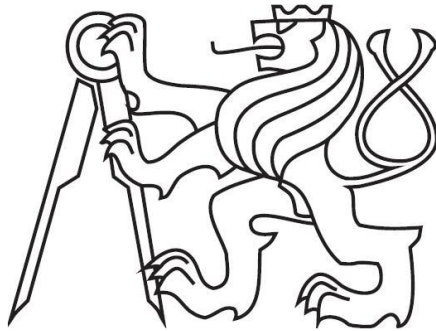


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ



12112 - Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**IDENTIFIKACE VÍROVÝCH STRUKTUR V OSOVĚ
SYMETRICKÉM SYNTETIZOVANÉM PROUDU Z DAT
Z NUMERICKÉ SIMULACE**

Lukáš Poláček

2015

Vedoucí práce: Ing. Tomáš Hyhlík, Ph.D.

ČESTNÉ PROHLÁŠNÍ

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon)

V Praze dne

.....

podpis

Poděkování

Děkuji svým blízkým, rodině a přátelům za jejich trpělivost a pochopení. Především děkuji svým rodičům za neustálou podporu.

Děkuji také svému vedoucímu práce, Ing. Tomáši Hyhlíkovi, Ph.D. za rady a čas, které mi věnoval. Jeho znalosti byli neocenitelným zdrojem informací.

Anotace

Bakalářská práce se zabývá identifikací vírových struktur v osově symetrickém syntetizovaném proudu z dat z numerické simulace pro tekutinu proudící z trysky s pulzující membránou. První část práce je zaměřena na metodu trojnásobného rozložení proudového pole, kterým jsou rotace, smyk a deformace částic kontinua. Následné výpočty pro posouzení těchto typů změn rychlostí jsou použity pro identifikaci vírového kroužku ve finální analýze. Dále jsou popsány podmínky platnosti této metody rozložení proudového pole. Verifikací metody rozkladu proudového pole na modelu Lamb-Oseenova víru je ověřováno, zda je možné použít tuto metodu. V závěru práce popisuje analýzu numerického modelu vírového kroužku. Tato analýza je rozdělena do dvou částí. V první části je proveden numerický výpočet pomocí výpočtového softwaru Ansys Fluent a ve druhé části pomocí vytvořeného skriptu v Matlabu je provedena identifikace vírového kroužku.

Abstract

This thesis deals with the identification of vortex structures in axially symmetric synthetic jet from data based on numerical simulations of fluid flow from the nozzle with pulsating membrane. The first part focuses on the triple decomposition method of the flow field, which are rotation, shear and deformation of continuum particle. Following calculations for assessing these types of changes of speed are used to identify vortex ring in the final analysis. The following describes the conditions for the validity of this method of decomposition of the flow field. By testing of method of decomposition of flow field to model of Lamb-Oseen vortex it was verified whether it is possible to use this method. In conclusion of this work the analysis describes a numerical model of a vortex ring. This analysis is divided into sections, where numerical calculation is performed using calculation software Ansys Fluent and then with the aid of this created script in Matlab is made identification of a vortex ring.

Obsah

1. ÚVOD	1
2. POPIS PROUDOVÉHO POLE	2
2.1. OBECNÝ POPIS PROUDOVÉHO POLE	2
2.2. PŘEPOČET DO HLAVNÍ ROVINY	3
3. ZÁKLADNÍ ROZLIŠOVACÍ ZOBRAZENÍ	4
3.1. ČISTÁ ROTACE	5
3.2. PŘEVLÁDAJÍCÍ ROTACE	6
3.3. ČISTÝ SMYK	7
3.4. PŘEVLÁDAJÍCÍ DEFORMACE	9
3.5. ČISTÁ DEFORMACE	10
4. PŘEVEDENÍ 2D ŘEŠENÍ DO 3D OSOVĚ SYMETRICKÉHO MODELU	12
5. SHRUTÍ PŘÍPADŮ SMYKU, PŘEVLÁDAJÍCÍ ROTACE A DEFORMACE	14
5.1. ČISTÝ SMYK	14
5.2. PŘEVLÁDAJÍCÍ ROTACE	15
5.3. PŘEVLÁDAJÍCÍ DEFORMACE	16
6. VERIFIKACE DANÉHO POSTUPU NA 2D MODELU	17
7. VYTVÁŘENÍ VÍROVÉHO KROUŽKU	20
7.1. GEOMETRICKÝ MODEL	20
7.2. SÍŤOVÁNÍ	21
7.3. FLUENT	22
8. VÝSLEDKY	24
9. ZÁVĚR	32
10. ZDROJE	34

Seznam použitých symbolů a zkratk

U	$[m \cdot s^{-1}]$	tenzor rychlosti
x, y, z	[m]	souřadnice
u, v, w	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlosti ve směru souřadnic
φ	$[s^{-1}]$	symetrický člen matice
ω	$[s^{-1}]$	antisymetrický člen matice
S		symetrická matice
Ω		antisymetrická matice
λ		vlastní číslo matice
s	$[s^{-1}]$	deformace v hlavní rovině
S_{ij}	$[s^{-1}]$	člen matice gradientu rychlosti
θ	[°]	natočení souřadného systému
e	$[s^{-1}]$	prodloužení
α		konstanta
r_0	[m]	poloměr jádra
$u_{\theta P}$	$[m \cdot s^{-1}]$	vrcholová rychlost
r	[m]	radius z centru víru
f	$[s^{-1}]$, [Hz]	frekvence
A	$[m \cdot s^{-1}]$	amplitudová rychlost
ρ	$[kg \cdot m^3]$	hustota
η	$[kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$	dynamická viskozita
D	[m]	průměr ústí trysky

1. ÚVOD

Tato práce se zabývá identifikací vírových struktur ve vírovém kroužku pomocí metody trojnásobného rozložení pohybu v proudovém poli. Tato metoda má velký potenciál ve směru chápání problematiky vírů a jejich identifikace. Proto první část práce rozebírá tuto metodu. Začíná u základní rovnice popisující rychlost částice tekutiny. Dále se zde nachází rozdělení jednotlivých případů, které mohou v proudící tekutině nastat. V další části práce ukazuje, že lze využít výsledky ze 2D řešení do 3D prostoru v případě osově symetrického proudění. A jak se pohybuje částice kontinua podle kritérií s a ω . Následně se práce dostává k samotnému numerickému řešení vírového kroužku. Vytváření modelu vírového kroužku a jeho vizualizaci pomocí grafů.

Identifikace vírových struktur má veliké uplatnění v různých technických oborech. Jako příklad neuvažování vlivu proudění tekutiny si můžeme uvést most Tacoma Narrow Bridge, roku 1940 se most vlivem proudění nezastavitelně rozhoupal a následně i spadl a mohlo za to pouze zanedbání vlivu proudění. Nejvíce však je potřeba znát proudění ve strojírenství a zde se také nejvíce uplatní i zmiňovaná identifikace vírových struktur. Na příklad ve výměníku tepla vznikají vírové struktury neustále a tak by zanedbáním vlivu vírů se špatným navržením tuhosti mohlo vést k rozkmitání trubek. To by mohlo vést až k jejich destrukci. Což je problém, který by například v elektrárně mohl vyústit v tragédii.

V této práci se zabývám modelem proudění v trysce. Tato tryska je zdrojem syntetického proudu. Tento proud se dá využít například na chlazení. Jako jedno z možných umístění trysky je v LED osvětlení. Tato tryska je tvořena elastickou membránou, rezonačním prostorem a ústím. Membrána koná periodický pohyb a tím rozpohybuje tekutinu v rezonačním prostoru. Tato tekutina se dostává skrze ústí do volného prostoru. Tento proces má dvě fáze sání a výfuk. V průběhu výfuku je tekutina urychlována membránou. Tekutina díky vazkosti rozpohybuje tekutinu v okolí ústí a tím vytvoří vír. V průběhu sání se tekutina nasává zpět do rezonanční komory, avšak se tak děje již při existenci víru. To znamená, že je přisávána tekutina podél stěny ústí trysky a nikoliv z proudu tekutiny, který byl vytvořen během výfuku. Tím vzniká stálý proud vzduchu, který může kolísat, ale má stejný směr. Tento vír vzniká po celém obvodu ústí a spojuje se ve vírový kroužek. Tento vírový kroužek je symetrický podle osy ústí trysky.

2. POPIS PROUDOVÉHO POLE

2.1. OBECNÝ POPIS PROUDOVÉHO POLE

Uvažujeme částici kontinua, která se pohybuje v proudovém poli. Toto je popsáno v [1].

Částice kontinua se pohybuje rychlostí danou vektorem U

$$U = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Daný vektor rychlosti se mění s polohou a tato změna je vyjádřena tenzorem druhého řádu ∇U . Pro kratší zápis použijí zkrácený tvar tohoto tenzoru, kde jednotlivé parciální derivace jsou zapsány pomocí indexů

$$\nabla U = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Předpokládáme zachování hmoty v uvažovaném systému. Tedy platí rovnice kontinuity

$$\operatorname{div} U = 0. \quad (3)$$

Rozepsána po složkách

$$u_x + v_y + w_z = 0. \quad (4)$$

Pro názornost se budeme pohybovat pouze ve 2D prostoru

$$u_x + v_y = 0, \quad (5)$$

$$\nabla U = \begin{pmatrix} u_x & u_y \\ v_x & -u_x \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Z Cauchy-Stokesova rozložení, které je popsáno v [1] víme, že ∇U můžeme rozdělit na deformaci a natočení

$$\nabla U = S + \Omega, \quad (7)$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_j} - \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right). \quad (8)$$

Následná transformace je popsána v [2]

$$\frac{\partial w_i}{\partial x_j} = \begin{pmatrix} u_x & \varphi \\ \varphi & u_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

kde φ a ω jsou

$$\varphi = \frac{(v_x + u_y)}{2}, \quad (10)$$

$$\omega = \frac{(v_x - u_y)}{2}. \quad (11)$$

2.2. PŘEPOČET DO HLAVNÍ ROVINY

Jelikož tato deformace nejsou hlavní. Matici přetransformujeme tak, aby výsledná deformace byla pouze na diagonále tenzoru. Ty se již rovnají deformacím hlavním

$$\begin{vmatrix} u_x - \lambda & u_y \\ v_x & -u_x - \lambda \end{vmatrix} = (u_x - \lambda)(-u_x - \lambda) - \varphi^2 = 0. \quad (12)$$

Z rovnice (12) vyplývá, že transformace matice do hlavní roviny spočívá v nalezení vlastních čísel matice deformace

$$\lambda = \sqrt{u_x^2 + \left(\frac{v_x + u_y}{2}\right)^2} = s. \quad (13)$$

Z rovnice (13) je vidět, že hlavní deformace se rovnají vlastním číslům tenzoru. Tudíž výsledný tenzor deformací otočený do hlavních rovin je popsán v rovnici (14)

$$\frac{\partial w_i}{\partial x_j} = \begin{pmatrix} s & -\omega \\ \omega & -s \end{pmatrix}. \quad (14)$$

3. ZÁKLADNÍ ROZLIŠOVACÍ ZOBRAZENÍ

Základní rozlišovací zobrazení (anglicky Basic reference frame) je uvedeno v práci [2, 3]. Toto zobrazení umožňuje rozdělit tenzor ∇A na tři složky. Tyto složky mohou být označeny jako smyk (shear), prodloužení (elongation) a rotaci (rotation)

$$\begin{aligned} \nabla U &= \begin{pmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{pmatrix}^{\text{BRF}} \\ &= \begin{pmatrix} u_x & \text{sgn}(u_y)\min(|u_y|, |v_x|) & \text{sgn}(u_z)\min(|u_z|, |w_x|) \\ \text{sgn}(v_x)\min(|u_y|, |v_x|) & v_y & \text{sgn}(v_z)\min(|v_z|, |w_y|) \\ \text{sgn}(w_x)\min(|u_z|, |w_x|) & \text{sgn}(w_y)\min(|v_z|, |w_y|) & w_z \end{pmatrix}^{\text{BRF}} \\ &+ (\text{čistě nesymetrický tenzor})^{\text{BRF}} = \\ &= [(\nabla U)_{\text{EL}} + (\nabla U)_{\text{R}}] + (\nabla U)_{\text{SH}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Kde tenzor $[(\nabla U)_{\text{EL}} + (\nabla U)_{\text{R}}]$ je minimem ze všech možných zobrazení. Tento zápis se znovu rozdělí podle Cauchy – Stokesova rozdělení, ten je popsán rovnicemi (7) a (8), a tím získáme dvě matice

$$(\nabla U)_{\text{EL}} + (\nabla U)_{\text{R}}. \quad (16)$$

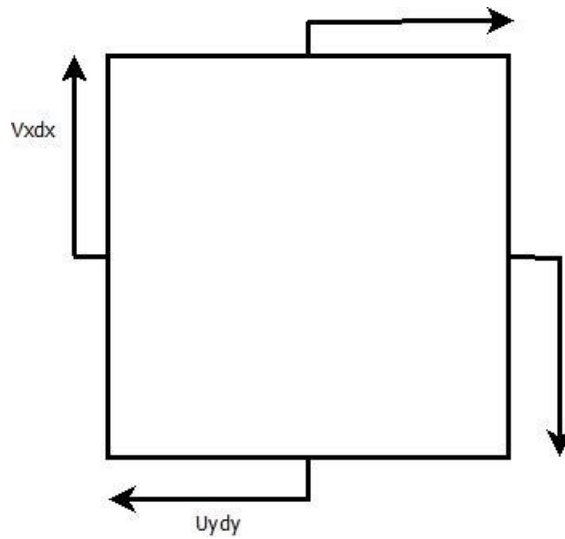
Cauchy – Stokesovo rozdělení (7) a (8) se použije i na zbývající matici $(\nabla U)_{\text{SH}}$

$$(\nabla U)_{\text{SH}} = \frac{1}{2} [(\nabla U)_{\text{SH}} + ((\nabla U)_{\text{SH}})^{\text{T}}] + \frac{1}{2} [(\nabla U)_{\text{SH}} - ((\nabla U)_{\text{SH}})^{\text{T}}]. \quad (17)$$

Výsledkem tohoto zobrazení jsou čtyři matice, které jsou klíčové k identifikaci vírových struktur. Podle podoby těchto čtyř matic (18) je možné rozlišit jednotlivé typy chování částic kontinua

$$\begin{aligned} &(\nabla U)_{\text{EL}} + (\nabla U)_{\text{R}} + \frac{1}{2} [(\nabla U)_{\text{SH}} + ((\nabla U)_{\text{SH}})^{\text{T}}] + \frac{1}{2} [(\nabla U)_{\text{SH}} - ((\nabla U)_{\text{SH}})^{\text{T}}] \\ &= S_{\text{RES}} + \Omega_{\text{RES}} + S_{\text{SH}} + \Omega_{\text{SH}}. \end{aligned} \quad (18)$$

3.1. ČISTÁ ROTACE



OBRÁZEK 1 - ČISTÁ ROTACE

Z obrázku 1 - čistá rotace je patrné, že derivace rychlostí mají stejnou velikost a opačnou orientaci. Tedy platí rovnice (19)

$$v_x = -u_y. \quad (19)$$

Když tento vztah dosadíme do rovnice (15) zjistíme, že $(\nabla U)_{SH}$ je nulová

$$\begin{pmatrix} u_x & -v_x \\ v_x & -u_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_x & 0 \\ 0 & -u_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -v_x \\ v_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

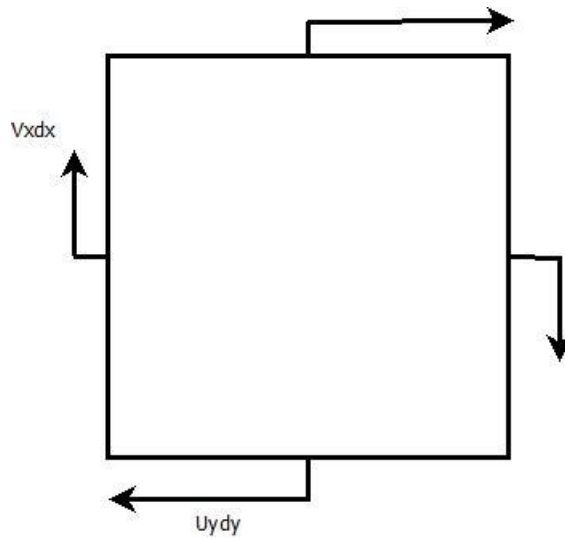
Po dosazení do rovnice (18) dostaneme residuální deformaci a residuální vířivost

$$\begin{pmatrix} u_x & 0 \\ 0 & -u_x \end{pmatrix} = S_{RES}. \quad (21)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -v_x \\ v_x & 0 \end{pmatrix} = \Omega_{RES}. \quad (22)$$

Výsledná vířivost daná tenzorem Ω_{RES} je maximální a nedochází zde k žádnému smyku.

3.2. PŘEVLÁDAJÍCÍ ROTACE



OBRÁZEK 2 - PŘEVLÁDAJÍCÍ ROTACE

Z obrázku 2 – převládající rotace je vidět, že derivace rychlosti u_y má větší velikost a derivace jsou opačně orientované. Proto po dosazení do rovnice (15) a (18) dostaneme rovnici (23)

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} u_x & -v_x \\ v_x & -u_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & u_y - v_x \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} u_x & 0 \\ 0 & -u_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -v_x \\ v_x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_y - v_x) \\ \frac{1}{2}(u_y - v_x) & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_y - v_x) \\ -\frac{1}{2}(u_y - v_x) & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (23)$$

Z toho důvodu mají následující matice podobu:

$$\begin{pmatrix} u_x & 0 \\ 0 & -u_x \end{pmatrix} = S_{RES}, \quad (24)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -v_x \\ v_x & 0 \end{pmatrix} = \Omega_{RES}, \quad (25)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_y - v_x) \\ \frac{1}{2}(u_y - v_x) & 0 \end{pmatrix} = S_{SH}, \quad (26)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_y - v_x) \\ -\frac{1}{2}(u_y - v_x) & 0 \end{pmatrix} = \Omega_{SH}. \quad (27)$$

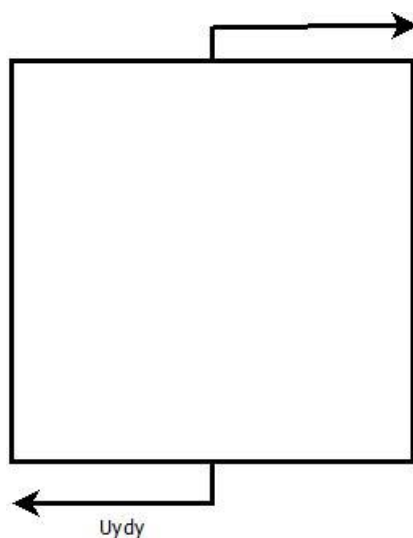
Po sečtení zvlášť S_{Res} a S_{Sh} a zvlášť Ω_{Res} a Ω_{Sh} dostáváme S a Ω stejně, jako kdybychom aplikovali pouze rovnici (8)

$$\begin{pmatrix} u_x & \frac{1}{2}(u_y - v_x) \\ \frac{1}{2}(u_y - v_x) & -u_x \end{pmatrix} = S, \quad (28)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}u_y - \frac{3}{2}v_x \\ -\frac{1}{2}u_y + \frac{3}{2}v_x & 0 \end{pmatrix} = \Omega. \quad (29)$$

Dochází k rotaci i smyku, proto výsledné natočení částice kontinua je součtem těchto částečných natočení.

3.3. ČISTÝ SMYK



OBRÁZEK 3 - SMYK

Z obrázku 3 - Smyk je patrné, že derivace rychlosti v_x je nulová, a proto po dosazení do rovnice (15) dostáváme

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} u_x & 0 \\ 0 & -u_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & u_y \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} u_x & 0 \\ 0 & -u_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}u_y \\ \frac{1}{2}u_y & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}u_y \\ \frac{1}{2}u_y & 0 \end{pmatrix}. \quad (30) \end{aligned}$$

Z toho důvodu mají následující matice podobu:

$$\begin{pmatrix} u_x & 0 \\ 0 & -u_x \end{pmatrix} = S_{\text{RES}}, \quad (31)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \Omega_{\text{RES}}, \quad (32)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}u_y \\ \frac{1}{2}u_y & 0 \end{pmatrix} = S_{\text{SH}}, \quad (33)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}u_y \\ \frac{1}{2}u_y & 0 \end{pmatrix} = \Omega_{\text{SH}}. \quad (34)$$

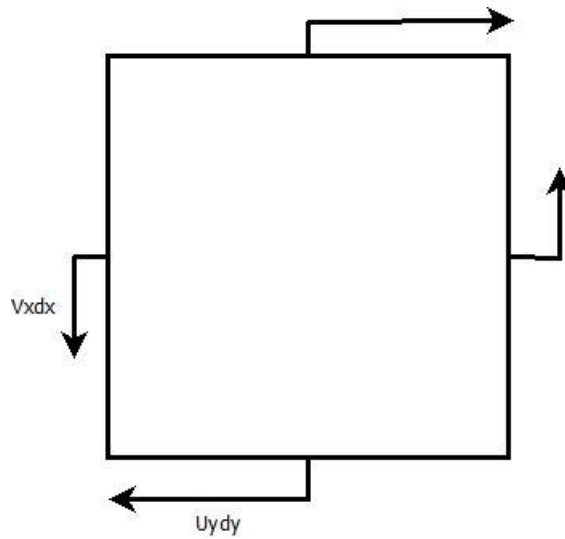
Po sečtení zvlášť S_{RES} a S_{SH} Dostáváme S a Ω stejně, jako kdybychom aplikovali pouze rovnici (8)

$$\begin{pmatrix} u_x & \frac{1}{2}u_y \\ \frac{1}{2}u_y & -u_x \end{pmatrix} = S, \quad (35)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}u_y \\ \frac{1}{2}u_y & 0 \end{pmatrix} = \Omega. \quad (36)$$

U čistého smyku je Ω daná pouze natočením způsobeným smykem. To znamená, že Ω_{SH} se rovná Ω . Tedy vířivost je nenulová, ale vír se netvoří.

3.4. PŘEVLÁDAJÍCÍ DEFORMACE



OBRÁZEK 4 - PŘEVLÁDAJÍCÍ DEFORMACE

Z obrázku 4 – převládající rotace je zřejmé, že u_y je větší než v_x , ale již mají stejnou orientaci. Po dosazení do (15) a (18) dostaneme vztah

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} u_x & v_x \\ v_x & -u_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & u_y - v_x \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} u_x & v_x \\ v_x & -u_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_y - v_x) \\ \frac{1}{2}(u_y - v_x) & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_y - v_x) \\ -\frac{1}{2}(u_y - v_x) & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (37)$$

Z toho důvodu mají následující matice podobu:

$$\begin{pmatrix} u_x & 0 \\ 0 & -u_x \end{pmatrix} = S_{\text{RES}}, \quad (38)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \Omega_{\text{RES}}, \quad (39)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_y - v_x) \\ \frac{1}{2}(u_y - v_x) & 0 \end{pmatrix} = S_{\text{SH}}, \quad (40)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_y - v_x) \\ -\frac{1}{2}(u_y - v_x) & 0 \end{pmatrix} = \Omega_{\text{SH}}. \quad (41)$$

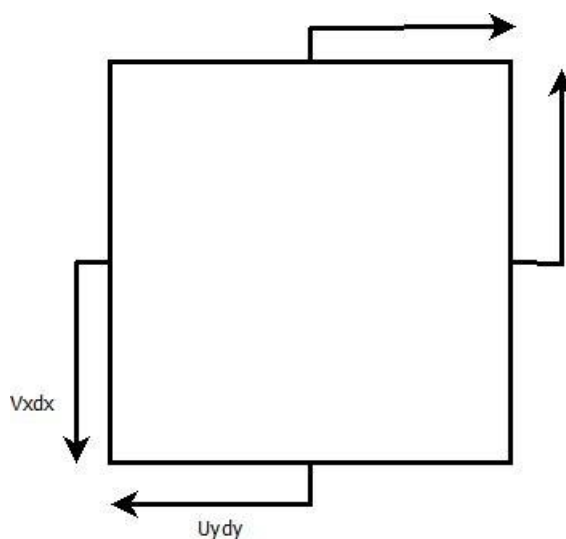
Po sečtení zvlášť S_{Res} a S_{Sh} a zvlášť Ω_{Res} a Ω_{Sh} Dostáváme S a Ω stejně, jako kdybychom aplikovali pouze rovnici (8)

$$\begin{pmatrix} u_x & \frac{1}{2}(u_y+v_x) \\ \frac{1}{2}(u_y+v_x) & -u_x \end{pmatrix} = S, \quad (42)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_y-v_x) \\ -\frac{1}{2}(u_y-v_x) & 0 \end{pmatrix} = \Omega. \quad (43)$$

Vířivost je zde nenulová, ale jedná se pouze o natočení os vlivem smyku a žádný vír nevzniká.

3.5. ČISTÁ DEFORMACE



OBRÁZEK 5 - ČISTÁ DEFORMACE

Z obrázku 5 - čistá deformace je vidět, že deformace rychlosti jsou stejně velké a mají shodnou orientaci. Tedy platí vztah (44)

$$v_x = u_y. \quad (44)$$

Po dosazení tohoto vztahu do rovnice (15) zjistíme, že matice smyku má nulovou hodnotu

$$\begin{pmatrix} u_x & v_x \\ v_x & -u_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (45)$$

Po aplikaci rovnice (8) zjistíme, že i nesymetrická složka výrazu (45) má nulovou hodnotu. Z toho důvodu je nenulová pouze matice S_{RES} popsaná ve vztahu (46)

$$\begin{pmatrix} u_x & v_x \\ v_x & -u_x \end{pmatrix} = S_{\text{RES}}, \quad (46)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \Omega_{\text{RES}}, \quad (47)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = S_{\text{SH}}, \quad (48)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \Omega_{\text{SH}}, \quad (49)$$

$$\begin{pmatrix} u_x & v_x \\ v_x & -u_x \end{pmatrix} = S. \quad (50)$$

Smyk i rotace jsou zde nulové, proto zde není natočení a výsledkem je čistá deformace, ve které se vír tvořit nemůže.

4. PŘEVEDENÍ 2D ŘEŠENÍ DO 3D OSOVĚ SYMETRICKÉHO MODELU

V našem řešeném problému se budeme pohybovat ve 3D prostoru ovšem v osově symetrickém, k jehož popisu se nejlépe hodí cylindrický systém souřadnic. Proto je nutné provést transformaci cylindrického souřadného systému na kartézský souřadný systém

$$\begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{rr} & S_{r\theta} & S_{rz} \\ S_{\theta r} & S_{\theta\theta} & S_{\theta z} \\ S_{zr} & S_{z\theta} & S_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (51)$$

Toto řešení je podrobně popsáno v literatuře [4]. Po transformaci tenzoru rychlosti deformace z kartézského na cylindrický systém tento tenzor vypadá takto:

$$\nabla U = \begin{pmatrix} \cos^2(\theta)(S_{rr} - S_{\theta\theta}) + S_{\theta\theta} & -\cos(\theta)\sin(\theta)(S_{\theta\theta} - S_{rr}) & \cos(\theta)S_{rz} \\ -\cos(\theta)\sin(\theta)(S_{\theta\theta} - S_{rr}) & \cos^2(\theta)(S_{\theta\theta} - S_{rr}) + S_{rr} & \sin(\theta)S_{rz} \\ \cos(\theta)S_{rz} & \sin(\theta)S_{rz} & S_{zz} \end{pmatrix} \quad (52)$$

Jelikož jsme v osově symetrickém případě, můžeme úhel θ volit libovolně. Pro úhel $\theta=\pi/2$ získáme

$$\nabla U = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{\theta\theta} & 0 & 0 \\ 0 & S_{rr} & S_{rz} \\ 0 & S_{rz} & S_{zz} \end{pmatrix}. \quad (53)$$

Pro případ nestlačitelné tekutiny získáme rovnici kontinuity

$$\frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (54)$$

V obecném případě je nutné nalézt hlavní hodnoty a hlavní směry matice typu

$$\begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} & 0 \\ S_{yx} & S_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{zz} \end{pmatrix}.$$

Hodnota S_{zz} je v případě dvourozměrného proudění rovna nule ale v případě osově symetrického proudění je nenulová.

Tím pádem se mění i rovnice kontinuity

$$S_{xx} + S_{yy} + S_{zz} = 0. \quad (55)$$

Vlastní čísla jsou

$$\lambda_1 = e_1 + s, \quad \lambda_2 = e_2 - s, \quad \lambda_3 = e_3, \quad (56)$$

kde s je deformace v hlavní rovině popsané rovnicí (57)

$$s = \frac{1}{2} \sqrt{(S_{xy} + S_{yx})^2 + 4S_{xx}^2}, \quad (57)$$

Kde e je prodloužení v hlavní rovině:

$$e_{1,2} = e = \frac{1}{2}(S_{xx} - S_{yy}), \quad e_3 = S_{zz}. \quad (58)$$

A kde ω je otočení neboli rotace:

$$\omega = \frac{S_{yx} - S_{xy}}{2}. \quad (59)$$

V hlavních směrech můžeme tenzor rychlosti gradient rozložit na tři části

$$\nabla u = \begin{pmatrix} e & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & e_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (60)$$

Při pohledu na toto rozložení, kde první matice vyjadřuje prodloužení, druhá smyk a třetí rotaci je jasné, že pro náš případ je možné použít řešení ve 2D.

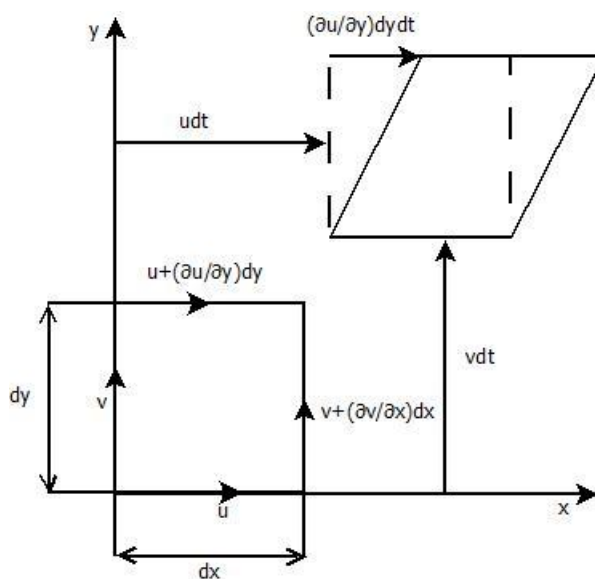
5. SHRNUTÍ PŘÍPADŮ SMYKU, PŘEVLÁDAJÍCÍ ROTACE A DEFORMACE

Těchto pět případů se dá z hlediska identifikace víru vyjádřit pomocí porovnání s ω . Vycházím z literatury [4].

5.1. ČISTÝ SMYK

pro čistý smyk platí $|s| = |\omega|$

Pro jakýkoli případ kombinace znamének má v daném souřadném systému tenzor gradientu rychlosti bez uvažování objemové deformace jen jednu nenulovou složku. Tato složka může být buď v_x nebo u_y . Vířivost ω je zde nenulová, ale vír v proudovém poli není. To je dáno tím, že residuální složky jsou v tomto případě nulové.

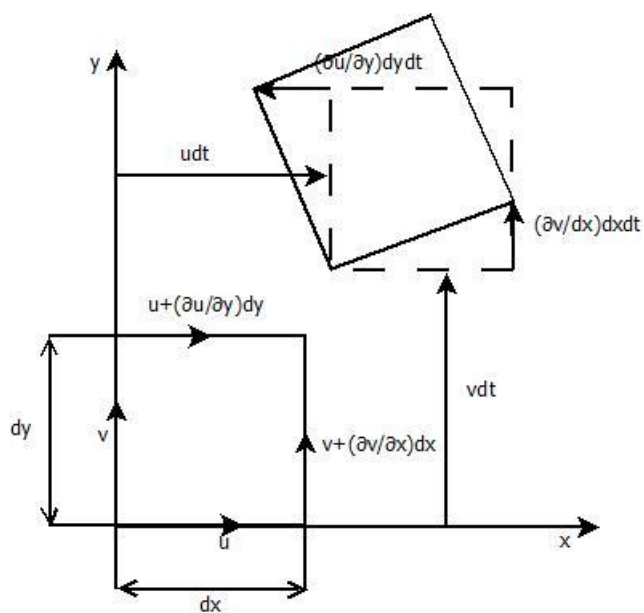


OBRÁZEK 6 - ČISTÝ SMYK

5.2. PŘEVLÁDAJÍCÍ ROTACE

Pro případ převládající rotace platí $|s| \leq |\omega|$

Pro jakýkoli případ kombinace znamének má v daném souřadném systému tenzor gradientu rychlosti bez uvažování objemové deformace vždy dva nenulové členy v_x a u_y . Tyto členy mají vždy opačné znaménko. s_{RES} je v tomto případě nulová. Residuální vířivost potom můžeme nazvat jako rozdíl vířivosti a smyku.

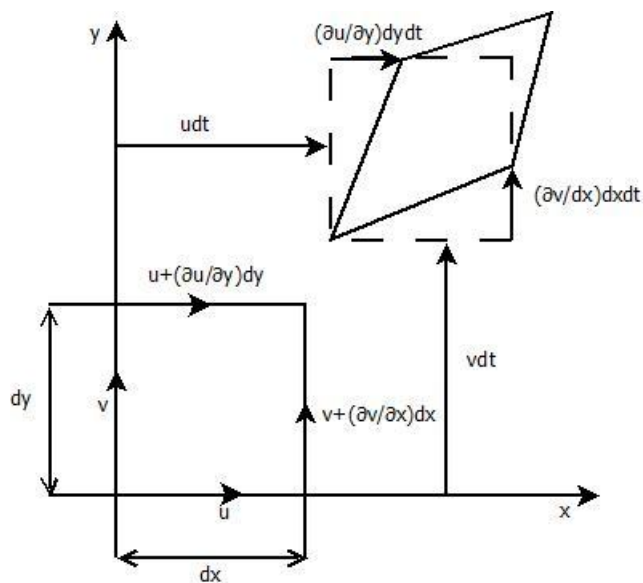


OBRÁZEK 7 - ROTACE

5.3. PŘEVLÁDAJÍCÍ DEFORMACE

Pro případ převládající deformace platí $|s| \geq |\omega|$

Pro jakýkoli případ kombinace znamének má v daném souřadném systému tenzor gradientu rychlosti bez uvažování objemové deformace vždy dva nenulové členy v_x a u_y . Tyto členy mají vždy stejné znaménko. Kromě případu čisté deformace, kdy je celková vířivost rovna nule je vířivost rovna ω_{sh} . Tím pádem žádný vír nevzniká. Veškerá vířivost souvisí pouze se smykovou deformací. Residuální složku smykové deformace s_{RES} rozdíl smyku a vířivosti.



OBRÁZEK 8 - DEFORMACE

6. VERIFIKACE DANÉHO POSTUPU NA 2D MODELU

Postup identifikace vírových struktur založený na nalezení nenulového Ω_{Res} je nejdříve otestován na modelu Lamb-Oseenového víru. Model tohoto víru je popsán v práci [5].

Model tohoto víru je dán rovnicí

$$u_{\theta} = u_{\theta P} \left(1 + \frac{1}{2\alpha}\right) \frac{r_0}{r} \left[1 - e^{-\alpha \frac{r^2}{r_0^2}}\right], \quad (61)$$

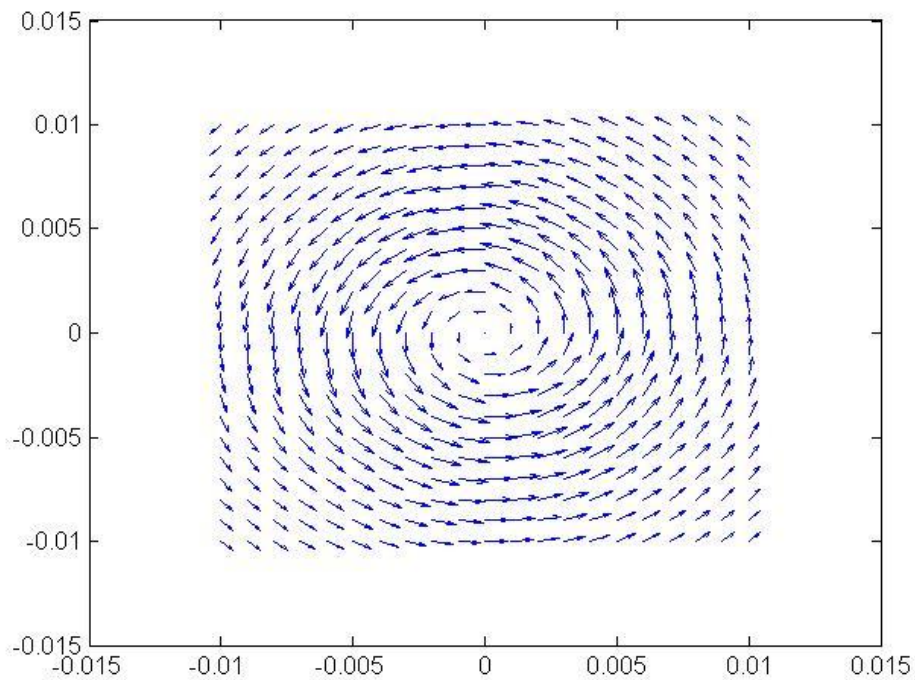
kde jsou použity doporučené hodnoty

$$\alpha = 1,25643,$$

$$r_0 = 0,005 [m],$$

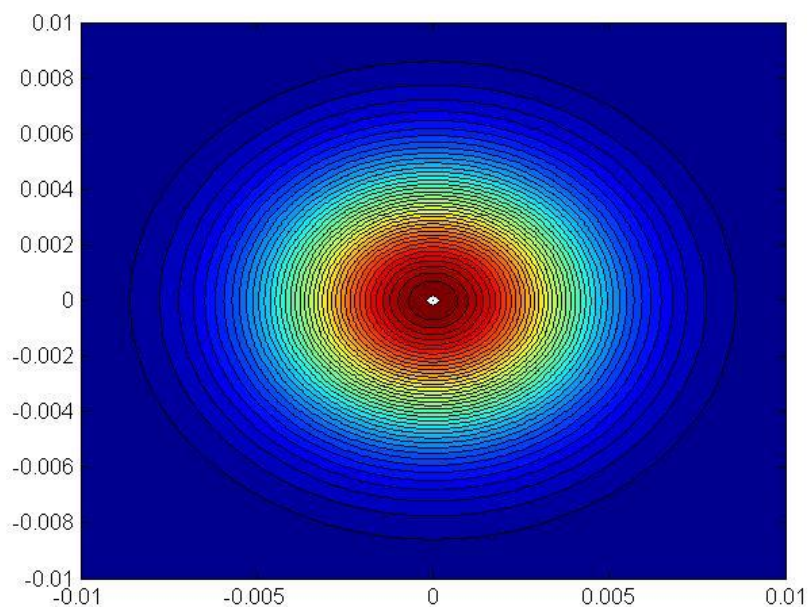
$$u_{\theta P} = 0,25 [m \cdot s^{-1}].$$

Obrázek 9 – Vířivé pole Lamb – Oseenova víru popisuje výsledné rychlostní pole. Zde je patrný směr otáčení a i velikost tečné rychlosti.



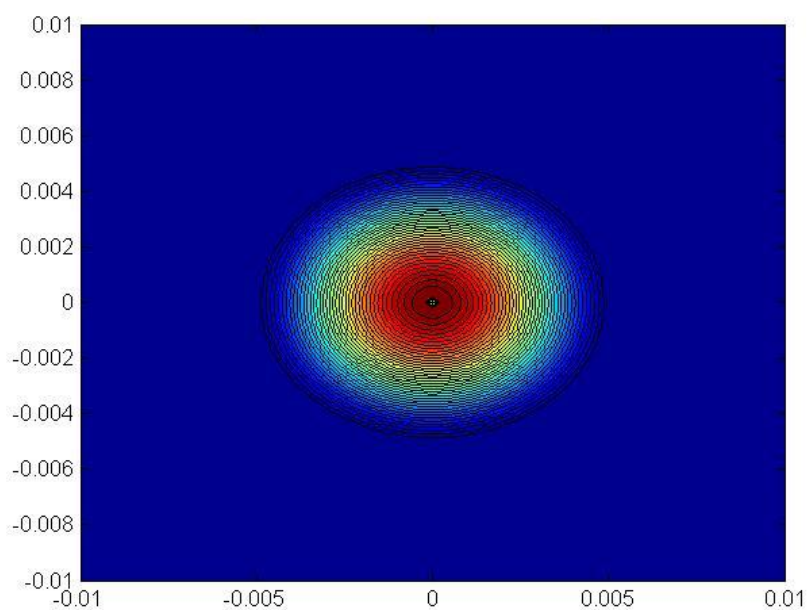
OBRÁZEK 9 - VÍŘIVÉ POLE LAMB-OSEENOVA VÍRU

Dále jsem vyjádřil celkovou vířivost na obrázku 10 – Vířivost Lamb Oseenova víru. Z něj je patrné, že vířivost roste směrem k centru víru. To se dalo očekávat vzhledem k tomu, že rotace ve středu víru je maximální.



OBRÁZEK 10 - VÍŘIVOST LAMB-OSEENOVA VÍRU

A následně residuální vířivost je znázorněna na obrázku 11 – Residuální vířivost Lamb - Oseenova víru



OBRÁZEK 11 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST LAMB- OSEENOVA VÍRU

Z obrázků je vidět, že oblast vířivosti je daleko větší než oblast residuální vířivosti a to značí, že vír ovlivňuje větší oblast, než samotný vír obsahuje. Protože residuální vířivost je součástí celkové vířivosti.

7. VYTVÁŘENÍ VÍROVÉHO KROUŽKU

Pro identifikaci víru je zadáno proudové pole, tvořené tryskou s periodicky se pohybující membránou.

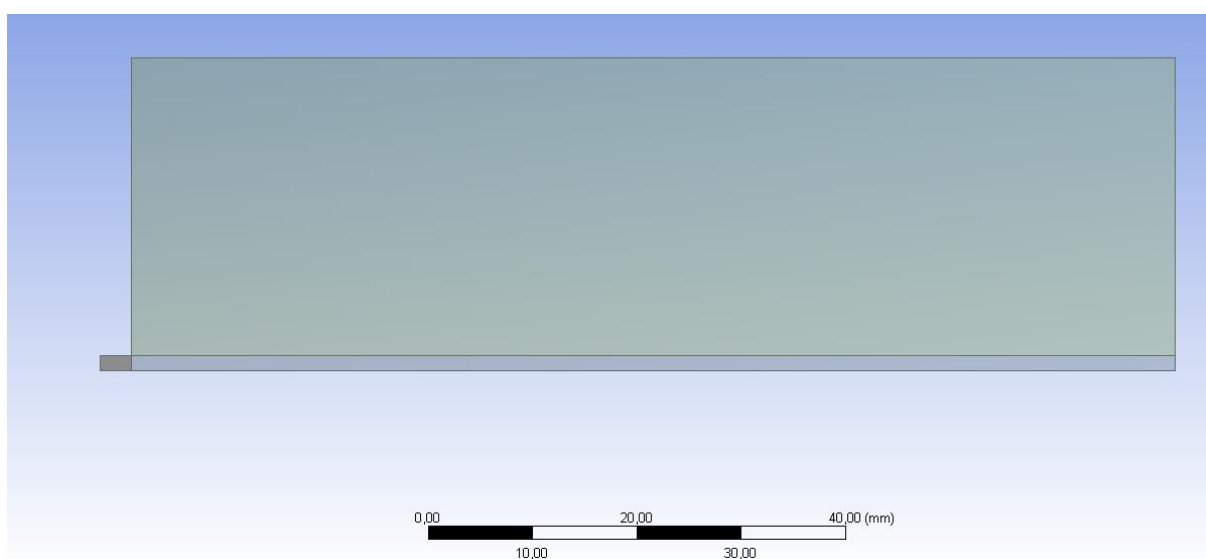
Daný vírový kroužek je možno pozorovat v různých prostředích od kouřového kroužku kuřáků až po vírové kroužky vznikající u trysek. U těchto trysek se využívá vírového kroužku jako pohonu tekutiny, když má blána rychlost opačnou než proudové pole.

Můj model právě jednu z těchto trysek popisuje. Rozměry trysky jsou 3mm průměr a 3 mm od ústí se pohybuje blána udávající tekutině rychlost. Rychlost blány je dána frekvencí 100 Hz a amplitudou 3 mm.

Celá simulace byla provedena v programu ANSYS verze 16.

7.1. GEOMETRICKÝ MODEL

Geometrický model zahrnuje ústí trysky a blízké okolí. Tento model počítá s tím, že tečná rychlost tekutiny okolo osy trysky je nulová.

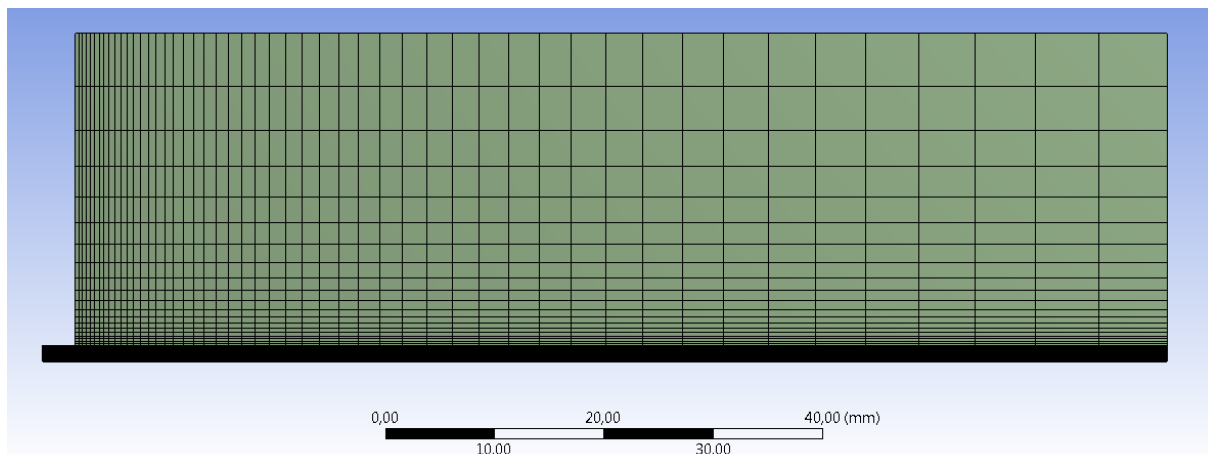


OBRÁZEK 12 - GEOMETRICKÝ MODEL

Model je sestaven v Ansys DesignModeler ze tří skic. Ty byly následně vysunuty a spojeny v jedno tělo a byla použita funkce ShareTopology. Takto bylo nutno modelovat vzhledem k umístění sítě na tuto geometrii.

7.2. SÍŤOVÁNÍ

Síť pro numerický výpočet byla vytvořena s ohledem na předpoklad, že vír se bude tvořit hlavně u výstupu z trysky, proto je zde síť zvláště zhuštěna.



OBRÁZEK 13 - SÍŤOVÁNÍ

K tomu byl použit programový parametr bias faktor:

- na hranách vertikálních o délce 1,5 mm je bias faktor 3
- na hranách vertikálních o délce 28,5 mm je bias faktor 30
- na hranách horizontálních o délce 100 mm je bias faktor 20
- na horizontálních hranách o délce 3 mm žádný bias použit není

Dále je zde na všechny plochy použita funkce Face Meshing. V té je definováno, že síť má mít podobu obdélníků.

Výsledkem je síť, která má plynulý přechod změn velikostí síťových polí a tudíž i vzdáleností uzlů.

7.3. FLUENT

Výpočet numerického modelu proudového pole byl proveden v programu fluent.

Zde bylo potřeba nastavit, co je vstup. Vstup je definován jako hrana úplně vlevo na obrázku o délce 1,5 mm. Jako druh vstupní veličiny je zvolena rychlost

$$v(t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t). \quad (62)$$

Tato rychlost je definována zvláštním programem napsaným v programovacím jazyce C. Je zde nastavena frekvence a amplituda této rychlosti.

$$f=100 [Hz]$$

$$A=3 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Výstup je zde volen jako výstup tlaku. Daný problém je definovaný jako osově symetrický, i když je celý model postavený jako rovinná úloha. Proto je třeba definovat spodní hranu modelu jako osu. Tato hrana není jen osa numerického modelu, ale i osou celé trysky. Dále je potřeba definovat, zda se jedná o turbulentní či laminární proudění. Proto je zvoleno laminární proudění (Viscous – Laminar). Za tekutinu jsem dosadil vzduch.

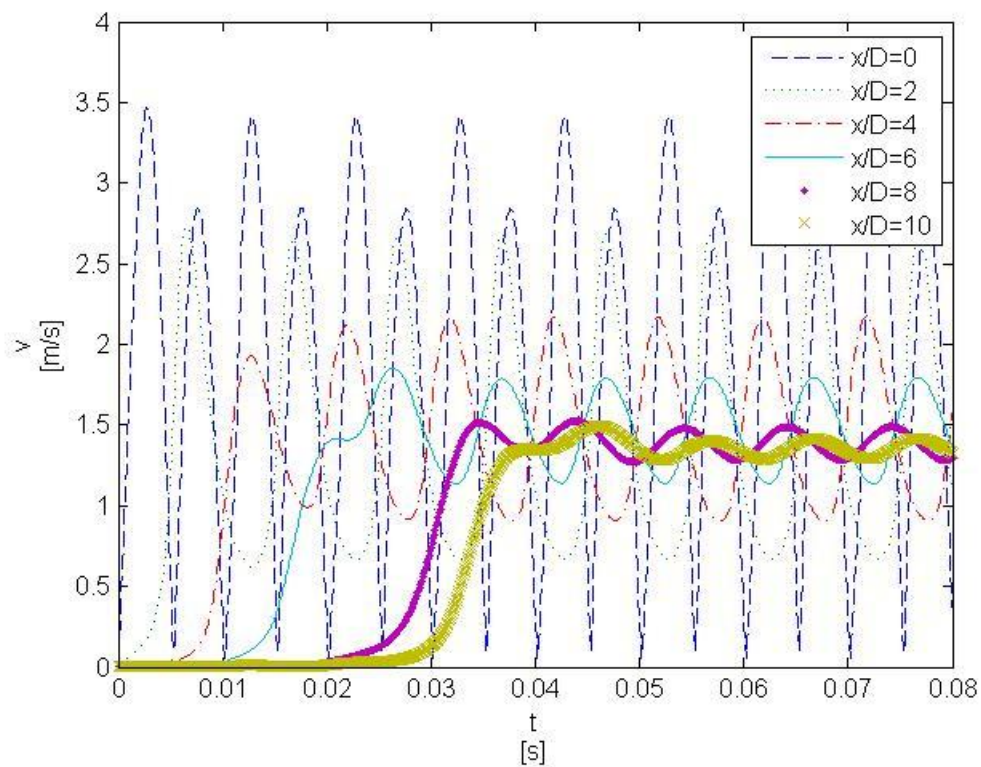
$$\rho=1,225 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

$$\eta=1,7894 \cdot 10^{-5} \left[\frac{kg}{m \cdot s} \right]$$

Pro výpočet je nutné znát časový krok 1/1000 periody což je 1/100000 s. Dále bylo nutné zjistit, kdy se ustálí pravidelný průběh proudu. To lze zjistit z časových průběhů velikostí rychlosti toku tekutiny na ose v různých vzdálenostech od ústí. Vzdálenost od ústí je normalizovaná vzdálenost x/D , kde x je vzdálenost v mm od ústí trysky a D je průměr ústí trysky v mm.

$$D=3[mm]$$

Následující graf zobrazuje časové průběhy velikostí rychlosti toku tekutiny v ústí trysky, a následně v sudých násobcích normalizované vzdálenosti x/D .



OBRÁZEK 14 - PRŮBĚH RYCHLOSTI V BODECH NA OSE

Z grafu je vidět, že k ustálení dojde přibližně po 4 periodách. I přes toto zjištění byl výpočet vířivosti proveden po 30 periodě, aby bylo naprosto zřejmé, že nejde o přechodovou charakteristiku, ale o periodický běh této trysky, kde se jednotlivé periody nemění.

8. VÝSLEDKY

Výsledky z výpočtu z numerického řešení v programu Fluent byly exportovány ve formátu ASCII. Tyto soubory byly načteny pomocí skriptu do MATLABU. Zde se pomocí funkcí načetla postupně data pro každý desátý časový krok. Kroků v periodě bylo 1000. Tedy se načetlo 100 časových kroků. Z každého desátého kroku program načetl souřadnice jednotlivých bodů v síti x a y , rychlosti v jednotlivých bodech u a v a derivace jednotlivých rychlostí u_x , u_y , v_x a v_y . Tyto parametry byly interpolovány. Pro potřeby matlabu je totiž nezbytné, aby rozestupy mezi souřadnicemi x a y byli stejné. Naopak v numerickém výpočtovém programu Ansys Fluent je nutné, aby síť byla zhuštěna v místech, kde jsme očekávali, že se tam objeví výsledné vírové struktury. Z důvodu rychlosti výpočtu je nutné mít co nejmenší počet uzlů. Proto se síť zhustila.

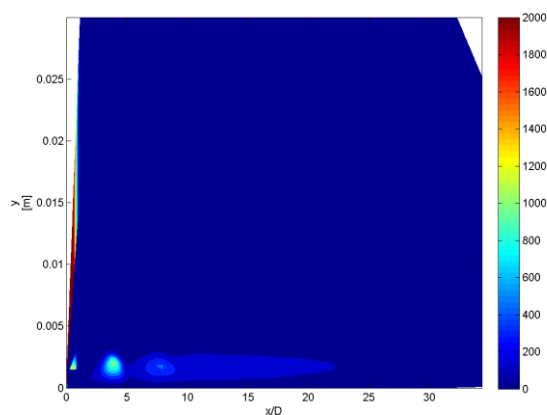
I přes tyto úpravy výpočty zabrali několik hodin. Ve složitějších výpočtech se používají výpočtové servery a dokonce i superpočítače, na kterých se platí výpočetní čas. Ten pro tuto úlohu nebyl použit.

Je tedy nutné vytvořit meshgrid, který tento problém z přenosu z numerického výpočtového programu do matlabu vyřeší. Tento meshgrid byl vytvořen s velikou jemností, takže výšku geometrického modelu rozdělil na 1000 dílů. Stejně měřítko měli i díly na ose x . Ke každému bodu souřadnic byli pomocí funkce `TriScatteredInterp` přiřazeny hodnoty rychlostí u a v a jejich derivací u_x , u_y , v_x a v_y .

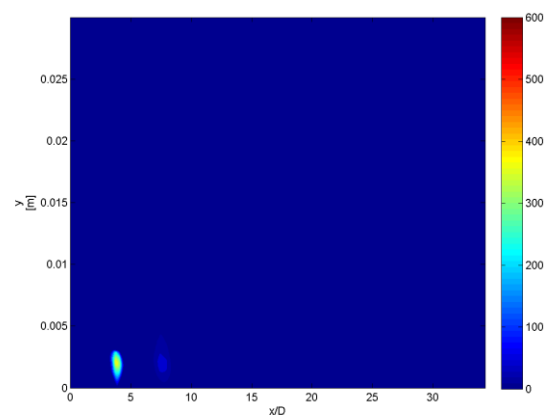
Dále byly výpočtem podle kapitoly 3 z hodnot derivací rychlostí stanoveny hodnoty Ω a Ω_{Res} pro deset časových okamžiků pravidelně rozmístěných v průběhu periody po $1/10$ (obrázky 15 až 34). Tyto hodnoty byly interpretovány pomocí grafů. Grafy musely být upraveny, aby měly stejně postavenou stupnici. Samozřejmě Ω a Ω_{Res} mají odlišnou stupnici, kvůli rozdílným hodnotám, kterých dosahují. Nejvyšší hodnoty se vyskytovaly v oblastech, kde žádná tekutina není. Tyto hodnoty je nutné zanedbat. I když je jasné, proč se vyskytli. V oblastech, kde se tekutina dostává na stěnu, vznikají vysoké hodnoty gradientu rychlosti. Proto je možné tyto hodnoty zanedbat. Protože i z obrázků i z předchozích úvah je jasné, že v těchto místech víry nevznikají.

Tyto grafy jsou bohužel kvůli interpolaci mírně zdeformované, ale výsledky z nich jsou čitelné. Výsledky byly zjištěny přibližně po 30 periodách od začátku chodu trysky. Tedy asi po 0,3 s. Toto číslo bylo zvoleno kvůli zajištění periodicity výsledků. Tedy aby výsledky uvedené v této práci byli relevantní i pro jiné periody, které zde uvedené nejsou.

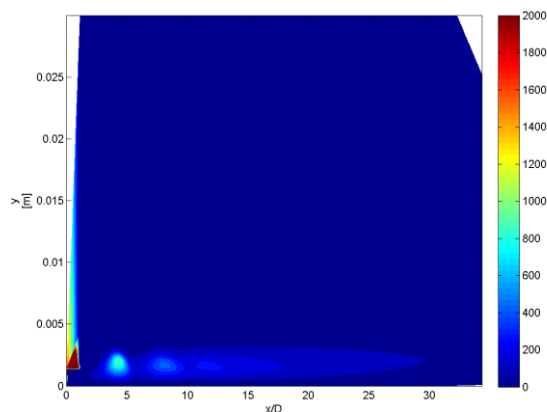
Následují obrázky z jedné periody. Rozčleněné po 1/10 periody. Vlevo se nachází celková vířivost ω a napravo residuální vířivost ω_{RES} .



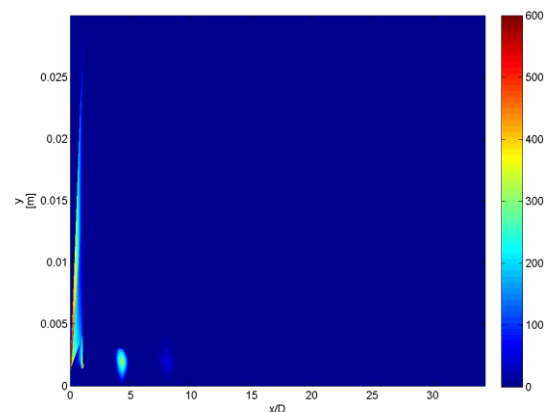
OBRÁZEK 15 - VÍŘIVOST NA POČÁTKU PERIODY



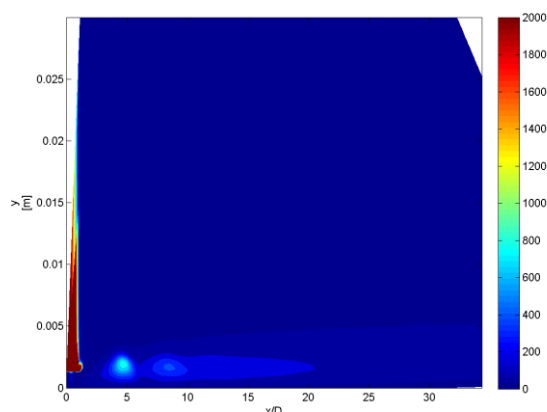
OBRÁZEK 16 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST NA POČÁTKU PERIODY



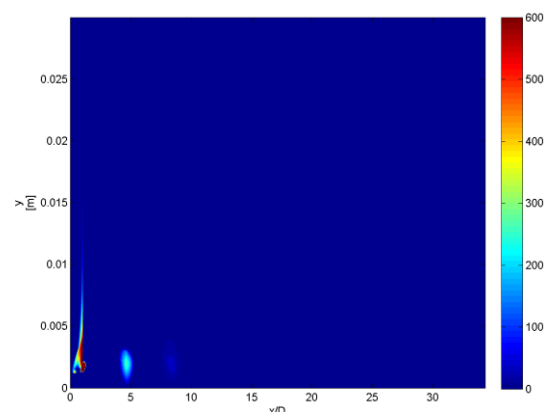
OBRÁZEK 17 - VÍŘIVOST PO 1/10 PERIODY



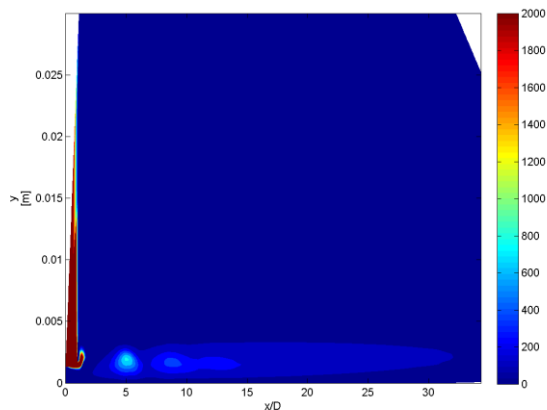
OBRÁZEK 18 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST PO 1/10 PERIODY



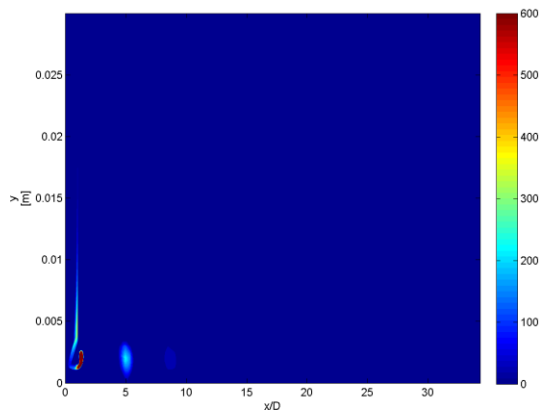
OBRÁZEK 19 - VÍŘIVOST PO 2/10 PERIODY



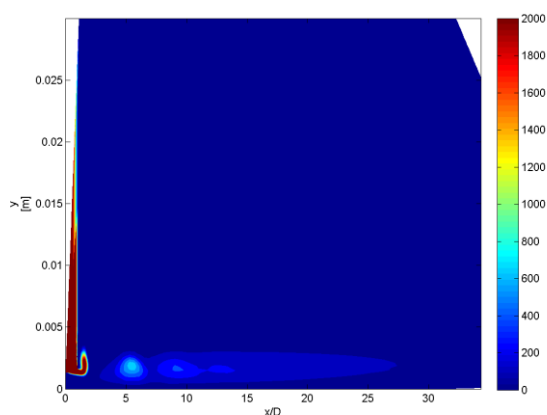
OBRÁZEK 20 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST PO 2/10 PERIODY



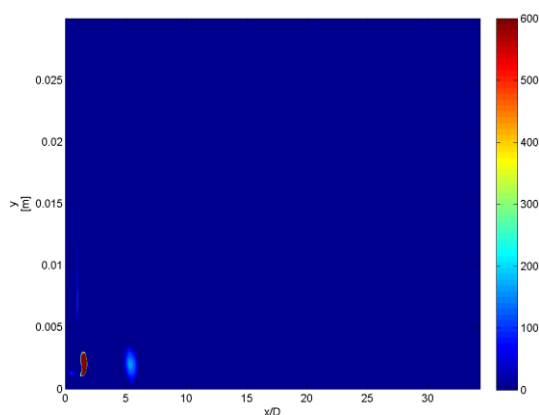
OBRÁZEK 21 - VÍŘIVOST PO 3/10 PERIODY



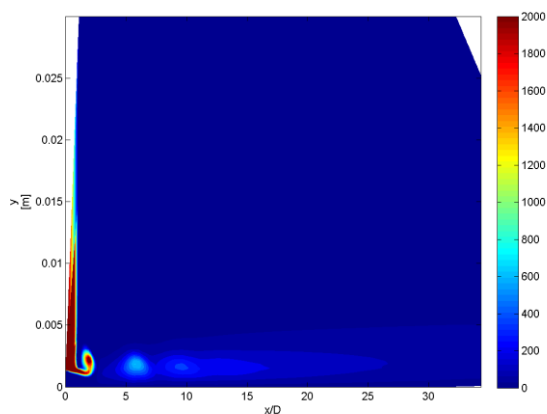
OBRÁZEK 22 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST
PO 3/10 PERIODY



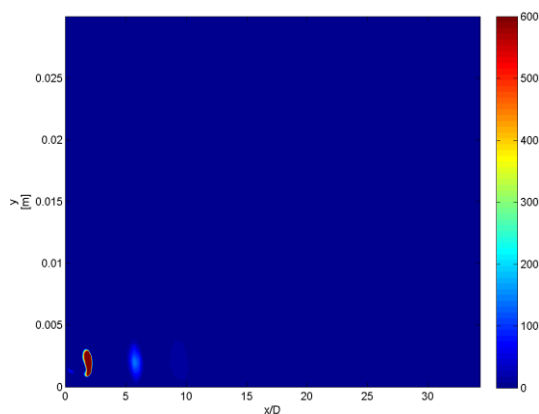
OBRÁZEK 23 - VÍŘIVOST PO 4/10 PERIODY



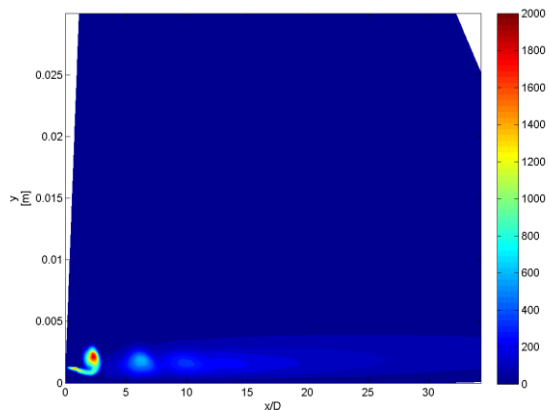
OBRÁZEK 24 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST
PO 4/10 PERIODY



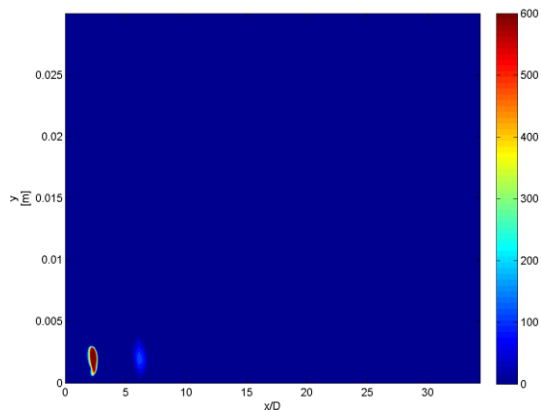
OBRÁZEK 25 - VÍŘIVOST PO 5/10 PERIODY



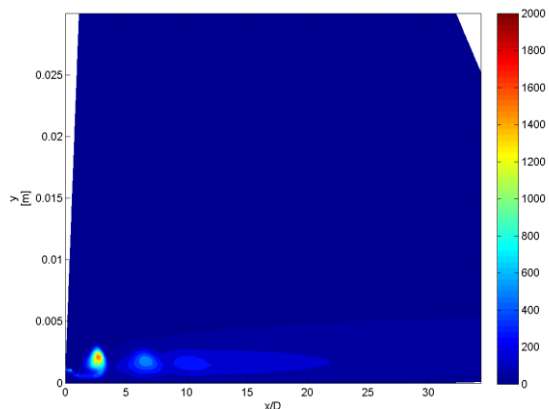
OBRÁZEK 26 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST
PO 5/10 PERIODY



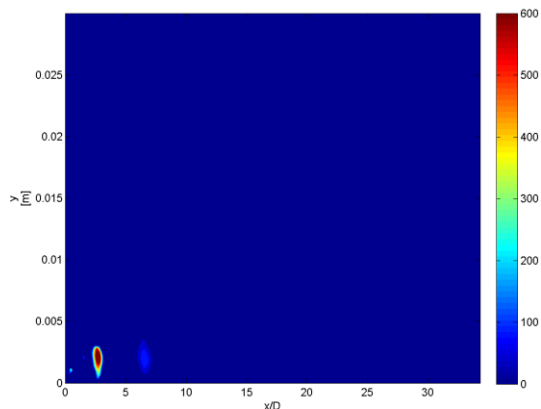
OBRÁZEK 27 - VÍŘIVOST PO 6/10 PERIODY



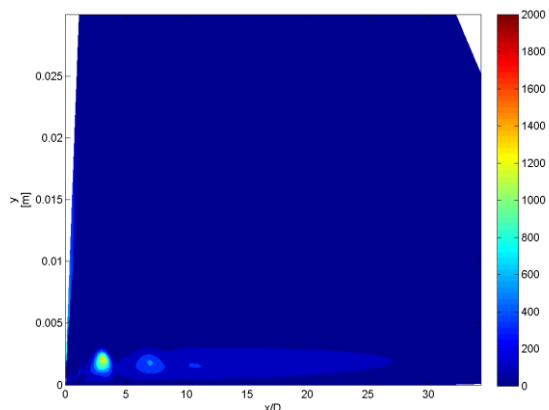
OBRÁZEK 28 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST
PO 6/10 PERIODY



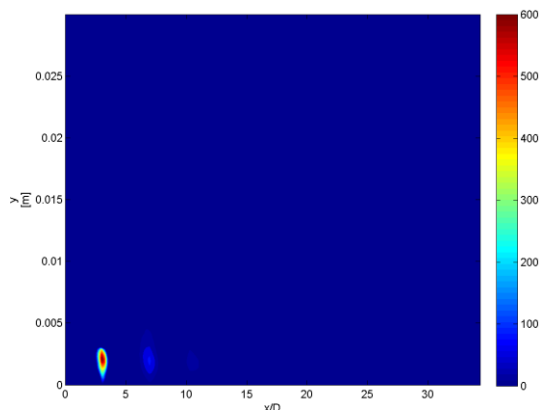
OBRÁZEK 29 - VÍŘIVOST PO 7/10 PERIODY



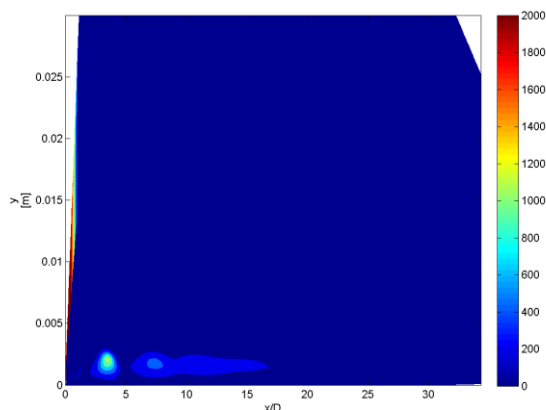
OBRÁZEK 30 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST
PO 7/10 PERIODY



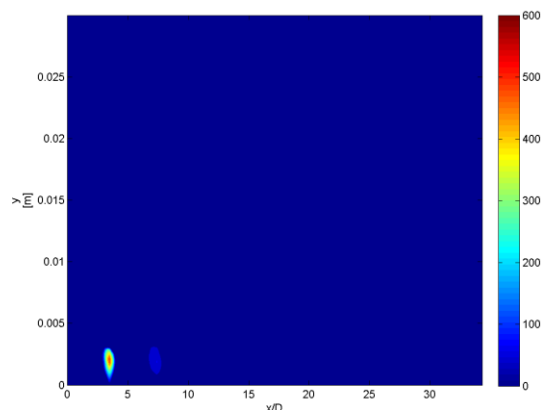
OBRÁZEK 31 - VÍŘIVOST PO 8/10 PERIODY



OBRÁZEK 32 - - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST
PO 8/10 PERIODY



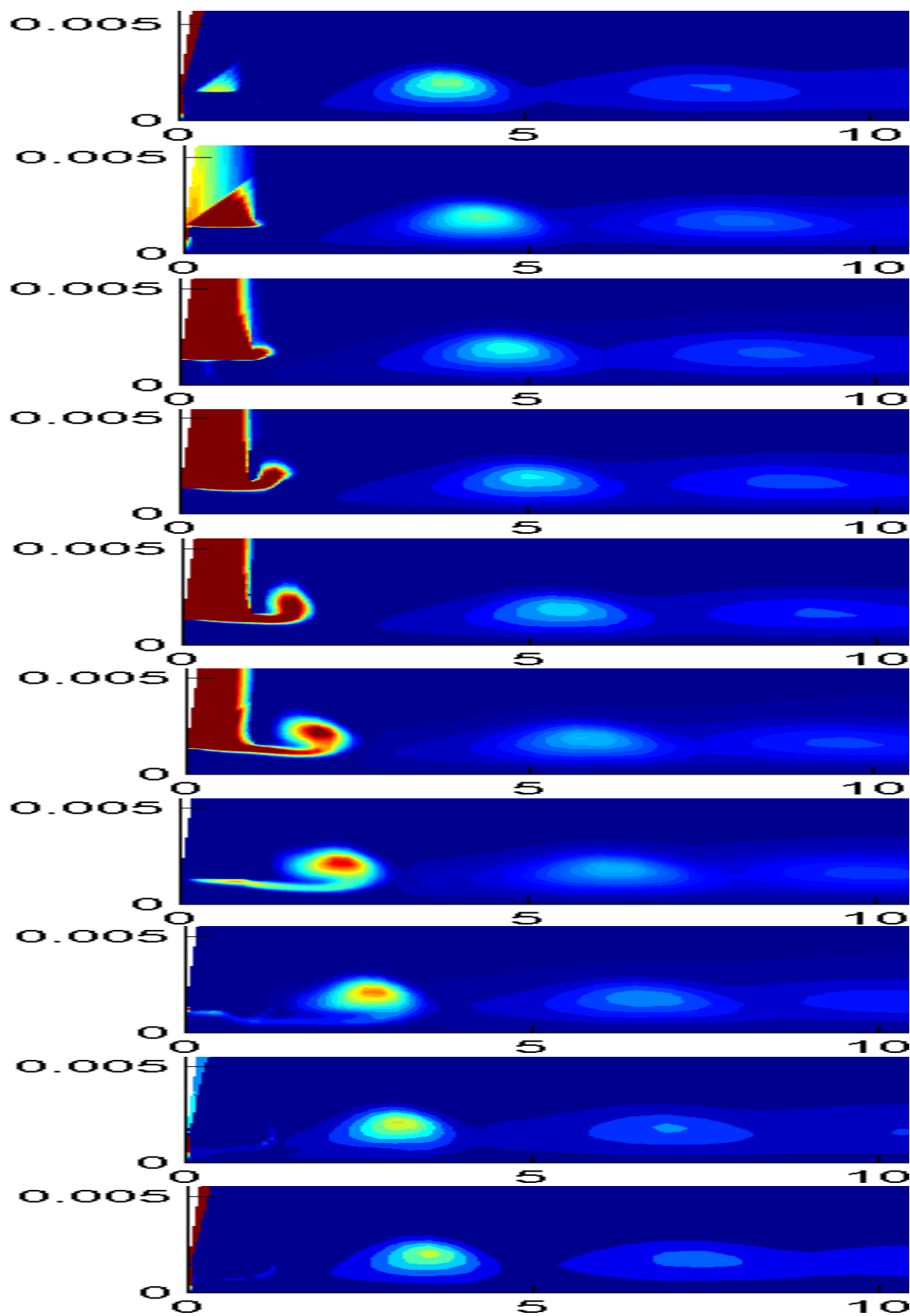
OBRÁZEK 33 - VÍŘIVOST PO 9/10 PERIODY



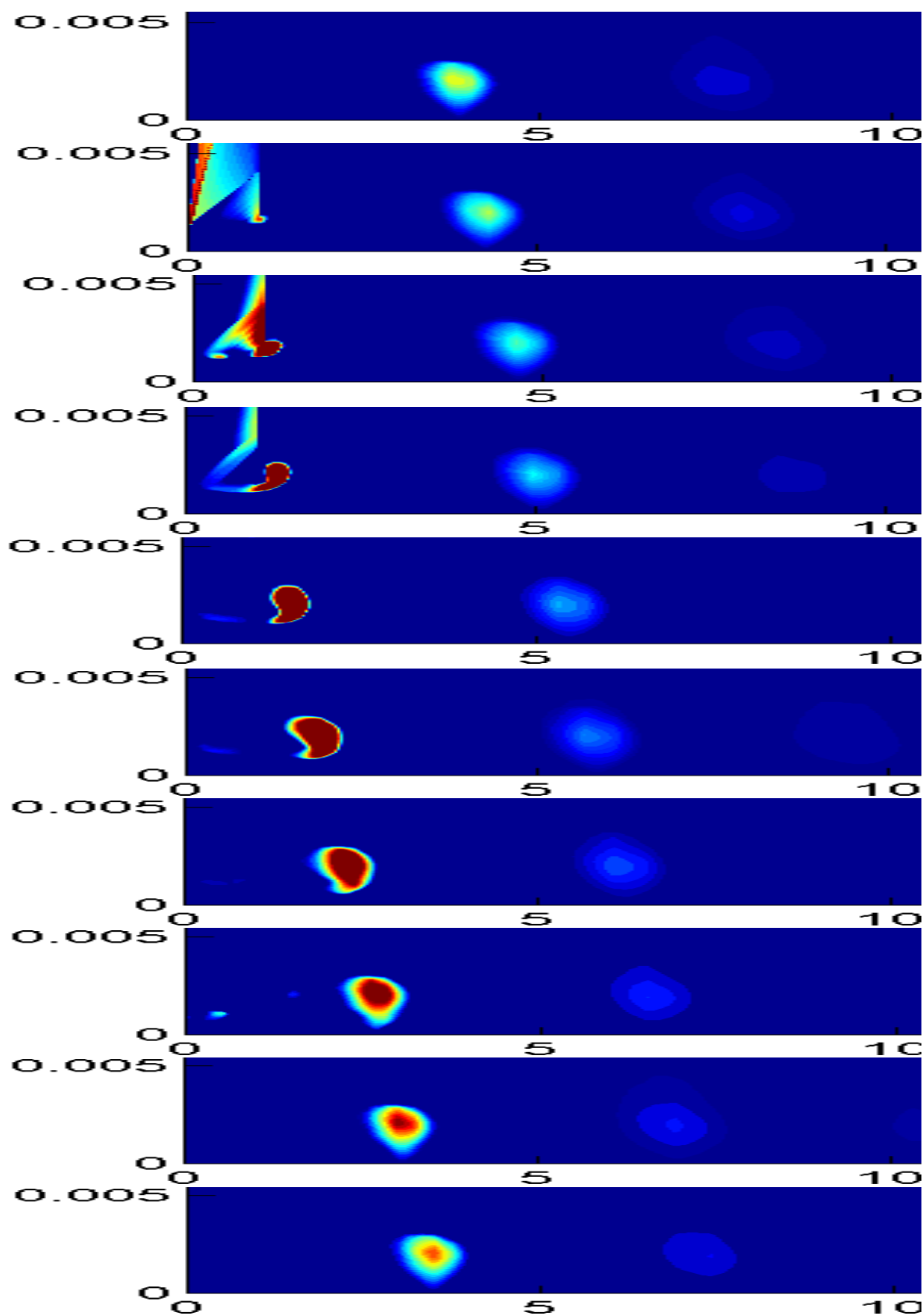
OBRÁZEK 34 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST PO 9/10 PERIODY

Z obrázků 15 až 34 lze vysledovat, že celková vířivost ovlivňuje daleko větší oblast než residuální vířivost. Tuto skutečnost jsme předpokládali už z definice residuální vířivosti. Výsledky, které můžeme vidět z těchto grafů, dobře dokumentují tento jev. Proto je dobře rozlišitelné, kde se nachází vír a kde je oblast pouze ovlivňována vírem nebo proudem tekutiny a je zde vyvolána vířivost pouze od smyku.

Pro větší názornost problematiky jsou dále uvedeny výřezy z předchozích grafů v aktivní oblasti víru.



OBRÁZEK 35 - VÍŘIVOST V PRŮBĚHU PERIODY



OBRÁZEK 36 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST V PRŮBĚHU PERIODY

Na obrázku č. 35 „vířivost v průběhu periody“ je dobře patrné vytvoření víru postupujícího podél osy x, která má měřítko násobku průměru trysky. Vír se postupně vytvoří na hraně trysky a v rámci jedné periody putuje až do čtyřnásobku průměru trysky, tedy do vzdálenosti cca 12 mm. Pokud budeme sledovat víry z předchozích period, tak je dobře vidět, že se vír nevrací zpět, ale postupuje dále podél osy x do rámcově 10 násobku průměru trysky, kde se vír rozpadá, ale proudění vzduchu pokračuje dále až do cca 25 násobku průměru trysky.

Z obrázku č. 36 „residuální vířivost v průběhu periody“ získaných výpočtem Ω_{Res} je patrné, že tato metoda identifikovala víry v takové podobě, že při výtlaku z trysky vzniká vírový kroužek, který vytváří usměrněný tok tekutiny ve směru výfuku trysky. Tvoří se u ní vírové kroužky, které dodávají rychlost proudu tekutiny v době, kdy tryska je ve fázi sání. Tento vírový kroužek zabraňuje při nasávání tekutiny do trysky zpětnému vtažení tekutiny a obrácení směru proudu. Z obrázků residuální vířivosti je jasně patrné, v které fázi se vírový kroužek vytváří a kdy se začíná rozpadat.

Proto je možné tvrdit, že tato metoda se dá použít pro identifikaci vírového kroužku. Vírový kroužek se podařilo vymodelovat a je z grafických výsledků patrné, že tryska s těmito parametry by fungovala. Tryska lze tedy použít pro ofukování zařízení s požadavkem na ochlazování, kdy jí bude tryska dodávat prakticky nepřetržitě proud chladící tekutiny, který se šíří až do cca 25 násobku průměru trysky.

Identifikace vírových struktur se povedla metodou trojnásobného rozkladu vírového pole. Víry se dají jasně identifikovat. Víry pravidelně cestují s proudem tekutiny, který udržují ve stejném směru. Jak je vidět z grafů víry se od sebe nevzdalují. Cestují za sebou v pravidelných rozestupech. Tyto rozestupy jsou veliké přibližně 4 normalizované vzdálenosti x/D .

9. ZÁVĚR

Byla rozebrána metoda trojnásobného rozložení pohybu ve 2D prostoru. Tato metoda trojnásobného rozložení pohybu používá zobrazení v hlavních rovinách k rozlišení, zda se jedná o převládající rotaci, deformaci nebo čistý smyk, ale jednotlivé případy chování částice kontinua je nutné zobrazit v základním rozlišovacím zobrazení. Díky tomuto zobrazení jsou rozděleny jednotlivé případy na čistou rotaci, převládající rotaci, čistý smyk, převládající deformaci a čistou deformaci. Každý z těchto případů se vyznačuje maticemi rychlosti deformace. Pro identifikaci víru je potřeba znát matici residuální vířivosti. Tato matice je popsána pro všechny případy. Následně byla převedena tato metoda z 2D prostoru, kde byla popsána, do 3D prostoru osově symetrického.

Dále byla otestována metoda na 2D modelu Lamb – Oseenova víru. V tomto testu se ukázalo, že metoda je použitelná a vír se mi identifikovat podařilo.

Byla formulována úloha pro numerické řešení výfuku tekutiny z trysky. Tato tryska byla konstruována jako membránová. Její konstrukce je jednoduchá a provoz je energeticky nenáročný, proto má tento typ konstrukce velký potenciál. Používá se jako pohon pro chladicí tekutinu do LED osvětlení. Tryska pro svůj provoz potřebuje vytvoření vírového kroužku, který musí být dostatečně silný na to, aby během sání umožnil přívod tekutiny po stěně trysky a přitom zajistí kontinuální proud tekutiny ve směru výfuku. Proto byl vytvořen zjednodušený model této trysky. Model je vytvořený ve 2D prostoru s tím, že je symetrický podle osy trysky a veškeré tangenciální rychlosti se zanedbávají. Následně byla vytvořena síť pro výpočet numerického řešení. Tato síť splňuje požadavky na zhuštění sítě v oblastech, kde se vyskytují víry. Po prvním výpočtu numerického modelu jsem zjistil, že k ustálení periodického průběhu rychlosti proudu doje přibližně po 4 periodách. Po tomto zjištění bylo zvoleno jako bezpečné použít pro výpočet hodnoty z numerické simulace po 30 periodě, aby byl průběh naprosto periodický. Hodnoty z numerické simulace prošly výpočtem vířivosti a residuální vířivosti. V dalším kroku byly vytvořeny grafy vířivosti a residuální vířivosti. Tyto grafy byly srovnány tak, aby byl patrný vznik, vývoj, postup a zánik víru.

Jsou velké možnosti využití této metody. Proto má tato metoda budoucnost nejen v prvotním výzkum a studiu vírových struktur, ale i v přímé aplikaci na experiment a tím i v aplikované vědě. Z výsledků této metody by mohli mít prospěch i v oblastech stavitelství, mechaniky, energetiky a dalších.

OBRÁZEK 1 - ČISTÁ ROTACE	5
OBRÁZEK 2 - PŘEVLÁDAJÍCÍ ROTACE.....	6
OBRÁZEK 3 - SMYK.....	7
OBRÁZEK 4 - PŘEVLÁDAJÍCÍ DEFORMACE.....	9
OBRÁZEK 5 - ČISTÁ DEFORMACE.....	10
OBRÁZEK 6 - ČISTÝ SMYK.....	14
OBRÁZEK 7 - ROTACE	15
OBRÁZEK 8 - DEFORMACE.....	16
OBRÁZEK 9 - VÍŘIVÉ POLE LAMB-OSEENOVA VÍRU	17
OBRÁZEK 10 - VÍŘIVOST LAMB-OSEENOVA VÍRU	18
OBRÁZEK 11 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST LAMB- OSEENOVA VÍRU.....	18
OBRÁZEK 12 - GEOMETRICKÝ MODEL.....	20
OBRÁZEK 13 - SÍŤOVÁNÍ.....	21
OBRÁZEK 14 - PRŮBĚH RYCHLOSTI V BODECH NA OSE.....	23
OBRÁZEK 15 - VÍŘIVOST NA POČÁTKU PERIODY	25
OBRÁZEK 16 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST NA POČÁTKU PERIODY.....	25
OBRÁZEK 17 - VÍŘIVOST PO 1/10 PERIODY.....	25
OBRÁZEK 18 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST	25
OBRÁZEK 19 - VÍŘIVOST PO 2/10 PERIODY.....	25
OBRÁZEK 20 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST	25
OBRÁZEK 21 - VÍŘIVOST PO 3/10 PERIODY.....	26
OBRÁZEK 22 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST.....	26
OBRÁZEK 23 - VÍŘIVOST PO 4/10 PERIODY.....	26
OBRÁZEK 24 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST	26
OBRÁZEK 25 - VÍŘIVOST PO 5/10 PERIODY.....	26
OBRÁZEK 26 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST.....	26
OBRÁZEK 27 - VÍŘIVOST PO 6/10 PERIODY.....	27
OBRÁZEK 28 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST	27
OBRÁZEK 29 - VÍŘIVOST PO 7/10 PERIODY.....	27
OBRÁZEK 30 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST	27
OBRÁZEK 31 - VÍŘIVOST PO 8/10 PERIODY.....	27
OBRÁZEK 32 - - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST	27
OBRÁZEK 33 - VÍŘIVOST PO 9/10 PERIODY.....	28
OBRÁZEK 34 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST PO.....	28
OBRÁZEK 35 - VÍŘIVOST V PRŮBĚHU PERIODY	29
OBRÁZEK 36 - RESIDUÁLNÍ VÍŘIVOST V PRŮBĚHU PERIODY.....	30

10. ZDROJE

- [1] DVOŘÁK, Rudolf a KOZEL, Karel. ČVUT. *Matematické modelování v aerodynamice*. 1. vyd. Praha: ČVUT, 1996, 356 s. ISBN 80-010-1541-6.
- [2] V. Kolář, 2D velocity-field analysis using triple decomposition of motion. In: Behnia, M., Lin, W., McBain, G.D. (Eds.), Proc. of the 15th Australasian Fluid Mechanics Conference (CD-ROM), University of Sydney, Paper AFMC00017.
<http://www.aeromech.usyd.edu.au/15afmc>, 2004
- [3] V. Kolář, Vortex identification: New requirements and limitations, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28, , pp. 638-652, 2006
- [4] T. Hyhlík.: Rozklad tenzoru gradient rychlosti, ČVUT v Praze, 2015
- [5] J. Adamec, T. Hyhlík, FTLE ANALYSIS OF COHERENT STRUCTURES GIVEN BY SET OF LAMB-OSEEN VORTICES, Colloquium FLUID DYNAMICS 2014.