funkce <i>lae.m</i>	[1]



Značení:	Název:	Jednotka:
ε_d	dovolená chyba funkce <i>lae.m</i>	[1]
λ_{diss}	měrná disipační energie	$[N \cdot mm^{-2}]$
σ	napětí	[1]
σ_0	mez kluzu	$[N \cdot mm^{-2}]$
σ_a	amplituda napětí	$[N \cdot mm^{-2}]$
σ_f	fiktivní napětí	$[N \cdot mm^{-2}]$
σ_T	tlakové napětí	$[N \cdot mm^{-2}]$
μ	Poissonovo číslo	[1]
τ	smykové napětí	$[N \cdot mm^{-2}]$
κ	parametr zpevnění	[1]
ξ	komplexní proměnná	[1]
$\phi(\xi), \chi(\xi)$	komplexní napět'ové funkce	[1]
$\phi(x, t), \Psi(x, t)$	funkce <i>LEVEL SET</i>	[1]
$norm_r, norm_N$	cílové funkce	[1]
$scale_r, scale_N$	váhy cílových funkcí	[1]



SEZNAM POUŽITÝCH ZNAČEK

Značka:	Význam:
kap.	kapitola / kapitoly
obr.	obrázek / obrázky
tab.	tabulka / tabulky
MKP	metoda konečných prvků
TRESCA	pevnostní teorie Tresca
HMH	pevnostní teorie HMM
DC	metoda přímé konstrukce stabilizované cyklické odezvy (Direct Cyclic)
DIC	obrazová digitální korelace (Digital Image Correlation)
LCF	nízkocyklová únava (Low Cycle Fatigue)
LFM	lineární lomová mechanika (linear fracture mechanics)
FEM	metoda konečných prvků (Finite Element Method)
XFEM	rozšířená metoda konečných prvků (Extended Finite Element Method)



VYSVĚTLIVKY

V celé diplomové práci jsou bez dalšího komentáře uváděny tabulky se slabým dvojitým rámováním. Čtenář zde vždy najde popis a umístění hlavně softwarových, ale také jiných příloh. V případě softwaru jde o programy, funkce nebo datové soubory, které autor zpracoval. Ostatní přílohy mají charakter obrázků nebo elektronických dokumentů, které vhodně doplňují text této diplomové práce.

POPIS:	příklad k předchozímu odstavci
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\testing\priklad_k_odstavci.m

V diplomové práci jsou uváděny matematické vztahy, definované speciálně pro rovinnou deformaci nebo pro rovinnou napjatost. V takovém případě jsou vztahy označeny na levém okraji stránky značkou (RD) resp. (RN), podobně jako je to naznačeno na následujícím příkladu.

$$(RD) / (RN) \quad r_p^* = \frac{\sigma^2 a}{2R_p^2 0,2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{R_p 0,2} \right) \quad (1)$$



1 OBSAH

2	Úvod.....	16
3	Teoretické základy	18
3.1	Materiálové modely	18
3.1.1	Elastoplastický model, modely zpevnění	18
3.1.2	Modely zpevnění materiálu.....	19
3.1.3	Uvažované materiálové modely	21
3.1.4	Volba vhodného materiálového modelu.....	23
3.2	Únava materiálu	26
3.2.1	Wöhlerova křivka.....	26
3.2.2	Mansonova-Coffinova křivka	27
3.3	Lomová mechanika	28
3.3.1	J-integrál.....	28
3.3.2	Plastická zóna na čele trhliny	30
3.3.3	Matematický popis ν - ΔK křivky.....	33
3.4	Hypotézy kumulace poškození.....	35
3.4.1	Odvození funkce poškození	35
3.5	Energetické přístupy.....	36
3.5.1	Měrná disipovaná energie	36
3.5.2	Kumulace disipační energie	37
3.5.4	Použitá teorie kumulace poškození	39
4	Numerické modelování	41
4.1	XFEM.....	41
4.1.1	Metoda Level Set	41
4.1.2	XFEM v Abaqus/CAE/Standard	42
4.2	Metody založené na využití hodnot J-integrálu	44
4.2.1	Algoritmus metodiky založené na J-integrálu.....	45
4.2.2	Možnosti použití metodiky založené na J-integrálu.....	45
4.2.3	Testování vlastnosti J-integrálu.....	46
4.3	Procedura Direct Cyclic	48



4.3.1	Motivace.....	48
4.3.2	Matematický popis metody	48
4.3.3	Volba počtu iterací procedury Direct Cyclic.....	50
5	Nová metodika predikce únavové trhliny	54
5.1	Motivace.....	54
5.2	Princip nové metodiky	54
6	Experiment	56
6.1	DIC metoda	57
6.2	Tahová zkouška.....	59
6.3	Cyklické zatěžování	60
7	Analýza naměřených dat (MATLAB).....	63
7.1	Q_txt_exporter.m	63
7.2	Translate.m.....	64
8	MKP model (identifikační)	69
8.1	Geometrie modelu.....	69
8.2	Materiálové parametry modelu	70
8.3	Sestava	70
8.4	Výpočtové kroky	70
8.5	Interakce.....	71
8.6	Uložení – kinematické okrajové podmínky	71
8.7	Zatížení – silové okrajové podmínky	74
8.8	Síť a elementy	75
8.9	Výpočet	75
9	Analýza dat z MKP (Python)	76
9.1	Překládání starých formátů do nových.....	80
9.2	Extrakční script	80
10	Identifikační script (Matlab)	81
10.1	Prostě kriteriální identifikace	81
10.2	Vícekritériální identifikace.....	81
10.3	Hlavní program	83
10.4	Testování algoritmu	85
11	Identifikace materiálových parametrů c_3 a c_4	92
11.1	Postup identifikace	93



11.2	Interpolace.....	94
11.3	Identifikace.....	95
11.4	Diskuse identifikovaných parametrů.....	101
11.5	Diskuse vstupních dat	102
12	Návrh aplikace parametrů c_3 a c_4	103
13	Závěr	104
14	Seznamy	107
14.1	Seznam obrázků	107
14.2	Seznam tabulek	110
15	Bibliografie	111
16	Přílohy	114
16.1	Přílohy – Experimentální přístup k lomové mechanice	114
16.2	Přílohy – Matematické modely šíření únavových trhlin	115
16.3	Přílohy – Základní vztahy teoretické pružnosti.....	115
16.3.1	Přílohy – Rovinná napjatost vs. Rovinná deformace	118
16.3.2	Přílohy – Geometrie a módy namáhání v okolí čela trhliny.....	118
16.3.3	Přílohy – Napětí na čele trhliny v polárních souřadnicích.	120
16.4	Přílohy – Lomová mechanika	124
16.4.1	Přílohy – Předpoklady LFM.....	124
16.4.2	Přílohy – Faktor intenzity napětí.....	125
16.4.3	Přílohy – Lomová houževnatost.....	127
16.4.4	Přílohy – Hnací síla trhliny	128
16.4.5	Přílohy – Faktor hustoty deformační energie	130



2 ÚVOD

Únava materiálu a s ní obecně spjatá degradace materiálu působí nezanedbatelné škody na strojním vybavení. Zapříčiňuje iniciaci a následné šíření únavových trhlin. Je příčinou množství kolapsů a havárií, na jejichž konci jsou škody na majetku v krajních případech i na zdraví resp. životech. V této diplomové práci se autor zabývá problematikou šíření únavové trhliny v materiálu, následnou analýzou šíření únavové trhliny a možnostmi predikce únavové trhliny.

Současná akademická a odborná obec problém únavy a únavových trhlin detailně analyzovala a popsala. Byly nalezeny matematické modely zakládající se na statistických údajích z běžného provozu nebo z laboratorních zkoušek pro většinu únavových dějů. Tyto matematické modely umožňují popsat děj, který se v materiálu během časové osy vlivem jeho únavy stal, tento děj dále popsat matematicko-fyzikálním modelem, a konečně, a to je nejdůležitější, tento děj predikovat.

Predikce únavových dějů pomáhá konstruktérům a výpočtářům lépe dimenzovat exponované díly strojních zařízení, u nichž běžný přístup při ověřování jejich funkčnosti a odolnosti selhává. Predikce únavových dějů se v praxi odsvědčila z hlediska úspory času a finančních prostředků. Díky predikci jsme schopni lépe naplánovat včasnou údržbu jednotlivých dílů strojních zařízení, zaručit jejich delší nepřetržitý provoz, ponechat funkční nepoškozenou součást strojního zařízení déle v provozu a přistoupit k její výměně až před jejím předpokládaným poškozením a tím snížit počet servisních hodin zařízení. Predikce únavových trhlin však není samospasitelná a má svá úskalí. Teorie lomové mechaniky se zakládá na empiricky získaných datech, která nejsou a ani nemohou být naprosto přesná. Precizně popsané klasické zákony lomové mechaniky dobře fungují v lineární oblasti vysokocyklové únavy, avšak často selhávají v oblasti nízkocyklové únavy, která se odehrává v nelineární plastické oblasti a nad mezí kluzu. Zde je třeba opustit klasickou lomovou mechaniku a zvolit některý z energetických přístupů. Výhodou energetických přístupů je jejich snadná implementace do komerčního nebo vlastního softwaru a jejich univerzálnost v platnosti lineárních i nelineárních oblastech namáhání. Pro výpočtáře, který pracuje s MKP a modeluje zde šíření únavových trhlin, je asi nejobtížnější náročnost úloh na počet stupňů volnosti, který je spojen s časovou a hardwarovou náročností výpočtu. Má tedy smysl se zabývat tím, jak počet stupňů volnosti u úloh tohoto druhu snížit, neboli zabývat se možnostmi nových metodik modelování šíření únavových trhlin.

Autor v práci diskutuje možnosti použití nových metodik založených na klasické lomové mechanice a na energetických přístupech, tj. disipaci energie. Autor dále navrhuje novou metodiku predikce šíření únavové trhliny v materiálu. Nová metodika se opírá o poznatky, které autor získal při analýze možností současných energetických metod a experimentálním měření, které prováděl spolu se zaměstnanci výzkumné a zkušební instituce COMTES FHT a.s. Nová metodika v sobě sdružuje dvě jasně oddělené části, kterým je věnována rozdílná pozornost. Část identifikační je zde podrobně popsána a testována v rámci teoretické použitelnosti. Část realizační je v práci pouze naznačena. Samostatnou



kapitolou je testování a verifikace identifikační části metodiky na reálném případě naměřených dat, které autor zajistil s podporou Škody JS a.s. ve výzkumné a zkušební instituci COMTE FHT a.s.

Závěry a zhodnocení vypracování diplomové práce a všech souvisejících témat s akcentem na novou metodiku modelování šíření únavové trhliny. Konečně autor navrhuje směry, kterými by se měla ubírat autorova budoucí práce při dalším případném studiu. Návrhy také slouží jako inspirace ostatním studentům, kteří by se rádi problematikou metodik zabývali.

Na samotném konci práce jsou je řazena poměrně rozsáhlá literární rešerše vztahů teoretické pružnosti a pevnosti. Je zde odvozen popis napjatosti v okolí čela trhliny v polárních souřadnicích. Dále je zde uvedena nezbytná rešerše lomové mechaniky a současného stavu modelování únavových trhlín.

Seznam literatury, se kterou se autor seznámil a prostudoval, je uvedena podle normy ISO 690 v posledním oddíle této práce.



3 TEORETICKÉ ZÁKLADY

3.1 MATERIÁLOVÉ MODEL Y

Reálné chování konstrukčních materiálů nelze zcela dokonale identifikovat a dále v simulacích reprodukovat. Je však třeba ve strojní a výpočtářské praxi dosáhnout materiálových modelů s co nejpřesnějším napodobením chování reálných materiálů, které vedou ke zlepšení koncových produktů.

V této kapitole budou některé takové modely popsány a diskutovány jejich vlastnosti a vhodnost jejich použití vzhledem k charakteru experimentálně naměřených dat.

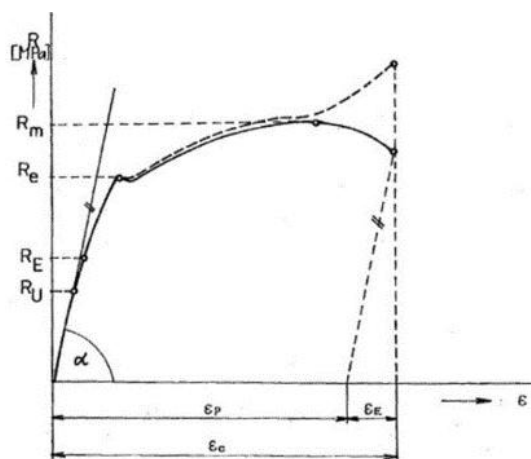
3.1.1 ELASTOPLASTICKÝ MODEL, MODEL Y ZPEVNĚNÍ

Asi nejznámější materiálový popis je založen na vztahu jednoosé napjatosti σ_x a poměrné deformace ε_x . Zde je jako charakterizující parametr modul pružnosti E , který lze mimo jiné zjistit z tahového diagramu, jako je na obr. 1. Tento parametr se často doplňuje o Poissonovo číslo. Při použití Poissonova čísla lze modul pružnosti E použít i pro výpočet víceosé napjatosti, a to v makroskopicky homogenním izotropním materiálu.

Použití těchto materiálových parametrů je však vztaženo pouze na materiál elastický. V diagramu na obr. 1 se elastická oblast nachází pouze na křivce mezi počátkem a mezí kluzu, zde označenou jako R_e . Popis modelu model této oblasti je definován jako přímka, tj. známým Hookovým zákonem, viz (2).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (2)$$

Dále nad mezí kluzu $\sigma_e \sim R_e$ se nalézá oblast plastická. Diskutovaná problematika šíření únavové trhliny bude uvažována právě zde.



obr. 1 - smluvní tahový diagram pro elasto-plastický materiál, [1]



Zavedeme předpoklad, že deformace a posunutí se v dominantní míře odehrávají v plastické zóně, tj. dále nebudeme uvažovat deformaci ani posunutí od elastické oblasti. Toto je popsáno superpozičním vztahem (3), kde $\varepsilon_p = 0$.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p. \quad (3)$$

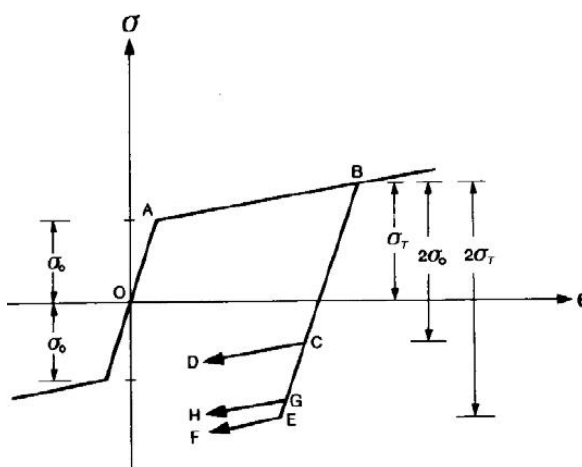
Popis plastického materiálového modelu je však složitější než popis modelu elastického. Nespokojíme se pouze s jednoduchou lineární závislostí, nýbrž se složitějšími nelineárními, mocninnými či exponenciálními vztahy, rozvinutými do řad.

Nejpodstatnější vlastností materiálu, materiálových modelů, pro budoucí výklad v diplomové práci je vlastnost únavového zpevnění.

3.1.2 MODEL Y ZPEVNĚNÍ MATERIÁLU

Zpevnění materiálu je děj, kdy při proměnlivém zatěžování materiálu roste mez kluzu R_e . Stupeň zpevnění je závislý na historii zatěžování. Aby bylo možno popsat zpevnění, je tedy nutno popsat i historii zatěžování. To je u nahodilých průběhů zatěžování problematické. Proto se tyto děje nahrazují periodickými nebo po částech periodickými průběhy.

Dále bude uvedena teorie plasticity a popisu teorie degradace a zpevnění materiálu několik materiálových modelů materiálu O8CH18N10T, ke kterým jsou k dispozici materiálová data. Tyto modely budou mezi sebou porovnány a následně vybrány ty nejvhodnější pro užití v praktické části diplomové práce. Podrobnější informace o plasticitě a zpevnění materiálu čtenář nalezne v [2], [3], [4], [5], [6], [7].



obr. 2 - zpevnění vykreslené v rovině deformace ε - napětí σ , kinematickému zpevnění odpovídá cesta OABCD, izotropnímu zpevnění odpovídá cesta OABEF, [4]



Kinematický zákon zpevnění

Tento zákon se označuje jako kinematický, jelikož můžeme na elastickou oblast v rovině deformace ε - napětí σ hledět jako na *pohybující se tuhé těleso*, tj. velikost elastické zóny se nemění. Kinematický model zpevnění je popsán vztahem (4). Kinematický model zpevnění popisuje idealizovaný Baushingerův efekt. Na obr. 2 je ilustrována zatěžovací funkce v rovině deformace ε - napětí σ .

$$f(\sigma, \alpha) = (\sigma - \alpha)^2 - \sigma_0^2 \quad (4)$$

Kde je

$f(\sigma, \alpha)$	zatěžovací funkce,
σ_0	mez kluzu, odpovídá R_e, σ_e ,
α	veličina vyjadřující posuv počátku plochy plasticity.

Isotropní zákon zpevnění

Tento zákon zpevnění uvažuje, že zatížení tlakem je ekvivalentní zatížení tahem. Je tedy uvažováno, že tečení při tlakovém namáhání nastává při hodnotě tlakového napětí $\sigma = -\sigma_T$. Na obr. 2 je ilustrována zatěžovací funkce izotropního zpevnění v rovině deformace ε - napětí σ .

$$f(\sigma, k) = \sigma^2 - k(\kappa)^2. \quad (5)$$

Kde je

k	funkce zpevnění,
κ	parametr zpevnění.

Smíšený zákon zpevnění

Smíšený zákon zpevnění je kombinací vedeného kinematického a izotropního zákona zpevnění. Jeho cesta by obr. 2 odpovídá bodům *OABGH*. Zákon je popsán vztahem (6).

$$f(\sigma, \alpha, k) = (\sigma - (1 - M)\alpha)^2 - ((1 - M)\sigma_0 + Mk)^2. \quad (6)$$



Kde je

M parametr nabývající hodnot $\langle 0,1 \rangle$, kdy pro $M = 0$ je model čistě kinematický a pro $M = 1$ je model čistě izotropní.

3.1.3 UVAŽOVANÉ MATERIÁLOVÉ MODEL Y

Následuje výčet v diplomové práci uvažovaných materiálových modelů. Některé modely jsou matematicky popsány, v tom případě je, bez odvození z obecného vztahu, konkrétní matematický vztah uveden. V ostatních případech je uvedeno, jakým způsobem je materiálový model definován. Grafické porovnání materiálových modelů je na obr. 3. Na obr. 4 jsou porovnány jejich časově závislé zatěžovací charakteristiky posunutí spolu s charakteristikami naměřenými experimentálně.

Konkrétní čísla materiálových parametrů a tabulkové hodnoty experimentálně naměřených závislostí jsou přiloženy v elektronické podobě. V

tab. 1 je uveden původ materiálových parametrů pro jednotlivé materiálové modely.

POPIS:	datové soubory pro posouzení vhodnosti použití materiálových modelů zpevnění
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\material\looking_for_problem_with_material_F50.cae \\appendix\material\looking_for_problem_with_material_F50.xlsx

MATE_CHA_KUZELKA_STAT_20

Materiálový model označený jako *MATE_CHA_KUZELKA_STAT_20* je popsán vztahem (7). Autor získal materiálové parametry pro dosazení do vztahu od konzultanta diplomové práce Ing. Jiřího Kuželky, Ph.D.

Jde o model odvozený pro kalibraci na statickou deformační křivku. Materiálové parametry poskytnuté konzultantem byly určeny pro kalibraci na cyklickou deformační křivku.

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{C_1}{\gamma_1} (1 - e^{-\gamma_1 \varepsilon_p^x}) + C_2 \varepsilon_p^x \quad (7)$$

Kde je

σ_0 mez kluzu,
 C_1, C_2 materiálové parametry,
 γ_1 materiálový parametr,
 ε_p^x plastická složka poměrné deformace ve směru osy x ,
 e Eulerovo číslo.



MATE_CHA_KUZELKA_CYK_20

MATE_O8CH18N10T_chaboche_20

MATE_O8CH18N10T_halama_chaboche_20

Materiálové modely označené jako *MATE_CHA_KUZELKA_CYK_20*, *MATE_O8CH18N10T_chaboche_20*, *MATE_O8CH18N10T_halama_chaboche_20* jsou popsány vztahem (8), který je odvozen pro kalibraci na cyklickou deformační křivku. Parametry pro dosazení do *MATE_CHA_KUZELKA_CYK_20* byly taktéž poskytnuty konzultantem diplomové práce. Pro dosazení do *MATE_O8CH18N10T_chaboche_20*, *MATE_O8CH18N10T_halama_chaboche_20* poskytl materiálové parametry Ing. Antonín Prantl, CSc.

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{C_1}{\gamma_1} \operatorname{tgh}(\gamma_1 \varepsilon_{ap}^x) + C_2 \varepsilon_{ap}^x. \quad (8)$$

Kde je

σ_0	mez kluzu,
C_1, C_2	materiálové parametry,
γ_1	materiálový parametr,
ε_p^x	amplituda plastické složky poměrné deformace ve směru osy x ,
$\operatorname{tgh}(\dots)$	hyperbolický tangens,
e	Eulerovo číslo.

MATE_PLAS_SMELIK_COMTES_20

Materiálový model *MATE_PLAS_SMELIK_COMTES_20* je naměřená závislost napětí σ na plastické složce poměrné deformace ε_p , tj. autor od celkové deformace ε odečetl elastickou skožku poměrné deformace ε_e , viz (10). Materiálový model, jehož je autor autorem, je popsán vztahem (9).

$$\sigma = f(\varepsilon_p) \quad (9)$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon - \varepsilon_e \quad (10)$$

MATE_O8CH_tr_20_150_250_350_E

Jde o materiálový model získaný ze souboru *UNAVA_08CH_140305.cae* od Ing. Antonína Prantla, CSc. Jde o tabulkové hodnoty napětí, které jsou kromě poměrné deformace také funkcí teploty.



3.1.4 VOLBA VHODNÉHO MATERIÁLOVÉHO MODELU

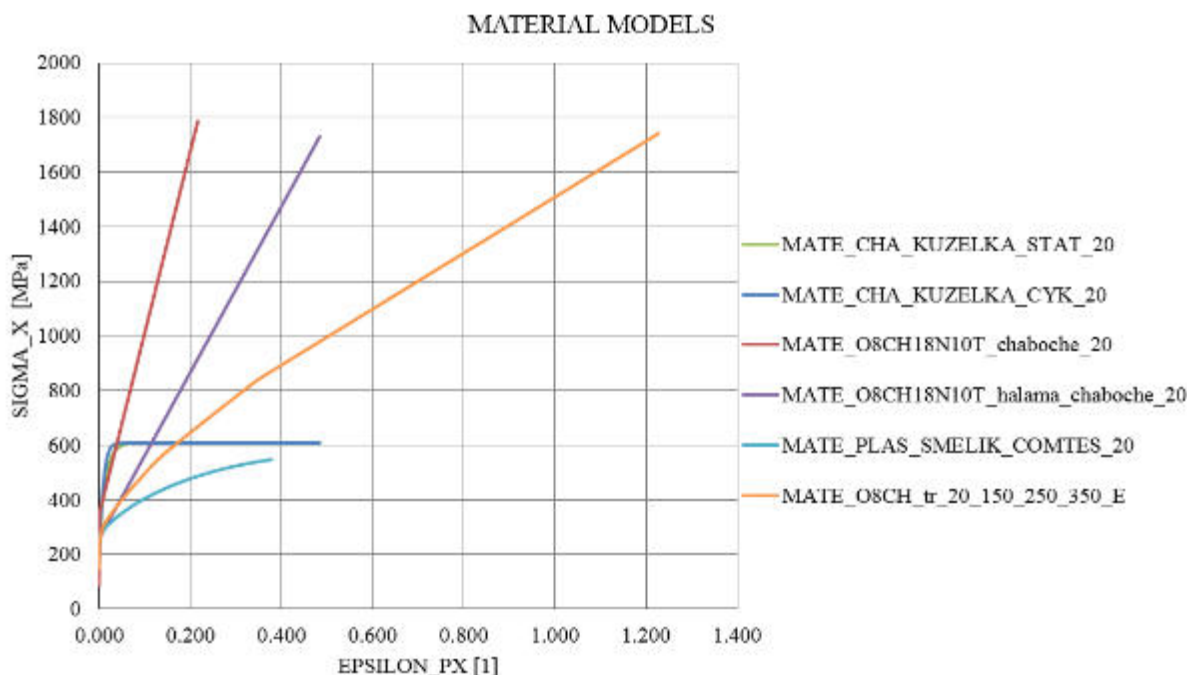
Hlubší znalost matematického popisu jednotlivých modelů zpevnění je neocenitelná a pro praxi v oblasti výpočtů s plastickým modelem materiálu zcela zásadní. Na jejich základě jsme schopni určit materiálové parametry jednotlivých materiálových modelů a modelů zpevnění.

Nemůžeme však automaticky předpokládat, že materiálový model s určenými materiálovými parametry je pro všechny materiál jednoho chemického složení stejně dobře použitelný. Jednotlivé dávky materiálu se od sebe liší drobnostmi v technologii výroby, orientaci odběru vzorku nebo tepelně-chemickými úpravami.

Je tedy nutné, před užitím konkrétního materiálového modelu nebo modelu zpevnění s konkrétními materiálovými parametry, ověřit jejich platnost v každém jednotlivém případě.

Pro potřebu diplomové práce je potřeba identifikovat vhodný materiálový model zpevnění pro materiál O8CH18N10T a vzorek, který byl experimentálně testován ve společnosti COMTES FHT a.s.

Autor se rozhodl pro přístup porovnání experimentálně naměřených posunutí, která byla snímána extenzometrem, při nízkocyklovém zatěžování čtyř vzorků s označením *c1_r01_400mpa*, *c2_r01_400mpa*, *c3_r01_400mpa* a *c4_r01_400mpa*.



obr. 3 - teoretická závislost napětí σ na poměrné deformaci ε pro jednotlivé materiálové modely, [autor]



Tyto posunutí se autor rozhodl porovnat s vypočtenými posunutími, která odpovídají posunutím na reálném vzorku a to prostřednictvím MKP modelu s implementovaným materiálovým modelem zpevnění, jehož vhodnost posunutí byla posuzována.

Geometrie, silové i kinematické okrajové podmínky byly v MKP modelu modelovány tak, aby se co nejvíce přiblížily realitě provedeného experimentu, viz kap. 3.3.1.

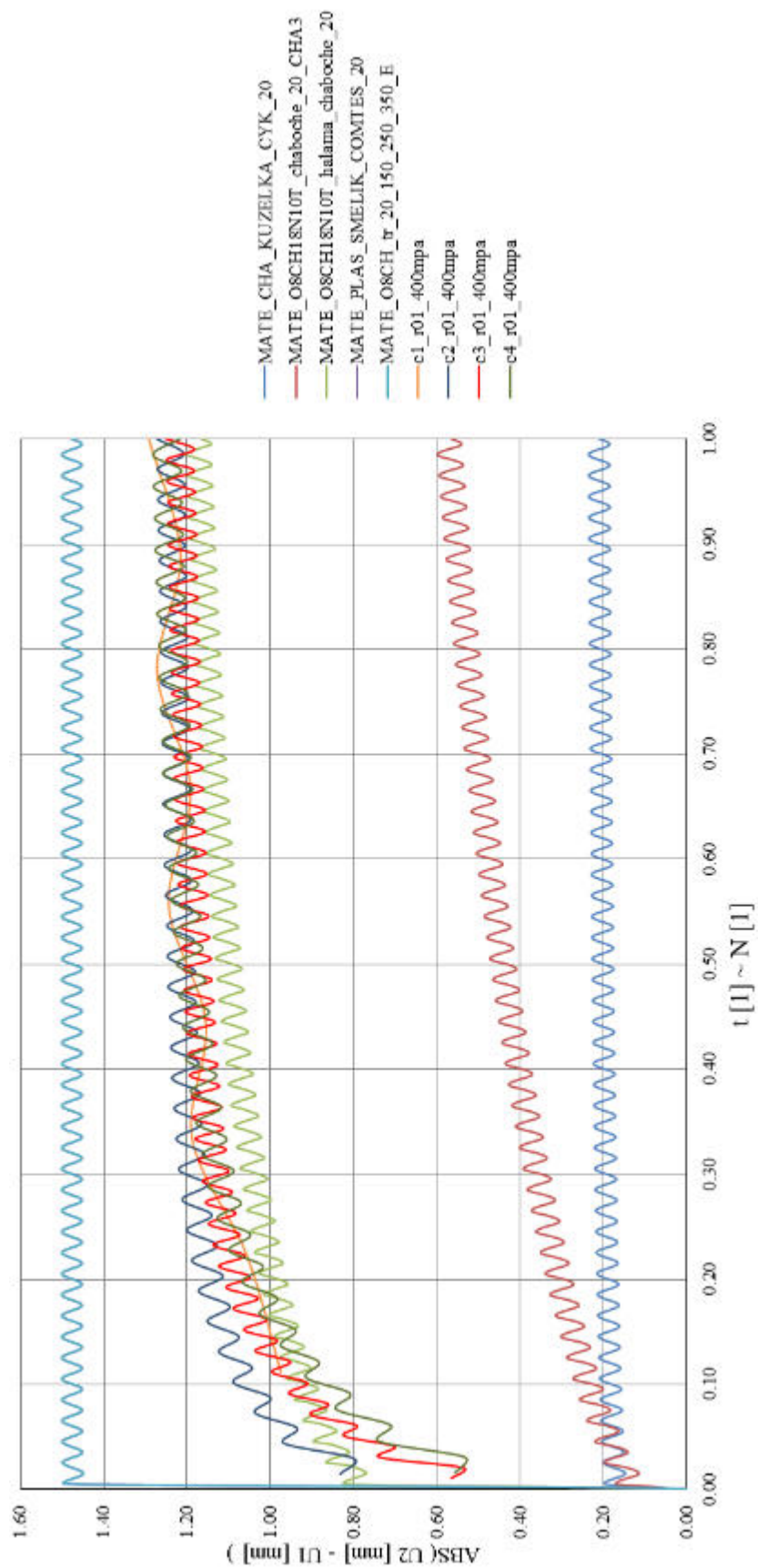
Autor vykreslil „časové“ průběhy těchto posunutí do grafu na obr. 4. Analýzou tohoto grafu a dalších podpůrných grafů „časových“ závislostí napětí a deformací v příloze určil vhodnost použití jednotlivých materiálových modelů. Materiály jsou podle vhodnosti seřazeny v tab. 3.

Autor jako nejnehodnější materiálové modely zhodnotil *MATE_O8CH_tr_20_150_250_350_E*, *MATE_PLAS_SMELIK_COMTES_20*, *MATE_CHA_KUZELKA_CYK_20*. Tyto materiálové modely se k modelování pomocí MKP nehodí. Lepší avšak stále nedostačenou shodu vykazoval materiál s označením *MATE_O8CH18N10T_chaboche_20_CHA3*. Jeho užití autor také nedoporučuje.

Poslední zmíněný materiálový model zpevnění *MATE_O8CH18N10T_halama_chaboche_20* vykazuje dobrou shodu s experimentem.

tab. 1 - seřazení materiálových modelů podle vhodnosti jejich užití, [autor]

#	označení materiálového modelu zpevnění	zdroj	klasifikace
1	<i>MATE_O8CH18N10T_halama_chaboche_20</i>	Antonín Prantl, Škoda JS	výborná
2	<i>MATE_O8CH18N10T_chaboche_20_CHA3</i>	Antonín Prantl, Škoda JS	dostatečná
3	<i>MATE_O8CH_tr_20_150_250_350_E</i>	Antonín Prantl, Škoda JS	nedostatečná
4	<i>MATE_PLAS_SMELIK_COMTES_20</i>	Jan Smělík, ČVUT	nedostatečná
5	<i>MATE_CHA_KUZELKA_CYK_20</i>	Jiří Kuželka, ČVUT	nedostatečná



obr. 4 - porovnání naměřených a vypočtených posunutí, [autor]



3.2 ÚNAVA MATERIÁLU

Únava materiálu je degradační proces, kdy je materiál namáhán proměnlivým zatížením, v důsledku čehož nenastává okamžitý kolaps konstrukce, ale tvoří se únavové trhliny, které ke kolapsu konstrukce vedou. V praxi se z důvodu zjednodušení proměnlivá zatížení uvažují jako periodická nebo po částech periodická. Tak tomu bude i v této diplomové práci. Stejně jako v experimentální praxi zde budeme klasifikovat únavu na vysokocyklovou (FM) a nízkocyklovou (LFM).

Pro vysokocyklovou únavu je charakteristické, že

1. odezva na zatěžování se jeví jako elastická, není tedy potřeba uvažovat historii zatěžování,
2. k degradaci materiálu dochází pouze na čelech trhlin, ostatní objem materiálu nedegraduje.

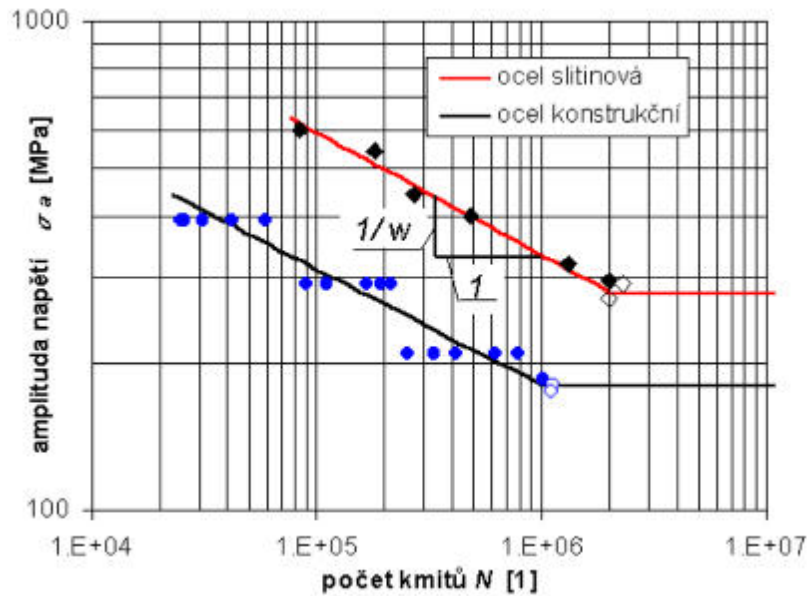
Nízkocyklová únava je naproti tomu charakterizována tím, že

1. odezva na zatěžování je nelineární, je tedy nutno uvažovat historii zatěžování,
2. k degradačním procesům dochází v celém objemu materiálu, čili materiál degraduje i mimo čela trhlin, k tomu to faktu se však často nepřihlíží a předpokládá se objem neměnný.

Autor práce nemůže opomenout klasické metody určování životnosti do lomu. Znalost těchto postupů je pro pochopení kontextu diplomové práce nezanedbatelná. Dále budou v diplomové práci popsány další metody predikce únavové životnosti a růstu trhlin. [2]

3.2.1 WÖHLEROVA KŘIVKA

Wöhlerova křivka je nejklasičtější charakteristika pro vysokocyklovou únavu. Pomocí ní je určováno, kdy dojde při daném zatížení ke křehkému lomu. Tato charakteristika je záležitostí statistickou. Pro určení takovéto křivky je třeba provést experiment zatížení pro různé hladiny zatížení.

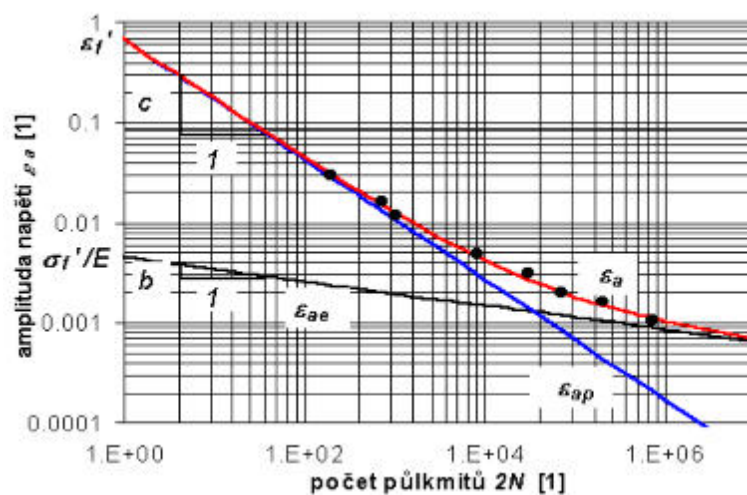


obr. 5 - Wöhlerova křivka, únavová křivka napětí, [8]

Wöhlerova křivka se běžně vynáší do logaritmických nebo do semilogaritmických souřadnic, kde na svislé ose je amplituda zatížení σ_a a na ose vodorovné počet cyklů do lomu $\log(N)$. [2]

3.2.2 MANSONOVA-COFFINOVA KŘIVKA

Zatímco Wöhlerova křivka je určena pro klasickou únavu, Mansonova-Coffinova křivka je metodikou pro únavu nízkocyklovou. Uvažuje se zde proměnlivé zatížení opakující se v cyklech a to do maximálního počtu 10^3 až 10^4 cyklů.



obr. 6 - Mansonova-Coffinova křivka, únavová křivka deformace, [9]



$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N)^b + \varepsilon_f' (2N)^c \quad (11)$$

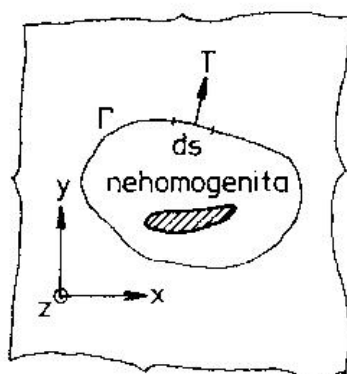
$$\sigma_a = \sigma_f' (2N)^b \quad (12)$$

Zajímavostí je, že z historických důvodů na vodorovné ose se uvádí jako jednotka počet půlcyklů $2N$. [2]

3.3 LOMOVÁ MECHANIKA

3.3.1 J-INTEGRÁL

J-Integrál se k posouzení stability trhliny zavedl jako reakce na nevhodnost použití do té doby používaných lomových kritérií, založených na Griffithově kritériu. Tyto energetické kritéria uvažovala pouze křehké materiály. Později byla sice teorie rozšířena o malé plastické zóny na čele trhliny. Stále však neuvažovala větší plastické zóny. Ty se ovšem v okolí čela trhliny u houževnatých materiálů vždy tvoří. Tento problém byl částečně vyřešen J-Integrálem nebo také Riceovým integrálem (13), který je možno použít i pro materiály, které v okolí čel trhlín tvoří větší plastické zóny. Jde o zobecnění hnací síly trhliny G . [10]



obr. 7 - ilustrace k definici J-Integrálu, [10]



Eshelby odvodil, že hodnota křivkového integrálu definovaného vztahem (13) nezávisí na integrační cestě Γ . Pokud by byla uvažována uzavřená křivka Γ , platí $J = 0$. [11]

$$J = \int_{\Gamma} \frac{dU}{dV} dy - \left(T_x \frac{\delta u}{\delta x} + T_y \frac{\delta v}{\delta y} + T_z \frac{\delta w}{\delta z} \right) ds \quad (13)$$

Následuje vysvětlení symbolů použitých v definici J-Integrálu (13), pro názornost jsou veličiny uvedeny i na obr. 7.

$$\frac{dU}{dV} = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad \text{je objemová hustota deformační energie,}$$

$$T_i = \sum_j \sigma_{ij} n_j \quad \text{je } i\text{-tá složka vektoru povrchové tahové síly na } \Gamma,$$

u, v, w jsou složky vektoru posunutí,

ds je elementární úsek křivky Γ .

V oboru platnosti lineární lomové mechaniky, platí s určitými výhradami pro obecný smíšený mód namáhání vztahy (14), (15) a (16)(15).

$$J = G_I + G_{II} + G_{III} \quad (14)$$

$$(RD) \quad J = \frac{1 + \mu}{E} [(1 - \mu) \cdot (K_I^2 + K_{II}^2) + K_{III}^2] \quad (15)$$

$$(RN) \quad J = \frac{1}{E} [K_I^2 + K_{II}^2 + (1 + \mu)K_{III}^2] \quad (16)$$

Zde je vhodné poznamenat vztah mezi faktorem intenzity napětí a J-Integrálem (17) a (18), který umožňuje z odečtených hodnot J-Integrálu v prostředí Abaqus/CAE určit faktor intenzity napětí, se kterým bylo dále v práci operováno.

$$(RD) \quad J = \frac{1 - \mu^2}{E} \cdot \Delta K^2 \quad (17)$$

$$(RN) \quad J = \frac{1}{E} \cdot \Delta K^2 \quad (18)$$

V praxi se často na elastoplastický materiál pohlíží jako na materiál elastický s nelineární deformační charakteristikou. Je třeba ale upozornit na to, že na rozdíl od elastických materiálů nemá



elastoplastický materiál totožnou křivku přetížení a odlehčení. Toto je velice limitující, jelikož z praktického hlediska bychom potřebovali právě u elastoplastického materiálu co nejjednodušší chování, které je vhodné pro popis materiálu

Uvedená skutečnost je podstatou všech problémů spojených s použitím J-Integrálu v případech větší plastické zóny na čele únavové trhliny.

Vztahem (19) je vyjádřeno kritérium stability trhliny v obecném tvaru.

$$J < J_{ic} \quad (i = I, II, III) \quad (19)$$

3.3.2 PLASTICKÁ ZÓNA NA ČELE TRHLINY

V blízkém okolí čela trhliny se tvoří výrazné koncentrace napětí. Je to důsledek závislosti $\sigma_{ij} \approx r^{-\frac{1}{2}}$, kde v limitním případě $r \rightarrow \pm 0$ způsobuje napětíovou singularitu $\sigma_{ij} \rightarrow \infty$. To však není z fyzikálního hlediska přijatelné.

Ve skutečnosti je tento jev potlačen vznikem plastické zóny. Tímto se mění napětíové poměry v tělese s trhlinou. Rozsah a tvar plastické zóny na čele trhliny lze určit analyticky, numericky nebo experimentálně. V této kapitole autor naznačí základy analytického výpočtu.

Jako první přiblížení ke skutečné velikosti plastické zóny můžeme považovat oblast, kde dominantní, v tomto případě pro mód I namáhání, je to σ_y . Myšleno pro překročení smluvní meze kluzu $R_p 0,2$. Takový vztah je uveden vztahem (20). Jde o dosazení za $\theta = 0$, $r = r_p^*$ a $\sigma_y = R_p 0,2$ ve vztahu (135) z kap. 0.

$$(RN) \quad r_p^* = \frac{\sigma^2 a}{2R_p^2 0,2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{R_p 0,2} \right) \quad (20)$$

Kde je

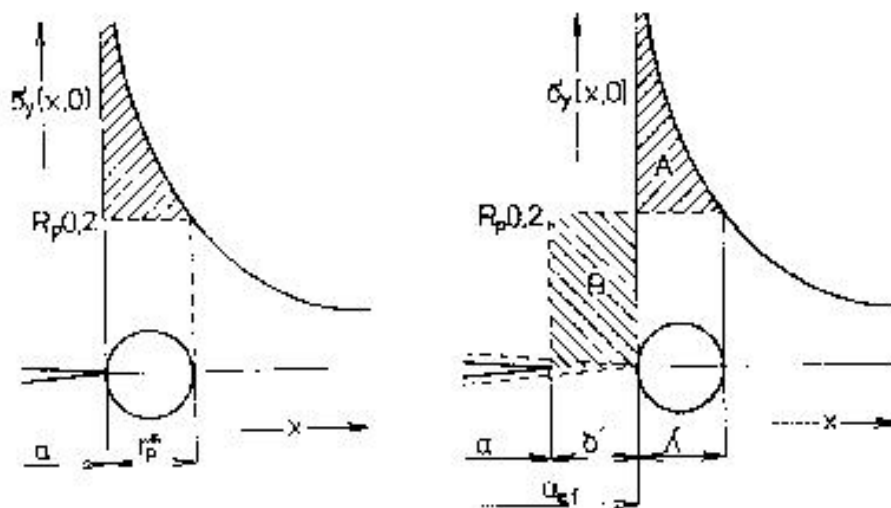
r_p^* vzdálenost od čela trhliny, ve které je σ_y dosáhne smluvní meze kluzu $R_p 0,2$,
 $R_p 0,2$ smluvní mez kluzu.

Vztah pro první přiblížení však neuvažuje přenos všeho zatížení, jak je znázorněno na obr. 8. Irwin ve svých publikacích uvedl, že těleso s plastickou zónou na čele trhliny se chová jako by byla trhlina delší než definovaná délka trhliny a . Tato nová délka trhliny bude podle obr. 8 označována jako a_{ef} . Pro korektní vyjádření této korekce využijeme faktu, že se musejí rovnat vyšrafované plochy, které jsou označeny jako A a B , tj. $A = B$.

Pro výpočet potřebné vzdálenosti λ je znovu možno použít vztahu (135), kde za $\theta = 0$, $r = a + \delta$ a $\sigma_y = R_p 0,2$. Výpočet vzdálenosti λ je uveden jako vztah (21).



$$\lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{R_{p0,2}} \right) \cdot (a + \delta) \quad (21)$$



obr. 8 - průběh napětí před čelem trhliny, [10]

Z podmínky $A = B$ po několika úpravách a dosazení vyplývá vztah, že „skutečný“ rozměr plastické zóny je dvakrát větší než ten, který odpovídá první aproximaci r_p^* , která je dána vztahem (20). Toto nové přiblížení je označeno jako r_p a je dáno vztahem (22). Efektivní délku trhliny lze tedy zapsat ve tvaru rovnice (23).

$$r_p = \lambda + \delta = 2r_p^* \quad (22)$$

$$a_{ef} = a + \delta = a + r_p^* \quad (23)$$

V praxi se efektivní délky a_{ef} často užívá při určování faktoru intenzity napětí. Za použití konstanty C může být faktor intenzity napětí vypočítán jako (24). Častěji se ale v praxi užívá tvaru (25).

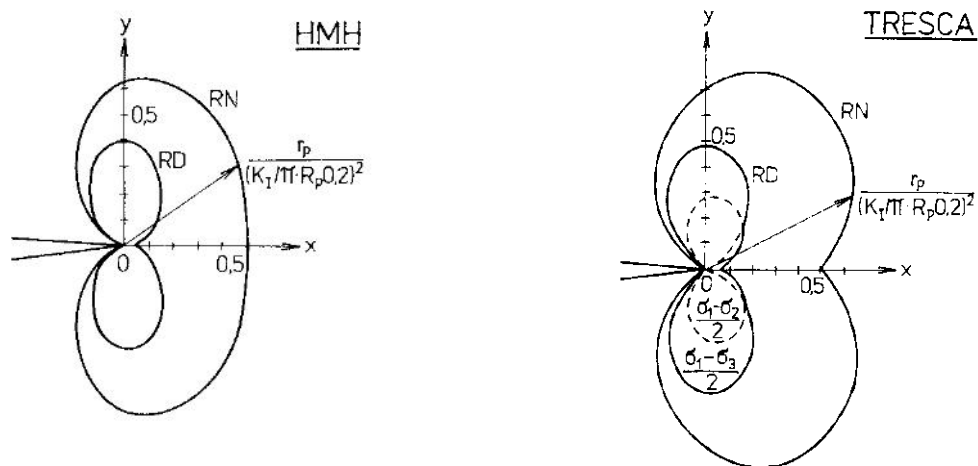
$$K = C\sigma[\pi(a + r_p^*)]^2 = C\sigma \left[\pi a + \frac{1}{2} \left(\frac{K}{R_{p0,2}} \right)^2 \right]^2 \quad (24)$$

$$K = C\sigma[\pi(a + r_p^*)]^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$



Dále je třeba poznamenat, odlišnosti ve tvaru a velikosti plastické zóny pro rovinnou napjatost, rovinou deformaci a různé hypotézy, tj. HMH a TRESCA.

Tvar plastické zóny pro hypotézu HMH a TRESCA, a to jak pro RD i RN, je znázorněn na obr. 9. Je zde vidět, že velikost plastické zóny při RN je 2-3x větší než plastická zóna při RD.



obr. 9 - plastická zóna na čele trhliny pro HMH a TRESCA, mód I namáhání, [10]

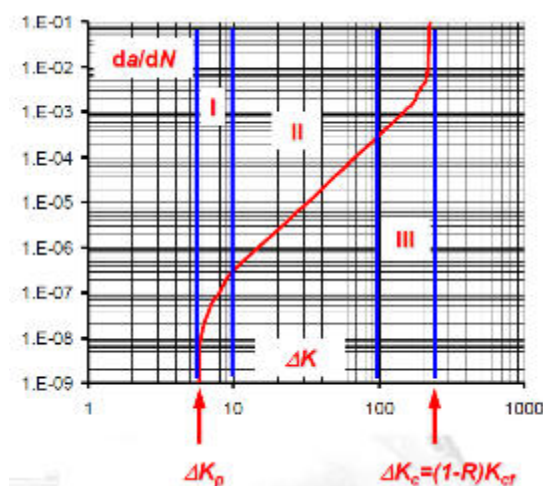
Kritéria lomové mechaniky jsou aplikovatelná pouze tehdy, když je velikost plastické zóny malá ve srovnání s délkou trhliny a s šířkou zbylého průřezu tělesa $W \cdot a$.



3.3.3 MATEMATICKÝ POPIS v - ΔK KŘIVKY

Před samotným modelováním v prostředí Abaqus/CAE je vhodné referovat o vztahu rychlosti šíření trhliny v závislosti na hodnotě cyklů, kterým je model vystaven.

Tyto závislosti jsou matematicky popsány důležitými vztahy. Zde jsou uvedeny jen základní z nich (26), (27), (28) a (29). Tyto vztahy popisují, jistě ne dokonale, červenou křivku uvedenou na obr. 10. Jde o grafické znázornění zmíněného vztahu v - ΔK .



obr. 10 - matematický popis křivek po třech "klasických", [12]

Lukášova-Klesnilova křivka

Křivka se rozděluje na tři charakteristické části. První část (I), která se nazývá oblast Lukášova-Klesnilova, je křivka popsána následujícím vztahem (26).

$$v = \frac{da}{dN} = A \cdot (\Delta K^m - \Delta K_p^m) \quad (26)$$

Parisova-Erdoganova křivka

Druhou (II) oblastí je oblast Parisova-Erdoganova. Jde o oblast stabilního šíření s lineární závislostí v log-log souřadnicích. Této vlastnosti se s výhodou využívá při určování konstant A a m . Tento vztah byl dále uvažován jako výchozí, pro veškeré početní operace při vypracování tohoto projektu. Dáno to bylo také tím, že byly dostupné hodnoty konstant, které byly naměřeny v COMTESu, při experimentálních zkouškách daného materiálu.

$$v = \frac{da}{dN} = A \cdot \Delta K^m \quad (27)$$



Formanova křivka

Konečnou fází křivky (III) je oblast Formanova vztahu (28). Tato oblast navazuje na Parisovu oblast zleva. Zprava je ukončena „křehkým lomem“.

$$v = \frac{da}{dN} = \frac{A \cdot \Delta K^m}{\Delta K_c - \Delta K} \quad (28)$$

NASA-GLAGRO

Konečně autor uvádí komplexní popis v - ΔK křivky, který je označován jako NASA-GLAGRO, je dán vztahem (29). Tento vztah je složitější než předchozí uvedené, ale je schopen popsat celou zmíněnou závislost od iniciace trhliny až do jejího křehkého lomu.

Vztah však obsahuje více materiálových parametrů, které je nutno pro každý materiál znát nebo určit. Právě toto určování není z praktických důvodů úplně snadné. Proto bylo od užití vztahu NASA-GLAGRO upuštěno. Je však nutno se o tomto popisu v - ΔK křivky zmínit.

$$v = \frac{da}{dN} = A^* \cdot \Delta K^m \frac{\left(1 - \frac{K_{th}^*}{\Delta K}\right)}{\left(1 - \frac{\Delta K}{K_c^*}\right)} \quad (29)$$

$$A^* = \frac{A}{(1 - R)^{(1-\gamma)m}} \quad (30)$$

$$K_{th}^* = K_{th}(1 - R)^{(1-\gamma)m} \quad (31)$$

$$K_c^* = K_c \quad (32)$$



3.4 HYPOTÉZY KUMULACE POŠKOZENÍ

Míra poškození lze popsat funkcí poškození D , která je obecně funkcí veličin, které jsou signifikantními ukazateli namáhání, prostředí, materiálových parametrů, ale hlavně amplitudy namáhání σ_a , délky únavové trhliny a a počtu cyklů N . Funkce má následující vlastnosti:

1. je bezrozměrná,
2. funkce je rostoucí nebo alespoň neklesající,
3. nabývá hodnot v intervalu $\langle 0,1 \rangle$
 - a. na počátku zatěžování má funkce vždy hodnotu $D = 0$,
 - b. při vzniku kritického poškození je právě $D = 1$.

3.4.1 ODVOZENÍ FUNKCE POŠKOZENÍ

Následující odvození osvětlí fyzikální význam funkce poškození. Odvození bude demonstrováno na známých vztazích pro Parisovu křivku (33), (27) a faktor intenzity napětí (34), (144). Vztahy jsou uvedeny pro těleso konečných rozměrů. Materiálové parametry a proměnné odpovídají vztahům uvedeným v kap. 3.3.3.

V blízkosti čela trhliny je rychlost šíření únavové trhliny popsána právě Parisovým vztahem (33). Ten zde je určující proměnná rozkmit faktoru intenzity napětí ΔK .

$$v = \frac{da}{dN} = A \cdot \Delta K^m \quad (33)$$

$$\Delta K = Y(a, W, L, \dots) \cdot \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (34)$$

Je uvažován rozkmit napětí $\Delta \sigma_i$ po n_i cyklech, pro přírůstek trhliny z původní délky a_{i-1} na délku a_i lze zapsat rovnici (35). Dále analogicky s rovnicí (35) platí rovnice (36), kde je uvažována počáteční mikrotrhlinka a_0 , která se po její rozšíření na kritickou délku a_c křehce dolomí. Vztah platí pro N_i do lomu.

$$\int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{da}{(\sqrt{a} \cdot Y)^m} = A_i \cdot (\Delta \sigma_i \cdot \sqrt{\pi})^m \cdot n_i \quad (35)$$

$$\int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{(\sqrt{a} \cdot Y)^m} = A_i \cdot (\Delta \sigma_i \cdot \sqrt{\pi})^m \cdot N_i \quad (36)$$



Rovnice (35) a (36) dané do poměru vyjadřují funkci životnosti (37) pro i -tou hladinou spektra zatěžování. Hodnotu funkce poškození (38) pro všechny hladiny, pro p hladin, spektra zatěžování získáme sumací přes všechna $i = 1, 2, 3 \dots p$.

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} = \frac{\int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{da}{(\sqrt{a} \cdot Y)^m}}{\int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{(\sqrt{a} \cdot Y)^m}} \quad (37)$$

$$D_c = \sum_{i=1}^p D_i = \sum_{i=1}^p \frac{n_i}{N_i} = \sum_{i=1}^p \frac{\int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{da}{(\sqrt{a} \cdot Y)^m}}{\int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{(\sqrt{a} \cdot Y)^m}} = 1 \quad (38)$$

tab. 2 – odvozená a další kumulační hypotézy a vyjádření únavového poškození, [9]

#	hypotéza	únavové poškození	Poznámka
1	Palmgren-Miner	$D_i^{p-M} = \frac{n_i}{N_i}$	$a_p = \frac{\frac{\sigma_{a,p}}{\sigma_c} \cdot \xi - \frac{\sigma_{a,\gamma}}{\sigma_c}}{\frac{\sigma_{a,p}}{\sigma_c} - \frac{\sigma_{a,\gamma}}{\sigma_c}}$ $\xi = \sum_{i=1}^p \frac{\sigma_{a,p}}{\sigma_c} \cdot \frac{n_i}{h_p}$
2	Serensen-Kogajev	$D_i^{s-K} = \frac{1}{a_p} \cdot \frac{n_i}{N_i}$	
3	Linhart-Jelínek	$D_i^{L-J} = \frac{n_i}{N_{i,p}}$	
4	Sedláček	$D_i^S = \frac{n_i}{N_i} \cdot \frac{R_m}{R_m - a_p}$	
5	Energetická hypotéza	$D_i^E = \frac{\Delta U}{U_c} \cdot n_i$	

3.5 ENERGETICKÉ PŘÍSTUPY

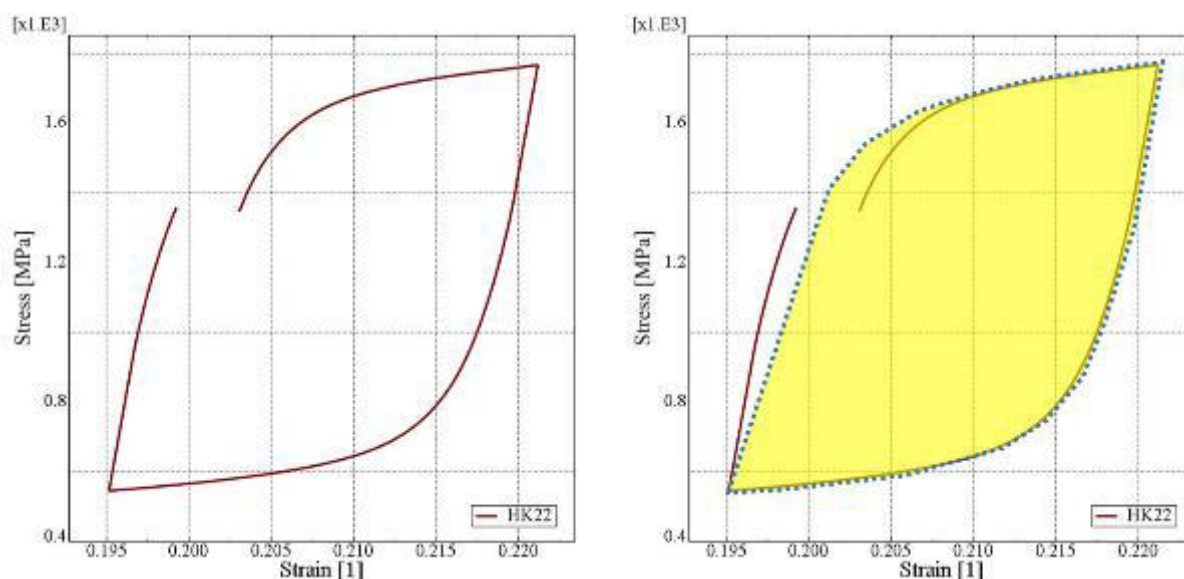
3.5.1 MĚRNÁ DISIPOVANÁ ENERGIE

Podle [2] je důsledkem plastické deformace při každém provedeném cyklu disipována plastická energie. Tuto disipovanou plastickou energii lze interpretovat jako stacionární cyklus, obsah uzavřené hysteretzní křivky, v rovině napětí σ – poměrná deformace ε . Integrací této plochy podle vztahu (39) lze získat hodnotu měrné disipované energie na objemu.



$$\lambda_{diss} = \int_t^{t+T} \dot{\varepsilon}_{ij} \sigma_{ij} d\tau \quad (39)$$

Ze vztahu je patrné, že je třeba integrovat postupně pro jednotlivé složky tenzoru napětí a deformace zvlášť. Na obr. 11 je ilustrována uvedená myšlenka integrace obsahu hysterezní křivky. Jak je vidět na obr. 11 vlevo, vykreslená hysterezní křivka často není dokonale uzavřená. Je to způsobeno charakterem úlohy nebo třeba numerickou nepřesností výpočtu. Tato situace se řeší nahrazením stávající integrace plochy za integraci podél křivky.



obr. 11 - ilustrace výpočtu obsahu plochy, která je uzavřena hysterezní křivkou, [autor]

3.5.2 KUMULACE DISIPAČNÍ ENERGIE

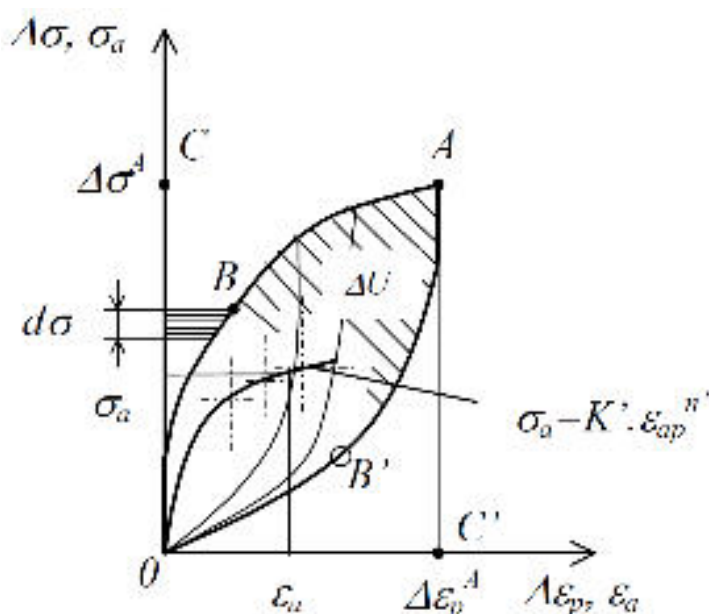
Na obr. 12 je vykreslená cyklická deformační křivka. Pro aproximaci přibližného tvaru navrhl Morrow vztah (41). Tento vztah ignoruje složku elastické deformace a tudíž platí až pro větší deformace, viz obr. 12.

$$\sigma_a = K' \varepsilon_{ap}^{n'} \quad (40)$$

Souvislost mezi cyklickou deformační křivkou a Mansonovou-Coffinovou křivkou, která je uvedena v kap. 3.2.2, je zřejmá ze způsobu jejich experimentálního měření. Obě křivky se měří při tvrdém zatěžování v tahu a tlaku. Mansonova-Coffinova křivka se měří do porušení, cyklická deformační křivka pak do saturace.



Nabízí se tedy, jak navrhuji někteří autoři, namísto ε_a požívat jako parametr zatěžování disipační energii Δw . Podle [2] pro jednoosou napjatost a tvrdé zatěžování jednoznačný převod závislosti $\varepsilon_a - N$ na závislost $\varepsilon_a - \Delta w$. Převod je vyjádřen vztahy (41) a (42). Na základě těchto vztahů je vyjádření amplitudy deformace ε_a na počtu cyklů a přírůstku disipační energie Δw ekvivalentní.



obr. 12 - ilustrace posunutých hysterezních křivek a cyklické deformační křivky podle Morrowa, [2]

$$\Delta w \doteq 4 \frac{1 - n'}{1 + n'} K' \varepsilon_{ap}^{1+n'} \quad (41)$$

$$N \doteq 4 \frac{1 - n'}{1 + n'} K' \varepsilon_f^c \varepsilon_{ap}^{c(1+n')} \quad (42)$$

Lze tedy ukázat, že měrná disipovaná energie λ_{diss} získaná integrací obsahu uzavřené hysterezní křivky na obr. 11 křivky přírůstku disipační energie vztažené na jeden cyklus zatížení, který odpovídá této hysterezní křivce, viz (43).

$$\Delta w = \lambda_{diss} \quad (43)$$



3.5.4 POUŽITÁ TEORIE KUMULACE POŠKOZENÍ

Autoři softwaru Abaqus/CAE/Standard uvádějí platnost vztahu (44). Autor diplomové práce by rád ukázal ekvivalentnost popisu šíření únavové trhliny energetickým kumulačním vztahem (45) a klasickým Parisovým vztahem (47). Při znalosti jednotlivých členů zmíněných rovnic je tato ekvivalence patrná na první pohled při přepsání kumulačního vztahu do tvaru (46). Ekvivalence těchto vztahů vychází z předpokladu, že pro plastickou oblast deformace si únavové veličiny N a Δw odpovídají.

$$\Delta D = \frac{\Delta N c_3 \Delta W^{c_4}}{L} < \Delta D_{tol} \quad (44)$$

$$\Delta D = \frac{\Delta N}{L} \cdot c_3 \cdot \Delta W^{c_4} \quad (45)$$

$$\Delta D \frac{L}{\Delta N} = c_3 \cdot \Delta W^{c_4} \quad (46)$$

$$v = \frac{da}{dN} = A \cdot \Delta K^m \quad (47)$$

Lze ukázat, že inverzní analogií k odvození Palmgrenovi-Minerovi funkce poškození (38), které je předvedeno v kap. 3.4.1 lze získat z energetické funkce poškození energetický růstový vztah aplikovatelný ve vztahu (48).

$$D_i^E = \frac{\Delta U}{U_c} \cdot n_i \quad (48)$$

Uvedené vztahy (44) až (47) jsou závislé na materiálových parametrech c_3 a c_4 . Bez jejich znalosti je vztah pro funkci porušení nepoužitelný. Jejich určení není triviální. Je třeba zajistit experimentálně získané hodnoty přírůstků zatěžovacích cyklů ΔN a také hodnoty přírůstků disipační energie Δw .

Ani po zajištění hodnot těchto veličin, není možné přímým výpočtem materiálové parametry jednoznačně určit. Byla by řešena jedna rovnice o dvou neznámých. Jedním ze způsobů jejich určení je rozšíření problému na určenou soustavu dvou rovnic o dvou neznámých. Toto řešení by však nebylo obecně aplikovatelné na naměřená data a MKP model. Autor se rozhodl problém řešit obecným rozšířením na soustavu n rovnic. Kde každá rovnice má jeden až m součtových členů. Soustava rovnic je schematicky rozepsána vztahy (49).



$$\begin{aligned}
 D_1 &= \Delta D_{11} \\
 D_2 &= \Delta D_{21} + D_{22} \\
 D_3 &= \Delta D_{31} + \Delta D_{32} + \Delta D_{33} \\
 D_{i-1} &= \Delta D_{i-1j-3} + \Delta D_{i-1j-2} + \Delta D_{i-1j-1} + \Delta D_{i-1j} \\
 D_i &= \Delta D_{ij-4} + \Delta D_{ij-3} + \Delta D_{ij-2} + \Delta D_{ij-1} + \Delta D_{ij}
 \end{aligned} \tag{49}$$

Jednotlivé součtové členy na levé straně jsou definovány právě jako kumulační vztah (45) implementovaný v prostředí Abaqus/CAE/Standard. Součtové členy lze po vhodném indexování, které odpovídá vytvořené soustavě rovnic, zapsat ve tvaru (50).

$$\Delta D_{ij} = \frac{\Delta N_i}{L} \cdot c_3 \cdot \Delta W_{ij}^{c_4} \tag{50}$$

Kde je

- ΔW_{ij} matice přírůstků disipačních energií Δw , které přísluší identifikátorům i, j ,
- i identifikátor časových vrstev, $i = 1, 2, 3 \dots n$,
- j identifikátor prostorového umístění, $j = 1, 2, 3 \dots m$.

Konečný počet identifikátorů n a m se sobě obecně může, ale také nemusí rovnat. Pro případ, kde se sobě hodnoty m a n rovnají, lze soustavu rovnic zapsat ve tvaru sum (51).

$$D = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m=i} \Delta D_{ij} \tag{51}$$

Pro určení materiálových parametrů c_3 a c_4 z takto rozšířeného problému na přeурčenu soustavu n rovnic se dvěma neznámými je potřeba identifikačních metod a platnosti rovnice (52), která může složit, jako kritérium, pro identifikační cílovou funkci.

$$D - 1 = 0 \tag{52}$$



4 NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ

V této kapitole bude ověřena a diskutována vhodnost použití dvou metodik numerického modelování šíření únavové trhliny.

Bude diskutována metodika v principu klasická, kde jsou uvažovány drobné modifikace v implementaci modelování geometrie trhliny metodou XFEM. Tato metodika pro výpočet rychlosti šíření únavové trhliny používá principů lomové mechaniky a faktoru intenzity napětí na čele trhliny, který je přepočítán z hodnot J-integrálu. J-integrál je vypočítáván v rámci MKP modelu. Tato metodika bude dále nazývána, i když nepříliš korektně, *metodikou XFEM*.

Dále bude diskutována metodika v sobě zahrnující teorii kumulace poškození a disipaci plastické energie, ke které dochází při cyklickém zatěžování materiálu. Analogickou funkci k J-integrálu zde mají přírůstky disipační energie. Pro zpevnění materiálu je zde použito metody *Direct Cyclic*. Tato metodika bude dále nazývána *metodika kumulační*.

V kapitole je taky řazeno několik odstavců o metodě XFEM, která je schopna v některých konkrétních případech zásadně snížit počet stupňů volnosti MKP modelu.

4.1 XFEM

Jednou z hlavních nevýhod modelování šíření trhliny klasickým MKP je nutnost přesíťování oblasti kolem čela trhliny při každém odšíření trhliny. Metoda XFEM toto přesíťování v jistém slova smyslu *nevyžaduje*. Metoda je schopna prostřednictvím zavedení nových stupňů volnosti definovat měnící se geometrii posupující únavové trhliny.

Modelování diskontinuit je zajištěno prostřednictvím funkcí obohacení a funkcemi metody *Level Set*. [13]

4.1.1 METODA LEVEL SET

Metoda *Level Set* je numerická metoda vhodná k popisu rozhraní. Metoda vytváří konturu ve 2D nebo ve 3D. Tyto kontury mapují funkce vyšší dimenze. Právě tyto dimenze se běžně označují jako *Level Set*.

Tato metoda se široce využívá pro její vhodné vlastnosti, jakou jsou topologické změny, štěpení a spojování kontury, které se řeší implicitně. *Level Set* funkce pro otevřené rozhraní můžeme zapsat jako (58).

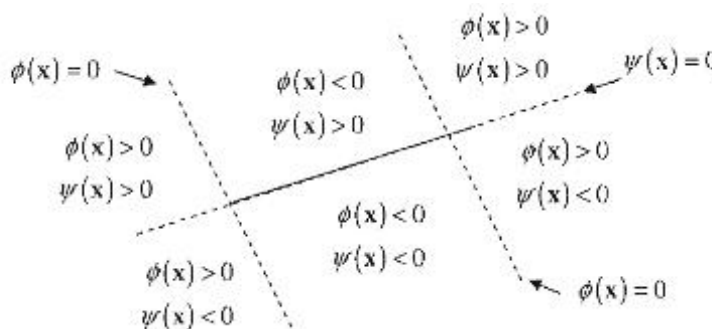
$$\Phi = (x, t), \Psi = (x, t) \quad (58)$$

Pokud bychom chtěli získat rozvíjející konturu nebo plochu, lze to udělat z nulové úrovně *Zero Level Set* podle vztahu (59)(59).



$$\Gamma = \{(x, y | \Phi(x, t) = 0, \Psi(x, t) = 0)\} \quad (59)$$

Rozhraní je dáno prostřednictvím funkcí $\Phi = (x, t)$ a $\Psi = (x, t)$. Rozhraní je průnikem těchto dvou funkcí, kde $\Phi(x, t) < 0, \Psi(x, t) = 0$. Tento matematický zápis je graficky zobrazen na obr. 15.



obr. 15 - grafické znázornění znaménkové vzdálenosti pro otevřené rozhraní, [13]

Pro potřebu aktualizace $\Psi(x, t)$, je nutné definovat dvě oblasti $\Omega^{update} = \Phi(x) > 0$ a $\Omega^{no\ update} = \Phi(x) \leq 0$, které se budou nebo nebudou aktualizovat.

Aktualizaci $\Psi(x)$ v i -tém bodu můžeme zapsat následujícím způsobem vztahem (60) a (61).

$$\Psi_i^{n+1} = \Psi_i^n, \quad \Psi \in \Omega^{no\ update} \quad (60)$$

$$\Psi_i^{n+1} = \pm \left| (x - x_i) \frac{F_y}{\|F\|} - (y - y_i) \frac{F_x}{\|F\|} \right|, \quad \Psi \in \Omega^{update} \quad (61)$$

Kde je

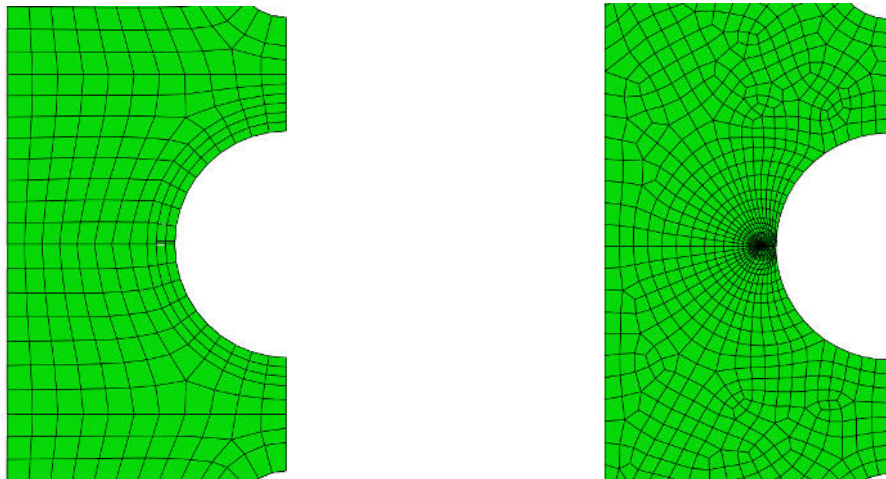
$F = (F_x, F_y)$ vektor posunutí čela trhliny,

Ψ_i^{n+1} znaménko je voleno tak aby odpovídalo grafickému umístění bodu na obr. 15 - grafické znázornění znaménkové vzdálenosti pro otevřené rozhraní, .

Další informace může čtenář nalézt v publikacích [13], [14].

4.1.2 XFEM v ABAQUS/CAE/STANDARD

Samotný výpočtový model XFEM se v prostředí Abaqus/CAE tvoří podobně jako model klasického MKP. Rozdíl pro uživatele není nijak markantní. Rozdílná jsou nastavení jiných typů výpočtu v modulu *Interaction* a dále pak zjednodušení tvorby sítě v oblasti trhliny, tj. není drobných *konturových* elementů. Hlavním rozdílem je definice samotné trhliny namísto její faktické tvorby.



obr. 16 - rozdíl mezi konečně prvkovou sítí tělesa s trhlinou modelovanou metodou XFEM (vlevo) a klasickým MKP (vpravo), [autor]

POPIS:	*.odb soubory vztahující se k obr. 16
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\projekt\models\JOB_F0_XFEM_KIN_CHA1.odb \\appendix\projekt\models\JOB_F0_FEM_KIN_CHA1.odb

Moving Crack

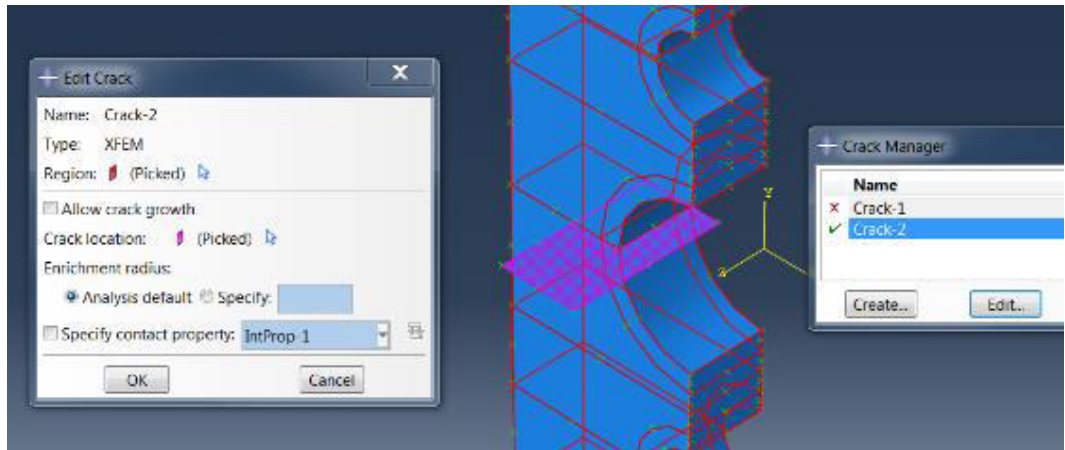
XFEM je v Abaqus/CAE/Standard implementovaným ve dvou variantách. První *Moving Crack*, která je defaultně nastavena umožňuje šíření trhliny na základě jednoho z několika možných kritérií. Trhlina se tedy po zatížení sama šíří rychlostí, která odpovídá volenému kritériu šíření. Tato metoda ale neumožňuje výpočet konturových veličin na čele trhliny.

Následuje výčet kritérií, která definují šíření únavové trhliny: *Maximum principal stress (MAXPS)*, *Maximum principal strain (MAXPE)*, *Maximum nominal stress (MAXS)*, *Maximum nominal strain (MAXE)*, *Quadratic nominal stress (QUADS)*, *Quadratic nominal strain (QUADE)*.

Stationary Crack

Metoda *Stationary Crack* je opakem metody *Moving Crack*, neumožňuje šíření trhliny, jako to bylo v předchozím případě, ale je zde možno vypočítat konturové veličiny jako je třeba J-integrál. Jde o plnohodnotnou náhradu modelu klasického MKP vytvořenou trhlinou.

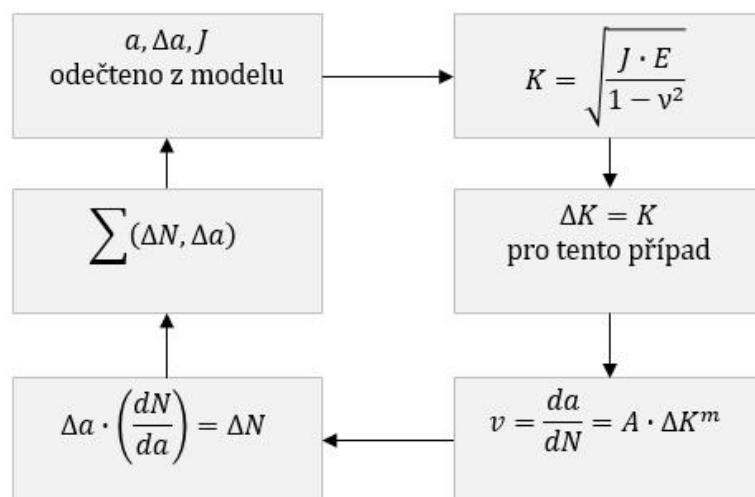
Definování výpočetní metody v prostředí Abaqus/CAE je vyobrazeno na obr. 17. Geometrie trhliny je zadána jako průnik červeně rámovaného *3D Solidu* tělesa vzorku a fialově zbarveného *3D Shellu*, jehož vnořená část má tvar uvažované trhliny.



obr. 17 - definování geometrie trhliny ve zkušebním vzorku, modelování v prostředí Abaqus/CAE, [autor]

4.2 METODY ZALOŽENÉ NA VYUŽITÍ HODNOT J-INTEGRÁLU

Výpočet rychlosti šíření čela únavové trhliny na základě znalosti hodnot J-integrálu vlastně není nic jiného než výpočet šíření únavové trhliny na základě faktoru intenzity napětí K , kde je právě tento faktor intenzity K napětí připočitatelný z hodnot J-integrálu. Při vhodné algoritmizaci je možné modelovat šíření únavové trhliny v prostoru i čase. Na obr. 18 je zobrazeno schéma metodiky založené na znalosti hodnot J-integrálu na čele trhliny.



obr. 18 - schéma zpětného dopočtu přírůstků cyklů ΣN k velikosti únavové trhliny a



4.2.1 ALGORITMUS METODIKY ZALOŽENÉ NA J-INTEGRÁLU

Metodika založená na J-integrálu a na lineární lomové mechanice je dnes jedním z nejpoužívanějších způsobů modelování šíření únavové trhliny.

Pro model s vymodelovanou trhlinou metodou XFEM, ale i klasickým MKP, je algoritmus modelování šíření únavové trhliny následující:

1. Odečtení hodnot J-integrálu na čele trhliny zatíženého modelu. Tyto hodnoty J-integrálu odpovídají aktuálně definované délce trhliny.
2. Přepočítání hodnot J-integrálu na hodnoty faktoru intenzity napětí K podle známých empirických vztahů. Obecně je třeba uvažovat faktor intenzity napětí pro všechny módy namáhání.
3. Výpočet rychlosti šíření trhliny z Parisova vztahu $\frac{dN}{da}$.
4. Výpočet přírůstku cyklů ΔN , který odpovídá aktuálnímu přírůstku délky únavové trhliny Δa .
5. Sečtení všech přírůstků cyklů ΔN a přírůstků délek Δa .

Tento algoritmus se opakuje, až do chvíle, kdy je odšířena celá délka trhliny. Přesnost metodiky je závislá na počtu *iteračních kroků*, tj. na počtu přírůstků délky trhliny Δa , na které je celý interval $(0, a)$ délky trhliny rozdělen.

4.2.2 MOŽNOSTI POUŽITÍ METODIKY ZALOŽENÉ NA J-INTEGRÁLU

J-integrál již z definice nelze spolehlivě aplikovat „kolem“ trhliny, kterou modelujeme za použití materiálu elastoplastického, který je v celém svém průřezu namáhán nad mezí kluzu, tj. k deformaci v plastické oblasti deformace.

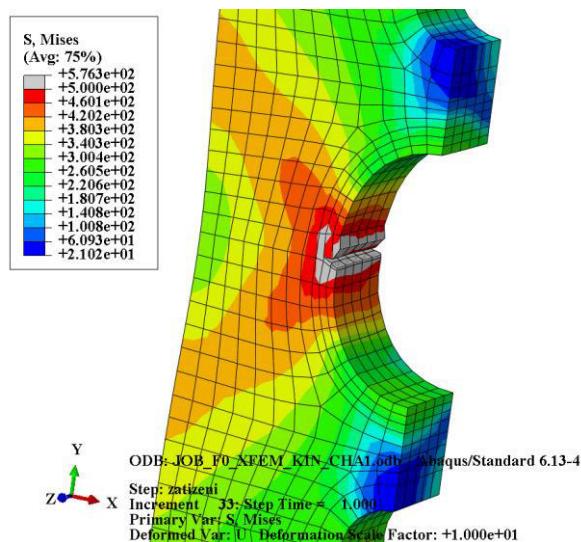
J-integrál je definován tak, aby podobně jako jiné konturové integrály, prováděl podél křivky, kontury, která *obchází* veškeré diskontinuity. Takovou diskontinuitou samozřejmě je kromě únavové trhliny také zplastizovaná oblast namáhaného materiálu v okolí trhánytrhliny. Pokud je tato oblast plasticity na čele trhliny malá, J-integrál poskytuje dobré výsledky.

Problém nastává, pokud je plastická oblast na čele trhliny *velká*, nebo pokud je zplastizovaný celý zbývající průřez materiálu. V tomto případě nelze zplastizovanou oblast *obejít*. Kontura J-integrálu, podél které probíhá výpočet, tedy musí nutně procházet zplastizovanou oblastí, kde ovšem neplatí základní principy lineární lomové mechaniky, pro které je J-integrál odvozen.

Definice J-integrálu tedy vylučuje možnost jeho užití při modelování šíření únavové trhliny v kompletně zplastizovaném materiálu a to jak pro variantu, kdy je trhlina modelována metodou XFEM, ale také klasickým MKP.



V rámci svého magisterského studia autor o tomto tématu zpracoval technickou zprávu v rámci předmětu Projekt III, která vlastnosti a možnosti použití J-integrálu diskutuje. Zpráva je přiložena v elektronické příloze této diplomové práce.



obr. 19 – ilustrativní fotka rozevření trhliny modelované metodou XFEM, [autor]

POPIS:	zpráva a datové soubory o modelování prostřednictvím J-integrálu
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\projekt\PROIII_REV2_02.xls \\appendix\projekt\PROIII_REV2_02.pdf

4.2.3 TESTOVÁNÍ VLASTNOSTI J-INTEGRÁLU

Pro dokázání tvrzení o nezpůsobivosti modelování únavových trhlin v plastické oblasti namáhání prostřednictvím lomové mechaniky implementované do prostředí Abaqus/CAE/Standard autor modeloval mnoho MKP simulací, které toto tvrzení opírající se o spor s definicí J-integrálu potvrzují.

K potvrzení faktu, že lomovou mechaniku, J-integrál a metodu XFEM nelze použít při modelování šíření trhliny v materiálu, který je elastoplastický, v oblasti plastické deformace autor využil srovnání hodnot J-integrálů pro jednotlivé kontury kolem čela únavové trhliny.

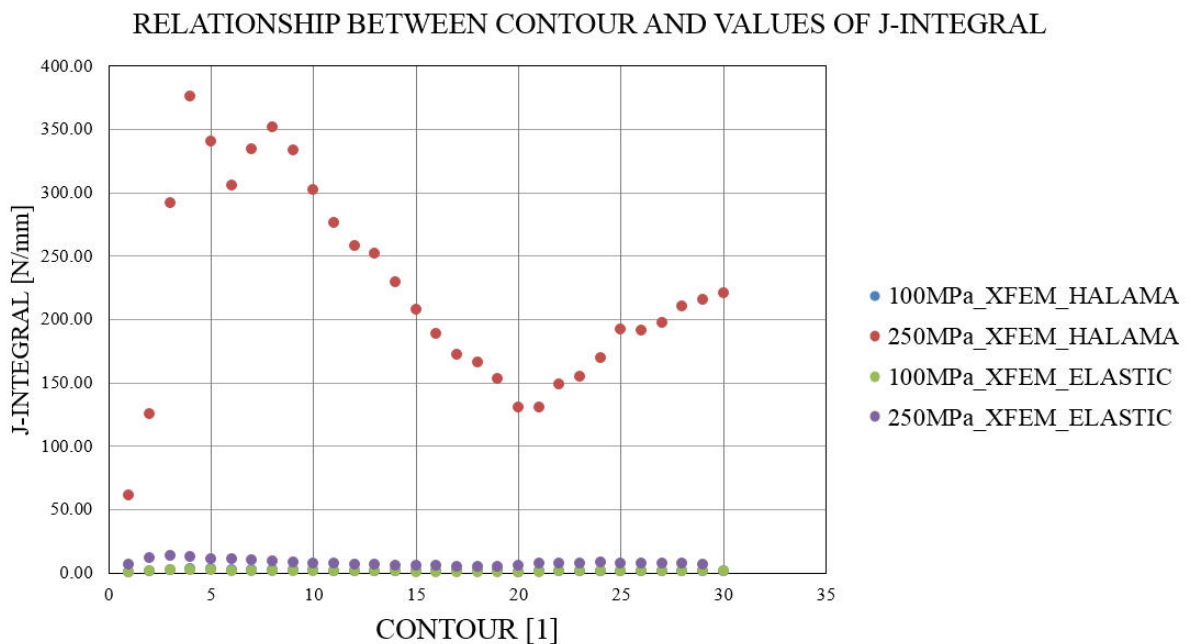
Na základě zkušenosti s modelováním únavové trhliny v rámci magisterského studia, autor vytvořil model, kde pro definici únavové trhliny použil metody XFEM. V modelu je uvažován dvojitý materiál - elastický a elastoplastický. Jako elastoplastický testovací materiálový model byl použit materiálový model s označením *MATE_O8CH18N10T_halama_chaboche_20*, který byl popsán v kap. 3.1. Jako elastický model byla použita elastická část tohoto modelu. Každý materiál byl uvažován s dvojitými okrajovými podmínkami. Těmi bylo dvojí rozdílné zatížení.



První $\sigma_y^e = 100 \text{ MPa}$ v tahu ve směru Y ($\sigma_y^e = 400 \text{ MPa}$ na celé zkušební těleso) modeluje situaci namáhání v elastické oblasti. Druhé $\sigma_y^p = 250 \text{ MPa}$ v tahu ve směru Y $\sigma_y^p = 1000 \text{ MPa}$ na celé zkušební těleso modeluje situaci namáhání v oblasti plastické. Hodnoty zatížení byly voleny tak aby v oblasti s trhlinou namáhali zaručeně *elasticky* pro σ_y^e a zaručeně *plasticky* pro σ_y^p .

Na obr. 20 je vykreslen graf závislosti hodnoty J-integrálu na n -té kontuře. Obecně platí, že hodnoty J-integrálu by se měly přibližně po prvních deseti konturách stabilizovat na jedné hladině. Na obr. 20 lze pozorovat, že hodnoty J-integrálu pro elastický materiál a pro elastoplastický materiál namáhaný v elastické oblasti toto splňují. Elastoplastický materiál namáhaný v plastické zóně žádné projevy stabilizace k jedné hladině nejeví.

Ze zprávy s pojmenováním *Zkoušky rychlosti šíření únavové trhliny materiálu O8Ch18N10T*, [15] je obecně známo, že hodnoty J-integrálu pro materiál *MATE_O8CH18N10T_halama_chaboche_20* použitý k tomuto testování, pro délku trhliny $a = 0.5 \text{ mm}$, uvedené kinematické a silové okrajové podmínky je řádově menší.



obr. 20 - hodnoty J-integrálu v závislosti na vzdálenosti kontury od čela trhliny



4.3 PROCEDURA DIRECT CYCLIC

4.3.1 MOTIVACE

Hodnoty přírůstků disipační energie ΔW_{ij} jsou závislé na historii zatěžování, přesněji na zpevnění materiálu, které nastává v důsledku proměnného namáhání. Problematika zpevnění materiálu a materiálových modelů byla referována v kap. 3.1.

Hodnoty přírůstků deformační energie ΔW_{ij} jsou tedy uvažované pro saturovaný materiál resp. saturovanou hysterezní křivku funkce $\sigma = f(\varepsilon)$ v rovině napětí $\sigma - \varepsilon$ poměrná deformace. Saturovaným materiálem se rozumí takový materiál, který během historie svého zatěžování měnil své materiálové parametry, až na jednu konkrétní ustálenou hladinu, ve které nadále setrvává bez ohledu na dalším namáhání, např. mez kluzu σ_0 . Saturovanou hysterezní křivkou se rozumí taková hysterezní křivka podle obr. 2 nebo obr. 21, která se během předchozího proměnného zatěžování materiálu pohybovala v rovině napětí $\sigma - \varepsilon$ poměrná deformace ε nebo měnila svůj tvar, avšak při budoucím proměnném zatěžování tyto jevy již vykazovat nebude. Saturace hysterezní křivky je ilustrována spodních třech grafech na obr. 21.

4.3.2 MATEMATICKÝ POPIS METODY

Z toho vyplývá, že pro získání hodnot přírůstků disipační energie ΔW_{ij} je nejprve třeba zajistit zpevnění materiálu. Toto lze provést několika způsoby. Jedním z nich třeba je zavést proměnné namáhání do MKP modelu a provést velký počet cyklů se zatížením $L(\tau)$, které bude simulovat reálné proměnné namáhání. Symbol $L(\tau)$ je chápán jako proměnné silové nebo kinematické okrajové podmínky. Tento způsob je ale časově náročný na výpočet. V podstatě jde o provedení mnoha statických výpočtů v řadě za sebou, kdy každý z výpočtů zavádí jinou hladinu namáhání.

Předpokládá se $L(\tau)$ ve tvaru (62), dokud se odezva materiálu neustálí. Pro tento předpoklad je hledaným výsledkem průběh posuvů $u^i(\tau)$, napětí $\sigma^j(\tau)$, a deformace $\varepsilon^j(\tau)$.

$$L(\tau) = L(\tau + cT) \quad (62)$$

Tento postup vyžaduje rozdělit každý cyklus na desítky či stovky inkrementů a ro každý z inkrementů iterovat rovnováhu danou rovnicí (63).

$$K_{mi} \cdot u^i(\tau) = u^m \quad (63)$$

Náročnost výpočtu je dána faktorizací tečné matice odezvy pro každou jednotlivou iteraci. Náročnost faktorizace roste s druhou až třetí mocninou v závislosti na počtu aktivních stupňů volnosti.



Naproti tomu procedura *Direct Cyclic* řeší přibližně saturovanou odezvu materiálu při zatěžování materiálu v oblasti plastických deformací. Za tímto účelem je použité vyjádření časového průběhu saturovaného pole posunutí prostřednictvím rozvoje v konečnou *Fourierovu řadu*, viz (64).

$$u^i(\tau) = U_0^i + \sum_{k=i}^n U_k^{ci} \cdot \cos\left(\frac{k\pi\tau}{T}\right) + \sum_{k=i}^n U_k^{si} \cdot \sin\left(\frac{k\pi\tau}{T}\right) \quad (64)$$

Podobným způsobem lze rozvinout i zatížení, viz (65).

$$K_{mi} \cdot u^i(\tau) = u^m \quad (65)$$

Kde je

i	identifikátor složky posuvu,
j	identifikátor integračního bodu,
τ	výpočtový čas, daný posloupností hodnot v jednotlivých inkrementech, výpočtového času τ_p , $p = 1, 2, 3 \dots N$.

Jelikož je rovnice rovnováhy lineární, lze posuny zapsat ve tvarech (66).

$$K_{mi} \cdot U_0^i = L_0^m, \quad K_{mi} \cdot U_0^{ci} = L_0^{cm}, \quad K_{mi} \cdot U_0^{si} = L_0^{sm} \quad (66)$$

Při výpočtu procedurou *Direct Cyclic* se faktorizace tečné matice odezvy provede jen jednou pro celou periodu T . Pro přibližné vyjádření průběhů posuvů v posloupnosti τ_p , $p = 1, 2, 3 \dots N$ se vyjádří průběhy deformace $\varepsilon^j(\tau_p)$. Napětí $\sigma^j(\tau_p)$ se vyjádří analogicky ale z fenomenologického Chabocheho materiálového modelu, který se zda musí integrovat. Konečně se v MKP modlu standardním způsobem sestaví posloupnost nevyvážených uzlových sil $\sigma^i(\tau_p)$.

Je tedy zřejmá jasná výhoda použití procedury *Direct Cyclic* v kombinaci s určitými materiálovými modely zpevnění.



4.3.3 VOLBA POČTU ITERACÍ PROCEDURY DIRECT CYCLIC

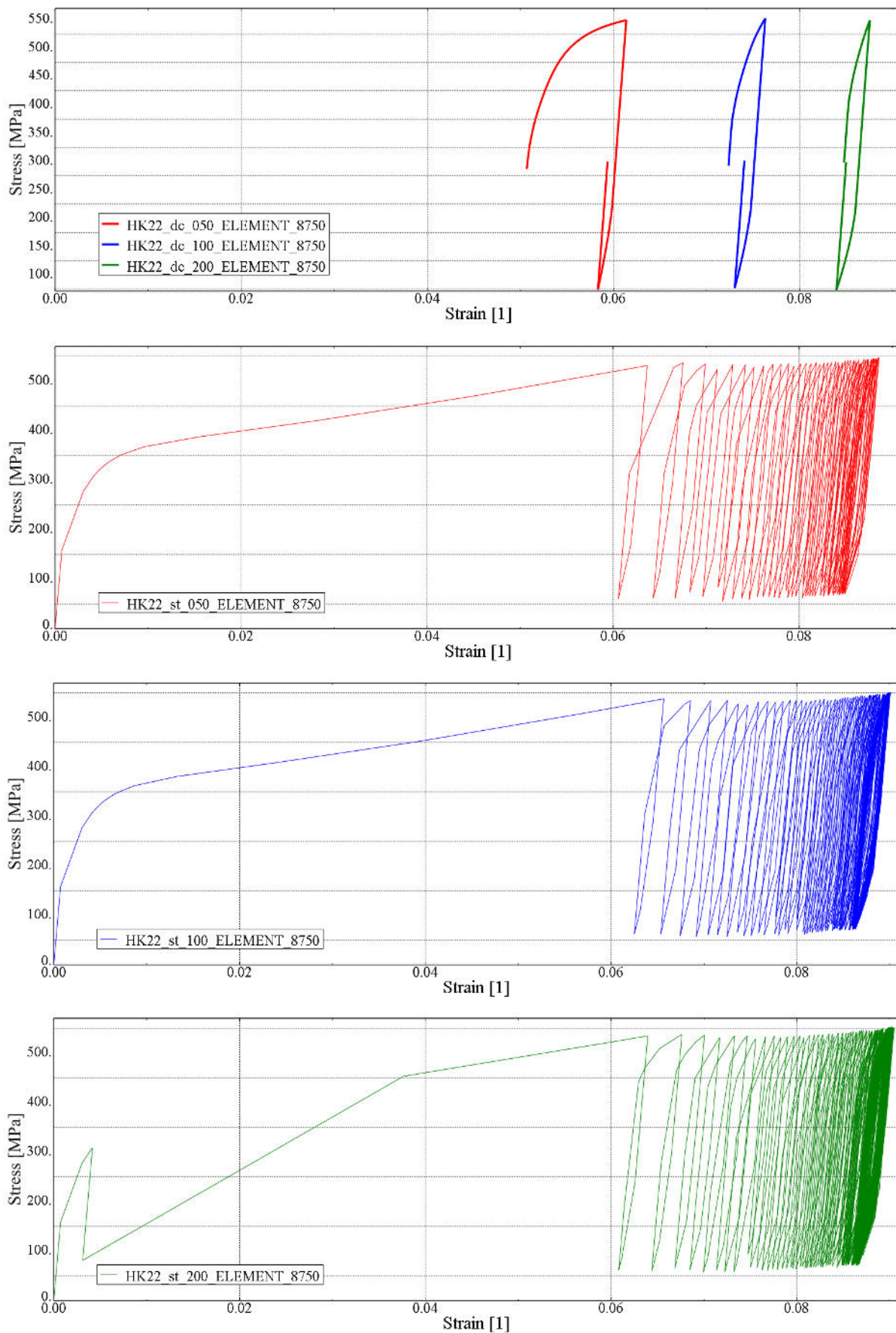
Použitý Chabocheho materiálový model vykazuje *ratcheting*. Hysterezní křivka se nikdy zcela nesaturuje a neustálí ani po velkém počtu cyklů.

Míra ustálení saturace hysterezní křivky má přímý vliv na disipovanou energii, která se získá z integrace podél hysterezní křivky. Je tedy třeba nalézt takový saturovaný stav materiálu, který reprezentuje dostatečně přesně realitu, a zároveň je vypočtení takového saturovaného stavu materiálu přijatelné z hlediska výpočetního času.

Na trojici grafů na obr. 21 sledujeme závislost složky napětí σ_y na složce poměrné deformace ϵ_y . Tyto složky odpovídají módu I namáhání. Závislost těchto dvou veličin vytváří hysterezní křivky, které jsou signifikantním ukazatelem zpevnění. Pro proceduru *Direct Cyclic* je uveden první graf s vykresleným jedním cyklem, jednotnou hysterezní křivku, pro tři hladiny namáhání. Do dalších grafů byly vykresleny jednotlivé hladiny namáhání zvlášť, aby byla zlepšena přehlednost grafů. Toto zpevnění je zde vykresleno od začátku zatěžování přes všechny provedené cykli až do konce.

POPIS:	zpráva a datové soubory o modelování prostřednictvím J-integrálu
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\hctestng*.m \\appendix\hctestng*.inp

POPIS:	soubory použité pro tvorbu závislosti na obr. 22
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\dctestng\sum\print*.m \\appendix\dctestng\sum\print*.txt \\appendix\dctestng\sum\models*.inp



obr. 21 - porovnání zpevnění materiálu jednotlivými metodami, [16]



Při výpočtu saturovaného stavu metodou *Direct Cyclic* závisí míra saturace zejména na počtu iteračních kroků, kterými se zajišťuje přiblížení k přesnému řešení Fourierovy řady. Čím větší počet iterací, tím lepší přesnosti metoda dosahuje. Rozdíly v ustálení řešení a přimknutí k jedné nominální hodnotě bez znalosti možné chyby jsou nepřijatelné.

Autor proto vypočítal mnoho stejných MKP modelů, avšak s jiným počtem iteračních kroků v jenom stepu. Analyzoval výsledky těchto jednotlivých modelů pro získání nadhledu, z nich vyvodil závěry, které dále popsal.

Autor vygeneroval matice přírůstků disipačních energií ΔW pro jednotlivé hodnoty iteračních kroků v jednotlivých modelech. Postup získání matice ΔW a jejích hodnot je referován v kap. 8. V této kap. se spokojme s tvrzením, že matice přírůstků disipované energie ΔW dopovídá měrné dopisované energii na jednotku objemu λ_{diss} , resp. $\Delta W \sim \lambda_{diss}$. Dále autor provedl sumaci $\Delta \tilde{w}$ všech koeficientů ΔW_{ij} matice ΔW podle obou indexů i a j , viz (67) a (68).

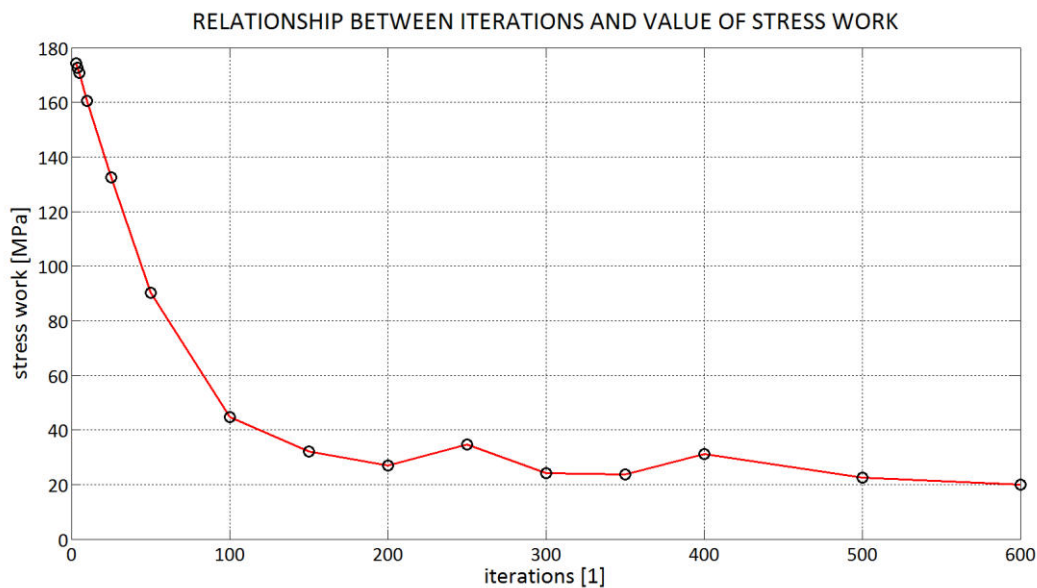
Hodnoty jednotlivých $\Delta \tilde{w}$ jsou vyneseny do grafu na obr. 22, zde je vynesena závislost hodnoty disipační energie na počtu iteračních kroků, které byly potřeba k jejich vypočtení. Hodnoty iteračních kroků a k nim příslušících hodnot Δw a datových souborů uvádí tab. 3.

$$\Delta W = \begin{bmatrix} \Delta W_{11} & \Delta W_{12} & \cdots & \Delta W_{1n} \\ \Delta W_{21} & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \Delta W_{m-1n} \\ \Delta W_{31} & \cdots & \Delta W_{mn-1} & \Delta W_{mn} \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$\Delta \tilde{w} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \Delta W_{ij} \quad (68)$$

Autor vyhodnotil jako nejlepší varianty poměru počtu iteračních kroků a výpočtového času # 10 až #13, tj. 200 až 350 iteračních kroků. Z grafu na obr. 22 je patrné, že při volbě většího počtu iteračních kroků by byla přesnost výpočtu lepší, avšak již nerentabilní.

Na svislé ose grafu označené jako *stress work* jsou vyneseny hodnoty sumace $\Delta \tilde{w}$ matice ΔW . Na vodorovné ose jsou vyneseny počty příslušných iterací potřebných pro dosažení příslušné hodnoty sumace $\Delta \tilde{w}$.



obr. 22 - graf závislosti plastické energie na počtu iterací, [autor]

tab. 3 - přehled vypočtených modelů

#	počet iterací i	Δw	*.txt	*.inp
1	3	174.2430	w_python_003	JOB17_w003
2	4	172.5970	w_python_004	JOB17_w004
3	5	170.7750	w_python_005	JOB17_w005
4	10	160.6140	w_python_010	JOB17_w010
5	25	132.5790	w_python_025	JOB17_w025
6	40	90.1730	w_python_040	JOB17_w040
7	50	44.6920	w_python_050	JOB17_w050
8	100	32.0660	w_python_100	JOB17_w100
9	150	27.0380	w_python_150	JOB17_w150
10	200	34.5610	w_python_200	JOB17_w200
11	250	34.5610	w_python_250	JOB17_w250
12	300	24.1760	w_python_300	JOB17_w300
13	350	23.6380	w_python_350	JOB17_w350
14	400	31.1880	w_python_400	JOB17_w400
15	500	22.5750	w_python_500	JOB17_w500
16	600	19.8740	w_python_600	JOB17_w600



5 NOVÁ METODIKA PREDIKCE ÚNAVOVÉ TRHLINY

5.1 MOTIVACE

Po analýze problematiky a diskusích v předchozích kapitolách autor v této kapitole popíše novou metodiku predikce šíření únavové trhliny v materiálu. Vzhledem k nepoužitelnosti lineární lomové mechaniky bude metodika založena na disipaci plastické energie v materiálu. Autor nejprve v podkapitole 5.2 vysvětluje principy nové metodiky. Dále zde vysvětlí jednotlivé návaznosti a postupy, které se zde vyskytují.

Následně autor v podkapitolách 6 až 9.1 podrobně popíše a vysvětlí jednotlivé moduly, skripty a funkce, které jsou pro realizaci této nové metodiky potřeba. Jednotlivé moduly, skripty nebo funkce budou vysvětleny chronologicky za sebou, jako kdybychom je reálně používali.

Třetí částí kapitoly je podkapitola o testování. Zde čtenáři autor vysvětlí, jakým způsobem se ověřilo, že identifikační algoritmus pracuje správně a s dostatečnou přesností. Bude zde popsán i způsob jakým se ověřuje použitelnost vstupních dat při každé nové identifikaci.

Kapitola pokračuje samotnou identifikací pro jeden konkrétní případ identifikace parametrů iniciačního a růstového vztahu pro konkrétní zatěžovací hladinu 400 MPa u materiálu *O8CH18NIOT*.

5.2 PRINCIP NOVÉ METODIKY

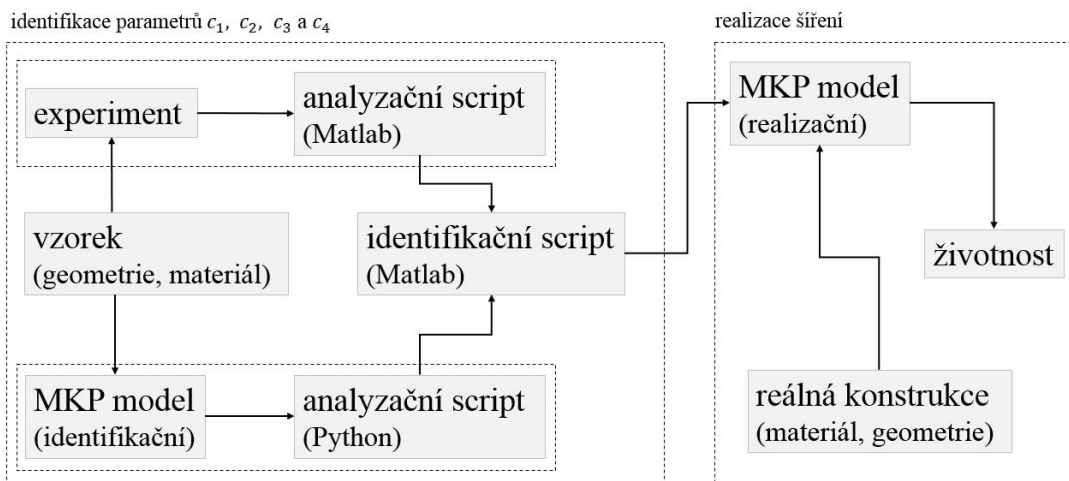
Jak již bylo naznačeno, nová metodika predikce únavové trhliny se skládá z několika základních částí, sekcí nebo modulů. Pro lepší orientaci je uveden obr. 23obr. 23.

U této metodiky jde v principu o to, abychom byli schopni na známé reálné geometrii modelovat iniciaci a šíření únavové trhliny a to pouze se znalostí možného nominálního zatěžování reálné konstrukce a se znalostí laboratorních testů na vzorcích stejného materiálu, avšak jiné geometrie a části i jiných hladin zatěžování. Tyto a jiné požadavky autora vedly k následujícím principům metodiky, kterou lze dále rozdělit na dvě hlavní části.

První částí je část identifikační. Zde autor identifikuje parametry iniciačního a růstového vztahu c_1 , c_2 , c_3 a c_4 , které následně lze použít v druhé části metodiky.

V druhé části metodiky jsou tyto parametry užity v „realizačním“ MKP modelu, kde se simuluje šíření únavové trhliny na reálné konstrukci. Je vhodné poznamenat, že druhá část metodiky již není předmětem diplomové práce. I z tohoto důvodu bude druhá část metodiky popsána stručněji.

Budeme se teď zabývat tím, jak pro určitý materiál identifikovat potřebné parametry c_1 , c_2 , c_3 a c_4 . Metodika jako taková má dva vstupy.



obr. 23 - schéma nové metodiky predikce šíření únavové trhliny, [autor]

Experimentálně naměřená data na zkušebním vzorku jsou prvním vstupem. Konkrétně jde o závislost délky trhliny na počtu cyklů tj. $a - N$, respektive závislost přírůstků délky trhliny na přírůstcích cyklů tj. $\Delta a - \Delta N$.

Druhým vstupem metodiky je „identifikační“ MKP model. Jde o model, u kterého je podstatné, aby byl stejné geometrie a materiálových parametrů, které odpovídajících realitě laboratorního vzorku. Zde může nastat problém s volbou vhodného materiálového modelu zpevnění.

Po zajištění MKP modelu a experimentálního měření je třeba vstupní data zpracovat do použitelné podoby. Vzhledem k tomu, že jde o tak velké množství dat, která z důvodu objemnosti musejí být zpracována strojově, bylo třeba vytvořit dva analyzační skripty, které většinu práce udělají za uživatele. Tyto skripty zpracovávají textové soubory s desetitisícem řádků.

Script pro zpracování experimentálních dat naměřených v laboratořích COMTES FHT a.s., vybírá a kompletuje složky posunutí pro jednotlivé body DIC, které byly naměřeny v laboratoři. Z těchto složek je script schopen určit růst trhliny ve vzorku.

Script pro MKP vstup má úlohu automaticky odečíst a integrovat hysterezní křivky pro jednotlivé elementy trhliny a určit tak jednotlivé složky matice přírůstků disipačních energií ΔW .

Vstupy upravené analyzačními skripty jsou předány ke zpracování identifikačnímu algoritmu. Ten na jejich základě prostřednictvím kompozitní vícekriteriální funkce a metody nejmenších čtverců identifikuje nejvhodnější kombinaci dvou uspořádaných dvojic pro iniciaci tj. $[c_1, c_2]$ a šíření tj. $[c_3, c_4]$ únavové trhliny. Následuje druhá část metodiky, kde jde hlavně o to, jak správně užít identifikované parametry c_1, c_2, c_3 a c_4 .

Jde tedy o MKP „realizační“ model, který by měl věrně simulovat reálnou konstrukci, vhodně navržené zjednodušení geometrie a další charakteristické vstupy modelu. Materiálový model by měl být totožný s tím, který byl užít v MKP „identifikačním“ modelu.

Konečným výstupem celé metodiky je posouzení životnosti konstrukce na základě MKP realizačního modelu predikce únavové trhliny.



6 EXPERIMENT

Jako jeden vstup nové metodiky šíření únavové trhliny je třeba zajistit závislosti přírůstků délky trhliny na přírůstku počtu cyklů. Ty je možné získat z experimentálně zjištěné závislosti délky trhliny na počtu cyklů.

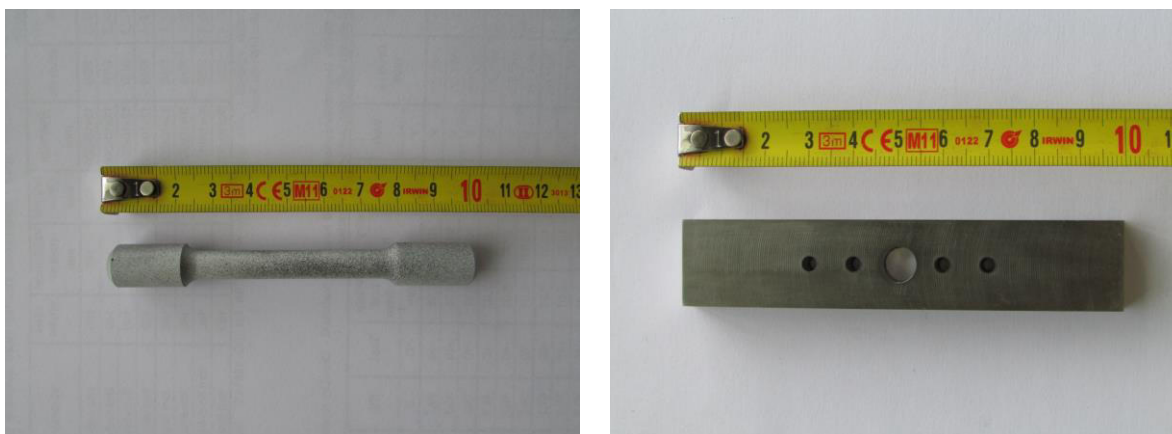
Za tímto účelem byly společností Škoda JS a.s. objednány destrukční experimentální zkoušky materiálu ve společnosti COMTES FHT a.s. Autor byl přítomen při laboratorních pracích a mohl se na nich aktivně podílet. Práce v sídle zkušební a výzkumné instituce trvaly čtyři dny.

V halových laboratořích na zkušebně bylo provedeno přetržení tří vzorků pro stanovení statického tahového diagramu a dalších devíti vzorků pro stanovení potřebné závislosti délky trhliny na počtu cyklů.

Jak klasická tahová zkouška, tak zkoušky s cyklickým zatěžováním byly prováděny na univerzálním hydraulickém zkušebním stroji *MTS 810 Material Test System* při pokojové teplotě.

U obou zkoušek byly posunutí, deformace a proměnná amplituda namáhání snímány totožně několika prostředky zároveň.

1. Extenzometrem připevněným přímo na vzorku bylo snímáno vzájemné relativní posunutí dvou bodů, ke kterým se extenzometr upevnil.
2. Zkušební stroj snímal posunutí čelistí pístů, kde byly uchyceny vzorky.
3. Zkušební stroj snímal sílu, kterou čelisti vyvíjely při provádění zkoušky.
4. Těleso bylo snímáno kamerou, která zajišťovala přenos obrazu od PC pro DIC analýzu systémem ARAMIS.



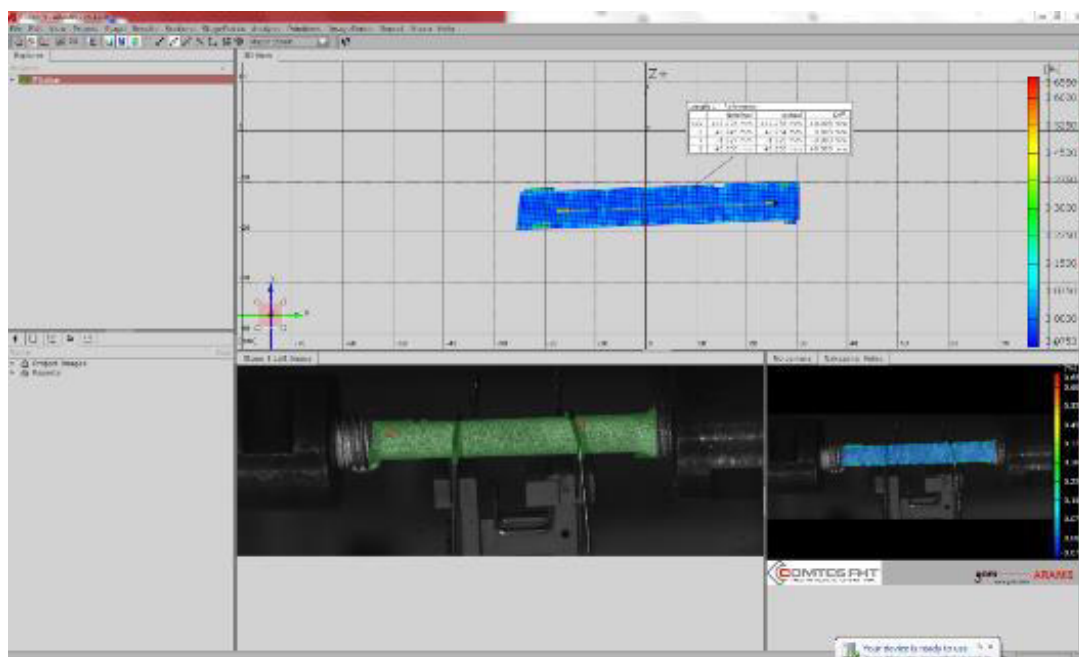
obr. 24 - fotografie zkušebních těles, vlevo pro tahovou zkoušku, vpravo pro cyklické zatěžování,
[autor]



6.1 DIC METODA

Pro obraznou představu a rychlého pochopení DIC metody je zařazen článek převzatý z [17]:

„...Digitální obrazová korelace (Digital Image Correlation, DIC) je moderní metodou měření pole deformací. Je založena na optickém sledování změn v obrazovém záznamu při mechanické zkoušce. Na zkoušený vzorek je nanesen vzor (většinou náhodný), který je snímán jednou (2D) nebo více (3D) kamerami. DIC software pak sleduje změny vzoru v jednotlivých obrazech záznamu vůči referenčnímu obrazu. Touto metodou je možné velmi přesně měřit deformace a posuvy jak na celém vzorku, tak lokálně v jednotlivých oblastech...“



obr. 25 - foto pracovního prostředí systému ARAMIS, [autor]

Následuje citace [17]: „...Systém ARAMIS sleduje různě šedé pixely náhodného vzoru, který je nastříkán na zkoušeném vzorku. Po sobě jdoucí obrazy jsou porovnány a je detekován posun vybraného bodu. Protože nalézt jediný bod je velmi obtížné, je místo toho sledována oblast několika bodů (v ARAMISu nazývána fasetou). Každá faseta má unikátní rozdělení úrovní šedé (tj. světlé a tmavé pixely o různé světelné intenzitě). Za předpokladu, že se úroveň šedé jednotlivých faset během zkoušky nemění, je jednotlivá faseta nalezena v referenčním a také ve všech následujících snímcích. Ze změny pozice a tvaru sledované fasety jsou počítány posun, povrchové přetvoření a další veličiny...“



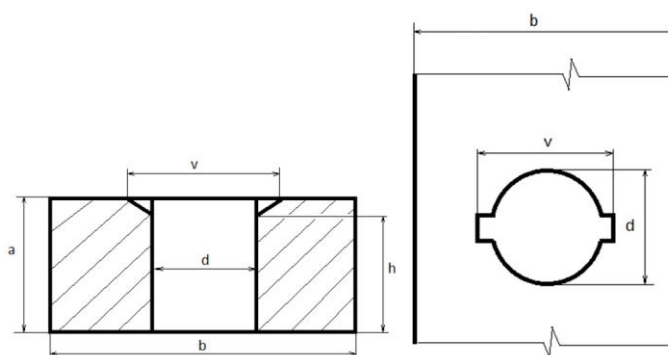
6.2 TAHOVÁ ZKOUŠKA

Těleso určené pro tahovou zkoušku je na obr. 24 vlevo. Těleso bylo vyrobeno v souladu s platnou normou ČSN EN ISO 6892-1, viz [18], která upravuje zkoušení kovových materiálů tahem za pokojové teploty.

Tahová zkouška byla provedena proto, aby experimentátoři věděli, jakou proměnlivou silou mají namáhat těleso zkoušené na nízkocyklovou únavu, aby zajistili co nejlepší výsledky měření. Kompletní naměřená data jsou na přiloženém datovém nosiči.

Ozánčení zkoušky	Rozměry tělesa				Rozměry vrubu			Napěťové charakteristiky			počet cyklů do:	
	a	b	l	d	v	h	R	σ_{max}	σ_{min}	σ_{ampl}	iniciace	lomu
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[-]	[-]
c1_r01	8,01	19,98	100,02	7,97	X	X	0,1	182,6	18,3	82,1	X	X
c1_r-1	8,01	19,99	100,00	7,93	X	X	-1	405,7	-405,7	405,7	X	273
c1_r01_400mpa	8	20,01	100,01	8,07	X	X	0,1	405,7	40,6	182,6	4000	6075
c2_r01_400mpa	8,02	20	99,99	8	X	X	0,1	405,7	40,6	182,6	4000	5073
c3_r01_400mpa	8,03	19,99	99,98	8,05	X	X	0,1	405,7	40,6	182,6	3000	3500
c4_r01_400mpa	8,05	19,95	100,01	7,56	X	X	0,1	405,7	40,6	182,6	3500	5020
c5_r01_400mpa	7,99	20,01	99,99	8,01	X	X	0,1	405,7	40,6	182,6	4000	5531
cv1_r01_400mpa	8	20,01	100	7,79	8,91	8	0,1	405,7	40,6	182,6	X	159
cv2_r01_400mpa	7,99	19,93	99,99	7,99	8,53	7,99	0,1	405,7	40,6	182,6	X	124
cc1_r01_400mpa	8,00	19,95	100,02	7,77	11,45	7,53	0,1	405,7	40,6	182,6	3042	5156
cc2_r01_400mpa	8,06	19,99	100,03	7,74	11,18	7,54	0,1	405,7	40,6	182,6	3051	4027

obr. 27 – geometrické a napěťové charakteristiky experimentálních těles pro cyklické zatěžování, [19]



obr. 28 – detaily vrubů pro vzorky s označením cc*** a cv***, [19]

POPIS:	naměřená data pro statickou zkoušku tahem
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\experiment\data\original\Tah\JS_Results.xls \\appendix\experiment\data\original\Tah\P1.xls \\appendix\experiment\data\original\Tah\P2.xls \\appendix\experiment\data\original\Tah\P3.xls



6.3 CYKLICKÉ ZATĚŽOVÁNÍ

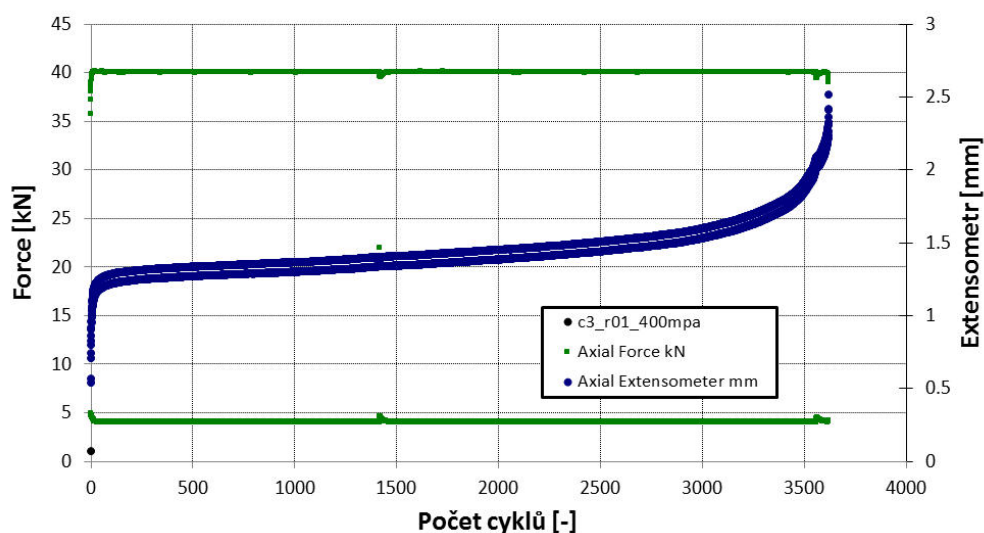
Tvar tělesa zadavatel ze společnosti Škoda JS a.s. volil s ohledem na jeho snadného modelování v prostředí Abaqus/CAE a možnou lepší konfrontaci s modely MKP totožné geometrie. Zadavatel také požadoval připojení extenzometrů na pomocné přípravky a rozsah tloušťky vzorku od 2 mm do 10 mm.

Vedoucí zkušebny se přiklonil k variantě vyrobit vzorky o síle 8 mm. Obával se možného kolapsu při namáhání na vzpěr. Výrobní výkres nevrubovaného vzorku je uveden na obr. 26. Zkušební těleso osazené přípravky pro upevnění extenzometru je na obr. 30.

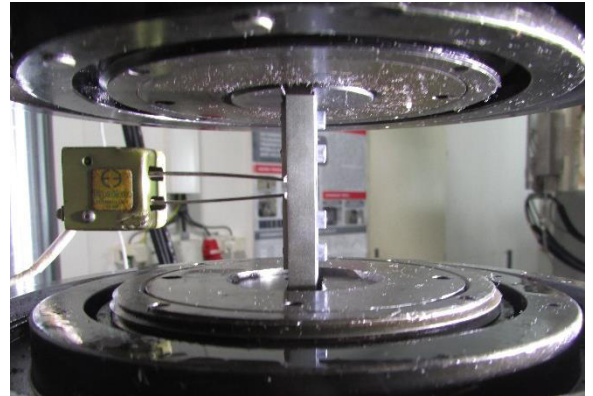
Data naměřená při zkoušení na nízkocyklovou únavu jsou mnohem komplexnější a složitější než u statické tahové zkoušky. V této práci se budeme zabývat hlavně daty získanými metodou DIC.

Na obr. 29 je vyobrazen celý časový průběh zatěžování testovacího tělesa *c3_r01_400mpa*. Zeleně jsou zde vykresleny minimální hodnoty $F_d = 4\,000\text{ N}$ a maximální hodnoty $F_h = 40\,000\text{ N}$ proměnné zatěžovací síly. Dále je zde vykresleno relativní posunutí měřících čelistí, ke kterým byl připevněn extenzometr.

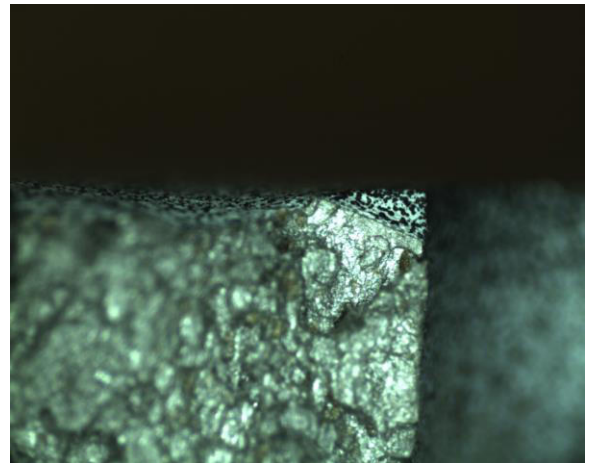
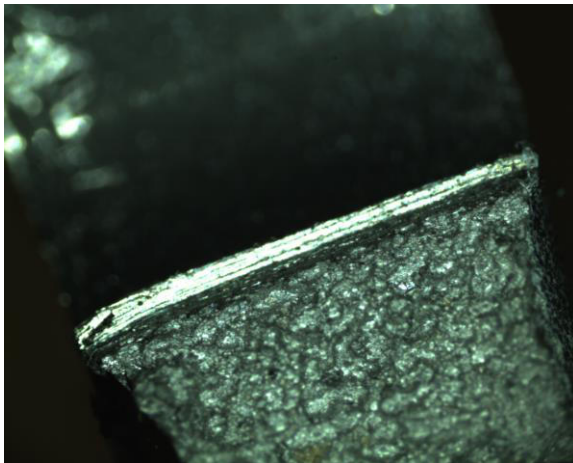
Graf na obr. 29 přímo neumožňuje zjištění závislosti rychlosti šíření trhliny v závislosti na počtu cyklů, avšak z grafu lze odečíst množství jiných informací, jako je počet cyklů při iniciaci trhliny nebo chyby v měření, kterých se experimentátoři mohli dopustit.



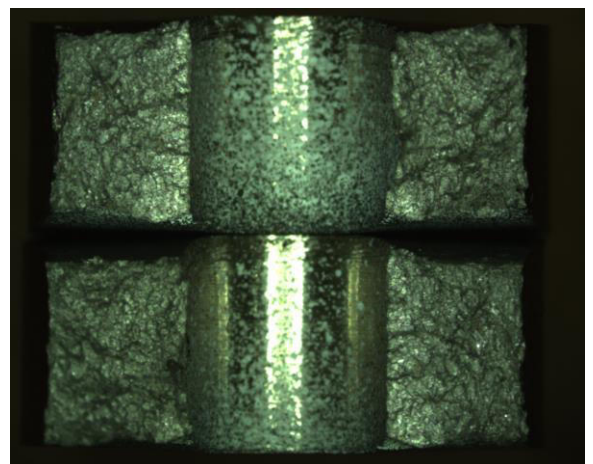
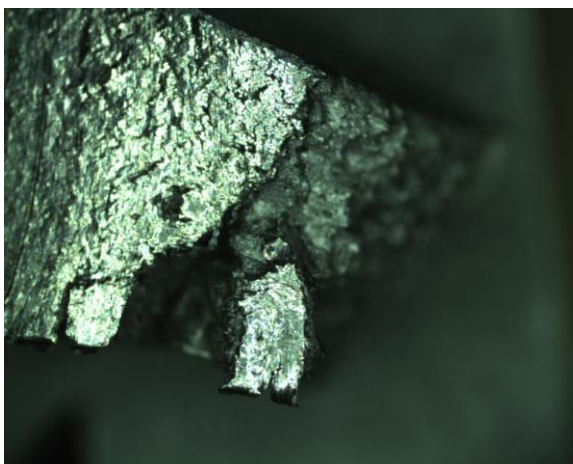
obr. 29 – experimentálně naměřené závislosti zatěžovací síly F a relativního posunutí extenzometru na počtu cyklů, vzorek *c3_r01_400mpa*, [autor]



obr. 30 – zkušební těleso s přípravky pro upevnění extenzometru, [autor]



obr. 31 - vrubované přetržené vzorky, vlevo 41 - cv1_r01_vrub_rez_3_1_5x, vpravo cc2_r01_vrub_rez, [autor]

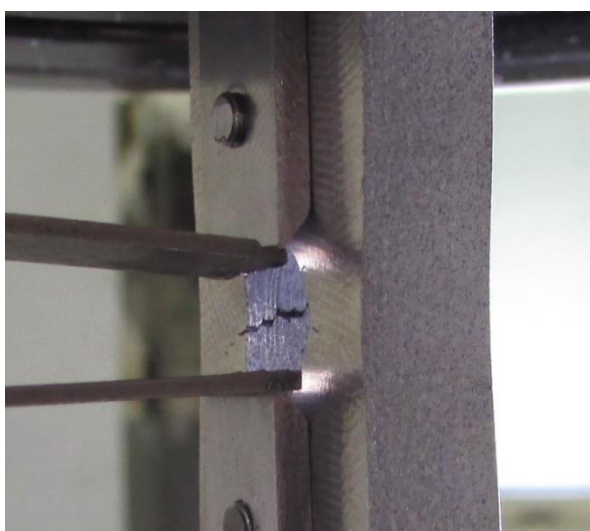


obr. 32 - přetržené vzorky, vlevo: lom vzorku cv1_r01_vrub_rez_0_1_5x, vpravo: cc1_r01_rez, [autor]



Trhlina se při cyklickém zatěžování šířila ze středu díry ve zkušebním tělese. Důvodem byla silná tloušťka. Ve středu průřezu tak bylo namáhání, které by se dalo popsat rovinnou deformací. Na povrchu tělesa naopak rovinnou napjatostí. Ve středu průřezu se tedy koncentrovalo větší napětí než na povrchu. Únavová trhlina rostoucí ze středu tloušťky tělesa je vyobrazena na obr. 33.

Tento efekt je třeba vhodně zohlednit při vyhodnocování experimentu. Jedním z vhodných způsobů by bylo zavést střední délku trhliny a_m . Tato délka by byla odvozena od délky trhliny na povrchu. V této diplomové práci autor bohužel nemůže náhradu střední délku trhliny zavést, jelikož nemá k dispozici vztah mezi tvarem trhliny uvnitř a na povrchu tělesa. Tyto data by bylo třeba zajistit již v průběhu měření nebo zpětně na optometrických přístrojích v laboratoři COMTES FHT a.s.



obr. 33 - zřetelná trhlina, šířící se ze středu průřezu směrem vně, [autor]

POPIS:	naměřená data pro cyklické zkoušky
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\experiment\data\original\

POPIS:	zpráva a originální datové soubory provedených statických materiálových zkoušek
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\experiment\data\original\tah\ZP_170917_8CH18N10T_rev3.pdf \\appendix\experiment\data\original\tah\JS_Results.xls \\appendix\experiment\data\original\tah\VP1.xls \\appendix\experiment\data\original\tah\VP2.xls \\appendix\experiment\data\original\tah\VP3.xls

POPIS:	fotky, snímky stereolupou a videa z měření experimentu
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\experiment\picture\crack*.jpg \\appendix\experiment\picture\body*.jpg \\appendix\experiment\picture*.bmp \\appendix\experiment\movie*.mov



7 ANALÝZA NAMĚŘENÝCH DAT (MATLAB)

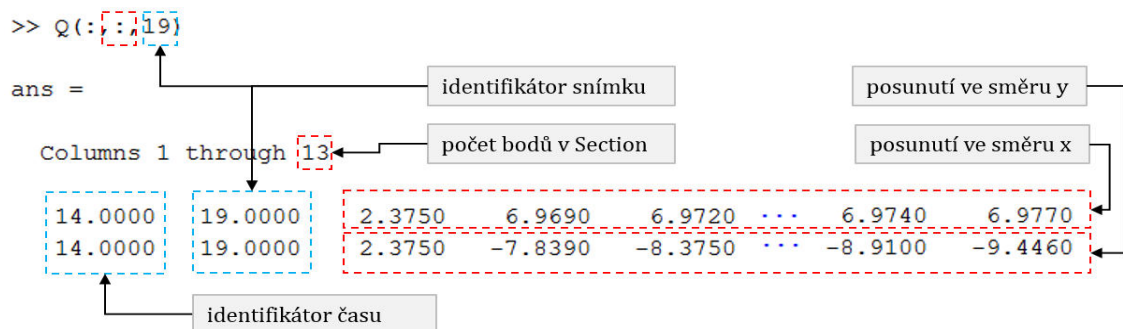
7.1 Q_TXT_EXPORTER.M

Naměřená data při experimentálním měření byla zaznamenávána do textových souborů velkých rozsahů. Tyto exporty zapsané DIC systémem ARAMIS čítaly desetitisíce řádků. Bohužel pro autora, ARAMIS zapisuje naměřená data ve svém vlastním specifickém formátu, který neumí MATLAB nebo jiný dostupný software inteligentně číst a zpracovávat. Bylo tedy nutné, aby autor napsal analyzační script a další pomocné funkce v prostředí MATLAB, který ze zmíněných textových souborů potřebná data načte.

Středem celého algoritmu extrakce podstatných dat a jejich řazení je funkce prostředí MATLAB *Q_txt_exporter.m*. Tato matice pracuje najednou vždy jen s jedním textovým souborem. Čili analyzuje výsledky vždy jen pro jednu *Section*, viz kap. 6. Funkce *Q_txt_exporter.m* byla navržena tak, aby v poměrně obsáhlém *while-cyklu* pročítala jeden řádek po druhém od začátku až do konce textového souboru. Tento *while-cyklus* obsahuje, kromě několika podmínkových *if-cyklů*, pouze jeden *for-cyklus*, který pročítá vždy jen jeden aktuální řádek.

Tento jediný *for-cyklus* obsahuje mnoho podmínkových *if-cyklů*. Ty mají několika stupňovou hierarchii a tvoří celek, který je schopen identifikovat pozici a význam jednotlivých znaků na této pozici na řádku a tím určovat jednotlivé řetězce alfanumerických a jiných znaků, které jsou pro uživatele podstatné. Těmto řetězcům alfanumerických znaků se přiřadí kódové označení, které následně zapíše nebo je zapíše rovnou bez kódové náhrady.

Vraťme se k podmínkovým *if-cyklům*, které jsou na stejné hierarchické úrovni spolu s jediným *for-cyklem*. Ty slouží k identifikaci analyzovatelných či neanalyzovatelných řádků. Dále také určují, ke kterému snímku kamery konkrétní pročitáný řádek náleží. Výsledkem je prostorová 3D matice posunutí. Matice je rozdělena na několik sekcí, kde mají jednotlivé pozice rozdílný význam. Popis 19-té časové vrstvy je ilustrována a popsána na obr. 34. K dalšímu zpracování dochází ve scriptu prostředí MATLAB *translate.m*.



obr. 34 - vysvětlení významu ukládaných pozic matic *Q* pro časovou vrstvu 19, [autor]



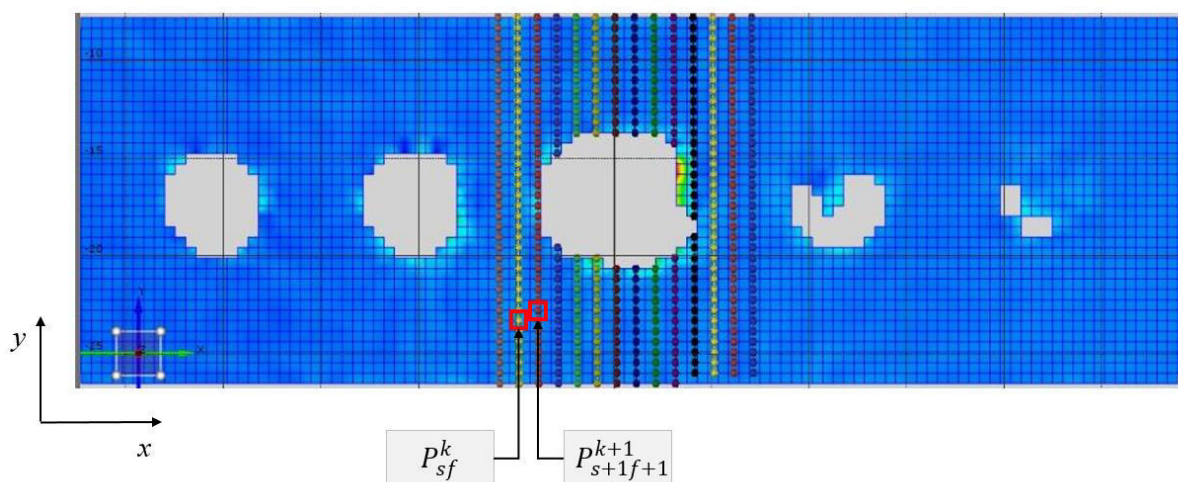
7.2 TRANSLATE.M

Load modul

Load modul slouží pro spouštění *Q_txt_exporter.m* v případě, že textové soubory generované systémem Aramis ještě nebyly prohledány a přeloženy do matic *Q.mat*, se kterými MATLAB již umí pracovat. V opačném případě slouží pro načítání již přeložených matic *Q.mat*, kterým přiděluje identifikátory polohy a čau.

Strain modul

K výpočtu poměrné deformace ε mezi jednotlivými body, pro které byly získány digitální korelační hodnoty souřadnic v rovině ve směru osy x a y byly použity známé vztahy uvedené jako (69) až (74). Tyto vztahy jsou uvedeny se speciálním značením pro prostor a čas, které jednoznačně identifikuje umístění hodnoty deformace příslušným bodům a časové vrstvě, viz legenda dále. Geometrická interpretace vztahů (69) až (74) je patrná na uvedeném obrázku obr. 35.



obr. 35 - odvození vztahů pro výpočet poměrné deformace mezi dvěma sousedícími body

$$x_{l_{sf}}^k = |x_{sf}^k - x_{s+1f}^k| \quad (69)$$

$$x_{l_{sf}}^{k+1} = |x_{sf}^{k+1} - x_{s+1f}^{k+1}| \quad (70)$$

$$x_{\varepsilon_{sf}}^k = \frac{x_{l_{sf}}^k - x_{l_{sf}}^{k+1}}{x_{l_{sf}}^k} \quad (71)$$



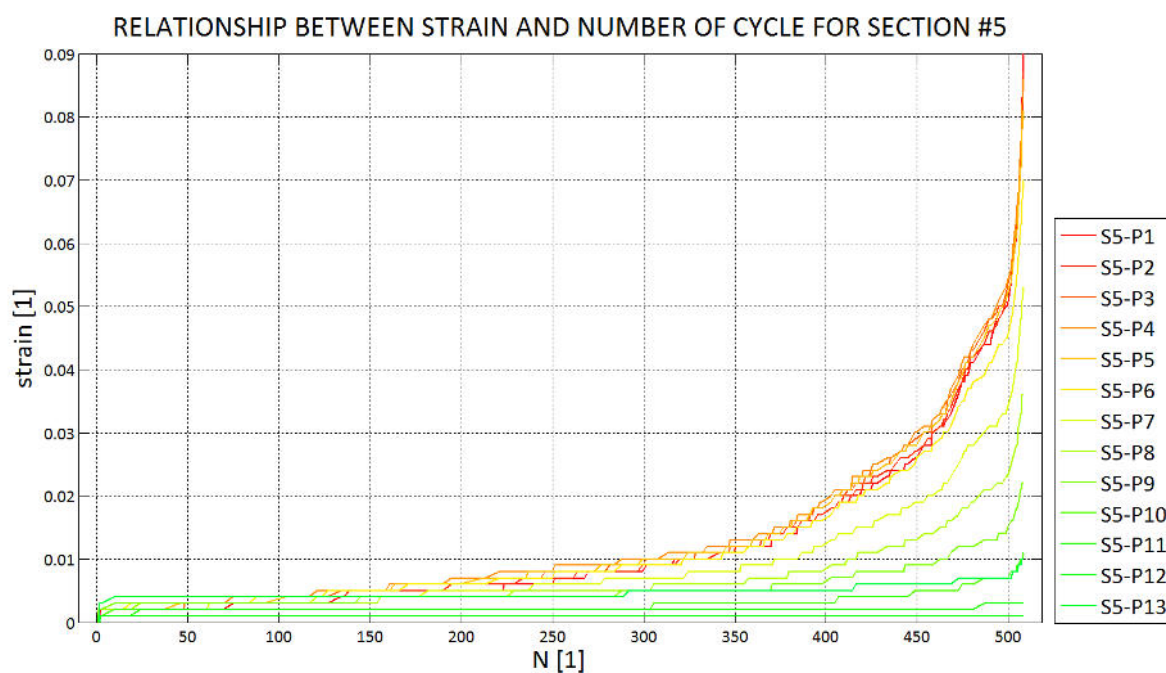
$$y_{sf}^k = |y_{sf}^k - y_{sf+1}^k| \quad (72)$$

$$y_{sf}^{k+1} = |y_{sf}^{k+1} - y_{sf+1}^{k+1}| \quad (73)$$

$$y_{\varepsilon_{sf}}^k = \frac{y_{sf}^k - y_{sf}^{k+1}}{y_{sf}^k} \quad (74)$$

Kde je

- k identifikátor časové vrstvy,
- s identifikátor *section*.(identifikátor umístění ve směru osy x),
- f identifikátor pozice v *section*.(identifikátor umístění ve směru osy y),
- x souřadnice ve směru osy x ,
- y souřadnice ve směru osy y .



obr. 36 – vykreslení závislosti poměrné deformace ε na počtu cyklů N , [autor]

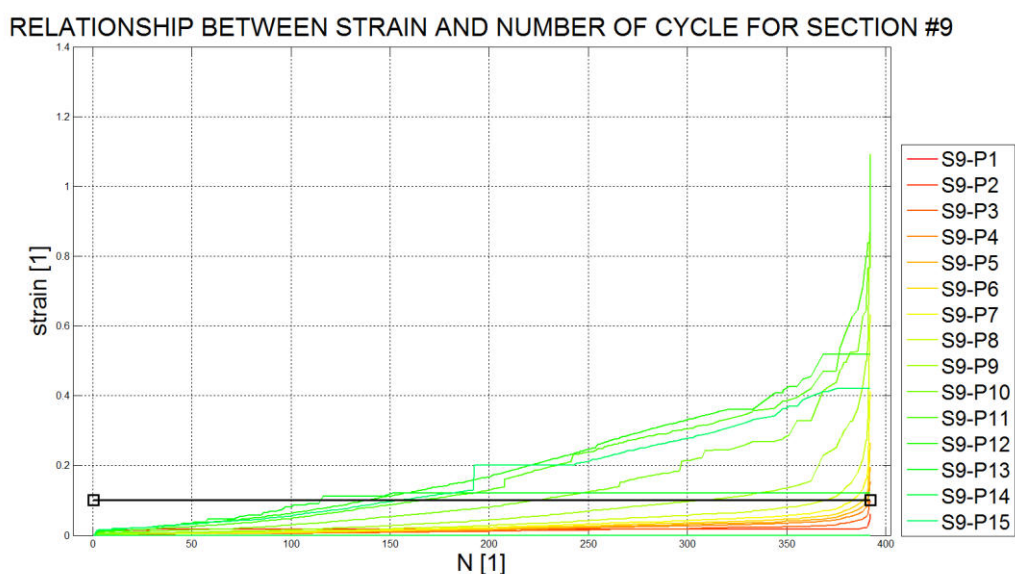
POPIS:	načtení dat z textového souboru, tvorba základní matice posunutí
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\reading\Q_txt_exporter.m \\appendix\reading\translate.m



Crack modul

Prostřednictvím výpočtu poměrných deformací pro jednotlivé naměřené body digitální korelace ve všech časových vrstvách a jednotlivých směrech byly získány závislosti poměrné deformace na čase (počtu cyklů) pro každý bod.

Taková závislost pro jeden konkrétní bod P_{sf} je vykreslena na obr. 37. Vodorovná čára zde označuje kritickou hodnotu poměrné deformace ε_{krit}^x . Po překročení této hodnoty je těleso v bodě, který přísluší vykreslené vzdálenosti, považováno za porušené, tj. čelo trhliny dosahuje až k bodu, který je posuzován, vykreslen.



obr. 37 – ilustrativní identifikace překročení kritické hodnoty poměrné deformace ve směru x , [autor]

Tyto jednotlivé závislosti jsou následně analyzovány jedna po druhé *for-cyklem*, který hledá průnik těchto dvou křivek. Poloha bodu P_{sf} a časová vrstva k , kdy znázorněná závislost překročí kritickou hodnotu poměrné deformace ε_{krit}^x je zaznamenána do matice, kde jednotlivé pozice představují umístění bodu P_{sf} . Hodnoty, které jsou uloženy na příslušných pozicích, pak představují čas (počet cyklů). Takto identifikované body byly označeny jako kritické.

Filtr modul

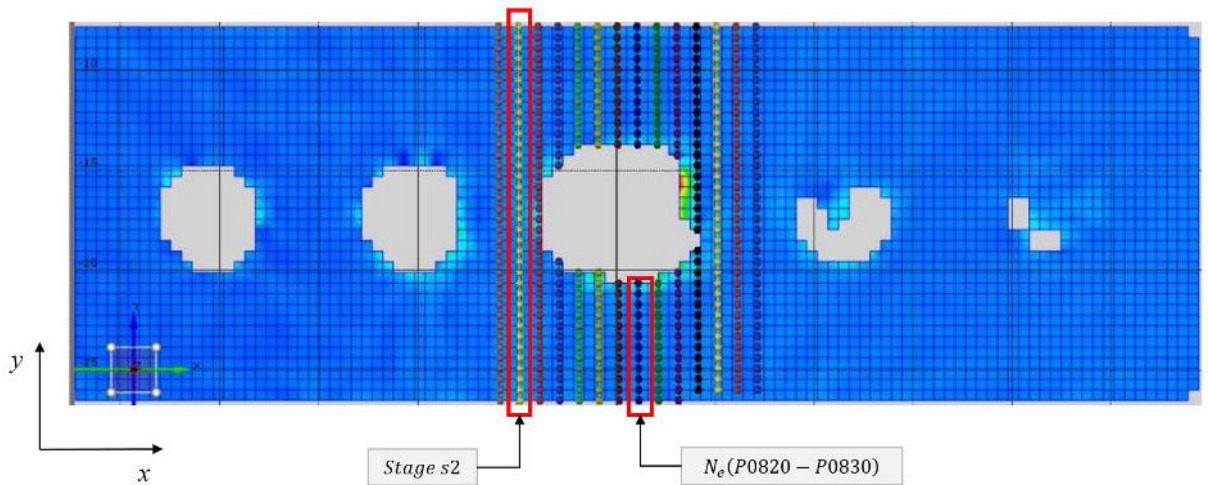
Byl přijat předpoklad, že únavová trhlina roste pouze při tahovém namáhání. Tyto časové vrstvy lze od ostatních *rušivých* odfiltrovat. Pouze tyto vrstvy jsou zachovávány a uvažovány v dalším postupu. Zachovávané časové vrstvy jsou vybírány na základě kritéria nutnosti růstu, kterou je kvadratická norma deformace. Deformace $k + 1$ časové vrstvě musí být větší nebo alespoň rovna deformace v časové vrstvě k . Tyto vrstvy si zachovávají svou pozici v čase, tj. jejich indexování se nemění.



Output modul

Hlavním výstupem programu *tramslate.m* je matice *matrix_crack_size*. Řádky zde představují jednotlivé bodové řetězce *Stage*. Pro ilustraci je na obr. 38 označen *Stage s2*. Popsaná matice je vzhledem k bodům na obr. 39 zapsána inverzně. Jak je vidět na dalších obr. 39 a obr. 40.

Dále je zde také zvýrazněný vektor $N_e(P0820 - P0830)$, který je ukázkou manuálního vybírání sekvencí bodů a k nim příslušících poloh počtů cyklů do lomu, které slouží jako vstupy pro identifikační algoritmus v kap. 11.



obr. 38 - výřez fotografie z digitální korelace, znázornění jednotlivých snímaných bodů na ploše testovaného tělesa, [autor]

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32				
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1		
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	237	234	232	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
6	0	0	0	239	237	237	0	0	0	0	0	0	0	0	216	219	234	0	224	224	228	232	234	232	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	
7	0	0	0	240	237	234	232	232	227	221	204	217	0	0	198	204	210	217	223	232	234	236	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	
8	0	0	0	240	237	229	206	177	161	161	139	0	0	0	201	204	214	220	230	234	237	237	58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	
9	0	0	240	237	234	229	223	226	239	0	0	0	0	0	0	0	0	236	219	221	227	232	234	178	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	
10	240	240	240	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	239	239	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	234	223	210	210	210	212	212	214	215	215	0	11		
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14

obr. 39 – celá matice *matrix_crack_size*, které vyjadřuje, po kolika cyklech dojde k poškození bodu, jehož poloha odpovídá pozice koeficientu v této matici, [autor]



	1	2	3	4	5	...	15	16	17	18	19	20	21	22	23	...	31	32
1	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0
2	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0
3	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0
4	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0
5	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	237	234	...	0	0
6	0	0	0	239	237	...	216	219	234	0	224	224	228	232	234	...	0	0
7	0	0	0	240	237	...	198	204	210	217	223	232	234	236	0	...	0	0
8	0	0	0	0	240	...	201	204	214	220	230	234	237	237	58	...	0	0
9	0	0	240	237	234	...	0	0	0	236	219	221	227	232	234	...	0	0
10	240	240	240	240	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	239	...	0	0
11	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	234	...	215	215
12	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0
13	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0
14	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0

obr. 40 – editovaná matice $matrix_crack_size$, kde je zvýrazněný řádek Stage s2 a vektor cyklů N_e , [autor]

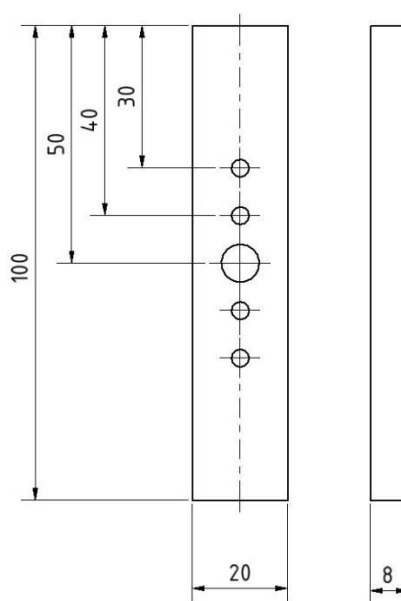


8 MKP MODEL (IDENTIFIKAČNÍ)

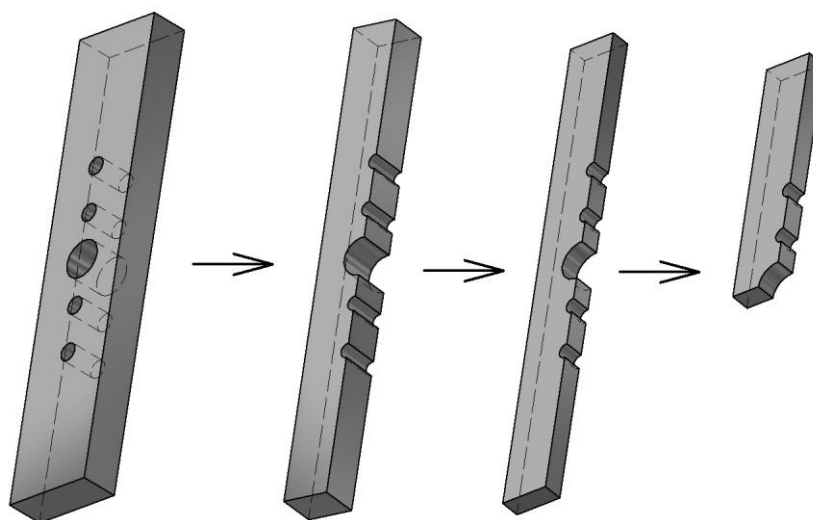
8.1 GEOMETRIE MODELU

V první řadě je třeba poznamenat, že geometrie MKP modelu musí být totožná s geometrií zkušební vzorku. Případné odchýlení geometrie by se mělo minimalizovat.

Jako geometrie modelu byla zvolena jedna osmina zkušební tělesa, na kterém se prováděly testy nízkocyklové únavy ve společnosti COMTES FHT a.s. S výhodou bylo využito tří rovin symetrie. Právě díky těmto rovinám symetrie bylo možné realizovat MKP model jen jako jednu osminu reálného zkušební tělesa. Schématický výkres celého tělesa je uveden na obr. 41.



obr. 41 - rozměry zkušební tělesa, [autor]



obr. 42 - dělení tělesa podle rovin symetrie



Nejprve byla použita geometrie vygenerovaná prostřednictvím programu Autodesk Inventor Profesional 2014. Ta se ovšem v Abaqus/CAE špatně upravovala a vykazovala špatné vlastnosti. Proto byla vytvořena geometrie nová, a to již v prostředí Abaqus/CAE. Tento model již odpovídal nárokům na další případné úpravy.

Těleso bylo modelováno jako 3D Solid vytažením o 8 mm z náčrtové roviny.

8.2 MATERIÁLOVÉ PARAMETRY MODELU

V modelu byl použit elastoplastický model se Chabocheho zpevněním, který byl uveden v kap. 3.1 jako nejvhodnější a to *MATE_O8CH18N10T_halama_chaboche_20*. Konkrétní hodnoty materiálových parametrů jsou na obr. 43.

```

** -----
** MATERIALS
*** -----
**
*Material, name=MATE_O8CH18N10T_halama_chaboche_20
*Density
  7.89e-09,
*Elastic
  200000., 0.3
*Plastic, hardening=COMBINED, datatype=PARAMETERS, number backstresses=2
  150.113,63578., 590., 3043., 0., 20.
**

```

obr. 43 – hodnoty materiálových parametrů,[autor]

8.3 SESTAVA

V MKP modelu bylo do virtuálního prostoru umístěno pouze jedno těleso, a to těleso simulující růst trhliny.

8.4 VÝPOČTOVÉ KROKY

Výpočtové kroky, zátěžné stavy, jsou pro tento model zcela zásadní. Prostřednictvím nich a v kombinaci se silovými okrajovými podmínkami je možné postupně simulovat šíření trhliny v materiálu.

Výpočtové kroky byly voleny tak, aby co nejlépe odpovídaly reálnému měření v laboratořích společnosti COMTES FHT a.s.



První *initial* krok je defaultně nastaven. V tomto případě byla nadefinována a iniciována všechna jednotlivá uložení a symetrie včetně těch, která se postupně vypínají.

Následuje statický krok, který je zařazen, aby bylo na začátku samotného cyklování dosaženo střední nominální hodnoty napětí σ_m . Na této nominální střední hladině napětí budou začínat a končit všechny následující zátěžné korky.

Dále jsou zařazeny neoddelitelné dvojice zátěžných kroků *Direct Cyclic* a *Static*. Zátěžný krok *Direct Cyclic* je využit jako prostředek vedoucí ke zpevnění materiálu s Chabocheho materiálovým zpevněním. Tento zátěžný krok byl volen namísto přímého cyklování ve statickém stepu. Časová náročnost takového cyklování by byla nepřijatelná.

Zátěžný krok *Static* je zde zařazen, aby bylo možno vypočítat přírůstky plastické disipační energie ΔW_{ij} . Zátěžný krok *Direct Cyclic* nám toto bohužel neumožňuje pohodlně udělat.

Tedy princip je takový, že *Direct Cyclic* vždy zajistí příslušný počet virtuálních cyklů potřebných pro zpevnění materiálu, např. 500 cyklů. *Static* pak během jednoho kontrolního cyklu zajistí a uloží do *history output* všechny složky napětí a deformace pro rozumnou množinu hladin napětí, kterými je model namáhán při postupném přitížení a odlehčení přes celý uvažovaný interval jednoho cyklu.

8.5 INTERAKCE

V modelu nejsou uvažovány žádné okrajové podmínky, které by se řadily do toho modulu softwarového prostředí Abaqus/CAE.

8.6 ULOŽENÍ – KINEMATICKÉ OKRAJOVÉ PODMÍNKY

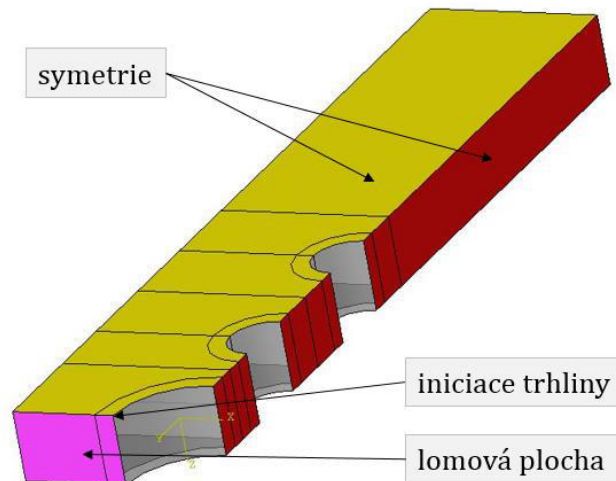
Model je symetrický podle třech rovin. Z hlediska časové náročnosti výpočtu je tedy výhodné této symetrie využít. Jelikož se těleso modelovalo jako osmina reálného tělesa, viz obr. 42 je třeba zavést minimálně tři okrajové kinematické podmínky.

Ty byly předepsány tak, že na povrchu modelu, kde bylo reálné těleso rozděleno rovinou symetrie, byla definována okrajová podmínka symetrie. Taky bylo učiněno ve dvou směrech na podélných plochách symetrie.

Poslední třetí kinematickou okrajovou podmínkou je podmínka, která je spíše souhrnem mnoha podružných kinematických podmínek. (131 V oblasti šíření trhliny byly okrajové podmínky definovány tak, aby svým *zamknutím* či *uvolněním* byly schopny modelovat trhlinu v *čase* a tím umožnit odečítání matice přírůstků disipační energie ΔW . Tento proces budeme nazývat aktivování resp. deaktivování elementů.

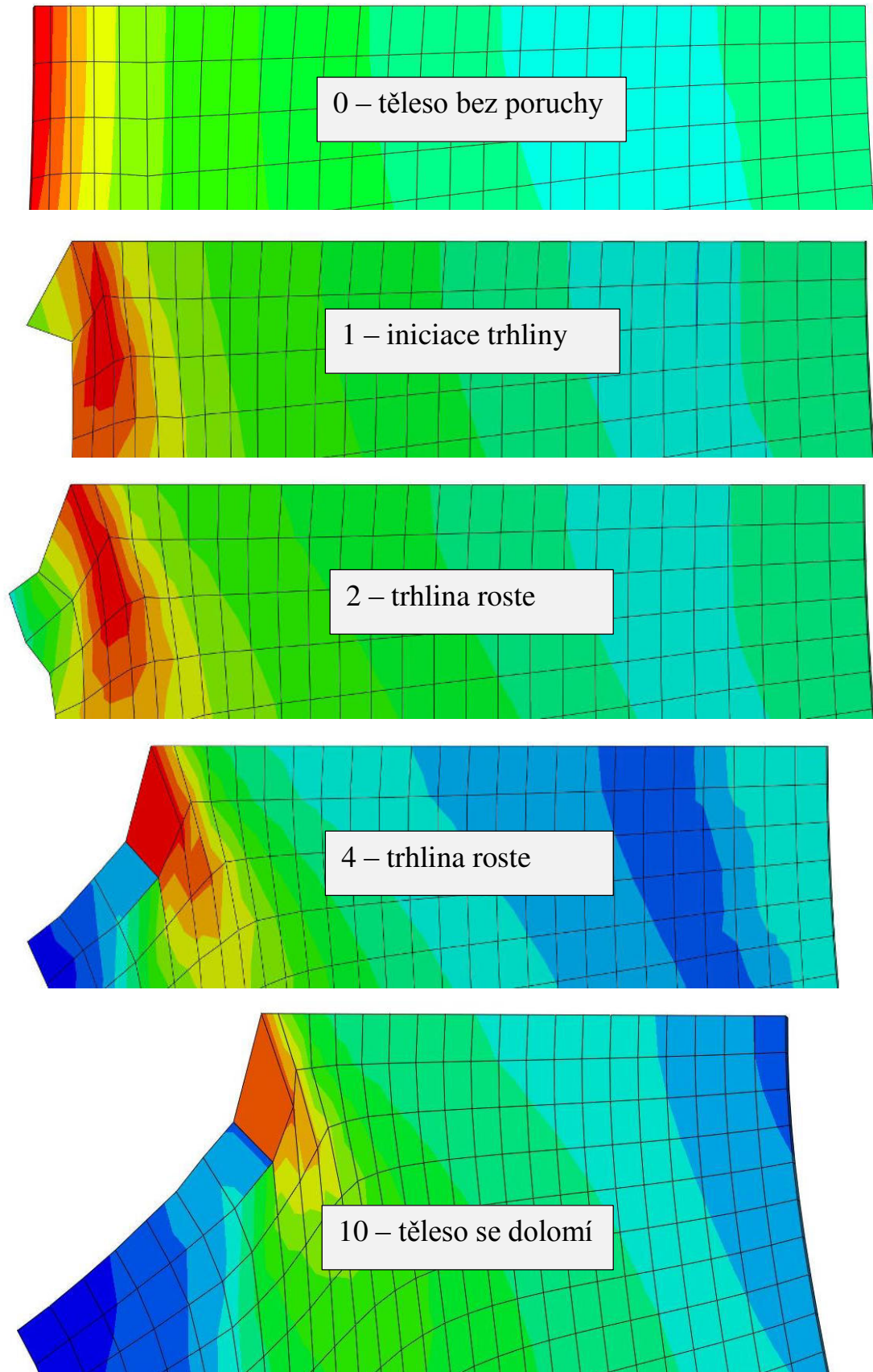


Na obr. 44 je vyobrazena geometrie modelu, který simuluje jednu osminu zkušebního tělesa. Je zde naznačena lomová plocha (fialová varva). Dále jsou zde vyobrazeny roviny řezu, kde byly zavedeny okrajové podmínky symetrie (žlutá a červená barva). Šipkou s popiskem jsou naznačena místa, kde byla iniciována trhlina.



obr. 44 – ilustrace ploch, kde byly zavedeny kinematické okrajové podmínky, [autor]

Na obr. 45 je zobrazeno postupné deaktivování jednotlivých elementů vedoucí od iniciace trhliny, přes její šíření až ke kritické délce, kdy je zbývající nosný průřez namáhaný napětím nad statickou mezí pevnosti. V tomto okamžiku se těleso dolomí. Vypnutí jednotlivých elementů je značeno číslicí ve čtverečku s komentářem.



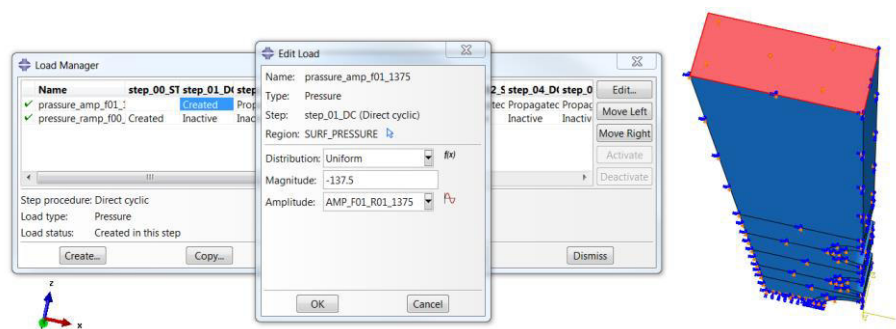
obr. 45 - postupná deaktivace elementů, [autor]



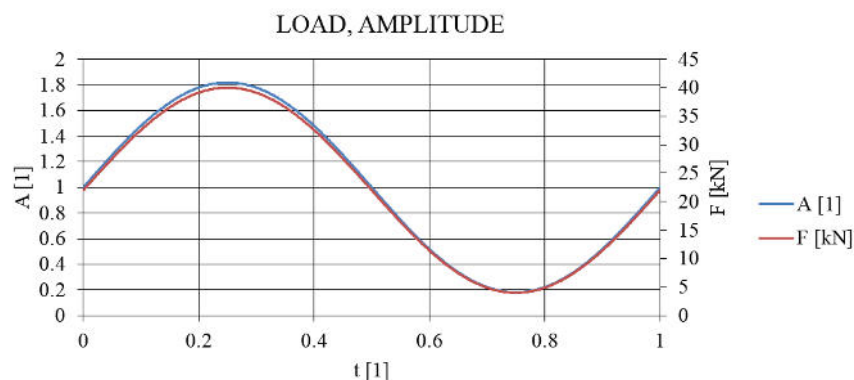
8.7 ZATÍŽENÍ – SILOVÉ OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Jako zátěžná okrajová podmínka byla ve shodě s experimentem volena časově proměnná síla $F(t)$, která zajišťovala cyklické tahové zatěžování. Síla byla v modelu zavedena jako záporný tlak působící na průřez vzorku. Toto zavedení síly dostatečně přesně napodobuje namáhání reálného vzorku při provedených experimentech. Vzhledem k dělení vzorku na čtvrtiny ve směru osy x (podélném směru) byla na těleso aplikována pouze čtvrtina zátěžné síly, která byla uvažována při tvrdém cyklování při experimentu. Je vhodné uvést vztah (75) přepočtu zátěžné síly na zavedený záporný tlak (tahové napětí). Na obr. 46 je ilustrováno zavedení záporného tlaku na geometrii modelu. Na grafu na obr. 47 je vykreslena amplituda zátěžné síly pro jeden cyklus.

$$-p = \frac{F(t)}{4 \cdot A} \quad (75)$$



obr. 46 - zatěžování "tahovým" tlakem, [autor]



obr. 47 - amplituda zatížení, [autor]

tab. 4 - tabulka zátěžných sil, [autor]

$F_{min} = F_d$	$F_{max} = F_d$	F_s	F_a
4 000	40 000	22 000	18 000



8.8 SÍŤ A ELEMENTY

Neodmyslitelnou součástí MKP výpočtů je tvorba sítě. Právě v této části práce je vhodné připomenout a popsat hlavní výhodu nalezené metodiky. Modelování šíření únavových trhlin je doprovázeno nepříjemným jevem, kterým je nutnost používání velkého počtu aktivních stupňů volnosti.

Jedním z cílů této diplomové práce je tento počet aktivních stupňů volnosti snížit. Jedna z možností byla použití metody XFEM. Ta bohužel nevyhovovala svými možnostmi plastickým oblastem deformace. Druhou a aplikovanou možností bylo modelování trhliny novým způsobem, jak je to popsáno v kap. 8.6. Tento druh modelování šíření únavové trhliny podstatně redukuje množství aktivních stupňů volnosti, jelikož nedochází k výraznému zahuštění sítě kolem čela trhliny.

Síť byla generována metodou *Sweep*. Jako struktura byla volena *Structured*. Elementy byly voleny standardní lineární. Označení použitých elementů je *C3D8R: An 8-node linear brick, reduced integration, hourglass control*. Před samotnými ostrými výpočty, které trvají i několik dní, byla konečně prvková síť laděna s akcentem na možnou časovou náročnost výpočtu v poměru s přesností výpočtu.

8.9 VÝPOČET

Výpočet jednotlivých MKP modelů byl spouštěn na výpočetních serverech FS ČVUT v Praze. K výpočtu byly použity tyto servery: *elc@fsid.cvut.cz*, *elc@fsid.cvut.cz*, *elf@fsid.cvut.cz* a *ele@fsid.cvut.cz*. Výpočty byly spuštěny z manuálně sestavených *.inp souborů. K výpočtu byla použita verze Abaqus/Standard 6.12.1.

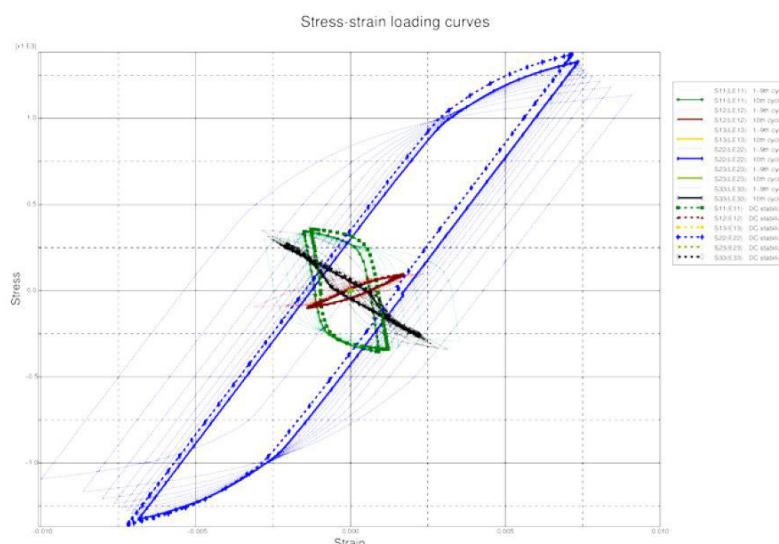
POPIS:	analyzační script a další soubory pro export ΔW z *.odb souboru
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\exportJOB17.py



9 ANALÝZA DAT Z MKP (PYTHON)

Tento script plní úlohu vyhledávače, přiřazovače a integrátoru. Ne však nutně v tomto pořadí. V principu jde o to, že pro získání potřebné matice přírůstků disipačních energií ΔW , viz obr. 49, pro jednotlivé elementy a délky trhliny potřebujeme integrovat hysterezní křivku, viz obr. 48, která se vytvoří při zobrazení tenzoru poměrné deformace v závislosti na tenzoru napětí, tj. $\varepsilon - \sigma$.

To není možné v lidských silách v přijatelném čase možné manuálně provést. Script proto provádí tuto činnost automaticky a výsledkem je zmiňovaná matice přírůstků ΔW . Uživatel může celý výpočet překontrolovat pročtením protokolu, který se v průběhu výpočtu generuje do textového souboru.



obr. 48 - vykreslení hysterezních křivek pro jednotlivé složky tenzoru deformace ε a napětí σ , [2]

$$\Delta W = \begin{bmatrix} 39.2380 & 1.5972 & 0.8340 & 0.0841 & 0.0416 & 0.0146 & 0.0237 & 0.0322 & 0.0384 & 0.0449 \\ 0 & 10.1074 & 7.9856 & 1.6454 & 0.0440 & 0.0965 & 0.0417 & 0.0697 & 0.0767 & 0.0885 \\ 0 & 0 & 18.5667 & 16.2722 & 1.4528 & 0.0517 & 0.1364 & 0.0855 & 0.1077 & 0.1285 \\ 0 & 0 & 0 & 30.4171 & 21.3455 & 0.9034 & 0.1049 & 0.1675 & 0.1207 & 0.1545 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 39.3384 & 26.7382 & 0.1067 & 0.2246 & 0.1708 & 0.1630 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 48.9725 & 30.9746 & 0.6218 & 0.2746 & 0.1899 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 59.2749 & 34.0303 & 1.0735 & 0.3914 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70.1981 & 38.3606 & 2.0698 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 82.2316 & 43.6471 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 96.4348 \end{bmatrix}$$

obr. 49 - výpis matice přírůstků disipačních energií, w_python_400.txt, [autor]

Následující text je ilustrován obr. 50. Je zde schéma celého procesu, který vede od složek tenzorů až k matici přírůstků disipačních energií ΔW .

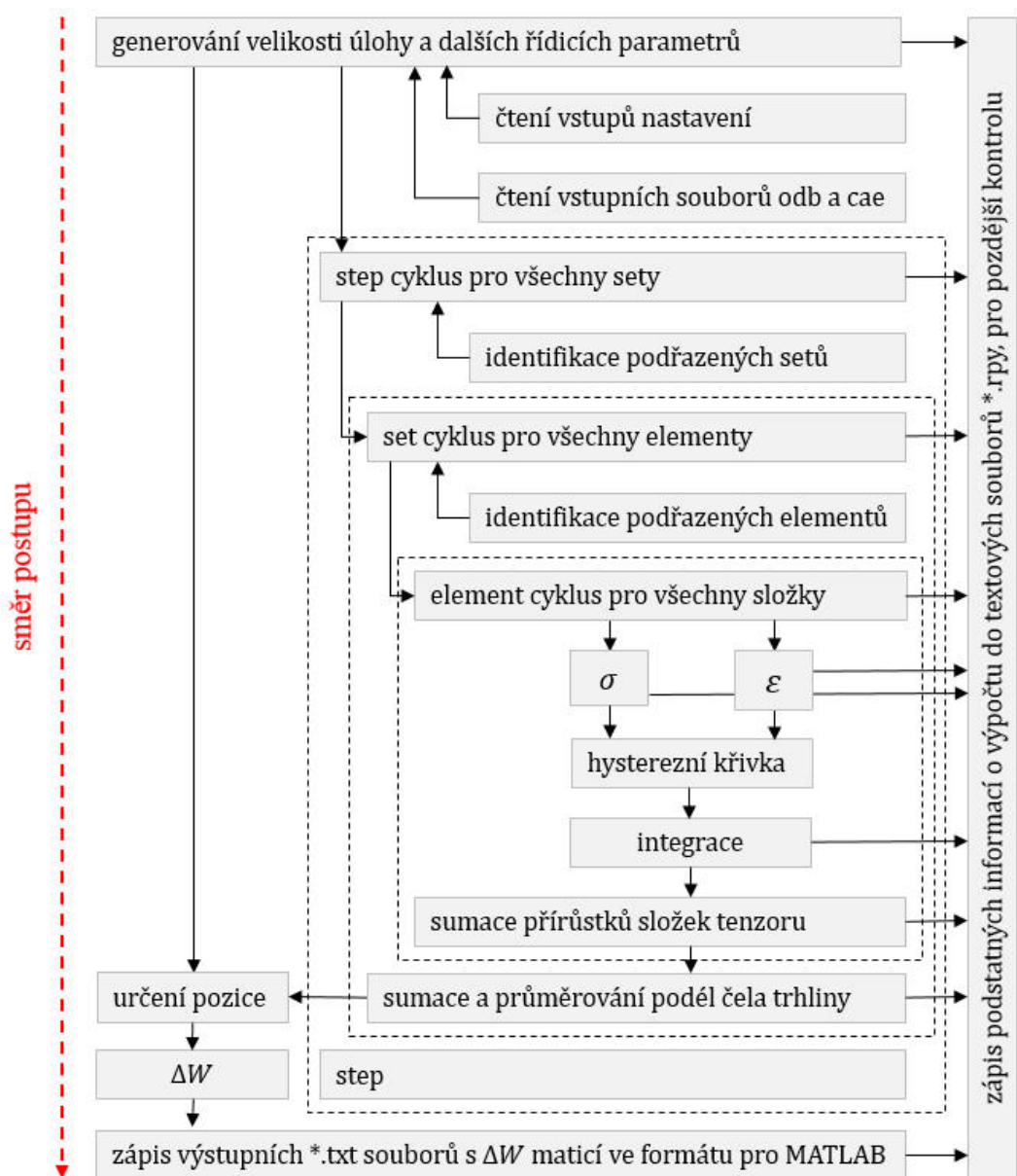
Následně budeme popisovat vyhodnocení výsledků, kde byly pro jednoduchost algoritmicke zavedeny předpoklady, že se trhlina v celém průřezu šíří stejně rychle, v jedné rovině a v jednom směru.



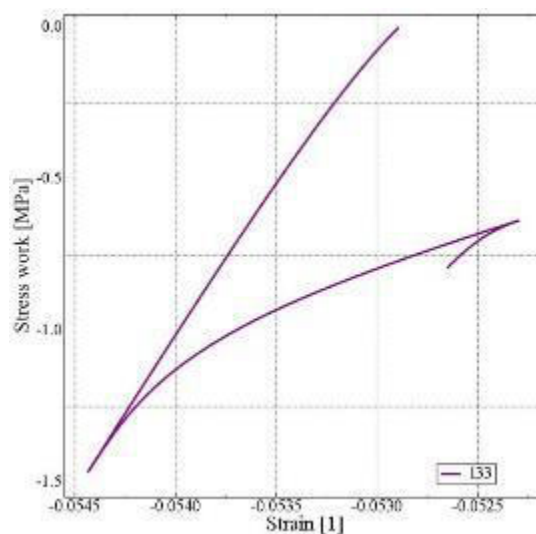
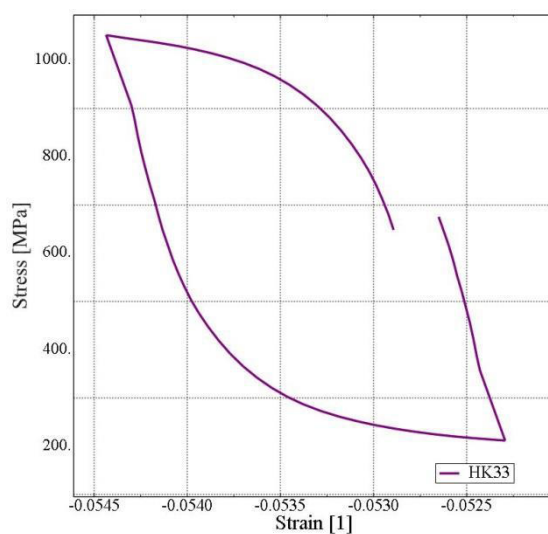
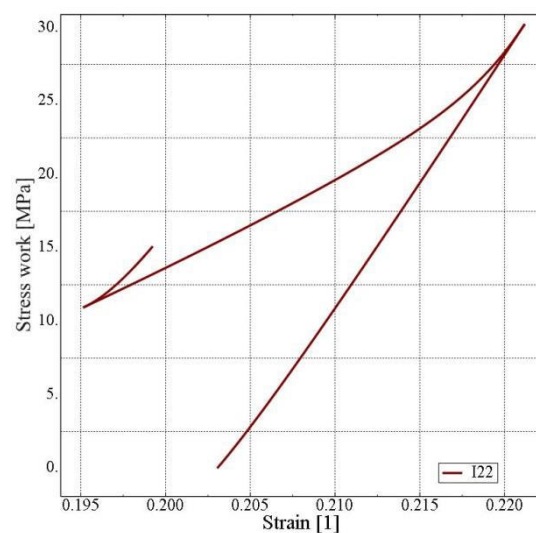
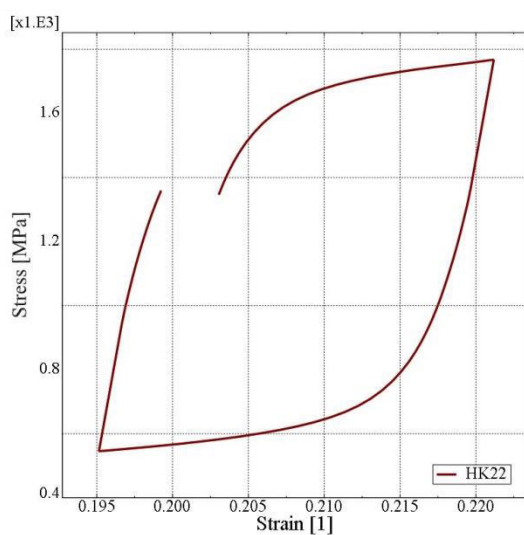
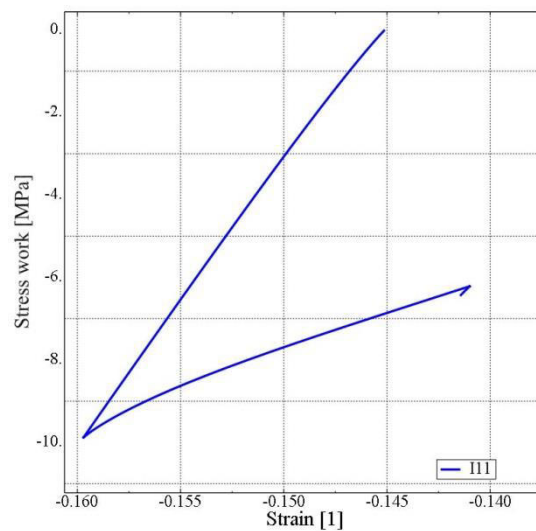
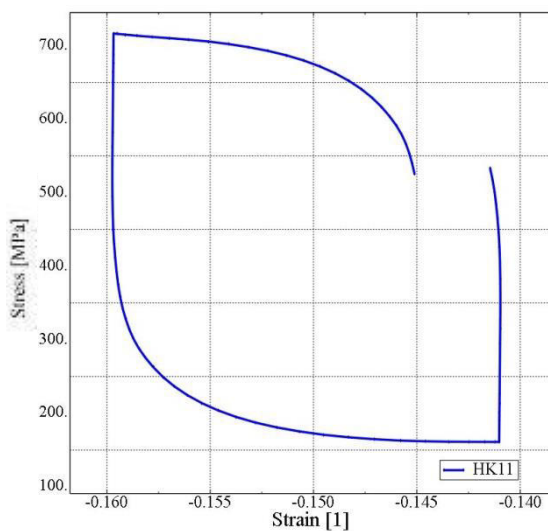
Analyzační script spustí Abaqus/CAE bez GUI. Script začne novou úlohu načtením vstupních parametrů úlohy, které zadává uživatel a načtením souborů *.cae a *.odb. V *.cae musí být obsažen model, který geometrii, uzly a elementy musí odpovídat výsledkovému souboru *.odb.

Dále program postupuje systematicky, kdy v cyklech provede všechny potřebné operace. Počet opakování cyklu vždy odpovídá počtu stepů, setů příslušných do jednotlivých stepů, elementů v jednotlivých setech a počtu uvažovaných složek tenzorů.

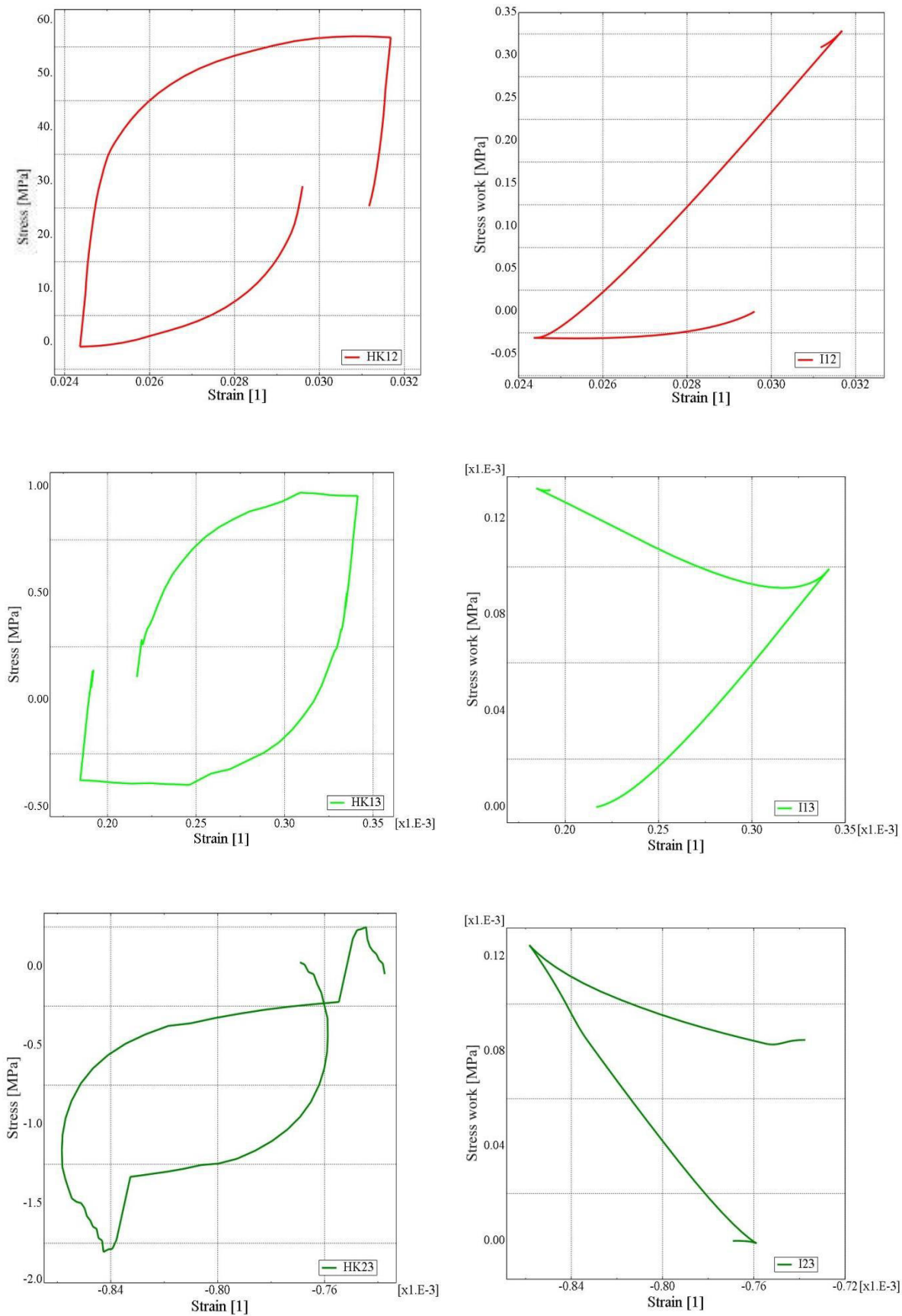
POPIS:	analyzační script a další soubory pro export ΔW z *.odb souboru
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\export\JOB17.py



obr. 50 - schéma analyzačního scriptu, [autor]



obr. 51 - zobrazení hysterezní křivky a její integrace pro složky 11, 22, 33, element 11241, step_082



obr. 52 - zobrazení hysterezní křivky a její integrace pro složky 12, 13, 23, element 11241, step_082



9.1 PŘEKLÁDÁNÍ STARÝCH FORMÁTŮ DO NOVÝCH

Z praktických důvodů byl psán analyzační extrakční script (python) pro extrakci matice přírůstků disipačních energií ΔW pro soubory *.odb verze Abaqus/CAE/Standard 6.13.4.

Výpočty identifikačních MKP modelů byly počítány z ručně editovaných *.inp souborů na výpočetních serverech *elc@fsid.cvut.cz*, *elc@fsid.cvut.cz*, *elf@fsid.cvut.cz* a *ele@fsid.cvut.cz* FS ČVUT v Praze. Zde byl k výpočtu využit Abaqus/Standard 6.12.1.

Bylo tedy nutno zajistit překlad *.odb souborů z verze 6.12.1 na verzi 6.13.4. To Abaqus/CAE zajišťuje bezproblémově. Autor však pro urychlení překladů *.odb souborů spouštěl program bez spuštění GUI. Autor vytvořil kratičký script v prostředí MATLAB, který překlad spouští prostřednictvím dalšího autorem vytvořeným scriptem v jazyce python a příkazovým řádkem *cmd.exe*.

POPIS:	Spouštění překladu nižších verzí *.odb na verze aktuální
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\upgrade\upgrade_starter.m \\appendix\upgrade\upgrade.py

9.2 EXTRAKČNÍ SCRIPT

Tento krátký extrakční script v prostředí MATLAB autor vytvořil pro potřebu spuštění *JOB17.py* a s ním spolupracujících souborů *JOB17.cae*, *JOB17.odb*, *max_num_component.txt*, *max_num_element.txt* a *max_num_set.txt*. Spuštění tohoto souboru zprostředkuje export matice přírůstků disipačních energií ΔW bez použití GUI. Scriptu bylo třeba k hromadnému zpracování více *.odb souborů najednou.

POPIS:	export matice ΔW bez dalších akcí a GUI
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\export\export_starter.m \\appendix\export\JOB17.py \\appendix\export\JOB17.cae \\appendix\export\JOB17.odb \\appendix\export\max_num_*.txt



10 IDENTIFIKAČNÍ SCRIPT (MATLAB)

Účelem identifikačního scriptu, který byl vytvořen v softwarovém prostředí MATLAB, je na základě všech výše uvedených dat, závislostí a kritérií identifikovat konečnou hodnotu hledaných parametrů c_3 , a c_4 .

I přesto, že je identifikační script poměrně dlouhý a má v sobě implementované další podružné funkce, princip identifikace zůstává stále jednoduchý. Jde o sestavení cílové funkce, která v sobě zohledňuje kritérium, kterého chceme dosáhnout a obecně libovolných hodnot.

Kritérium je definováno tak, aby k jeho úspěšnému splnění vedla minimalizace této funkce, tj. pakliže se hodnoty, které funkce nabývá, blíží k nule, kritérium je splněno.

10.1 PROSTĚ KRITERIÁLNÍ IDENTIFIKACE

Nejprve byla identifikace prováděna prostřednictvím prostě kritériální cílové funkce, tj. cílová funkce zohledňovala pouze hodnotu jedné veličiny, její minimum hledala.

Takto sestavená cílová funkce poskytovala nedostatečně přesné výsledky identifikace materiálových parametrů c_3 a c_4 . Symbolický zápis této funkce je (76). Cílová funkce je zadána tak, aby při své minimalizaci podle (77) odpovídala definici použité kumulace poškození podle (51).

$$\text{norm}_r(\Delta D_i) = D - 1 = \sum_{i=1}^n \Delta D_i - 1 \quad (76)$$

$$\text{norm}_r(\Delta D_i) \rightarrow 0 \quad (77)$$

POPIS:	prostěkriteriální cílová funkce <i>evolution.m</i>
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\identification\evolution.m

10.2 VÍCEKRITERIÁLNÍ IDENTIFIKACE

Přesnost identifikace parametrů c_3 , a c_4 nebyla dostatečná. Tuto skutečnost, kterou potvrdily i výsledky testování algoritmu, které byly zřejmé již po prvních pokusech o prostě kritériální identifikaci. Byla zavedena nová kompozitní funkce, která, kromě původní veličiny $\text{norm}_r(R)$, uvažuje ještě veličinu $\text{norm}_N(\Delta L_{Ni})$, která je funkcí veličiny ΔL_{Ni} . Tato veličina je definována jako rozdíl mezi cykly naměřenými při experimentu N_i^e a cykly vypočtenými $N_i^{\text{calculated}}$ z identifikovaných materiálových parametrů c_3 a c_4 . Rozdíl je definován vztahem (78).

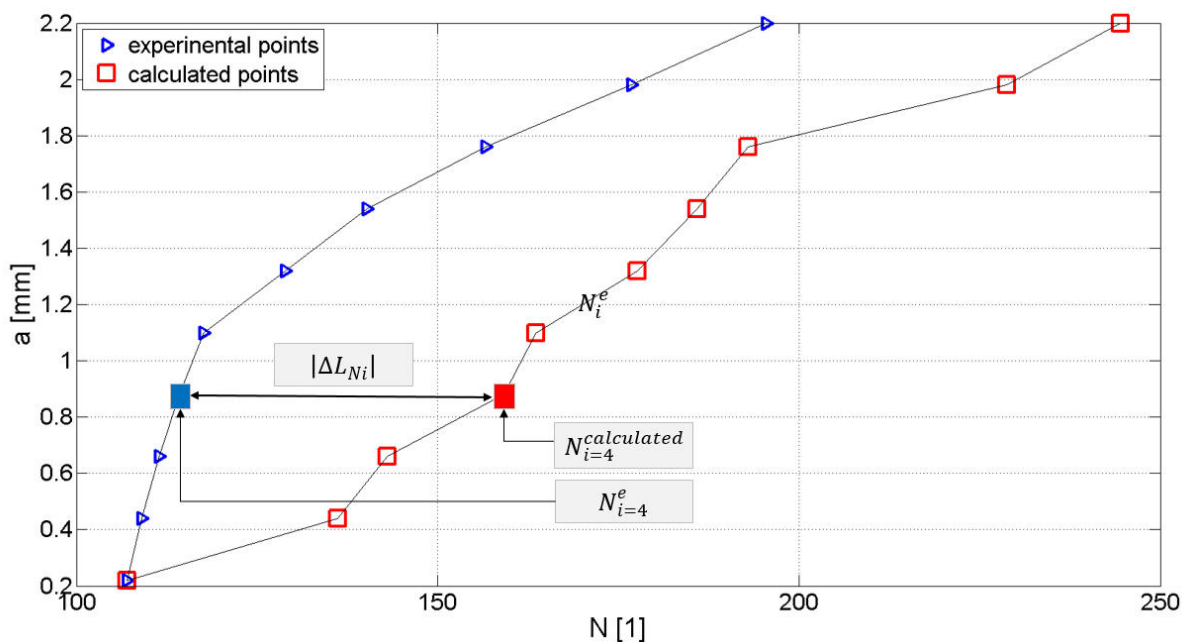


$$norm_N(\Delta L_{Ni}) = \sum_{i=1}^n |\Delta L_{Ni}| = \sum_{i=1}^n |N_i^e - N_i^{calculated}| \quad (78)$$

Kompozitní funkce je pak tvořena součtem těchto dvou veličin. Ke každé veličině ještě náleží váhový parametr, který zohledňuje důležitost jednotlivých uvažovaných kritérií. Kompozitní cílová funkce je uvedena vztahem (79). Pro hledaný výsledek identifikace materiálových koeficientů se cílová funkce (79) minimalizuje podle (80). Na obr. 53 je vyobrazena grafická interpretace vztahu (78).

$$norm = scale_r \cdot norm_r(\Delta D_i) + scale_N \cdot norm_N(\Delta L_{Ni}) \quad (79)$$

$$norm \rightarrow 0 \quad (80)$$



obr. 53 – veličiny vstupující do kompozitní cílové funkce, [autor]



10.3 HLAVNÍ PROGRAM

Hlavní program identifikace nápaditě pojmenovaný *identification.m* v sobě sdružuje několik funkcí. Program je hlavním řídicím programem pro identifikaci materiálových parametrů c_3 a c_4 , které jsou identifikovány prostřednictvím volaných cílových funkcí *evolution.m* a *evolution_test.m*, které byly referovány v kap. 10.1 a kap. 10.2.

K minimalizaci cílových funkcí je použita funkce *fminsearch.m*, která je implementována v prostředí MATLAB. V průběhu psaní diplomové práce byla vyzkoušena minimalizace funkcemi *fmincom.m* a *fminbnd.m*. Žádná z těchto alternativ ale nevykazovala tak dobré vlastnosti jako funkce *fminsearch.m*.

Program *identification.m* zpracovává textové a grafické výstupy z jednotlivých identifikací, které referují o přesnosti výpočtu a jiných parametrech proběhlé identifikace. Takové výstupy jsou vidět na obr. 66 až obr. 80.

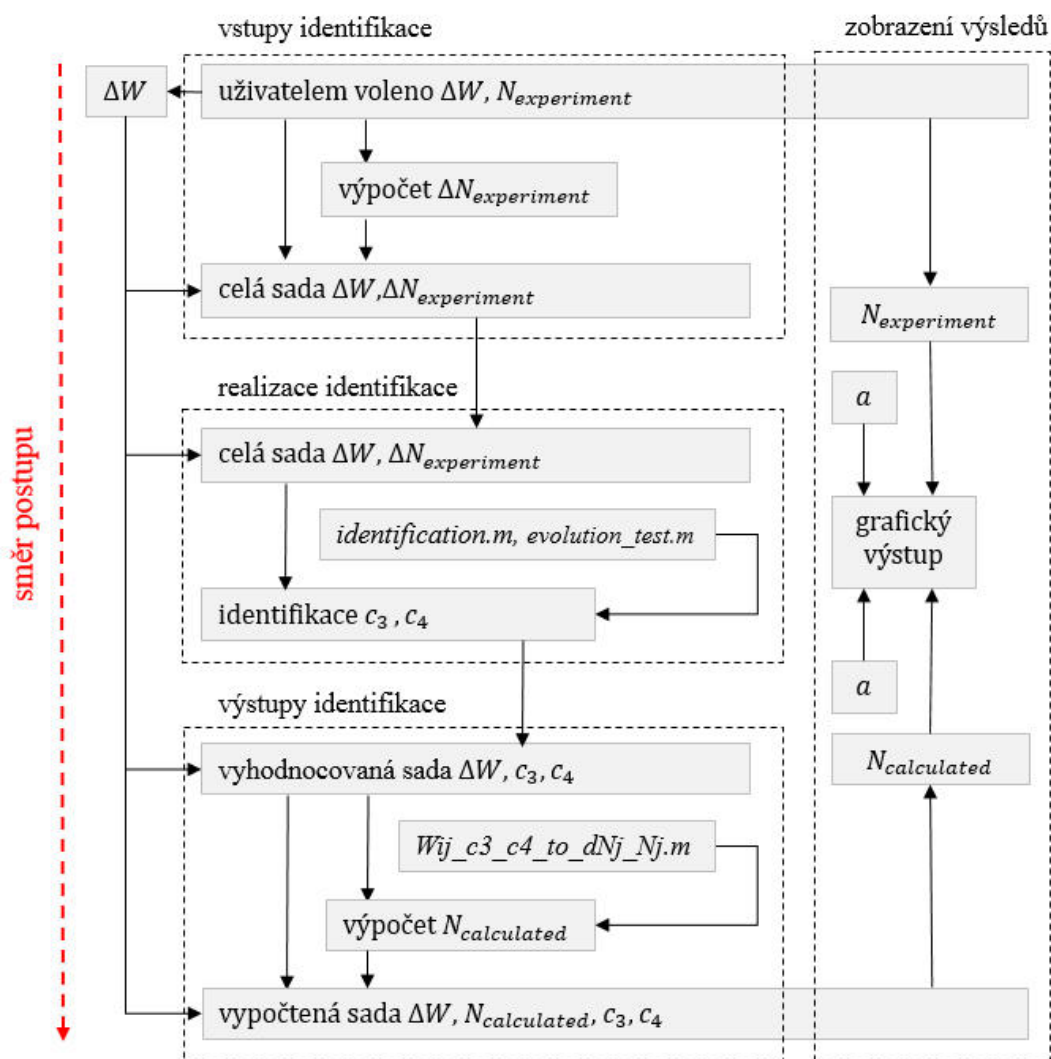
V programu je implementována i cílová funkce *initiation.m*, která analogickým způsobem počítá materiálové parametry c_1 a c_2 , které jsou součástí kumulačního vztahu pro iniciaci trhliny. Tento vztah je implementován v Abaqus/Standard. Vstupy výpočtu identifikace těchto materiálových parametrů nebyly k dispozici, proto jejich identifikace není v diplomové práci referována.

Hlavní program dále využívá scriptu *lae.m* k numerickému výpočtu soustav lineárních rovnic, které řeší přes singulární rozklad matice koeficientů A . Další implementované scripty, které vznikly vyčleněním kódu, z hlavního těla programu, není třeba zmiňovat.

Hlavní program také funguje jako uživatelské rozhraní, prostřednictvím kterého se scriptem *JOB17.py* exportují data z MKP modelu. Přesněji řečeno se exportují data z *.odb souboru. Export přírůstků disipační energie ΔW , je možný pouze v kombinaci s analýzou *.cae modelu, který odpovídá analyzovanému *.odb. V uživatelském rozhraní se také nastavují parametry tohoto exportu.

Do hlavního těla programu byl včleněn modul pro sebetestování algoritmu identifikace materiálových parametrů. Tento modul na základě zadané volby uživatelem, sestavuje testovací sadu dat, která složí jako vstup identifikace namísto experimentálně naměřené sady dat. Vstupní a výstupní sady dat se pro úspěšné splnění testu musejí až na drobné numerické odchylky shodovat. Uživatel může tímto způsobem ověřit, zda je program pro nové implementované vztahy kumulace poškození, schopen správně identifikovat jejich materiálové parametry.

POPIS:	hlavní program a všechny přidružené podpůrné soubory
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\identification\identification.m



obr. 54 – schéma funkce celého algoritmu identifikace parametrů c_3 a c_4 , [autor]

POPIS:	více kriteriální cílová funkce <i>evolution_test.m</i>
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\identification\evolution_test.m

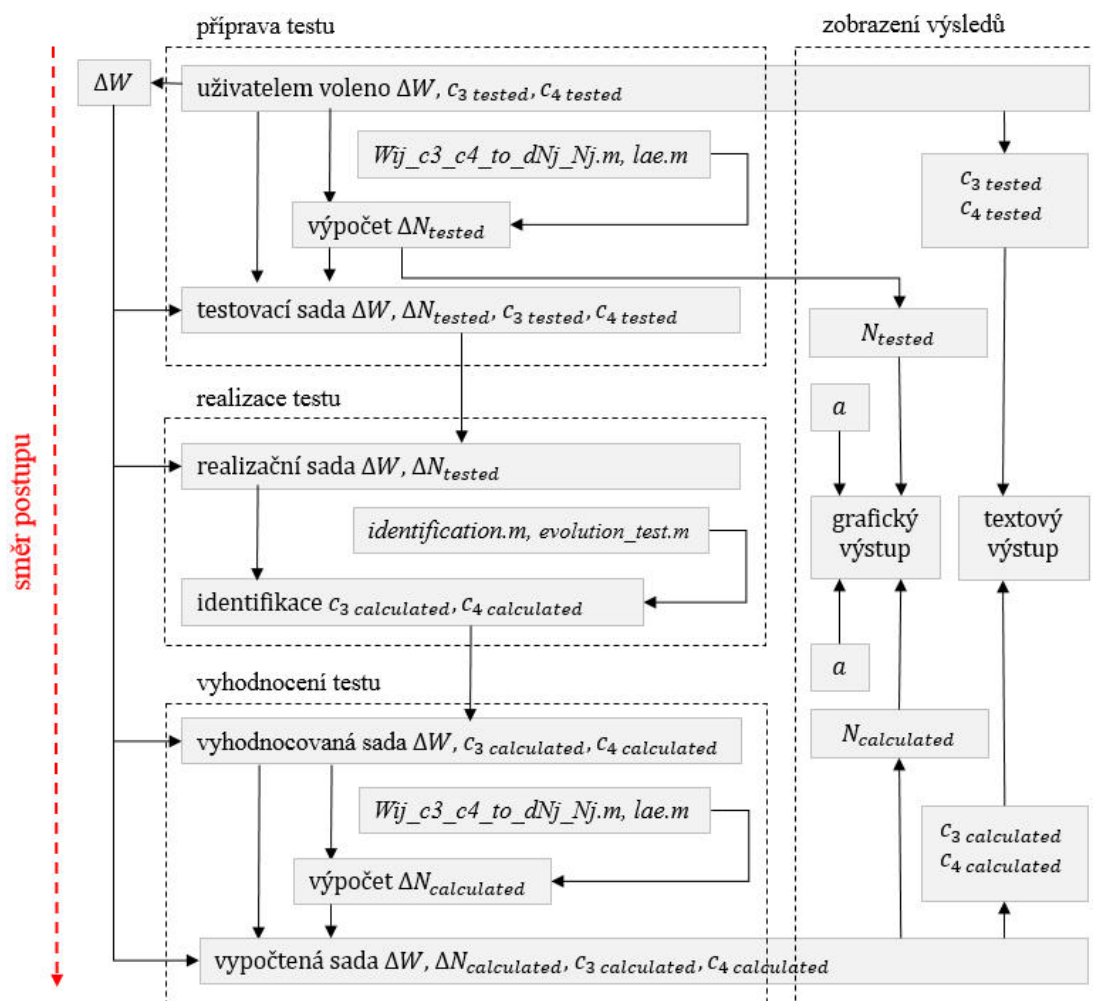


10.4 TESTOVÁNÍ ALGORITMU

Algoritmus je tedy navržen, uveden do provozu a schopen identifikovat parametry iniciačního a růstového vztahu.

Zda a případně, jak dobře algoritmus identifikuje hledané parametry, je třeba ověřit. Je zde celá řada možných situací a vstupů. Je třeba zajistit, aby se vyloučily ty chybové.

Je třeba zjistit, zda algoritmus pracuje správně, a tím pádem je případná chyba na v experimentálně získaných datech.



obr. 55 - schéma testovacího procesu

Filozofie tohoto ověření, testování, je, že se použije situace se známými daty, vstupy i výstupy. Modelovou situací autor zajistil tak, že volil matici přírůstků disipačních energií ΔW_{ij} , dále pak volil parametry růstového vztahu c_3 a c_4 . K těmto voleným vstupům bylo ještě třeba nalézt odpovídající vektor přírůstků cyklů ΔN_j .



Hledání odpovídajícího ΔN_j vychází z řešení lineární soustavy j rovnic s j neznámými, která vznikla úpravou růstových vztahů, řešení takovéto soustavy je obvykle jednoduché. V programu MATLAB se používá operátoru zpětného lomítka nebo inverze matice, kde D_j je vektor jedniček odpovídající koeficientu kumulace poškození viz (81) nebo (82)(82).

$$\Delta W \setminus \Delta N = D_j \quad (81)$$

$$\text{inv}(\Delta W) \cdot D = \Delta N \quad (82)$$

Bohužel, tuto jednoduchou metodu nešlo použít. Matice přírůstků ΔW sice není singulární, avšak po přenásobení parametrem c_3 a po umocnění parametrem c_4 , které při identifikaci v algoritmu mohou nabývat „libovolných“ hodnot se chová jako by singulární byla. Její diagonální členy se stanou silně dominantní a soustava má pak pouze jedno a to triviální řešení, ΔN_j je rovno vektoru nul.

Autor se tedy po konzultaci s Bc. Jaroslavem Štorkánem rozhodl použít singulárního rozkladu, který je implementován do řešiče *lae.m*. Metoda Singulární rozklad je metoda principiálně analytická, v tomto případě se samotný rozklad řeší numericky. Více informací v [20].

POPIS:	iterační řešení soustavy rovnic se singulární maticí koeficientů
UMÍSTĚNÍ:	\appendix\testing\lae.m

Autor vytvořil funkci *Wij_c3_c4_to_dNj_Nj.m*, která je tento řešič schopna využít a potřebné ΔN_j vypočítat s přesností chyby menší než je dovolená ε_d , viz (83)

$$\varepsilon_{lae} = \Delta W \cdot \Delta N - D < \varepsilon_d \quad (83)$$

Autor implementoval funkci implementace *Wij_c3_c4_to_dNj_Nj.m* do testovacího scriptu a několikrát i do jiných programů, zde již jen jako podpůrnou funkci pro ušetření času a zlepšení přehlednosti programů.

POPIS:	iterační řešení soustavy rovnic se singulární maticí koeficientů
UMÍSTĚNÍ:	\appendix\testing\Wij_c3_c4_to_dNj_Nj.m

Autor při prvním testování identifikoval parametry iniciačního a růstového vztahu prostě kritériální cílovou funkcí *initiation.m* a *evolution.m*.

Funkce *initiation.m* vykazovala z principu dobré výsledky. Nebylo se jí tedy třeba déle zabývat. Autor se soustředil na funkci *evolution.m*. Šlo o prostě kritériální funkci s kritériem „platnosti rovnic“, která nebyla schopna pružně hledat shodu výstupů se vstupy.



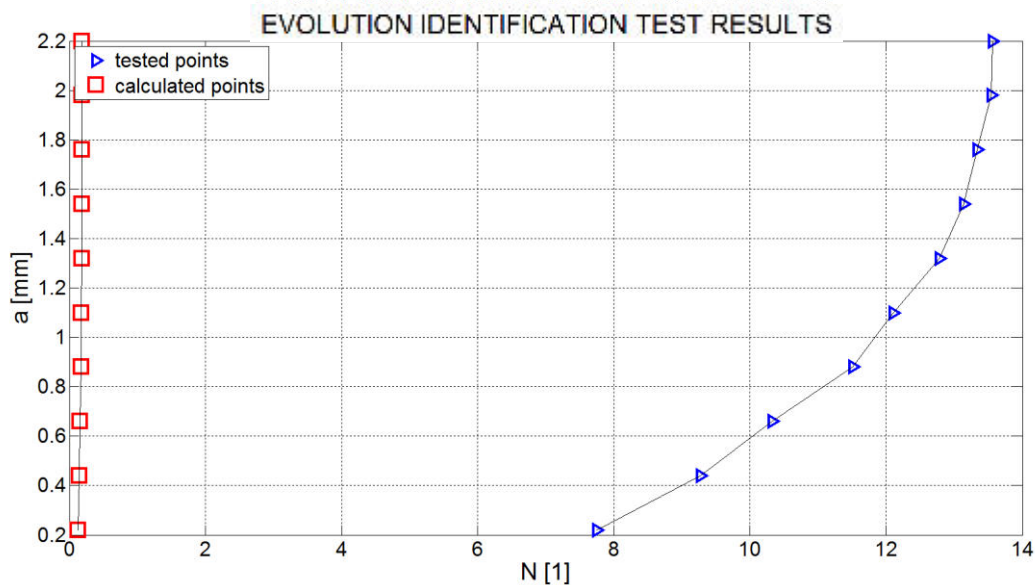
Jedinou možností zlepšení shody bylo rozšířit a užít funkci jako vícekritériální. Funkce *evolution.m* byla doplněna o další kritérium „odlehnutí bodu“, které se po přezásobení vahou $scale_N$ sečetlo s již zavedeným kritériem „platnosti soustavy“, viz (84).

$$min_value_of_evolution = norm_r \cdot scale_r + norm_delta_N \cdot scale_N \quad (84)$$

Poznámka: Všechny grafy mají na vodorovné ose vyneseno počet cyklů od iniciace trhliny, nikoliv počet cyklů absolutní.

Na obr. 56 je vidět špatná identifikace jednokritériální funkce *evolution.m*. Modré trojúhelníkové body tj. ΔN_{tested} jsou spolu s maticí ΔW zadány do řešiče. Algoritmus hledá parametry růstového vztahu c_3 a c_4 , tak aby se nové body vypočtené z identifikovaných parametrů c_3 a c_4 , tj. $\Delta N_{calculated}$ co nejlépe shodovaly s body zadanými tj. ΔN_{tested} . Je vidět, že se modré zadané body a červené počítané body jasně neshodují.

Podrobnější informace jsou uvedeny v textovém výstupu na obr. 57, který identifikační algoritmus generuje. Je zde uveden název txt souboru, kde je uložena matice disipačních energií ΔW a označení řešiče, kterým byl problém řešen, autor jich totiž implementoval několik. Dále zde jsou hodnoty parametrů c_3 a c_4 odpovídající vstupním ΔW a ΔN_{tested} , které chceme identifikovat. Chyba této identifikace aj. bude popsána dále.



obr. 56 – testování prostěkriteriální identifikace parametrů c_4 a c_4 , [autor]

```

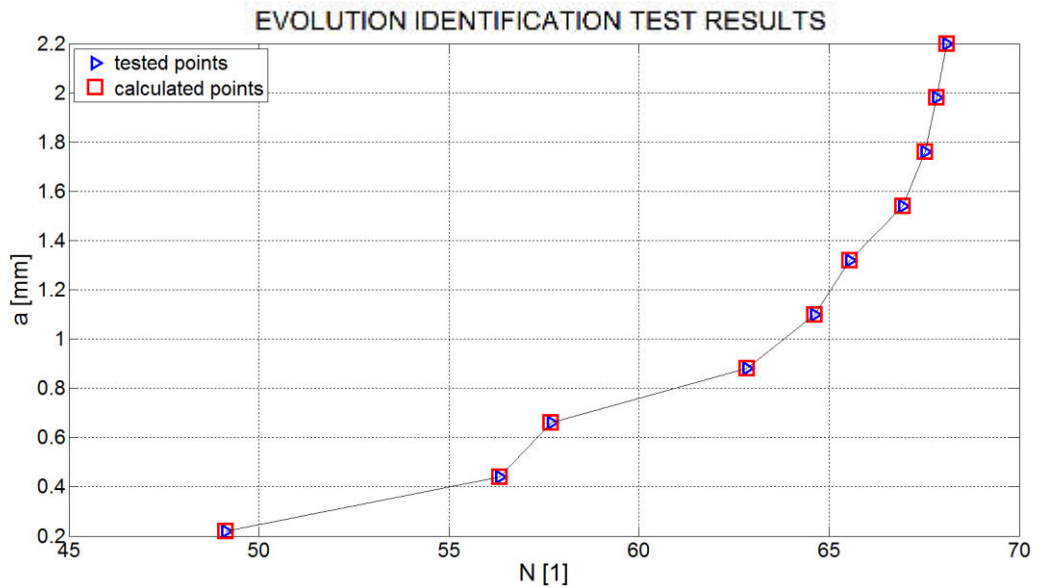
*****
*                               IDENTIFICATION TEST RESULTS                               *
*                                                                                       *
* dw file name                   = w_python_050.txt                                   *
* slover.e                       = 13 ( fminsearch.evolution.test )                   *
* scale R/N                      = 1/10                                             *
* c3.tested                      = 6.000000e-03                                     *
* c3.calculated                  = 6.000001e-03   |c3.t - c3.o| = 6.929958e-10       *
* c4.tested                      = 5.000000e-02                                     *
* c4.calculated                  = 5.000001e-02   |c4.t - c4.o| = 1.069869e-08       *
* max( |A*x - b| )              = 1.522660e-07                                     *
* VI                             =                                                                                       *
*****
    
```

obr. 57 - textový výstup ke grafu na obr. 56, [autor]



Na obr. 58 je graficky znázorněna identifikace vícekriteriální funkcí evolution.m. Je zde vidět velice dobrá shoda testovacích ΔN_{tested} a vypočtených $\Delta N_{calculated}$.

V textovém výstupu na obr. 59 jsou uvedeny již zmíněné ale také nové parametry úlohy, o kterých je dobré se zmínit. Jde o odlehnutí $|c_{tested} - c_{calculated}|$ identifikovaných parametrů $c_3_{calculated}$ a $c_4_{calculated}$, od parametrů c_3_{tested} a c_4_{tested} asi 10^{-10} 10^{-8} . To autor považuje za zcela dostačující výsledek. Dále jsou zde nově uvedeny jednotlivé váhy vícekriteriální, kompozitní, funkce ve formátu $scale_R/sacale_N$. Pro snazší orientaci autor doplnil k označení použitého řešiče i jeho slovní pojmenování.



obr. 58 - testování vícekriteriální identifikace parametrů c_3 a c_4 , [autor]

```

*****
*                               IDENTIFICATION TEST RESULTS                               *
*                                                                                       *
* dw file name                   = w_python_050.txt                                   *
* slover.e                       = 13 ( fminsearch.evolution.test )                   *
* scale R/N                      = 1/10                                             *
* c3.tested                      = 6.000000e-03                                     *
* c3.calculated                   = 6.000001e-03   |c3.t - c3.o| = 6.929958e-10     *
* c4.tested                      = 5.000000e-02                                     *
* c4.calculated                   = 5.000001e-02   |c4.t - c4.o| = 1.069869e-08     *
* max( |A*x - b| )              = 1.522660e-07                                     *
* VI                             =                                                                                       *
*****
    
```

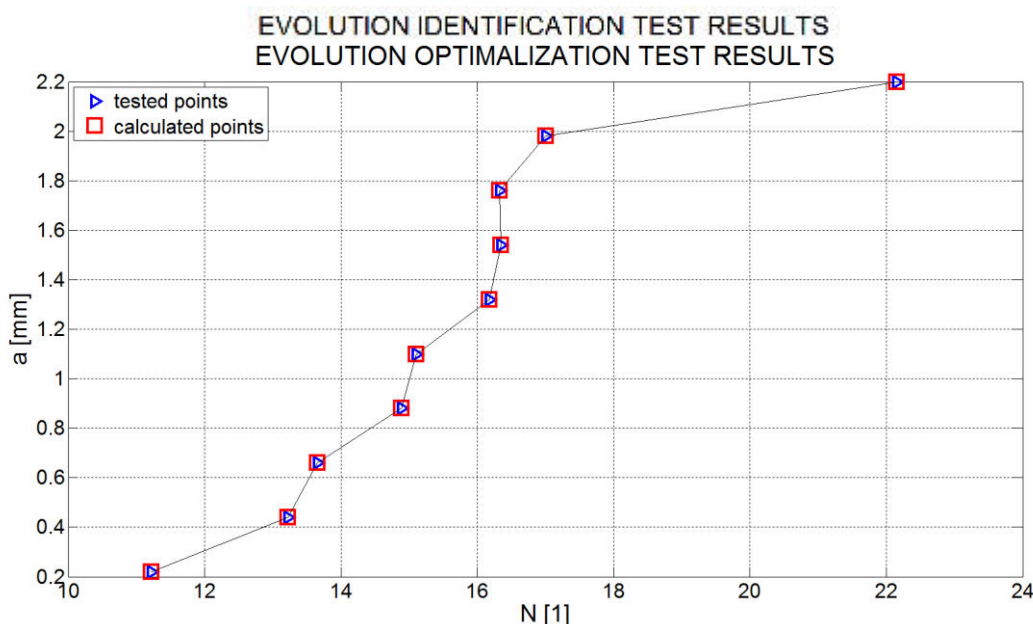
obr. 59 - textový výstup ke grafu na obr. 58, [autor]



Zde autor na obr. 60 uvádí jiný případ identifikace. Je zde použita jiná matice disipačních energií ΔW s označením `w_python_400.txt`. Autor tak chce ukázat, že identifikace vykazuje dobré výsledky pro libovolné vstupy *rozumných mezí*.

Je dobré zde připomenout, že číslo 400 v označení vstupní matice ΔW vyjadřuje, kolika virtuálním cyklům byl model MKP podroben, než byla jeho odezva v podobě hysterezní křivky považována za saturovanou.

Na dalším obr. 61 čtenář může opět shlédnout parametry zmiňované úlohy. Přesnost odlehnutí je stále výborná.



obr. 60 - jiný případ testování vícekriteriální identifikace parametrů c_3 a c_4 , [autor]

```

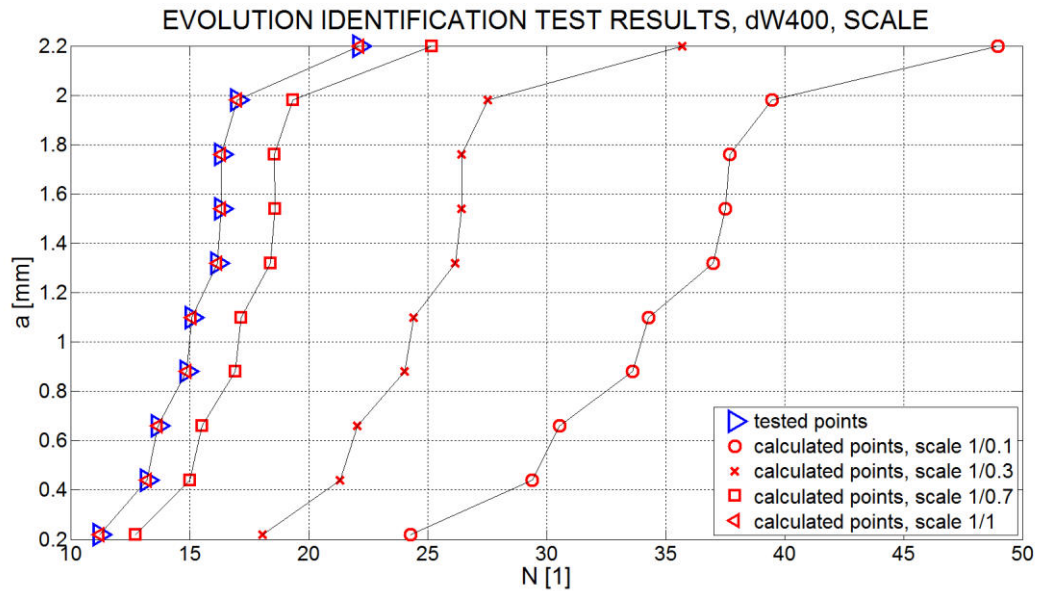
*****
*                                     IDENTIFICATION TEST RESULTS                                     *
*                                                                              *
* dw file name                        = w_python_400.txt                       *
* slover.e                            = 13 ( fminsearch.evolution.test )       *
* scale R/N                          = 1/10                                  *
* c3.tested                          = 3.000000e-02                          *
* c3.calculated                       = 2.999998e-02   |c3.t - c3.o| = 2.365670e-08 *
* c4.tested                          = 1.000000e-01                          *
* c4.calculated                       = 9.999997e-02   |c4.t - c4.o| = 3.156013e-08 *
* max( |A*x - b| )                   = 8.285258e-07                          *
* VI                                  =                                          *
*****
    
```

obr. 61 textový výstup ke grafu na obr. 60, [autor]

Při testování přesnosti algoritmu s vícekriteriální, kompozitní funkcí nešlo opomenout důležitost vah jednotlivých kritérií, cílových funkcí.



Autor zařadil graf identifikace parametrů c_3 a c_4 na obr. 62, kde je vidět vliv kombinací váhových koeficientů. Algoritmus poskytuje použitelné výsledky již při použití kombinace 1/1.



obr. 62 - testování vícekritériální identifikace pro ΔW s označením $w_python_400.m$ a různé kombinace vah cílových funkcí

```

*****
*
* IDENTIFICATION TEST RESULTS
*
* dw file name = w_python_400.txt
* slover.e = 13 ( fminsearch.evolution.test )
* scale R/N = 1/1.000000e-01
* c3.tested = 3.000000e-02
* c3.calculated = 1.373233e-02 |c3.t - c3.o| = 1.626767e-02
* c4.tested = 1.000000e-01
* c4.calculated = 1.230445e-01 |c4.t - c4.o| = 2.304448e-02
* max( |A*x - b| ) = 1.356690e+00
* VI =
*****
    
```

obr. 63 - textový výstup ke křivce „calculated points, scale 1/0.1“ na obr. 62

POPIS:	tisk grafu „EVOLUTION IDENTIFICATION TEST RESULTS, dW400, SCALE“
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\testing\test_plot_scale.m



11 IDENTIFIKACE MATERIÁLOVÝCH PARAMETRŮ C_3 A C_4

V tab. 5 jsou seřazeny všechna testovací tělesa, která byla podrobena experimentu cyklického zatěžování podle kap. 6 v laboratořích COMTES FHT a.s. V tabulce je dále uvedeno, zda měl autor při tvorbě diplomové práce k dispozici data z digitální korelace systému Aramis. Ve třetím sloupci je uvedeno, zda byla data v podobě textových souborů použitelná ke zpracování autorovými algoritmy. V posledním sloupci je uvedeno označení vektorů N_e , které jsou spolu maticí přírůstků disipační energie ΔW hlavními vstupy identifikačního programu.

Data ze systému Aramis pro vzorky s označením $c1_r01$, $c1_r-1$, $cv1_r01_400mpa$, $cv2_r01_400mpa$ po společnosti COMTES FHT a.s. autor nepožadoval. Již po ukončení experimentu bylo jasné, že by pro zpracování v programech *translate.m*, *interpolate.m*, *evolution.m* a *identification.m* nebyly použitelné.

Autor se tedy zabýval identifikací pěti sad naměřených dat s označením $c2e010p0715p0722$, $c2e010p0805p0812$, $c2e010p0815p0823$, $c2e010p0615p0823$ pro těleso $c2_r01_400mpa$ a pouze jednou sadou dat $cc1e010p0903p0913$ pro vzorek označený jako $cc1_r01_400mpa$.

Autor dále zkoušel identifikovat materiálové parametry i pro jiné sady dat, avšak neúspěšně, proto nejsou v tab. 5 uvedeny.

tab. 5 – analýza matic *matrix_crack_size* pro jednotlivé testovaná tělesa, [autor]

#	označení	data Aramis	použitelnost dat Aramis	nalezené použitelné N_e
1	$c1_r01$	ne		
2	$c1_r-1$	ne		
3	$c1_r01_400mpa$	ne		
4	$c2_r01_400mpa$	ano	ano	$c2e010p0715p0722$ $c2e010p0805p0812$ $c2e010p0815p0823$ $c2e010p0615p0823$
5	$c3_r01_400mpa$	ano	ne	
6	$c4_r01_400mpa$	ano	ano	
7	$c5_r01_400mpa$	ano	ano	
8	$cc1_r01_400mpa$	ano	ano	$cc1e010p0903p0913$
9	$cc2_r01_400mpa$	ano	ano	
10	$cv1_r01_400mpa$	ne		
11	$cv2_r01_400mpa$	ne		



11.1 POSTUP IDENTIFIKACE

Pro identifikaci materiálových parametrů byly k dispozici závislosti délky únavové trhliny na počtu cyklů do porušení $a_e^{\varepsilon_{krit}^x} - N_e^{\varepsilon_{krit}^x}$. Horní index ε_{krit} uvádí, pro jakou kritickou hodnotu poměrné deformace byl vztah (dále jen sada dat) generován. Vektory $a_{MKP}^{\varepsilon_{krit}^x}$ a $N_{MKP}^{\varepsilon_{krit}^x}$ byly odečteny z matice *matrix_crack_size* v kap. 7.2. Tyto vztahy byly dále přeinterpolovány. Podrobně o nutnosti interpolace a interpolaci jako takové referuje následující kap. 11.2.

Po interpolaci byly k dispozici sady dat $a_{MKP}^{\varepsilon_{krit}^x} - N_{MKP}^{\varepsilon_{krit}^x}$. Konkrétní sada byla zadána spolu s konkrétní maticí přírůstků disipační energie $\Delta W_{iteration}$ a počátečním odhadem materiálových parametrů c_3^0 a c_4^0 jako vstup do identifikačního scriptu *identificaton.m*. Spodní index *iteration* značí pro jaký počet iterací procedury *Direct Cyclic* byla matice ΔW vygenerována. Identifikace byla prováděna vždy pro sadu tří hodnot kritické deformační energie ε_{krit}^x a to pro $\varepsilon_{010}^x = 0,1$, $\varepsilon_{008}^x = 0,08$, $\varepsilon_{010}^x = 0,06$. Identifikace s nejlepšími výsledky jsou uvedeny dále. Pro vykreslení byla vždy vybrána identifikace s $\varepsilon_{010}^x = 0,1$.

V případě, že algoritmus *identification.m* nemohl nalézt řešení do několika desítek tisíc iterací, byly měněny počáteční odhady materiálových parametrů c_3^0 a c_4^0 . Tyto změny však na nalezení řešení neměly potřebný vliv.

Poslední variantou pro lepší konvergenci a nalezení řešení identifikace byla změna $\Delta W_{iteration}$. Toto řešení bylo jednou úspěšné. Otázkou však je, zda změna $\Delta W_{iteration}$ pro jiný počet iterací *iteration* lze považovat za korektní. Jelikož principiálně by mělo k úspěšné identifikaci dojít pro všechny varianty matice ΔW a výsledky identifikací by se měly lišit jen v přesnosti řešení.



11.2 INTERPOLACE

Šíření únavové trhliny při experimentu a MKP modelování bylo z technických důvodů měřeno na rozdílných velikostech mřížek, a to na mřížkách $a_e - N_e$, $\Delta a_e - \Delta N_e$ resp. $a_{MKP} - N_{MKP}$, $\Delta a_{MKP} - N_{MKP}$. Mřížka experimentální je označena spodním indexem e a je založena na průměrné vzdálenosti jednotlivých bodů digitální korelace mezi sebou Δa_e . Tato hodnota je v algoritmu počítána jako (85).

$$\Delta a_e = |x_{s\,start}^{k=0} - x_{s\,end}^{k=0}| \quad (85)$$

Kde je

s	identifikátor v matici <i>matrix_crack_size</i> ,
$start$	identifikátor sloupce v <i>matrix_crack_size</i> , kde začíná načítání do vektoru N_e experimentálně naměřených cyklů.
end	identifikátor sloupce v <i>matrix_crack_size</i> , kde končí načítání do vektoru N_e experimentálně naměřených cyklů.

Je vhodné připomenout, že každému koeficientu resp. pozici koeficientu v matici *matrix_crack_size* jediné odpovídají koeficienty resp. pozice koeficientů matice polohy ve směru x , $x_s^{k=0}$, a ve směru y , $y_s^{k=0}$. Mřížka MKP modelu, která je značena spodním indexem MKP je pevně dána geometrií modelované únavové trhliny.

Z toho vyplývá nutnost přeinterpolování experimentálně naměřené hodnoty vektoru N_e na mřížku N_{MKP} . Lze nazývat mřížkou identifikační. Autor vytvořil krátký script, který tuto interpolaci usnadňuje a vykresluje porovnání závislosti $a - N$ před a po interpolaci. Každá interpolace může být v rychlosti překontrolována. Může se totiž stát, že funkce *interp1.m*, která k interpolaci použita nenajde řešení nebo interpolaci provede nedostatečně přesnou. Na obr. 64 je ilustrována taková kontrola pro datový soubor *c2_e010p0715p0722.mat*. Zde jsou uloženy uspořádané dvojice $[a_e, N_e]$ pro bod $P0715$ až $P0722$ a hodnotu $\varepsilon_{iden} = 0,1$. Červeně jsou vyvedena experimentální data. Černě pak data přeinterpolovaná na novou mřížku.

POPIS:	Interpolační script v prostředí MATLAB <i>interpolation.m</i>
UMÍSTĚNÍ:	\\appendix\interpolation\interpolation.m



11.3 IDENTIFIKACE

Následuje pět obrázkových sad, každá po třech obrázcích, pro pět závislostí $a_e - N_e$, které byli získány postupem, který autor popsal v kap. 7. Na prvním obrázku v každé sadě je vyobrazena grafická interpretace přeinterpolování $a_e - N_e$ na $a_{MKP} - N_{MKP}$. Na druhém obrázku každé sady je vyobrazena shoda výstupních dat vypočtených z nově identifikovaných parametrů modelu c_3 a c_4 s daty vstupními – experimentálními. Na posledním třetím obrázku každé sady je uveden textový výpis z identifikačního scriptu *identification.m*.

Poznámka: Všechny grafy mají na vodorovné ose vyneseno počet cyklů od iniciace trhliny, nikoliv počet cyklů absolutní.

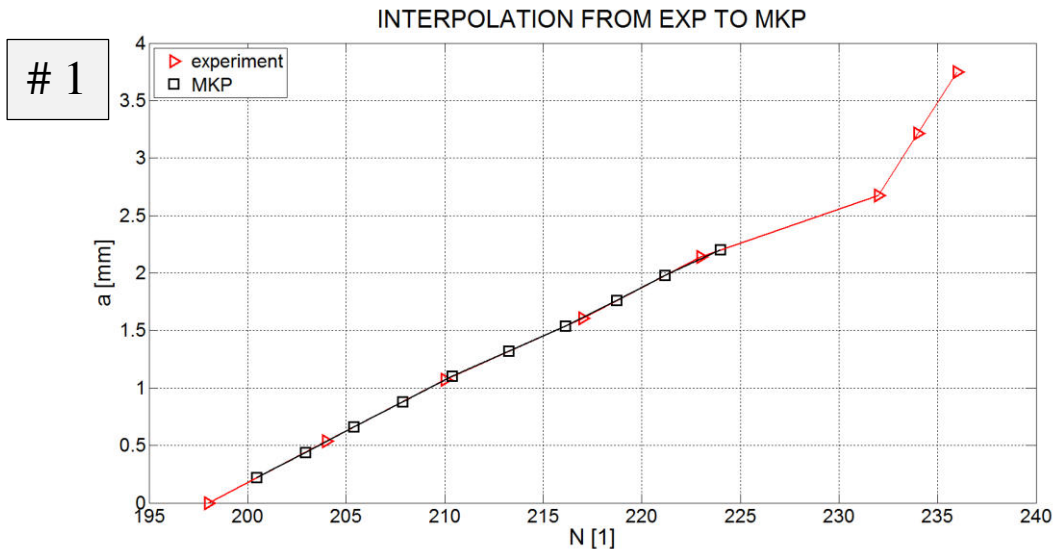
Jako první byly identifikovány materiálové parametry c_3 a c_4 pro sadu dat # 1 s označením *c2e010p0715p0722*. Z obr. 65 je na první pohled vidět, že hledané a nalezené body se neshodují. Algoritmus nenašel vhodnou variantu materiálových parametrů c_3 a c_4 , tak aby popsaly naměřenou téměř lineární závislost prostřednictvím soustavy deseti mocninných rovnic. Vliv na neúspěch identifikace plynoucí z interpolace, která je ilustrována na obr. 64 je minimální. Interpolace vykazuje dobrou shodu. Z textového výpisu programu *identification.m* na obr. 66 lze odečíst hodnoty identifikovaných materiálových parametrů $c_3 = 1.619547E - 04$ a $c_4 = 2.393898E + 00$. Tyto hodnoty jako výsledek identifikace budou komentovány spolu s ostatními hodnotami v diskusi na konci kapitoly.

Jako druhá byla identifikována datová sada *c2e010p0805p0812*, tj. sada # 2. Na obr. 68 je znovu vidět, že identifikace parametrů proběhla s nedostatečnou předností. Charakter křivky je sice zhruba zachován, avšak poloha byla posunuta asi 100 cyklů *doleva*. Vliv chyby interpolace je sice větší než v minulém případě, jak je vidět z obr. 67, nikoliv však zásadní. Z textového výpisu na obr. 69 lze opět odečíst hodnoty materiálových parametrů, které jsou $c_3 = 6.608636E - 03$ a $c_4 = 2.058687E - 01$.

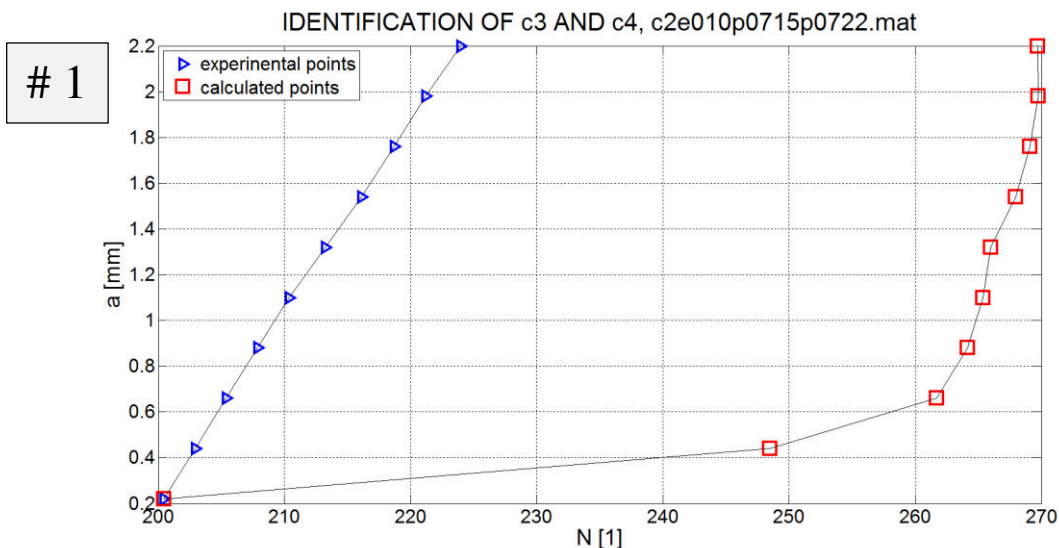
Datová sada # 3, které náleží obr. 70, obr. 71 a obr. 72 a hodnoty materiálových parametrů $c_3 = 2.948170E - 03$ a $c_4 = 8.573427E - 01$ budou komentovány až v diskusi s ostatními výsledky na konci kapitoly.

Zatím nejlepší shodu pro těleso s označením *c2_r01_400MPa* vykazuje datová sada *c2e010p0615p0823*. Hodnoty materiálových parametrů byly identifikovány jako $c_3 = 2.948695E - 03$ a $c_4 = 1.756410E - 01$. Na obr. 74 je vidět neuspokojivá avšak lepší shoda bodů naměřených a bodů vypočtených z identifikovaných parametrů. Dále už klasicky na obr. 73 jsou výsledky interpolace a na obr. 75 textový výpis algoritmu.

Jako poslední byla identifikována jediná datová sada *cc1e010p0903p0913* příslušící tělesu s vrubem označeným jako *cc2_r01_400mpa*. Tato identifikace vykazuje nejlepší přesnost. Hodnoty parametrů byly identifikovány jako $c_3 = 3.891890E - 03$ a $c_4 = 1.466812E - 01$.



obr. 64 – interpolace z experimentální mřížky $a_e - N_e$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $a_{MKP} - N_{MKP}$, výsledky interpolace pro c2e010p0715p0722.mat, [autor]



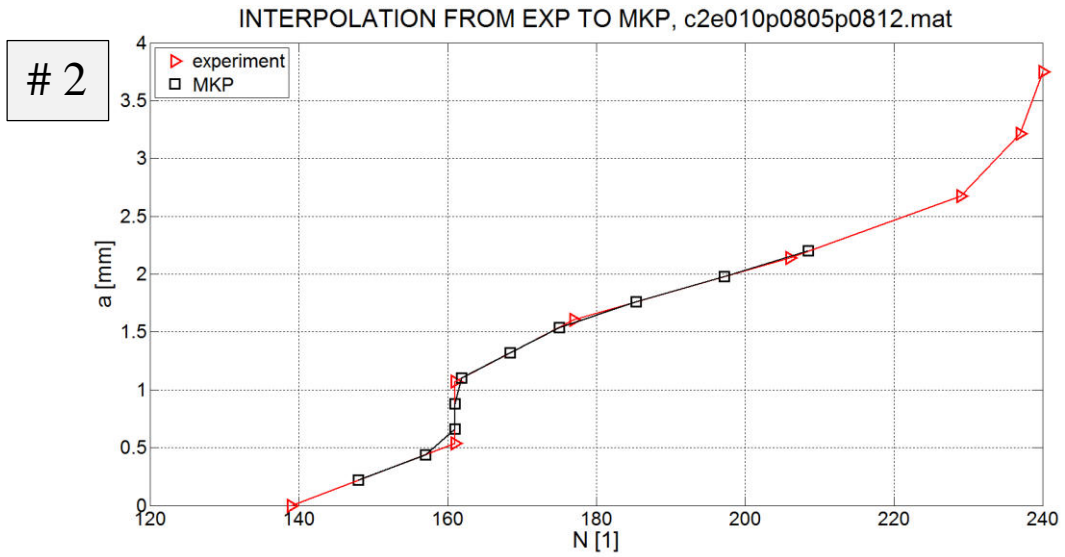
obr. 65 – identifikace parametrů c_3 , a c_4 pro c2e010p0715p0722.mat, [autor]

1

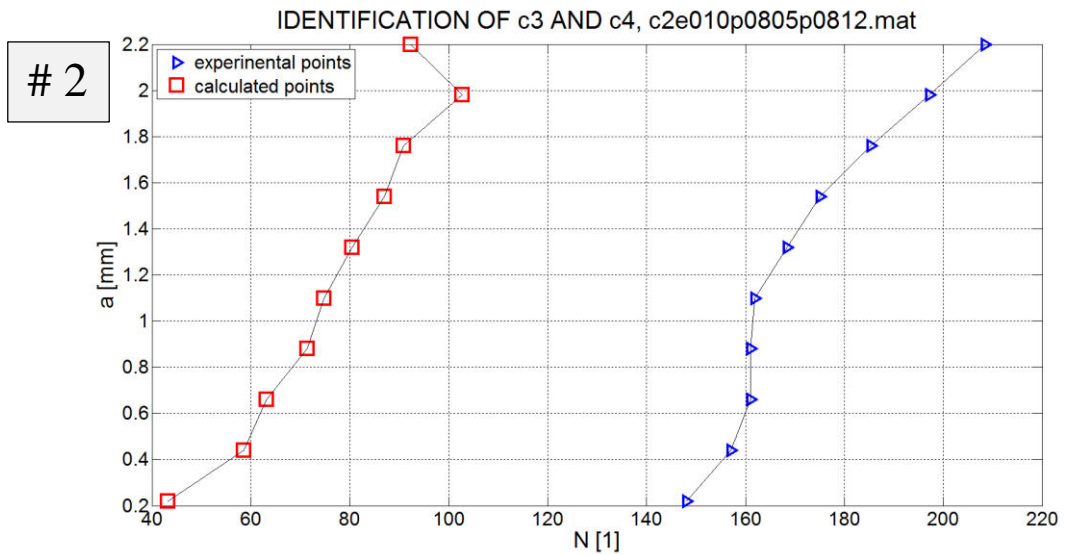
```

*****
IDENTIFICATION c_3 AND c_4 RESULTS
*
* dw file name           = w_python_250.txt
* data_name              = c2e010p0715p0722.mat
* epsilon_iden          = 1.000000e-01
* slover.e               = 13 ( fminsearch.evolution.test )
* scale R/N              = 1/10
* c3.calculated          = 1.619547e-04
* c4.calculated          = 2.393898e+00
*****
    
```

obr. 66 – hodnoty identifikovaných parametrů materiálu c_3 a c_4 pro c2e010p0715p0722.mat, legenda k předchozímu grafu, [autor]



obr. 67 – interpolace z experimentální mřížky $a_e - N_e$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $a_{MKP} - N_{MKP}$, výsledky interpolace pro c2e010p0805p0812.mat, [autor]



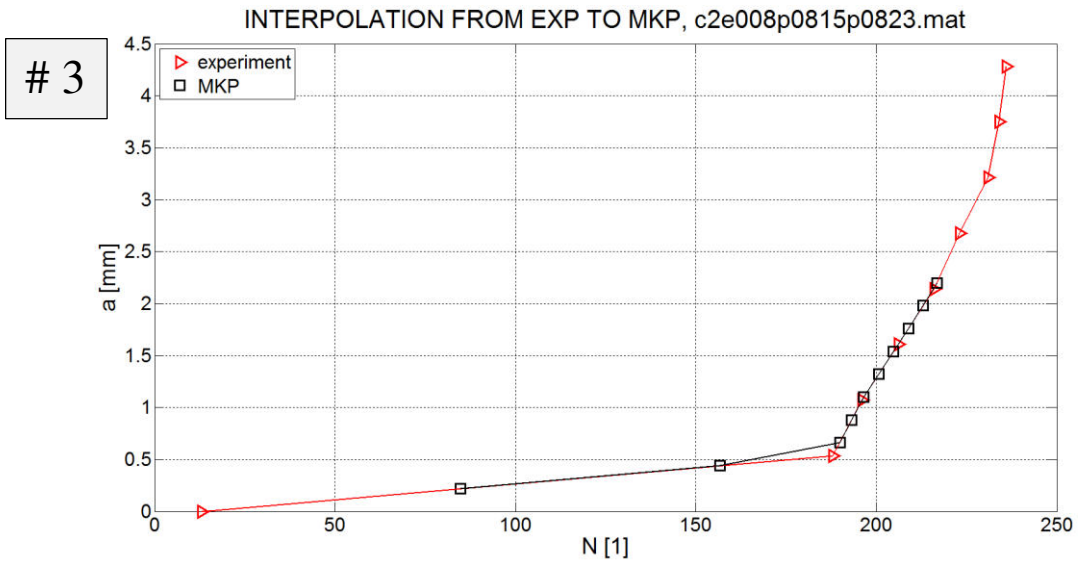
obr. 68 – identifikace parametrů c_3 , a c_4 pro c2e010p0805p0812.mat, [autor]

2

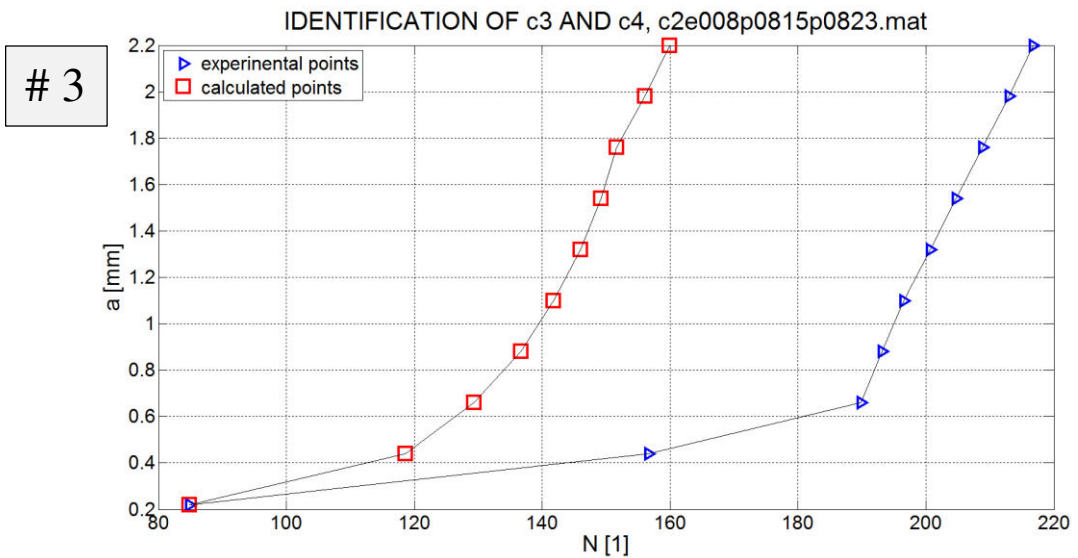
```

*****
IDENTIFICATION c_3 AND c_4 RESULTS
*****
* dw file name      = w_python_250.txt
* data_name        = c2e010p0805p0812.mat
* epsilon_iden     = 1.000000e-01
* slover.e         = 13 ( fminsearch.evolution.test )
* scale R/N        = 1/10
* c3.calculated    = 6.608636e-03
* c4.calculated    = 2.058687e-01
*****
    
```

obr. 69 - hodnoty identifikovaných parametrů materiálu c_3 a c_4 pro c2e010p0805p0812.mat, legenda k předchozímu grafu, [autor]



obr. 70 – interpolace z experimentální mřížky $a_e - N_e$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $a_{MKP} - N_{MKP}$, výsledky interpolace pro c2e010p0615p0823.mat, [autor]



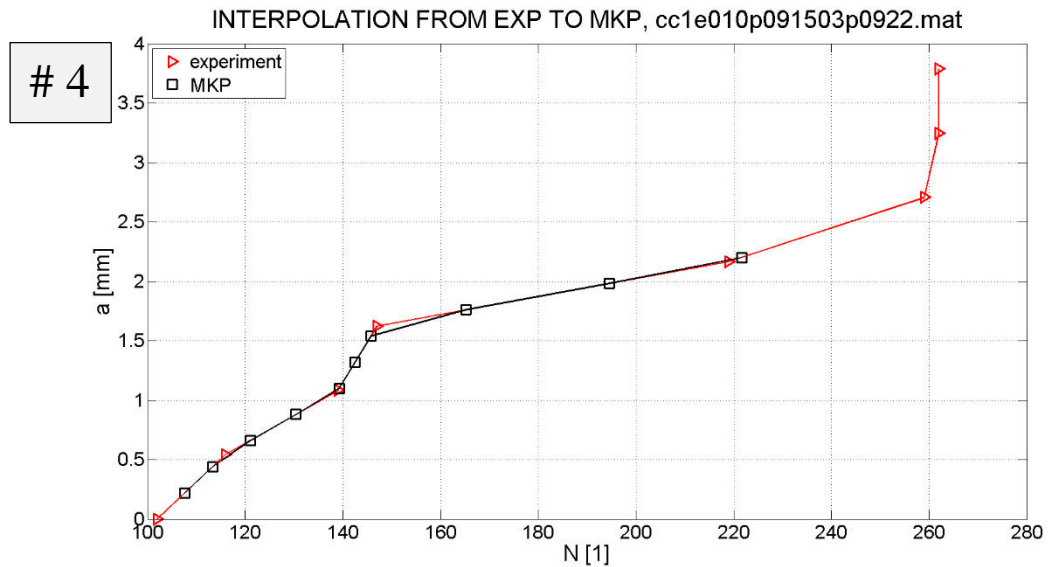
obr. 71 – identifikace parametrů c_3 , a c_4 pro c2e010p0815p0823.mat, [autor]

3

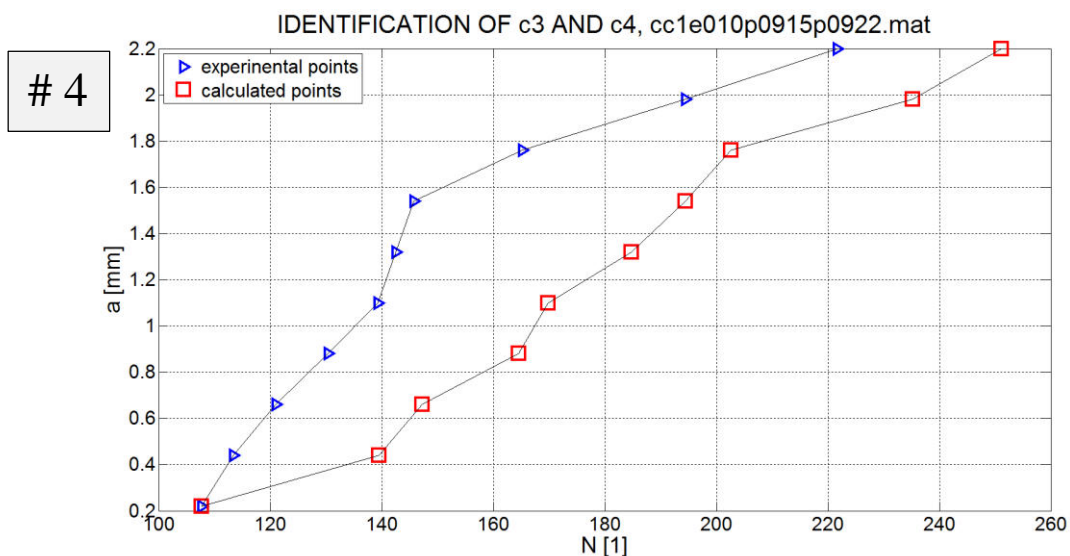
```

*****
IDENTIFICATION c_3 AND c_4 RESULTS
*****
* dw file name           = w_python_400.txt
* data_name              = c2e008p0815p0823.mat
* epsilon_iden          = 1.000000e-01
* slover.e               = 13 ( fminsearch.evolution.test )
* scale R/N              = 1/10
* c3.calculated          = 2.948176e-03
* c4.calculated          = 8.573472e-01
*****
    
```

obr. 72 - hodnoty identifikovaných parametrů materiálu c_3 a c_4 pro c2e010p0815p0823.mat, legenda k předchozímu grafu, [autor]



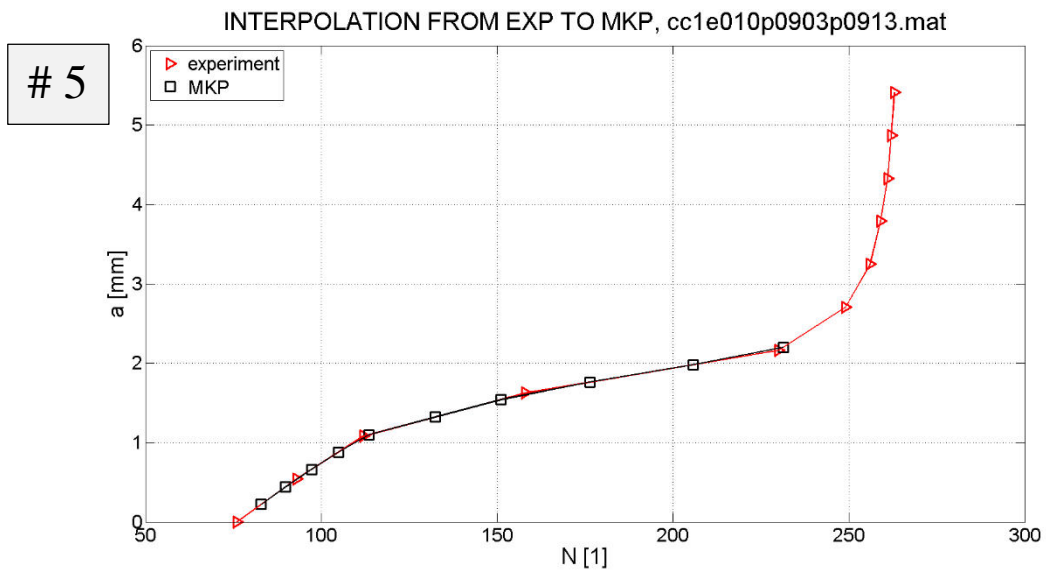
obr. 73 – interpolace z experimentální mřížky $a_e - N_e$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $a_{MKP} - N_{MKP}$, výsledky interpolace pro c2e010p0915p0922.mat, [autor]



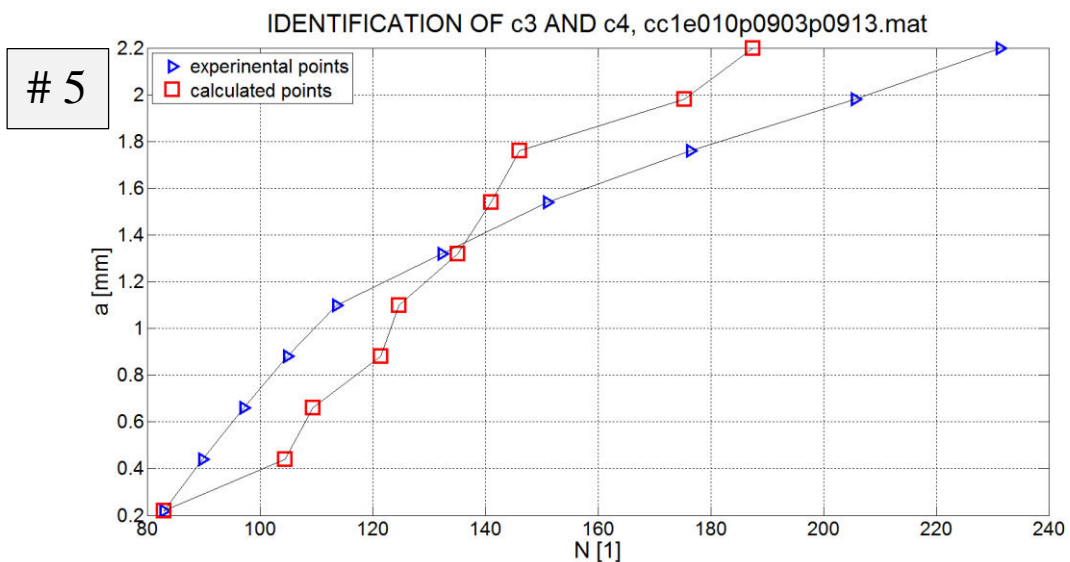
obr. 74 – identifikace parametrů c_3 , a c_4 pro c2e010p0915p0922.mat, [autor]

```
# 4
*****
IDENTIFICATION c_3 AND c_4 RESULTS
*
* dw file name           = w_python_350.txt
* data_name              = cc1e010p0915p0922.mat
* epsilon_iden          = 1.000000e-01
* slover.e               = 13 ( fminsearch.evolution.test )
* scale R/N              = 1/10
* c3.calculated          = 2.948695e-03
* c4.calculated          = 1.756416e-01
*****
```

obr. 75 - hodnoty identifikovaných parametrů materiálu c_3 a c_4 pro c2e010p0915p0922.mat, legenda k předchozímu grafu, [autor]



obr. 76 – interpolace z experimentální mřížky $a_e - N_e$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $a_{MKP} - N_{MKP}$, výsledky interpolace pro cc1e010p0903p0913.mat, [autor]



obr. 77 – identifikace parametrů c_3 , a c_4 pro cc1e010p0903p0913.mat, [autor]

```

# 5
*****
IDENTIFICATION c_3 AND c_4 RESULTS
*****
*
* dw file name          = w_python_350.txt
* data_name             = cc1e010p0903p0913.mat
* epsilon_iden          = 1.000000e-01
* slover.e              = 13 ( fminsearch.evolution.test )
* scale R/N             = 1/10
* c3.calculated         = 3.891890e-03
* c4.calculated         = 1.466812e-01
*****
    
```

obr. 78 - hodnoty identifikovaných parametrů materiálu c_3 a c_4 pro cc1e010p0903p0913.mat, legenda k předchozímu grafu, [autor]



11.4 DISKUSE IDENTIFIKOVANÝCH PARAMETRŮ

V tab. 6 jsou uvedeny hodnoty hodnot identifikovaných parametrů pro jednotlivé datové sady. Vypustí-li se z úvah sada s označením # 1, byly hodnoty parametrů identifikovány v řádově totožných mezích. Jejich průměrná hodnota je uvedena v prvním řádku tab. 7. Na druhém řádku je vyčíslený průměr hodnot materiálových parametrů pro těleso *c2_r01_400MPa*. Je zajímavé, že tyto hodnoty jsou podobné, jako identifikované hodnoty materiálových parametrů pro jedinou datovou sadu zkušebního tělesa s vrubem, které je označeno jako *cc2_r01_400mpa*.

Tento fakt podporuje hypotézu, že vrub na zkušebním tělese má zásadní vliv pouze na iniciaci únavové trhliny, avšak na její šíření již vliv nemá.

tab. 6 – porovnání výsledků identifikace materiálových parametrů c_3 a c_4 v programu *identification.m*, [autor]

#	označení vzorku	N_e	c_3	c_4
1	c2_r01_400MPa	c2e010p0715p0722	1.619547E-04	2.393898E+00
2		c2e010p0805p0812	6.608636E-03	2.058687E-01
3		c2e010p0815p0823	2.948170E-03	8.573427E-01
4		c2e010p0615p0823	2.948695E-03	1.756410E-01
5	cc2_r01_400mpa	cc1e010p0903p0913	3.891890E-03	1.466812E-01

tab. 7 – průměrované hodnoty materiálových parametrů c_3 a c_4 pro různé kombinace datových sad, které jsou uvedeny v tab. 6, [autor]

P	průměrované N_e	c_3	c_4
1	#2, #3, #4,	4.168500E-03	4.129508E-01
4	#1, #2, #3, #4	3.166864E-03	9.081876E-01
3	#1, #2, #3, #4, #5	3.311869E-03	7.558863E-01

Pro další aplikaci by měly být využity materiálové parametry $c_3 = 3.311869E - 03$ a $c_4 = 1.466812E - 01$, které byly určeny zprůměrováním materiálových parametrů pro jednotlivé datové sady.

Po definitivním určení hodnot materiálových parametrů c_3 a c_4 je namíště diskutovat o jejich výpovědní hodnotě, identifikaci a identifikačním algoritmu. Při pohledu na grafy na obr. 64 až obr. 78 je zřejmé, že hodnoty takto identifikovaných materiálových parametrů pro jednotlivé datové sady nejsou v praxi použitelné.

Jistou výjimku tvoří poslední identifikovaná sada s označením *cc1e010p0903p0913* pro vrubované těleso *cc2_r01_400mpa*. Tato sada vykazuje chybu asi 15 %. V praxi se materiálové charakteristiky s podobnými nebo i většími chybami často používají. Nelze ale stavět na datech, která



byla naměřena pouze na jednom vzorku. Pro relevantní výsledky je potřeba opakovaná shoda pro několik testovacích vzorků.

11.5 DISKUSE VSTUPNÍCH DAT

Podstatné také je diskutovat možnosti identifikačního algoritmu *identification.m*. Identifikační algoritmus byl naprogramován, tak aby identifikoval konkrétní parametry c_3 a c_4 vztahu (86). Jak ukázal test algoritmu v kap. 10.4, parametry pro tento konkrétní vztah je program *identification.m* schopen identifikovat s výbornou přesností.

$$\Delta D = \frac{\Delta N}{L} \cdot c_3 \cdot \Delta W^{c_4} \quad (86)$$

Pokud jsou vstupy do identifikace takové, že neodpovídají implementovanému vztahu (86), algoritmus materiálové parametry c_3 a c_4 přesně neidentifikuje a ani identifikovat nemůže. Tato skutečnost má za následek špatnou shodu bodů v interpretačních grafech na obr. 64 – interpolace z experimentální mřížky $a_e - N_e$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $a_{MKP} - N_{MKP}$, výsledky interpolace pro *c2e010p0715p0722.mat*, [autor]obr. 64 až obr. 78.

Řešením problému, který by zajistil dostatečně přesná experimentální data, by bylo nové naměření experimentů, kde by se k měření závislosti délky trhliny a na počtu cyklů N přistupovalo jinak s ohledem na následující:

1. Testovaný vzorek by měl být co nejtenčí. Zajistí se tím, že prodleva od iniciace trhliny do její měřitelnosti na povrchu bude minimální.
2. Snímání kamerami by mělo probíhat z obou stran. Získají se dva datové balíky, které lze v případě potřeby vzájemně nahradit.
3. Snímání by měla být jen oblast kolem čela trhliny. Získá se tím hustší síť měřených bodů v oblasti kolem čela trhliny-



12 NÁVRH APLIKACE PARAMETRŮ c_3 A c_4

Proto, aby byl návrh nové metodiky kompletní, je vhodné před formulováním závěrů čtenáři popsat, jak by měl vypadat MKP model šíření únavové trhliny pro identifikované materiálové parametry c_3 a c_4 .

Realizační MKP model by se měl skládat z hlavního řídicího scriptu, pod kterým budou řazeny dílčí moduly. Hlavní výhodou tohoto uspořádání je, že k realizaci dílčích modulů často postačí jen vhodná modifikace vyzkoušených metod a algoritmů.

Autor navrhuje sestavit program, který by v prvním kroku na geometrii s hrubou sítí našel procedurou Direct Cyclic kritická místa, na kterých by se pravděpodobně tvořila únavová trhlina. Toto kritické místo by bylo v druhém kroku v cyklu přesítování za účelem zjemnění sítě. Cyklování a proces přesítování by měl být provázán s procedurou Direct Cyclic, která by definovala poškození na základě hodnot funkce a skutečnosti kde a jak moc má být síť jemná.

Po zajištění dostatečně jemné sítě ve všech kritických místech by se celý výpočet rozpadl na jeden či více analogických výpočtů, které by probíhali vždy pouze pro každou jednu kritickou oblast zvlášť, tj. sériově. V kritické oblasti by se prostřednictvím metody XFEM vytvořila iniciační trhlina. Trhlina by byla definována tak, aby procházela elementy, pro které je vypočtena hodnota funkce poškození rovna jedné. Tato hodnota by byla zajištěna opět procedurou Direct Cyclic.

Modelování šíření únavové trhliny by probíhalo zase v cyklu. Po iniciaci trhliny by byla použita procedura Direct Cyclic a vypočtena funkce poškození pro elementy v blízkosti trhliny. Funkce poškození by svými hodnotami definovala, kam až by se trhlina, během posledního zatěžování měla rozšířit. Vymodelování geometrie takto definovaného přírůstku trhliny, by znovu zajistila metoda XFEM. Tento proces by se opakoval až do odšíření trhliny na kritickou vzdálenost, která by znamenala pro konstrukci kolaps.

Výstupem z MKP modelu by byla závislost rychlosti šíření, délky a tvarů únavové trhliny na počtu proběhlých cyklů. Pro jednotlivá kritická místa.

Popsaný MKP model má velkou přidanou hodnotu v tom ohledu, že na rozdíl od ostatních je schopen sám automaticky nalézt kritická místa pro tvorbu únavových trhlín, případně tyto místa podrobit analýze, zda jsou skutečně nebezpečná či nikoliv. Do celého procesu by uživatel téměř nemusel zasahovat.

Sestavení takového MKP modelu (programu, ve kterém by se pro jednotlivé případy měnily jen geometrie posuzovaných těles a okrajové podmínky) bohužel dalece přesahuje rozsah této diplomové práce. Autor práce však považoval za vhodné čtenáři ilustrovat výpočetní možnosti, metod a procesů, které byly v diplomové práci referovány.



13 ZÁVĚR

Experiment

Samostatnou částí tvorby této diplomové práce bylo několika denní pobyt a působení v experimentálním, metalurgickém a výpočetním výzkumném institutu COMTES FHT a.s. u Plzně, který proběhl v září 2015. Zde autor spolu se zaměstnanci instituce provedl experimentální měření únavových charakteristik austenitické oceli O8CH18N1OT, která je používána v jaderném strojírenství. Autor se zde seznámil s prostředím experimentální zkušebny a prací na zkušebních strojích. Celkem bylo měřeno devět vzorků. Dvě měření byla neúspěšná. Autor dále analyzoval data získaná metodou DIC a systémem Aramis. Následně rozhodl, která naměřená data jsou vhodná, a která nevhodná pro další zpracování. O zpracování těchto dat pak dále požádal zaměstnance instituce. Data byla po korespondenční komplikaci v květnu 2015 kompletně dodána.

Teorie

Na základě zadání diplomové práce se autor zaměřil na nastudování problematiky šíření únavových trhlin v materiálu s akcentem na nízkocyklovou únavu. Autor se zabýval přístupem modelování prostřednictvím lomové mechaniky, jako je faktor intenzity napětí a J-integrál v kontrastu s přístupem založenými na disipaci deformační energie získané z integrace podél saturované hysterezní křivky a kumulace poškození.

S ohledem na budoucí metodiku modelování šíření únavové trhliny autor provedl diskusi o možnostech použití jednotlivých metod. Diskuse jasně ukázala, že klasický přístup založený na lomové mechanice a J-integrálu je zcela nevhodný a nepoužitelný. Vztahy popisující lomovou mechanikou jsou v plastické oblasti, kde se autor v této práci hlavně pohybuje, za hranicí své platnosti a definice.

Autor také ověřil možnosti modelování únavové trhliny metodou XFEM. Metodu XFEM autor pokládá za velice přínosnou. Jejím použitím lze značně snížit aktivní počet stupňů volnosti MKP modelu. Výpočet konturových veličin a to i J-integrálu je založen na lomové mechanice. Proto metodu nelze použít pro kompletní modelování šíření únavových trhlin. Autor se domnívá, že metoda XFEM je vhodná pro definování geometrie trhlin jako součást nadřazeného scriptu, který šíření únavové trhliny modeluje. Ověření proběhlo jak teoreticky nastudováním vhodné odborné literatury, tak i prakticky samotným modelováním únavových trhlin v softwarovém prostředí Abaqus/CAE/Standard. Závěry z těchto praktických testů autor práce formuloval v závěrečné zprávě k oborovému předmětu PRO III pod vedením doc. Ing. Miroslava Španiela, CSc.



Nová metodika

Po ověření nevhodnosti klasických metod modelování šíření únavové trhliny autor navrhl novou alternativní metodiku. Ta v sobě zahrnuje systém MKP modelů, verifikačních experimentů a analyzačních scriptů. Tato metodika na základě dat naměřených v laboratoři, dat získaných MKP výpočtem a následně identifikaci parametrů kumulačního vztahu je schopna predikovat růst únavové trhliny v materiálu.

V nové metodice se autor práce přiklonil k sestavení MKP modelu šíření únavové trhliny za pomoci disipační energie a kumulačních hypotéz. K realizaci takového modelu bylo třeba získání přírůstků disipační energie pro jednotlivé cykly a délky únavové trhliny. Disipační energie byla získána integrací hysterezních křivek, které autor extrahoval prostřednictvím napsaného scriptu *JOB17.py* v jazyce Python ze sestaveného MKP modelu. K zajištění saturovaných hysterií křivek, které by dostatečně přesně informovali o hladinách přírůstků disipačních energií z nich integrovaných, byl využit proces *Direct Cyclic*. Proces *Direct Cyclic* s použitím vhodného materiálového modelu zpevnění je schopen simulovat zpevnění materiálu méně náročnou cestou než klasické procedury. Jako vhodný materiálový model byl použit model Chabocheho zpevnění, který autor získal od Ing. Antonína Prantla, CSc.

Sestavením tohoto MKP modelu autor získal jeden ze dvou potřebných vstupů pro napsání identifikačního programu *identification.m*. Druhým vstupem byla experimentálně naměřená závislost délky trhliny na počtu cyklů $a - N$.

Tato závislost byla získávána poměrně složitým a pracným způsobem z již zmíněných exportů systému Aramis, kterým byl experiment měřen. Autor musel vytvořit v prostředí matlab analyzační script *Q_txt_exporter.m*, který exportovaná data pročetl a v případě potřeby ukládal. Tento script byl doplněn dalším scriptem, který autor napsal s označením *translate.m*. Ten byl schopen ve spolupráci s *Q_txt_exporter.m* tuto závislost určit.

Dále autor přistoupil k testování identifikačního programu na modelové úloze, které mělo výborné výsledky. Testování dokázalo, že program je jednoznačně schopen identifikovat parametry implementovaného kumulačního vztahu s dobrou přesností. Po tomto výsledku nic nebránilo samotné identifikaci materiálových parametrů c_3 a c_4 pro konkrétní vzorky a materiál.

Identifikace

Autor identifikoval dohromady pouze pět sad materiálových parametrů c_3 a c_4 z dat získaných z experimentů na vzorcích označených jako *c2_r01_400MPa*, *cc2_r01_400mpa*. Data z ostatních experimentů bohužel nebyla použitelná. Některá data byla zjevně špatně naměřena, takže autor nepožadoval ani jejich generování systémem Aramis. Jde o data z experimentů na vzorcích označených jako *c1_r01*, *c1_r-1*, *cv1_r01_400mpa*, *cv2_r01_400mpa*.



Další nepoužitelná data, která se vztahují k ostatním vzorkům, autor rozeznal v průběhu zpracování. Jde o sady dat ke vzorkům s označením $c1_r01_400mpa$, $c3_r01_400mpa$, $c4_r01_400mpa$, $c3_r01_400mpa$, $cc21_r01_400mpa$.

Nepoužitelnost naměřených dat pro identifikaci autor připisuje nevhodně provedenému měření při experimentu. V kap. 11.5 autor diskutuje možnosti měření experimentu, které by zajistili vhodnější vstup pro identifikaci.

Dle názoru autora nebyly parametry pro jednotlivé sady dat s označením $c2e010p0715p0722$, $c2e010p0805p0812$, $c2e010p0815p0823$, $c2e010p0615p0823$ příslušící tělesu bez vrubu $c2_r01_400MPa$ a $cc1e010p0903p0913$ příslušící tělesu s vrubem $cc2_r01_400mpa$ identifikovány s dotčenou přesností a jsou tedy nevhodné pro další aplikace. Tato nepřesnost lze do jisté míry kompenzovat kvantitou. Autor se domnívá, že při uvažování průměrné hodnoty parametrů identifikovaných pro všechny sady dat mohou být parametry c_3 a c_4 dále aplikovány.

Pro další aplikaci by měly být využity materiálové parametry $c_3 = 3.311869E - 03$ a $c_4 = 1.466812E - 01$, které byly určeny zprůměrováním materiálových parametrů jednotlivých datových sad.

Návrh aplikace parametrů

Na konci diplomové práce se autor zabývá možnostmi aplikace identifikovaných materiálových parametrů c_3 a c_4 kumulačního vztahu. Autor zde navrhuje, jakým způsobem by měl být vytvořen MKP model šíření únavové trhliny, kde jsou aplikovány právě identifikované materiálové parametry c_3 a c_4 . tak, tak aby byl popis nové metodiky modelování šíření únavové trhliny kompletní.



14 SEZNAMY

14.1 SEZNAM OBRÁZKŮ

obr. 1 - smluvní tahový diagram pro elasto-plastický materiál, [1]	18
obr. 2 - zpevnění vykreslené v rovině deformace ε - napětí σ , kinematickému zpevnění odpovídá cesta OABCD, izotropnímu zpevnění odpovídá cesta OABEF, [4]	19
obr. 3 - teoretická závislost napětí σ na poměrné deformaci ε pro jednotlivé materiálové modely, [autor].....	23
obr. 4 - porovnání naměřených a vypočtených posunutí, [autor].....	25
obr. 5 - Wöhlerova křivka, únavová křivka napětí, [8]	27
obr. 6 - Mansonova-Coffinova křivka, únavová křivka deformace, [9].....	27
obr. 7 - ilustrace k definici J-Integrálu, [10].....	28
obr. 8 - průběh napětí před čelem trhliny, [10]	31
obr. 9 - plastická zóna na čele trhliny pro HMH a TRESCA, mód I namáhání, [10]	32
obr. 10 - matematický popis křivek po třech "klasických", [12].....	33
obr. 11 - ilustrace výpočtu obsahu plochy, která je uzavřena hysterezní křivkou, [autor].....	37
obr. 12 - ilustrace posunuté hysterezním křivky a cyklické deformační křivky podle Morrowa, [2]	38
(53 (54 obr. 13 obr. 14 (55) (56 (57).....	40
obr. 15 - grafické znázornění znaménkové vzdálenosti pro otevřené rozhraní, [13]	42
obr. 16 - rozdíl mezi konečně prvkovou sítí tělesa s trhlinou modelovanou metodou XFEM (vlevo) a klasickým MKP (vpravo), [autor].....	43
obr. 17 - definování geometrie trhliny ve zkušebním vzorku, modelování v prostředí Abaqus/CAE, [autor]	44
obr. 18 - schéma zpětného dopočtu přírůstků cyklů ΣN k velikosti únavové trhliny a	44
obr. 19 – ilustrativní fotka rozevření trhliny modelované metodou XFEM, [autor]	46
obr. 20 - hodnoty J-integrálu v závislosti na vzdálenosti kontury od čela trhliny.....	47
obr. 21 - porovnání zpevnění materiálu jednotlivými metodami, [16].....	51
obr. 22 - graf závislosti plastické energie na počtu iterací, [autor]	53
obr. 23 - schéma nové metodiky predikce šíření únavové trhliny, [autor].....	55
obr. 24 - fotografie zkušebních těles, vlevo pro tahovou zkoušku, vpravo pro cyklické zatěžování, [autor].....	56
obr. 25 - foto pracovního prostředí systému ARAMIS, [autor]	57
obr. 26 - výrobní výkresy zkušebních těles, nahoře je těleso pro statickou tahovou zkoušku, dole je těleso pro cyklické zatěžování, [autor].....	58



obr. 27 – geometrické a napěťové charakteristiky experimentálních těles pro cyklické zatěžování, [19].....	59
obr. 28 – detaily vrubů pro vzorky s označením cc*** a cv***, [19]	59
obr. 29 – experimentálně naměřené závislosti zatěžovací síly F a relativního posunutí extenzometru na počtu cyklů, vzorek c3_r01_400mpa, [autor].....	60
obr. 30 – zkušební těleso s přípravky pro upevnění extenzometru, [autor].....	61
obr. 31 - vrubované přetržené vzorky, vlevo 41 - cv1_r01_vrub_rez_3_1_5x, vpravo cc2_r01_vrub_rez, [autor].....	61
obr. 32 - přetržené vzorky, vlevo: lom vzorku cv1_r01_vrub_rez_0_1_5x, vpravo: cc1_r01_rez, [autor].....	61
obr. 33 - zřetelná trhlina, šířící se ze středu průřezu směrem vně, [autor]	62
obr. 34 - vysvětlení významu ukládaných pozic matic Q pro časovou vrstvu 19, [autor].....	63
obr. 35 - odvození vztahů pro výpočet poměrné deformace mezi dvěma sousedícími body	64
obr. 36 – vykreslení závislosti poměrné deformace ε na počtu cyklů N , [autor].....	65
obr. 37 – ilustrativní identifikace překročení kritické hodnoty poměrné deformace ve směru x , [autor].....	66
obr. 38 - výřez fotografie z digitální korelace, znázornění jednotlivých snímaných bodů na ploše testovaného tělesa, [autor].....	67
obr. 39 – celá matice <i>matrix_crack_size</i> , které vyjadřuje, po kolika cyklech dojde k poškození bodu, jehož poloha odpovídá pozice koeficientu v této matici, [autor]	67
obr. 40 – editovaná matice <i>matrix_crack_size</i> , kde je zvýrazněný řádek <i>Stage s2</i> a vektor cyklů <i>Ne</i> , [autor].....	68
obr. 41 - rozměry zkušební tělesa, [autor].....	69
obr. 42 - dělení tělesa podle rovin symetrie	69
obr. 43 – hodnoty materiálových parametrů,[autor].....	70
obr. 44 – ilustrace ploch, kde byly zavedeny kinematické okrajové podmínky, [autor].....	72
obr. 45 - postupná deaktivace elementů, [autor]	73
obr. 46 - zatěžování "tahovým" tlakem, [autor]	74
obr. 47 - amplituda zatížení, [autor].....	74
obr. 48 - vykreslení hysterezních křivek pro jednotlivé složky tenzoru deformace ε a napětí σ , [2].....	76
obr. 49 - výpis matice přírůstků disipačních energií, w_python_400.txt, [autor]	76
obr. 50 - schéma analyzačního scriptu, [autor]	77
obr. 51 - zobrazení hysterezní křivky a její integrace pro složky 11, 22, 33, element 11241, step_082	78
obr. 52 - zobrazení hysterezní křivky a její integrace pro složky 12, 13, 23, element 11241, step_082	79



obr. 53 – veličiny vstupující do kompozitní cílové funkce, [autor]	82
obr. 54 – schéma funkce celého algoritmu identifikace parametrů c_3 a c_4 , [autor]	84
obr. 55 - schéma testovacího procesu.....	85
obr. 56 – testování prostěkriteriální identifikace parametrů c_4 a c_4 , [autor]	88
obr. 57 - textový výstup ke grafu na obr. 56, [autor]	88
obr. 58 - testování vícekriteriální identifikace parametrů c_4 a c_4 , [autor].....	89
obr. 59 - textový výstup ke grafu na obr. 58, [autor]	89
obr. 60 - jiný případ testování vícekriteriální identifikace parametrů c_4 a c_4 , [autor]	90
obr. 61 textový výstup ke grafu na obr. 60, [autor].....	90
obr. 62 - testování vícekriteriální identifikace pro ΔW s označením $w_python_400.m$ a různé kombinace vah cílových funkcí	91
obr. 63 - textový výstup ke křivce „calculated points, scale 1/0.1“ na obr. 62	91
obr. 64 – interpolace z experimentální mřížky $ae - Ne$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $aMKP - NMKP$, výsledky interpolace pro $c2e010p0715p0722.mat$, [autor]	96
obr. 65 – identifikace parametrů c_3 , a c_4 pro $c2e010p0715p0722.mat$, [autor]	96
obr. 66 – hodnoty identifikovaných parametrů materiálu c_3 a c_4 pro $c2e010p0715p0722.mat$, legenda k předchozímu grafu, [autor]	96
obr. 67 – interpolace z experimentální mřížky $ae - Ne$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $aMKP - NMKP$, výsledky interpolace pro $c2e010p0805p0812.mat$, [autor]	97
obr. 68 – identifikace parametrů c_3 , a c_4 pro $c2e010p0805p0812.mat$, [autor]	97
obr. 69 - hodnoty identifikovaných parametrů materiálu c_3 a c_4 pro $c2e010p0805p0812.mat$, legenda k předchozímu grafu, [autor]	97
obr. 70 – interpolace z experimentální mřížky $ae - Ne$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $aMKP - NMKP$, výsledky interpolace pro $c2e010p0615p0823.mat$, [autor]	98
obr. 71 – identifikace parametrů c_3 , a c_4 pro $c2e010p0815p0823.mat$, [autor]	98
obr. 72 - hodnoty identifikovaných parametrů materiálu c_3 a c_4 pro $c2e010p0815p0823.mat$, legenda k předchozímu grafu, [autor]	98
obr. 73 – interpolace z experimentální mřížky $ae - Ne$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $aMKP - NMKP$, výsledky interpolace pro $c2e010p0915p0922.mat$, [autor]	99
obr. 74 – identifikace parametrů c_3 , a c_4 pro $c2e010p0915p0922.mat$, [autor]	99
obr. 75 - hodnoty identifikovaných parametrů materiálu c_3 a c_4 pro $c2e010p0915p0922.mat$, legenda k předchozímu grafu, [autor]	99
obr. 76 – interpolace z experimentální mřížky $ae - Ne$, na mřížku identifikační resp. mřížku MKP $aMKP - NMKP$, výsledky interpolace pro $cc1e010p0903p0913.mat$, [autor]	100
obr. 77 – identifikace parametrů c_3 , a c_4 pro $cc1e010p0903p0913.mat$, [autor]	100



obr. 78 - hodnoty identifikovaných parametrů materiálu c_3 a c_4 pro cc1e010p0903p0913.mat, legenda k předchozímu grafu, [autor]	100
obr. 79 - napjatost elementu, [11].....	116
obr. 80 - orientace a tvar tělesa, souřadnicového systému, [10].....	119
obr. 81 - znázornění jednotlivých módů namáhání, [10].....	119
obr. 82 - zavedení polárního souřadnicového systému, [10].....	123

14.2 SEZNAM TABULEK

tab. 1 - seřazení materiálových modelů podle vhodnosti jejich užití, [autor]	24
tab. 2 – odvozená a další kumulační hypotézy a vyjádření únavového poškození, [9].....	36
tab. 3 - přehled vypočtených modelů	53
tab. 4 - tabulka zátěžných sil, [autor]	74
tab. 5 – analýza matic <code>matrix_crack_size</code> pro jednotlivé testovaná tělesa, [autor]	92
tab. 6 – porovnání výsledků identifikace materiálových parametrů c_3 a c_4 v programu <code>identification.m</code> , [autor]	101
tab. 7 – průměrované hodnoty materiálových parametrů c_3 a c_4 pro různé kombinace datových sad, které jsou uvedeny v tab. 6, [autor]	101



15 BIBLIOGRAFIE

1. Učíme se v prstoru. *Zkoušky mechanických vlastností* [online]. 2015. Dostupné také z: http://uvp3d.cz/drtic/?page_id=2076
2. ŠPANIEL, M. a J. KUŽELKA. *Kalibrace cyklické plasticity a modelování mnízocikklové únavy v programu Abaqus*. Praha: 2013.
3. HALAMA, R. *Experimentální poznatky a fenomenologické*. Ostrava: VŠB, 2009.
4. HALAMA, R. *Simulace rachingu užitím upraveného modelu cyklické plasticity Abdelkarim-Ohno*. Ostrava: VŠB, 2006.
5. HALAMA, R. et al. *Stanovení konstant Chabocheova nelineárního kinematického modelu zpevnění*. Ostrava: VŠB, 2017.
6. PARMA, S. *Analýza cyklické plasticity v zámku lopatky - Identifikace parametrů Chabucheova modelu zpevnění*. Praha: 2010.
7. PARMA, S. *Identifikace Chabocheova modelu zpevnění a jeho použití při simulaci zatěžování zkušebního zámku* Praha: 2010.
8. RŮŽIČKA, M. Kritéria a postupy při posuzování únavové pevnosti a životnosti konstrukcí. *Únavová křivka napětí* [online]. 2015. Dostupné také z: http://mechanika2.fs.cvut.cz/sources_old/pzk/5_1.html
9. RŮŽIČKA, M. Kritéria a postupy při posuzování únavové pevnosti a životnosti konstrukcí. *Únavová křivka deformace* [online]. 2015. Dostupné také z: http://mechanika2.fs.cvut.cz/sources_old/pzk/5_2.html
10. KUNZ, J. *Základy lomové mechaniky*. Třetí přepracované. Praha: ČVUT, 2000. 80-01-02248-X.
11. JURENKA, J. *Simulace poškození v ozubených převodech. Vývoj programového vybavení*. Praha: 2004. Diplomová práce. FS ČVUT v Praze, Ústav mechaniky, Odbor pružnosti a pevnosti.
12. MILAN RŮŽIČKA, J. J. Z. H. FS ČVUT. In: *DYNAMICKÁ PEVNOST A ŽIVOTNOST* [online]. [cit. 2015. Dostupné z: <http://mechanika.fs.cvut.cz/predmety/dpz/>



13. JANDOVÁ, K. *PROGRAM Crack-XFEM: R-4857*. 2010. Praha: Výzkumný a letecký ústav, a.s. 2010.
14. SUKUMAR, N. et al. *An Abaqus implementation of the extended finite method..* Davis (USA): University of California, 2008.
15. KONOPIK, P. *Zkoušky rychlosti šíření únavové trhliny materiálu O8Ch18N10T*. Plzeň: COMTES FHT a.s. 2013.
16. SIMULIA.
<http://typo3.eng.iastate.edu/abaqus/Documentation/docs/v6.12/index.html>. *Abaqus 6.12 Documentation* [online]. 2012.
17. RUND, M. *Měření DIC systémem Aramis*. Dobřany: COMTES FHT, 2014.
18. ČSN EN ISO 6892-1, *Kovové materiály: Zkouška tahem - Část 1: Zkoušení za pokojové teploty*. Praha: ÚNMZ, 2010.
19. KONOPIK, P. a M. RUND. *Měření vlastností materiálu 08CH18N10T_rev3*. Plzeň: COMTES FHT, 2014. ISRC ZP 170917.
20. STEJSKAL, V. a M. VALÁŠEK. *Kinematics and Dynamics of Machinery*. New York: Dekker, 1996. ISBN 0824797310.
21. JURENKA, J. *Numerické modelování degradačních procesů v materiálech. Aplikace na vznik pittingu v ozubení*. Praha: 2012. Doktorská práce. FS ČVUT v Praze, Odbor mechaniky, biomechaniky a mechatroniky.
22. RŮŽIČKA, M. M. HANKE a M. ROST. *Dynamická pevnost a životnost*. Druhé přepracované. Praha: ČVUT, 1992. 80-01-00886-X.
23. DŽUGAN, J. a P. KONOPNÍK. *Měření lomové houževnatosti materiálu O8Ch18N10T vnitřních částí reaktoru*. Dobřany: COMTES FHT a.s. 2011. 2011-071.
24. KOSEK, L. *Lomová houževnatost kovových materiálů a její zkoušení*. Brno: 2011. Bakalářská práce. Fakulta strojního inženýrství, Ústav materiálových věd a inženýrství.
25. FUXA, J. a L. ADÁMKOVÁ. *Sbírka příkladů z pružnosti a pevnosti II - část I*. Ostrava: VŠB - TUO, 2007.



26. MICHALEC, J. *PRUŽNOST A PEVNOST I*. Praha: ČVUT v Praze, 2009.
27. ZHEN-ZHONG, D. *eXtended Finite Element Method (XFEM) in Abaqus*. Dassault Systèmes, 2009.
28. GOST 5632-72. *High-Alloy Steels And Corrosion-Proof, Heat-Resisting and High-Temperature Alloys*. Moscow: OKP, 1991. Třídící znak Group B30.
29. PAKR, K. a G. PAULINO. *Computational implementation of the PPR potential-based cohesive model in ABAQUS: Educational* Engineering Fracture Mechanics, 2012.
30. KLESNIL, M. a P. LUKÁŠ. *Únava kovových materiálů při mechanickém namáhání*. Praha: Academia Praha, 1975.
31. *The Trend In Engineering At The University of Washington: Special Issue*. Washington: The University of Washington, 1961, roč. 7/1961.
32. GATSS, R. R. *Cumulative Fatigue Damage With Progressive Loading*. New York: The American Society of Mechanical Engineers, 1963.
33. SHEWCHUK, J. J. M. WHELAN a J. B. MANTLE. *Some Experiments In Cumulative Fatigue Camage Of Mild Steel*. Ottawa: The Engineering Institute of Canada, 1964.
34. MANSON, S. S. *Behavior of Materials Under Conditions of Thermal Stress*. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics , 1954.



16 PŘÍLOHY

16.1 PŘÍLOHY – EXPERIMENTÁLNÍ PŘÍSTUP K LOMOVÉ MECHANICE

Úkolem experimentální lomové mechaniky je určit reálné materiálové vlastnosti. V tomto konkrétním případě vztah mezi cyklickým namáháním a růstem trhliny.

Typicky jde o uspořádané dvojice čísel $[a_i, N_i]$, $i = 1, 2, 3, \dots$, které lze následně zpracovávat a interpretovat jako lomově-mechanické křivky, např. $v(\Delta K)$, $a(N)$. Tyto křivky se následně popisují přibližnými matematickými vztahy, matematickými modely materiálu.

Pro určování počtu cyklů se s výhodou používá na zkuškovém stroji instalované počítadlo. To je schopno zaznamenat, počet cyklů, frekvenci atd. Určování délky trhliny je však věc značně složitější. [10]

Stručný výčet a struktura metod pro sledování a záznam šíření únavové trhliny:

1. optické metody – pro svou jednoduchost a přesnost patří dodnes k nejpoužívanějším metodám snímání délky trhliny
 - a. přímé metody – lupa, mikroskop (musí se leštit, odečítá se přímo na tělese)
 - b. nepřímé metody – foto, video, DIC (odečítá se ze záznamového média)
2. kompilační metody – založeno na vazbě mezi tuhostí těles s trhlinou a délce trhliny
 - a. měření na zadní stěně tělesa – tenzometrické měření (nutná kalibrace tenzometru)
 - b. měření v okolí čela trhliny – tenzometrické měření (nutná kalibrace tenzometru)
 - c. měření COD – sponový snímač (nutno znát kalibrační křivku snímače)
3. elektrické odporové metody – vazba mezi elektrickým odporem a nosným průřezem porušovaného tělesa
 - a. metoda využívající stejnosměrného proudu (problémová instalace měření, měření iniciace trhliny)
 - b. metoda využívající střídavého proudu (rušivé vlivy, záznam změny směru šíření trhliny)
 - c. použití povrchových snímačů (fólie nebo drátky připevněné na tělese se spolu s trhlinou porušují, tím mění odpor)
4. ultrazvukové metody – vlny se odráží od lomové plochy trhliny, velikost echa je pak úměrná velikosti trhliny
5. metody akustické emise – sledování napět'ových vln, které doprovázejí šíření únavové trhliny



6. metody řádkovací mikroskopie – snímání trhliny vystupující na povrch tělesa, neinterpretuje se jako délka trhliny po celé délce čela trhliny

16.2 PŘÍLOHY – MATEMATICKÉ MODELY ŠÍŘENÍ ÚNAVOVÝCH TRHLIN

Aby bylo možné s naměřenými daty, které různou formou reprezentují uspořádané dvojice $[a_i, N_i]$, dále snadno pracovat, nahradí se data matematickým modelem. Zůstává na výběru experimentátora nebo výpočtáře, jaký konkrétní model vybrat či nově navrhnout. Žádný model není univerzální a každá metoda vyžaduje individuální přístup experimentátora nebo výpočtáře. V prvé řadě je třeba si uvědomit, že naměřená data jsou zatížena chybou, dále také, že matematický model nikdy nebude přesně vyjadřovat popisovanou závislost. Experimentátor musí tedy co nejlépe zvolit metodu, kterou pro určení matematických vztahů použije. Cílem experimentátora je dosáhnout co nejlepšího poměru bezpečnosti a konzervativnosti výsledků. Metody určování matematických vztahů, [10]:

1. metoda sečná - značný rozptyl dat, hojně používaná pro její jednoduchost, křivka nebývá dostatečně hladká,
2. metoda British Standards Institution (BS 00186:1991) – modifikovaná sečná metoda, menší rozptyl než u předchozí,
3. metoda ASTM (ASTM Standard E 647) – vhodná pro rozsáhlá datová pole, metoda se dále dělí různé modifikace.

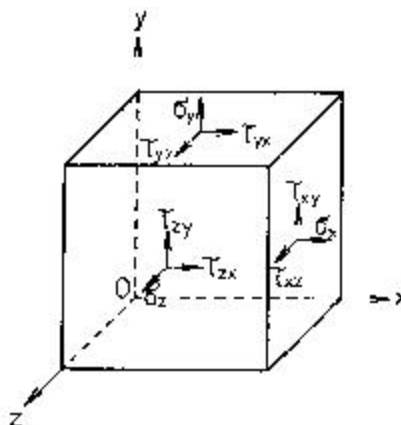
16.3 PŘÍLOHY – ZÁKLADNÍ VZTAHY TEORETICKÉ PRUŽNOSTI

Dříve než přejdeme k hlubšímu popisu napětí v okolí čela únavové trhliny, bude zopakováno několik základních pojmů a veličin. Podle obr. 79 zavedeme pravoúhlý souřadný systém s osami x , y , z . Zde definujeme posuvy ve směrech těchto os jako (87), (88), a (89)(89).

$$u = u(x, y, z) \quad (87)$$

$$v = v(x, y, z) \quad (88)$$

$$w = w(x, y, z) \quad (89)$$



obr. 79 - napjatost elementu, [11].

Se zavedeným souřadnicovým systémem můžeme označit složky tenzoru deformace ε_{ij} . Vztahy mezi jednotlivými složkami tenzoru deformace a složkami vektoru posunutí jsou dány Cauchyho vztahy podle (90) až (95).

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (90)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (91)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (92)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (93)$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (94)$$

$$\varepsilon_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad (95)$$

Složky tenzoru deformace musí splňovat rovnice kompatibility (96) až (101).



$$\frac{\delta^2 \varepsilon_x}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \varepsilon_x}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 \varepsilon_{xy}}{\delta x \delta y} \quad (96)$$

$$\frac{\delta^2 \varepsilon_y}{\delta z^2} + \frac{\delta^2 \varepsilon_y}{\delta y^2} = \frac{\delta^2 \varepsilon_{yz}}{\delta y \delta z} \quad (97)$$

$$\frac{\delta^2 \varepsilon_z}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \varepsilon_x}{\delta z^2} = \frac{\delta^2 \varepsilon_{zx}}{\delta z \delta x} \quad (98)$$

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(-\frac{\delta \varepsilon_{yz}}{\delta x} + \frac{\delta \varepsilon_{zx}}{\delta y} + \frac{\delta \varepsilon_{xy}}{\delta z} \right) = 2 \frac{\delta^2 \varepsilon_x}{\delta y \delta z} \quad (99)$$

$$\frac{\delta}{\delta y} \left(\frac{\delta \varepsilon_{yz}}{\delta x} - \frac{\delta \varepsilon_{zx}}{\delta y} + \frac{\delta \varepsilon_{xy}}{\delta z} \right) = 2 \frac{\delta^2 \varepsilon_y}{\delta x \delta z} \quad (100)$$

$$\frac{\delta}{\delta z} \left(\frac{\delta \varepsilon_{yz}}{\delta x} + \frac{\delta \varepsilon_{zx}}{\delta y} - \frac{\delta \varepsilon_{xy}}{\delta z} \right) = 2 \frac{\delta^2 \varepsilon_z}{\delta y \delta x} \quad (101)$$

Složky tenzoru napětí musí splňovat diferenciální rovnici rovnováhy. Zde jsou uvedeny rovnice, kde nejsou uvažovány vlivy objemových sil jako (102), (103) a (104).

$$\frac{\delta \sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{xz}}{\delta z} = 0 \quad (102)$$

$$\frac{\delta \tau_{xy}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_y}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{yz}}{\delta z} = 0 \quad (103)$$

$$\frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{yz}}{\delta y} + \frac{\delta \sigma_z}{\delta z} = 0 \quad (104)$$

Pro další definování pojmů je nutné zavést vztah (105).

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (105)$$

Kde je

- E modul pružnosti v tahu,
- G modul pružnosti ve smyku,
- μ Poissonovo číslo.



Po zavedení vztahu (105) můžeme uvést zobecněný Hookův zákon (106) až (111), který definuje vztah mezi složkami tenzoru deformace ε_{ij} a tenzorem napětí σ_{ij} .

$$\sigma_x = 2G \left[\varepsilon_x + \frac{\mu}{1-2\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] \quad (106)$$

$$\sigma_y = 2G \left[\varepsilon_y + \frac{\mu}{1-2\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] \quad (107)$$

$$\sigma_z = 2G \left[\varepsilon_z + \frac{\mu}{1-2\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] \quad (108)$$

$$\tau_{xy} = G \varepsilon_{xy} \quad (109)$$

$$\tau_{yz} = G \varepsilon_{yz} \quad (110)$$

$$\tau_{zx} = G \varepsilon_{zx} \quad (111)$$

16.3.1 PŘÍLOHY – ROVINNÁ NAPJATOST VS. ROVINNÁ DEFORMACE

Na tomto místě je vhodné poznamenat existenci dvou speciálních případů obecné úlohy teoretické pružnosti. Jde o rovinnou napjatost (RN) a rovinnou deformaci (RD). Následují vztahy, které definují právě tyto dva speciální případy.

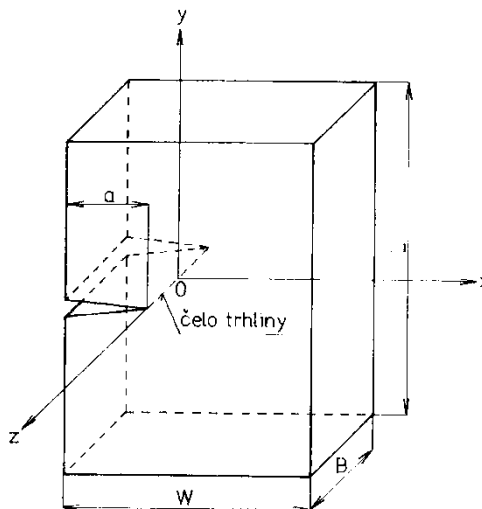
$$\begin{array}{llll} \text{(RD)} & \begin{array}{l} u = u(x, y, z) \\ v = v(x, y, z) \\ w = 0 \end{array} & \begin{array}{l} \varepsilon_{xy} = 0 \\ \varepsilon_{xz} = 0 \\ \varepsilon_{yz} = 0 \end{array} & \begin{array}{l} \sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y) \\ \tau_{yz} = 0 \\ \tau_{xy} = 0 \end{array} \end{array} \quad (112)$$

$$\begin{array}{llll} \text{(RN)} & \begin{array}{l} \sigma_z = 0 \\ \tau_{yz} = 0 \\ \tau_{xy} = 0 \end{array} & \begin{array}{l} \varepsilon_z = -\frac{\mu}{1-\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \\ \varepsilon_{xz} = 0 \\ \varepsilon_{yz} = 0 \end{array} & \end{array} \quad (113)$$

16.3.2 PŘÍLOHY – GEOMETRIE A MÓDY NAMÁHÁNÍ V OKOLÍ ČELA TRHLINY



Pro popis napjatosti v tělese s trhlinou byl zaveden hranol s trhlinou. Těleso je znázorněno na obr. 80. Jeho rozměry jsou dány délkou tělesa L , šířkou tělesa W a tloušťkou tělesa B . Souřadnicový systém byl zaveden s počátkem ve středu čela trhliny. Osy souřadnicového systému jsou orientované podle zmíněného obr. 80.



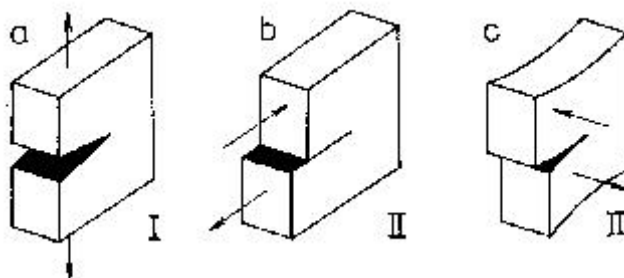
obr. 80 - orientace a tvar tělesa, souřadnicového systému, [10]

Pro řešení napjatosti v okolí čela trhliny se používá zákon superpozice. Obecné zatížení tělesa je superponováno ze třech základních módů namáhání. Naznačení namáhání tělesa těmito třemi módy je naznačeno na obr. 81. Tyto módy jsou označovány jako I, II nebo III.

Módu I odpovídá namáhání kolmé na rovinu lomu, ve směru osy y . Růst trhliny je tedy řízen tahovou složkou σ_y tenzoru napětí. Mód I označujeme jako tahový mód.

Mód II je charakterizován namáháním působícím ve směru šíření trhliny, ve směru osy x . Růst trhliny je řízen smykovou složkou τ_{xy} tenzoru napětí. Mód II je označován jako rovinný smykový mód.

Mód III je charakterizován namáháním, které je rovnoběžné s čelem trhliny, ve směru osy z . Jako řídicí složka růstu trhliny zde vystupuje smykové napětí τ_{yz} . Mód III je označován jako antirovinný smykový mód.



obr. 81 - znázornění jednotlivých módů namáhání, [10]



Pro značnou náročnost se v technické praxi neuzívá obecné napjatosti a obecného namáhání. Technici pracují s jejich speciálními případy, složkami, které se dají snadno na obecný případ superponovat.

16.3.3 PŘÍLOHY – NAPĚTÍ NA ČELE TRHLINY V POLÁRNÍCH SOUŘADNICÍCH.

Vzhledem k tomu, že vyjádření složek tenzoru pomocí komplexních napět'ových funkcí je vhodné pro užití v numerických metodách při napět'ových analýzách v tělese s trhlinou, tak je vhodné tyto funkce zmínit.

Nejprve bude uveden postup odvození vztahů pro napětí v blízkém okolí čela trhliny pro mód I namáhání. Dále pak budou uvedeny vztahy pro mód II a mód III namáhání. Odvození pro ostatní módy namáhání je analogické s odvozením pro mód I.

Obecné odvození pro mód I

Navážeme na diferenciální rovnice rovnováhy (102), (103) a (104). Tyto rovnice jsou splněny, pokud vyjádříme složky tenzoru napětí pomocí Airyho funkce napětí $F(x, y)$. Toto vyjádření popisují vztahy (114), (115) a (116).

$$\sigma_x = \frac{\delta^2 F}{\delta y^2} \quad (114)$$

$$\sigma_y = \frac{\delta^2 F}{\delta x^2} \quad (115)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\delta^2 F}{\delta x \delta y} \quad (116)$$

Pro splnění rovnic kompatibility (99), (100) a (101) musí být funkce $F(x, y)$ biharmonická. Musí tedy splňovat rovnici (117). Tato libovolná biharmonická funkce $F(x, y)$ může být podle Muschelišviliho vyjádřena pomocí dvou holomorfních funkcí $\Phi(\xi)$, $\chi(\xi)$ a jedné komplexní proměnné $\xi = x + iy$. Takové vyjádření je uvedeno vztahem (118).

$$\frac{\delta^4 F}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 F}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 F}{\delta y^4} = 0 \quad (117)$$

$$F(x, y) = \text{Re}[\bar{\xi} \cdot \Phi(\xi) + \chi(\xi)] \quad (118)$$



Kde je

Re reálná část výrazu,
 $\bar{\xi}$ komplexně sdružené číslo k $\xi = x + iy$.

Dosazením funkce $F(x, y)$ z (118) do výrazů pro složky napětí (114), (115) a (116), derivací a úpravě na vhodný tvar, získáváme Kolosovovy vztahy (119), (120) a (121) pro složky napětí rovinných úloh.

Po separaci reálných a imaginárních částí uvedených rovnic je možno vypočítat neznámé hodnoty složek tenzoru napětí.

$$\sigma_x + \sigma_y = 2[\Phi'(\xi) + \bar{\Phi}'(\xi)] = 4Re\Phi'(\xi) \quad (119)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\bar{\xi} \cdot \Phi''(\xi) + \chi''(\xi)] \quad (120)$$

$$\sigma_y + i\tau_{xy} = \Phi'(\xi) + \bar{\Phi}'(\xi) + \bar{\xi} \cdot \Phi''(\xi) + \chi''(\xi) \quad (121)$$

Jako komplexní napěťové funkce $\Phi(\xi)$, $\chi(\xi)$ lze mimo jiné použít Goursatovy polynomické funkce (122) a (123).

$$\Phi(\xi) = \sum_{i=0} A_i \cdot \xi^{\lambda_i} \quad (122)$$

$$\chi(\xi) = \sum_{i=0} B_i \cdot \xi^{\lambda_i+1} \quad (123)$$

Kde jsou

$\lambda_i (i = 1, 2, \dots)$ reálné konstanty,
 $A_i, B_i (i = 1, 2, \dots)$ komplexní konstanty.

Pro řešení rovinného problému, namáhání módem I, je vhodné použití holomorfní funkce komplexní proměnné $Z(\xi)$, která je uvedena vztahem (124). Použití právě této holomorfní funkce je korektní, jelikož $Z(\xi)$ splňuje Cauchyho-Riemannovy podmínky (125) a (126). Lze dále stanovit Airyho funkci (127).



$$Z(\xi) = \operatorname{Re} Z(\xi) + i \operatorname{Im} Z(\xi) \quad (124)$$

$$\frac{\delta \operatorname{Re} Z}{\delta x} = \frac{\delta \operatorname{Im} Z}{\delta y} = \operatorname{Re} \frac{\delta Z}{\delta \xi} \quad (125)$$

$$\frac{\delta \operatorname{Im} Z}{\delta x} = \frac{\delta \operatorname{Re} Z}{\delta y} = \operatorname{Im} \frac{\delta Z}{\delta \xi} \quad (126)$$

$$F(x, y) = \operatorname{Re} \iint Z(\xi) d\xi + y \cdot \operatorname{Im} \int Z(\xi) d\xi \quad (127)$$

Jelikož ze vztahů (115), (116) jasně vyplývá rovnice (128)(116)(128), zde uvedená Airyho funkce bezesporu splňuje rovnice kompatibility automaticky.

$$\frac{\delta^2 \operatorname{Re} Z}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \operatorname{Re} Z}{\delta y^2} = \frac{\delta^2 \operatorname{Im} Z}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \operatorname{Im} Z}{\delta y^2} \quad (128)$$

Westergaardovo řešení problému ve tvaru Airyho funkce, jež je speciálním případem Muschelišviliho řešení, odpovídají komplexní napěťové funkce ve tvaru (128) a (129)(129).

$$\Phi'(\xi) = \frac{1}{2} Z(\xi) \quad (129)$$

$$\chi''(\xi) = -\frac{1}{2} \xi \cdot Z'(\xi) = -\frac{1}{2} \xi \cdot \frac{dZ}{d\xi} \quad (130)$$

Westergaardovu řešení (127) odpovídají podle vztahů (119), (120) a (121) a za použití Cauchyho-Riemannových podmínek (125) a (126) složky tenzoru napětí v komplexním tvaru (131), (132) a (133).

$$\sigma_y = \operatorname{Re} Z(\xi) + y \cdot \operatorname{Im} Z'(\xi) \quad (131)$$

$$\sigma_x = \operatorname{Re} Z(\xi) - y \cdot \operatorname{Im} Z'(\xi) \quad (132)$$

$$\tau_{xy} = -y \cdot \operatorname{Re} Z'(\xi) \quad (133)$$

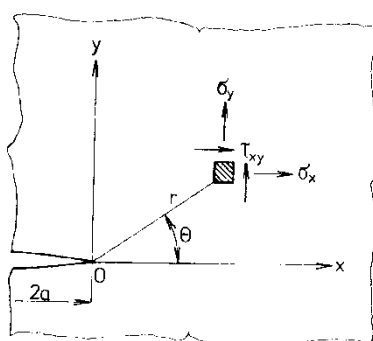
Hledaný konkrétní tvar funkce $Z(\xi)$ musí splňovat požadované okrajové podmínky pro dané namáhání a složky tenzoru napětí. Všem okrajovým podmínkám podle [10] odpovídá následující



komplexní funkce (134). Pokud zavedeme souřadnicový systém jako na obr. 82, můžeme pro blízké okolí trhliny použít zjednodušeného tvaru této funkce (134), a sice (135).

$$Z(\xi) = \sigma \left[1 - \left(\frac{a}{\xi} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = \sigma \cdot \xi (\xi^2 - a^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (134)$$

$$Z(\xi) = Z(r, \theta) = \frac{\sigma \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \cdot e^{-i\frac{\theta}{2}} \quad (135)$$



obr. 82 - zavedení polárního souřadnicového systému, [10]

Zavedením okrajových podmínek pro mód I podle [10] a komplexní funkce v exponenciálním tvaru (135) jsme schopni vypočítat složky tenzoru napětí (136), (137) a (138). Okrajové podmínky jsou naznačeny na obr. 81(89). Jsou zde zobrazena namáhání, která korespondují s namáháním na obr. 81.

Napětí v okolí čela trhliny pro mód I

Po vhodné úpravě rovnice (135) na čtyři dílčí vztahy a dosazení do obecných závislostí (131), (132) a (133) jsou odvozeny vztahy pro napětí v blízkém okolí čela trhliny pro mód I namáhání. Namáhání odpovídá módu I na obr. 81.

$$\sigma_y(r, \theta) = \frac{\sigma \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \cos \frac{\theta}{2} \quad (136)$$

$$\sigma_x(r, \theta) = \frac{\sigma \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \cos \frac{\theta}{2} \quad (137)$$



$$\tau_{xy}(r, \theta) = \frac{\sigma \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \quad (138)$$

Napětí v okolí čela trhliny pro mód II

V práci se nepracuje s módem II namáhání tělesa, proto jsou vztahy pro výpočet napětí uvedeny bez naznačení odvození. Namáhání odpovídá módu II na obr. 81.

$$\sigma_x(r, \theta) = -\frac{\tau \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\right) \sin \frac{\theta}{2} \quad (139)$$

$$\sigma_y(r, \theta) = \frac{\tau \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (140)$$

$$\tau_{xy}(r, \theta) = \frac{\tau \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \cos \frac{\theta}{2} \quad (141)$$

Napětí v okolí čela trhliny pro mód III

Stejně jako pro mód II namáhání jsou zde uvedeny vztahy pro výpočet napětí v blízkosti čela trhliny pro mód III namáhání, a to bez odvození. Namáhání odpovídá módu III na obr. 81.

$$\tau_{xz}(r, \theta) = -\frac{\tau \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (142)$$

$$\tau_{yz}(r, \theta) = \frac{\tau \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(2r)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (143)$$

16.4 PŘÍLOHY – LOMOVÁ MECHANIKA

16.4.1 PŘÍLOHY – PŘEDPOKLADY LFM

Naše analytická odvození se váží na několik důležitých předpokladů. Bez jejich platnosti nebudou uvedené vztahy korektní. Potřebné předpoklady:

1. Platnost Hookova zákona – malé deformace ve všech myšlených směrech, které jsou vratné, napětí nepřekročí mez kluzu σ_e .
2. Rotační symetričnost geometrie, napětí, zatížení, deformace.



3. Neuvažují se minima a napěťové anomálie v okolí přechodů.

16.4.2 PŘÍLOHY – FAKTOR INTENZITY NAPĚTÍ

Faktor intenzity napětí je jedním z nejdůležitějších a také nejužívanějších parametrů popisujících poměry napjatostí v tělese s trhlinou. Zahrnuje v sobě silové, tvarové a kvalitativní charakteristiky tělesa, tedy jeho tvaru, velikosti a také trhliny v tomto tělese.

Definice

Jelikož je faktor intenzity napětí důležitou veličinou, je dobré se zabývat již definicí a to vztahy (144), (145) a (146).

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \cdot \sigma_y(r, 0) \quad (144)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \cdot \tau_{xy}(r, 0) \quad (145)$$

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \cdot \tau_{yz}(r, 0) \quad (146)$$

Nekonečné těleso

Jako vstupy jsou zde uvažovány složky tenzoru napětí σ , τ_{xy} , τ_{yz} . Tyto tři složky tenzoru napětí způsobují otevírání trhliny a tím její případné šíření. Právě těmto složkám tenzoru napětí přísluší definice faktorů intenzity napětí (147), (148) a (149) pro tři různé módy namáhání K_I , K_{II} , K_{III} .

$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (147)$$

$$K_{II} = \tau_{xy} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (148)$$

$$K_{III} = \tau_{yz} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (149)$$

Těleso konečných rozměrů

Pro veškerá dosavadní odvození a vztahy byly uvažovány trhliny v nekonečně velkém tělese. Tím se však již nadále nebudeme zabývat. Má smysl se zabývat tělesem konečných, rozumných rozměrů. Uvedené vztahy např. (147), (148) a (149) je nutno korigovat. Jako další vstup je tedy nutno užití tvarových korekčních funkcí Y_I , Y_{II} , Y_{III} . Tvary korigovaných faktorů intenzity napětí jsou uvedeny jako (150), (151) a (152)(152).



$$K_I = Y_I(a, W, L, \dots) \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (150)$$

$$K_{II} = Y_{II}(a, W, L, \dots) \cdot \tau_{xy} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (151)$$

$$K_{III} = Y_{III}(a, W, L, \dots) \cdot \tau_{yz} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (152)$$

Tyto korekční funkce obecně závisí na celé řadě parametrů, a to jak konstantních, tak funkčních.

Tvarová korekční funkce

Značný vliv na výsledný faktor intenzity napětí mají, a proto se do korekčních funkcí zahrnují, následující parametry tělesa konečných rozměrů:

1. velikost konečné šířky W ,
2. velikost konečné délky L ,
3. velikost průměru iniciačního otvoru d ,
4. asymetrie šíření trhliny e ,
5. atd.

Zkouškové těleso, které bylo zkoušeno na nízkocyklovou únavu v COMTESu a je uvažováno v této diplomové práci, podléhá podle [10] pouze jedinému z uvedených korekčních parametrů, a to vlivu velikosti konečné šířky W . Tři z možných forem korekční funkce pro mód I namáhání jsou uvedeny jako (153), (154) a (155). Nejvhodnější vzhledem k rozsahu použití pak vztah (154). Pro mód II a mód III namáhání se vztahy pro korekční funkce Y_I, Y_{II} určují analogicky.

$$Y_I\left(\frac{a}{W}\right) = \left[\cos\left(\frac{\pi a}{2W}\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \quad (153)$$

$$Y_I\left(\frac{a}{W}\right) = 1 + 0,128\left(\frac{a}{W}\right) - 0,288\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 1,525\left(\frac{a}{W}\right)^3 \quad (154)$$

$$Y_I\left(\frac{a}{W}\right) = \left[1 - 0,025\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0,06\left(\frac{a}{W}\right)^4\right] \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi a}{2W}\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \quad (155)$$

Toto není konečný výčet korekčních funkcí. Těchto funkcí je nekonečně mnoho. V praxi jsou korekční funkce upravovány na základě naměřených dat, která se pro tyto účely zjišťují. Další možnost zpřesnění korekční funkce jsou numerické metody.



16.4.3 PŘÍLOHY – LOMOVÁ HOUŽEVNATOST

Lomová houževnatost je hodnota mezního stavu soustavy, která je určována jako hodnota faktoru intenzity napětí K_c . Při překročení hodnoty této hodnoty K_c faktorem intenzity napětí K , dochází k nestabilnímu šíření trhliny křehkým lomem. Do doby nestabilního šíření se trhlina šíří stabilně.

Hodnota lomové houževnatosti K_c se vyjadřuje např. jako (156).

$$K_c = \sigma_c \cdot \sqrt{\pi \cdot a_c} \cdot Y_I \left(\frac{a_c}{W}, \dots \right) \quad (156)$$

Kde je

- σ_c velikost vnějšího nominálního napětí v okamžiku porušení,
- a_c velikost délky trhliny v okamžiku porušení.

Podmínku ztráty stability šíření únavové trhliny pro jednotlivé módy namáhání můžeme zapsat vztahem (157).

$$K_j \geq K_{jc} \quad (j = I, II, III) \quad (157)$$

Jelikož se při stabilním šíření, které většinou předchází šíření nestabilnímu, mění hodnoty faktoru intenzity napětí a lomové houževnatosti, je pro korektnost nutné doplnit předchozí podmínku (157) o nerovnost (158).

$$\frac{\delta K_j}{\delta a} \geq \frac{\delta K_{jc}}{\delta a} \quad (j = I, II, III) \quad (158)$$



16.4.4 PŘÍLOHY – HNACÍ SÍLA TRHLINY

Základem úvah je celková energetická bilance tělesa s trhlinou. Tuto celkovou bilanci lze vyjádřit vztahem (159).

$$W_v = -A + U + W_\gamma \quad (159)$$

Kde je

W_v	celková volná energie tělesa,
A	práce vnějších sil působících na těleso,
U	deformační elastická energie tělesa,
W_γ	disipační energie trhliny.

$$W_\gamma = \frac{\gamma A}{B} \quad (160)$$

Kde je

γ	specifická energie trhliny, suma dílčích energií,
A	velikost ploch vytvořených, šířící se trhlinou,
B	tloušťka tělesa.

Ke ztrátě stability únavové trhliny dojde právě tehdy, když dosáhne celková potenciální energie svého maxima. Pak nastává nestabilní šíření trhliny. Celková energie je dodávána prací vnějších sil A a nebo deformační energií U . Tato celková potenciální energie je na levé straně vztahu (161) a nazývá se hnací síla trhliny.

$$G = \frac{d}{da} (A - U) \quad (161)$$

Následující řádky pocházejí z úvah A. A. Griffitha, na nichž byla v 60 letech 20. století postavena lomová mechanika jako nová vědní disciplína. [10]

Griffith vyšel z definice hnací síly trhliny, uvažoval zde dokonale křehký materiál a dále uvažoval, že disipační energie je tvořena pouze povrchovou energií W_γ . Toto uvádí vztah (162). Z výše popsaného dále vyplývá vztah pro odpor proti šíření trhliny (163).



$$G_j = -\frac{dU}{da} \quad (j = I, II, III) \quad (162)$$

$$R = 2\gamma_o \quad (163)$$

V tomto případě zjednodušujících předpokladů lze zapsat podmínku ztráty stability trhliny ve tvaru (164).

$$-\frac{dU}{da} = 2\gamma_o \quad (164)$$

Velikost elastické deformační energie vyjádřená jako rozdíl dílčích energií U_o a U_a , je uvedena rovnicí (165).

$$U = U_o - U_a \quad (165)$$

Kde je

U_o elastická deformační energie tělesa bez trhliny za stejných okrajových podmínek,

U_a zmařená energie tělesa v důsledku velikosti délky trhliny a .

Po dosazení okrajových podmínek nulovosti napětí kolmého k povrchu a složitějších úpravách by bylo možné uvést vztah pro výpočet Griffithova kritéria, který by vyplýval z (162). Tento vztah by však byl ve výpočetní praxi nepoužitelný, protože by neuvažoval konečné velikosti tělesa a trhliny.

Jsou zde proto uvedeny zobecněné vztahy (166), a (167), které jsou vyjádřené jako funkce faktoru intenzity napětí K_j . Ten je vyjádřen jako $f(a, W, L, \dots)$, [10], [11].

$$(RD) \quad G_I = \frac{1 - \mu^2}{E} K_I^2 \quad (j = I, II, III) \quad (166)$$

$$(RN) \quad G_I = \frac{1}{E} K_I^2 \quad (j = I, II) \quad (167)$$

Kritérium stability se vyjadřuje jako (168). Pakliže je hodnota hnací síly trhliny menší než hodnota kritická, trhlina se šíří stabilně.

$$G_j < G_{jc} \quad (j = I, II, II) \quad (168)$$



Pro úplnost je vhodné uvést kritérium stability (169) pro kombinované namáhání všemi módy namáhání. Toto zobecnění není však zcela korektní. Předpokládá totiž, že se směr trhliny při křehkém lomu nezmění. Toto tvrzení ale neodpovídá při smíšeném namáhání obecně všemi módy realitě.

$$G_I + G_{II} + G_{III} < R \quad (169)$$

Griffithovo kritérium bylo zobecněno pro plastickou zónu na čele trhliny (169). Tedy uvažuje se zde elasticko-plastické chování materiálu. Plastická zóna je uvažována pouze v blízkém okolí čela trhliny.

$$G(a + r_p^*) = 2\gamma_o + \gamma_{pl} \quad (170)$$

Kde je

γ_{pl} specifická energie potřebná pro vznik plastické zóny na čele trhliny, $\gamma_{pl} \gg \gamma_o$,
 r_p^* korekce na velikost plastické zóny.

Z uvedeného je tedy patrné, že plastická zóna na čele trhliny významně zvyšuje odpor materiálu proti nestabilnímu šíření trhliny R .

16.4.5 PŘÍLOHY – FAKTOR HUSTOTY DEFORMAČNÍ ENERGIE

Strojní součásti jsou v praxi zpravidla vystaveny kombinovanému, víceosému namáhání. Trhliny v těchto součástech jsou obecně orientovány, takže se zde musí zvažovat smíšený mód namáhání. Při rozboru lomových kritérií bylo v práci zatím uvažováno zjednodušení, a sice že se trhlina šíří ve směru osy x a namáhání je módou I, tedy σ_y .

S tímto zjednodušením se ovšem nelze spokojit vždy. Mohlo by např. při změně šíření trhliny docházet k nezanedbatelným chybám ve výpočtu. Proto byla zavedena nová veličina faktor hustoty deformační energie jako lomové kritérium.

Pro lineárně elastické materiály lze tuto veličinu vyjádřit jako (171).

$$\frac{dU}{dV} = \sum_{i,j} \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \sum_{i,j} \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (171)$$

Za složky ε_{ij} lze do předchozího vztahu (171) dosadit výrazy pro zobecněný Hookův zákon. Tím vznikne tak výraz (172).



$$\frac{dU}{dV} = \frac{1}{2E}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\mu}{E}(\sigma_x\sigma_y + \sigma_{xy}\sigma_y + \sigma_z\sigma_x) + \frac{1+\mu}{E}(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \quad (172)$$

Předpokládá se smíšený mód namáhání, kde podle principu superpozice tedy platí rovnost (173).

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ijI} + \sigma_{ijII} + \sigma_{ijIII} \quad (173)$$

Lze uvést zobecněný vztah pro nenulové složky tenzoru napětí v blízkém okolí čela únavové trhliny, který je zobecněním již uvedeného vztahu (135) a jeho následných modifikací, dále pak zobecněním vztahů (150), (151) a (152). Tento zobecněný vztah vyjadřuje závislost mezi tenzorem napětí a faktorem intenzity napětí.

$$\sigma_{jik} = \frac{\sigma \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{2r}} f_{ijk}(\theta) = K_k \frac{f_{ijk}(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} \quad (i, j = x, y, z; k = I, II, III) \quad (174)$$

Hustotu deformační energie také lze vyjádřit ve tvaru kvadratické formy (175), která je zde uvedena. Pro vyjádření koeficientů a_{ij} zde bohužel nední dostatek prostoru. Čtenář může dohledat v [10].

$$\frac{dU}{dV} = \frac{1}{r}(a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 + a_{33}K_{III}^2) \quad (175)$$

Faktor hustoty deformační energie je definován vztahem (176).

$$S = r \frac{dU}{dV} \quad (176)$$

Pokud se do definice faktoru hustoty deformační energie (176) dosadí za $\frac{dU}{dV}$ kvadratickou formu (175), získá se transformační vztah mezi faktorem intenzity napětí K a faktorem hustoty deformační energie S (177).

$$S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 + a_{33}K_{III}^2 \quad (177)$$

Na rozdíl od ostatních odsud popsaných lomových kritérií je faktor deformační energie S i směrově citlivý.

Sihova teorie nestabilního šíření je založena na dvou hypotézách, které jsou uvedeny dále.



První hypotéza říká, že k nestabilnímu šíření dojde v tom směru, ve kterém je faktor deformační energie minimální. Úhel θ_0 udávající směr šíření je pak dán podmínkami (178) a (179).

$$\frac{\delta S}{\delta \theta} = 0 \quad (178)$$

$$\frac{\delta^2 S}{\delta \theta^2} > 0 \quad (179)$$

Druhá hypotéza říká, že k šíření trhliny dojde, pokud faktor deformační energie dosáhne ve směru definovaném úhlem θ_0 kritické hodnoty S_c . [21], [12], [10]

$$S(\theta = \theta_0) = S_c \quad (180)$$