

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST



**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE**

**CZECH TECHNICAL UNIVERSITY  
IN PRAGUE**

**STROJNÍ FAKULTA**

**FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING**

**VLASTNOSTI ODPOROVÉHO TENZOMETRU –  
EXPERIMENTÁLNÍ OVĚŘENÍ**

PROPERTIES OF RESISTANCE STRAIN GAUGES – EXPERIMENTAL VERIFICATION

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Marie CEDIVODOVÁ**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**Doc. Ing. Jan ŘEZNÍČEK, CSc.**



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta strojní, Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

Technická 4, 166 07 Praha 6

Akademický rok: 2014/2015

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

pro: Marii Cedivodovou

program: Teoretický základ strojního inženýrství

obor: bez oboru

Název tématu:

**Vlastnosti odporového tenzometru – experimentální ověření**

Title:

**Properties of resistance strain gauges - experimental verification**

Zásady pro vypracování:

1. Provedte tenzometrická měření na jednoduchém materiálovém vzorku za použití různých typů tenzometrů
2. Provedte jednoduchý výpočet materiálového vzorku pomocí metody konečných prvků
3. Zhodnoťte vliv použitých tenzometrů na kvalitu výsledků měření a jejich srovnání s numerickým výpočtem

Rozsah grafických prací: dle výstupů z MKP

Rozsah průvodní zprávy: 25 stran

Seznam odborné literatury:

1. Hoffmann, K. (2004) Strain Gage Handbook. HBM Darmstadt.
2. Řezníček, J. (2005) Aplikace odporové tenzometrie v nestandardních podmínkách. ČVUT v Praze – habilitační práce
3. Přednášky a firemní podklady k SW v rámci předmětu MKP

Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Jan Řezníček, CSc.

Datum zadání bakalářské práce: 30. 4. 2015

Datum odevzdání bakalářské práce: 19. 6. 2015

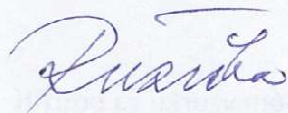
Neodevzdá-li student bakalářskou nebo diplomovou práci v určeném termínu, tuto skutečnost předem písemně zdůvodnil a omluva byla děkanem uznána, stanoví děkan studentovi náhradní termín odevzdání bakalářské nebo diplomové práce. Pokud se však student řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, může si student zapsat bakalářskou nebo diplomovou práci podruhé

*Posluchač bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.*

Zadání diplomové práce převzal dne:



.....  
diplomant



.....  
prof. Ing. Milan Růžička, CSc.

vedoucí Ú 12 105



.....  
prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.

děkan FS ČVUT v Praze

V Praze dne 30. 4. 2015

## ANOTAČNÍ LIST

Jméno autora	<b>Marie Cedivodová</b>
Název BP	<b>Vlastnosti odporového tenzometru – experimentální ověření</b>
Anglický název	<b>Properties of resistance strain gauges – experimental verification</b>
Rok	<b>2015</b>
Obor studia	<b>Teoretický základ strojního inženýrství</b>
Ústav/odbor	<b>Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky/Odbor pružnosti a pevnosti</b>
Vedoucí	<b>Doc. Ing. Jan Řezníček, CSc.</b>

<b>Bibliografické údaje</b>	počet stran: 52
	počet obrázků: 37
	počet tabulek: 15
	počet příloh: 3

### **Klíčová slova**

Odporový tenzometr, elektrický odpor, relativní prodloužení, měření pružné deformace, metoda konečných prvků, normálové napětí,

### **Keywords**

Strain gauge, electric resistance, relative change of length, elastic deformation, measuring elastic deformation, finite element method, normal stress,

### **Anotace**

Cílem této práce je porovnat vhodnost užití odporových tenzometrů různých parametrů a vlastností při jednoduchém měření s koncentrací napětí. Součástí práce je vytvoření odpovídajícího modelu v programu Abaqus a porovnání výsledků numerické analýzy s experimentální.

### **Abstract**

The aim of this thesis is to compare the suitability of the use of strain gauges various parameters and properties with simple measurements of stress concentration. This work to create the corresponding model in Abaqus and comparing the results of numerical analysis with experimental.

## **ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracovala samostatně pod vedením doc. Ing. Jana Řezníčka, CSc. a s použitím literatury uvedené v seznamu zdrojů.

V Praze dne 10. července 2015

.....

**Marie Cedivodová**

### **Poděkování:**

Chtěla bych velmi poděkovat svému vedoucímu Doc. Ing. Janu Řezníčkovi, CSc. za podporu, trpělivost a čas, který mi věnoval a především za pomoc, kterou mi poskytl při psaní této práce. Zkušenosti, které jsem pod jeho vedením získala, jsou pro mě velmi cenné.

Dále bych chtěla velmi poděkovat své blízkým přátelům, rodině a svému příteli, kteří mi při studiu pomáhali a podporovali mě ve všech možných ohledech.

## Obsah

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A OZNAČENÍ .....	9
ÚVOD .....	10
TEORETICKÁ ČÁST .....	11
1. Tenzometrie .....	11
2. Elektrické tenzometry .....	13
2.1. Indukční tenzometry .....	13
2.2. Kapacitní tenzometry .....	14
2.3. Piezoelektrické tenzometry .....	14
2.4. Elektrické odporové tenzometry .....	14
2.4.1. Kovové odporové tenzometry .....	15
Drátkové tenzometry .....	15
Foliové tenzometry .....	16
2.4.2. Polovodičové odporové tenzometry .....	17
3. Uspořádání tenzometrů .....	20
4. Značení tenzometrů .....	21
5. Základní princip měření .....	22
6. Materiály pro výrobu měrných členů snímačů .....	24
7. Průběh instalace tenzometru na měřený objekt .....	25
7.1. Příprava .....	25
7.2. Lepení .....	26
8. Zapojení a tenzometrická měření .....	27
9. Parazitní vlivy .....	29
Teplota .....	29
Vlhkost .....	29
Hystereze .....	29
Příčná citlivost .....	30
Creep .....	30
NUMERICKÁ ČÁST .....	32
10. Metoda konečných prvků .....	32
10.1. Vzorový příklad řešený pomocí MKP .....	32
10.2. Výpočet materiálového vzorku pomocí MKP .....	34
10.3. Výpočet v programu Abaqus .....	36

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST .....	38
11. Pracovní postup .....	38
Čistidlo RMS 1 .....	38
Tenzometry 1-LY11-6/350 a 1-LY11-3/350 .....	38
Lepidlo Z70 Hottinger .....	38
Měřicí aparatura Spider 8 .....	39
Trhací stroj .....	40
12. Výsledky naměřených hodnot .....	41
12.1. Měření tenzometry 1-LY11-6/350 .....	41
12.2. Měření tenzometry 1-LY11-3/350 .....	44
13. Další možnosti výpočtu součinitele $\alpha$ .....	47
13.1. Výpočet pomocí efatigue.com .....	47
13.2. Výpočet součinitele dle vzorce .....	48
ZÁVĚR .....	49
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....	50
SEZNAM PŘÍLOH .....	52



## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A OZNAČENÍ

Symbol	Jednotky	Význam
$A$	[mm <sup>2</sup> ]	průřez
$b$	[mm]	šířka obdélníkového profilu
$E$	[N·mm <sup>-2</sup> ]	Youngův modul pružnosti v tahu
$F$	[N]	Síla
$h$	[mm]	výška obdélníkového profilu
$J$	[mm <sup>4</sup> ]	kvadratický moment průřezu
$K$	[-]	součinitel deformační citlivosti tenzometru
$l$	[mm]	délka
$l_0$	[mm]	původní délka
$\Delta l$	[mm]	změna délky
$M_0$	[N · mm]	ohybový moment
$R$	[ $\Omega$ ]	elektrický odpor
$u$	[mm]	posunutí ve vodorovném směru osy x
$U$	[J]	deformační energie
$v$	[mm]	posunutí ve svislém směru osy y
$W$	[J]	potenciál vnějších sil
$\Pi$	[J]	celková potenciální energie
$\alpha$	[-]	součinitel
$\delta$	[mm]	vzdálenost polepů
$\varepsilon$	[-]	relativní(poměrá) deformace
$\mu$	[-]	Poissonovo číslo
$\rho$	[ $\Omega \cdot \text{mm}^{-1}$ ]	měrný odpor materiálu vodiče
$\sigma$	[N · mm <sup>-2</sup> ]	normálové napětí

## ÚVOD

Cílem mé práce bylo porovnat vhodnost užití odporových tenzometrů různých parametrů a vlastností při jednoduchém měření materiálového normalizovaného vzorku s koncentrací napětí. Součástí práce bylo vytvoření odpovídajícího modelu v programu Abaqus, shodného s experimentálním vzorkem. Tento model bude sloužit k výpočtům pomocí metody konečných prvků. Výsledky numerické analýzy budou srovnány s experimentálně získanými hodnotami. Na základě naměřených hodnot bude vyhodnocen vliv použitých tenzometrů na kvalitu výsledků. Na závěr bude provedeno výsledné srovnání s numerickým výpočtem.

## TEORETICKÁ ČÁST

### 1. Tenzometrie [6]

Veškeré snímače, zařízení a přístroje, které slouží pro měření deformací v bodě nebo jeho okolí, se označují jako tenzometry. Všechny tenzometry pracují na základě snímání poměrných nebo absolutních prodloužení. Složky napětí zjišťujeme nepřímo, nejčastěji z poměrného prodloužení  $\varepsilon$  nebo zkosu  $\gamma$ , dále to lze i z posuvů  $u$ ,  $v$ ,  $w$  ve všech směrech zvoleného souřadného systému  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Dle vztahů mezi napětím a deformací lze ze změřených hodnot deformace určit napjatost v jakémkoliv místě.

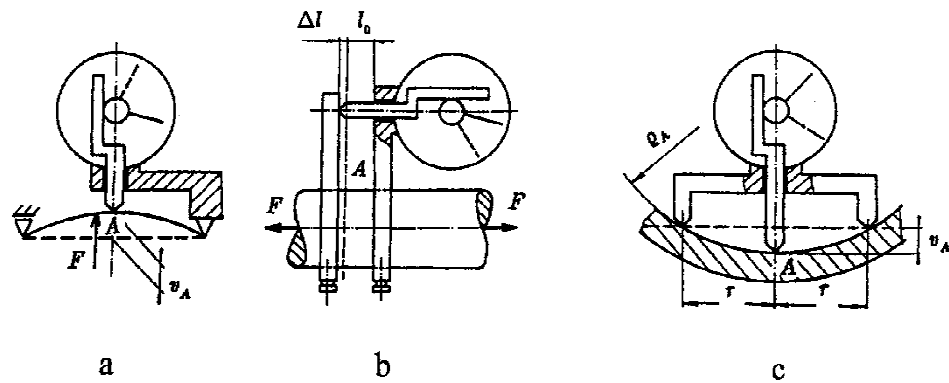
Tenzometry se mohou rozdělit dle celé řady kritérií, z nichž nejdůležitější jsou podle:

- druhu měřené deformace,
- fyzikálního principu zvětšení a transformace měřené deformace,
- parametrů jako jsou např. stabilita měření s časem, vzdálenost místa měření od místa odečítání, apod.

Rozdělení tenzometrů dle druhu měřené deformace lze provést pro měření:

- posuvů,
- poměrného prodloužení,
- křivosti,
- veličin dynamických procesů (jako je rychlost, zrychlení, frekvence), které jsou nutné pro stanovení chování součásti.

Na obrázku č. 1.1. je zobrazeno, jak se dá hodinkový výchylkoměr, který slouží pro měření absolutních posuvů bodů, předělat na snímač poměrného prodloužení  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$  přidáním odměrné základny  $l_0$  nebo dodání nosníku se dvěma hroty získáme snímač křivosti  $\Delta k = \frac{v_A}{r^2}$ .



Obr. 1.1. Hodinkový výchylkoměr [6]

Dále dle fyzikálního principu můžeme tenzometry rozdělit na:

- mechanické (se zvětšením deformace pákovým nebo ozubeným systémem) a opticko-mechanické (se zvětšením deformace optickou pákou),
- akustické (strunové)
- pneumatické,
- elektrické, jež dělíme na odporové, induktivní a kapacitní,
- fotoelasticimetrické,
- mechanicko-optické, které využívají mechanickou interferenci světla.

## 2. Elektrické tenzometry [6]

Tyto tenzometry se používají stále častěji při experimentech v oblasti pružnosti a v aplikacích měřicí a řídicí techniky z důvodu snadného přenosu signálu na vzdálenost a to i z nepřístupných míst, dále z důvodu jednoduchého zpracování naměřených hodnot a univerzálního použití většiny zařízení. Jedná se o mechanicko-elektrický převodník, využívající změn jedné z veličin elektrického obvodu a to buď elektrického odporu  $R$ , indukčnosti  $L$ , kapacity  $C$ , magnetického pole nebo elektrického náboje  $Q$ .

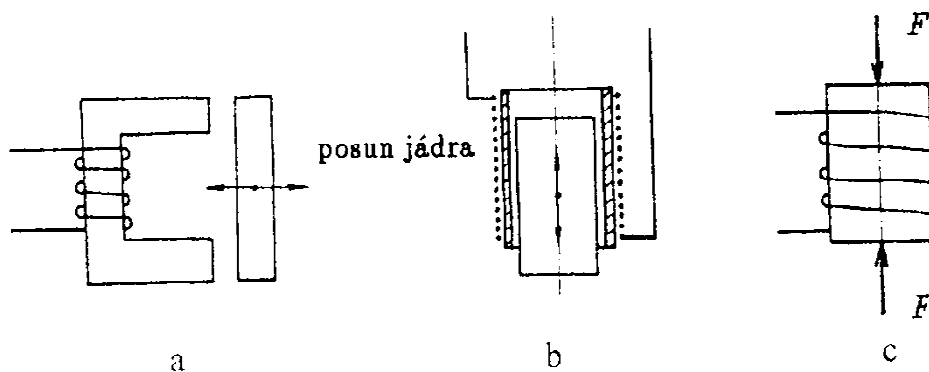
### 2.1. Indukční tenzometry [6]

Tyto tenzometry převádějí prodloužení na změnu impedance cívky, kterou prochází proud. Změna indukčnosti u cívek, která má železné jádro, v závislosti na jeho posunu při vhodné konstrukci lineární. Uplatňují se zejména při měření vzájemných posuvů na konstrukci.

Na základě provedení může ke změně indukčnosti docházet v závislosti na změně:

- velikosti vzduchové mezery v magnetickém obvodu,
- polohy železného jádra v cívce,
- magnetické permeability jádra.

Všechny tyto možnosti jsou zobrazeny na obr. 2.1.



Obr. 2.1. Provedení indukčních tenzometrů [6]

## 2.2. Kapacitní tenzometry [6]

Fungují na podobném principu jako deskový kondenzátor, jehož kapacitu lze spočítat dle vztahu

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{\delta}, \quad (2.1.)$$

kde  $\varepsilon_0$ ... dielektrická konstanta prostředí mezi polepy,

$A$  ... poloha polepu,

$\delta$  ... vzdálenost polepů.

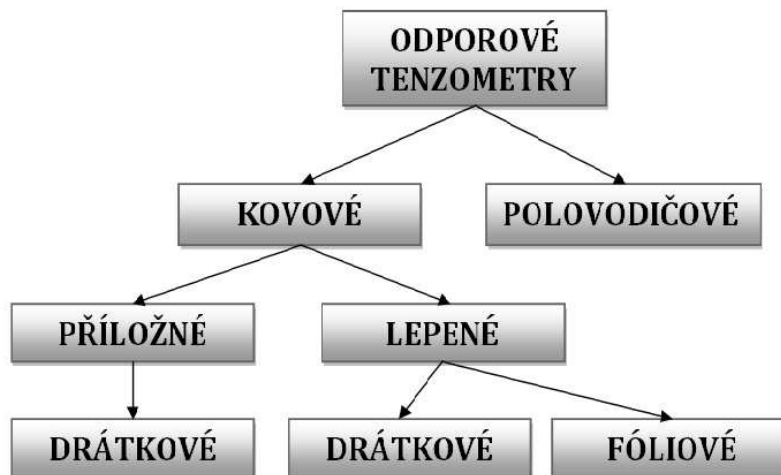
Z toho vzorce vyplývá mechanicko-elektrická transformace a realizuje se buď změnou velikosti vzájemně překrývajících se ploch polepů (lineární průběh) anebo změnou vzdálenosti polepů (hyperbolický průběh). Tyto tenzometry jsou velmi choulostivé, a tudíž se používají pouze ve speciálních případech, kde nelze použít ostatní druhy tenzometrů, např. u vyšších teplot, při měření ve spalovacích motorech apod.

## 2.3. Piezoelektrické tenzometry [6]

Při mechanickém zatížení uvolňují z krystalu elektrický náboj, který je úměrný zatížení. Z důvodu ke své tuhosti se používají jako snímače sil, především tlakových. Mají široký rozsah zatěžovacích a provozních podmínek (u vyšších teplot, rázových zatížení).

## 2.4. Elektrické odporové tenzometry [6]

U těchto tenzometrů je měřítkem deformace změna odporu tzn., že se jedná o mechanicko-elektrický převodník, u něhož změna délky vyvolá změnu ohmického odporu. Rozdělení odporových tenzometrů lze provést následujícím způsobem, které je schematicky vysvětleno na obr. 2.2.



Obr. 2.2. Rozdělení odporových tenzometrů

#### 2.4.1. Kovové odporové tenzometry

Kovové tenzometry se rozdělují na drátkové a foliové.

##### Drátkové tenzometry [5], [6], [11], [12]

Kovové tenzometry drátkové patří k historicky nejstarším snímačům, byl objeven v roce 1938 v Americe. V současnosti se používají velmi zřídka, spíše ve speciálních situacích jako jsou velké deformace nebo vysoká teplota až do 950°C. Jejich výroba je velmi snadná. Podstatou je kovová mřížka, jež je zhotovena z drátu z vodivých materiálů, které jsou uvedeny v následující tabulce.

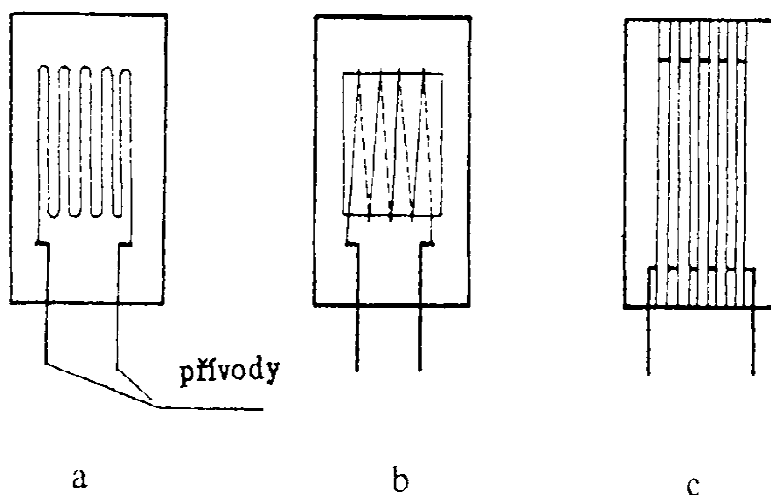
Materiál	Složení [%]	Měrná hmotnost při 20°C [g·mm <sup>-3</sup> ]	Mez pevnosti [N·mm <sup>-2</sup> ]	Měrný odpor při 20°C [μΩ·m <sup>-1</sup> ]	Součinitel deformační citlivosti [-]
<b>Manganin</b>	84Cu+12Mn+4Ni	0,0085	100	0,45	0,47
<b>Konstantan</b>	60Cu+40Ni	0,0089	600	0,49	2,05
<b>Nichrom</b>	80Ni+20Cr	0,0082	100	1,08	2,2
<b>Platina</b>	100Pt	0,0214	350	0,106	6,0
<b>Nikl</b>	100Ni	0,00885	850	0,087	-12,1

Tab. 2.1. Vlastnosti materiálů pro výrobu odporových tenzometrů [7]

Odporový drát má průměr od 5 do 25μm. U příložných snímačů je konstrukce zhotovena tak, že odporové drátky jsou přichyceny systémem držáků, zatímco u lepených snímačů je drát nalepen na podložku z papíru, plastové hmoty nebo kovu.

## TEORETICKÁ ČÁST

Výhodou příložných snímačů je možnost dalšího použití, bohužel jsou tyto tenzometry kvůli své ceně používány velmi málo, zatímco cena sériově vyráběných lepených tenzometrů je velmi nízká. Na obr. 2.3. jsou zobrazeny tři tenzometry. Odlišují se pouze provedení, kdy je drát svinut do smyčky (obr. 2.3. a) nebo navinut (obr. 2.3. b) nebo je konstrukce provedena v mřížkovém vinutí (obr. 2.3. c).

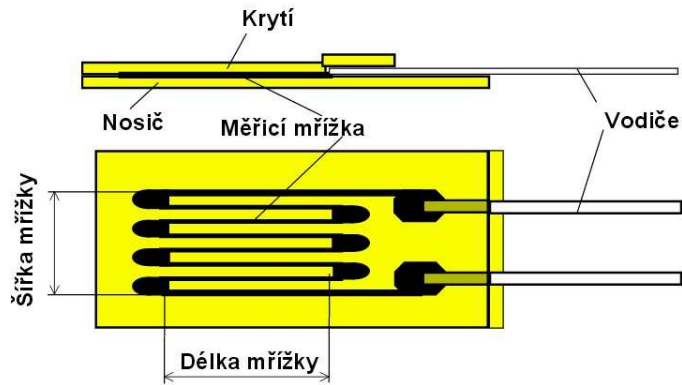


Obr. 2.3. Způsoby provedení drátku u odporových tenzometrů [6]

### **Foliové tenzometry [5], [11], [12],**

Foliový odporový tenzometr byl poprvé představen v roce 1952 v návaznosti na technologii „tištěného spoje“. Tento typ snímačů se vyrábí fotochemicky z konstantanové nebo chromniklové folie zejména se jedná o slitiny Ni80Cr20 nebo Cu55Ni45. Tloušťka folie se pohybuje řádově 5-20 $\mu$ m. Výhodou této technologie výroby je, že oproti drátkovým tenzometrům lze zhotovit daleko složitější tvary měřící mřížky. Tato měřící mřížka bývá nejčastěji vyrobena leptáním a připevněna na podložku, která je buď z polyamidu nebo z fenolového filmu, který je vyztužen skelnými vlákny. Díky lepšímu odvodu tepla lze foliové tenzometry zatěžovat větším proudovým zatížením i napájecím napětím. Schéma foliové tenzometru je zobrazeno na obr. 2.4.

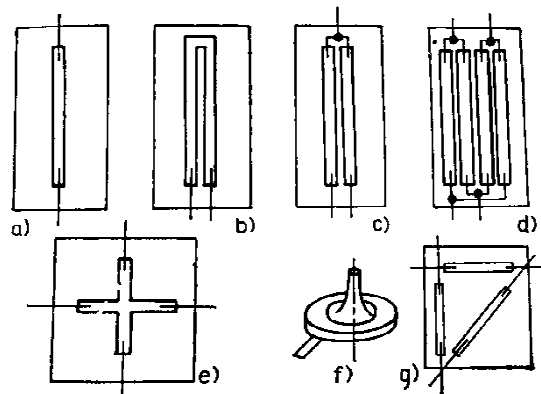




Obr. 2.4. Foliový tenzometr [10]

### 2.4.2. Polovodičové odporové tenzometry [5], [7], [8], [9]

Polovodičové látky se vyznačují tím, že mají měrný odpor vyšší než kovové tenzometry a zároveň nižší než izolanty. Tenzometry vyrobené z polovodičových materiálů jsou náchylné na teplotu a sílu osvětlení. Mezi nejpoužívanější materiály patří hlavně křemík, dále jsou to například germanium, selen, fosfor a další. Tvarová konstrukce polovodičových tenzometrů je obdobná jako u tenzometrů kovových. Základní typy jsou zobrazeny na obr. 2.5.



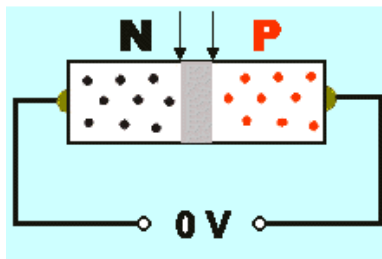
Obr. 2.5. Základní typy polovodičových tenzometrů [7]

V praxi se nejvíce používá přechod PN, kde se využívá spojení dvou polovodičů s opačnou vodivostí. Pro tento přechod je typické, že jím proud může procházet pouze v jednom směru. Mohou nastat jen tři situace a ty jsou následující:

## TEORETICKÁ ČÁST

- Bez zdroje napětí:

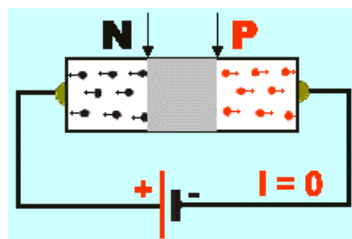
Při styku těchto dvou polovodičů dochází k přechodu volných elektronů z oblasti N do P a jejich párování s volnými dírami, tím vzniká v oblasti přechodu nevodivá tzv. hradlová vrstva. Ta je zobrazena na obr. 2.6. šedou barvou.



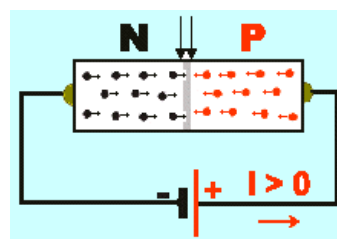
Obr. 2.6. Zapojení bez zdroje napětí [9]

- Závěrný směr:

Polovodič P je připojen na záporný pól a polovodič N na kladný. Při tomto zapojení neprochází proud, protože působením elektrických sil se volné náboje vzdalují a hradlová vrstva se rozšiřuje a roste její odpor. Tento způsob zapojení je zobrazen na obr. 2.7.



Obr. 2.7. Závěrný směr [9]



Obr. 2.8. Propustný směr [9]

- Propustný směr:

U tohoto zapojení jsou póly připojeny opačně než v předchozím případě a tento děj je zobrazen na obr. 2.8. Při tomto zapojení dochází k přitahování volných elektronů a děr k přechodu a hradlová vrstva se zužuje a její odpor snižuje. V tomto případě zapojení prochází proud.

## TEORETICKÁ ČÁST

Nejdůležitější parametry křemíkových a germaniových tenzometrů jsou uvedeny v tabulce:

Materiál polovodiče tenzometru	Křemík		Germanium	
	P	N	P	N
Typ polovodiče	P	N	P	N
Měrný odpor [ $\Omega \cdot \text{mm}^{-1}$ ]	0,0017-0,002	0,035	0,1	0,025
Jmenovitý odpor při 20°C [ $\Omega$ ]	100-350	100-400	50-500	50-300
Součinitel deformační citlivosti při 20°C	130	-100 až -130	55	-100
Pracovní proud [mA]	20 - 40	10 - 20	10 - 25	5 - 35
Pracovní rozsah poměrných deformací	$\pm 10^{-3}$	$\pm 5 \cdot 10^{-4}$	$\pm 5 \cdot 10^{-4}$	$\pm 5 \cdot 10^{-4}$
Maximální pracovní teplota [°C]	300 - 500	-	50	150

Tab. 2.2. Parametry křemíkových a germaniových tenzometrů [7]

Mezi výhody polovodičových senzorů patří malé rozměry, nízká hmotnost, vysoká přesnost, citlivost a tuhost měřícího členu. Ve srovnání s kovovými tenzometry se vyznačují výbornou odolností vůči dynamickému namáhání, vysokou životností, která je například u křemíkových tenzometrů  $10^7$  až  $10^9$  zatěžovacích cyklů. Rozsah teplot použití polovodičů, jak uvádí většina výrobců, je od  $-70^\circ$  do  $300^\circ\text{C}$ . U křemíkových senzorů dochází za vyšších teplot k elastické deformaci až do meze pevnosti. Horní mez intervalu je limitována teplotou tavení vzniklých kontaktováním přívodů a dolní hranici určují vlastnosti tmelu. Požadavky na tmel jsou daleko vyšší než u kovových tenzometrů a v současnosti se používají dva druhy a to epoxidová pryskyřice a bakelitový lak.

Ve světě mezi největší a nejvýznamnější výrobce patří Kulite Semiconductor Products v USA, v Japonsku Kiova a v Evropě zejména Philips a Siemens. V České republice je to hlavně VTS Zlín.

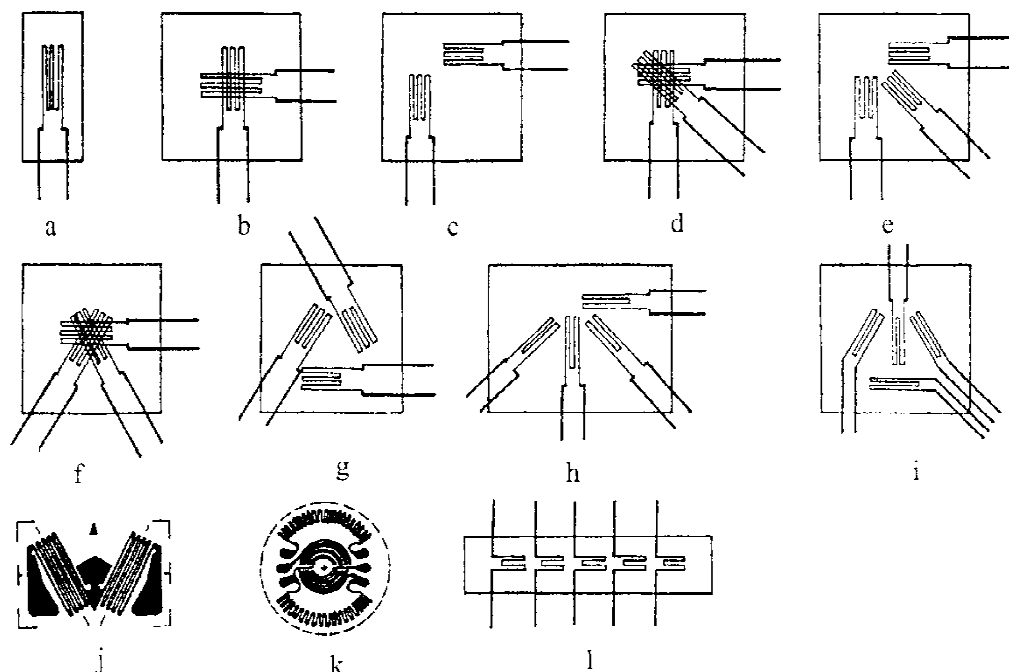
### 3. Uspořádání tenzometrů [1], [5], [6]

Na základě účelu tenzometru může být na podložce různý systém uspořádání jednoho či více tenzometrů. Mohou se lišit tvarem, použitým materiálem jak u vinutí, tak i u podložky. Navíc existuje velké množství speciálních tenzometrů, které jsou používány např. pro dlouhodobá měření, u měření při vysokých teplotách nebo pro měření plastické deformace.

Uspořádání tenzometru může být následující:

- Tenzometr pro měření jednoosé napjatosti
- Tenzometrický kříž, který se používá pro měření rovinné napjatosti
- Tenzometrická růžice
- Tenzometrický vějíř
- T delta
- Tenzometr pro měření kroutícího momentu na hřídeli kruhového profilu
- Tenzometr pro měření membránových napětí u desek
- Tenzometr pro měření gradientu poměrného prodloužení

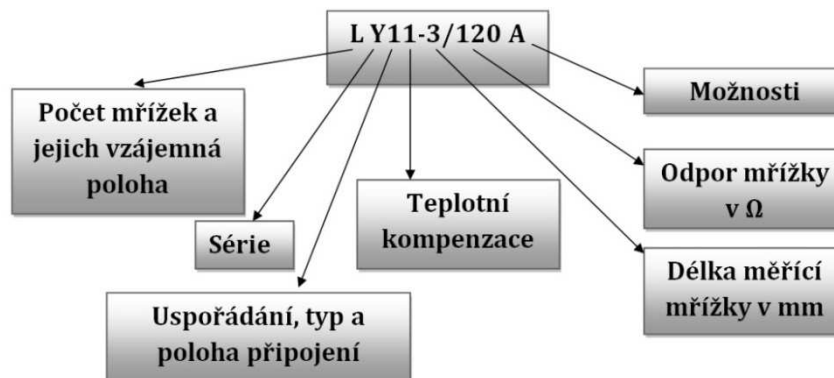
Tyto tenzometry jsou zobrazeny na obr.



Obr. 3.1. Možnosti uspořádání tenzometrů [6]

#### 4. Značení tenzometrů [10]

V následující tabulce bude popsán význam symbolů, které jsou uvedeny v názvu tenzometrů, používaných firmou HBM. Tyto tenzometry byly použity při měření v experimentální části. Rozbor označení tenzometru je uvedeno na následujícím obr. 4.1. a jejich další možnosti jsou uvedeny v další tab. 4.1.



Obr. 4.1. Rozbor označení tenzometrů firmy HBM

Počet mřížek a jejich vzájemná poloha	L	1 mřížka lineární poloha
	D	2 mřížky paralelně uspořádány
	X	2 mřížky přesazeny o 90° se vzájemnou polohou do T nebo do X
	R	3 mřížky zapojeny do růžice
	V	4 mřížky uspořádány do plného mostu
	M	plný most zapojen do membránové růžice
	K	vzájemná poloha do tzv. tenzometrického řetězce
Série	C	nosič a krytí z polyamidu a mřížka ze slitina Cr-Nie slitina Cr-Ni
	Y	nosič a krytí opět z polyamidu ale mřížka z konstantanu
	G	nosič a krytí z fenolové pryskyřice vystužené skelnými vlákny a konstantanová mřížka
	K	stejně jako u G, ale 3 typy přizpůsobení na tečení
	V	polyamidový nosič a konstantanová mřížka v pouzdře z umělé hmoty s 3m kabelem
Teplotní kompenzace	1	Feritická ocel
	3	Hliník
	5	Austenitická ocel
	6	Křemík
	7	Titan/šedá litina
	8	Umělá hmota
	9	Molybden
Možnosti	A	Aplikační pomůcky
	V	Čtyř-vodičové zapojení
	Z	Dvou-vodičové zapojení

Tab. 4.1. Možnosti značení [10]

## 5. Základní princip měření [1], [5], [6]

Při měření poměrných prodloužení používáme vodič, který zaznamenává deformaci povrchu součásti, na které je připevněn. Odporové tenzometry pracují na základě změny elektrického odporu, tzn., že ze snímaných změn odporu jsou následně vyhodnoceny deformace testovaného vzorku. V oblasti pružné deformace platí Hookův zákon

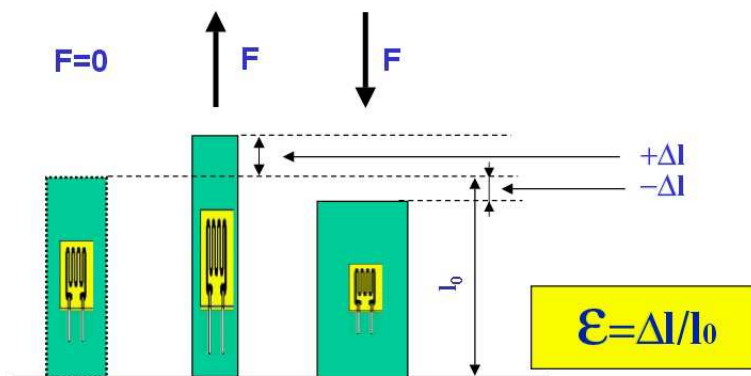
$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (5.1.)$$

kde  $\sigma$  ... normálové napětí [ $\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}$ ]

$E$  ... Youngův modul pružnosti v tahu [ $\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}$ ]

$\varepsilon$  ... relativní (poměrná) deformace [-]

Způsoby relativní deformace je zobrazena na obr. 5.1.



Obr. 5.1. Relativní deformace [10]

Poté relativní prodloužení je dáno vztahem:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}, \quad (5.2.)$$

kde  $\Delta l$  ... změna délky [mm]

$l_0$  ... původní délka [mm]

Vycházíme ze vzorce pro odpor drátového vodiče:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}, \quad (5.3.)$$

kde  $\rho$  ... měrný odpor materiálu vodiče [ $\Omega \cdot \text{mm}^{-1}$ ]

$l$  ... délka vodiče [mm]

$A$  ... průměr vodiče [ $\text{mm}^2$ ]

## TEORETICKÁ ČÁST

Poté poměrná změna odporu je dána vztahem:

$$\frac{dR}{R} = \frac{1}{\rho \cdot \frac{l}{A}} \left[ dl \frac{\rho}{A} - \rho l \frac{dA}{A^2} + \frac{l}{A} d\rho \right] = \frac{dl}{l} - \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho}. \quad (5.4.)$$

Z důvodu osového tahu vodiče je

$$\frac{dA}{A} = -2\mu \frac{dl}{l}, \quad (5.5.)$$

a tím pádem poměrná změna odporu je dána vztahem:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} + 2\mu \frac{dl}{l} + \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dl}{l} \left( 1 + 2\mu + \frac{d\rho}{\rho} \right). \quad (5.6.)$$

Výraz v závorce je definován jako součinitel deformační citlivosti přímého vodiče  $K_0$ , takže vztah pro poměrnou změnu odporu má tvar:

$$\frac{dR}{R} = K_0 \cdot \frac{dl}{l}. \quad (5.7.)$$

Na velikosti součinitele deformační citlivosti se u kovových a foliových tenzometrů podílejí hlavně první dva členy v závorce, zatímco u polovodičových především ten poslední. Abychom získali vztah konečných odporových změn  $\Delta R$  v důsledku prodloužení základny tenzometru  $l_0$  o  $\Delta l$  musíme rovnici (2.4.5.) integrovat v příslušných mezích:

$$\int_{R_0}^{R_0+\Delta R} \frac{dR}{R} = K_0 \int_{l_0}^{l_0+\Delta l} \frac{dl}{l}, \quad (5.8.)$$

$$\ln \frac{R_0+\Delta R}{R_0} = K_0 \cdot \ln \frac{l_0+\Delta l}{l_0}. \quad (5.9.)$$

Když použijeme střední hodnoty poměrného prodloužení  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ , dostaneme:

$$\frac{\Delta R}{R_0} = -1 + (1 + \varepsilon)^{K_0}, \quad (5.10.)$$

po následné úpravě získáme:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R_0} &= K_0 \cdot \varepsilon + \frac{K_0 \cdot (K_0 - 1)}{2!} \varepsilon^2 + \frac{K_0 \cdot (K_0 - 1) \cdot (K_0 - 2)}{3!} \varepsilon^3 + \dots \text{nebo} \\ \frac{\Delta R}{R_0} &= C_1 \cdot \varepsilon + C_2 \cdot \varepsilon^2 + C_3 \cdot \varepsilon^3 + \dots = \sum_1^n C_i \cdot \varepsilon^i \end{aligned} \quad (5.11.)$$

## 6. Materiály pro výrobu měrných členů snímačů [5]

Měrný člen musí být elastický, vhodného tvaru a vyroben z takového materiálu, aby zaručil spojitost měřené veličiny a jeho poměrné deformace. Z tohoto důvodu je nutná vysoká stabilita modulu pružnosti v tahu  $E$ , dále vysoká stabilita rozměrů měrného členu a vyšší mez únavy a vrubové houževnatosti. Dále minimální hodnota meze kluzu musí být aspoň  $600 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ , naopak musí být zaručena nízká hystereze. Těmto požadavkům vyhovují vhodně legované oceli, které musí být vhodně tepelně a mechanicky zpracovány. Jsou to například oceli 16 341 nebo 16 640, jenž jsou zpracovány tak, aby hodnoty mezí pevnosti v tahu pohybovaly okolo  $1300\text{-}1800 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ . Dále se používá ocel 16 540, jejíž výhodou je dobrá prokalitelnost. Při měření v nestandardních podmínkách nebo v různých prostředích se používají speciální materiály měrných členů. Díky svým výborným vlastnostem a to i za vyšších teplot do  $450^\circ\text{C}$  lze použít nástrojovou ocel 19 552. V případě nutnosti materiálu s vysokou odolností proti korozi se aplikují tenzometry z korozivzdorné austenitické oceli 17 246, 17 248 či 17 249. Použitím duralu (slitin hliníku), titanu, bronzu nebo křemíku zajistíme vyšší citlivost tenzometru.

Měrné členy je nutno obrábět optimálně naostřenými rychlořeznými nástroji a následně vyžítat, aby se odstranilo vnitřní pnutí. Po obrobení na čisto přichází kalení v solné lázni, oleji nebo vzduchu, kterému předchází ohřev v ochranné atmosféře. Poté následuje zmrazení na teplotu  $-70^\circ\text{C}$  a minimálně dvakrát popouštění. Dle požadované hodnoty meze kluzu a vrubové houževnatosti se stanovuje teplota popouštění.

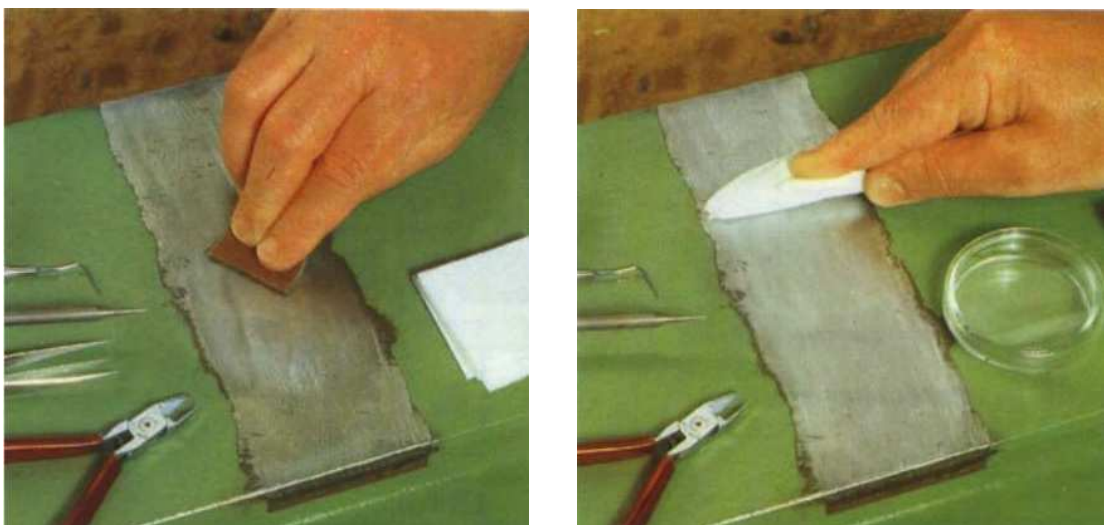


## 7. Průběh instalace tenzometru na měřený objekt [5], [12]

Nejčastějším způsobem upevnění tenzometru je lepení, zřídka se využívá navařování podložky, mechanické navinutí nebo připevnění prostřednictvím keramických pojidel. Mezi nejnovější technologie instalace patří difuzní napařování vodivé vrstvy přímo na povrchu měřeného objektu.

### 7.1. Příprava [5], [12]

Pro dostatečně dobré spojení tenzometru a měřeného objektu je nutnou podmínkou zdrsňená, přilnavá plocha. Nejdříve nastává hrubé čištění, díky kterému dochází k odstranění rzi, nátěru, okují apod. Následuje zbroušení nerovností např. smirkovým papírem a odmaštění. Podle typu znečištění se volí vhodné čisticí prostředky. Mezi nejpoužívanější rozpouštědla mastnoty patří např. aceton či methylethylketon. Nejvhodnější prostředek na odstranění vosku a jemu podobných látek je toluen. Nejdříve se očistí větší plocha povrchu a postupně se oblast čištění zmenšuje, aby se zabránilo dostávání nečistot z okrajů na lepenou plochu. Pro lepší přilnavost se doporučuje lehce zdrsňit povrch např. naleptáním nebo opískováním pískovacím korundem o zrnitosti 80-100. Odstranění nerovností a odmaštění je zobrazeno na následujících obr. 7.1. Dočištění se provádí pinzetou, ve které je uchopen tampon s čisticdem, a jedním tahem se naposledy před nanesením lepidla setře místo lepení.



Obr. 7.1. Odstranění a očištění nečistot [13]

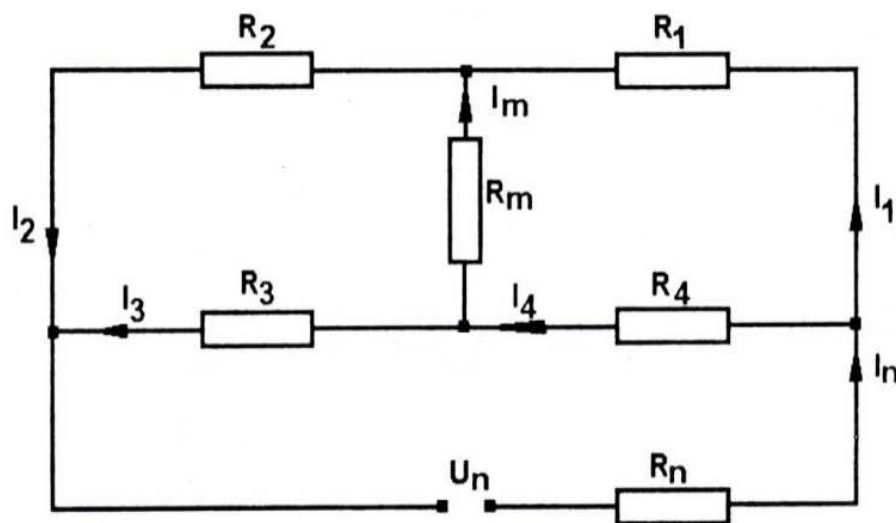
### **7.2. Lepení [5], [12]**

Dle návodu se na přesně vyměřené místo nanese postačující množství lepidla doporučeného výrobcem tenzometru. Tloušťka vrstvy naneseného lepidla by měla být co nejtenčí. Tenzometr se přiloží a pomocí celofánu nebo teflonové folie se přitlačí. Doba vytvrzení závisí na druhu použitého lepidla. Vrstva lepidla kolem tenzometru zabraňuje vzniku vzduchových bublin. Pokud bude měření probíhat při velmi nízkých teplotách nebo při velkém zatížení, neměla by být vrstva příliš silná, protože tenzometr by se mohl odtrhnout. Po vytvrzení lepidla následuje připojení svorkovnice, na kterou se přiletují vývody tenzometrů a vodiče měřící aparatury. Tím je tenzometr připraven k měření.

## 8. Zapojení a tenzometrická měření [1], [5], [12]

Při měření elastické neboli pružné deformace nebo přetvoření odporovými tenzometry nabývá poměrná změna odporu  $\Delta R/R$  velice malých hodnot. Běžně u tenzometrických měření při použití odporových tenzometrů o odporech  $R = 120\Omega$  a deformačním součiniteli k-faktoru  $K = 2$  nabývá změna odporu hodnot

$\Delta R = (2,4 \cdot 10^{-1} \div 2,4 \cdot 10^{-4})\Omega$  a délková přetvoření se pohybují v intervalu  $\varepsilon = (10^{-3} - 10^{-4})\mu\text{m} \cdot \text{m}^{-1}$ . Většinou se u tenzometrických snímačů využívá zapojení do tzv. Wheatstonova mostu. Celý most je zobrazen na obr. 8.1.



Obr. 8.1. Wheatstonův most [5]

Most je vyvážen právě tehdy, když poměry odporů pravého a levého děliče nabývají stejných hodnot tzn., že uzel A-B má stejné napětí jako uzel C-D. Výhoda tohoto zapojení je tom, že stačí pouze změna jednoho z odporů a mezi body A a B vznikne napětí úměrné velikosti této změny.

Odpory  $R_1$  až  $R_4$  jsou tenzometrické snímače, které jsou zapojeny za sebou, tedy tvoří čtverec se dvěma úhlopříčkami. Na jednu úhlopříčku, např. C-D, která je určena jako napájecí, je přivedeno vstupní napětí  $U_n$ . Ve druhé úhlopříčce, která se nazývá měřící, vznikne výstupní napětí  $U_m$ . Rovnají-li se všechny odpory, pak výstupní měřící napětí je nulové.

Následující vztahy jsou základní rovnice, které jsou potřebné pro výpočet mostových zapojení.

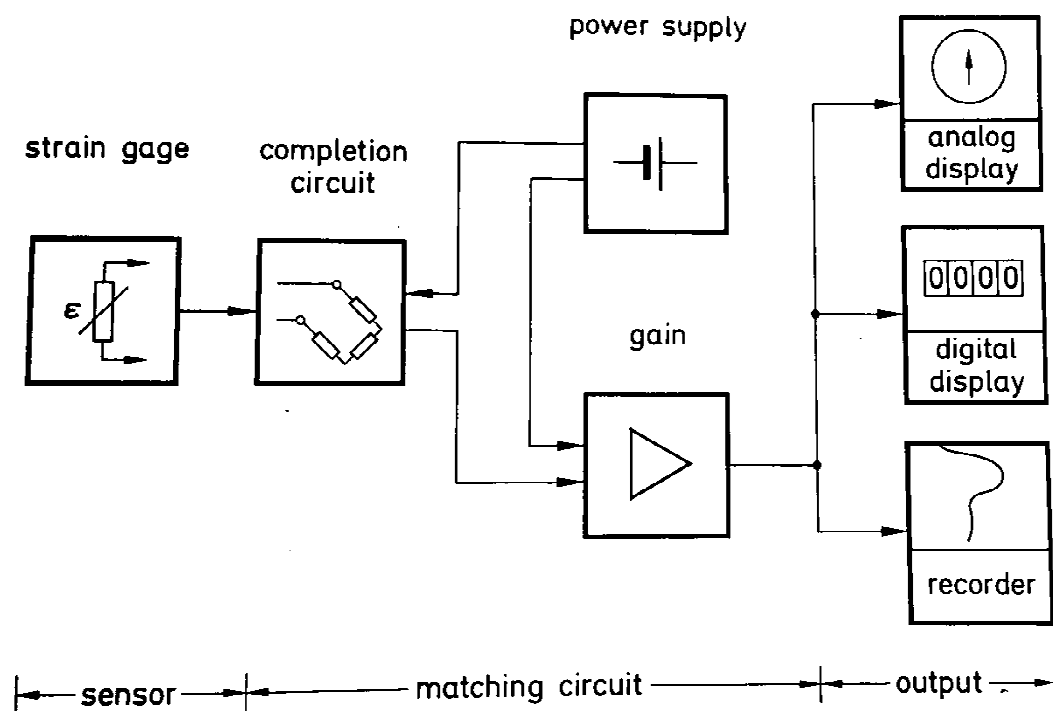
## TEORETICKÁ ČÁST

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot U_n \quad (8.1.)$$

$$U_3 = \frac{R_3}{R_3+R_4} \cdot U_n \quad (8.2.)$$

$$U_m = U_3 - U_2 = \left( \frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_2}{R_1+R_2} \right) \cdot U_n = \frac{R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot R_4}{(R_1+R_2) \cdot (R_3+R_4)} \cdot U_n \quad (8.3.)$$

Na dalším obrázku 8.2. je zobrazeno celkové schéma měřící aparatury. První složkou celého systému je samotný tenzometr. Druhou částí je měřící obvod a tenzometr je pouze jedním jeho ramenem. Jak tenzometr, tak i měřící obvod jsou pasivními komponenty a pro získání užitečného signálu je nutné je připojit ke samotnému zdroji proudu nebo napětí. V důsledku mechanického namáhání součásti dochází ke změně odporu tenzometru a můstek se stává nevyváženým. Třetím členem je zesilovač, který zesiluje napětí můstku na vhodnou úroveň signalizace. Posledním prvkem je zobrazovací zařízení, které výstupní signály převádí do zvoleného systému souřadnic a veličin.



Obr. 8.2. Schéma celé měřící aparatury [1]

## 9. Parazitní vlivy [4], [5], [7], [11], [12], [13]

Žádné měření neprobíhá podle ideálního modelu a vždy existují tzv. parazitní vlivy, které nám negativně ovlivňují průběh a výsledky měření. Mezi tyto vlivy patří zejména teplota, vlhkost, hystereze, příčná citlivost, creep anebo únavová citlivost tenzometru.

### Teplota [4], [7], [11], [12], [13]

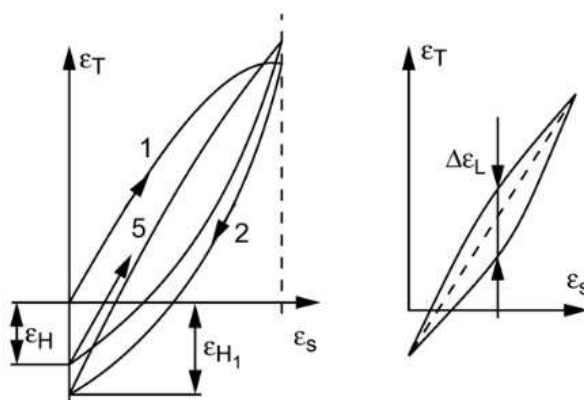
Změní-li se teplota během tenzometrického měření, dojde k deformaci tenzometru z důvodu rozdílných teplotních roztažností měřicí mřížky a měřícího objektu, což má za následek změnu odporu.

### Vlhkost [7], [12], [13]

Nastane-li v průběhu měření změna vlhkosti, pak může dojít k nekontrolovatelné změně v nulové hodnotě a tím vznikne chyba, která ovlivní jak deformační citlivost tenzometru, tak i celé měření. Pronikne-li vlhkost přes izolaci, dochází ke snížení izolačního odporu mezi tenzometrem a měřeným místem.

### Hystereze [7], [12], [13]

Při zatížení a následním odlehčení nebudou naměřené hodnoty zcela stejné, že se po odlehčení měřený objekt nevrátí do původního stavu. Vzniká tzv. hysterezní chyba, která je dána poměrem změn odporu při zatížení a po odlehčení. Hystereze se se zvyšujícím se počtem zatěžovacích cyklů zmenšuje, až se ustálí na konstantní hodnotě. Tento děj zobrazuje hysterezní křivka, která je na obr. 9.1.



Obr. 9.1. Hysterezní křivka [13]

### Příčná citlivost [7], [12], [13]

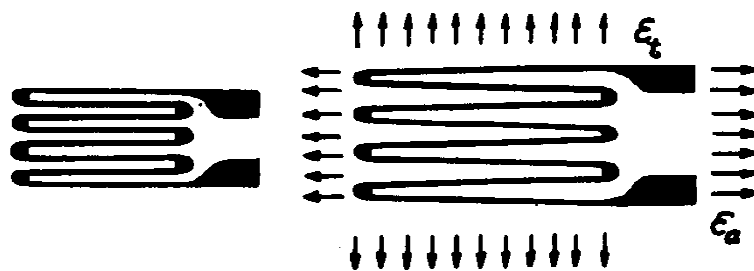
V ideálním případě by ke změně odporu a tím i poměrnému přetvoření mělo docházet v tzv. aktivní délce neboli v podélném směru. Při jednoosé napjatosti vzniká také příčná deformace. Tuto příčnou citlivost tenzometru lze vyjádřit vztahem:

$$q = \frac{k_t}{k_l} \quad (9.2.)$$

kde  $k_l$  ... součinitel deformační citlivosti ve směru aktivní délky

$k_t$  ... součinitel deformační citlivosti v příčném směru.

Vliv této deformace na citlivost se dá korigovat a to zvětšením průřezu vodiče měřící mřížky v příčném směru, tedy zesílení na koncích jednotlivých smyček, jak je zobrazeno na obr. 9.2. Součinitel příčné citlivosti nabývá u drátkových tenzometrů hodnot 0,012-0,002 a u foliových 0,008. Tato hodnota je běžně udávána výrobcí na obalu tenzometru v %.

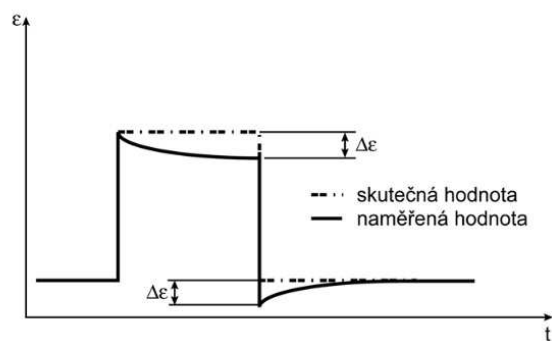


Obr. 9.2. Zesílení měřící mřížky na koncích smyček [12]

### Creep [7], [10], [13]

Creep česky tečení a ve starší literatuře je tento jev označován jako relaxace. Při dlouhodobém konstantním statickém zatěžování dochází k poklesu měřené veličiny, což je znázorněno na obr. 9.3. Je to způsobeno změnami vlastností podložky a lepidla vlivem tohoto dlouhodobého zatížení. Pružné deformace se mění na viskoelastické a lze si tento jev představit jako prokluzování tenzometru po povrchu měřícího místa a tudíž jsou měřeny jiné deformace. Tento efekt se vyskytuje hlavně u tenzometrů s kratší aktivní délkou vodiče měřící mřížky. Jeho velikost závisí na tom, jaké bylo použito lepidlo.

## TEORETICKÁ ČÁST



Obr. 9.3. Pokles měřené veličiny při dlouhodobém konstantním zatěžování [13]

## NUMERICKÁ ČÁST

### 10. Metoda konečných prvků [2], [3]

Tato v současnosti nejrozšířenější metoda analytické mechaniky se používá ve stádiu návrhu, kontrolních výpočtů nebo při návrhu technologie výroby a provozní diagnostice konstrukcí. Metoda konečných prvků se na rozdíl od klasických variačních metod odlišuje způsobem aproximace průběhu hledané veličiny. Výsledný funkční předpis je sestaven z nenulových aproximací v omezených objemech neboli v tzv. prvcích. Rozkladem oblasti na geometricky jednoduché, vzájemně disjunktí části, dostaneme konečné prvky. Tento rozklad se nazývá síť. U rovinných oblastí to mohou být troj- a čtyřúhelníkové prostorové podoblasti u prostorových čtyřstěny. Počet prvků v síti je roven počtu lokálních aproximací. Aproximační funkce je stanovena jako polynomičká závislost s počtem argumentů, který závisí na typu řešené úlohy. Na společné hranici musí být splněna podmínka spojitosti. Eliminace koeficientů je založena na funkčních hodnotách ve vhodně zvolených bodech. Tyto body se nazývají stykové nebo též uzlové a nejčastěji jsou na hranicích prvků, tzn. např. ve vetknutí.

Volba aproximační funkce bude vysvětlena na následujícím příkladě.

#### 10.1. Vzorový příklad řešení pomocí MKP [2]

Je dán vetknutý nosník o známé délce  $l$ , který je zatížen na volném konci osamělou silou  $F$ . Jedná se o elastický materiál s modulem pružnosti  $E$  aj. Pomocí principu minima celkové potencionální energie a Ritzovou metodou s polynomičkou bází 3. stupně určete předpis průhybové čáry. Schéma příkladu je zobrazeno na obr. 10.1.



Obr. 10.1. Schéma vzorového příkladu [2]

Je předpokládán průhyb jakou lineární kombinací Taylorovské báze, která je zadaná předpisem:

$$v(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 \quad (10.1.)$$



## NUMERICKÁ ČÁST

Kinematické okrajové podmínky:

V místě vetknutí (neboli v místě  $x=0$ ) je průhyb  $v(x)$  roven nule. Po dosazení  $x=0$  a  $v(x)=0$  do rovnice (8.1.) dostáváme velikost prvního koeficientu:

$$a_0 = 0 \quad (10.2.)$$

Dále ve stejném místě platí i podmínka nulového natočení neboli

$$v'(x) = \varphi(x) = 0 \quad (10.3.)$$

Derivací průhybové čáry získáme funkční předpis pro natočení:

$$v'(x) = a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x + 3 \cdot a_3 \cdot x^2 \quad (10.4.)$$

Po dosazení okrajové podmínky získáváme hodnotu druhého koeficientu:

$$a_1 = 0 \quad (10.5.)$$

Tím získáváme kinematicky přípustná řešení:

$$v(x) = a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 \quad (10.6.)$$

$$v'(x) = 2 \cdot a_2 \cdot x + 3 \cdot a_3 \cdot x^2 \quad (10.7.)$$

$$v''(x) = 2 \cdot a_2 + 6 \cdot a_3 \cdot x = -\frac{M_0}{E \cdot J} \quad (10.8.)$$

Z následujících vztahů získáme deformační energii  $U$  a potenciál vnější síly  $W$ :

$$U = \int_0^l \frac{M_0^2(x)}{2 \cdot E \cdot J} \cdot dx = \frac{E \cdot J}{2} \cdot \int_0^l (v''(x))^2 \cdot dx = \frac{E \cdot J}{2} \cdot \int_0^l (2 \cdot a_2 + 6 \cdot a_3 \cdot x)^2 \cdot dx$$

$$dx = E \cdot J \cdot 2 \cdot 0 \cdot 4 \cdot a_2^2 + 12 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot x + 36 \cdot a_3^2 \cdot x^2 \cdot dx =$$

$$E \cdot J \cdot 2 \cdot a_2^2 \cdot l + 6 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot l^2 + 18 \cdot a_3^2 \cdot l^3$$

$$\stackrel{(10.9.)}{W} = -F \cdot v(x=l) = -F \cdot (a_2 \cdot l^2 + a_3 \cdot l^3) \quad (10.10.)$$

Poté celková potenciální energie  $\Pi$  je dána součtem deformační energie  $U$  a potenciální vnější síly  $W$ :

$$\Pi = U + W \quad (10.11.)$$

$$\Pi = E \cdot J \cdot [2 \cdot a_2^2 \cdot l + 6 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot l^2 + 18 \cdot a_3^2 \cdot l^3] - F \cdot (a_2 \cdot l^2 + a_3 \cdot l^3) \quad (10.12.)$$

Z podmínky minima potenciální energie dostaneme soustavu dvou lineárních rovnic a vypočítáme hodnoty zbylých dvou koeficientů:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_2} = 4 \cdot E \cdot J \cdot l \cdot a_2 + 6 \cdot E \cdot J \cdot l^2 \cdot a_3 - F \cdot l^2 = 0 \quad (10.13.)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_3} = 6 \cdot E \cdot J \cdot l^2 \cdot a_2 + 36 \cdot l^3 \cdot a_3 - F \cdot l^3 = 0 \quad (10.14.)$$

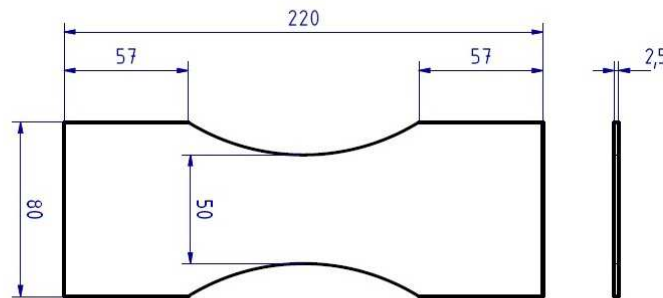
## NUMERICKÁ ČÁST

Po vyřešení soustavy rovnic určíme hodnoty koeficientů a po dosazení všech hodnot koeficientů  $a_i$  do rovnice (10.1.) získáme výslednou rovnici průhybové čáry:

$$v(x) = \frac{15}{108} \cdot \frac{F \cdot l}{E \cdot J} \cdot x^2 - \frac{5}{54} \cdot \frac{F}{E \cdot J} \cdot x^3 \quad (10.15.)$$

### 10.2. Výpočet materiálového vzorku pomocí MKP

Geometrie zadaného testovaného vzorku je patrná z následujícího obr. 10.2.



Obr. 10.2. Geometrie zadaného vzorku

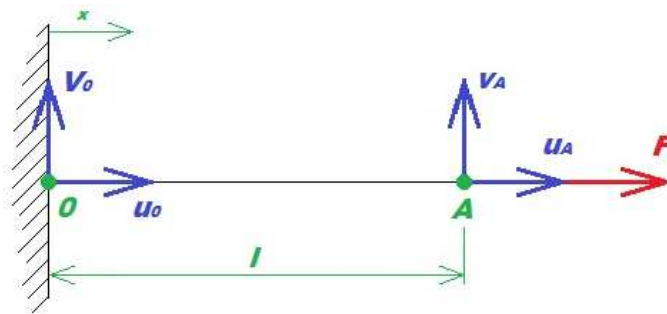
Přesný materiál není stanoven, protože tento vzorek bude testován v laboratořích pružnosti a pevnosti a z výsledných měření bude materiál stanoven. Pro výpočet jsem zvolila materiál dural označení dle normy EN AW 2017 A. Chemické složení uvádí následující tabulka.

%Al	%Fe	%Si	%Cu	%Mg	%Mn	%Cr	%Ti	%Zn
94,082	0,3566	0,3434	4,1573	0,4857	0,4953	0,0064	0,0123	0,0187

Tab. 10.1. Chemické složení EN AW 2017 A

Mechanické vlastnosti tohoto materiálu je mez pevnosti, která má hodnotu  $\sigma_{pt} = 390 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ . Do programu je materiál zadán jako elastický, s modulem pružnosti  $E = 70000 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$  a o Poissonově čísle  $\mu = 0,33$ .

Na obr. 10.3. je zobrazeno schéma, podle kterého bude prováděn výpočet pomocí metody konečných prvků.



Obr. 10.3. Schéma zatížení

Rozměry vzorku jsou:  $E = 70\,000 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ ,  $l = 220 \text{ mm}$ , průřez  $A$ , který je obdélníkového tvaru dán rozměry  $h = 2,5 \text{ mm}$  a  $b = 50 \text{ mm}$ .

Z toho plyne, že průřez:

$$A = b \cdot h = 50 \cdot 2,5 = 125 \text{ mm}^2$$

$$\varepsilon = \frac{((u_A; v_A) - (u_0; v_0)) \cdot (l; 0)}{l^2} \quad (10.16.)$$

Z počátečních podmínek plyne, že:

- ve vetknutí nemůže dojít k žádnému průhybu ve směru osy  $x$  ani ve směru osy  $y$ , tudíž

$$u_0 = v_0 = 0 \quad (10.17.)$$

- na konci nosníku může dojít k posunutí ve směru osy  $x$  nikoliv v ose  $y$

$$v_A = 0 \quad (10.18.)$$

Po dosazení počátečních okrajových podmínek do vztahu (10.16.) dostaneme rovnici:

$$\varepsilon = \frac{u_A \cdot l}{l^2} = \frac{u_A}{l} \quad (10.19.)$$

Pro celkovou potencionální energii platí:

$$\Pi = U + W \quad (10.20.)$$

kde  $U$  ... vnitřní deformační energie

$W$  ... práce vnějších sil

Vnitřní deformační energii vypočítáme dle následujícího vztahu:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_V \lambda \cdot dV = \frac{1}{2} \int_V \sigma_x \cdot \varepsilon_x \cdot dV = \frac{1}{2} \int_V E \cdot \varepsilon_x^2 \cdot dV = \frac{1}{2} \int_V E \cdot \varepsilon_x^2 \cdot A \cdot dx = \\ &= \frac{1}{2} \cdot E \cdot A \cdot l \cdot \varepsilon_x^2 \end{aligned} \quad (10.21.)$$

po dosazení  $\varepsilon$  získáme:

$$U = \frac{1}{2} \cdot E \cdot A \cdot l \cdot \left(\frac{u_A}{l}\right)^2 = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot E \cdot A \cdot u_A^2 \quad (10.22.)$$

## NUMERICKÁ ČÁST

Práce vnějších sil se vypočítá dle následujícího vztahu:

$$W = -F \cdot u_A \quad (10.23.)$$

Dosazením rovnic pro vnitřní deformační energii a práci vnějších sil získáme výslednou rovnici pro celkovou potenciální energii:

$$\Pi = \frac{E \cdot A}{2 \cdot l} \cdot u_A^2 - F \cdot u_A \rightarrow \frac{\partial \Pi}{\partial u_A} = 0 \rightarrow \frac{E \cdot A}{2 \cdot l} \cdot 2 \cdot u_A - F = 0 \rightarrow u_A = \frac{F \cdot l}{E \cdot A} \quad (10.24.)$$

Prodloužení  $u_A$  pro délku  $l = 220$  mm a sílu  $F = 5$  kN = 5000N je:

$$u_A = \frac{F \cdot l}{E \cdot A} = \frac{5000 \cdot 220}{70000 \cdot 125} = 0,126 \text{ mm} \quad (10.25.)$$

Potom relativní deformace v tomto případě relativní prodloužení dosáhne hodnoty:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{u_A \cdot l}{l^2} = \frac{u_A}{l} = \frac{0,126}{220} = 5,72727 \cdot 10^{-4} = \\ &= 572,727 \cdot 10^{-6} = 572,727 \mu\text{m} \cdot \text{m}^{-1} \end{aligned} \quad (10.26.)$$

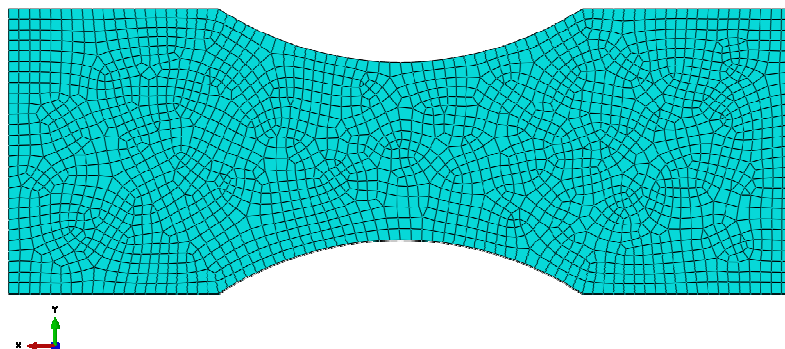
To platí pro konstantní průřez. Pro proměnlivý průřez nutné integrovat přes průřez.

Výsledné nominální napětí pro sílu zatížení 5kN tedy bude:

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{A} = \frac{5000}{125} = 40 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (10.27.)$$

### 10.3. Výpočet v programu Abaqus

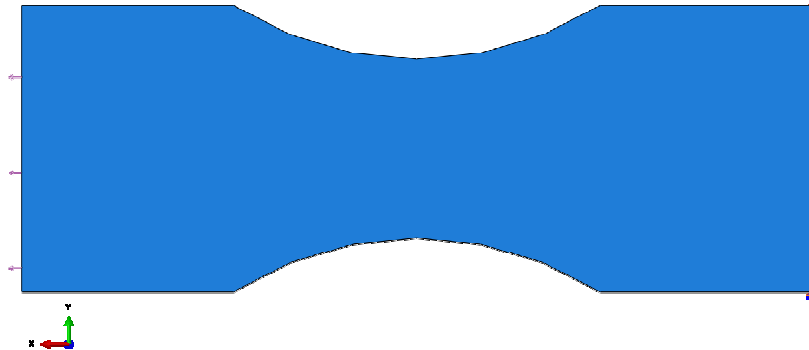
Nejdříve byl vytvořen model dle zadaných rozměrů a do programu je materiál zadán jako elastický, s modulem pružnosti  $E = 70000 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$  a o Poissonově čísle  $\mu = 0,33$ . Následuje vysítování modelu a to se provádí v modulu Mesh. Na obr. 10.4. je zobrazen vysítovaný model, který je tvořen z 2060 elementů ve tvaru čtyřstěnu.



Obr. 10.4. Vysítovaný model

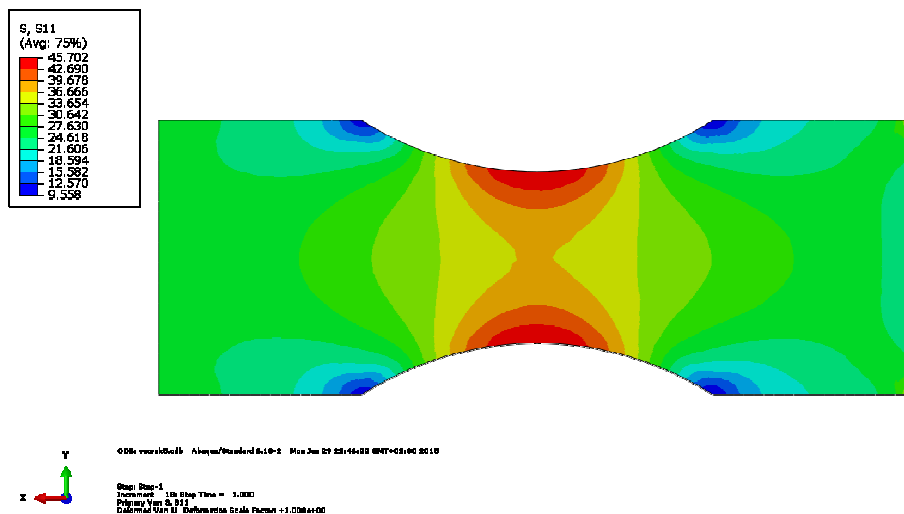
## NUMERICKÁ ČÁST

Dále musíme vytvořený vzorek uchytit tak, že na pravé straně je vetknutí a na levé straně je spojitě zatížení ve směru tahovém o známých silách 1 až 5 kN. To je znázorněno na dalším obrázku číslo 10.5.



Obr. 10.5. Uchycení materiálového vzorku

V modulu Job se zpustí výpočet úlohy, po úspěšném dokončení se výsledky zobrazí v modulu Visualization. Na dalším obr. 10.6. je zobrazen průběh napětí pro sílu 5kN. Pro zbylé síly 1 až 4kN jsou výsledky zobrazeny v příloze III.



Obr. 10.6. Průběh napětí pro sílu 5kN

Maximální napětí dle stupnice je rovno 45,702 N·mm<sup>-2</sup>. Z toho součinitel  $\alpha$  nabývá hodnoty:

$$\alpha = \frac{\sigma_{MAX}}{\sigma_{nom}} = \frac{45,702}{40} = 1,14255 \quad (10.28.)$$

## EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

### 11. Pracovní postup

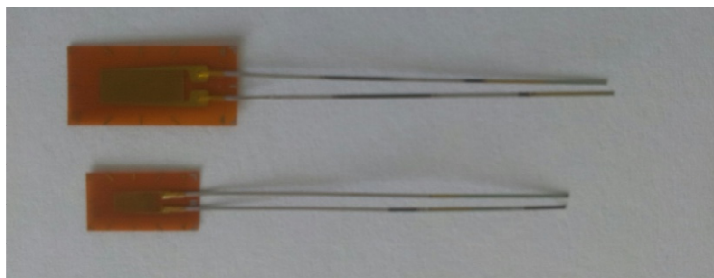
Instalace tenzometrů proběhla dle postupu popsaneho v kap. 7. Nyní budou popsány použité přípravky a přístroje při měření.

#### Čistidlo RMS 1

Pro dostatečné spojení měřené plochy a tenzometru je nutné plochu očistit chemicky čistým rozpouštědlem. Čistidlo RMS 1 je směsí isopropanolu a acetonu, které rozpouští všechny běžné znečištění. Jedná se o přípravek šetrný k životnímu prostředí.

#### Tenzometry 1-LY11-6/350 a 1-LY11-3/350

Tenzometry řady LY jsou určeny pro měření deformací v jednom směru a s nominálním odporem  $350\Omega$ . Měřicí mřížka je vyrobena z konstantanu a materiál nosiče a krytí je polyamid. Pro měření byly použity tenzometry s velikostí měřicí základny 3 a 6 mm a jsou zobrazeny na obr. 11.1. Na každé straně vzorku jsou umístěny 4 tenzometry. Na první straně A jsou tenzometry A1 – A4, resp. B1-B4.



Obr. 11.1. Použité tenzometry o velikosti měřicí základny 3 a 6 mm

#### Lepidlo Z70 Hottinger

Jedná se o jednosložkové rychle tuhnutí lepidlo bez rozpouštědla z třídy kyanoakrylátů, které je zobrazeno na obr. 11.2. Používá se k instalaci odporových tenzometrů, které mají podložku z akrylové nebo fenolické pryskyřice anebo z polyamidu. Toto lepidlo je vhodné ke spojení se všemi v praxi používanými kovy a se spoustou plastických hmot. Nedoporučuje se k lepení na pórovité hmoty jako je např. beton, dřevo nebo různé pěnové hmoty.

## EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST



Obr. 11.2. Lepidlo Z70 Hottinger [10]

K vytvrzení kyanoakrylátových lepidel dochází vlivem pohlcení vlhkosti ze vzduchu. Nejlépe se lepidlo Z70 pojí při relativní vlhkosti v rozmezí 40-70%. Nižší vlhkost pod 30% způsobuje zpomalení tuhnutí nebo dokonce i úplnému zastavení reakce. Naopak při vysoké vlhkosti přes 80% dochází k rázovému vytvrzování. Úplné vytvrzení nastává u tenkých vrstev při stejnoměrném přitlačení celého tenzometru na měřený objekt. Rychlost tuhnutí závisí na chemických stavech obou dílů. K urychlení vytvrzení přispívají zásadité látky, naopak kyselé celý proces zpomalují. V následující tabulce jsou uvedeny vytvrzovací časy u určitých materiálů.

Materiál měřeného objektu	Vytvrzovací doba [s]
Ocel	40-80
Hliník	30-60
Umělá hmota	10-60

Tab. 11.1. Závislosti času vytvrzování na materiálu měřeného objektu při teplotě 20°C a relativní vlhkosti 65% [13]

Definitivní tvrdost nastává po 24 hodinách, ale kvalitních výsledků měření je možná dosáhnout již po uplynutí časů uvedených v předchozí tabulce.

Lepidlo je nutné skladovat v suchu a chladu a především chránit před teplem a slunečním svitem. Dobu použitelnosti lze prodloužit zmražením lepidla při teplotě -15°C, jinak výrobce zaručuje použitelnost 5 měsíců od data expedice.

### Měřicí aparatura Spider 8

Jedná se o multikanálový (8 kanálů) počítačem řízený přístroj pro paralelní dynamické měření se sběrem dat pomocí počítačového programu. Celé zařízení

## EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

není větší než notebook. Nevyžaduje žádné další zařízení. Jednoduché navázání spojení a měření při 12 V činí systém vhodným i pro mobilní aplikace. Při stacionárním měření je použit zdroj napětí 110-240V. Každý kanál tvoří zapojení do mostu, kde tři odpory jsou uvnitř aparatury, a čtvrtý tvoří měřící tenzometr. Jedná se o zapojení jaké je uvedené v kap. 8, resp. na obr. 8.2.

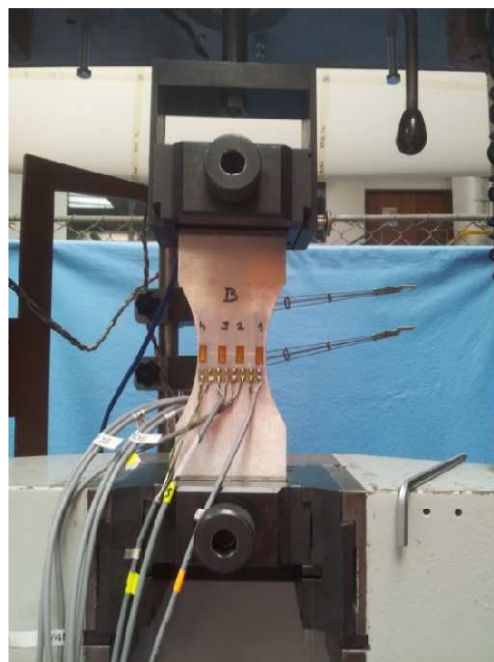
### Trhací stroj

Jedná se o trhací stroj vyrobený firmou VEB Thüringer Industrierwerk Rauenstein v Německé demokratické republice. Jeho hlavní parametry jsou uvedeny v následující tabulce.

Štítkové hodnoty trhacího stroje	
Teplota	18-25°C
Frekvence	50 Hz
Jmenovité napětí	380 V
Příkon	4,5 KVA
Jmenovitý proud	20 A
Hmotnost stroje	1 350 kg

Tab. 11.2. Vlastnosti trhacího stroje

Na obr. 11.3. můžeme vidět uchycení vzorku v trhacím stroji a očíslované tenzometry.



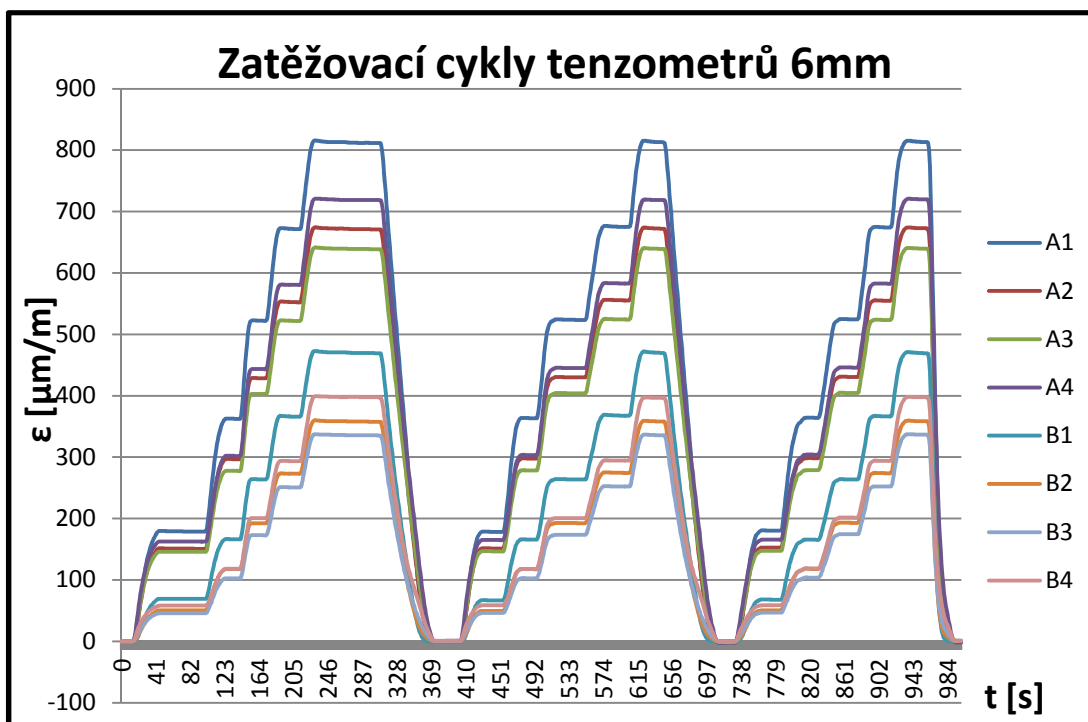
Obr. 11.3. Uchycení vzorku v trhacím stroji



## 12. Výsledky naměřených hodnot

### 12.1. Měření tenzometry 1-LY11-6/350

Na následujícím grafu je zobrazen průběh zatěžování vzorku. Jedná se o 3 zatěžovací cykly o silách 1-5kN, což je zobrazeno na následujícím grafu obr. 12.1.



Obr. 12.1. Průběh zatížení 6mm tenzometrů

Abychom eliminovali ohyby, budou naměřené hodnoty deformace sečteny dle následujícího vzorce. Za prvé tenzometry na krajích A1, A4, B1 a B4 a následně i uprostřed. Vypočtené průměrné hodnoty jsou uvedeny v tab. 12.1, resp. 12.2.

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{A1} + \varepsilon_{A4} + \varepsilon_{B1} + \varepsilon_{B4}}{4} \quad (12.1.)$$

A1+A4+B1+B4				
	1. CYKLUS	2. CYKLUS	3. CYKLUS	PRŮMĚR
F [N]	$\varepsilon [\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}]$	$\varepsilon [\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}]$	$\varepsilon [\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}]$	$\varepsilon [\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}]$
0	0,051	0,238	-0,593	-0,102
1000	117,174	117,293	118,062	117,510
2000	237,296	237,640	238,157	237,698
3000	357,561	358,441	358,942	358,315
4000	478,132	480,308	479,428	479,289
5000	600,135	599,990	600,423	600,183

Tab. 12.1. Průměrné deformace tenzometrů A1,A4,B1 a B4

## EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{A_2} + \varepsilon_{A_3} + \varepsilon_{B_2} + \varepsilon_{B_3}}{4} \quad (12.2.)$$

A2+A3+B2+B3				
	1. CYKLUS	2. CYKLUS	3. CYKLUS	PRŮMĚR
F [N]	$\varepsilon$ [ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	$\varepsilon$ [ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	$\varepsilon$ [ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	$\varepsilon$ [ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]
0	0,044	0,194	-0,518	-0,093
1000	98,247	98,501	99,245	98,664
2000	198,692	199,141	199,726	199,186
3000	299,105	300,079	300,640	299,941
4000	399,703	401,784	401,244	400,910
5000	501,463	501,652	502,232	501,782

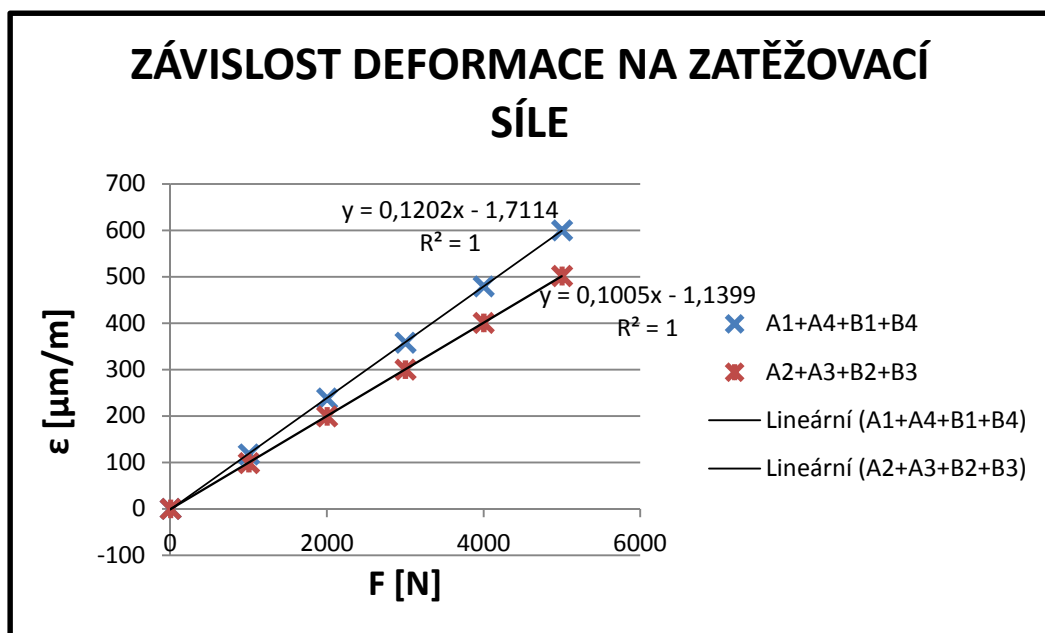
Tab. 12.2. Průměrné deformace tenzometrů A2,A3,B1 a B3

Z Hookova zákona stanovíme velikosti napětí pro dané zatěžovací síly dle vzorce:

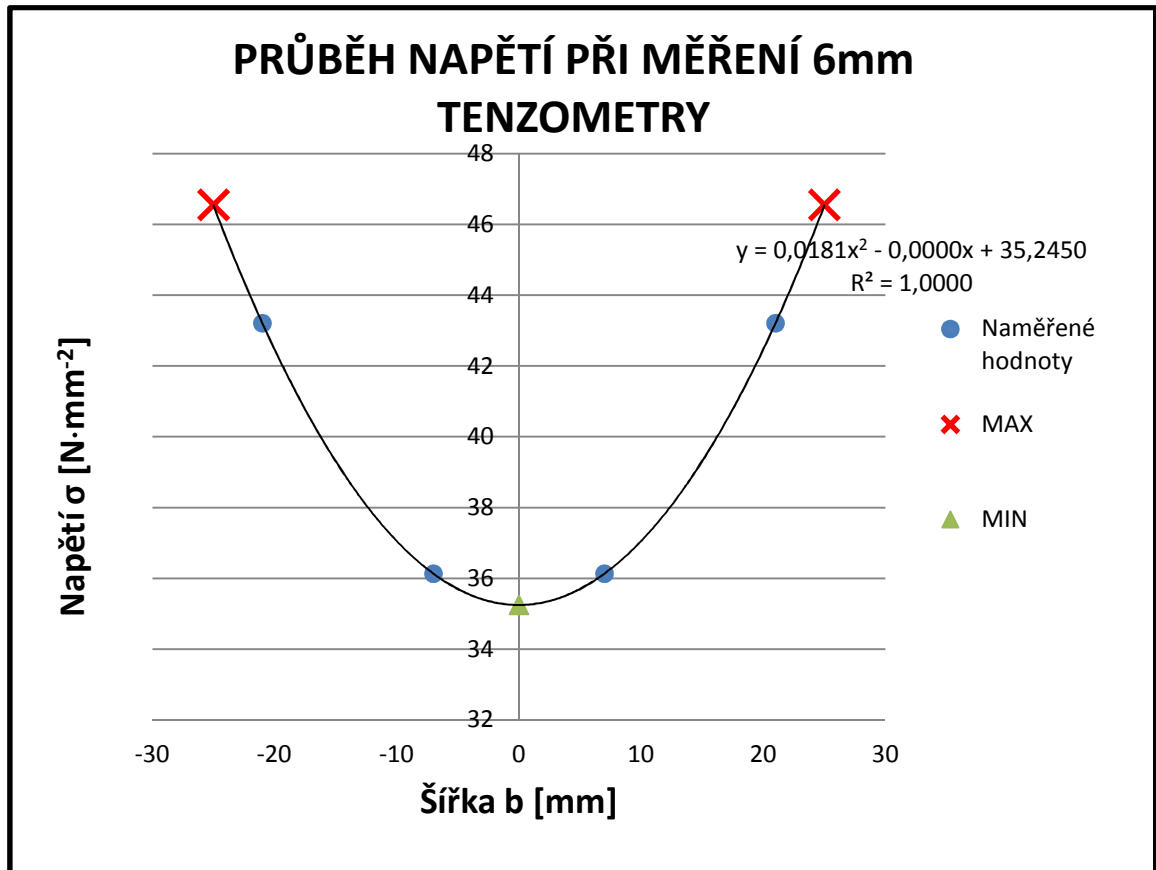
$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (12.3.)$$

A1+A4+B1+B4				A2+A3+B2+B3			
F	Průměr $\varepsilon$	E	$\sigma$	F	Průměr $\varepsilon$	E	$\sigma$
[N]	[ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	[N·mm <sup>-2</sup> ]	[N·mm <sup>-2</sup> ]	[N]	[ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	[N·mm <sup>-2</sup> ]	[N·mm <sup>-2</sup> ]
0	-0,10	0,07	-0,01	0	-0,09	0,07	-0,01
1000	117,51	0,07	8,46	1000	98,66	0,07	7,10
2000	237,70	0,07	17,11	2000	199,19	0,07	14,34
3000	358,31	0,07	25,80	3000	299,94	0,07	21,60
4000	479,29	0,07	34,51	4000	400,91	0,07	28,87
5000	600,18	0,07	43,21	5000	501,78	0,07	36,13

Tab. 12.3. Vypočtené hodnoty napětí



Obr. 12.2. Závislost deformace na síle zatížení



Obr. 12.3. Průběh napětí

MAX:

$$\sigma_{MAX} = \sigma(x = 25) = 0,0181 \cdot 25^2 + 35,245 = 46,56 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (12.4.)$$

MIN:

$$\sigma_{MIN} = \sigma(x = 0) = 0,0181 \cdot 0^2 + 35,245 = 35,245 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (12.5.)$$

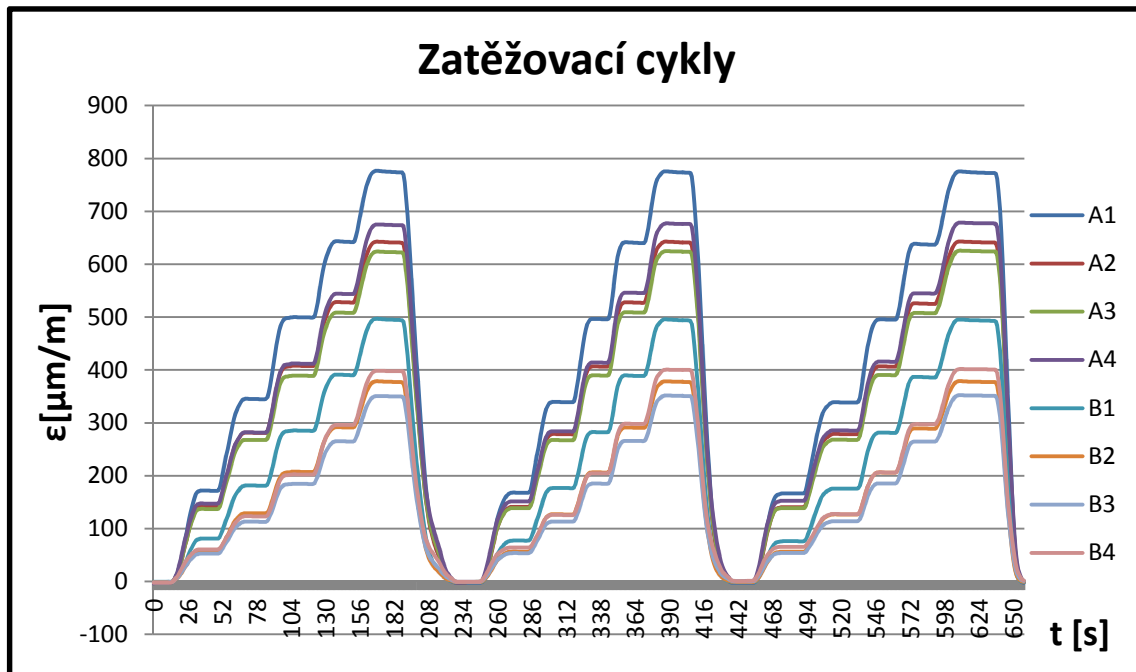
Součinitel  $\alpha$ :

$$\alpha_{6mm} = \frac{\sigma_{MAX}}{\sigma_{nom}} = \frac{46,5575}{40} = 1,17 \quad (12.6.)$$

Z grafu závislosti deformace na zatěžovací síle obr. 12.2. je patrné, že měření probíhalo lineárně, protože všechny body leží na přímce.

## 12.2. Měření tenzometry 1-LY11-3/350

Analogicky je proveden výpočet i u měření pomocí tenzometrů, jejichž měřící základna má velikost 3 mm.



Obr. 12.4. Průběh zatížení 3mm tenzometrů

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{A1} + \varepsilon_{A4} + \varepsilon_{B1} + \varepsilon_{B4}}{4} \quad (12.7.)$$

A1+A4+B1+B4				
	1. CYKLUS	2. CYKLUS	3. CYKLUS	PRŮMĚR
F [N]	$\varepsilon [\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}]$	$\varepsilon [\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}]$	$\varepsilon [\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}]$	$\varepsilon [\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}]$
0	-1,530	-0,821	-0,068	-0,806
1000	115,098	115,223	115,121	115,147
2000	232,887	231,427	231,851	232,055
3000	349,797	349,324	349,656	349,592
4000	468,354	468,261	466,588	467,734
5000	585,602	586,239	586,360	586,067

Tab. 12.4. Průměrné deformace tenzometrů A1,A4,B1 a B4

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{A_2} + \varepsilon_{A_3} + \varepsilon_{B_2} + \varepsilon_{B_3}}{4} \quad (12.8.)$$

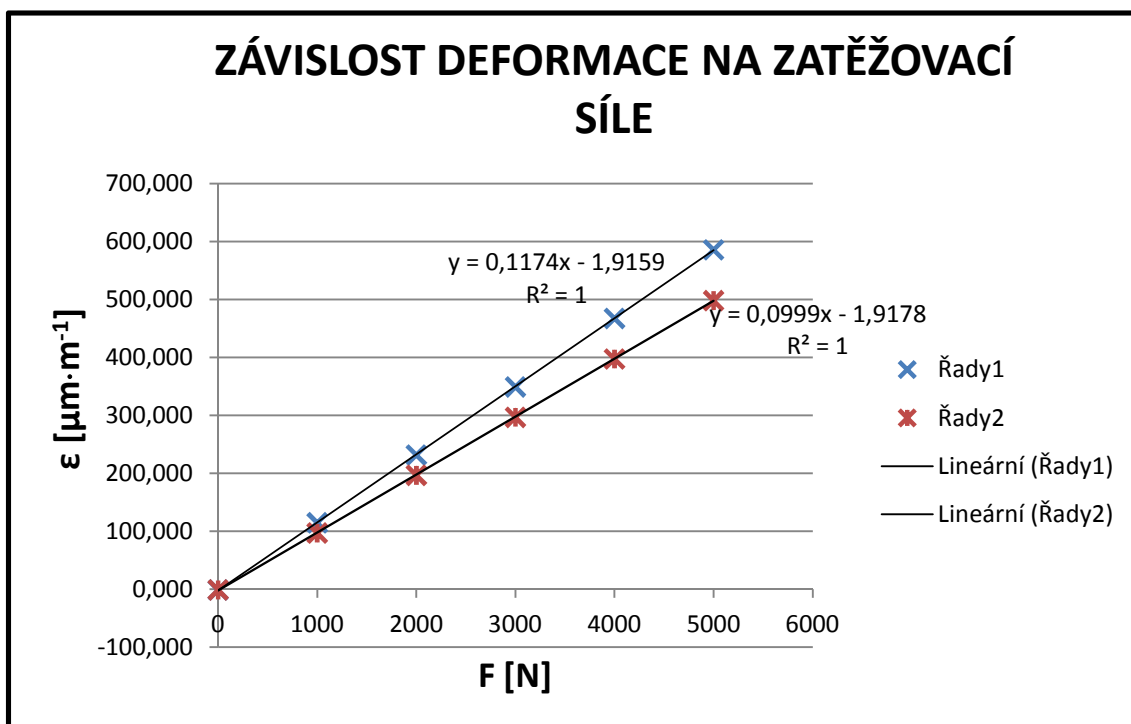
A2+A3+B2+B3				
	1. CYKLUS	2. CYKLUS	3. CYKLUS	PRŮMĚR
F [N]	$\varepsilon$ [ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	$\varepsilon$ [ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	$\varepsilon$ [ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	$\varepsilon$ [ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]
0	-1,302	-0,644	-0,034	-0,660
1000	97,343	97,477	97,441	97,420
2000	197,682	196,509	196,883	197,024
3000	297,203	296,827	297,130	297,053
4000	398,181	398,149	396,734	397,688
5000	498,057	498,618	498,760	498,479

Tab. 12.5. Průměrné deformace tenzometrů A2,A3,B1 a B3

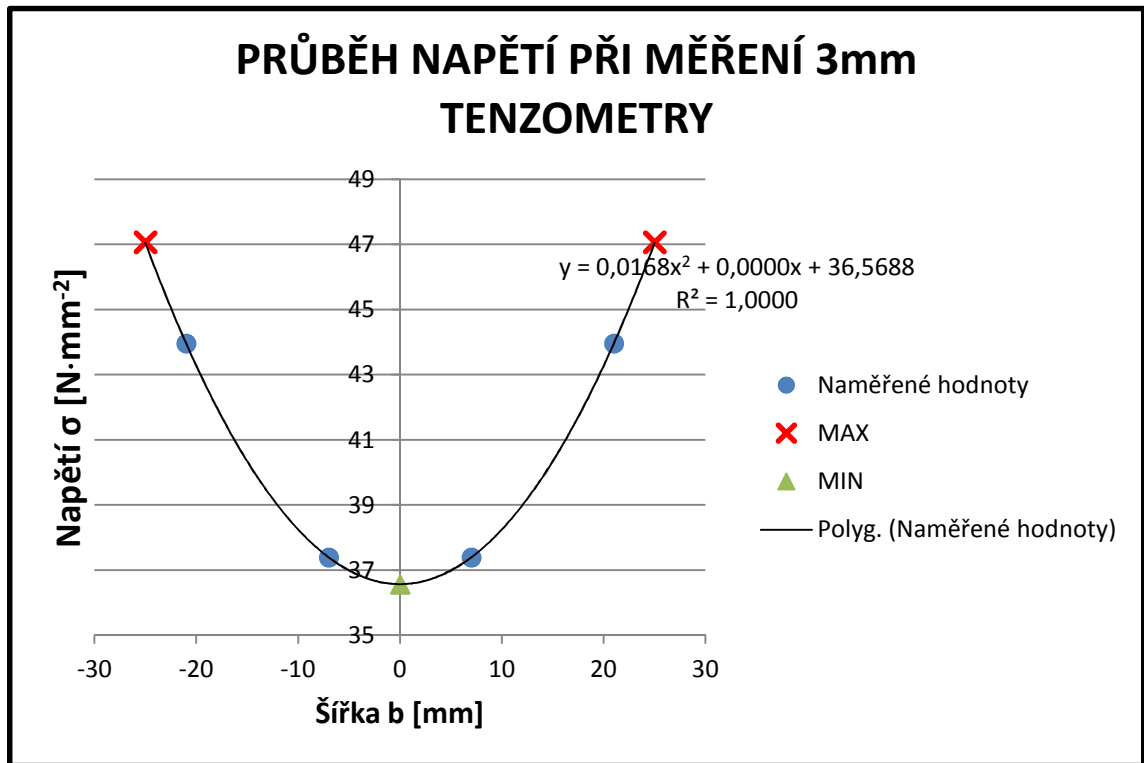
$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (12.9.)$$

A1+A4+B1+B4				A2+A3+B2+B3			
F	Průměr $\varepsilon$	E	$\sigma$	F	Průměr $\varepsilon$	E	$\sigma$
[N]	[ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	[N·mm <sup>-2</sup> ]	[N·mm <sup>-2</sup> ]	[N]	[ $\mu\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	[N·mm <sup>-2</sup> ]	[N·mm <sup>-2</sup> ]
0	-0,81	0,07	-0,06	0	-0,66	0,07	-0,05
1000	115,15	0,07	8,64	1000	97,42	0,07	7,31
2000	232,06	0,07	17,40	2000	197,02	0,07	14,78
3000	349,59	0,07	26,22	3000	297,05	0,07	22,28
4000	467,73	0,07	35,08	4000	397,69	0,07	29,83
5000	586,07	0,07	43,96	5000	498,48	0,07	37,39

Tab. 12.6. Vypočtené hodnoty napětí



Obr. 12.5. Závislost deformace na síle zatížení



Obr. 12.5. Průběh napětí

MAX:

$$\sigma_{MAX} = \sigma(x = 25) = 0,0168 \cdot 25^2 + 36,5688 = 47,0688 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (12.10.)$$

MIN:

$$\sigma_{MIN} = \sigma(x = 0) = 0,0168 \cdot 0^2 + 36,5688 = 36,5688 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \quad (12.11.)$$

Součinitel  $\alpha$ :

$$\alpha_{3mm} = \frac{\sigma_{MAX}}{\sigma_{nom}} = \frac{47,0688}{40} = 1,18 \quad (12.12.)$$

Z obou experimentálních měření a výpočtového modelu vyplývá, že se pohybujeme hluboce v lineární oblasti.

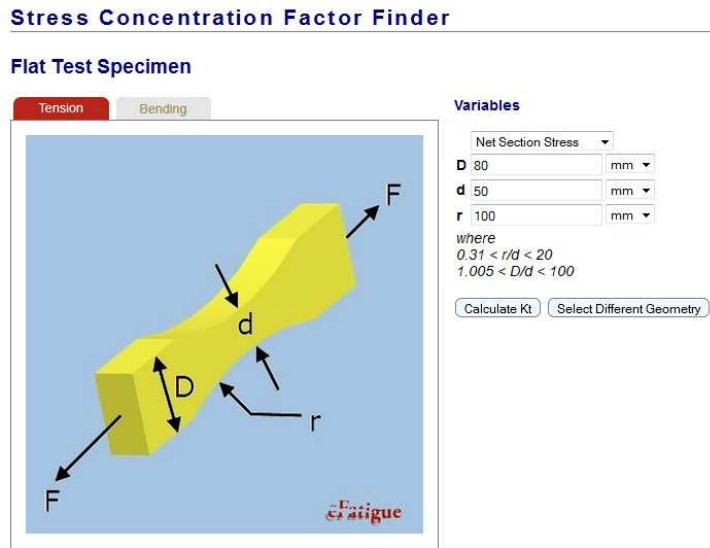
## 13. Další možnosti výpočtu součinitele $\alpha$

### 13.1. Výpočet pomocí efatigue.com

Na webových stránkách:

<http://www.efatigue.com/constantamplitude/stressconcentration/#a>

byly zadány rozměry vzorku, jak je zobrazeno na následujícím obr. 13. 1.



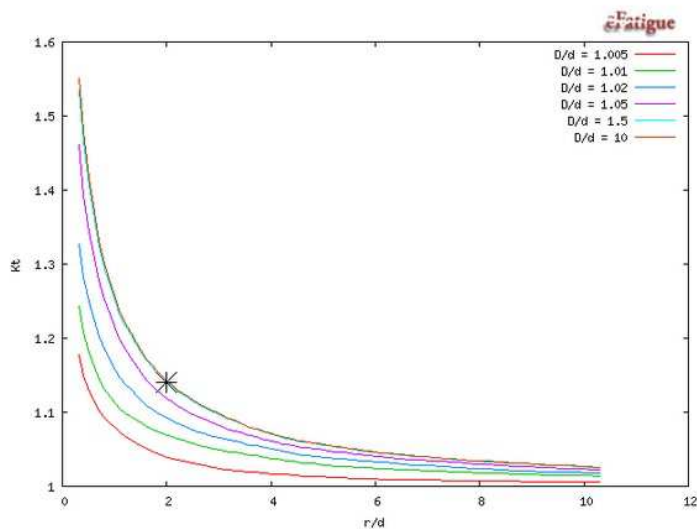
Obr. 13.1. Zadané hodnoty pro výpočet

A po zadání výpočtu byl určen součinitel  $K_t$ , jehož velikost je uvedena na dalším obr. 13.2.

#### Results

$K_t = 1.14$

#### Peterson Plot



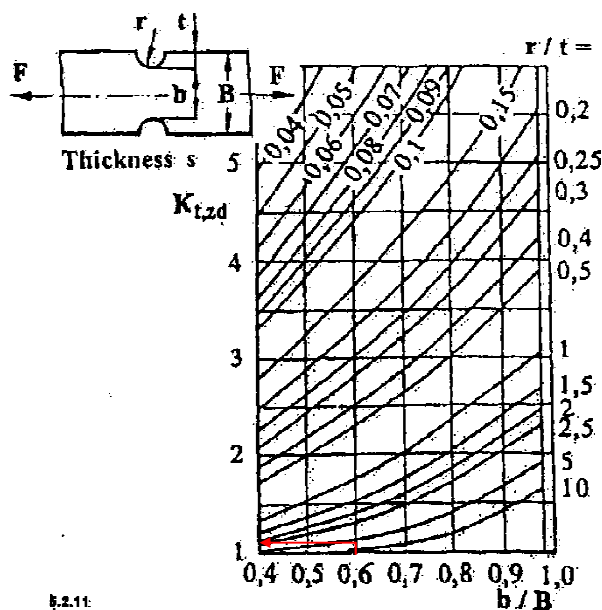
Obr. 13.2. Výsledek součinitele  $K_t$  ( $\alpha$ )

### 13.2. Výpočet součinitele dle vzorce [14]

Vzorec použitý z literatury „Analytical strength assessment of components in mechanical engineering“ má tvar:

$$k_t = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,22 \cdot \frac{r}{t} + 1,7 \cdot \frac{r}{b} \left(1 + 2 \cdot \frac{r}{b}\right)^2}} \quad (13.1.)$$

Schéma výpočtových hodnot je zobrazeno na následujícím obr. 13.3.



Obr. 13.3. Schéma výpočtu součinitele  $k_t$  vzorku [14]

Pro zadaný vzorek jsou dané rozměry následující:

$$r = 100 \text{ mm}$$

$$t = 15 \text{ mm}$$

$$b = 50$$

Po dosazení hodnot do vzorce vyjde součinitel  $k_t$

$$k_t = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,22 \cdot \frac{100}{15} + 1,7 \cdot \frac{100}{50} \left(1 + 2 \cdot \frac{100}{50}\right)^2}} = 1,1075 \quad (13.2.)$$

Tato vypočtená hodnota dle vzorce je neoptimističtější výsledkem. Je to dáno pravděpodobně tím, že výpočtový vzorec byl sestaven pro výrazně nepříznivější vruby (nižší poměr  $r/t$ ).



## ZÁVĚR

Na základě naměřených hodnot a srovnání s tabelovanými hodnotami jsem porovnála jednotlivé přístupy a z nich plynoucí vhodnost užití tenzometrů různých parametrů při jednoduchém měření materiálového normalizovaného vzorku s uvažováním koncentrace napětí. Dále jsem vytvořila odpovídající model v programu Abaqus shodný s experimentálním vzorkem. Tento model jsem stejně jako zkušební vzorek v laboratoři zatěžovala silami 1 až 5 kN. Z experimentálně zjištěných dat jsem vypočetla napětí, které jsem následně porovnála s výsledky zjištěnými numerickým výpočtem v programu Abaqus. V následující tabulce jsou zobrazeny hodnoty součinitele tvaru  $\alpha$  stanovené všemi provedenými metodami pro zatěžující sílu  $F = 5000$  N.

<b>MKP</b>	<b>Tenzometru 6 mm</b>	<b>Tenzometru 3 mm</b>	<b>Efatigue.com</b>	<b>Dle literatury</b>
<b>1,143</b>	<b>1,17</b>	<b>1,18</b>	<b>1,14</b>	<b>1,1075</b>

Z výsledků je patrné, že metoda dle literatury [14] je neoptimičtější metodou. Součinitel zjištěný měřením pomocí tenzometru o měřící základně 3 mm je vyšší než pomocí tenzometru o základně 6 mm. To je způsobeno tím, že menší měřící mřížka integruje gradient napětí po kratší základně na rozdíl od delší základny tenzometru s delším vinutím. I při tomto měření relativně malého gradientu napětí se tato skutečnost projevila. V případě velkého gradientu (ostřejší vrub) by tento rozdíl již mohl zásadním způsobem ovlivnit výsledky měření.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] HOFFMANN, Karl. 1989. *An Introduction to Measurements*. Alsbach: Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, 291 s.
- [2] ŠPANIEL, Miroslav a Zdeněk HORÁK. 2010. *Úvod do metody konečných prvků*. 1. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 158 s. ISBN 978-80-01-04665-4.
- [3] KANÓCZ, Alexander a Miroslav ŠPANIEL. 1995. *Metoda konečných prvků v mechanice poddajných těles*. 1. vyd. Praha: ČVUT Praha, 128 s. ISBN 80-010-1283-2.
- [4] ŘEZNÍČEK, Jan. 2005. *Aplikace odporové tenzometrie v nestandardních podmínkách: Strain gage application in non-standard conditions*. V Praze: České vysoké učení technické, 22 s. ISBN 80-010-3367-8.
- [5] ČECH, Jaroslav, Libor JANÍČEK a Jiří PERNIKÁŘ. 1998. *Strojírenská metrologie*. Vyd. 1. Brno: PC-DIR, 175, 3 s. Učební texty vysokých škol (Vysoké učení technické v Brně). ISBN 80-214-1230-5.
- [6] VALENTA, František. 2002. *Pružnost a pevnost III*. Vyd. 2., přeprac. Praha: Vydavatelství ČVUT, 293 s. ISBN 80-010-2480-6.
- [7] ZEHNULA, Karel. 1983. *Snímače neelektrických veličin*. Vyd. 2., přeprac. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 372 s.
- [8] ČERNOHORSKÝ, Jiří. *Křemíkové tenzometry v měřící technice mechanických veličin*. MM Průmyslové spektrum [online]. Praha: SEND Předplatné s.r.o., 2007, č. 1 [cit. 2015-06-03]. ISSN 1212-2572. Dostupné z WWW:  
<<http://www.mmspektrum.com/clanek/kremikove-tenzometry-v-merici-technice-mechanickyh-velicin.html>>
- [9] KUSALA, Jaroslav. *Elektrina: Polovodiče – fyzikální základy* [online]. 2003, [cit. 2015-06-03]. Dostupné z WWW:  
<<http://www.cez.cz/edee/content/microsites/elektrina/fyz9.htm>>
- [10] WASGESTIAN, Petr. *Tenzometry HBM* [online]. [cit. 2015-06-03]. Dostupné z WWW: <<http://www.hbm.cz/Aplikace/tenzometry.pdf>>

- [11] HRUBANT, Ladislav a Jan HRUBANT. *Odporové tenzometry z pohledu využití v automatizovaných soustavách. Automa: časopis pro automatizační techniku* [online]. Praha: FCC Public, 2004 [cit. 2015-06-21]. Dostupné z WWW: <<http://www.odbornecasopisy.cz/download/au070427.pdf>>
- [12] JANÍČEK, Přemysl. *Technický experiment*. 1989. Brno. Vysoké učení technické. 384 str.
- [13 ] VLK, Miloš, Lubomír HOUFEK, Pavel HLAVOŇ, Petr KREJČÍ, Vladimír KOTEK a Jiří KLEMENT. *Experimentální mechanika* [online]. Brno, 2003 [cit. 2015-06-29]. Dostupné z WWW: <[http://www.umt-old-fme.vutbr.cz/\\_studium\\_/opory/Experimentalni\\_mechanika.pdf](http://www.umt-old-fme.vutbr.cz/_studium_/opory/Experimentalni_mechanika.pdf)>
- [14] HAIBACH E., *Analitical strength assessment of components in mechanical engineering*, Frankfurt. 2003. Forschungskuratorium Maschinenbau.

## SEZNAM PŘÍLOH

- I. Měření tenzometry 6 mm pro síly  $F = 1 - 4$  kN
- II. Měření tenzometry 3 mm pro síly  $F = 1 - 4$  kN
- III. Výsledné diagramy z programu Abaqus