





České vysoké učení technické v Praze

---

Fakulta elektrotechnická  
Katedra ekonomiky, manažerství a humanitních věd

Bakalářská práce

Diverzifikace portfolia

Portfolio Diversification

Studijní program: Elektrotechnika, energetika a management

Studijní obor: Elektrotechnika a management

Vedoucí práce: prof. Ing. Oldřich Starý, CSc.

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta elektrotechnická

Katedra ekonomiky, manažerství a humanitních věd

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Ľudma Tomáš**

Studijní program: Elektrotechnika, energetika a management  
Obor: Elektrotechnika a management

*Název tématu:*

### **Diversifikace portfolia**

*Pokyny pro vypracování:*

1. Teorie portfolia.
2. Analýza portfolia.
3. Finanční produkty.
4. Vytvořte optimální portfolio.

*Seznam odborné literatury:*

1. Sharp W.F.: Investice. GRADA, 2001
2. Elton E.J., Gouber M.J.: Investments and Portfolio. Performance, WGP, 2011.

Vedoucí bakalářské práce: Prof.Ing. Oldřich Starý, CSc.

Platnost zadání: do konce letního semestru 2015/2016

L.S.

*Doc.Ing. Jaroslav Knápek, CSc.*

vedoucí katedry

*Prof.Ing. Pavel Ripka, CSc.*

děkan

V Praze dne 10.2.2015

**Prohlášení**

*„Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.“*

*V Praze dne*

**Podpis:**

.....

.....

---

## Poděkování

---

*Chtěl bych poděkovat prof. Ing. Oldřichovi Starému, CSc. za odbornou pomoc a obětovaný čas při tvorbě této práce. Poté společnosti Patria Finance a.s., konkrétně panu Michalovi Putnovi za ochotu v poskytnutí potřebných dat. A dále všem, kteří mi poskytli svůj čas v souvislosti s touto prací.*

---

# Abstrakt

---

*Tato bakalářská práce se zabývá problematikou vytváření diverzifikovaného portfolia. Teorie vychází z teorie moderního Markowitzova portfolia. Zprvu je rozebírána samotná teorie portfolia a potřebná statistická matematika. Následně práce obsahuje finanční prostředky pro vytváření portfolia. Součástí je také sestavení otázek pro investora k zjištění jeho preferencí. Výsledkem je propojení celé práce pomocí programu Excel a poté je vytvořeno investorovo portfolio.*

*Klíčová slova: Portfolio, Kovariance, Riziko, Výnos, Užitek, Efektivní hranice*

---

# Abstract

---

*This bachelor work is concern on problematic of creating diversified portfolio. Mainly part of theory comes from Markowitz's modern portfolio theory. At first are analysed portfolio theory and necessary statistic math. Afterwards work consists financial possibilities which we have in creation of a portfolio. It also contains composing of questions for investor to find out investor's preference. Finally output is link of the whole work with program Excel and then investor's portfolio is created.*

*Key words: Portfolio, Covariance, Risk, Return, Utility, Efficiency line*

---

# Obsah

---

<b>1. MODERNÍ TEORIE PORTFOLIA .....</b>	<b>9</b>
1.1. HARRY MARKOWITZ .....	9
1.2. PROBLÉM VÝBĚRU PORTFOLIA .....	9
1.3. SESTAVENÍ PORTFOLIA .....	9
1.4. KŘIVKY INDIFERENCE .....	10
1.5. OČEKÁVÁNÝ UŽITEK .....	10
<b>2. MATEMATICKÁ STATISTIKA.....</b>	<b>11</b>
2.1. NÁHODNÁ VELIČINA .....	11
2.2. CHARAKTERISTIKY NÁHODNÝCH VELIČIN.....	11
2.2.1. <i>Střední hodnota</i> .....	11
2.2.2. <i>Rozptyl</i> .....	11
2.2.3. <i>Kovariance</i> .....	12
2.2.4. <i>Kovarianční matice</i> .....	12
2.3. DALŠÍ VÝPOČET .....	13
2.3.1. <i>Stanovení výnosnosti</i> .....	13
2.3.2. <i>Výpočet očekávaných výnosností a směrodatných odchylek</i> .....	13
2.3.3. <i>Směrodatná odchylka v portfoliu</i> .....	13
<b>3. ANALÝZA PORTFOLIA .....</b>	<b>15</b>
3.1. VĚTA O EFEKTIVNÍ MNOŽINĚ .....	15
3.2. EFEKTIVNÍ HRANICE .....	15
<b>4. FINANČNÍ PRODUKTY.....</b>	<b>17</b>
4.1. POKLADNIČNÍ POUKÁZKY .....	17
4.2. DLUHOPISY, OBLIGACE.....	17
4.2.1. <i>Výpočet proti-inflačních státních dluhopisů</i> .....	19
4.3. KMENOVÉ AKCIE .....	19
4.3.1. <i>Výpočet výnosnosti akcie</i> .....	20
4.4. TERMINOVANÉ VKLADY .....	20
4.5. HMOTNÁ AKTIVA .....	20
4.5.1. <i>Komodita</i> .....	21
4.5.2. <i>Zlato</i> .....	21
<b>5. VYTVOŘENÍ PORTFOLIA .....</b>	<b>22</b>
5.1. VÝČET INVESTIC .....	22
5.2. VÝPOČET VÝNOSNOSTÍ A SMĚRODATNÝCH ODCHYLEK.....	24
5.3. INVESTOROVY PREFERENC .....	26

5.4. ZÁVĚREČNÉ VYHODNOCENÍ .....	27
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>28</b>
<b>PUBLIKACE</b> .....	<b>29</b>
<b>PŘÍLOHY</b> .....	<b>30</b>

---

# Úvod

---

V dnešní době, když už vyděláte peníze, není úplně jasné, co s danými prostředky dělat. Momentálně lze vidět na úrokových sazbách, že je peněz „hodně“ a investoři hledají místo, kam by své peníze uložili. Důvodem, proč nenechávat peníze na svém běžném účtu je, jak ekonomové nazývají *OPORTUNITY COST*. Každá příležitost, která je nevyužita a má vyšší úrok než je ten na běžném účtu, je „ztrátou“. K tomu je zde všude přítomná inflace, která nevyužité peníze znehodnocuje.

Investor si tedy musí říci: „*NECHÁM SVÉ PENÍZE ULOŽENÉ NA BĚŽNÉM BANKOVNÍM ÚČTU NEBO JE PŘESUNU JINAM, ABY SE ROZMNOŽILY?*“ Člověk plánující podniknout investici většinou zajde do banky či vyhledá finančního poradce. Banky jsou představitelem institučních investorů a spravují obrovské fondy o mnoha miliónových částkách. Nevýhodou je však, že platíte za službu a ta se musí zaplatit v podobě vstupu do fondu, procenta z výnosu nebo jiným způsobem. Bohužel ohledně druhé možnosti je zde také háček. Rozšířenost zaměstnání finančního poradce je v Česku poměrně velmi častá a vykonávají ji takoví lidé, kteří s danou problematikou nejsou dostatečně obeznámeni. Výhodou by však mohly být nižší poplatky. Pro neprofesionální investory je mnohem jednodušší a časově nejméně náročné zajít do banky, a nechat si zpracovat nabídku na investici. Každopádně je třeba zvážit riziko lidského faktoru, neboli měli byste si být jistí, že své peníze svěřujete znalé osobě. Každopádně sektor finančnictví je natolik obrovský, že je těžké se v něm vyznat. To je také jeden z důvodů, proč jsem se o toto téma začal zajímat.

Co je to vlastně investice? Investice je obětování jisté dnešní hodnoty s cílem získat nějakou budoucí hodnotu. Všeobecně do ni zasahují dva atributy: čas a riziko. Odměna přichází později (pokud vůbec) a její velikost je obecně neurčitá. To je nutné, aby si každý investor uvědomil, že s vyšší odměnou přichází i vyšší riziko. Lze toto riziko snížit?

Problematikou rozkládání rizik a vytváření ideálního „balíčku“ (tedy i problém této práce) investic se zabývá moderní teorie portfolia. Základ k této teorii vytvořil Harry M. Markowitz, když napsal svou dizertační práci na univerzitě v Chicagu. V současnosti jsou další teorie, které se odlišily Markowitzovu modelu jako: MAD (střední absolutní odchylka- Riziko), Minimaxový model (minimální výnos – riziko).



Tato práce navazuje na semestrální práci *INDIVIDUÁLNÍ PROJEKT* a její cílem je použít teorii portfolia a k ní potřebný statistický aparát k nalezení ideálního portfolia pro daného investora. Z předešlé práce bylo převzata většina, avšak byly pozměněny některé metody výpočtu a odstraněny nadbytečnosti. Dále práce obsahuje výčet možností, které se v dnešní době investorovi v České republice nabízejí a to nejen akcie, dluhopisy, termínované vklady ale i komodity. V závěru se dostanu k vytvoření portfolia dle profilu investora, jelikož každý investor má jiné požadavky na velikost rizika, které je ochotné podstoupit v rámci vyšších výnosů svého portfolia. Bude se tedy jednat o portfolio pro drobného českého investora ochotného investovat pouze do vybraných aktiv, které jsou nabízeny v České republice v domácí měně. Pro potenciální čtenáře by tato práce mohla dát určitý předpis, jak je možno investovat.

# 1. Moderní teorie portfolia

Obsahem první části mé práce bude tedy teorie portfolia a potřebný matematický aparát. Bude také jedinou metodou, která bude použita k pro zpracování portfolia. Zprvu bych uvedl, kdo je to Harry Markowitz, jelikož právě on je zakladatelem této teorie.

## 1.1. Harry Markowitz

Narozený v Chicagu (1927), kde také vystudoval univerzitu. Jeho dizertační práce byla zaměřená na to, jak vypočítat účinnou kombinaci z mnoha obligací a zakomponování riziko-výnosové analýzy do teorie racionálního chování v nejistoty („How to compute efficient sets for large numbers of securities, and how to incorporate mean-variance analysis into the theory of rational behavior under uncertainty“). Poprvé Harry publikoval teorii portfolia roku 1952. Roku 1990 za ní obdržel Nobelovu cenu. Jeho teorie ukazovala, že riziko je spojeno s kovariancí i korelací. <sup>[1]</sup>

## 1.2. Problém výběru portfolia

Makrowitzův přístup začíná předpokladem, že investor disponuje v současné době určitým množstvím peněz. Tyto peníze budou investovány na určité časové období, které se nazývá investorova **doba držení**. Na konci doby držení investor prodá, co zakoupil na počátku. Buď výtěžek utratí pro svou potřebu, nebo je reinvestuje do různých cenných papírů (nebo oboje). Lze tedy pohlížet na jedno období, kde začátek je  $t = 0$  a konec  $t = 1$ . Z toho vyplývá, že v čase  $t = 0$  učiní rozhodnutí, které cenné papíry nakoupit a držet do  $t = 1$ . Jelikož portfolio je soubor investic, je rozhodnutí ekvivalentní výběru ideálního portfolia z množiny možných portfolií. Tento problém se označuje jako „*PROBLÉM VÝBĚRU PORTFOLIA*“.

Běžně přemýšlející, racionální investor vyžaduje maximální **výnos** s minimálním **rizikem**. Takovýto model avšak v praxi spíše neexistuje. Vždy spíše platí, vyšší výnos se rovná většímu riziku.

Investor v čase  $t = 0$  neví, jaká bude výnosnost v době jeho držení. Přesto investor by mohl odhadnout očekávanou výnosnost (střední výnosnost) různých investic (např. cenných papírů), které připadají v úvahu a investovat do nejvyšší očekávané výnosnosti. Což není nijak nečekané, ale Markowitz požaduje také nejjistější výnosnost. Z toho plyne, že investor hledá maximální očekávanou výnosnost a minimální neurčitost (tj. riziko). Tyto 2 cíle v čase  $t = 0$  vzájemně vyvažovány. Důsledkem těchto cílů je to, že investor by se měl snažit o diverzifikaci prostřednictvím nákupu několika investic namísto jedné. <sup>[4]</sup>

## 1.3. Sestavení portfolia

Jedná se o třetí krok procesu investování (1. investiční politika, 2. analýza cenných papírů). Spočívá v určení specifických aktiv, do nichž bude investováno a rovněž podíl investice v celkovém objemu investic. Zde se investor zabývá problémy selektivity, časování a diverzifikace. Selektivita (mikropředvídání) se vztahuje k analýze cenných papírů a zaměřuje se na předpověď pohybu cen jednotlivých kmenových akcií (investic). Časování trhu (makropředvídání) spočívá v předpovědi cen kmenových akcií (investic) jako celku vzhledem k cenným papírům s pevnými příjmy (např. podnikové obligace). Diverzifikace spočívá v sestavení investorova portfolia takovým způsobem, že je minimalizováno riziko.

Navíc investor nesmí k nákupu aktiv do portfolia užít vypůjčené peníze společně se svým vlastním počátečním bohatstvím (nesmí finančně spekulovat).<sup>[4]</sup>

## 1.4. Křivky indiference

(OBR. č.04)

Tyto křivky reprezentují investorovi preference a rizika a výnosnosti. Vychází z teorie užitku. Na ose x je riziko měřené směrodatnou odchylkou  $\sigma$  a osa y je měřená očekávanou výnosností  $\bar{r}$ . Každá zakřivená čára představuje jednu křivku indiference daného investora a reprezentuje všechny kombinace portfolií, které by investor považoval za stejně žádoucí (stejný užitek neboli, jak je uvedeno v příloze „UTILITY“). Křivky indiference se nemohou protínat. Investor bude považovat za žádoucí portfolio, které leží na křivce indiference, jež je umístěna „výše“ (a vlevo pro investora s odporem k riziku) než jiné s dalšími portfolii. Zjistit investorovy preference je nezbytné pro sestavení portfolia (předmětem 5. kapitoly). Mezi dvě křivky indiference lze vložit nekonečně mnoho dalších indifferenčních křivek (se stejným tvarem).

Závěr vedoucí z indifferenčních křivek je takový, že investor při rozhodování mezi 2 portfolii se stejnou směrodatnou odchylkou, vybere takové, které má vyšší očekávaný výnos (Markowitz tento jev nazval nenasycenost). Není však zřejmé, jak by volil při stejném očekávaném výnosu a různých odchylkách.

Obecně se předpokládá, že investoři mají odpor k riziku. Z čehož plyne, že vybere portfolio s nižší směrodatnou odchylkou (existují i investoři vyhledávající riziko). Tyto 2 předpoklady vedly ke křivkám indiference. Všichni investoři mají odpor k riziku, ale nepředpokládá se stejný stupeň odporu k riziku. To rozlišují indifferenční křivky těchto investorů (vysoký odpor velmi rostoucí křivky, nepatrný odpor jemně stoupající).<sup>[4]</sup>

## 1.5. Očekávaný užitek

*Definice: Užitek je subjektivní pocit uspokojení plynoucí ze spotřeby jednotlivých statků.*

V této práci bude užitek představovat množství peněz (které pak mohou vést ke spotřebě a k onomu užitku). Jelikož v některých případech není jisté, že dané množství peněz obdržíme, popíšeme ho dle očekávaného užitku (Expected Utility, EU) náhodných výsledků.

$$U_E = \sum_{j=1}^n U(x_j) \times p_j \quad 1.$$

$x_j$  – užitek situace

$p_j$  - pravděpodobnost situace

## 2. Matematická statistika

Pro práci s údaji o poklesu a vzrůstu cen v závislosti na čase je potřeba jisté výpočetní metody. Tyto údaje je třeba mezi sebou porovnávat a hledat dané investice pro portfolio. Když se tedy sleduje jejich vzájemné chování, málokdy lze nalézt z údajů dostatečně dobrou funkci, která by aproximovala s dostatečnou přesností, je tedy nutno zavést náhodnou veličinu.

### 2.1. Náhodná veličina

K popsání hromadných nahodilých jevů je nutno i číselných údajů. Tyto údaje nejsou konstantní, ale nahodile se vychylují. Výsledkem „pokusu“ (např. cena akcie), daná reálným číslem, je hodnotou, kterou nazveme náhodná veličina. Pro výpočet budou tyto veličiny diskrétní (nespojité), protože bude konečné množství hodnot.

### 2.2. Charakteristiky náhodných veličin

Použité číselné hodnoty nazýváme právě charakteristiky náhodných veličin.

#### 2.2.1. Střední hodnota

Nechť  $x$  je náhodná veličina. Pak následující definice střední hodnoty náhodné veličiny  $x$  s diskrétním rozdělením budeme značit  $\bar{x}$ . Jedná se o vážený průměr možných hodnot veličiny  $x$ .

*Definice: Střední hodnota náhodné veličiny  $x$  s diskrétním rozdělením je definována vztahem*

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N} \quad 2.$$

#### 2.2.2. Rozptyl

Rozptyl je mírou variability náhodné veličiny. Střední hodnota kvadrátu odchylek od střední hodnoty rozumíme jako **rozptyl**.

*Definice: Rozptyl náhodné veličiny s diskrétním rozdělením je definována jako*

$$D(x) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1} \quad 3.$$

Měrné jednotky, ve kterých je rozptyl  $D(x)$  vyjádřen jsou čtverce jednotek náhodné veličiny  $x$ . V původních jednotkách měří variabilitu odmocnina rozptylu, kterou nazýváme směrodatnou odchylkou a značíme ji:

$$\sigma_x = \sqrt{D(x)} \quad 4.$$

### 2.2.3. Kovariance

Kovariance je střední hodnota součinu odchylek obou náhodných veličin  $x$  a  $y$  od jejich středních hodnot.

*Definice:* Kovariance  $\sigma_{xy}$  dvou náhodných veličin  $x$  a  $y$  se středními hodnotami  $\bar{x}$  a  $\bar{y}$  je definována vztahem

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{N - 1} \quad 5.$$

Jsou-li veličiny  $x$  a  $y$  závislé budeme chtít pospat jejich souvislost. Kovariance vyjadřuje vzájemný vztah  $x$  a  $y$ . Platí  $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$ . Hodnota kovariance nabývá jakýchkoliv reálných hodnot. Pokud veličiny  $x$  a  $y$  jsou zcela nezávislé pak  $\sigma_{xy} = 0$ , toto však neplatí opačně, jen nelze nic posoudit. V praxi budeme hledat kovarianci výnosností mezi cenným papírem  $x$  a cenným papírem  $y$ .

- $\sigma_{xy} > 0 \rightarrow$  náhodné veličiny  $x$  a  $y$  jsou závislé v kladném smyslu. Vyšší hodnoty  $x$  jsou svázány s vyššími hodnotami  $y$  (a nižší hodnoty  $x$  s nižšími hodnotami  $y$ )
- $\sigma_{xy} < 0 \rightarrow$  náhodné veličiny  $x$  a  $y$  jsou závislé v negativním smyslu. Vyšší hodnoty  $x$  jsou svázány s nižšími hodnotami  $y$  (a nižší hodnoty  $x$  s vyššími hodnotami  $y$ )

$\sigma_{xy} = 0 \rightarrow$  neznamená, že by mezi  $x$  a  $y$  nebyl nutně žádný vztah<sup>[2][4]</sup>

### 2.2.4. Kovarianční matice

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1j} \\ \vdots & \sigma_{22} & \vdots \\ \sigma_{i1} & \cdots & \sigma_{ij} \end{pmatrix} \quad 6.$$

$i, j \in N$

Jelikož je třeba porovnávat vícero investic, je užitečné si zavést tuto matici. Prvek na pozici  $(i, j)$  označuje kovarianci mezi cenným papírem  $i$  a cenným papírem  $j$ . Prvek na pozici  $(i, i)$  označuje rozptyl cenného papíru  $i$ . Tato kovarianční matice je vždy čtvercová. Matice je také symetrická neboli například prvek na pozici  $(2, 3)$  je stejný jako prvek  $(3, 2)$ . Je to dáno tím, že kovariance mezi dvěma cennými papíry nezávisí na pořadí.<sup>[4]</sup>

## 2.3. Další výpočet

### 2.3.1. Stanovení výnosnosti

$$r = \frac{W_1 - W_0}{W_0} \quad 7.$$

$r$ - výnosnost

$W_0$  – nákupní cena v čase  $t = 0$

$W_1$  – tržní hodnota v čase  $t = 1$  včetně agregované hotovosti získané v meziobdobí plynoucí z držby cenných papírů

Investor ovšem neví, jaká bude hodnota  $W_1$  u většiny různých alternativních portfolií, která přicházejí v úvahu, protože nezná výnosnost většiny těchto portfolií (portfolio s jistou výnosností (bezrizikové) by spočívalo v investování celé částky do státních obligací či do spořicí knížky v bance). Proto jsme si zavedli pojem náhodná veličina.

Budeme používat pro výpočet očekávanou hodnotu a **směrodatnou odchylku**. Markowitzův přístup je postaven právě na hodnocení portfolií dle těchto dvou veličin. <sup>[4]</sup>

### 2.3.2. Výpočet očekávaných výnosností a směrodatných odchylek

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^N X_i \bar{r}_i \quad 8.$$

$\bar{r}_p$ - očekávaná výnosnost portfolia

$X_i$ -proporce počáteční hodnoty portfolia investovaná do cenného papíru  $i$  (např.  $X_1 = 0,25, X_2 = 0,6, X_3 = 0,15$ )

$\bar{r}_i$  – očekávaná výnosnost cenného papíru  $i$

$N$  – počet cenných papírů v portfoliu ( $N = 3$ )

Ze vzorce plyne, že výnosnost závisí na příspěvku a podílu každého cenného papíru k očekávané výnosnosti portfolia. Z této rovnice vyplývá, že investor by měl investovat do jednoho cenného papíru s nejvyšší očekávanou výnosností. To je neobvyklý případ a velmi málo investorů má takovou extrémní investiční politiku. Místo toho by měli investoři **diverzifikovat**, a to tím že riziko sníží **směrodatnou odchylku**. Diverzifikace obecně vede ke snížení rizika, jelikož směrodatná odchylka portfolia bude obecně menší než vážený průměr směrodatných odchylek cenných papírů v portfoliu. <sup>[4]</sup>

### 2.3.3. Směrodatná odchylka v portfoliu

Vyjadřuje míru rizika v podobě pravděpodobnosti „špatných“ výsledků a jejich velikost neboli pravděpodobnost odchylky skutečné výnosnosti od očekávané výnosnosti.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} = \mathbf{X}^T \mathbf{V} \mathbf{X} \quad 9.$$

Dle vzorce pro odchylku vyplývá, že počet členů, které musejí být sečteny se rovna čtverci počtu cenných papírů. Pro případ 3 investic by bylo v 1. 5. a 9. členu kovarianci cenného papíru sebou samým lze tak upravit na (kovariance = +1):

$$\sigma_{11} = \rho_{11}\sigma_1\sigma_1 = \sigma_1^2$$

Dostaneme tak čtverec směrodatné odchylky cenného papíru neboli **rozptyl**.<sup>[4]</sup>

## 3. Analýza portfolia

V předcházejících kapitolách jsme vyřešili, jak zhodnotit alternativní portfolia na základě výnosností a směrodatných odchylek s použitím křivek indiference. Ale jak vybírat, když je k dispozici nekonečné množství portfolií?

### 3.1. Věta o efektivní množině

(OBR. Č.05)

Z množiny  $N$  cenných papírů může být vytvořeno nekonečný počet portfolií. Jednak množstvím cenných papírů, ale hlavně díky možnosti různých podílů jednotlivých investic v portfoliu (na reálné ose mezi 0 a 100 je nekonečně mnoho bodů).

Investor si vybere optimální portfolio z množiny portfolií, která:

- A. Nabízejí maximální očekávanou výnosnost při různých úrovních rizika
- B. Nabízejí minimální riziko při různých úrovních očekávané výnosnosti

Množina portfolií, která tyto podmínky splňuje, se nazývá **efektivní množina** (či hranice). Obrázek v příloze (Obr. č.05) ilustruje přípustnou množinu, ze které se poté vybírá efektivní množina. Reprezentuje množinu všech portfolií, která mohou být vytvořena ze skupiny  $N$  cenných papírů. V obvyklých případech má tvar „deštníku“. Bod E je portfolio s nejnižším rizikem, jelikož kolmice na osu  $x$  procházející bodem E nemá nalevo žádné přípustné portfolio (podobně bod H vyšší riziko). Množina portfolií, nabízející maximální výnosnost při různých úrovních rizika, je množina, která leží na „horní“ hranici přípustné množiny mezi body E a H. Obdobně je tomu tak s body G a S, kde je množina s minimálním rizikem při různé úrovni výnosnosti ležící na „levé“ hranici přípustné množiny.

Investor by měl své křivky indiference nakreslit do efektivní množiny. (Obr. č.06) Následně by měl vybrat takové portfolio, které leží na křivce indiference „nejvýše vlevo“. Optimální portfolio bude odpovídat bodu, kde křivka indiference se právě dotýká efektivní množiny. Portfolio  $O^*$  „ležící na  $I_2$  je onen bod. Investor by sice preferoval portfolia na  $I_3$ , ale taková portfolia neexistují. Výběr u investorů s vysokým či nepatrným odporem by byl pochopitelně jiný (jiné křivky indiference).

Jelikož Markowitzova efektivní množina je zakřivená čára, znamená to, že má nekonečně mnoho bodů, tím pádem existuje nekonečně efektivních portfolií. Tento problém je řešen využitím algoritmu kvadratického programování, které je známé jako metoda kritické linie.<sup>[4]</sup>

### 3.2. Efektivní hranice

Jelikož nás nebude zajímat celá efektivní množina, ale pouze efektivní (eficientní) hranice je nutno ji za definovat. Jedná se o hranici, která má při stejném riziku vyšší výnos.



*Definice: Portfolio s podíly investic  $X'$  je efektivní ke střední hodnotě a směrodatné odchylce (mean-variance), jestliže neexistují jiné podíly  $X$  splňující podmínku  $\sum_{j=1}^n X_j = 1$ , pro které*

$$r(X) \geq r(X') \quad \text{a zároveň} \quad \begin{aligned} &\sigma_p^2(X) \\ &\leq \sigma_p^2(X') \end{aligned}$$

a aspoň jedna z nerovností je ostrá.<sup>[18]</sup>

## 4. Finanční produkty

Investiční odvětví nabízí poměrně mnoho produktů. Řekl bych, že určitou nevýhodou je, že všechny produkty jsou vztaženy k měně. V případě vyšší inflace či při měnové reformě by mohlo dojít k vysoké reálné ztrátě.

Investiční proces zkoumá postup, jak by měl investor postupovat při rozhodování, do kterých obchodovatelných cenných papírů investovat, jak velká by tato investice měla být a v které době by ji měl učinit.

Cenný papír slouží jako důkaz majetkových práv. Může být spolu se všemi právy a podmínkami převeden na jiného investora.

Finanční investice představují kontrakty napsané na kusu papíru (akcie, obligace). V moderní společnosti se uplatňují právě tyto finanční investice. (existují také reálné investice, které obsahují nějaký druh hmotných aktiv)

### 4.1. Pokladniční poukázky

Představují krátkodobé půjčování peněz vládě ČR. Taková půjčka nese pouze malé riziko (spíše žádné). Výnosnost se mění od období k období. Emise vydává ČNB, která uvádí vždy datum emise, datum splacení a výnosnost. Výnosnost se momentálně pohybuje mezi 0,06 – 0,09 % p. a.. Jsou vystavovány zpravidla na majitele a jsou proto snadno obchodovatelným a velmi likvidním cenným papírem. Směrodatná odchylka této investice je nulová, jelikož nominální hodnota poukázky je během jejího života zpravidla konstantní. Výnosnost určíme dle tabulek ze stránky ČNB.<sup>[10]</sup>

### 4.2. Dluhopisy, obligace

Poměrně dlouhodobý závazek na straně emitenta (vypůjčovatele) investorovi (zapůjčovatelé). Spočívá v provádění plateb každým rokem (kupónová částka) až do stanoveného data (datum splatnosti), kdy je také jednorázově provedena konečná platba (nominální hodnota). Částka, za kterou lze tyto obligace koupit nebo prodat, se mění s časem. To stěžuje předvídaní výnosnosti. Dluhopisy emituje stát, místní samospráva a obchodní korporace.

Dle času se dělí na:

- Krátkodobé (do 1 roku)
- Střednědobé (1 – 10 let)
- Dlouhodobé (10 a více let)

Pro účely této bakalářské práce je zejména důležité rozdělení dle druhu výnosu.

- Pevná úroková sazba
- Pevná úroková sazba a podílem na zisku
- Rozdíl mezi nominální hodnotou a jeho nižším emisním kurzem
- Slosovatelnou premií nebo premií v závislosti na lhůtě splatnosti dluhopisu
- Pohyblivou úrokovou sazbou
- Kombinací uvedených způsobů [5]

Vydané státní dluhopisy ČR z jarní emise 12. 6. 2014. Byly vydány celkem 3 typy dluhopisů. Všechny dluhopisy nabízejí předčasné splacení

1. Reinvestiční spořicí státní dluhopisy – minimální částka 1 000 Kč, splatnost po 5 letech, rostoucí pevná úroková sazba (po řadě 0,25 %, 0,25%, 0,50%, 2%, 6%), frekvence připsání výnosu dluhopisu 1 ročně, možnost předčasného splacení jednou ročně.
2. Variabilní spořicí státní dluhopisy – minimální částka 1 000 Kč, splatnost po 6 a půl letech, výnos je určen pohyblivou úrokovou sazbou, která se vypočítá jako průměrná referenční úroková sazba (6M PRIBOR + marže, aktuálně dle 6 referenčních bank), frekvence připsání výnosu dluhopisu 2 ročně, možnost předčasného splacení dvakrát ročně. (marže po řadě: 0,15%, -0,25%, -0,20%, -0,15%, -0,10%, -0,05%, 0,00%, +0,05%, +0,1 %, + 0,15%, +0,2%, +0,25%, +0,30% p. a.)
3. Proti-inflační spořicí státní dluhopisy – minimální částka 1 000 Kč, splatnost po 6 a půl letech, výnos je určen procentní změnou indexu spotřebitelských cen, frekvence připsání výnosu dluhopisu 2 ročně (z toho vyplývá, že roční inflace neodpovídá dle ČSU, jelikož se bere půl roční inflace), možnost předčasného splacení dvakrát ročně, výhodou těchto dluhopisů je, že v případě deflace zůstane jmenovitá hodnota stejná. <sup>[6]</sup>

Výnos ze státních dluhopisů je ponížen o zvláštní sazbu daně a to 15%. Zdaněn je tedy úrokový výnos tak i rozdíl mezi nominální a emisní hodnotou. Pokud se změní úrokové sazby, změní se i cena, za kterou lze prodat či nakoupit tento cenný papír. Základním ukazatelem, který ovlivňuje vnitřní hodnotu dluhopisu a následně i cenu tržní, jsou tržní úrokové sazby. Platí, že s jejich růstem klesá současná hodnota budoucích plateb plynoucích z dluhopisu, takže klesá vnitřní hodnota dluhopisu a následně i jeho **tržní cena**. Naopak s poklesem úrokových sazeb bude současná hodnota budoucích příjmů plynoucích z dluhopisu vyšší, takže vzroste vnitřní hodnota a tím i **tržní cena** dluhopisu. U dluhopisů se jedná především o **úrokové riziko**. **Volatilita** tržní ceny je větší, čím je delší splatnost dluhopisu a s nižší úrokovou sazbou a kupónovou mírou. Především se dluhopisy mohou vyplatit, pokud je bude držet investor do splatnosti. A to hlavně v případě reinvestičních dluhopisů. Tuto investici taktéž budeme považovat za **bezrizikovou**, jelikož neočekáváme změnu ceny dluhopisu či úrokových sazeb během jednoho roku.

Výpočet výnosností pro 1. typ dluhopisu je dán tabulkovou hodnotou. Pro druhý typ je to poněkud komplikovanější, jelikož je dán tabulkovou hodnota + referenční úroková sazba, kterou budeme muset odhadnout. Pro třetí typ budeme postupovat takto. <sup>[7][4]</sup>

### 4.2.1. Výpočet proti-inflačních státních dluhopisů

Kvůli technickým omezením je stanovení míry inflace o dva měsíce předcházející měsíci výplaty výnosu.

Vzorec výpočtu výnosu (%):

$$\left( \frac{I_{CPI,duben}}{I_{CPI,říjen}} - 1 \right) * 100 = 0,5719 \% \quad 10.$$

Výnosové období: 12. 12. 2013 – 12. 6. 2014

Index spotřebitelských cen – říjen 2013: **122,4\***

Index spotřebitelských cen – duben 2014: **123,1\***

\*zdroj ČSU, I<sub>CPI</sub> bazický index spotřebitelských cen za daný měsíc (průměr roku 2005 = 100)  
[6]

### 4.3. Kmenové akcie

Reprezentují závazek korporace vyplácet periodicky jako dividendy určitou částku, kterou správní rada považuje za přiměřenou (podíl ze zisku). Akcie je cenný papír, který potvrzuje, že jeho majitel (držitel) je akcionář, tj. že vložil určitý majetkový podíl (kapitál) do akciové společnosti. Částka, za kterou se akcie dá koupit či prodat se časem značně mění a tím se roční výnosnost stává nepředvídatelnou. Tato investice může nabídnout značně vyšší výnosnost nežli obligace, avšak tento fakt je kompenzován větší nestálostí.

U akcií, s kterými se obchoduje na burze, je určována jejich cena zákonem nabídky a poptávky. Při emisi akcií mají jednotlivé akcie nominální hodnotu. Existují také akcie bez nominální hodnoty, ty se kupují při očekávaném zisku z dividend a růstu kapitalizace akcie. Na změnách nabídky a poptávky se podílí řada různých faktorů, například konkrétní výsledky akciové společnosti v minulosti, očekávání trhu v budoucnu a srovnání těchto hodnot, úroveň důvěry v makroekonomiku, důvěra v segment, ve kterém se akcie nachází či důvěra v konkrétní emisi akcie. Velký vliv má také mediální obraz společnosti a množství citací v negativních zprávách nebo přesun investic mezi různými instrumenty finančních trhů (**akcie**, dluhopisy, měny, komodity apod.). Další změnou ceny akcie může být, že společnost potřebuje další kapitál a vydá další akcie, dojde tím tak ke snížení tržní ceny současných (nebo naopak odkoupí své akcie).

Samozřejmě lze vybírat mezi akciemi méně či více rizikovými. Mezi ty méně rizikové určitě patří akcie velkých podniků (například akcie ČEZ). Naopak ty více rizikové u menších společnostech, u kterých je možný i úplný bankrot. Ale opět vyšší riziko nese vyšší výnos.

Nesmíme opomenout, že zisky z dividend jsou sníženy o 15% daň. Daň z příjmu se platí pouze tehdy (§4 zákona o dani z příjmů), pokud doba mezi nabytím a převodem (nákupem a prodejem) nepřesáhne 36 měsíců. Zisky a ztráty z jednotlivých prodejů cenných papírů lze vzájemně započítat, jinými slovy zisk z prodeje jednoho titulu lze snížit o ztrátu z prodeje jiného cenného papíru.<sup>[7]</sup>

Pro tuto práci by bylo ideální (nejen pro tuto práci) pokud bychom měli informace o budoucím vývoji akcie od osoby z oné společnosti, jedná se ale o tzv. Inside trading a je velmi tvrdě postihován zákonem.

### 4.3.1. Výpočet výnosnosti akcie

Průměrná výnosnost akci za určitou dobu  $t$ . Budeme určovat z historických nominálních hodnot akcií s určitým časovým krokem (týden, měsíc, rok). Nejprve budeme potřebovat určit **výnosnost** pro daný časový krok, to provedeme dle vzorce:

$$r_t = \frac{FV - PV + D_t}{PV} \quad 11.$$

$FV$  – future value, budoucí hodnota

$PV$  - present value, současná hodnota

$D$  - dividenda

Když vypočteme potřebné výnosnosti v daných obdobích, můžeme určit **průměrnou výnosnost** za dobu  $t$ .

$$\alpha_r = \frac{(\sum_{t=1}^T r_t)}{T} \quad 12.$$

$T$  - celková doba

Tak zjistíme očekávanou výnosnost akcie pro námi hledané období (změna tržní ceny). Dle Markowitzova přístupu tedy ještě potřebujeme určit **směrodatnou odchylku** pomocí metody **ex post (směrodatná odchylka)**, abychom vyjádřili riziko akcie.

$$\sigma = \left[ \frac{\sum_{t=1}^T (r_t - \alpha_r)^2}{T - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad 13.$$

[4]

## 4.4. Terminované vklady

Termínovaný vklad je druh bankovního účtu určený ke garantovanému zúročení vkladu. Sjednává se v měsících, u kterých to banka umožňuje, na předem vymezenou dobu (několik dní až několik let) a na sjednaný úrok. Sjednaný úrok může být stanoven pevný nebo proměnlivý, stanovený jako příplatek k základní bankovní úrokové sazbě nebo jako aktuální bankovní sazba pro aktuální parametry účtu. Jde o bez rizikovou investici ale s nízkým zhodnocením. Například J&T Bank nabízí za rok při vložení 200 000 Kč úrok 2,05 %. Podléhá také dani z úroků. Určitým rizikem je možnost krachu banky, u které je vklad uložen. Ale jedná se pouze o morální riziko, jelikož vklad s úrokem je pojištěn u FPV (Fond pojištění vkladů) do výše 100 000 EUR.

## 4.5. Hmotná aktiva

V říjnu roku 2013 proběhla intervence České národní banky, cenné papíry jako akcie a obligace byly po úpravě inflace relativně zklamáním, co se týče reálné výnosnosti. Je to důsledkem toho, že všechny tyto aktiva jsou obchodovány v měně, neboli samotná podstata měny je taková, že se její hodnota mění. Právě proto jsou hmotná aktiva důvodem atraktivního zajištění proti inflaci. Do této kategorie spadají nemovitosti, sběratelská aktiva (známky, čínská keramika, mince) a komodity.

### 4.5.1. Komodita

Nejprve obecně co je to vlastně komodita. Jedná se o zboží, které je na trhu obchodováno bez rozdílu v kvalitě. Dodávky od různých dodavatelů jsou vzájemně zastupitelné. Jsou to produkty jednotné hodnoty a kvality vyráběné ve velkém množství mnoha různými výrobci. Aby byl možný obchod s těmito produkty, je na každé komoditní burze určena vlastnost a množství obchodované komodity. Mezi komodity patří hlavně suroviny a zemědělské produkty, s kterými se obchoduje ve velkém měřítku.

Podílet na obchodu s komoditami se můžeme:

- Nepřímo (nákupy akcií těžařských společností)
- Přes Futures (kontrakt s odloženým termínem dodání, za danou cenu k určitému datu)
- Koupě fyzické komodity (spíše drahé kovy, většinou nemůžeme skladovat barely ropy na zahradě)

Koupě fyzické komodity vyhovuje investorům, kteří hledají pojistku pro případ extrémních situací (hyperinflace a válka). Výhodou komodity (zlata) je, že má svou vnitřní hodnotu a slouží tedy jako uchovatel hodnoty. To je oproti všem předešlým investicím rozdíl, jelikož všechny předešlé investice jsou vyjádřené v měně, která v současné době není krytá. Navíc komodity (zlata) není neomezeně oproti měně. O bezrizikovou investici se ovšem nejedná, opět zde panuje volatilita.

Z drahých kovů můžeme například investovat do: mědi, platiny, paladia, diamantů, lithia, stříbra a zlata. Nevýhodou některých může být nízký poměr cena a rozměr (Cu, Pd). Dále například likvidita je větší u kovů, s kterými se hojně obchoduje (zlato, stříbro). V případě diamantů je problém s ověřováním kvality a hodnota je dána velikostí (dělením ztrácí na ceně). Navíc kromě zlata tyto kovy podléhají sazbě DPH a tím vzniká rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou.

### 4.5.2. Zlato

Jak již bylo zmíněno, zlato je taktéž volatilní. Obchoduje se převážně s čistým zlatem (24 karátů). Nebudeme zvažovat, zda nakoupíme slitky ve velikosti 1 unce (1 Oz = 31,1035 g) 50 g, 250 g, a tak dále (cena na 1 g je u větších slitků menší, ale likvidita je nižší). Budeme používat burzovní cenu, i když se tato hodnota řídí obchody o objemu min. 1 000 Oz. Základní cena bude vyjádřena v ceně na gram. Pro některé investory je výhodné, že držení zlata a stříbra je čistě anonymní. Ověření pravosti kovu provádí puncovní úřad. <sup>[4][3]</sup>

## 5. Vytvoření portfolia

Následující postup je:

1. Výčet všech investic
2. Analýza jednotlivých investic (výnos, směrodatná odchylka a vzájemná kovariance)
3. Nalezení všech možných portfolií (přípustnou množinu)
4. Určení optimálního portfolia jako průsečík investorových křivek indiference a množiny portfolií

Budeme si ilustrovat investora, který má volnou hotovost a hodlá ji celou investovat na 1 rok a poté si všechny peníze vybere. Jako počáteční dobu investice vezmeme červen roku 2014. Pro zjištění potřebných výnosností a směrodatných odchylek použijeme data z předchozích 3 let, konkrétně pro konečné ceny v daný den.

### 5.1. Výčet investic

- 1) Pokladniční poukázky
- 2) Dluhopisy reinvestiční
- 3) Dluhopisy variabilní
- 4) Dluhopisy protiinflační
- 5) Akcie ČEZ a.s.
- 6) Akcie Philip Morris a.s.
- 7) Akcie O2 CZ a.s.
- 8) Akcie CETV a.s.
- 9) Terminovaný vklad
- 10) Zlato

#### Pokladniční poukázky

Ke dni 27. 06. 2014 je emise s výnosností 0,07 % p. a. po době splatnosti za 1 rok. Kód této emise je 22703695. Směrodatnou odchylku této investice považujeme za nulovou.<sup>[10]</sup>

#### Dluhopisy reinvestiční

Tyto dluhopisy mají **výnosnost 0,25% p. a.** Splatnost těchto dluhopisů je 5 let, takže pro náš účel využijeme předčasného splacení po roce investování. Směrodatná odchylka bude **nulová**. Následně tedy **pokladniční poukázky** můžeme z našeho portfolia rovnou vyřadit (jelikož máme vyšší výnos při stejném riziku – předpoklad nenasyčenosti).

#### Dluhopisy variabilní

Tato investice nemá tak jednoznačnou výnosnost. V našem období je výnosnost pro první půl rok 0,15% p. a. a pro další období průměrná referenční sazba – 0,25%. Průměrná referenční sazba má momentálně klesající charakter (po půl roce od 12. 6. 2014 – 0,42%, 0,49%, 0,6% 0,68%, 1,5%, 1,46%). Budeme tedy předpokládat průměrnou roční hodnotu **1,71%** (součet za obě pololetí). **Směrodatná odchylka je 109,25 %.**

## Dluhopisy protiinflační

Způsob výpočtu výnosnosti je dán výše (část Dluhopisy, obligace). Způsob připsování je 2 krát ročně, takže budeme počítat inflaci následující období po půl roce. Dle indexu spotřebitelských určíme míru inflace mezi období říjen - duben a duben - říjen. Vypočteme průměrnou míru inflaci pro daná období a získáme tyto hodnoty. Směrodatnou odchylku vypočteme pomocí metody ex post. Výsledný výnos je **1,68 %** s odchylkou **149,22%** <sup>[12]</sup>

### Akcie ČEZ

Jedná se o dominantního výrobce elektřiny v Česku. Elektřinu vyrábí, distribuuje celkem v 7 zemích Evropy. Dle údajů z propagačních materiálů z ČEZu se očekává dividendy v rozsahu 50-60% z konsolidovaného zisku. V minulých 3 letech byla 40 Kč na akcii. Budeme tedy předpokládat nadále dividendu **40 Kč**. [17] Vypočtená výnosnost: **-1,59%**. Směrodatná odchylka: **31,76 %**.

### Akcie Philip Morris a.s.

Přední výrobce a prodejce tabákových výrobků v České republice. Nabízejí cigarety značek: Marlboro, Red&White, L&M, Petra a Sparta. Dividenda pro jednu akcii je za posledních 5 let průměrována na hodnotu **936 Kč**. [16] Vypočtená výnosnost: **11,69%**. Směrodatná odchylka: **10,06 %**.

### Akcie O2 CZ a.s.

Jde o společnost, která je největším komunikačním operátorem na českém trhu. Provozuje skoro 8 miliónů mobilních a pevných linek. Dividenda pro jednu akcii je za posledních 5 let průměrována na hodnotu 33,6 Kč. Avšak součástí dividendy 2011 je částka odpovídající snížení základního kapitálu a 2012 je součástí snížení emisního ážia. Poslední dividendy byla za poslední rok 18 Kč. Proto považují průměrnou hodnotu za poněkud nesměrodatnou a užijí pouze průměr čistých dividend za poslední 3 roky. Takže předpokládaná dividendy bude **21,6 Kč**. [15] Vypočtená výnosnost: **-6,12%**. Směrodatná odchylka: **17,02 %**.

### Akcie CETV a.s.

Společnost provozuje televizní stanice, internetové společnosti a firmy zabývající se televizní výrobou ve střední a východní Evropě. Pod tuto společnost spadá například TV Nova, Fanda TV. Tato společnost se však rozhodla dividendy nevyplácet, tudíž jde o výnos (ztrátu) spojený pouze s pohybem tržní ceny (CFD akcie). Vypočtená výnosnost: **-40,50%**. Směrodatná odchylka: **25,66 %**.

## Terminovaný vklad

V části finančních produktů jsem uváděl úrok banky J&T bank 2 % p. a., avšak je podmínkou minimálního vkladu 100 000 Kč a součet všech hodnot vlastněných produktů je roven 500 000 Kč. To pro našeho typového investora je poněkud nevýhodné, když je ochoten investovat 200 000 Kč. Proto budeme muset jít s výnosem dolů a zvolíme třeba banku mBank, která nabízí úrok **1,05%** p. a. s minimálním vkladem 1 000 Kč. Směrodatná odchylka je **0**.<sup>[13]</sup>  
<sup>[14]</sup>

## Zlato

Budeme počítat v cenu zlata v 1 g/CZK. Vypočtená výnosnost: **2,05%**. Směrodatná odchylka: **16,91 %**.



## 5.2. Výpočet výnosností a směrodatných odchylek

- V programu Excel pro rozptylu uijeme funkci VAR. VYBER
- V programu Excel pro směrodatnou odchylku uijeme funkci SMODCH.VYBER

Když sestavíme matici typu (m, n) výnosu za jednotlivé roky pro dané investice. Získáme 3 řádky pro výnosnost za roky: 2014/2013, 2013/2012 a 2012/2011. Jako sloupce budeme mít jednotlivé investice. Celkem tedy 9 sloupců.

Tabulka. č.1 Výnosy investic

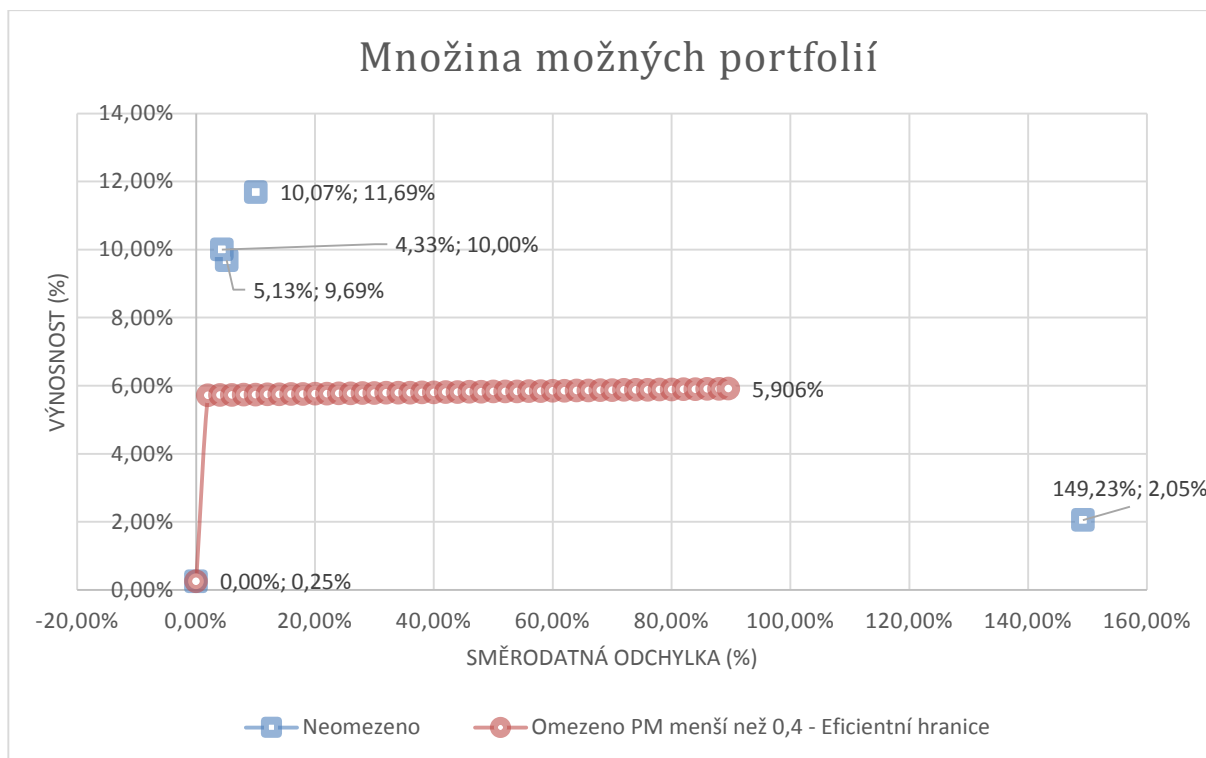
	ČEZ	PM	CETV	ZLATO	TERMIN	O2	REINV EST	VARIAB	PROTIINFL
<b>2013/2014 (%)</b>	0,344	0,019	<b>-0,184</b>	<b>-0,131</b>	1,050	0,111	0,250	0,910	0,730
<b>2012/2013 (%)</b>	<b>-0,255</b>	0,111	<b>-0,345</b>	<b>-0,011</b>	1,050	<b>-0,229</b>	0,250	1,280	0,910
<b>2011/2012 (%)</b>	<b>-0,137</b>	0,220	<b>-0,686</b>	0,203	1,050	<b>-0,066</b>	0,250	2,960	3,400
<b>PRŮMĚR (%)</b>	-0,016	0,116	-0,4051	0,0206	1,0500	-0,0612	0,2500	1,7167	1,6800

Následně potřebujeme vytvořit kovarianční matici (9,9), což by bylo poměrně zdlouhavé počítat, kdybychom počítali člen po členu. Uijeme vzorec pro výpočet kovariance a zakomponujeme ho do maticového typu. Potřebný kód je zde: =SOUČIN.MATIC (TRANSPOZICE (B19:J21-B22:J22);B19:J21-B22:J22)/2. Takto vzniklá matice je uvedena v příloze jako Tabulka. č.2.

V této operaci násobíme mezi sebou matici transponovaných výnosností zmenšenou o střední hodnotu výnosností s maticí výnosností zmenšenou o střední hodnotu výnosností a to vše podělené N-1 prvky (tedy 2, když máme 3 roky). N-1 se použije místo N, jelikož se jedná o výběr a nikoliv všechny možné roky.

Následuje poslední krok výpočtu a to použití vzorce pro výpočet směrodatné odchylky portfolia v maticovém tvaru ( $X^T V X$ ). Vynásobíme transponovanou matici vah jednotlivých investic (1,9) s kovarianční maticí (9,9) a pak výslednou maticí (1,9) násobíme zprava maticí vah (9,1). Vznikne nám tak konečná matice o rozměru (1,1) tedy pouze jedna hodnota. Tuto hodnotu odmocníme a to je výsledná směrodatná odchylka portfolia. K vyhledání potřebného portfolia uijeme funkci řešitel. Nastavíme účelovou funkci na výnos či směrodatnou odchylku, proměnou modelu budou jednotlivé váhy investic. Musíme také přidat omezující podmínky, a to že všechny váhy musí být větší rovno 0 a součet všech vah musí být roven 1. Uijeme hledání maxima a minima a případně hledání určité hodnoty a tím získáme množinu možných portfolií.

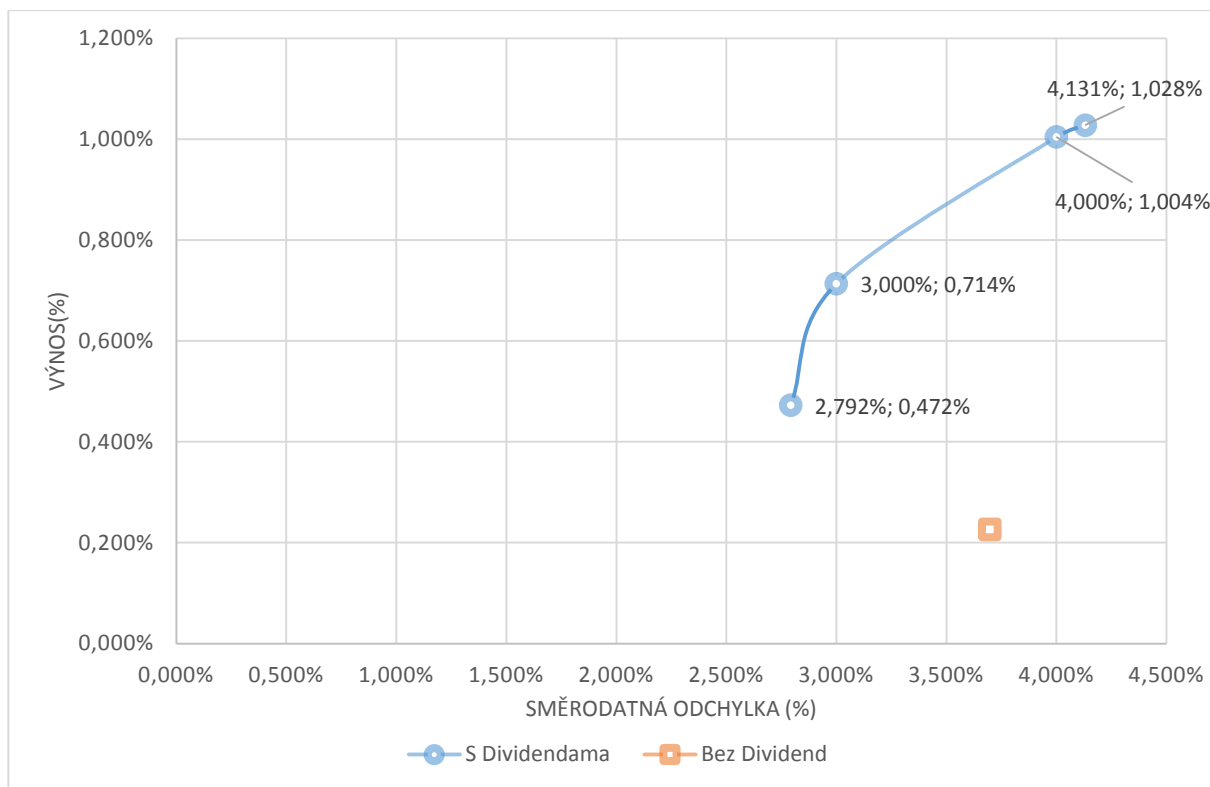
Pro požadavek nejvyššího výnosu při minimální odchylce použijeme omezující podmínku pro směrodatnou odchylku a hledáme řešení pro maximální výnos. Takto získáme **efektivní hranici**. Aby se eliminovala možnost investice pouze do jedné nejvýnosnější investice je nutno použít taktéž podmínku, která zakazuje její větší podíl v portfoliu (užil jsem podmínku, že akcie Phillip Morris musí být menší než 0,4).



(Obr. č.01 Množina možných portfolií - viz. Přílohy)

Jelikož trh s akciemi se chová jinak než trh s dluhopisy (u dluhopisu známe budoucí úroky a nominální hodnotu), pro srovnání je zde portfolio složené pouze z akcií pouze na měsíční období. Akcie jsou volatilní oproti dluhopisům, proto měsíční období. Zároveň je podstatné brát v úvahu měsíc, kdy je vyplácena dividenda.

Tabulku procentuálních měsíčních rozdílů v tržní hodnotě jednotlivých aktiv (Tabulka č.4). Jako měsíc je použit nikoliv klasický kalendářní, ale zvolil jsem si referenční jako počet dní mezi 27. 6. 2014 a 27. 5. 2014 (24 včetně dnů konečné ceny). Zvolil jsem tak proto, jelikož burza není otevřena o víkendech a státních svátcích. V tabulce nejsou obsaženy dividendy k výplatnímu měsíci. Měsíce, kdy společnosti vyplácejí dividendy, jsou: ČEZ - Srpen, PM - Květen a O2 v Říjnu. V tabulce jde vidět, jak cena akcie společnosti CETV velmi osciluje, takže jde vidět, že se jedná spíše o akcii ke krátkodobé investici (zisk dle rozdílu tržní ceny). Nicméně smyslem diverzifikace je hledat korelaci, proto tam i přesto tuto akcii zařadíme.



(Obr. č.02 Akciové portfolio)

### 5.3. Investorovy preference

Obecně se předpokládá, že investoři mají odpor k riziku, takže si vyberou portfolio s menší směrodatnou odchylkou. Všichni investoři ale (jak už je zmíněno výše) nemají stejný stupeň odpor k riziku. Jak ale zjistit investorovy preference?

Pro tento účel je vhodné položit investorovi několik otázek. V bankovním sektoru se tento problém řeší otázkami (vytištěnými na formuláři) ohledně velikosti kapitálu, který je možno „obětovat“, jaké zkušenosti s investicemi investor má a jaký je záměr jeho investice, jaký je jeho podíl investice vůči jeho celkovému majetku a tak dále. Následně vás zařadí do 1 z 3 zmíněných kategorií (většinou na celkové stupnici od 1-10). K tomu se jim přiřadí fondy, které spadají do vaší kategorie. Avšak pro použití k této teorii je výhodnější na to jít jinou cestou.

Vycházejíce z teorie užitku je sestaven formulář pro náhodného investora, ve kterém se kladou otázky na to kolik je investor ochoten vložit peněz do „hazardu“. Například: „PŘEDSTAVTE SI HOD MINCÍ, KDE SOUTĚŽÍTE O PENÍZE: OREL (50%) PŘEDSTAVUJE 8 181 Kč A PANA (50%) PŘEDSTAVUJE 5 455 Kč. JAKOU ČÁSTKU NABÍDNETE, ABYSTE SE MOHL/A ZÚČASTNILI VE HŘE?“. Částka je omezena z obou stran (aby investor nemohl nabídnout více či méně než je uvedeno, například v tomto případě nemůže odpovédět 5000).

Předpokladem pro použití těchto hodnot je zavedený očekávaný užitek, který je dán jako součet součinu pravděpodobností s užitekem (penězi). Riziko je vyjádřeno pomocí směrodatné odchylky. Vyjadřuje riziko ztráty i možnost vyšší výhry. Reálně totiž akcie mohou klesat ale i stoupat. Ta je vztažena k očekávanému užtku neboli očekávaný užitek uvedeného příkladu je

7272,73 což je 10% od obou hodnot (727,27). Podle odpovědi respondenta pak spočteme požadovaný výnos dle:

$$r = \frac{U_E}{\frac{U_x}{100}} - 100 \quad 14.$$

$U_E$ - očekávaný užitek (expected utility)

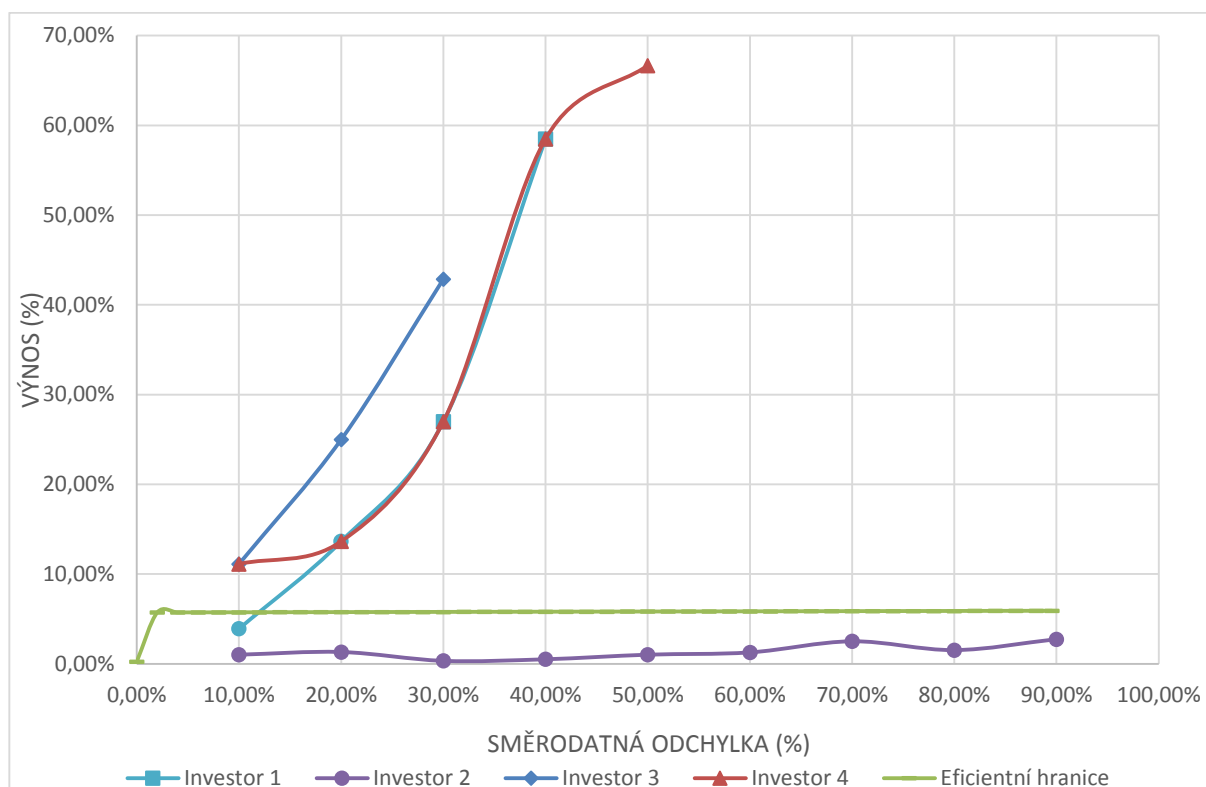
$U_x$ - požadovaný užitek (required utility)

Zpracováním zjistíme křivky indiference investora. Je pravděpodobné, že se nenalezne přímo průsečík či tečný bod k efektivní hranici. Potom je možnost bezrizikové investice či postupně snižovat výnos (tím i užitek) dokud se nenalezne tečný bod (posunování křivky dolů).

Když tedy určíme bod dotyku efektivní hranice s indiferenčními křivkami, stačí vyhodnotit složení daného portfolia.

## 5.4. Závěrečné vyhodnocení

V příloze (Tabulka. č.5) jsou uvedeny odpovědi na formulář. Ne všechny odpovědi vyhovovaly a nemohly se použít k řešení. Po této úpravě vznikl graf indiferenčních křivek různých investorů (obr. Indiferenční křivky). Pro větší zřetelnost je zde zvětšenina stěžejní oblasti grafu.



(Obr. č.03 Zvětšené Indiferenční křivky)

Investor číslo 6 nesplnil základní požadavek a to předpoklad nenasycenosti. Investor 4 měl zpočátku averzi k riziku a poté riziko vyhledával. Dle zadaných hodnot pouze investor 3 správně odhadl své preference k riziku (otázka 10 v dotazníku).

Investor 1 má průnik s efektivní hranicí v bodě 12% s výnosností 5,74 %, složení jeho portfolia je: 0,448 Protiinflační dluhopisy, 0,4 akcie PM, 0,152 Zlato. U zbylých investorů

neexistuje přímý průnik s hranicí. Proto je třeba změnit výnosnost pro celou křivku, dokud nevznikne společný bod s efektivní hranicí. Pro investora 2 při postupném zvyšování by dle jeho preferencí nastal největší užitek v bodě 70%, 5,864%, složení jeho portfolia je: 0,11 Protiinflační dluhopisy, 0,4 akcie PM, 0,49 Zlato. Pro zbylé dva investory tento případ nastane v bodě 10% 5,736%, složení jejich portfolia je: 0,46 Protiinflační dluhopisy, 0,4 akcie PM, 0,14 Zlato.

## Závěr

V práci se povedlo dosáhnout celkového cíle, tedy výsledného složení portfolia pro investora na základě dostupných aktiv. Avšak jedná se o zjednodušený model, který by nejspíše při nabídnutí investorovi neobstál, jelikož portfolio obsahovalo pouze 3 finanční produkty. To způsobilo zejména očekávaná nevýnosnost ostatních aktiv (byla snaha o maximalizaci výnosu). Od skutečného výsledku se bude portfolio lišit o daně a poplatky za zprostředkování. Pro lepší diverzifikaci by bylo za potřebí také více finančních produktů, ideálně z celého světa. Také zahrnutí nemovitostí do portfolia je výhodné.

Jelikož v posledních třech letech byl na burze, co se týká cen akcií spíše pokles. Tři ze čtyř vybraných akcií byly při ročních investicích bylo průměrně prodělečné. Což neznamená, že by tomu bylo stejně, kdyby se doba investice zmenšila. Proto jsem pro akcie vytvořil srovnání, jak by to vypadalo v případě měsíční investice. Při pohledu na tabulku měsíčních výnosů lze nalézt i více než 10 % měsíční výnosy (při správném načasování dokonce i 43,15% -nesmí se ale opomenout, že výnosy nejsou sníženy o patřičnou daň).

Bohužel jsem nemohl zařadit akcie České zbrojovky do svého portfolia, jelikož byly delistovány ze seznamu obchodovaných akcií na Pražské burze. Právě akcie z toho odvětví mají tendenci se chovat opačně (korelují) s „normálními“ akciemi.

Současný problém s klasickými dluhopisy je to, že tržní úrokové sazby jsou na minimu a nemají téměř kam klesat (jako je tomu u většiny západního světa). Proto byly z hlediska výnosnosti dluhopisy nezajímavé.

Hlavním problémem této práce je správnost určení očekávané výnosnosti. Výnosnost je založena na historickém vývoji, ale není příliš spolehlivá. Ideální by bylo přihlédnout k hospodářskému cyklu (recese či expanze), alokaci investice, politickým dopadům a dalším vlivům působícím na konečnou cenu aktiva. Takto zpracované prognózy pak vyhodnotit jako koeficient, kterým se vynásobí očekávaný výnos. Možnou inspiraci by mohly být investiční indexy (PX) či růst HDP. Jedna z takových možností je model CAPM.

---

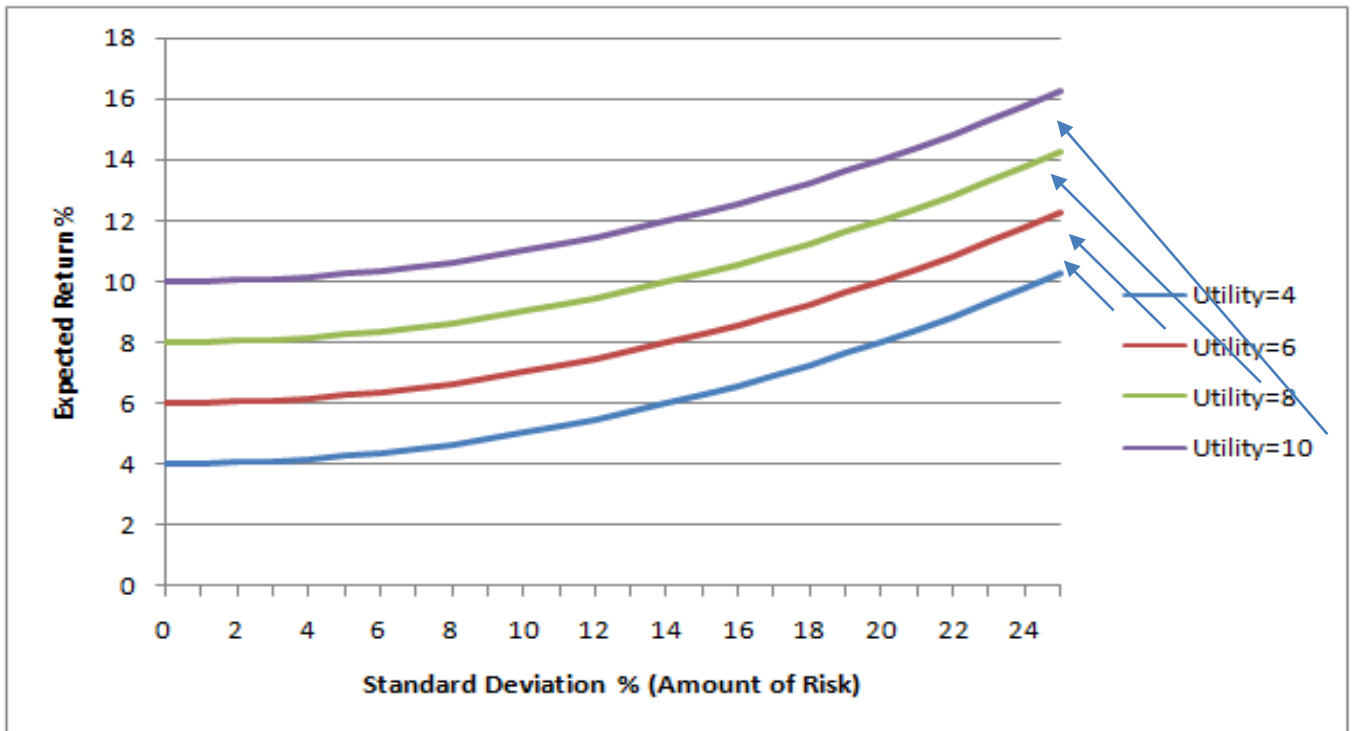
# Seznam Literatury

---

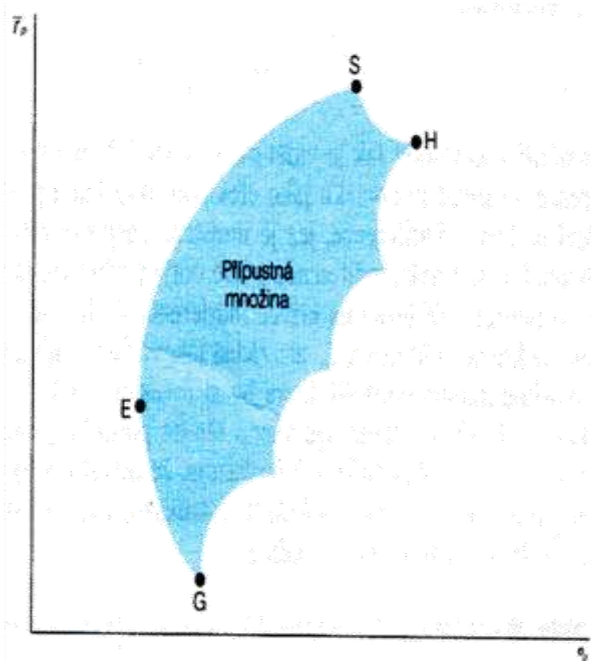
## Publikace

- [1] Klein D. B., Daza R., Mead H. 2013: Harry M. Markowitz Harry M. Markowitz. - Econ Journal Watch, Volume 10, Issue 3, September: 4 s.
- [2] NOVOVIČOVÁ J. 1999: Pravděpodobnost a matematická statistika. – Vydavatelství ČVUT, Praha, 44 s. ISBN 80-01-01980-2
- [3] MALONEY M. *Investujte do zlata a stříbra*. Přeloženo Jana Novotná. Praha: PRAGMA, 2008. 244 s. ISBN 978-80-7349-156-7.
- [4] SHARPE, WILLIAM F. - ALEXANDER, GORDON J. *Investice*. Přeloženo Zdeněk Šlehofr. 4. vyd. Praha: Victoria Publishing, 1994. 810 s. ISBN 80-85605-47-3.
- [5]SEKERKA B. *Cenné papíry a kapitálový trh*. Vyd. Praha: PROFESS 1996. 179 s. ISBN 80-85235-41-2
- [6] MFČR, Ministerstvo financí České republiky, online: <http://www.sporicidluhopisycr.cz/cs/o-dluhopisech>, cit. 12. 10. 2014
- [7] CENTRUM, online:<http://zakony.centrum.cz/zakon-o-danich-z-prijmu/cast-3-paragraf-36>, cit. 12. 10. 2014
- [8] ČSU, Český statistický úřad, online: [http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/mira\\_inflace](http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/mira_inflace), cit. 20. 11. 2014
- [9] Microsoft, online: <http://office.microsoft.com/cs-cz/excel-help>, cit. 20. 11. 2014
- [10] ČNB, Česká národní banka, online: [https://www.cnb.cz/cs/financni\\_trhy/trh\\_statnich\\_dluhopisu/spp/poukazky.jsp](https://www.cnb.cz/cs/financni_trhy/trh_statnich_dluhopisu/spp/poukazky.jsp), cit. 8. 10. 2014
- [11] Random walk, online: <http://randomly-walking.blogspot.cz/2010/08/v-behaviorurldefaultvml-o.htm>, cit. 8. 10. 2014
- [12] MFČR, Ministerstvo financí České republiky, online: <http://www.sporicidluhopisycr.cz/cs/uzitecne/ochrana-investice-pred-inflaci>, cit. 12. 10. 2014
- [13]J&T Bank, online: [https://www.jtbank.cz/public/bd/3e/42/18851\\_58488\\_Urokove\\_sazby\\_CD\\_CZ\\_2014\\_08\\_04\\_CZ.pdf](https://www.jtbank.cz/public/bd/3e/42/18851_58488_Urokove_sazby_CD_CZ_2014_08_04_CZ.pdf), cit. 24. 11. 2014
- [14] mBank, online: <http://www.mbank.cz/osobni/sporeni/mvklad/>, cit. 24. 11. 2014
- [15]O2, online: <http://www.o2.cz/spolecnost/dividendy/>, cit. 24. 11. 2014
- [16]Philip Morris CZ, online: [http://www.pmi.com/cs\\_cz/about\\_us/philip\\_morris\\_cr\\_shareholder\\_information/pages/dividends.aspx](http://www.pmi.com/cs_cz/about_us/philip_morris_cr_shareholder_information/pages/dividends.aspx), cit. 24. 11. 2014
- [17]ČEZ, České energetické závody, online: [http://www.cez.cz/edee/content/file/investors/investment-stories/equity-investors\\_september\\_2014.pdf](http://www.cez.cz/edee/content/file/investors/investment-stories/equity-investors_september_2014.pdf), cit. 24. 11. 2014
- [18]ČSOB, Československá obchodní banka, online: <http://www.karlin.mff.cuni.cz/~dupacova/downloads/Markowitz.pdf>, cit. 27. 4. 2015

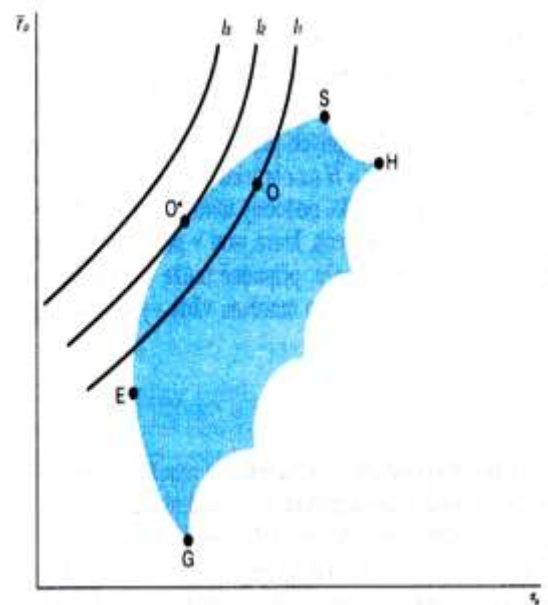
# PŘÍLOHY



(Obr. č.04 [11])

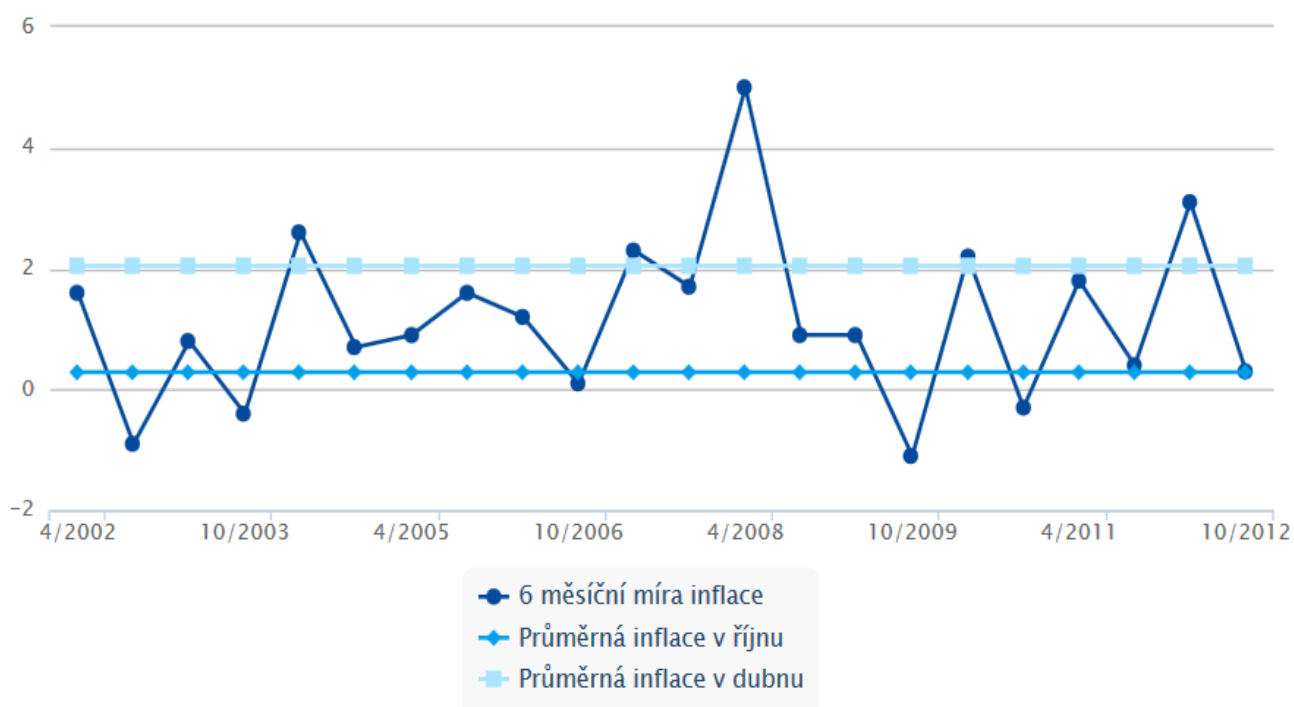


(Obr. č.05 [4])



(Obr. č.06 [4])

Vývoj šestiměsíční míry inflace v dubnu a říjnu v letech 2002–2012 (%)

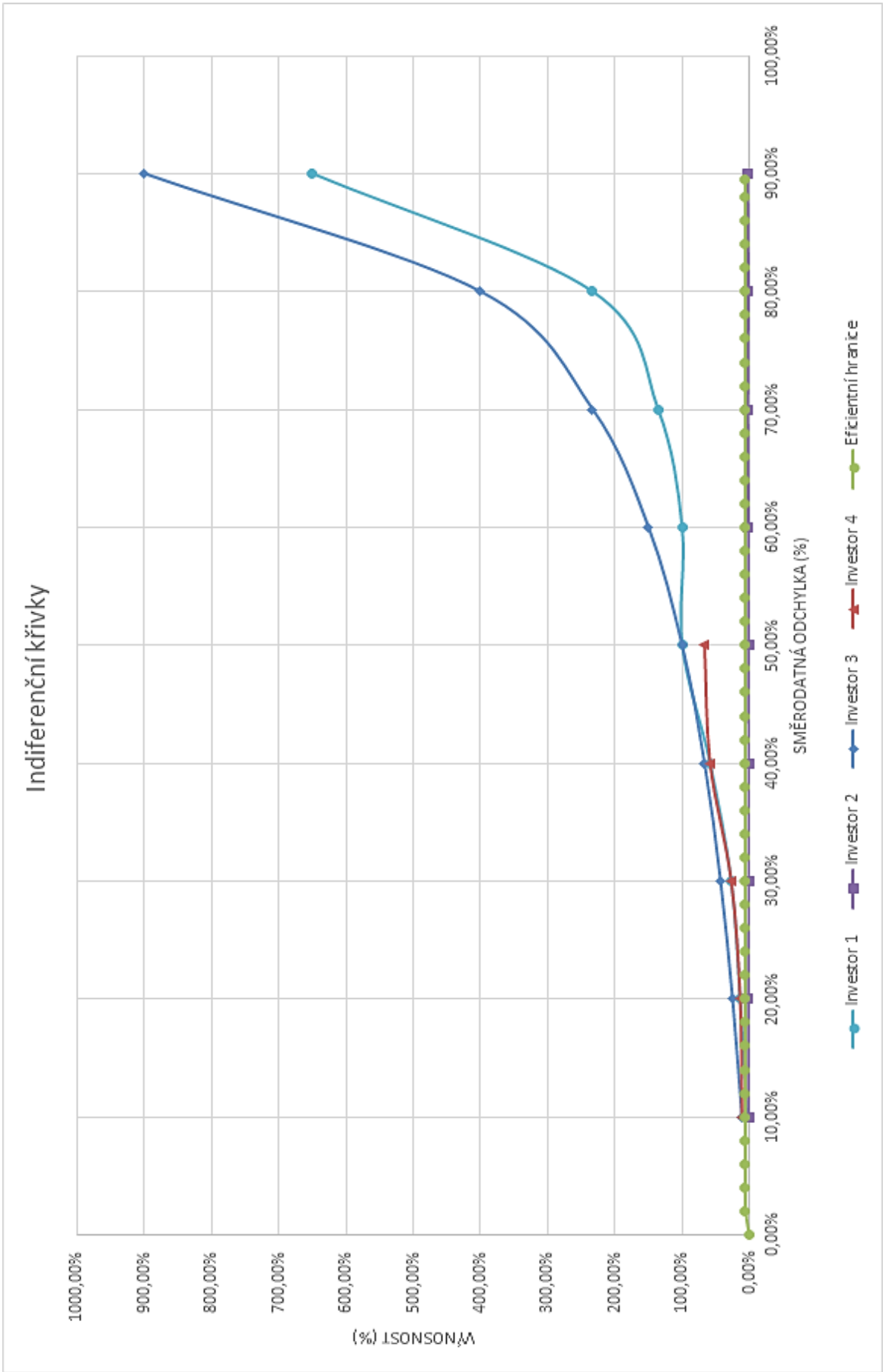


ŠESTIMĚSÍČNÍ MÍRA INFLACE V DUBNU A ŘÍJNU V LETECH 2002-2012 (%)

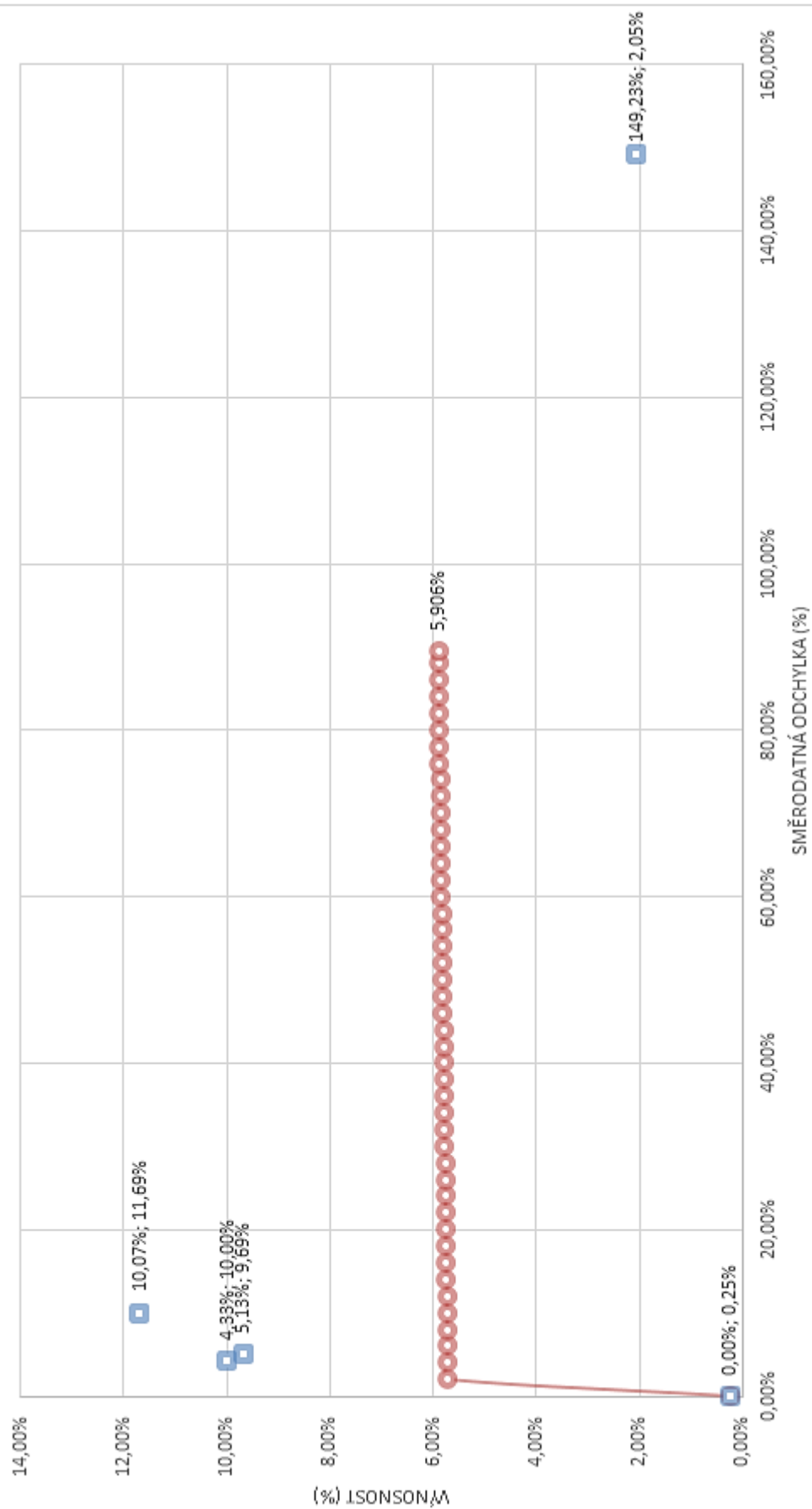
	duben	říjen
<b>minimum</b>	0,8	-1,1
<b>průměr</b>	2,0	0,3
<b>maximum</b>	5,0	1,7
<b>celková*</b>	24,9	3,1

(Obr. č.07 [12])





## Množina možných portfólií



---

# Dotazník: Průběh Výnos-Riziko

---

Záměrem tohoto formuláře je vytvoření indiferenčních křivek investora. Formulář je sestaven na základě teorie o užitku. Výsledkem tohoto formuláře bude průběh v grafu výnos-riziko. V otázkách rozhodnutí je kladen důraz na iracionalitu.

## 1. Rozhodnutí

Představte si hod mincí, kde soutěžíte o peníze:

OREL (50%) představuje 8 000 Kč a PANA (50%) představuje 6 545 Kč.

Jakou částku nabídnete, abyste se mohl/a zúčastnili ve hře?

## 2. Rozhodnutí

Představte si hod mincí, kde soutěžíte o peníze:

OREL (50%) představuje 8 181 Kč a PANA (50%) představuje 5 455 Kč.

Jakou částku nabídnete, abyste se mohl/a zúčastnili ve hře?

## 3. Rozhodnutí

Představte si hod mincí, kde soutěžíte o peníze:

OREL (50%) představuje 11 555 Kč a PANA (50%) představuje 6 222 Kč.

Jakou částku nabídnete, abyste se mohl/a zúčastnili ve hře?

## 4. Rozhodnutí

Představte si hod mincí, kde soutěžíte o peníze:

OREL (50%) představuje 11 095 Kč a PANA (50%) představuje 4 755 Kč.

Jakou částku nabídnete, abyste se mohl/a zúčastnili ve hře?

## 5. Rozhodnutí

Představte si hod mincí, kde soutěžíte o peníze:

OREL (50%) představuje 15 000 Kč a PANA (50%) představuje 5 000 Kč.

Jakou částku nabídnete, abyste se mohl/a zúčastnili ve hře?

## 6. Rozhodnutí

Představte si hod mincí, kde soutěžíte o peníze:

OREL (50%) představuje 16 000 Kč a PANA (50%) představuje 4 000 Kč.

Jakou částku nabídnete, abyste se mohl/a zúčastnili ve hře?

## 7. Rozhodnutí

Představte si hod mincí, kde soutěžíte o peníze:

OREL (50%) představuje 8015 Kč a PANA (50%) představuje 1415 Kč.

Jakou částku nabídnete, abyste se mohl/a zúčastnili ve hře?

## 8. Rozhodnutí

Představte si hod mincí, kde soutěžíte o peníze:

OREL (50%) představuje 18 000 Kč a PANA (50%) představuje 2 000 Kč.

Jakou částku nabídnete, abyste se mohl/a zúčastnili ve hře?

## 9. Rozhodnutí

Představte si hod mincí, kde soutěžíte o peníze:

OREL (50%) představuje 28 500 Kč a PANA (50%) představuje 1 500 Kč.

Jakou částku nabídnete, abyste se mohl/a zúčastnili ve hře?

## 10. Typ investora

Do jaké skupiny investora byste se zařadil?

- S averzi k riziku
- Neutrální k riziku
- Vyhledávající riziko

## 11. Pohlaví

Jaké je Vaše pohlaví?

- Muž
- Žena

## 12. Věk

Do jaké věkové skupiny patříte?

- 0-15 let
- 15-26 let
- 27-60 let
- 60 a více let

## 13. Investování

Máte zkušenosti s investováním?

- Ano
- Ne

Tabulka. č.2 Kovarianční matice

KOVARIANČNÍ MATICE								
0,1009	-0,0232	0,0498	-0,0345	0,0000	0,0514	0,0000	-0,1686	-0,1835
-0,0232	0,0101	-0,0255	0,0169	0,0000	-0,0082	0,0000	0,1049	0,1376
0,0498	-0,0255	0,0658	-0,0433	0,0000	0,0147	0,0000	-0,2772	-0,3701
-0,0345	0,0169	-0,0433	0,0286	0,0000	-0,0108	0,0000	0,1814	0,2410
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0514	-0,0082	0,0147	-0,0108	0,0000	0,0290	0,0000	-0,0357	-0,0212
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-0,1686	0,1049	-0,2772	0,1814	0,0000	-0,0357	0,0000	1,1936	1,6206
-0,1835	0,1376	-0,3701	0,2410	0,0000	-0,0212	0,0000	1,6206	2,2269

Tabulka. č.3 Efektivní hranice portfolia

Hodnota	Výnos (%)	Riziko (%)	Výnos (%)				
1	0,250%	0%	0,250	25	5,818%	48,0%	5,818
2	5,712%	2%	5,712	26	5,822%	50,0%	5,822
3	5,720%	4%	5,720	27	5,826%	52,0%	5,826
4	5,726%	6%	5,726	28	5,830%	54,0%	5,830
5	5,731%	8%	5,731	29	5,835%	56,0%	5,835
6	5,736%	10%	5,736	30	5,839%	58,0%	5,839
7	5,740%	12,0%	5,740	31	5,843%	60,0%	5,843
8	5,745%	14,0%	5,745	32	5,847%	62,0%	5,847
9	5,749%	16,0%	5,749	33	5,852%	64,0%	5,852
10	5,753%	18,0%	5,753	34	5,856%	66,0%	5,856
11	5,758%	20,0%	5,758	35	5,860%	68,0%	5,860
12	5,762%	22,0%	5,762	36	5,864%	70,0%	5,864
13	5,766%	24,0%	5,766	37	5,869%	72,0%	5,869
14	5,771%	26,0%	5,771	38	5,873%	74,0%	5,873
15	5,775%	28,0%	5,775	39	5,877%	76,0%	5,877
16	5,779%	30,0%	5,779	40	5,881%	78,0%	5,881
17	5,784%	32,0%	5,784	41	5,886%	80,0%	5,886
18	5,788%	34,0%	5,788	42	5,890%	82,0%	5,890
19	5,792%	36,0%	5,792	43	5,894%	84,0%	5,894
20	5,796%	38,0%	5,796	44	5,898%	86,0%	5,898
21	5,801%	40,0%	5,801	45	5,903%	88,0%	5,903
22	5,805%	42,0%	5,805	46	5,906%	89,5%	5,906
23	5,809%	44,0%	5,809				
24	5,813%	46,0%	5,813				

Tabulka. č.4 Měsíční výnosy akcií

Datum	ČEZ	PM	CETV	GOLD	O2
27. 6. 2014	4,14%	1,23%	-4,15%	2,76%	-3,07%
27. 5. 2014	-2,16%	7,096%	6,63%	-2,73%	-1,74%
22. 4. 2014	9,78%	-4,00%	-32,55%	4,65%	0,24%
18. 3. 2014	1,12%	2,51%	30,89%	2,74%	-0,44%
13. 2. 2014	3,11%	1,23%	-3,15%	-2,06%	1,43%
13. 1. 2014	-4,23%	-1,40%	20,04%	-0,37%	-0,14%
4. 12. 2013	-0,07%	-0,55%	-9,26%	-4,21%	-5,75%
1. 11. 2013	10,22%	-0,73%	-40,39%	4,84%	3,81%
30. 9. 2013	9,06%	0,83%	10,63%	-8,36%	9,340%
28. 8. 2013	5,647%	-4,59%	24,16%	-2,54%	-0,30%
26. 7. 2013	-1,49%	2,00%	7,23%	-10,17%	11,85%
24. 6. 2013	-15,44%	2,26%	-0,60%	-1,50%	-12,69%
22. 5. 2013	-1,76%	8,604%	-13,30%	-7,54%	6,60%
17. 4. 2013	-5,63%	-5,57%	-22,09%	1,24%	-12,29%
13. 3. 2013	-4,33%	0,44%	-4,26%	3,67%	-1,28%
8. 2. 2013	-5,35%	6,02%	-13,08%	-2,03%	0,15%
8. 1. 2013	0,99%	1,08%	27,80%	1,27%	-5,12%
29. 11. 2012	-7,33%	1,76%	-27,54%	6,73%	-10,34%
29. 10. 2012	-4,19%	-7,08%	-9,23%	1,47%	4,756%
25. 9. 2012	-2,76%	-1,31%	28,18%	-7,60%	-5,15%
23. 8. 2012	14,724%	2,23%	6,07%	0,95%	7,92%
23. 7. 2012	-4,22%	-0,88%	-10,58%	6,12%	0,80%
18. 6. 2012	3,48%	-0,01%	-16,36%	-6,09%	1,15%
16. 5. 2012	-10,14%	5,031%	3,15%	9,13%	0,19%
11. 4. 2012	-2,18%	0,91%	-0,52%	-5,65%	-5,89%
8. 3. 2012	-0,56%	-1,28%	-13,14%	13,82%	4,85%
6. 2. 2012	0,12%	-3,46%	15,90%	9,27%	-3,70%
4. 1. 2012	8,49%	-3,05%	-14,27%	-2,96%	0,77%
1. 12. 2011	-4,52%	6,66%	-24,88%	-14,03%	-0,10%
27. 10. 2011	14,45%	11,09%	43,15%	1,29%	6,873%
23. 9. 2011	-10,30%	0,00%	-27,72%	-1,29%	-9,41%
23. 8. 2011	-9,226%	5,82%	-31,99%	13,20%	0,36%

Tabulka. č.5 Odpovědi respondentů

Investor 1	Investor 2	Investor 3	Investor 4	Investor 5	Investor 6
7000	7200	6545	6545	7000	8000
6000	6730	5455	6000	7800	8181
7000	8860	6222	7000	8800	11555
5000	7885	4755	5000	7900	11095
5001	9900	5000	6000	10000	15000
5000	9875	4000	8000	10000	16000
2000	4600	1415	4000	4500	8015
3000	9850	2000	9000	10000	2000
2000	14600	1500	10000	15000	1500

---

Tomáš Ludma

K horce 417

Louňovice

251 62

T.Ludma@seznam.cz

---