

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta elektrotechnická

## **Disertační práce**

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta elektrotechnická

Katedra elektroenergetiky

**NUMERICKÝ MODEL URYCHLOVAČE  
FEROMAGNETICKÝCH TĚLES S UVAŽOVÁNÍM  
VLIVU INDUKOVANÝCH PROUDŮ**

Disertační práce

**Ing. Karel Leubner**

Praha, Únor, 2015

Doktorský studijní program: Elektrotechnika a informatika

Studijní obor: Elektroenergetika

**Školitel:** prof. Ing. Ivo Doležel, CSc.

Prohlašuji, že jsem svou disertační práci zpracoval samostatně a v předložené práci důsledně citoval použitou literaturu.

*I declare that I have elaborated the doctoral thesis by myself and that I have thoroughly cited the literature I used.*

V Praze dne 16. února 2015

.....

podpis

## Poděkování

V první řadě bych rád poděkoval vedoucímu disertační práce prof. Ing. Ivu Doleželovi, CSc. za podporu, vedení a odborné rady, které přispěly k vytvoření této práce.

Dále bych chtěl poděkovat za podporu svým kolegům z Českého vysokého učení technického v Praze, kolegům ze Západočeské univerzity v Plzni a v neposlední řadě kolegům ze Zkušebnictví a.s., kteří mi poskytovali podporu a důležité rady. Další díky patří Bc. Radimu Lagovi za zapůjčení elektromagnetického akcelérátoru pro změření skutečných charakteristik elektromagnetického děla a umožnění srovnání matematického modelu s realitou.

V neposlední řadě děkuji svým přátelům za podporu a korekturu práce, rodičům a celé své rodině, která mi poskytla možnost vzdělání a seberealizace.

# Obsah

<b>Anotace</b>	<b>5</b>
<b>1 Úvod</b>	<b>7</b>
1.1 Organizace práce . . . . .	8
1.2 Vybrané momenty z vojenské historie . . . . .	9
1.3 Vývoj modelovacích technik . . . . .	17
1.4 Současný stav . . . . .	19
1.4.1 Numerické metody . . . . .	20
1.4.2 Budicí obvod . . . . .	21
1.4.3 Řízení urychlovacího systému . . . . .	22
1.4.4 Optimalizace . . . . .	22
1.5 Cíle disertační práce . . . . .	23
<b>2 Schéma vyšetřovaného zařízení a popis jeho činnosti</b>	<b>24</b>
<b>3 Spojitý matematický model elektromagnetického akcelérátoru</b>	<b>30</b>
3.1 Elektrický obvod . . . . .	31
3.2 Pohyb urychlovaného tělesa . . . . .	31
3.3 Magnetické pole systému . . . . .	32
3.4 Výpočet energie systému . . . . .	34
3.5 Výpočet indukčnosti systému . . . . .	35
3.6 Elektromagnetická síla . . . . .	35
3.6.1 Výpočet magnetické síly z Maxwellova tenzoru . . . . .	36
3.6.2 Výpočet magnetické síly z energie pole . . . . .	36
3.7 Nestacionární teplotní pole . . . . .	36
3.8 Účinnost . . . . .	37

<b>4</b>	<b>Diskretizace problému a jeho numerický model</b>	<b>39</b>
4.1	Algoritmus pro jednostupňový akcelerátor . . . . .	40
4.2	Úprava modelu pro víceúrovňový akcelerátor . . . . .	43
<b>5</b>	<b>Popis použitých výpočetních programů a algoritmů</b>	<b>44</b>
5.1	Popis uživatelského rozhraní programu Agros2D a algoritmu výpočtu nomogramů . . . . .	44
5.2	Numerické chyby a jejich eliminace . . . . .	48
5.3	Popis algoritmu hlavního cyklu v programu Wolfram Mathematica 7.0 . . . . .	54
<b>6</b>	<b>Měření charakteristických veličin akcelerátoru a doplňující měření</b>	<b>55</b>
6.1	Popis testovaného akcelerátoru . . . . .	55
6.2	Popis měření průběhu napětí a proudu v budícím obvodu a ústřední rychlosti projektilu . . . . .	58
6.3	Naměřené průběhy napětí, proudu a ústřední rychlosti . . . . .	60
6.4	Měření hodnot odporu, indukčnosti a kapacity prvního stupně akcelerátoru . . .	63
6.5	Měření hysterezní smyčky materiálu Vacoflux 48 . . . . .	65
<b>7</b>	<b>Konečné výsledky a jejich vyhodnocení</b>	<b>69</b>
<b>8</b>	<b>Závěr</b>	<b>76</b>
	<b>Seznam použitých symbolů</b>	<b>78</b>
	<b>Použitá literatura</b>	<b>82</b>
	<b>Přílohy</b>	<b>87</b>

## Anotace

Disertační práce pojednává o urychlování kovových feromagnetických těles v elektromagnetických polích. Jejím cílem je navrhnout a vyšetřit plnohodnotný matematický model elektromagnetického akcelérátoru, který respektuje vliv proudů indukovaných v objemu projektilu během akcelerace, a posoudit jejich účinky na urychlované těleso.

Výpočet rozložení magnetického pole v cívce a jejím okolí a následný výpočet nomogramů síly a indukčnosti (závislosti síly a indukčnosti na okamžitých hodnotách proudu v budicím obvodu, pozici projektilu a jeho rychlosti) je realizován v open source *hp*-FEM programu Agros2D. Tyto nomogramy jsou dále využity v hlavním algoritmu modelu sepsaném v programu Wolfram Mathematica 7.0, jehož výstupem a současně výstupem celého modelu jsou časové průběhy elektrických veličin (proudu v cívce, indukčnosti, napětí na prvcích budicího obvodu) a veličin souvisejících s pohybem projektilu (síly, zrychlení, rychlosti a pozice projektilu).

Vytvořený model byl srovnán se skutečným akcelérátorem, jehož charakteristiky byly získány měřením ve vysokonapěťové laboratoři. Spočtený průběh proudu se velice dobře shoduje s proudem naměřeným v budicí cívce akcelérátoru při výstřelu a podobně se shoduje vypočtená a změřená ústová rychlost. Práce současně poskytuje srovnání vybraných charakteristik s modelem, kde byly účinky vířivých proudů zanedbány.

## Summary

This dissertation thesis deals with an acceleration of the metal ferromagnetic bodies in the electromagnetic fields. The main aim is to propose and investigate a full-valued mathematical model of an electromagnetic accelerator. It is important to take into account the influence of currents induced in the volume of the projectile during the acceleration process. Furthermore, it is essential to evaluate their effects in the accelerated body.

The calculation of distribution of magnetic field in the coil and its vicinity is realized in the open-source Agros2D code based on a fully adaptive higher order finite element method. Following this action, it is possible to use the results for the further estimation of the nomograms of force and inductance (dependences of these values on instantaneous values of the field current in the circuit, position of the projectile and its velocity). The nomograms are then used in the principal

algorithm of the model written in the code Wolfram Mathematica 7.0. The final outputs of the complete model are the time dependences of electrical quantities, which include field current, inductance of the field coil and voltages on particular elements of the electric circuit. Other outputs are quantities connected with the movement of the projectile which are, for example, forces acting on it, its acceleration, velocity and trajectory.

The proposed model was compared with a real accelerator, which characteristics were obtained by the measurements in the high-voltage laboratory. The calculated time evolution of the field current is in agreement with the current measured in the coil of the accelerator in the process of launching and a similarly excellent agreement exists in the case of the muzzle velocity. The work also provides a comparison between the characteristics mentioned above and the characteristics of another model in which the effects of induced currents were not considered.



# 1. Úvod

Předložená disertační práce je zaměřena na návrh matematického modelu elektromagnetického akcelérátoru feromagnetických těles, jeho numerické řešení a experimentální ověření získaných výsledků na reálném zařízení. Ačkoli v současné době existuje již řada aplikací založených na uvedeném principu, po teoretické stránce zde stále vyvstává určité množství nedořešených otázek vyplývajících z fyzikálního principu elektromagnetického urychlování a složitosti jeho popisu. Problém je zpravidla nutné formulovat jako sdruženou úlohu charakterizovanou silně nelineární a nestacionární interakcí elektromagnetického pole, elektrického obvodu a mechanického obvodu. Poněvadž samotné urychlování je velmi rychlý proces a ve většině aplikací doba jeho trvání nepřekračuje setiny vteřiny, nebývá mnohdy třeba vyšetřovat jeho tepelné aspekty.

Zařízení pracující na principu elektromagnetického urychlování lze rozčlenit na rychlá a pomalá. Kritériem pro takové rozčlenění může být skutečnost, zda proces urychlování je ovlivněn proudy indukovanými v systému (ať už v důsledku rychlých změn magnetického pole nebo rychlostí pohybu jeho některých částí), nebo zda je ovlivnění procesem těmito proudy tak malé, že je lze zanedbat.

Typickým případem „pomalého“ elektromagnetického akcelérátoru je běžný spínací elektromagnet se železným jádrem. Jedná se o naprosto běžný prvek používaný v širokém spektru aplikací v dopravní, strojírenské, i řídicí technice. Rychlost pohybu jádra během procesu jeho vybavení je malá (v řádech desetin až jednotek metrů za sekundu) a budicí cívka je zpravidla napájena ze zdroje stejnosměrného napětí. Proto se při modelování jeho dynamické charakteristiky vliv indukovaných proudů prakticky neuplatňuje (a v příslušných matematických modelech také neuvažuje) [1], [2], [3], [4] a mnoho dalších. Ani experimentálně zde nebyl žádný podstatný vliv zaznamenán.

Z pohledu teorie jsou proto zajímavější (a ovšem daleko náročnější) „rychlostní“ aplikace, v ni-

chž jsou požadovány finální rychlosti urychlovaného tělesa minimálně na úrovni desítek či stovek metrů za sekundu. V těchto případech už k napájení budicí cívky nestačí stejnosměrný zdroj (přenos energie z takového zdroje do příslušného zařízení by byl příliš pomalý) a používá se buzení pulzního charakteru (v menších měřítkách z kondenzátorové baterie, ve větších například z homopolárních generátorů). V tomto případě už v systému dochází jak k rychlým změnám magnetického pole v důsledku prudkých změn budicího proudu, tak i v důsledku změn polohy. Vliv vířivých proudů indukovaných v elektricky vodivých částech systému i v urychlovaném tělese je už nyní nutné alespoň posoudit a kvantifikovat, neboť síly vyvolané jejich účinky rychlost tělesa zpomalují.

Mezi tyto rychlostní aplikace patří především elektromagnetická děla (coil guns), o něž doposud projevuje zájem vojenský průmysl, ale i v civilní sféře se takový systém testoval například pro stejnosměrné rychlovypínače (např. v bývalé firmě ŠKODA Plzeň).

Práce si klade za cíl navrhnout a vyřešit plnohodnotný dynamický model popsaných akcelérátorů, který respektuje i vliv indukovaných proudů, a posoudit jejich účinky na urychlované těleso.

## 1.1 Organizace práce

V první části zahrnující tuto kapitolu uvádím nejprve zajímavé okamžiky z historie vývoje zbraní založených buď na elektromagnetickém nebo na elektrodynamickém odpalování kovových těles. Podle mého názoru tato historie není jednak příliš známá, jednak ji pokládám za poučnou a zajímavou. V další sekci stručně popisuji historii matematického a numerického modelování v oblasti elektromagnetismu, shrnuji současný stav v řešení problematiky a stanovuji cíle, jichž má být v této práci dosaženo.

Ve druhé části (druhá až čtvrtá kapitola) je nejprve popsán základní fyzikální princip urychlování feromagnetických těles. Akcelérátor je zde představen jako cívka konkrétních rozměrů s jádrem (feromagnetickým tělesem tvaru válce uvnitř cívky), které je urychlováno v jejím magnetickém poli. Nejprve je zde odvozen spojitý model zařízení včetně členů respektujících (dříve zanedbávané) složky proudů indukovaných ve vodivých částech systému a v projektilu. Poté je tento model transformován na model diskrétní.

Třetí a nejdůležitější část práce (pátá kapitola) obsahuje popis numerického řešení v programech Agros2D a Wolfram Mathematica 7.0. Programem Agros2D se provede výpočet rozložení magnetického pole v cívce a jejím okolí. Z jeho rozložení se postupně určí nomogramy indukčnosti v obvodu a síly působící na projektil, jež jsou funkcemi proudu procházejícího cívkou, polohy projektilu v cívce a jeho rychlosti. Tyto nomogramy jsou dále využity v hlavním algoritmu modelu sepsaném v programu Wolfram Mathematica 7.0, jehož výstupem a současně výstupem celého modelu jsou časové průběhy všech výše zmíněných veličin.

Předposlední část (šestá kapitola) je věnována experimentům realizovaným na skutečném elektromagnetickém akceleratoru. Třístupňový elektromagnetický akcelerator byl zapůjčen od Radima Lagy, studenta FEL ČVUT v Praze, aby byly experimentálně vyšetřeny jeho základní charakteristiky (konkrétně časový průběh elektrického proudu v prvním urychlovacím stupni při výstřelu a ústřední rychlost) a porovnány s hodnotami získanými z modelu.

V poslední části (sedmá kapitola) jsou porovnány naměřené hodnoty s hodnotami vypočtenými, a dále je zde provedeno porovnání modelu respektujícího proudu indukované v projektilu s modelem, v němž je vliv indukovaných proudů zanedbán.

Závěr práce je věnován posouzení dosažených výsledků a je zde nastíněn i směr další práce v této oblasti.

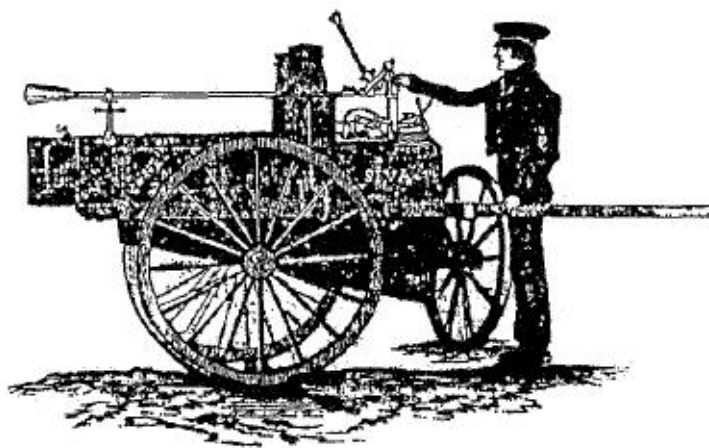
## 1.2 Vybrané momenty z vojenské historie

Fyzikální principy elektromagnetického i elektrodynamického urychlování kovových těles byly známy již v polovině 19. století. Od samotného počátku budily zájem ve vojenském průmyslu, poněvadž jejich případné použití ve zbraňových systémech by vedlo, na rozdíl od klasických systémů využívajících chemických zdrojů, k potlačení nežádoucích zvukových projevů. Výzkum a vývoj v této oblasti proto probíhá už více než 150 let.

Bohužel, velké množství výsledků na tomto poli zůstává utajených. Přesto však některé z nich byly zveřejněny, zejména ty historické. Nad popisem prvních vizí a amatérsky prováděných experimentů se lze občas i pousmát (teoretické znalosti různých „vynálezců“ z těch dob byly téměř nulové), ale právě neúnavná snaha, přestože byla doprovázená četnými neúspěchy, vedla k postupnému pokroku. Je známo, že i v současné době představuje vývoj elektromagnetických

zbraňových systémů (a zdaleka ne jen v oblasti urychlování) nezanedbatelnou položku v portfoliu zbrojařských firem. Literatura uvádí údaje o ústředních rychlostech projektilů na úrovni km/s a to při dostřelu několik km. Jedná se ovšem o mohutné odpalovací systémy instalované například na podvozcích či na válečných lodích.

První snahy o vývoj elektromagnetické zbraně uvedeného typu se datují do čtyřicátých let 19. století [5]. Dne 14. října roku 1844 měl být široké veřejnosti v USA předveden nový vynález pana Benningfielda - elektromagnetické dělo zvané „SIVA“ nebo také „DESTROYER“, údajně s mnoha pozoruhodnými vlastnostmi (obr. 1.1).



*Obrázek 1.1: Benningfieldovo elektrické dělo SIVA (DESTROYER) z roku 1844*

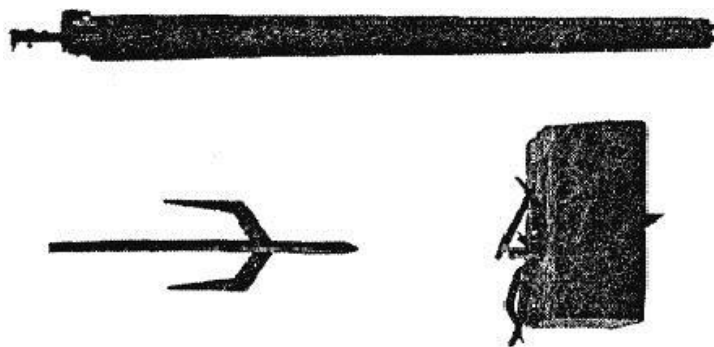
Řada i velmi zkušených důstojníků tehdy věřila, že tento vynález by mohl předčít střelný prach, a stát se tak válečným strojem s kontinuální kadencí větší než 2000 kulek za minutu, přičemž každá by měla mít dostatečnou sílu k zabití člověka na vzdálenost větší než jedné míle (1.609 km). Existovaly i předpovědi (živené především vynálezcem), že jeho provozní cena bude na rozdíl od zbraní pracujících se střelným prachem rok od roku nižší a zbraň bude mít stále lepší parametry. Zařízení zřejmě při zkouškách totálně selhalo, a proto celý experiment upadl v zapomnění. V současné době (kromě dobové ilustrace) o tomto dělu není nic známo, dokonce ani to, na jakém principu mělo pracovat.

Více vědeckých informací v této oblasti poskytl Dr. Charles G. Page, profesor chemie a farmacie na Kolumbijské univerzitě ve Washingtonu D. C. v roce 1845, když popisoval experimenty pro-

fesora Grovese. Ten experimentoval s válcovými cívkami, jež mu umožnily (zřejmě na principu klasických elektromagnetických sil jakými je železné jádro vtahováno do proudem protékané cívky) levitovat železné či ocelové tyče o hmotnosti do tří liber. A takto přibližně zněl první známý popis elektrického děla: „Čtyři nebo více válcových cívek zapojených v sérii tvoří hlavěň děla. Tyč klouže volně skrze tyto cívky. Prostřednictvím vodiče připojeného na konec tyče směrem k zádi hlavně se postupně přeruší spojení s jednotlivými cívkami a tyč dosáhne rychlosti úměrné vlivu čtyř válcových cívek. Poté je vystřelena do vzdálenosti asi padesáti stop.“ Ani v tomto případě se však nezachovala žádná spolehlivá dokumentace.

První seriózní práce týkající se vývoje elektromagnetického děla jsou zřejmě až Birkelandovy studie v Norsku na přelomu 19. a 20. století a zejména teoretické analýzy a experimenty Fauchona-Villeplee ve Francii během první světové války. Již v tomto počátečním období výzkumu a vývoje byla navržena a vyzkoušena řada koncepcí zmíněných zbraní. Badatelé popsali jejich základní fyzikální principy, ale při jejich konstruování se dopouštěli různých chyb, jejichž podstata je už dnes zřejmá (a spočívá především v technologických omezeních).

Fauchon-Villeplee začal svými studiemi na railgunu<sup>1</sup> ve Francii na počátku první světové války a 22. června 1916 předložil žádost o přidělení patentu. Protože byl ale odmítnut, sestrojil nejprve malý funkční model ve společnosti Baudet-Donon ve městě Argenteuil, a to ve spolupráci s odborníky z École Supérieure d'Électricité. Jako zdroje využil akumulátorů (tj. baterií), které získal v roce 1917 od společnosti Tudor.

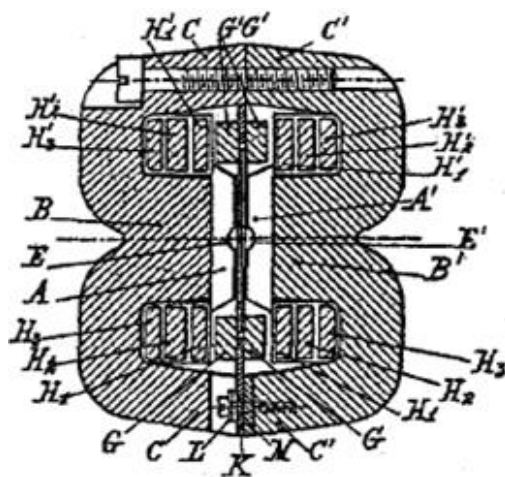


*Obrázek 1.2: Elektrické dělo a projektil Fauchona-Villeplee a srážka projektilu s dřevěným kvádrem*

<sup>1</sup> Railgun je elektrodynamické kolejnicové dělo; projektil je napájen přes „křídélka“ z kolejnic připojených ke zdroji elektrického napětí a působením vnějšího magnetického pole na proudové pole v projektilu je projektil vystřelen.

Na obr. 1.2 je znázorněno jeho dělo, projektil a výsledek jeho úderu do dřevěného kvádru. Tyto experimenty byly opakovaně předváděny v přítomnosti delegátů komise vynálezců v letech 1917 a 1918 a řešitelské skupině bylo na základě jejich úspěšnosti uděleno povolení zahájit vývoj třiceti až padesátimilimetrového děla. Projekt však neměl dlouhé trvání, ke konci války, tj. ke dni 3. 11. 1918, byl přerušen. Fauchon-Villepleeho práce ovšem vedla k několika novým patentům ve Francii v letech 1916 až 1919, dále k udělení několika patentů v Americe a k publikaci v podobě malé knihy, která poskytuje nejúplnější popis jeho práce.

V prvním odstavci své knihy Fauchon-Villeplee ukázal, že princip jeho stejnosměrného děla (railgunu) je zcela rozdílný od dříve zmíněného děla s cívkami ve tvaru solenoidu. Jeho základní konfigurace je patrna z příčného řezu zbraní na obr. 1.3.

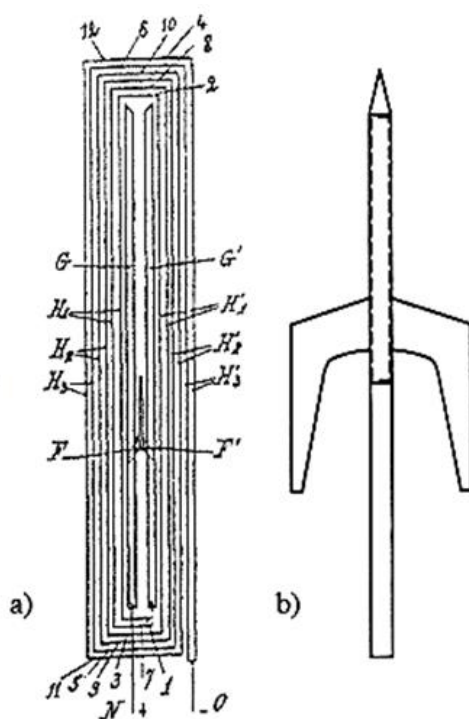


Obrázek 1.3: Příčný řez železného pláště Fauchon-Villepleeho děla (railgunu)

Strukturu děla tvoří železný magnetický obvod (B-B') se dvěma pólovými nástavci (A-A'), které koncentrují magnetický tok do oblasti, kde se nachází projektil. Magnetické pole je vybuzeno elektrickým proudem procházejícím měděnými vinutími (H1, H2, atd.), která vedou po délce pláště děla. Tímto proudem jsou protékána „křídélka“ projektilu skrze kluzné kontakty (G-G'). Odpovídající uspořádání vinutí a projektilu je zobrazeno na obr. 1.4. Na obr. 1.4a je vidět, že koleje v blízkosti ústí děla byly tvarované tak, aby napomohly uhašení vznikajícího elektrického oblouku. Použité projektily sestávají z trubky z plastu s dřevěnou částí a měděných „křidélek“, jejichž účelem je přivést a odvést elektrický proud.

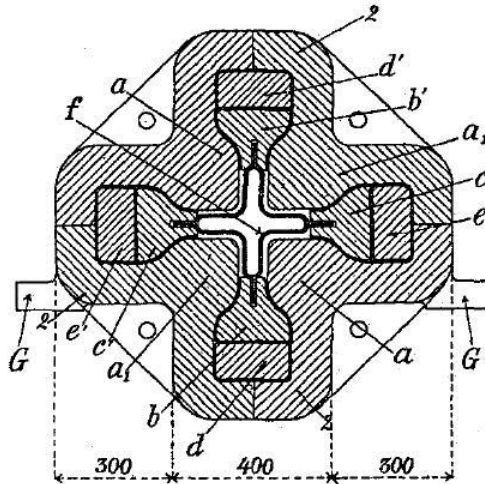
Funkční model, na němž byl demonstrován princip railgunu, měl hlaveň dlouhou 2 m. Použí-

vané projektily měly délku 270 mm s „křídélky“ o délce 70 mm a jejich hmotnost byla 50 g. Fauchon-Villeplee spočetl, že k dosažení požadované rychlosti 200 m/s je zapotřebí mít zdroj, jenž by dodával proud o velikosti 5 kA při napětí od 40 do 50 V. Počáteční experimenty byly podniknuty v březnu roku 1917 v Argenteuilu s využitím starého Grammova dynama jakožto zdroje, který byl schopen dodat proud 600 A při napětí 60 V, a který podle dobových informací „pracoval perfektně“. Přestože stabilita prvních projektilů (obr. 1.4b) nebyla nijak vysoká, byly tyto projektily schopny prorazit dřevěný terč o tloušťce 80 mm na vzdálenost 25 m (viz obr. 1.2). Na závěr popisné části experimentu Fauchon-Villeplee poznamenal, že by bylo možné umístit malé dělo tohoto typu na automobil a generátor pohánět motorem z tohoto automobilu.



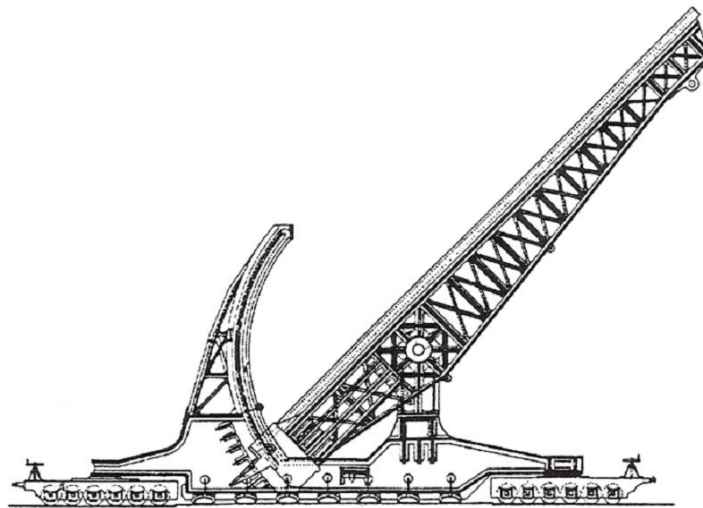
Obrázek 1.4: a) Uspořádání elektrického vinutí Fauchon-Villepleeho děla - základní koncept  
b) Fauchon-Villepleeho projektil s „křídélky“

Ve Fauchon-Villepleeho publikaci je popsán návrh děl velikých výkonů (schopných vystřelit projektil o váze 100 kg rychlostí 1600 m/s), porovnatelných s „Pařížským dělem“ používaným německou armádou v první světové válce k bombardování Paříže ze vzdálenosti 120 km. Mělo to být hrozivé dělo o ústřední energii 128 MJ, což byla úroveň energie, které nebylo doposud nikdy dosaženo, ačkoli samotná rychlost již byla překonána. Základní zařízení navržené Fauchon-Villepleem byla čtyřpólová 30 m dlouhá železná hlaveň s vnitřní geometrií odpovídající



Obrázek 1.5: Čtyřpólový křížový koncept navržený Fauchon-Villepleem

projektilu se čtyřmi „křídélky“ (obr. 1.5). Okamžitý výkon zařízení (beze ztrát) měl být 3,4 GW a průměrný proud 3,55 MA s dvojnásobnou špičkou. Navržená struktura děla namontovaného na vagónu poháněného lokomotivou je znázorněna na obr. 1.6.

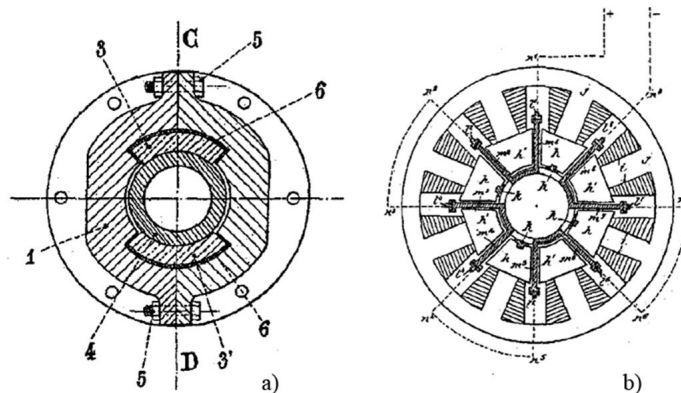


Obrázek 1.6: Pohled z boku na Fauchon-Villepleeho dalekonosné dělo montované na vůz na kolejích

Dělo mělo být napájeno ze sérioparalelně zapojených generátorů. S předpokládanou účinností celého systému ve výši cca 25 % by byla pro jeden výstřel zapotřebí energie o velikosti 512 MJ. S diskovým homopolárním generátorem rotujícím s obvodovou rychlostí 120 m/s a se zpomalením na rychlost 100 m/s při každém výstřelu Fauchon-Villeplee odhadl, že k napájení systému by



bylo zapotřebí čtrnáct 130 V generátorů, každý o hmotnosti 25 až 30 tun. Pro kadenci jednoho výstřelu za 20 minut odhadl vrcholovou hodnotu výkonu okolo 426 kW s očekávanou spotřebou asi 60 l benzínu. Hmotnost celého systému byla odhadnuta na něco málo pod 1000 tun.



Obrázek 1.7: a) řez Fauchon-Villepleeho barelu se žlábkováním  
b) koncept sériového uspořádání

Fauchon-Villeplee navrhnul několik dalších možností vylepšení koncepce railgunu, zejména několik alternativních uspořádání. Některé z nich zcela připomínají moderní prvky - obsahují žlábkování k dosažení stabilní rotace projektilu (obr. 1.7a), zatímco ostatní jsou sériová uspořádání vhodná pro odpalování projektilů velkých rozměrů (obr. 1.7b).

Současně byl popsán systém bez železa („se vzduchovým jádrem“), dále systém s duálním homopolárním generátorem a hledala se odpověď na otázku, jak by působily v daném okamžiku reakční síly na podpěrné rámy. Byly spočteny požadavky na dodávaný výkon a cena výstřelu z děl o různých průměrech hlavně, rovněž však byly zmíněny i jiné aplikace jako například vzdušná obrana a odpalování torpéd.

V červnu roku 1930 byl uskutečněn další pokus (ve spojení s firmou Alshtom) postavit experimentální zařízení k odpálení projektilu o hmotnosti 10 kg rychlostí 100 m/s, ale nebyl dokončen kvůli nedostatku financí. Detaily o tomto a několika dřívějších pokusech jsou zdokumentovány v několika krátkých spisech, včetně dopisu napsaném Fauchonem-Villepleem svému synovi a dokumentů napsaných jeho vnukem v Londýně 9. dubna 1949.

V roce 1979 byl ve výzkumném a vývojovém centru firmy Westinghouse zahájen projekt EMACK

s cílem vyvinout a vyrobit elektromagnetický urychlovač schopný urychlit projektily o hmotnosti okolo 300 g na rychlosti výrazně převyšující konvenční systémy na bázi chemického urychlování [6]. Celý systém byl sestaven v Doveru v New Jersey. Primárním zdrojem energie byl homopolární generátor s maximální akumulovanou energií 17,5 MJ, jmenovitým napětím 106 V a jmenovitým proudem 1,5 MA. Rezistance vinutí napájecího obvodu, cívky a ostatních prvků dosahovala řádově desítek  $\mu\Omega$  a indukčnost všech prvků dosahovala řádově jednotek  $\mu\text{H}$ . Bylo vystřeleno celkem pět testovacích výstřelů a výsledky předčily očekávání. Při čtvrtém výstřelu se podařilo urychlit 317 gramový projektil na rychlost 4200 m/s, což odpovídá kinetické energii 2,8 MJ.

Problematikou těchto urychlovačů se i v současné době zabývá řada světových laboratoří. Například laboratoř Sandia (Albuquerque v USA) zveřejnila technickou zprávu [7] o vývoji elektromagnetického akceleratoru o 45 sekcích, kterým byl projektil s „křídélky“ o hmotnosti 18 kg a průměru 120 mm urychlen na ústovou rychlost 424 m/s. Délka hlavně je 2,1 m a celková účinnost zařízení je asi 22 %. Celkovou představu o uspořádání zařízení si lze udělat z obr. 1.8.

Vývoj elektromagnetických zbraňových systémů pěchotního typu (ve rovnání s velkými systémy instalovanými například v letadlech, na lodích či na podvozcích) však zatím poněkud stagnuje. Hlavním důvodem je skutečnost, že současná součástková základna neumožňuje dosahovat vyšších ústových rychlostí než cca 200 m/s, což je nedostačující. Další závažný problém je dobíjení kondenzátorové baterie z vhodného přenosného zdroje.

Proto se v posledním odstavci podíváme i do budoucnosti ve spojení s dalšími ambiciózními aplikacemi elektromagnetických či elektrodynamických urychlovačů. Jedna z nich je například jejich využití v pokročilé vesmírné dopravě [8]. Elektromagnetický urychlovač, který by měl sloužit jako odpalovací zařízení z planety Země, by udělil kosmickému tělesu značnou počáteční rychlost (až 900 km/hod) a teprve poté by došlo k samotnému zážehu raketového motoru. Nejnákladnější částí každé kosmické mise je prvních několik vteřin, kdy je třeba kosmické těleso uvést do pohybu, proto by tato technologie mohla podstatně snížit náklady na kosmické lety. Na druhou stranu, energetické požadavky (a celkové náklady) na funkční zařízení tohoto typu by byly obrovské a z tohoto důvodu ještě dlouho zřejmě půjde jen o zajímavou, byť atraktivní vizi.



Obrázek 1.8: Elektromagnetické dělo SANDIA (nahore) a projektily (dole)

### 1.3 Vývoj modelovacích technik

Návrhy jednotlivých systémů popisovaných v předchozí kapitole vznikaly nejprve na základě zkušeností, leckdy velmi nedostatečných. Teprve od konce 19. století se začala více uplatňovat teorie a první pokusy o modelování v takovém smyslu, jak ho chápeme v současné době, se datují do 30. let minulého století. Podobný byl však osud matematického a numerického modelování v celé oblasti elektromagnetismu.

Přestože vnější projevy některých silových účinků elektromagnetického pole byly známy již v daleké minulosti (připomeňme si například kompas), málo se vědělo o jejich původu a lidé proto nebyli schopni vysvětlit jejich podstatu. Teprve v 19. století, kdy v oblasti elektromagnetismu začalo docházet k bouřlivému rozvoji poznání jeho zákonů (nejprve experimentální cestou, kde k průkopníkům patřili například Volta, Faraday či Coulomb a později i teoretickou, kde hlavní roli sehráli Maxwell, Heaviside a další), byly vytvořeny základy, na nichž mohla být vybudována ucelená teorie zahrnující jak samotné elektromagnetické pole, tak i jeho silové a tepelné účinky.

Popis těchto jevů a vysvětlení jejich příčin vedly již od druhé poloviny 19. století k návrhu širokého spektra možností jejich praktického využití. Z těchto dob se například datuje vznik prvních točivých strojů (stejnoseměrná dynama, později asynchronní, synchronní a další motory) založených na silové interakci mezi vodiči protékajícími proudy a magnetickým polem. O něco později byly zkonstruovány první elektromagnety, aktuátory a v období mezi dvěma světovými válkami i první lineární motory. Další prudký rozvoj aplikací nastal ve druhé polovině 20. století (dopravní systémy založené na levitačních účincích elektromagnetického pole, kombinace tepelných a silových účinků elektromagnetického pole při tepelném zpracování kovů, například při levitačním tavení, elektrodynamická či magnetická separace kovových předmětů či částic, elektromagnetická či elektrodynamická akcelerace kovových těles jak pro civilní, tak pro vojenské účely atd.).

Na počátku snah o praktické využití silových a momentových účinků elektromagnetického pole se ovšem odborníci setkávali s celou řadou problémů, jež byly ve své době jen obtížně řešitelné. Na navrhované zařízení (motor, elektromagnet) byly kladeny různé požadavky, ale nebylo jasné, jakým způsobem jim lze nejlépe vyhovět. Konstrukce nového výrobku se zpravidla prováděla na základě předchozích zkušeností, mnohdy i metodou „try and error“. Zařízení často vykazovala nízkou účinnost a někdy se nechovala tak, jak se očekávalo.

Jednoznačným důvodem tohoto stavu byl nedostatek spolehlivých a robustních výpočetních metod, jež by umožnily daná zařízení s dostatečnou přesností modelovat a předpovídat jejich vlastnosti a chování v různých provozních podmínkách. Příslušné matematické modely (postavené ať už na polařském nebo obvodářském přiblížení) bylo sice možné formulovat v té době již poměrně přesně, bylo do nich dokonce možné zahrnout i všechny důležité fyzikální vlivy, ale přesto bylo jejich řešení tehdejšími prostředky prakticky neproveditelné. Proto bylo nutné přistoupit k takovému zjednodušení celého popisu, jež by umožnilo aplikovat v té době už vysoce rozvinuté analytické metody. Na druhou stranu, takto zjednodušené modely a metody nebyly často schopné generovat dostatečně přesné výsledky. A optimalizační techniky byly tehdy ještě hudbou budoucnosti.

K prudké změně v možnostech aplikací modelovacích i optimalizačních technik došlo až v šedesátých letech 20. století, kdy začaly vznikat první výkonnější samočinné počítače. Jejich rozvoj následně podnítil rozvoj numerických metod vhodných pro řešení různých složitých fyzikál-

ních a technických problémů. Během dalších čtyřiceti let došlo v obou oblastech (hardware (HW) a software (SW)) k výraznému pokroku. Vznikla celá řada vysoce sofistikovaných programů umožňujících s vysokou přesností numericky řešit velmi široké spektrum úloh, a to i takových, v nichž dochází k interakci více fyzikálních polí či různých (elektrických, mechanických, tepelných či hydraulických) obvodů. Jako příklad lze uvést multifyzikální balíky ANSYS, COSMOS nebo COMSOL Multiphysics, či špičkový vysoce specializovaný SW pro řešení dílčích polí (v oblasti elektromagnetismu např. OPERA, FLUX nebo MagNet - ale i ty již běžně řeší i další fyzikální pole, zejména tepelná či silová). Možnosti uvedeného SW se navíc trvale rozšiřují o další algoritmy, čímž se spektrum jím řešitelných úloh neustále rozšiřuje. Jejich nevýhodou je velmi vysoká cena.

Od konce minulého a začátku tohoto století jsou veřejnosti stále častěji představovány nekomerční open source knihovny a aplikace pro výpočty fyzikálních polí (například Hermes [9], Agros2D [10], Deal.II [11]), které jsou vyvíjeny v rámci kooperace studentů a vědeckých pracovníků světových univerzit, zejména z Evropy (Česká republika, Německo, Itálie, Polsko) a Severní Ameriky (Nevada, Texas, South Carolina). Tyto aplikace úspěšně konkurují výše zmíněným komerčním výpočetním nástrojům jak na akademické půdě, tak v komerčním prostředí. Jejich hlavní výhodou jsou nízké pořizovací náklady a velké množství nadšenců, kteří ženou jejich vývoj neustále kupředu. V dnešní době již jsou schopny řešit širokou škálu sdružených úloh. Mezi jejich silné stránky patří zejména implementace vysoce pokročilých výpočetních algoritmů, mezi něž patří například plně adaptivní metody konečných prvků vyššího řádu přesnosti (*hp*-FEM), automatická *hp*-adaptivita, využití křivočarých konečných prvků, tvorba sítí s visícími uzly libovolné úrovně a další. Dosavadní nevýhodou některých z nich je však jejich nízká uživatelská přívětivost, nebo schopnost řešit složité problémy jen na jednodušších definičních oblastech.

## 1.4 Současný stav

Zhruba do devadesátých let minulého století se problematika elektromagnetického urychlování řešila jako ucelené téma. Tím je myšlena skutečnost, že k dispozici byla daná součástková základna, z níž bylo možné vybudovat urychlovací systém, výpočetně určit jeho parametry (zpravidla pomocí jednodušších numerických metod, které byly k dispozici) a výsledky poté experimentálně ověřit. Sofistikované výpočtové a optimalizační nástroje v té době nebyly ještě k dispozici. Navržené a vybudované urychlovače byly funkční, ale jejich provozní parametry

(dosažená rychlost urychlovaného tělesa vztažená na mohutnost systému či účinnost přeměny elektromagnetické energie na pohybovou energii urychlovaného tělesa) byly poměrně nízké.

S dalším rozvojem výpočetních možností i součástkové a materiálové základny zhruba před dvaceti lety se ukázalo, že řešení problému jako jedné ucelené komplexní úlohy je již prakticky nemožné. Postupně se zde proto vyčlenilo několik okruhů otázek, na něž bylo třeba poskytnout odpovědi a tyto dílčí odpovědi pak integrovat do jednoho celku. Zmíněné okruhy lze sestavit do následujícího výčtu:

- Vývoj rychlých numerických algoritmů pro popis elektromagnetického pole a dalších odvozených veličin v systému urychlovač - urychlované těleso.
- Stavba budicího obvodu (včetně vhodného pulzního zdroje a spínacích prvků) umožňujícího průtok krátkodobých, ale velmi vysokých proudů na úrovni jednotek až desítek kA.
- V případě víceúrovňových urychlovačů návrh řízení jednotlivých stupňů (tedy okamžiků jejich spínání a vypínání), jež vyžaduje extrémní přesnost.
- A v neposlední řadě optimalizace jednotlivých částí urychlovače, jež zahrnuje i vhodný výběr materiálů, z nichž jsou tyto části vyrobeny.

V dalším textu se zaměříme na jednotlivé body uvedeného výčtu.

### 1.4.1 Numerické metody

V současné době již komerční SW balíky (OPERA, FLUX, MagNet, Maxwell) zvládají řešit časový průběh magnetického pole buzeného časově proměnnými zdroji (a tedy s účinky indukovaných proudů transformačního původu). Problém vedoucí na řešení obecně nelineární parabolické parciální diferenciální rovnice je v případě 2D úloh popsán zpravidla magnetickým vektorovým potenciálem  $\mathbf{A}$  [12] nebo kombinací vektorových a skalárních potenciálů ve 3D. Využívá se zde především formulace  $\mathbf{A} - \varphi$  [13], nebo  $\mathbf{T} - \Omega$  [14], kde po řadě  $\varphi$  označuje skalární elektrický potenciál,  $\mathbf{T}$  elektrický vektorový potenciál a  $\Omega$  klasický či redukovaný magnetický skalární potenciál. Výpočty v časové oblasti (prováděné nejčastěji metodou konečných prvků s vhodným způsobem časové integrace) jsou ovšem velmi náročné na čas a vyskytují-li se navíc v systému silné nelinearity, stává se, že výsledky jsou zatíženy nepřijatelnými chybami. Často se takový jev v případě periodického napájení zjednodušuje předpokladem, že magnetické pole v systému je harmonické [15], přičemž magnetická permeabilita v každém elementu diskretizační

sítě obsahující nelineární feromagnetikum je přiřazena aktuální hodnotě magnetické indukce dle příslušné magnetizační křivky. Tento přístup ovšem vyžaduje iterační proces, jehož cílem je souladu mezi magnetickou indukcí a permeabilitou dosáhnout; ten je však již standardní součástí většiny existujících programů.

Ještě komplikovanější situace nastává, zahrne-li se do rovnice pole i člen respektující vliv rychlosti. Jestliže je tato rychlost konstantní (jako je tomu v případě ustáleného chodu točivých elektrických strojů), je řešení takto doplněné rovnice jen o něco složitější. Pokud je ale rychlost pohybu některé části systému proměnná a závisí na okamžitém rozložení pole, komplikace se zmnohonásobí tím, že současně je nutné řešit nejen rovnici pole, ale ještě několik dalších, rovněž vysoce nelineárních obyčejných diferenciálních rovnic obvykle druhého řádu popisujících přidružené elektrické, magnetické a mechanické obvody. Takto formulované úlohy doposud komerční ani akademické (open source) programy v celé šíři nezvládají a výpočty se proto provádějí s využitím různých (i zcela zásadních) zjednodušení. Například indukčnost budicí cívky se určuje pomocí Neumannova vzorce [16] nebo magnetické pole v systému se určuje z obvodových rovnic platných pro jednotlivé závitky budicí cívky [17]. Příklady dalších modelovacích metod (kombinace konečných a hraničních prvků, konečných diferencí apod.) a navrhovaných zjednodušení lze nalézt i v řadě dalších prací. Za všechny je možné uvést [18], [19], [20], [21], [22] a [23].

## 1.4.2 Budicí obvod

Hlavním požadavkem na budicí obvod je co nejrychlejší přenos energie ze zdrojové části obvodu do systému, čemuž se musí rovněž podřídit spínací prvky. Soustředíme-li se na menší akcelerátory, je v současné době nejvýhodnější použít jako zdroj výkonovou kondenzátorovou baterii. V obvodu nelze použít běžných spínacích prvků, neboť při vypínání velkých proudů se na nich indukují vysoká napětí, a to by mohlo vést k jejich destrukci. Nezbytné je tedy používat IGBT, IGCT a jim podobné polovodičové prvky.

Přestože u menších akcelerátorů se pracuje s proudy o špičkových hodnotách dosahujících několik kA, nestává se, že by zde docházelo k lokálnímu přehřátí (u velkých akcelerátorů však ano [24]). Samotný proces urychlení tělesa nebývá delší než několik tisícín či setin vteřiny a ukazuje se, že oteplení budicí cívky jakožto nejvíce exponovaného prvku nepřesáhne i u větších zařízení několik málo desítek Kelvinů.

Důležitá je na druhé straně dostatečně tuhá konstrukce budicí cívky. Při průtoku špičkových hodnot proudu mohou mezi jejími závity působit síly na úrovni až stovek Newtonů a tyto síly ji nesmí zdeformovat.

### 1.4.3 Řízení urychlovacího systému

Řízení jednostupňového akcelérátoru je poměrně jednoduché. Je třeba přesně stanovit okamžik, kdy je nutné vypnout proud v budicí cívce a tento okamžik nastává tehdy, je-li pohybující se těleso ve středu cívky. U vícestupňových zařízení [25], [26] je situace podstatně složitější. Proud v každé sekční cívce je třeba sepnout v okamžiku, kdy se k ní těleso blíží a pro jeho vypnutí platí stejná podmínka, jako v předchozím případě. Pohyb tělesa je proto zapotřebí neustále monitorovat, což se zpravidla zajišťuje soustavou fototranzistorů či podobných polovodičových prvků.

### 1.4.4 Optimalizace

Jak již bylo řečeno dříve, funkční elektromagnetický akcelérátor lze navrhnout poměrně snadno, ale jeho parametry často nedosahují potřebných hodnot. Ty lze získat jen optimalizací. Optimalizovat lze v první řadě geometrické rozměry jednotlivých částí systému, ale rovněž i výběr materiálů, z nichž jsou sestaveny. Tak například urychlované těleso by mělo být vyrobeno z vysoce permeabilního materiálu. Na druhé straně by tento materiál měl mít co nejnižší elektrickou vodivost, aby proudy v něm indukované byly co nejmenší, a měl by rovněž vykazovat určité mechanické vlastnosti. Tyto požadavky jsou však často v rozporu jeden s druhým a při výběru materiálu se jim musí přiřadit vhodná váha.

Tvarová optimalizace je velmi náročná na čas. Poněvadž z hlediska počtu optimalizovaných parametrů lze urychlovací systém pokládat za nízkodimenzionální, většinou se pro optimalizaci využívá genetických algoritmů (oblíbená je např. NSGA II a jiné). Možnostmi optimalizace a použití příslušných technik v oblasti elektromagnetických urychlovačů se zabývají například práce [27], [28], [29] nebo [30]. Cílovou funkcí může být například výsledná rychlost tělesa po ukončení urychlovacího procesu, hmotnost vybraných prvků apod. Problém je však s tvorbou populací, neboť každý jedinec je dán řešením celého matematického modelu a obecně příslušný iterační proces může pracovat i s desítkami takových populací. Může se ukázat, že některé parametry cílovou funkci prakticky neovlivňují. Takové parametry lze sice z procesu vyřadit



vhodnými metodami citlivostní analýzy, ale i tato vyřazení urychlí výpočty jen částečně.

## 1.5 Cíle disertační práce

Jak je vidět z předchozí sekce, spektrum problémů souvisejících s korektním návrhem a stavbou elektromagnetického akcelérátoru je velmi široké a v rámci jedné disertační práce je zdaleka nelze vyřešit. Na základě prozkoumání současného stavu problematiky a s ohledem na možnosti dalšího rozvoje zejména v oblasti počítačového modelování tohoto zařízení byly proto cíle předložené práce stanoveny takto:

- Navrhnout spojitý matematický model elektromagnetického akcelérátoru schopný respektovat i indukované proudy transformačního a pohybového původu.
- Navrhnout diskrétní počítačový model uvedeného akcelérátoru a tento model numericky vyřešit.
- Popsat a zhodnotit případná zjednodušení provedená na uvedených modelech.
- Provést měření na fyzikálním modelu urychlovače, porovnat získaná data s průběhy obdrženými výpočtem a výsledky vyhodnotit.

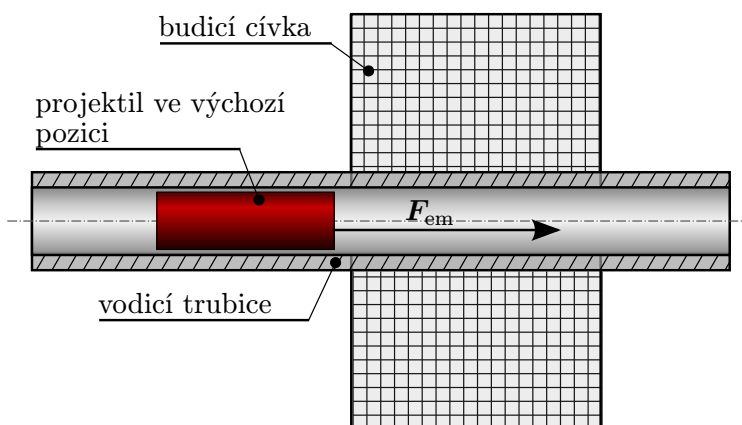
Za nejdůležitější výsledky se přitom v souladu s literaturou pokládají:

- Časové průběhy proudu v budicím obvodu a časové průběhy dráhy, rychlosti a zrychlení urychlovaného tělesa.
- Časové změny indukčnosti napájecího obvodu a magnetické síly působící na urychlované těleso.
- Kontrola oteplení nejvíce tepelně exponovaných částí akcelérátoru.
- Celková účinnost zařízení.

Předpokládá se, že navržený a realizovaný numerický algoritmus může nalézt uplatnění v širší skupině úloh z oblasti elektromagnetismu, v nichž hraje roli časově proměnný pohyb jednoho nebo více aktivních či pasivních prvků systému.

## 2. Schéma vyšetřovaného zařízení a popis jeho činnosti

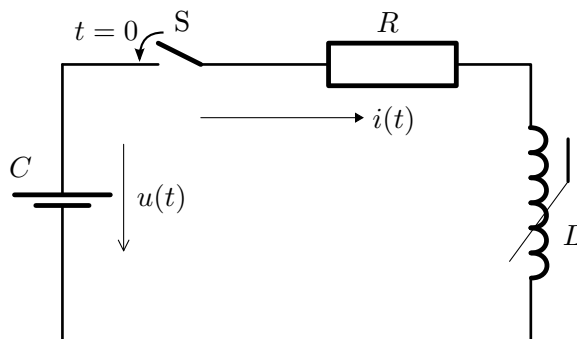
I když v historii (jak plyne z předchozího textu) byla zkoumána řada variant elektromagnetických urychlovačů, jejich základní princip byl stejný. Tento princip se nejnázve ilustruje na příkladu tubulárního cívkového akceleratoru (viz. obr. 2.1).



Obrázek 2.1: Schematický pohled na elektromagnetický akcelerator

System sestává z budicí cívky protékané časově proměnným proudem a z vodící trubice, v níž je umístěno urychlované těleso. Trubice je vyrobena zpravidla z nevodivého materiálu (keramika nebo plast), případně z kovu. Pokud je však vyrobena z kovu, musí být opatřena podélnou drážkou, která zamezí vzniku indukovaných proudů v jejím objemu. Cívka je součástí budicího obvodu, který dále obsahuje spínací prvek a zdroj energie.

Zdrojem energie je obvykle u menších zařízení tohoto typu nabitý kondenzátor (nebo lépe jejich baterie) o kapacitě  $C$ , jehož počáteční napětí je  $U_0$ . Kapacitní zdroj má oproti bateriovému zdroji tu výhodu, že jeho vnitřní rezistance je velmi nízká, takže energie, která je v něm akumulována, se přenese do napájecího obvodu podstatně rychleji a s vyšší účinností. Náhradní obvod zařízení (viz. obr. 2.2) zahrnuje kapacitu kondenzátorové baterie, indukčnost cívky  $L$  a dále



Obrázek 2.2: Náhradní obvod elektromagnetického akcelérátoru

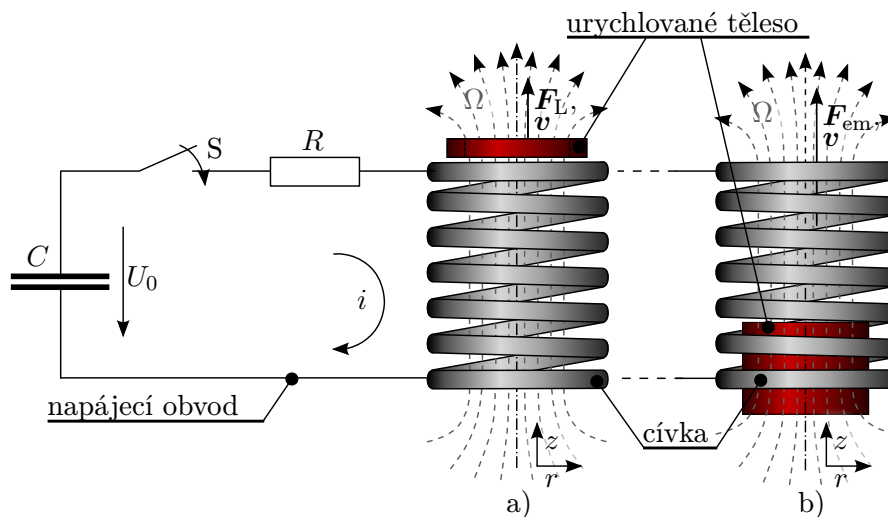
rezistanci vodičů, cívky, spínače S a dalších případných spojovacích prvků, kterou souhrnně označíme písmenem  $R$ .

Na spínací prvek v obvodu jsou kladeny velké požadavky při spínání (zejména v případě kaskádového urychlování) a také při správně načasovaném odepnutí obvodu od zdroje během průletu projektilu středem cívky (v případě elektromagnetického urychlování). Spínací prvek navíc musí odolat přepětím, která vznikají při velmi strmém vypnutí proudu v okolí maximální hodnoty během první půlperiody úvodního pulzu. Tyto náročné požadavky splňují polovodičové spínací prvky - tranzistory IGBT, vypínací tyristory GTO, IGCT a další.

Urychlované těleso je vyrobeno z feromagnetického materiálu (nejlépe s nízkou elektrickou vodivostí) a na počátku je umístěno do zadní části vnitřku cívky (viz. obr. 2.3b). Cívka protékána proudem produkuje ve svém okolí magnetické pole, jehož rozložení je naznačeno na obr. 2.3. Na těleso působí síly ve směru největšího gradientu magnetického pole, tudíž je vtažováno do cívky. Jakmile se dostane zhruba do jejího středu, musí být budící proud vypnut a těleso pokračuje svou setrvačností ve své dráze letu. Není-li cívka odpojena od zdroje napětí, začne těleso zpomalovat, dokonce může být vtaženo zpět do cívky.

Existuje několik základních druhů zařízení pracujících na základě těchto principů urychlování. První a největší skupinu tvoří elektromagnetické aktuátory<sup>1</sup>. Typické zařízení tohoto typu je znázorněno na obr. 2.4. Připojením cívky ke zdroji energie je feromagnetické jádro vtaženo do cívky. Jeho pohyb je limitován velikostí vzduchové mezery ve vodící trubici. Jádro v tomto případě slouží jako mechanický spínací prvek. Princip se využívá např. ve vysokorychlostních

<sup>1</sup> *Aktuátor* je zařízení, které transformuje vstupní (řídící) veličinu na veličinu mechanickou [31].



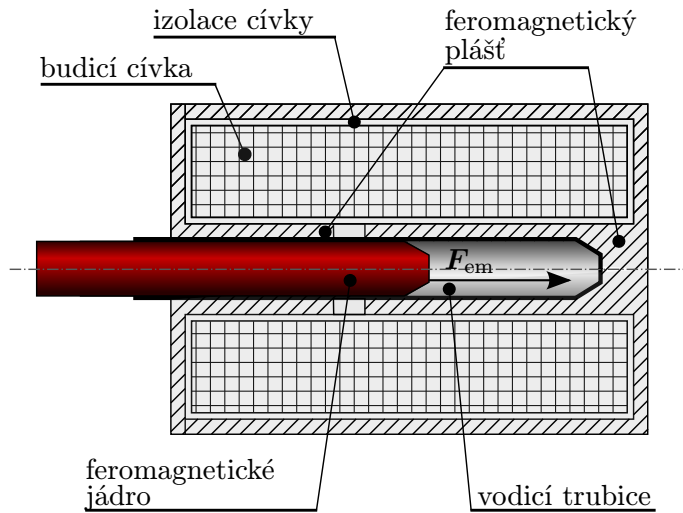
Obrázek 2.3: Schéma akcelérátoru pro dva druhy urychlování

- a) Elektrodynamické urychlování - kovový dobře vodivý neferomagnetický projektil
- b) Elektromagnetické urychlování - feromagnetický projektil s malou elektrickou vodivostí

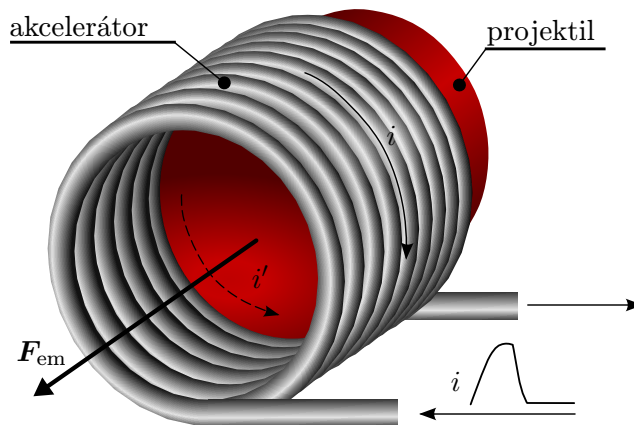
vypínačích stejnosměrných proudů, u elektrického ovládání ventilů a u zkratových spouští jističích prvků. Stejná cívka může být umístěna na druhé straně jádra pro pohyb jádra v opačném směru.

V případě cívkového děla (obr. 2.5) je přítomnost indukovaných proudů v projektilu nežádoucí. Jejich elektrodynamické účinky totiž působí proti jeho pohybu. Pro omezení indukovaných proudů se používají materiály s nízkou elektrickou vodivostí, nebo jsou projektily mechanicky upraveny (například podélnými drážkami), aby byla vytvořena delší proudovodná dráha a tím zvětšen odpor podél povrchu projektilu. Indukované proudy vznikají nejen díky časové změně magnetického pole, ale také průletem projektilu nehomogenním magnetickým polem (jsou závislé na okamžité rychlosti projektilu).

Během akcelerace v hlavní děla není nutný přímý elektrický kontakt projektilu s vodicí trubicí a díky tomu jsou brzdné třecí síly mnohem menší. Cívkové dělo je vhodné pro prudkou akceleraci, největšího zrychlení přitom projektil dosahuje na začátku urychlovacího cyklu. Jeho instalace je jednoduchá a elektrický výstřel nepoškozuje urychlovací zařízení. Vyšších rychlostí lze dosáhnout zapojením více zařízení do kaskády, což je významnou výhodou ve srovnání se střelným prachem a jinými střeliviny. Při kaskádním zapojení jsou cívky připojovány ke zdroji



Obrázek 2.4: Schematický pohled na elektromagnetický aktuátor



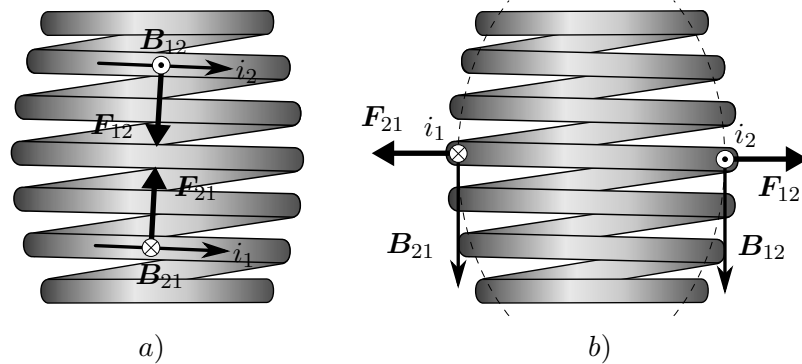
Obrázek 2.5: Schematický pohled na cívkové dělo

postupně podle toho, jak urychlované těleso prochází jednotlivými cívkami. Zde lze s výhodou využít optických bran k připojování externího zdroje k cívkám a vytvoření postupující elektromagnetické vlny [32].

Účinnost urychlovače závisí na počtu zapojených stupňů a optimálním nastavení jejich spínacího cyklu. Na jednoduchém prototypu jednostupňového elektromagnetického akcelérátoru jenž jsem kdysi se svými kolegy sestrojil na Fakultě elektrotechnické ČVUT, bylo dosaženo účinnosti cca 1 %; literatura uvádí účinnost pro jednostupňová děla menších rozměrů až do 8 % [33, 34].

Dále pro představu zapůjčené dělo, které je popsáno v kapitole 6.1 dosahuje účinnosti 1,57 % pro první urychlovací stupeň a pro zbylé dva 4,05 % a 5,9 %. Účinnost druhého a třetího stupně je vyšší zejména z toho důvodu, že těleso není urychlováno z klidového stavu (má při vstupu do cívky nenulovou počáteční rychlost). Další zajímavé konstrukce elektromagnetického akceleračního jsou velice dobře popsány například v [34].

Dalším požadavkem je mechanická odolnost odpalovací cívky. Je známo, že válcová cívka protékaná proudem je silově namáhána podobně jako tuhá válcová nádoba vnějším osovým tlakem. Na obr. 2.6 je znázorněno silové namáhání cívky protékané proudem  $i$ . Pro snazší vysvětlení jsou na obrázku proudy ve dvou závitěch označeny  $i_1$  a  $i_2$  (ve skutečnosti se samozřejmě jedná o stejné proudy  $a$  - shodného směru,  $b$  - opačného směru). Vektor  $\mathbf{B}_{12}$  zde značí magnetickou indukci vybuzenou proudem  $i_1$  v místě závitů protékaného proudem  $i_2$  a vektor  $\mathbf{B}_{21}$  naopak magnetickou indukci vybuzenou proudem  $i_2$  v místě závitů protékaného proudem  $i_1$ .



Obrázek 2.6: Silové namáhání v cívce protékané proudem

- a) Shodný směr toku proudu
- b) Opačný směr toku proudu

Síly působící na cívku v radiálním a axiálním směru jsou na obr. 2.6a a obr. 2.6b vyznačeny vektory  $\mathbf{F}_{12}$  a  $\mathbf{F}_{21}$ . Analyticky je lze dostatečně přesně určit jen v případě, že jí protéká stejnosměrný proud. V případě časově proměnného proudu jsou síly časově závislé a tuto časovou závislost lze určovat jen numericky.

Mechanické namáhání závitů vyvolané elektrodynamickými účinky působícími na cívku může být v případě vysokých pulzních proudů tak velké, že by mohlo vést k její nevratné plastické deformaci nebo dokonce k roztržení vinutí (jak se někdy stává i u vinutí výkonových transfor-

mátorů během zkratu). Proto je nutno se soustředit nejen na parametry pohybu vystřeleného tělesa, ale i na veškeré vedlejší účinky procesu jeho odpálení, které musí být rovněž podrobeny pečlivé kontrole.

### 3. Spojitý matematický model elektromagnetického akcelérátoru

Modelování silových účinků elektromagnetických polí patří ke složitějším úlohám v oblasti elektromagnetismu. Příčinou je skutečnost, že síly zpravidla působí na pohyblivé části vyšetřovaného systému a ty pak mění svou polohu. Změna geometrie systému přirozeně vede k následným změnám v rozložení elektromagnetického pole a sil. Všechny tyto veličiny se obecně mění v čase, což celý model i jeho numerické řešení silně komplikuje. Kromě toho je třeba v některých úlohách brát v úvahu vliv oteplení (oteplení vodičů má za následek nárůst jejich rezistance a adekvátní pokles proudu protékajícího napájecím obvodem).

Akcelérátor je v této práci zjednodušeně uvažován jako osově symetrické zařízení. Předpokládá se tedy, že budicí cívka je dokonale válcová (ve skutečnosti má obecně šroubovicovou strukturu a je tedy 3D objektem). V případě této cívky bude rovněž pominut vliv povrchového jevu v jejích závitech vyvolaný tím, že jí protéká časově proměnný proud. Toto zjednodušení se na rozložení magnetického pole vně cívky prakticky neprojeví, ale v cívce samotné s tímto přístupem spočteme nižší Jouleovy ztráty, než jsou ve skutečnosti.

Základní matematický model urychlovače sestává z jedné nelineární parciální diferenciální rovnice popisující rozložení magnetického pole v systému a dvou obyčejných vysoce nelineárních diferenciálních rovnic popisujících časový průběh proudu v elektrickém obvodu a pohyb urychlovaného tělesa. Další částí modelu může být i rovnice popisující oteplení systému, avšak oteplení konstrukčních částí u urychlovačů menších výkonů je velmi malé (jedná se zejména o budicí cívku) a obvykle je stačí zkontrolovat pomocí klasické kalorimetrické rovnice.



### 3.1 Elektrický obvod

Elektrický obvod je schematicky znázorněn na obr. 2.2 a popsán rovnicí

$$Ri + \frac{d}{dt}(Li) + \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau = U_0 \quad (3.1)$$

$$i(0) = 0, \quad \frac{di(0)}{dt} = \frac{U_0}{L_0}, \quad (3.2)$$

kde  $R$  je odpor zahrnující odpor přívodních vodičů, spínače  $S$  a budicí cívky,  $C$  je kapacita kondenzátoru (kondenzátorové baterie) nabitého na počáteční napětí  $U_0$ ,  $L$  je indukčnost budicí cívky. Tato indukčnost je nelineární funkcí okamžité pozice projektilu  $z$  uvnitř cívky, okamžité rychlosti projektilu  $v$  a okamžité hodnoty budicího proudu  $i$ . Konečně,  $L_0$  je počáteční indukčnost systému ( $L_0 = L(z = z_{\text{start}}, i = 0, v = 0)$ ).

### 3.2 Pohyb urychlovaného tělesa

Pohyb tělesa se předpokládá pouze ve směru osy  $z$ . Z tohoto důvodu dále nebudu pracovat s vektorovým vyjádřením mechanických veličin (síla, rychlost, zrychlení apod.), ale jenom s jejich složkami v daném směru. Pohyb urychlovaného tělesa je za tohoto předpokladu popsán rovnicemi

$$m \frac{dv}{dt} = F_{\text{em}} - F_{\text{dr}}, \quad v(0) = 0 \quad (3.3)$$

$$v = \frac{dz}{dt}, \quad z(0) = z_{\text{start}}, \quad (3.4)$$

kde  $m$  je hmotnost urychlovaného tělesa,  $v$  je jeho rychlost ve směru osy  $z$ ,  $F_{\text{em}}$  je  $z$ -ová složka elektromagnetické síly na něj působící a  $F_{\text{dr}}$  značí součet všech brzdících sil opět ve směru osy  $z$ . Veličina  $F_{\text{em}}$ , stejně jako indukčnost  $L$ , je nelineární funkcí okamžité polohy jádra  $z$ , okamžité hodnoty budicího proudu  $i$  a okamžité hodnoty rychlosti projektilu  $v$ . Obě výše uvedené veličiny musí být spočteny z rozložení magnetického pole v systému.

Brzdná síla  $F_{\text{dr}}$  působí proti pohybu projektilu a sestává ze dvou hlavních složek. První z nich je síla  $F_{\text{t}}$  reprezentující tření urychlovaného tělesa (o hmotnosti  $m$ ) o vodící trubici a je vyjádřena vztahem

$$F_{\text{t}} = f F_{\text{n}}. \quad (3.5)$$

V této rovnici parametr  $f$  představuje součinitel smykového tření<sup>1</sup> a  $F_n$  je normálová síla, která je v tomto případě rovna síle tíhové.

$$F_n = F_G = m g \quad (3.6)$$

Konstanta  $g$  zde udává tíhové zrychlení<sup>2</sup>, jež působí směrem kolmo k povrchu Země (souhlasně se směrem tíhové síly).

Druhou složkou je aerodynamická třecí síla  $F_a$ , jejíž velikost závisí zejména na druhé mocnině rychlosti urychlovaného tělesa  $v$  podle vztahu

$$F_a = \frac{1}{2} S \rho |v|^2. \quad (3.7)$$

Veličina  $S$  vyjadřuje plochu tělesa vystavenou působící síle,  $\rho$  je hustota prostředí ve kterém se těleso pohybuje a  $v$  je modul rychlosti urychlovaného tělesa.

Obě složky brzdné síly se uplatňují hlavně na začátku urychlujícího procesu, v pozdějším čase jsou vzhledem k velikosti elektromagnetické urychlující síly zanedbatelné.

### 3.3 Magnetické pole systému

V tělese pohybujícím se rychlostí  $\mathbf{v}$  ve vnějším magnetickém poli  $\mathbf{B}$  vzniká jako důsledek Faradayova indukčního zákona elektrické pole (viz. obr. 3.1)

$$\mathbf{E}_m = \mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (3.8)$$

Působí-li na těleso další externí elektrické pole s intenzitou  $\mathbf{E}$ , pak se obě pole sečtou a výsledné elektrické pole  $\mathbf{E}_t$  nabude hodnoty [35]

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_m + \mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}. \quad (3.9)$$

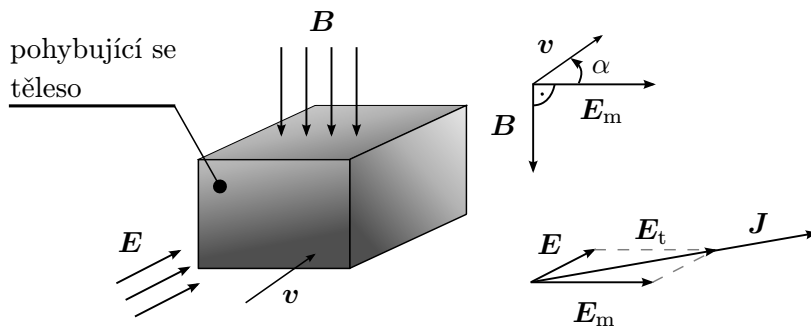
V tělese se indukují proudy, jejichž hustota v konkrétním bodě je vyjádřena vztahem

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E}_t = \gamma (\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}), \quad (3.10)$$

---

<sup>1</sup>*Součinitel smykového tření* je definován jako poměr třecí síly a kolmé tlakové síly mezi tělesy při smykovém tření, je specifický pro konkrétní materiály a jejich uspořádání.

<sup>2</sup>*Tíhové zrychlení* udává rychlost, které dosáhne těleso na povrchu kosmického tělesa (například Země) za jednu sekundu volného pádu.



Obrázek 3.1: Elektromagnetické pole indukované v tělese pohybujícím se ve vnějším magnetickém poli

kde  $\gamma$  je elektrická vodivost.

Pro další odvození vyjděme z definice magnetického vektorového potenciálu

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (3.11)$$

s Coulombovskou kalibrační podmínkou

$$\text{div } \mathbf{A} = 0. \quad (3.12)$$

V první Maxwellově rovnici

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (3.13)$$

zanedbáme posuvné proudy kvantifikované druhým členem na pravé straně rovnice (jejich vliv se uplatňuje až při daleko rychlejších časových změnách, než jaké jsou pro zkoumaný problém typické) a získáme

$$\text{rot } (\mu^{-1} \text{rot } \mathbf{A}) = \mathbf{J}. \quad (3.14)$$

Z druhé Maxwellovy rovnice

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.15)$$

a rovnice (3.10) obdržíme

$$\text{rot } \left( \frac{\mathbf{J}}{\gamma} - \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) = -\frac{\partial \text{rot } \mathbf{A}}{\partial t} = -\text{rot } \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (3.16)$$

a odtud

$$\frac{\mathbf{J}}{\gamma} - \mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi, \quad (3.17)$$

kde  $\varphi$  je jakákoli skalární funkce (která je většinou interpretována jako skalární elektrický potenciál). Vynásobením tohoto výrazu elektrickou vodivostí  $\gamma$  dostaneme

$$\mathbf{J} = -\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \gamma \operatorname{grad} \varphi + \gamma \mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \gamma \operatorname{grad} \varphi + \gamma \mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}. \quad (3.18)$$

Dosazením tohoto výrazu do (3.14) konečně dostaneme

$$\operatorname{rot} (\mu^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{A}) = -\gamma \operatorname{grad} \varphi - \gamma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A} \right). \quad (3.19)$$

Pravá část rovnice (3.19) se skládá ze tří členů:

$-\gamma \operatorname{grad} \varphi = \mathbf{J}_{\text{ext}}$  reprezentuje hustotu proudu dodanou externím zdrojem,

$-\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$  hustotu indukovaných proudů díky časové změně magnetického pole,

$\gamma (\mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A})$  je hustota indukovaných proudů v důsledku pohybu projektilu.

Je zřejmé, že předem je známá pouze hustota proudů vybuzená externím zdrojem. Naopak obě hustoty indukovaných proudů jsou funkcí magnetického vektorového potenciálu  $\mathbf{A}$  (a třetí je také funkcí rychlosti  $\mathbf{v}$ ). Na základě těchto poznatků upravíme rovnici (3.19) do tvaru

$$\operatorname{rot} (\mu^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{A}) + \gamma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_{\text{ext}}, \quad (3.20)$$

kde  $\mu$  značí magnetickou permeabilitu,  $\gamma$  je elektrická vodivost,  $\mathbf{v}$  je rychlost (zde má význam pouze pro pohybující se projektil) a  $\mathbf{J}_{\text{ext}}$  je homogenní hustota budícího proudu v budící cívce.

### 3.4 Výpočet energie systému

Elektromagnetické pole je charakterizováno určitou energií (schopností konat práci). V případě elektromagnetického akcelérátoru, jenž představuje nelineární prostředí, probíhá výpočet energie tak, že se nejprve stanoví její objemová hustota podle vztahu [36]

$$w_{\text{m}} = \int_0^{|\mathbf{B}|} \mathbf{H} \, \mathrm{d}B, \quad (3.21)$$

kde  $\mathbf{H}$  a  $\mathbf{B}$  označují po řadě vektory intenzity a indukce magnetického pole. Celková energie pole se pak určí jako

$$W_{\text{m}} = \int_V w_{\text{m}} \, \mathrm{d}V, \quad (3.22)$$

kde integrace probíhá přes celou definiční oblast.

Předchozí vztah však není pro výpočet příliš výhodný, neboť oba vektory pole se nejprve musí určit diferenciální operací např. z magnetického vektorového potenciálu  $\mathbf{A}$ , jímž je pole popsáno, a tato operace je vždy zatížena určitou chybou. Definiční oblast bývá navíc často rozsáhlá, což prodlužuje dobu výpočtu. V současné době se proto pro stanovení energie využívá alternativního vztahu ve tvaru

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} \, dV, \quad (3.23)$$

kde  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{ext}} + \mathbf{J}_{\text{ind}}$  představuje vektor celkové proudové hustoty v daném bodě a  $\mathbf{J}_{\text{ind}}$  vektor hustoty indukovaných proudů. Tento vztah je velice výhodný, neboť integrace se provádí pouze v elektricky vodivých částech systému s nenulovou proudovou hustotou a rozložení vektoru  $\mathbf{A}$  je vlastním výsledkem řešení úlohy. Při výpočtu je však třeba věnovat pozornost jeho korektní kalibraci. Jak známo, vektorový potenciál (podobně jako každý potenciál) není obecně definován jednoznačně.

### 3.5 Výpočet indukčnosti systému

Indukčnost  $L$  vyskytující se v (3.1) může být spočtena ze vztahu

$$L = \frac{2W_m}{i^2} \quad (3.24)$$

kde  $W_m$  je energie magnetického pole systému vybuzeného proudem  $i$ . Tato energie může být spočtena ze vztahu (3.22) nebo (3.23).

### 3.6 Elektromagnetická síla

Vezměme v úvahu uspořádání podle obrázku 2.1. Ve směru do středu cívky se pohybuje těleso z elektricky vodivého a zároveň feromagnetického materiálu. Cívka je protékána časově proměnným proudem. Důsledkem průchodu tohoto proudu je vznik dvou složek síly působící na těleso. První složka jej vtahuje do středu cívky a urychluje ho ve směru pohybu. Druhá vychází ze silových účinků dvou vodičů protékaných proudem opačné polarity (indukované proudy mají opačný směr než proud v budící cívce) a její účinky naopak těleso zpomalují (odpuzují ho směrem od středu cívky). Tato druhá složka je sice podstatně menší, ale narůstá s rostoucí elektrickou vodivostí tělesa.

Magnetická síla  $\mathbf{F}_{\text{em}}$  působící na jádro cívky může být stanovena následujícími přístupy:

### 3.6.1 Výpočet magnetické síly z Maxwellova tenzoru

Magnetický Maxwellův tenzor  $\sigma_M$  [37] je dán vztahem

$$\sigma_M = -\frac{1}{2}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{I} + \mathbf{H} \otimes \mathbf{B}, \quad (3.25)$$

kde  $\mathbf{I}$  je jednotková diagonální matice a symbol  $\otimes$  označuje dyadický součin. Síla  $\mathbf{F}_{em}$  působící na těleso se pak určí ze vztahu

$$\mathbf{F}_{em} = \oint_S \sigma_M \mathbf{n} dS, \quad (3.26)$$

kde  $\mathbf{n}$  označuje lokální směr vnější normály k povrchu  $S$  tělesa.

Alternativou k této formulaci je technika nazývaná Eggshell approach [38], [39]. Podle ní se těleso obalí tenkou slupkou o objemu  $V$  a v této slupce se definuje vhodná diferencovatelná funkce  $\beta$ , která má na vnitřním povrchu stýkajícím se s tělesem hodnotu 1, zatímco na vnějším povrchu hodnotu 0. Pak lze sílu  $\mathbf{F}_{em}$  působící na těleso získat integrálem

$$\mathbf{F}_{em} = \int_V \sigma_M \text{grad} \beta dV, \quad (3.27)$$

kde  $\sigma_M$  je magnetický Maxwellův tenzor v daném bodě slupky.

### 3.6.2 Výpočet magnetické síly z energie pole

Sílu působící na těleso lze získat i z energie pole podle vzorce

$$\mathbf{F}_{em} = -\text{grad} W_m. \quad (3.28)$$

## 3.7 Nestacionární teplotní pole

Jak již bylo řečeno v úvodu, u menších aplikací nehraje ohřev jednotlivých částí systému žádnou podstatnou roli. U rozsáhlých mnohastupňových urychlovačů pracujících s proudy na úrovni desítek kA však již k výraznějšímu ohřevu zejména budících cívek dojít může, a proto musí být k dispozici nástroj, který tento ohřev dokáže kvantifikovat.

Nestacionární ohřev urychlovacího systému je popsán rovnicí přenosu tepla ve tvaru [40]

$$\text{div}(\lambda \text{grad} T) = \rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad} T \right) - q_v, \quad (3.29)$$

kde

$$q_v = \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}}{\gamma}. \quad (3.30)$$

V uvedených rovnicích označuje  $\lambda$  měrnou tepelnou vodivost tělesa,  $T$  teplotu,  $\rho$  měrnou hmotnost tělesa,  $c_p$  jeho specifické teplo při stálém tlaku,  $t$  čas,  $\mathbf{v}$  rychlost, kterou se těleso pohybuje, a  $q_v$  měrné Jouleovy ztráty v daném místě vyvolané okamžitou proudovou hustotou  $\mathbf{J}$ . Konečně  $\gamma$  označuje elektrickou vodivost tělesa. Veličiny  $\lambda$ ,  $\gamma$ ,  $\rho$  a  $c_p$  jsou přitom obecně nelineárně závislé na lokální teplotě  $T$ .

Rovnice (3.29) musí být doplněna okrajovými podmínkami vyjadřujícími konvekci a radiaci tepla z ohřívaného tělesa. Ty lze napsat ve tvaru

$$-\lambda \frac{\partial T_S}{\partial t} = \alpha (T_S - T_0) + \sigma C (T_S^4 - T_r^4), \quad (3.31)$$

kde  $T_S$  je teplota povrchu,  $\alpha$  označuje součinitel konvektivního přestupu tepla z tělesa do okolního vzduchu o teplotě  $T_0$ ,  $\sigma$  je Stefan-Boltzmannova konstanta,  $C$  je součinitel, jenž vyjadřuje emisivitu povrchu tělesa korigovanou konfiguračními faktory a konečně  $T_r$  je teplota prostředí, od něhož se odráží záření.

Praktické zkušenosti však ukazují, že celý výpočet oteplení lze podstatně zjednodušit. Poněvadž proces urychlení je velmi krátký (trvá řádově milisekundy), je možné ho bez větší chyby pokládat za adiabatický (během tak krátké doby je únik tepla ze systému včetně urychlovaného tělesa téměř zanedbatelný) a k určení oteplení lze použít klasickou kalorimetrickou rovnici.

### 3.8 Účinnost

Účinnost  $n$ -tého stupně elektromagnetického akceleratoru  $\eta_n$  lze obecně určit ze vztahu

$$\eta_n = \frac{\Delta W_{kn}}{\Delta W_{Cn}}, \quad (3.32)$$

kde  $\Delta W_{kn}$  je přírůstek kinetické energie urychlovaného tělesa v  $n$ -tém stupni a  $\Delta W_{Cn}$  je energie dodaná z kondenzátorové baterie do  $n$ -té části systému.

Přitom přírůstek kinetické energie tělesa se určí ze vztahu

$$\Delta W_{kn} = \frac{1}{2} m (v_n^2 - v_{n-1}^2), \quad (3.33)$$

kde  $m$  je hmotnost tělesa,  $v_n$  je jeho rychlost po opuštění  $n$ -tého stupně, zatímco  $v_{n-1}$  je jeho vstupní rychlost do téhož stupně a energie dodaná z kondenzátorové baterie do  $n$ -té části systému se určí ze vztahu

$$\Delta W_{C_n} = \frac{1}{2} C_n (U_{n0}^2 - U_{n1}^2), \quad (3.34)$$

kde  $C_n$  je kapacita kondenzátorové baterie v  $n$ -tém stupni,  $U_{n0}$  je její počáteční napětí a  $U_{n1}$  je zbylé napětí na baterii po vypnutí příslušného budicího obvodu.



## 4. Diskretizace problému a jeho numerický model

Jak již bylo řečeno, aplikace, která by dokázala řešit model sestávající z rovnice (3.20) popisující magnetické pole, z obvodové rovnice (3.1) a pohybových rovnic (3.3) a (3.4), podle prostudované literatury zatím neexistuje. Proto bylo nutné nalézt možnost, jak model sestavit s dostupným programovým vybavením.

Po dlouhém a podrobném průzkumu možností jsem se rozhodl, že pro řešení uvedené soustavy rovnic využiji dva výpočetní programy - Agros2D a Wolfram Mathematica 7.0, jež doplním nezbytnými vlastními procedurami a skripty.

Strategie řešení byla následující: řešení obou obvodových rovnic je realizovatelné za předpokladu, že jsou známy závislosti  $F_{em}(i, z, v)$  a  $L(i, z, v)$ , poněvadž pak pro libovolnou polohu urychlovaného tělesa, jeho okamžitou rychlost a velikost protékajícího proudu lze tyto veličiny určit. Pro libovolnou trojici hodnot  $i, z, v$  lze velikost  $F_{em}(i, z, v)$  a  $L(i, z, v)$  určit z rozložení magnetického pole, jež je popsáno rovnicí (3.20) a jeho energie. Zdá se proto, že rozumnou cestou je předběžný výpočet souboru nomogramů  $F_{em}(i, z)$  a  $L(i, z)$  pro vhodně zvolené hodnoty rychlosti  $v$  a při řešení rovnic (3.1), (3.3) a (3.4) hledat hodnoty  $F_{em}(i, z, v)$  a  $L(i, z, v)$  interpolací a extrapolací z těchto nomogramů.

Otázkou však stále zůstává, jak rozumně vyřešit rovnici (3.20) v čase i za předpokladu, že rychlost  $v$  je konstantní. Velkou překážkou je zde jednak nelinearita a dále člen  $\partial \mathbf{A} / \partial t$ . Obě jsou sice překonatelné, ale za cenu nepříjemně dlouhé doby výpočtů. Je nutné mít na paměti, že takových nomogramů je zapotřebí získat větší množství (pro různé rychlosti) a každý z nich musí být spočten na dostatečně husté síti.

I tento problém lze však řešit, i když s určitou chybou. Lze vyjít ze skutečnosti, že budicí proud má v první půlplně tvar pulzu přibližně ve tvaru první půlperiody sinusové křivky a je vypnut brzy po překonání jejího maxima. Má-li však budicí proud takový průběh, musí jej mít i magne-

tický vektorový potenciál jím vybuzeného magnetického pole. Za tohoto předpokladu je situace stejná, jako by bylo toto pole harmonické, což znamená, že rovnici (3.20) lze transformovat do fázorového tvaru

$$\text{rot}(\text{rot } \underline{\mathbf{A}}) + \gamma\mu(j\omega\underline{\mathbf{A}} - \mathbf{v} \times \text{rot } \underline{\mathbf{A}}) = \mu\underline{\mathbf{J}}_{\text{ext}}, \quad (4.1)$$

kde  $j$  je imaginární jednotka a  $\omega$  je úhlová frekvence. Tím je řešení převedeno do kmitočtové oblasti a výpočty jsou v tomto případě daleko rychlejší. Je ještě třeba dodat, že magnetická permeabilita feromagnetického tělesa není konstanta, jak by se z (4.1) mohlo zdát, ale v každém elementu diskretizační sítě musí být v souladu s lokální hodnotou magnetické indukce. Velikost fiktivní hodnoty  $\omega$  se snadno dopočte z parametrů napájecího RLC obvodu.

I přesto je numerické řešení rovnice pole doprovázeno značnými potížemi plynoucími ze silné nelinearity (při vyšších proudech se urychlované těleso přesyť a jeho relativní permeabilita klesá k jedné, což vede k nestabilitám a obecně k velmi špatné konvergenci probíhajících iteračních procesů).

Zatímco řešení pole bylo provedeno v aplikaci Agros2D, výsledné časové průběhy proudu, změny indukčnosti v čase a pohybu urychlovaného tělesa byly získány pomocí algoritmu naprogramovaného v programu Mathematica.

## 4.1 Algoritmus pro jednostupňový akceleračtor

Ucelený algoritmus řešení elektromechanického modelu lze shrnout do následujících kroků:

1. Předběžný výpočet nomogramů  $L = L(i, z)$  a  $F_{\text{em}} = F(i, z)$  pro vybrané hodnoty rychlosti  $v$ . Tento krok byl realizován programem Agros2D. Aby výsledné mapy byly dostatečně přesné, musí být mřížky (diskretizace v prostoru) velice jemné. Lineární interpolací v těchto nomogramech a poté interpolací mezi těmito nomogramy v oblasti rychlostí získáme hodnoty síly  $F_{\text{em}}(i, z, v)$ , indukčnosti  $L(i, z, v)$  a také její derivace v celé vyšetřované oblasti.
2. Rovnice popsané v předchozí kapitole je potřeba převést do jejich diskrétní podoby. V případě rovnice popisující elektrický obvod (3.1) je nejprve třeba modifikovat výraz  $d(Li)/dt$ . Jednoduše získáme

$$\frac{d}{dt}(Li) = L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt} = L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dz}\frac{dz}{dt} = L\frac{di}{dt} + iv\frac{dL}{dz}. \quad (4.2)$$

Pro další výpočet je důležité stanovit druhou časovou derivaci výrazu  $Li$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}(Li) &= L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{di}{dt} \frac{dL}{dz} \frac{dz}{dt} + \frac{di}{dt} \frac{dL}{dz} \frac{dz}{dt} + i \frac{dL}{dz} \frac{d^2 z}{dt^2} + iv \frac{d^2 L}{dz dt} = \\ &= L \frac{d^2 i}{dt^2} + 2v \frac{di}{dt} \frac{dL}{dz} + ia \frac{dL}{dz} + iv \frac{d^2 L}{dz dt}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Po dalším derivování výrazu (3.1) podle času  $t$  a dosazením za  $\frac{d^2}{dt^2}(Li)$  dostaneme

$$R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2} + 2v \frac{di}{dt} \frac{dL}{dz} + ia \frac{dL}{dz} + i \frac{1}{C} = 0. \quad (4.4)$$

Zavedeme-li substituci

$$p = \frac{di}{dt}, \quad (4.5)$$

dostaneme upravenou rovnici

$$Rp + L \frac{dp}{dt} + 2vp \frac{dL}{dz} + ia \frac{dL}{dz} + i \frac{1}{C} = 0. \quad (4.6)$$

S využitím nejjednodušší (Eulerovy) metody numerického řešení diferenciálních rovnic (4.5) a (4.6) dostaneme soustavu rovnic

$$i_{k+1} = p_k \Delta t + i_k \quad (4.7)$$

a

$$p_{k+1} = \frac{1}{L_k} \left( -Rp_k - 2v_k p_k \left( \frac{dL}{dz} \right)_k - i_k a_k \left( \frac{dL}{dz} \right)_k - i_k \frac{1}{C} \right) \Delta t + p_k \quad (4.8)$$

s počátečními podmínkami

$$i_0 = 0, \quad p_0 = \frac{U_0}{L_0}. \quad (4.9)$$

Rovnice (4.7), (4.8) a (4.9) jsou numerickým řešením časového vývoje proudu  $i$  protékajícího RLC obvodem s cívkou, jejíž indukčnost závisí na aktuální pozici projektilu, který jí prolétá rychlostí  $v$ , a který je silovými účinky pole urychlován zrychlením  $a$  (viz. obr. 2.3b).

Rovnice (3.3) a (3.4) jsou diskretizovány následujícím způsobem:

$$m \frac{v_{k+1} - v_k}{\Delta t} = F_{\text{em},k} - F_{\text{dr},k}, \quad (4.10)$$

$$\frac{z_{k+1} - z_k}{\Delta t} = v_k, \quad (4.11)$$

a tudíž

$$v_{k+1} = \frac{F_{\text{em},k} - F_{\text{dr},k}}{m} \Delta t + v_k, \quad (4.12)$$

$$z_{k+1} = v_k \Delta t + z_k. \quad (4.13)$$

Zatímco hodnotu  $F_{em,k}$  můžeme jednoduše stanovit z nomogramu  $F_{em}(i, z, v)$ , hodnota  $F_{dr,k}$  (která představuje brzdou sílu) závisí na konkrétní situaci ve vodicí trubici. V předchozích rovnicích byla pro ilustraci algoritmu použita Eulerova metoda, která v tomto případě velmi rychlého děje je pro časovou integraci zcela postačující (byly testovány i metody prediktor-korektor a Runge-Kutta, ale v tomto případě nebylo dosaženo podstatných časových úspor kvůli nutnosti vyššího množství interpolací v nomogramech).

3. Zahájení nestacionárního procesu v okamžiku  $t_0 = 0$  s počátečními podmínkami  $i_0 = 0$ ,  $F_{em,0} = 0$ ,  $a_0 = 0$ ,  $v_0 = 0$  a  $z_0$  odpovídající počáteční pozici projektilu. Výběr časového kroku  $\Delta t$ .
4. Určení počáteční indukčnosti systému  $L_0$ . Tuto indukčnost spočteme z energie systému pro velmi malou (téměř nulovou) hodnotu proudové hustoty podle vztahu (3.24). Změnu indukčnosti  $(dL/dz)_k$  nelze v prvním výpočetním kroku stanovit, považujeme ji za nulovou.
5. Stanovení následující časové hladiny  $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ . První krok v tomto iteračním procesu může mít poněkud specifický charakter.
6. Numerický výpočet hodnot v nové časové hladině. Předpokládejme, že známe hodnoty  $i_k$ ,  $F_{em,k}$ ,  $L_k$ ,  $a_k$ ,  $v_k$  a  $z_k$  v  $k$ -tém časovém kroku. Nyní je potřeba stanovit všechny tyto veličiny v  $(k+1)$ -tém časovém kroku. Proud  $i_{k+1}$  protékající cívkou získáme z rovnic (4.7) a (4.8). Hodnoty síly  $F_{em,k+1}$ , indukčnosti  $L_{k+1}$  a její derivace  $(dL/dz)_{k+1}$  z nomogramů  $F_{em}(i, z, v)$ ,  $L(i, z, v)$  a hodnoty pohybových rovnic pak z rovnic (4.12) a (4.13).
7. Návrat do bodu (5). Výpočty se zastaví v závislosti na nastavené podmínce (předepsaný čas, překonání určité vzdálenosti projektilu od cívky apod.).

Časově nejnáročnější krok v tomto algoritmu je výpočet nomogramů, které platí pro konkrétní geometrické uspořádání cívky a projektilu. Problémem je v tomto případě zejména diskretizace vyšetřované oblasti v čase, neboť s rostoucí vzdáleností projektilu od cívky se prudce zvyšuje počet elementů diskretizační sítě a výpočty se citelně zpomalují. Jakmile jsou nomogramy jednou spočteny, je možné je (v rámci předem definovaných mezí) použít pro různé konfigurace cívky a projektilu a následné výpočty modelu už tak časově náročné nejsou.

V případě řešení silně sdružených úloh s účastí teplotního pole a úloh, kde silové účinky mají za následek změny rozměrů cívky nebo urychlovaného tělesa, je třeba na základě vypočtených hodnot v každém časovém kroku provést korekci geometrie modelu (a v některých případech i změnu materiálových vlastností). Algoritmus je pak složitější a časově náročnější, neboť nomogramy pro výpočet energie a síly se změnou rozměrů nepočítají. Překreslení geometrie pro konkrétní uspořádání v časové hladině  $t_{k+1}$  na základě parametrů modelu v časové hladině  $t_k$  je třeba vložit mezi body (6) a (7).

## 4.2 Úprava modelu pro vícestupňový akcelerátor

S pomocí vytvořeného algoritmu lze spočítat průběhy sledovaných veličin i pro vícestupňové akcelerátory. Model odpovídá algoritmu popsáném v kapitole 4.1 s následujícími úpravami:

1. Nomogramy síly  $F_{\text{em}}(i, z, v)$ , indukčnosti  $L(i, z, v)$  a její derivace musí odpovídat geometrii cívky aktuálního ( $n$ -tého) akceleračního stupně.
2. V čase  $t_0 = 0$ , kdy je sepnut obvod  $n$ -tého stupně, odpovídají nové počáteční podmínky pohybových rovnic  $(v_0, z_0)$  výstupním hodnotám modelu  $(n - 1)$ -tého stupně.
3. Časový průběh proudu odpovídá rovnicím (4.7), (4.8) s počáteční podmínkou (4.9) beze změny, výpočet počáteční indukčnosti systému  $L_0$  se rovněž od předchozího algoritmu neliší. Liší se však průběhy proudu a ostatních sledovaných veličin v obvodu  $n$ -tého akceleračního stupně v závislosti na geometrii cívky a nenulových počátečních podmínkách.

Model vícestupňového akceleratoru není předmětem této práce. Pro potřeby srovnání matematického modelu se skutečností postačí srovnání modelu popsáného v kapitole 4.1 s jednostupňovým elektromagnetickým akceleratorem.

## 5. Popis použitých výpočetních programů a algoritmů

Algoritmus popsáný v kapitole 4 lze rozdělit na dvě části. Jeho první část (kapitola 4 bod (1)), výpočet nomogramů síly a indukčnosti (resp. energie), byla naprogramována ve výpočetním programu Agros2D [10].

Agros2D je multiplatformní open-source aplikace pro výpočet fyzikálních polí a sdružených úloh, jejíž základem je knihovna jazyka C++ (Hermes [9]) pro vývoj adaptivních *hp*-FEM řešičů. Agros2D podporuje objektový způsob programování ve formě skriptovacího jazyka Python [41], ve kterém byl sepsán zdrojový kód pro výpočet nomogramů energie a síly a mnoho dalších podpůrných skriptů.

Druhou částí je hlavní cyklus programu (kapitola 4 body (3) až (7)), který je sestaven v komerčním softwaru Wolfram Mathematica 7.0 [42]. Mathematica je výpočetní nástroj používaný v mnoha vědeckých, technických, matematických a výpočetních oborech umožňující řešit širokou škálu úloh ať už analytickými či numerickými metodami.

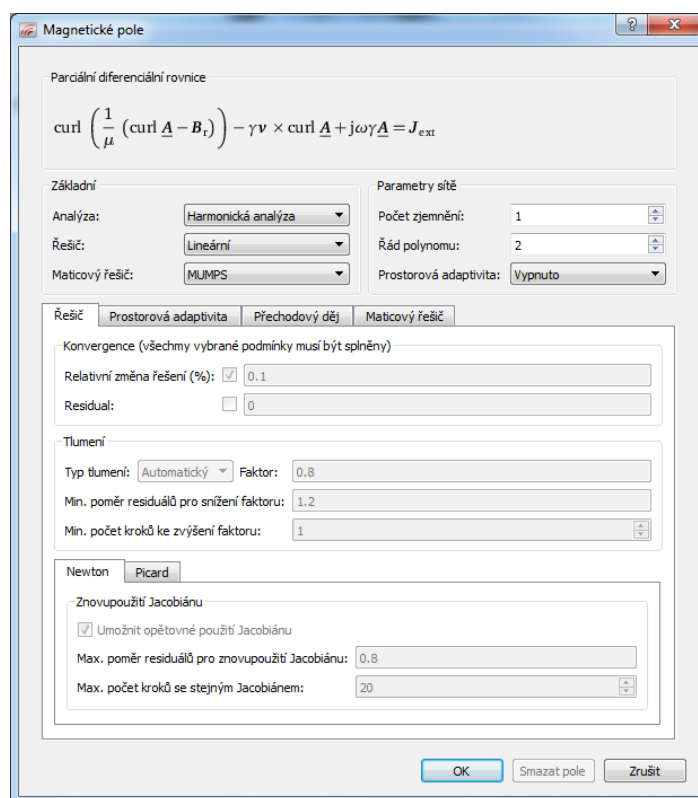
Bližší popis tvorby modelu v Agros2D a zpracování dat v Mathematice 7.0 je uveden v následujících sekcích.

### 5.1 Popis uživatelského rozhraní programu Agros2D a algoritmu výpočtu nomogramů

Prostředí programu Agros2D je uživatelsky přívětivé a jeho ovládání je intuitivní. Před vytvořením modelu je nutné celou problematiku nejprve korektně definovat.

Vyšetřovaná oblast představuje po částech homogenní nelineární prostředí. Magnetické pole je popsáno rovnicí harmonického rozložení vektorového potenciálu (4.1) s uvažováním pohybu. Tato rovnice (viz. obr. 5.1) při výpočtu zahrnuje hustotu indukovaných proudů v důsledku trans-

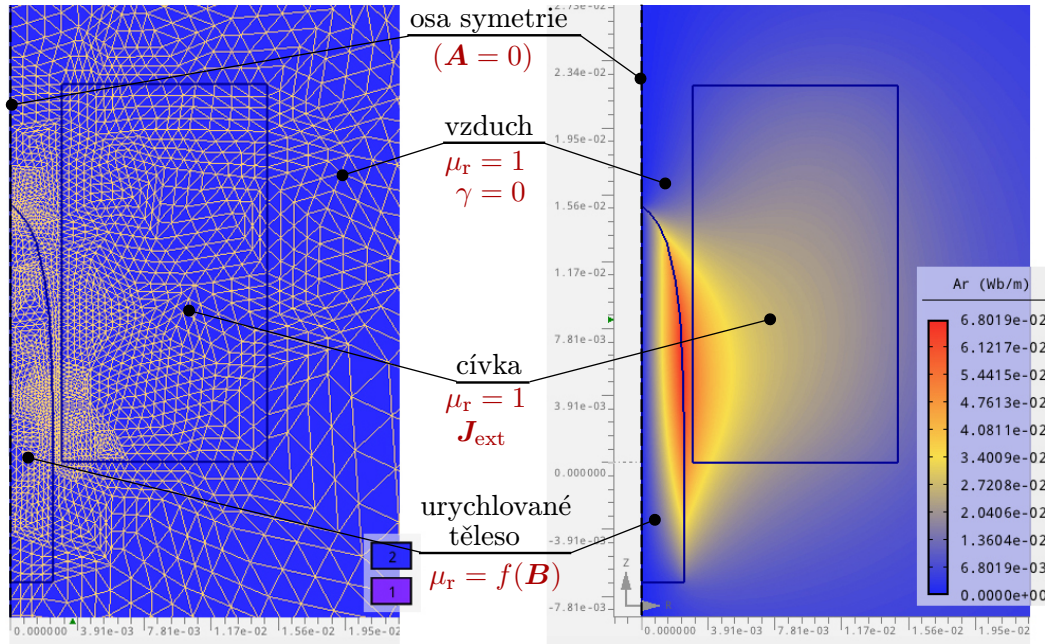
formace i pohybu tělesa. Na několika modelech však bylo ověřeno, že v rozsahu zkoumaných fyzikálních polí s uvážením limitních hodnot všech respektovaných veličin je vliv indukovaných proudů transformačního původu oproti proudům indukovaných v důsledku pohybu malý. Dále už je možné se soustředit pouze na výpočet nomogramů síly a indukčnosti pro různé rychlosti a pozice projektilu.



Obrázek 5.1: Jedna ze vstupních obrazovek aplikace Agros2D s uvedením typu řešené úlohy

Prvním krokem je volba základních vlastností modelu, tzn. volba systému souřadnic (planární, osově symetrický), typ sítě (trojúhelníková, čtvercová) a volba parciální diferenciální rovnice, která bude v uzlech sítě numericky řešena. Pokročilé nastavení umožňuje např. konfiguraci řešiče a nastavení „přesnosti“ iteračního výpočtu. Souhrnné nastavení pro tento model je na obr. 5.1. Jakmile je model nadefinován, můžeme navrhnout jeho geometrii.

Při návrhu s výhodou využijeme osově symetrie modelu (osa symetrie je shodná s osou cívky a urychlovaného tělesa). V tomto případě stačí vytvořit geometrii v řezu poloviny cívky a projektilu a k modelu přistupovat jako k dvoudimenzionálnímu (viz. obr. 5.2).



Obrázek 5.2: Příklad diskretizace vyšetřované oblasti a rozložení magnetického vektorového potenciálu

Dalším krokem je pojmenování a definice oblastí s různými materiálovými vlastnostmi a přiřazení počátečních a okrajových podmínek. Oblasti na obrázku 5.2 ohraničené tmavou modrou barvou znázorňují cívku a urychlované těleso v řezu. Každá z nich je definována (v případě výpočtu rozložení magnetického vektorového potenciálu) zejména relativní magnetickou permeabilitou  $\mu_r$  (která je funkcí magnetické indukce  $\mathbf{B}$ ), elektrickou vodivostí  $\gamma$ , pro budící cívku nenulovou externí proudovou hustotou  $\mathbf{J}_{\text{ext}}$  a pro urychlované těleso nenulovou rychlostí ve směru jeho pohybu  $\mathbf{v}$ .

Okrajové podmínky určují hodnotu funkce na hranici vyšetřované oblasti (osa symetrie a hranice „nekonečna“<sup>1</sup> - jsou pro oba dva případy shodné, platí zde Dirichletova okrajová podmínka  $\mathbf{A} = 0 \text{ Wb m}^{-1}$ ). Počáteční podmínky jsou hodnoty hledané funkce v počátku řešení (při  $t = 0$ ). Při výpočtu nomogramů se počáteční podmínky neuplatňují, svého významu nabudou až při řešení konkrétní úlohy popsané v kapitole 5.3.

Dalším krokem je diskretizace oblasti, neboli rozdělení vyšetřované oblasti na elementy, v jejichž vrcholech iteračním výpočtem obdržíme hodnoty magnetického vektorového potenciálu. Příklad

<sup>1</sup>nekonečno v tomto případě představuje ohraničení oblasti modelu v takové vzdálenosti, kde je vektorový magnetický potenciál uvažován nulový se zanedbatelnou chybou výpočtu rozložení magnetického vektorového potenciálu ve vyšetřované oblasti.



geometrie s trojúhelníkovou sítí je zobrazen na obr. 5.2 vlevo, výsledek výpočtu s rozložením vektorového magnetického potenciálu je na obr. 5.2 napravo.

Hodnoty zkoumaných veličin jsou pak získány z postprocessingu (Maxwellovská síla působící na projektil a energie pole, z níž je spočtena indukčnost cívky a její derivace ve směru osy  $z$ ). Nomogramy jsou funkce závislé na třech proměnných, a proto byly spočteny s pomocí skriptovacího jazyka ve třech vnořených cyklech.

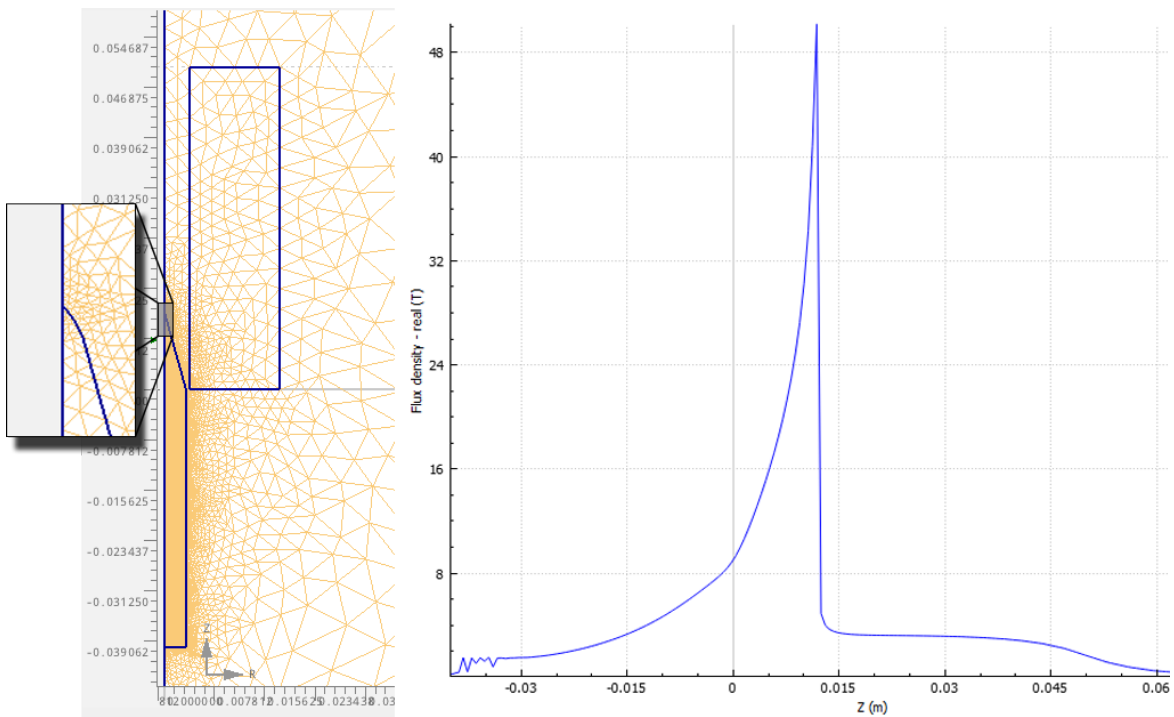
Zdrojový kód pro výpočet nomogramů (ve zkráceném tvaru) je v příloze 1. Kompletní kód se nachází na přiloženém DVD.

## 5.2 Numerické chyby a jejich eliminace

V této kapitole jsou zmíněny problematické části modelu, kterým musela být věnována větší pozornost.

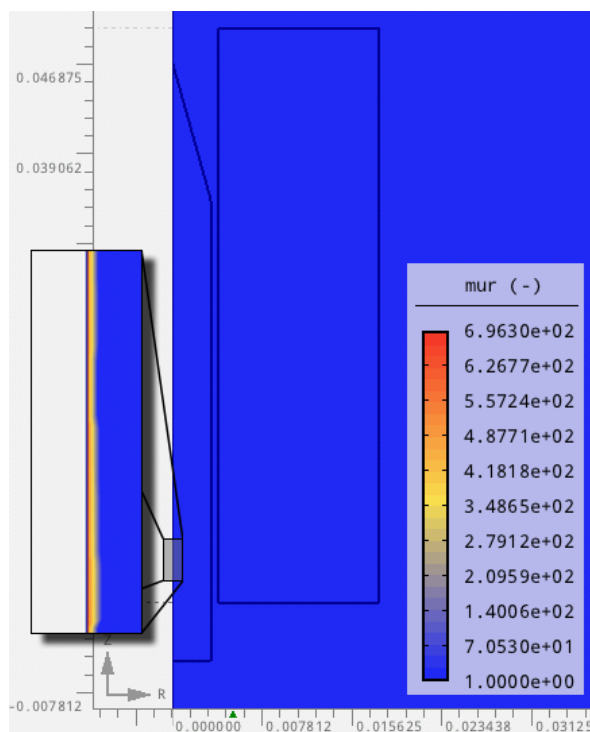
První nepříjemností jsou numerické chyby při výpočtu rozložení elektromagnetického pole v oblasti ostrého hrotu projektilu. Na obrázku 5.3 je zobrazena geometrie akcelérátoru s projektil, který má mírně zaoblenou špičku. Graf v pravé části obrázku znázorňuje průběh magnetické indukce ve směru osy cívky vypočtený při úplném přesycení projektilu. Relativní permeabilita v tomto případě ve všech částech projektilu musí být blízká jedné a pole v místě projektilu musí být vysoce homogenní. Ve špičce projektilu jeho velikost (na rozdíl od ostatních částí) však dosahuje hodnoty přesahující 48 T.

Geometrie projektilu byla následně upravena tak, aby tvar projektilu představoval válec se stejnou podstavou, a jeho hmotnost zůstala nezměněna. Zmíněnou úpravou byly tyto chyby eliminovány, přičemž nová délka projektilu je 44 mm.



Obrázek 5.3: Numerické chyby v oblasti ostrých hran při přesycení projektilu

Dále je třeba zmínit, že model akcelérátoru je silně nelineární vzhledem k rozložení relativní permeability v objemu projektilu, která je současně závislá na lokální hodnotě indukce magnetického pole. Nalezneme-li pozici projektilu, kde je pokles elektromagnetického pole nejvíce strmý, a stanovíme-li směr jeho největšího spádu, dostaneme v tomto směru i nejvíce strmý spád relativní permeability. Tento jev se nejvíce uplatňuje v oblasti závislosti relativní permeability těsně před nasycením, kde je charakteristika strmě klesající. Numerické řešení takového modelu je nestabilní, výpočet je charakterizován špatnou konvergencí řešení a často je nutné k dosažení konečného výsledku snížit požadovanou přesnost výpočtu. Další možností, jak docílit výsledků s přijatelnou přesností, je upravit charakteristiku magnetické permeability (viz. obr. 6.14) v oblasti nasycení a poté provést korekci výsledných nomogramů. Celý postup je náplní následujících řádků.

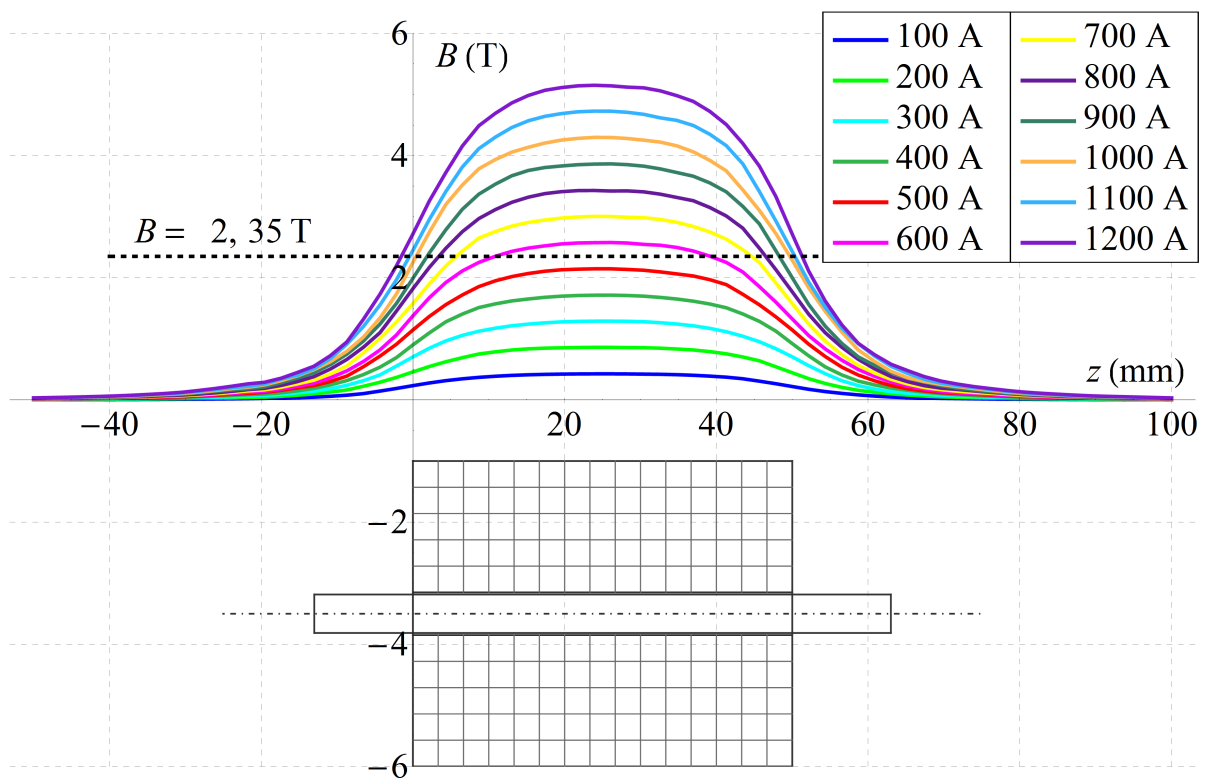


Obrázek 5.4: Numerické chyby při přesycení jádra projektilu

Závislost relativní permeability na magnetické indukci je v programu Agros2D vyjádřena body proloženými přímkou, kdy poslední bod charakteristiky odpovídá magnetické permeabilitě rovné jedné (nasycený materiál). S takto definovanou charakteristikou nebylo možné pro danou geometrii spočítat nomogramy s dostatečnou přesností. Při nasycení materiálu (v oblastech no-

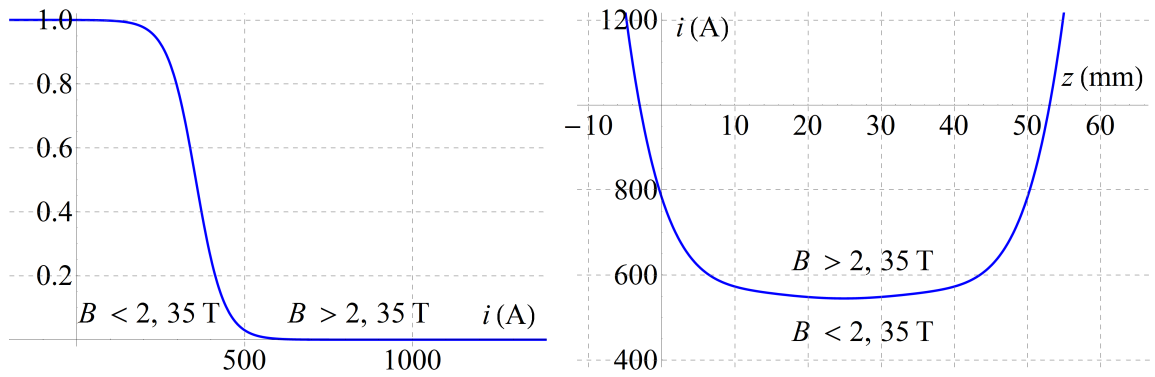
mogramů, kde proud v cívce dosahoval vysokých hodnot) byly výpočty zatíženy numerickými chybami, jejichž důsledek je znázorněn na obr. 5.4. V legendě je maximální hodnota relativní magnetické permeability v řádu  $10^2$ , zatímco korektní hodnoty  $\mu_r$  by se měly blížit k jedné.

Posun charakteristiky relativní permeability v oblasti nasyceného materiálu nad hodnotu  $\mu_r = 1$  vede ke stabilizaci výpočtů, ale současně je do výpočtů zanesena chyba, neboť i v oblasti nasycení projektilu projektil zesiluje vnější magnetické pole a je ve vnějším magnetickém poli urychlován. Byl proto učiněn pokus nalézt techniku, která by tuto chybu eliminovala.



Obrázek 5.5: Průběh magnetické indukce podél osy cívky spočtený v programu Agros2D pro cívku bez projektilu

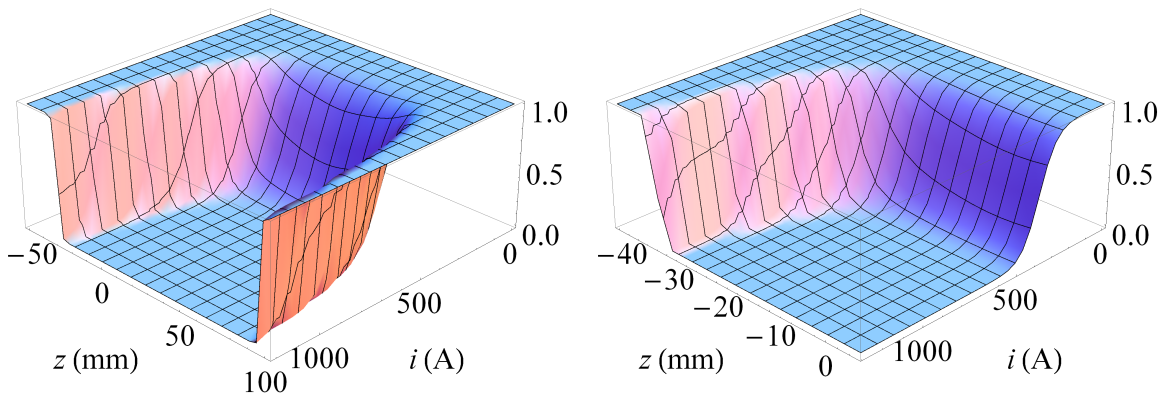
Obrázek 5.5 znázorňuje výstup z pomocného modelu vzduchové cívky prvního urychlovacího stupně protékané elektrickým proudem. Barevné křivky v grafu odpovídají průběhu magnetické indukce podél osy cívky pro hodnoty elektrického proudu od 0 A do 1200 A s odstupňováním 100 A. Magnetická indukce plně nasyceného projektilu (viz. obr. 6.14) je zanesena černou přerušovanou čarou. Pro vyšší hodnoty magnetické indukce je již projektil magneticky nasycen a jeho permeabilita dosahuje hodnoty rovné permeabilitě vzduchu ( $\mu_r = 1$ ). Z obrázku je patrné, že



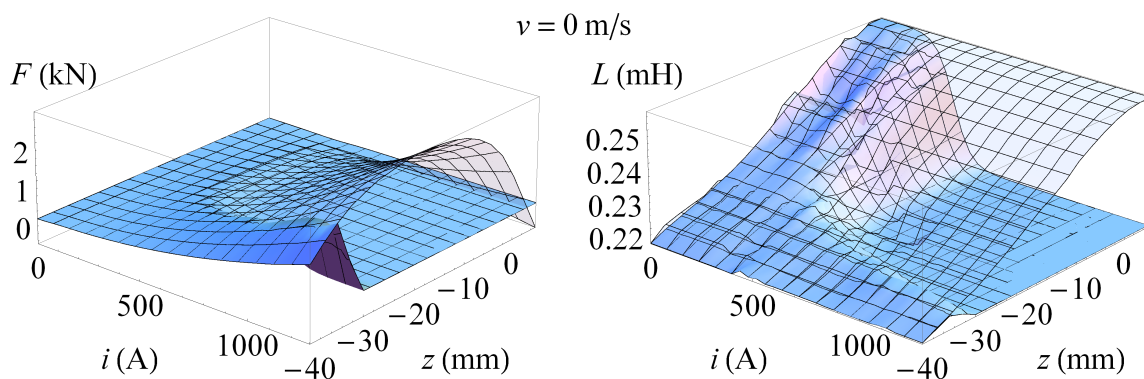
Obrázek 5.6: Vymezení pracovní oblasti s magnetickou indukcí přesahující 2,35 T.

projektil umístěný do středu cívky je nasycen už při hodnotě proudu okolo 550 A a s rostoucí vzdáleností projektilu od středu cívky roste i hodnota proudu potřebná pro jeho nasycení.

Na levé straně obrázku 5.6 je návrh funkce, která pro požadovanou hodnotu elektrického proudu klesá s definovanou strmostí z hodnoty jedna do nuly. Na pravé straně obrázku je funkce, která byla odvozena z modelu na obrázku 5.5, a která vymezuje oblast, kde je magnetická indukce vyšší než 2,35 T. S pomocí těchto dvou funkcí a se znalostí rozložení magnetického pole byla nalezena funkce popisující sycení projektilu pohybujícím se v ose cívky. Další úpravou dostáváme hledanou omezující funkci (viz. pravá část obr. 5.7), která nabývá hodnoty rovné jedné pro oblast nomogramů s indukcí magnetického pole nižší jak 2,35 T, a která s požadovanou strmostí přechází do nuly pro hodnoty magnetické indukce vyšší jak 2,35 T.

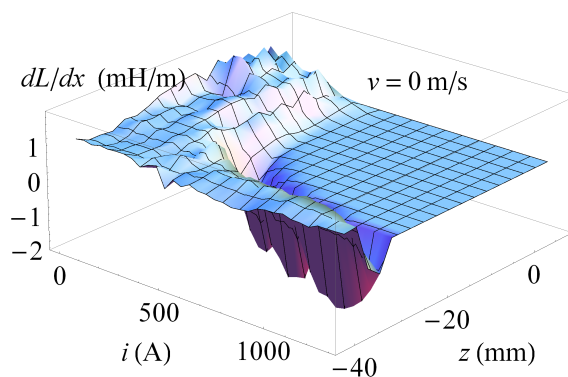


Obrázek 5.7: Omezující funkce navržená pro korekci nomogramů a její úprava pro pracovní oblast projektilu



Obrázek 5.8: Nomogramy síly a indukčnosti respektující nasycení projektilu s vyznačením původních tvarů nomogramů

Výsledné nomogramy síly a indukčnosti (viz. obr. 5.8) respektující nasycení projektilu pro vyšší hodnoty proudů a menší vzdálenosti projektilu od cívky získáme z původních nomogramů vynásobením získanou omezující funkcí. Na obr. 5.8 jsou současně průhlednými plochami nad grafy nových nomogramů znázorněny původní nomogramy před korekcí. Obrázek 5.9 pak znázorňuje nomogram derivace indukčnosti podle  $z$ .



Obrázek 5.9: Nomogram derivace indukčnosti podle  $z$

V neposlední řadě je třeba zmínit se o modelu samotné cívky. Cívka je protékána pulzním proudem, jenž se vypne v okamžiku, kdy se urychlované těleso dostane přibližně do její poloviny, což je poté, kdy hodnota proudu dosáhne svého maxima. Tuto „aktivní“ část pulsu lze s vysokou přesností modelovat funkcí sinus a v našem případě, jak bude zmíněno později, příslušný kmitočet odpovídá 156 Hz (což je dáno parametry napájecího obvodu). V tomto případě se

již začíná projevovat povrchový jev v jejích závitech, který však, jak se ukazuje, nemá prakticky žádný vliv na výslednou magnetickou sílu působící na těleso. Neovlivňuje ani rezistanci cívky, jak vyplývá z přesného měření popsaného v dalších kapitolách. Kromě toho, modelování cívky jakožto soustavy jednotlivých závitů, kde v každém z nich je nutno povrchový jev řešit, je úlohou velmi obtížnou vyžadující jejich pečlivou diskretizaci, což vede k neúměrnému navýšení stupňů volnosti úlohy a velmi špatné konvergenci řešení. Z těchto důvodů byla cívka pojata jako proudová vrstva s homogenním rozložením proudové hustoty. Chyba při určení výsledné magnetické síly dle několika kontrolních výpočtů nepřesahuje cca 0,5 %.

### 5.3 Popis algoritmu hlavního cyklu v programu Wolfram Mathematica 7.0

Struktura zdrojového kódu v programu Wolfram Mathematica 7.0 odpovídá standardním zvyklostem programování. Na začátku notebooku jsou nadefinovány moduly pro vyhledávání v listech a tabulkách, dále moduly pro lineární a kubickou interpolaci, resamplování listů a tabulek a další moduly pro opravu numerických chyb při výpočtu.

V další části kódu jsou importovány nomogramy z programu Agros2D. V nomogramech jsou v případě nutnosti kubickou interpolací vyhlazeny odchylky vyvolané numerickými chybami, vznikajícími zejména v situacích, kdy dochází k lokálnímu či celkovému přesycování projektilu. Proto byla na základě spočtených výsledků navržena a vytvořena omezovací funkce (viz. obr. 5.7), která uměle přesycování respektuje. Vynásobením nomogramů touto funkcí získáme finální nomogramy síly a energie respektující sycení projektilu pro vysoké hodnoty magnetické indukce. Z nomogramu energie je vypočten nomogram indukčnosti a derivace indukčnosti podle souřadnice  $z$ .

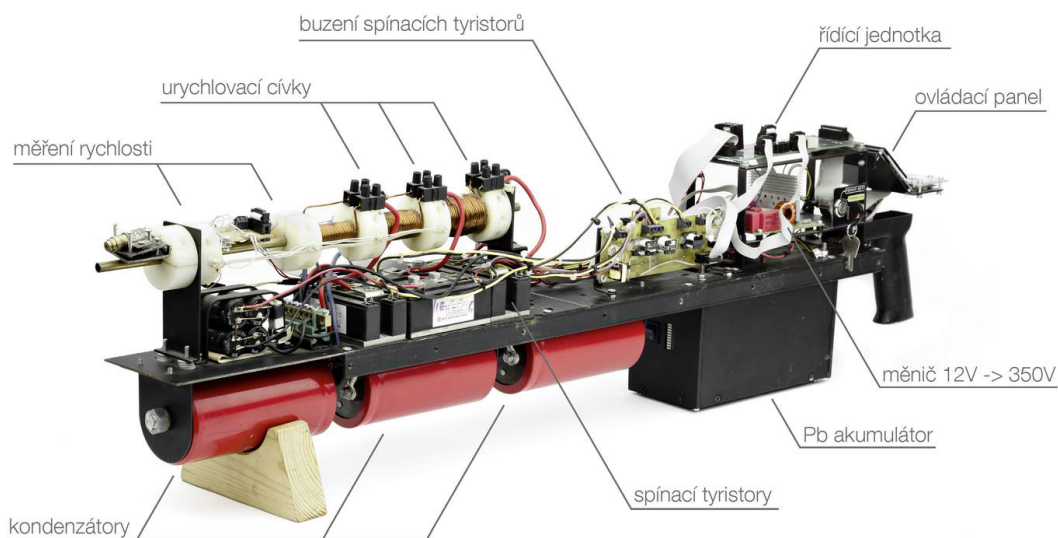
Před hlavním cyklem programu jsou stanoveny počáteční podmínky. Počáteční podmínky definují proud, indukčnost, sílu, zrychlení, rychlost, pozici projektilu, derivaci indukčnosti podle  $z$  a třecí a aerodynamickou sílu na začátku urychlovacího cyklu, tj. v čase  $t = 0$  ms. Hlavní cyklus odpovídá algoritmu popsanému v kapitole 4 a jeho výstupem jsou časové průběhy veličin popsaných výše. Dalším zajímavým výstupem programu je graf znázorňující průběh výpočtu v čase po nomogramech síly a indukčnosti. Na konci programu je proveden výpočet oteplení cívk, na jehož základě jsme schopni odhadnout tepelné poměry v systému.

Zdrojový kód hlavního cyklu s podpůrnými moduly (ve zkráceném tvaru) je v příloze 2. Kompletní kód se nachází na přiloženém DVD.



## 6. Měření charakteristických veličin akcelérátoru a doplňující měření

Přesnost modelu popsaného v předchozí kapitole byla ověřena srovnáním vypočtených hodnot s údaji změřenými na přenosném elektromagnetickém akcelérátoru (viz. obr. 6.1), který byl zapůjčen od studenta Radima Lagy z ČVUT v Praze Fakulty elektrotechnické. Jedná se o třístupňový elektromagnetický akcelérátor určený pro vystřelování projektilů vyrobených z kovových feromagnetických materiálů.



Obrázek 6.1: Třístupňové elektromagnetické dělo [43]

### 6.1 Popis testovaného akcelérátoru

Každý urychlovací stupeň akcelérátoru obsahuje tři základní prvky elektrického obvodu. Prvním je kondenzátor jako zdroj energie, druhým je budicí cívka pro urychlení projektilu a třetím

je polovodičový spínací prvek. Parazitní elektrické odpory vinutí cívky, přívodů, kondenzátoru (ESR) a spínacího prvku ve výpočtu označíme souhrnným sériovým odporem obvodu  $R$ .

Hodnoty charakteristických prvků elektrického obvodu pro každý urychlovací stupeň jsou uvedeny v tabulce 6.1. Na jejich velikosti závisí výsledný tvar proudového impulsu. Přesné stanovení jejich hodnot je pro tvorbu modelu klíčové, a proto byly prvky přeměřeny v laboratoři Zkušebnictví a.s. Postup měření je popsán v kapitole 6.4.

Stupeň	Cívka		Kondenzátor			
	$n$ (-)	$L$ ( $\mu\text{H}$ )	$R$ ( $\text{m}\Omega$ )	$C$ ( $\text{mF}$ )	$U$ (V)	$ESR$ ( $\text{m}\Omega$ )
1		206,1	120,0	7,08	350	43
2		71,3	71,0	6,93	350	49
3		20,5	33,0	6,90	350	38

Tabulka 6.1: Parametry elektrického obvodu [44]

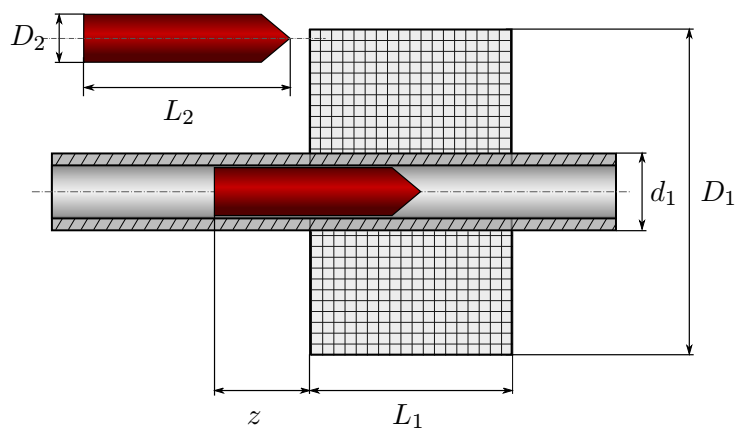
Dělo je vybaveno třemi elektrolytickými kondenzátory. Kondenzátory jsou při nabíjení zapojeny paralelně a jsou nabíjeny z olověného akumulátoru s výstupním napětím 12 V a kapacitou 7 Ah. Během výstřelu je akumulátor odpojen. Požadovaného napětí 350 V na svorkách kondenzátorů je dosaženo s pomocí výkonového flyback měniče [44].

Cívky jsou navinuty měděným drátem o průměru 1,6 mm. Cívka prvního urychlovacího stupně je navinuta v sedmi vrstvách o devětadvaceti závitěch, což odpovídá celkem 203 závitům. Rozměry cívky prvního urychlovacího stupně a projektilu jsou uvedeny v tabulce 6.2.

Cívka			Projektíl		
$D_1$ (mm)	$L_1$ (mm)	$d_1$ (mm)	$D_2$ (mm)	$L_2$ (mm)	$z$ (mm)
36	50	8	6,75	52	-38

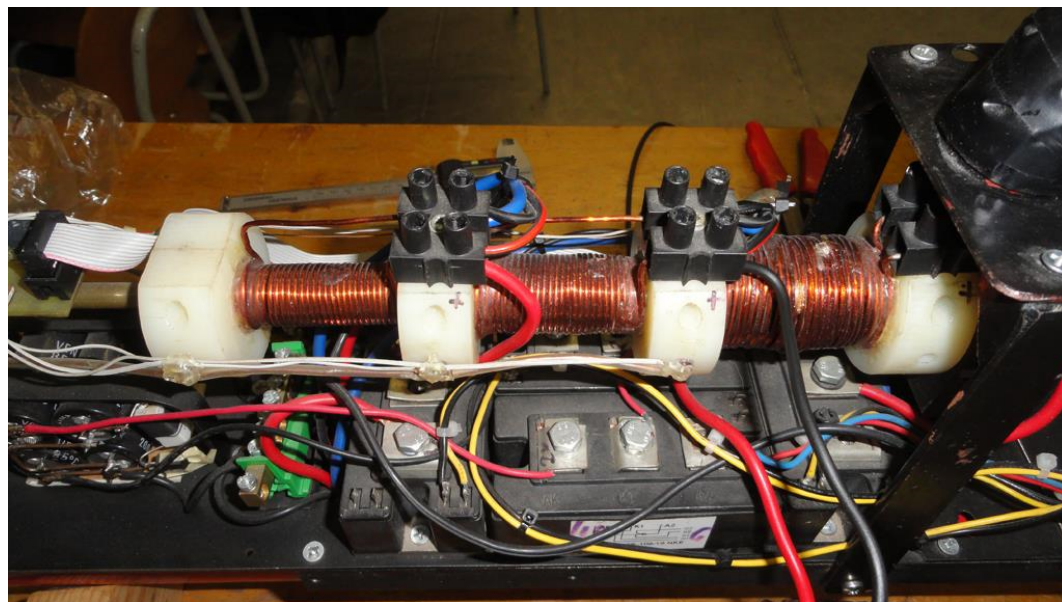
Tabulka 6.2: Tabulka změřených rozměrů cívky a projektilu vyšetřovaného akceleraátoru

Projektíl je vyroben z materiálu Vacoflux 48. Jeho rozměry jsou uvedeny v tabulce 6.2 a katalogový list použitého materiálu [45] je na příloženém DVD této práce. Materiál na projektíl



Obrázek 6.2: Rozměrový náčrtek akcelérátoru

byl získán jako vzorek od německé firmy Vacuumschmelze GmbH & Co. Projektily byly vysoustruženy a poté kaleny ve vakuu či ve vodíkové atmosféře, jak je popsáno v katalogovém listu. Jelikož skutečný způsob kalení není znám, bylo nutno magnetizační křivku materiálu (viz. obr. 6.14) stanovit měřením. Zvolený způsob měření a výsledky jsou uvedeny v kapitole 6.5.



Obrázek 6.3: Geometrie cívek třístupňového akcelérátoru

Nyní věnujme pozornost srovnání cívek dílčích urychlujících stupňů. Do každého akceleračního stupně projektil vstupuje s jinou počáteční rychlostí, a proto musí být akcelerační stupně na

tuto rychlost navržený. Na obrázku 6.3 si lze povšimnout, že cívky mají rozdílnou geometrii. Z téhož obrázku je patrné, že cívky jsou zalaty do epoxidu, aby byla zaručena jejich větší odolnost vůči dynamickým silám působícím při proudovém nárazu.

Vyšší účinnosti děla je zde dosaženo postupným zapojováním následujících stupňů v okamžiku, kdy se projektil dostane do blízkosti budicí cívky a včasným odpojením cívky od nabitého kondenzátoru při průchodu projektilu jejím středem. Mezi stupni akcelérátoru jsou optické brány, které mají takový průběh spínání zajistit. Průlet projektilu optickou branou iniciuje sepnutí polovodičového spínacího prvku v obvodu následujícího akceleračního stupně, a tím připojení kondenzátoru k cívce. Obvod může být rozpojen v konkrétním časovém okamžiku, nebo na základě výpočtu aktuální pozice s pomocí signálu z optických bran.

Nárůst proudu v každém akceleračním stupni je definován použitými RLC prvky obvodu. Naladění požadovaného tvaru proudového pulsu a synchronizace sepnutí následujícího akceleračního stupně je složitý a časově náročný úkol. Mnohaletý vývoj tohoto děla je popsán v bakalářské práci Radima Lagy s názvem Stavba pulzního elektromagnetického akcelérátoru a experimentální ověření jeho parametrů [46].

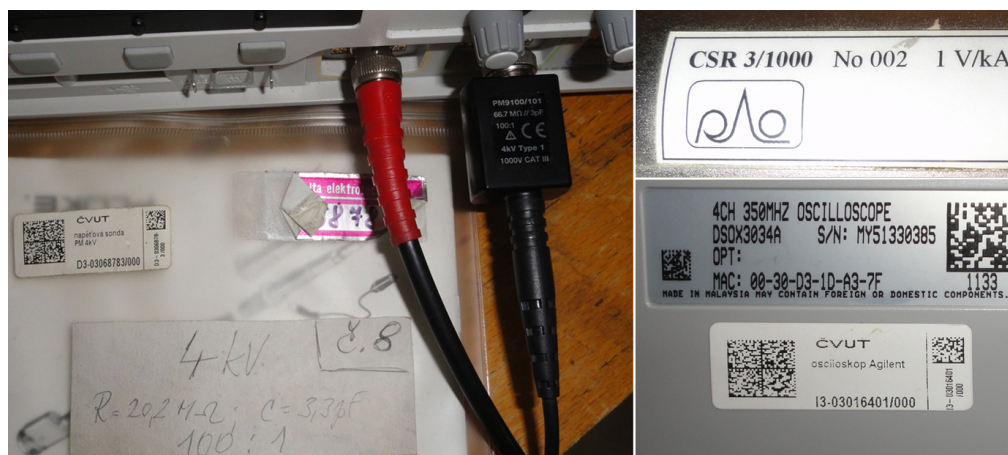
## 6.2 Popis měření průběhu napětí a proudu v budicím obvodu a ústové rychlosti projektilu

Cílem měření charakteristik akcelérátoru je získat časový průběh proudu, napětí a ústové rychlosti projektilu a tyto hodnoty dále použít pro srovnání s modelem akcelérátoru sestaveným „na míru“ tomuto zařízení.

Měření bylo realizováno ve vysokonapěťové laboratoři Českého vysokého učení technického, Fakulty elektrotechnické, Katedry elektroenergetiky (dále *vysokonapěťová laboratoř*). Měřicí pracoviště se skládalo ze zařízení zapojených podle obrázku č. 6.4. Řídící obvody i silová část akcelérátoru byly napájeny z olověného akumulátoru. Průběh proudu při výstřelu byl snímán koaxiálním bočником s převodem 1 V/kA zapojeným do série s cívkou akcelérátoru a napětí na svorkách cívky diferencíální napěťovou galvanicky oddělenou sondou s rozsahem do 4 kV a s převodem 100:1. Průběh proudu a napětí byl zaznamenán osciloskopem DSO-X 3034 A napájeným ze sítě přes oddělovací transformátor.



Obrázek 6.4: Měřící pracoviště - HV laboratoř FEL ČVUT



Obrázek 6.5: Použité měřící přístroje: koaxiální bočník, napěťová sonda, osciloskop

Rychlost projektilu při každém výstřelu je spočtena logickou jednotkou akcelarátoru vždy po průletu projektilu poslední dvojicí optických bran a zobrazena na ovládacím panelu. Vzájemná vzdálenost bran je 10 mm.

Atmosférické podmínky byly po celou dobu měření konstantní: atmosférický tlak  $p = 987,7$  hPa, teplota  $T = 25,5^\circ\text{C}$ , vlhkost  $R_h = 64,7\%$ .

### 6.3 Naměřené průběhy napětí, proudu a ústřové rychlosti

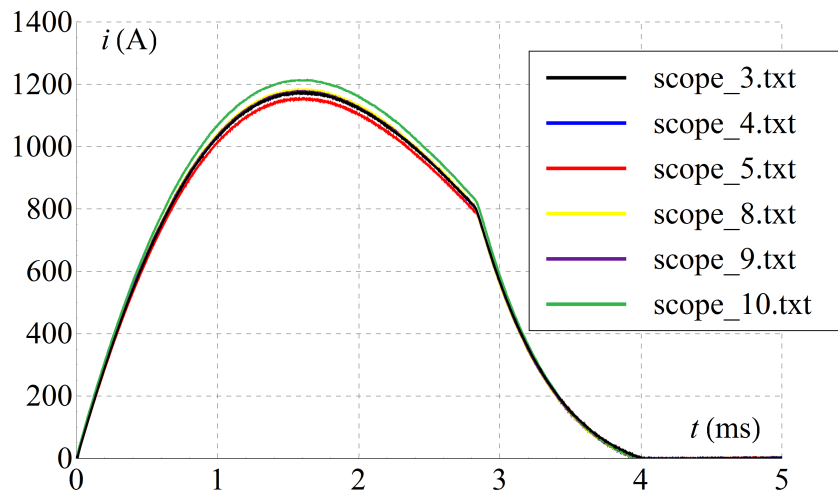
Rozpis měření je podrobně popsán v tabulce 6.3. První sloupec obsahuje název souboru s oscilogramem (časový průběh sledované veličiny), v dalších sloupcích následují počet stupňů akceleračního zapojení při výstřelu, označení cívky, na níž byly měřeny průběhy napětí a poslední dva sloupce obsahují informaci o přítomnosti projektilu při výstřelu a naměřenou ústřovou rychlost projektilu. Pro představu byly změřeny i hodnoty proudu, napětí a rychlosti při zapojení dvou urychlovacích stupňů.

Záznam	Zapojené stupně	Měřená cívka	S/bez projektilu	Rychlost (m/s)
scope_3.txt	1 a 2	1	bez	-
scope_4.txt	1 a 2	1	s	52,8
scope_5.txt	1 a 2	1	s	51,2
scope_6.txt	1 a 2	2	s	50,3
scope_7.txt	1 a 2	2	s	53,2
scope_8.txt	1	1	s	26,3
scope_9.txt	1	1	s	30,1
scope_10.txt	1	1	s	30,3

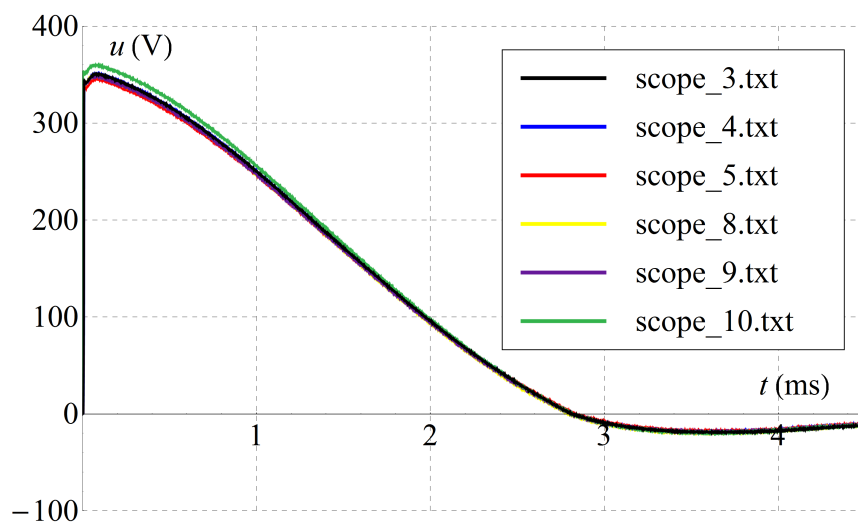
Tabulka 6.3: Série měření a jejich parametry

Obrázky 6.6 a 6.7 znázorňují změřené průběhy proudu a napětí na první cívce akceleračního stupně. Pro ověření parametrů RLC obvodu popsaných v [44] byl navíc změřen časový průběh proudu v obvodu prvního akceleračního stupně bez projektilu (černá křivka na obrázku 6.6), aby byla následně přezkoumána jeho shoda (jednoduchým numerickým modelem RLC obvodu s konstantní indukčností) s parametry z tabulky 6.1. Výsledek modelu je na obr. 6.10 (k sériovému odporu byl připočten odpor přívodních vodičů a ESR).

Na základě neshody byl odpor, indukčnost a kapacita prvního stupně přeměřeny a záznam



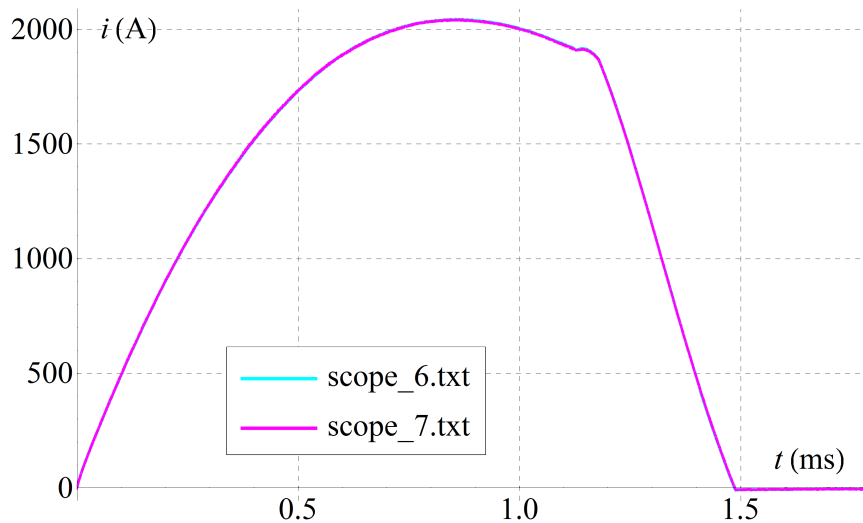
Obrázek 6.6: Změřené průběhy proudu v prvním akceleračním stupni



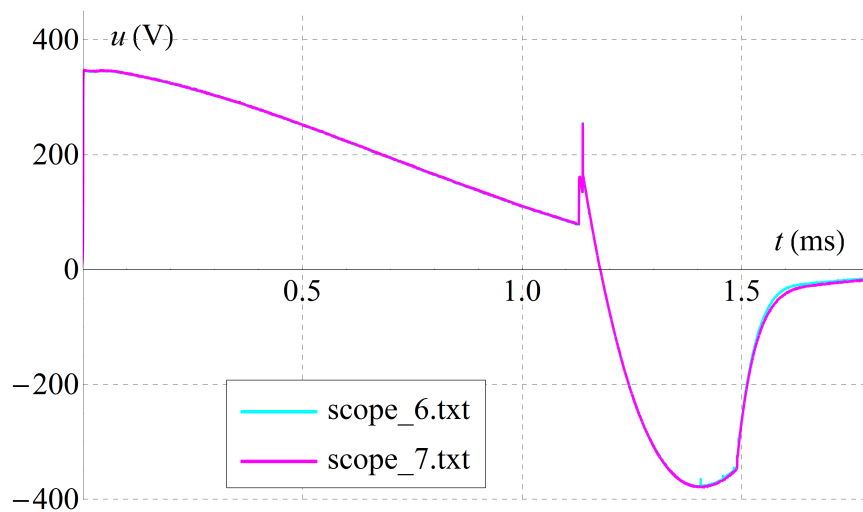
Obrázek 6.7: Změřené průběhy napětí v prvním akceleračním stupni

z měření je uveden v kapitole 6.4. Na obrázcích 6.8 a 6.9 je pro srovnání zobrazen průběh proudu a napětí na druhé cívce akcelérátoru.

Pro urychlení projektilu je důležitá první půlvlna proudu protékajícího cívku. Metodou pokus-omyl byla pozice projektilu a optimální načasování sepnutí a rozepnutí obvodu nastaveno tak, abychom dosáhli nejvyšší možné ústové rychlosti projektilu. Na základě většího množství experimentů se ukázalo, že v čase cca 2,8 ms (viz. obr. 6.6) projektil dosáhne přibližně středu cívky, a v tomto okamžiku je nutné obvod rozepnout. Strmost, jakou se hodnota proudu blíží



Obrázek 6.8: Změřené průběhy proudu ve druhém akceleračním stupni



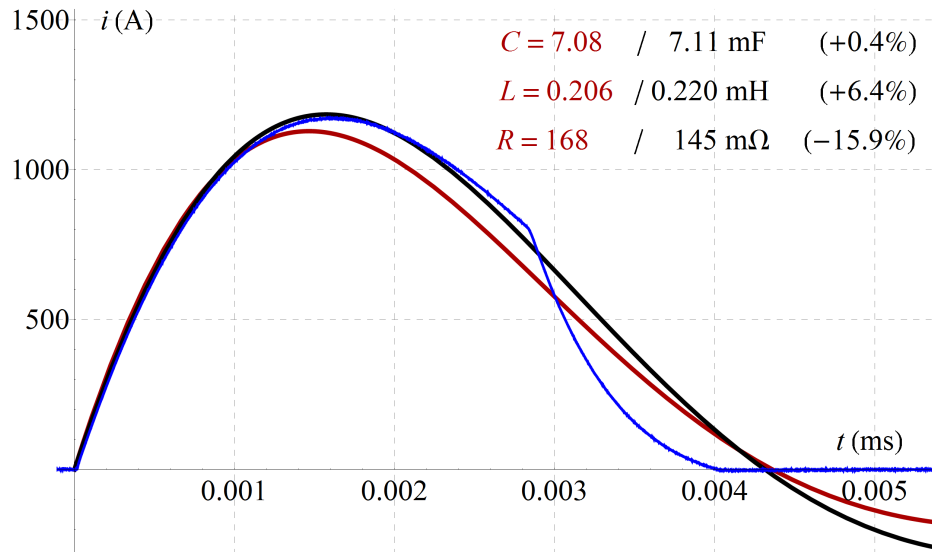
Obrázek 6.9: Změřené průběhy napětí ve druhém akceleračním stupni

k nule, je úměrná přepětí, které vzniká na cívce (a současně na polovodičovém spínacím prvku) při vypínání obvodu. Toto přepětí je nebezpečné pro používané polovodičové součástky, které je potřeba proti jeho účinkům vhodně chránit.



## 6.4 Měření hodnot odporu, indukčnosti a kapacity prvního stupně akceleratoru

Hodnoty prvků elektrického obvodu prvního urychlovacího stupně, uvedené v tabulce 6.1, neodpovídají průběhu proudu získanému z numerického modelu RLC obvodu a skutečnému průběhu proudu cívkou prvního urychlovacího stupně (viz. obr. 6.10).



Obrázek 6.10: Srovnání skutečného časového průběhu elektrického proudu změřeného v prvním stupni elektromagnetického akceleratoru (modrý průběh) s průběhem získaným z modelu pro hodnoty odvozené v textu (černý průběh) a pro hodnoty získané z [44] (červený)

Frekvence (Hz)	Cívka		Kondenzátor	
	Indukčnost ( $\mu$ H)	Odpor (m $\Omega$ )	Kapacita (mF)	ESR (m $\Omega$ )
-	206,1	125,0	7,08	43,0
156	220,0	125,0	7,11	15,1

Tabulka 6.4: Srovnání původních hodnot s nově získanými hodnotami pro frekvenci 156 Hz

Proto byly tyto prvky přeměřeny ve společnosti Zkušebnictví a.s. s pomocí kalibrovaného měřicího můstku HIOKI 3532-50 LCR HiTESTER (viz. obr. 6.11). Cívka, kondenzátor a jejich sériové odpory byly měřeny pro kmitočty od 50 Hz do 1000 Hz. Odpor cívky byl kromě toho

ověřen měřením stejnosměrným proudem čtyřbodovou metodou s pomocí dvou multimetrů METEX M-4660A (měření proudu) a Agilent U1252B (měření napětí), přičemž změřený odpor byl shodný.

Výsledky z měření jsou uvedeny v tabulce 6.5. Doba do maxima první půlvlny změřeného průběhu je 1,6 ms (viz. obr. 6.10), a proto jsou pro nás zajímavé hodnoty odporu, cívky a kondenzátoru pro kmitočet 156 Hz. Tento kmitočet byl rovněž použit při stanovení hodnoty  $\omega$  v rovnici pole (4.1).

Frekvence (Hz)	Cívka		Kondenzátor	
	Indukčnost ( $\mu\text{H}$ )	Odpor ( $\text{m}\Omega$ )	Kapacita ( $\text{mF}$ )	ESR ( $\text{m}\Omega$ )
50	220,8	124,2	7,14	15,5
100	220,0	123,5	7,11	15,1
150	219,9	124,7	-	-
200	220,1	125,1	7,10	15,3
350	219,7	128,4	-	-
500	219,3	135,8	7,13	20,0
1000	218,5	171,6	-	-

Tabulka 6.5: Tabulka parametrů obvodu prvního urychlovacího stupně a jejich frekvenční závislost od 50 Hz do 1000 Hz

Ve frekvenčním rozsahu od 50 Hz až do 1000 Hz je indukčnost cívky na frekvenci protékajícího proudu nezávislá, frekvenci 156 Hz odpovídá hodnota indukčnosti 220  $\mu\text{H}$ . Odpor cívky začne narůstat vlivem skin efektu až při frekvenci nad 350 Hz, celkový sériový odpor prvního urychlovacího stupně včetně odporu přírodních vodičů a ESR lze odhadnout na 145  $\text{m}\Omega$ . Hodnoty kapacity kondenzátoru uvedené v tabulce 6.5 jsou pouze orientační, neboť kondenzátor s takto vysokou kapacitou nelze touto metodou přesně změřit. Na základě měření a numerického modelu bude pro další výpočty dále uvažována kapacita kondenzátoru 7,11  $\text{mF}$ .

Nově změřené hodnoty prvků RLC obvodu se od numerického řešení příliš neliší (viz. obr. 6.10), a proto lze tyto hodnoty považovat za korektní.



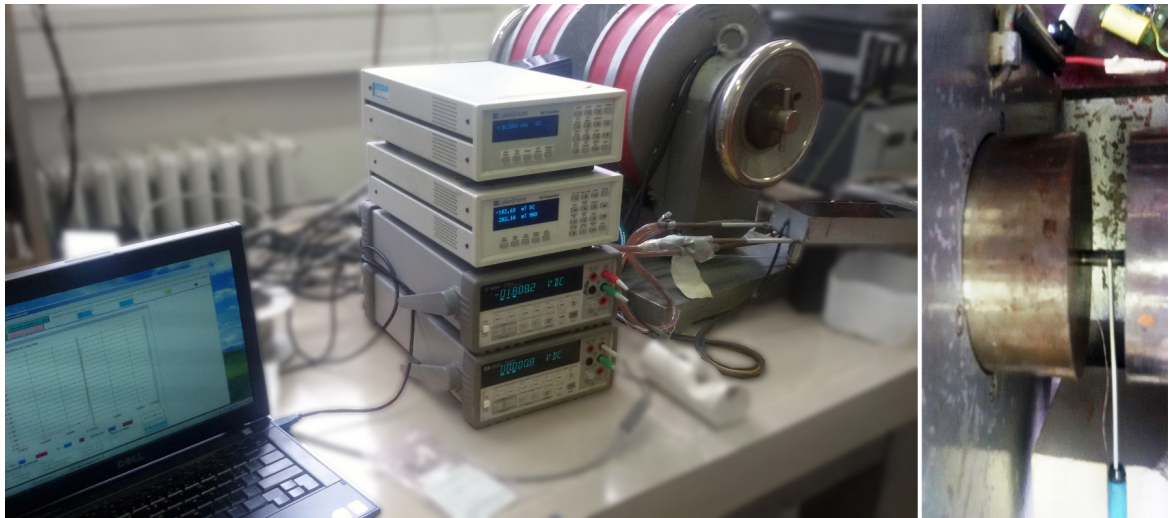
Obrázek 6.11: Měřící můstek HIOKI 3532-50 LCR HiTESTER

## 6.5 Měření hysterézní smyčky materiálu Vacoflux 48

Projektíl používaný při výstřelu během měření charakteristik elektromagnetického akcelarátoru byl vyroben z materiálu Vacoflux 48. Tento materiál je slitinou kobaltu a železa a díky své vysoké hodnotě saturace je vhodný pro všechny aplikace, kde jsou požadovány vysoké hodnoty magnetického toku a minimální hmotnosti.

Magnetické vlastnosti výrobku z materiálu Vacoflux 48 jsou optimalizovány finálním tepelným zpracováním. Jmenovitých hodnot uvedených v datasheetu produktu [45] lze dosáhnout pouze po správném provedení konečného žíhání. Ideální průběh žíhání spočívá v tomto případě umístěním projektílu v čisté vodíkové atmosféře za teploty 880°C po dobu 10 hodin, po kterém následuje pomalé ochlazování rychlostí 100 K/h. Žíhání může probíhat také ve vakuové, nebo inertní atmosféře, ale čistota atmosféry má zásadní vliv na magnetické vlastnosti materiálu.

Celý technologický postup je časově náročný a nákladný a je potřeba ho provést po jakémkoli mechanickém zásahu do materiálu pro obnovení jeho magnetických vlastností. Abychom ověřili závislost relativní permeability na magnetické indukci (pro její správné zadání do počítačového modelu), byl materiál projektílu přeměřen na Českém vysokém učení technickém v Praze na pracovišti pana doc. Ing. Petra Kašpara, CSc. z Katedry měření.

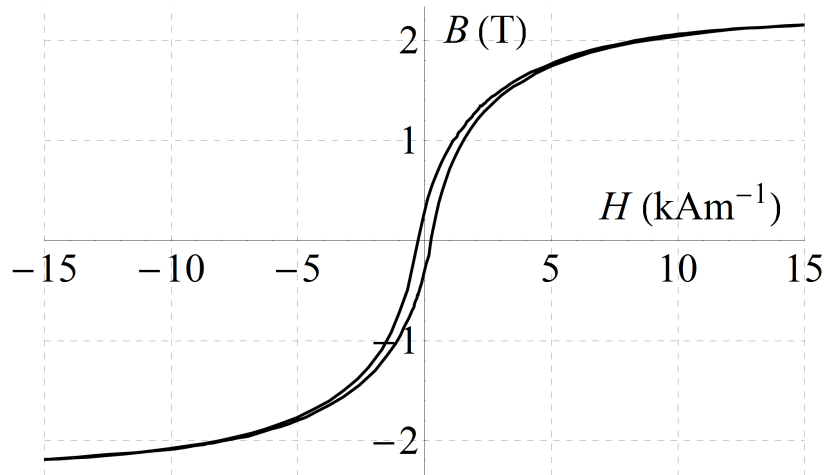


*Obrázek 6.12: Měřicí pracoviště (Katedra měření ČVUT), měření vzorku Hallovo sondou*

Měřený vzorek nepředstavuje uzavřený magnetický obvod. Pro otevřené vzorky tohoto rozměru (válec o průměru 6,8 mm a délce 29,1 mm) není dostupný kompenzovaný permeametr, a proto byl vzorek orientačně změřen stejnsměrnou metodou při magnetování ve jhu [47], přičemž tečná složka intenzity magnetického pole je měřena Hallovo sondou (viz. obr. 6.12) s pomocí gaussmetru LakeShore 450.

Tato metoda měření je metodicky správná pouze pro materiály s nízkou permeabilitou (magneticky tvrdé), kde intenzita roste se vzdáleností od povrchu pomalu. U materiálů magneticky měkkých, kde intenzita se vzdáleností od povrchu roste rychle, se dopouštíme metodické chyby, neměříme-li ji přímo na povrchu (což Hallova sonda z principu neumožňuje). Měříme vyšší intenzitu pole, než odpovídá skutečnosti, naměřená smyčka vychází širší – s větší hodnotou  $H_c$  (koerzivní síla magnetického pole). Širší smyčka odpovídá ale materiálu s nižší magnetickou vodivostí, tedy menší permeabilitou. Je možné říci, že metodická chyba měření magnetické vlastnosti materiálu „zhoršuje“. Vzhledem k tomu, že autor měření (doc. Ing. Petr Kašpar, CSc.) odhaduje maximální chybu měření 20 % a vzhledem ke skutečnosti, že simulace prokázaly malý vliv velikosti a průběhu permeability na výsledky simulace, mohou být tyto výsledky použity.

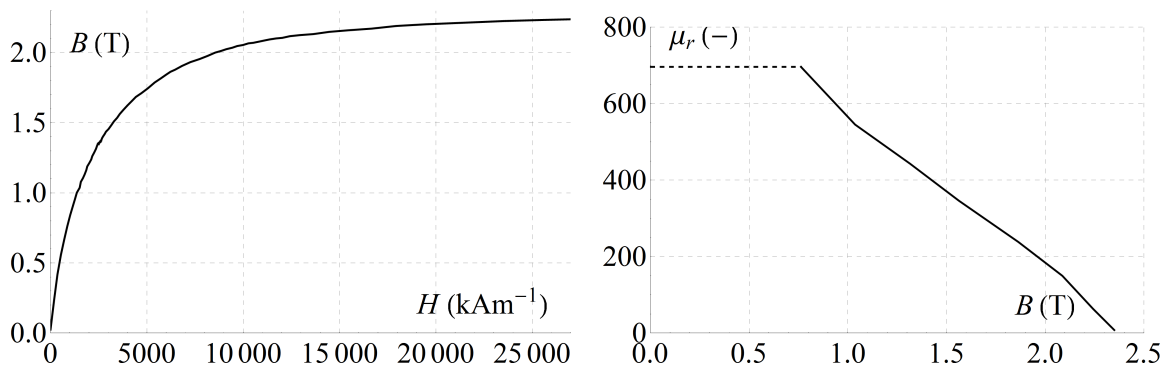
Indukce magnetického pole je měřena integračně s pomocí fluxmetru LakeShore 480 a její hodnota je korektní. Analogové výstupy měřících přístrojů jsou simultánně vzorkovány pomocí



Obrázek 6.13: Změřená hysterezní smyčka materiálu Vacoflux 48

voltmetru HP 34401A a předávány do počítače, kde jsou následně zpracovány.

Ze změřené hysterezní smyčky (na obr. 6.13) byla dále pro potřeby programu Agros2D odvozena závislost relativní permeability na magnetické indukci. V pravé části obrázku 6.14 je požadovaná závislost. Oblast označená čárkovanou čarou byla získána odhadem, neboť průběh relativní permeability pro nízké hodnoty proudu lze získat pouze z křivky prvotní magnetizace, a to měřením, kterému předchází odmagnetování měřeného vzorku. Takto změřená křivka by dobře popisovala charakteristiku odmagnetovaného měřeného materiálu, který však v tomto stavu přetrvá jen velice krátkou dobu.



Obrázek 6.14:  $B$ - $H$  křivka materiálu Vacoflux 48 a odvozená závislost relativní permeability na magnetické indukci

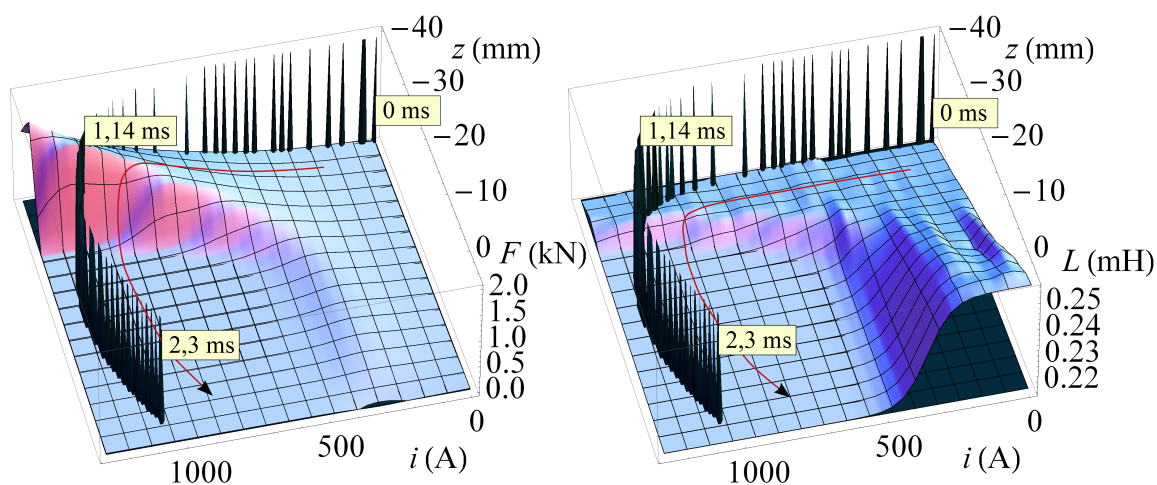
Během akcelerace dochází v budicím obvodu k velmi strmému nárůstu proudu a projektil se velice rychle nasytí. U tak rychlých dějů je chyba vzniklá proložením počátku závislosti relativní permeability konstantní funkcí zanedbatelná.

## 7. Konečné výsledky a jejich vyhodnocení

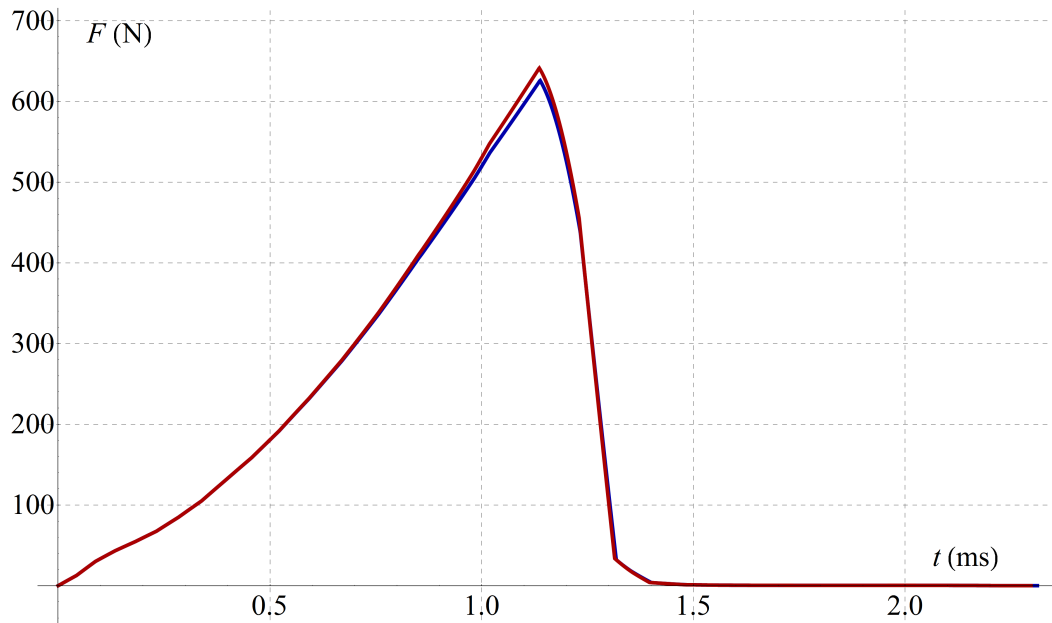
### Spočtené průběhy z numerického modelu

Výsledky z numerického modelu elektromagnetického akcelérátoru (popsaného v kapitole 4) jsou reprezentovány časovými průběhy proudu v RLC obvodu, indukčnosti, síly, zrychlení, rychlosti, pozice projektilu a dalšími. Obrázky se dvěma a více časovými závislostmi obsahují pro představu srovnání modelu elektromagnetického akcelérátoru s respektováním vlivu indukovaných proudů v projektilu (zobrazeny modře) s modelem, kde jsou účinky indukovaných proudů zanedbány (zobrazeny červeně).

Vzájemnou souvislost průběhů a postup výpočtu lze nejlépe ukázat na nomogramech síly (levý) a indukčnosti (pravý) na obrázku 7.1. Pro demonstraci byly vybrány nomogramy spočtené pro rychlost projektilu 0 m/s. V čase  $t > 0$  ms je rychlost nenulová, nomogramy s trajektorií mají zde pouze ilustrativní charakter.



Obrázek 7.1: Trajektorie pohybu výpočtu v nomogramech síly a indukčnosti (pro rychlost  $v=0$  m/s)



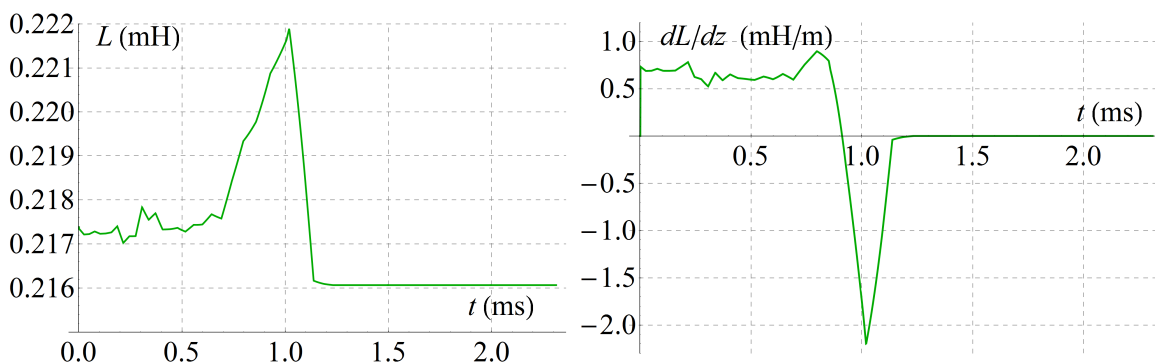
Obrázek 7.2: Průběh síly působící na projektil - srovnání modelu respektujícího účinky indukovaných proudů (modrá) s modelem, kde jsou indukované proudy zanedbány (červená)

Svislé přímky na obrázku 7.1 znázorňují trajektorii po nomogramu během výpočtu. V každém časovém okamžiku lze zjistit nejen konkrétní hodnoty sledovaných veličin, ale také trend, kudy se výpočet ubírá. Počáteční podmínky jsou  $z_0 = -38$  mm,  $i_0 = 0$  A (výpočet začíná v pravém horním rohu nomogramu),  $F_0 = 0$  N,  $L = L_0$  H,  $a_0 = 0$  m/s<sup>2</sup>,  $v_0 = 0$  m/s. Směr výpočtu je znázorněn červenou šipkou, časové kóty orientačně informují, kde v nomogramu se výpočet nachází v daný časový okamžik.

Na začátku urychlovacího procesu se silové účinky elektromagnetického pole zvyšují s rostoucím proudem minimálně (viz. obr. 7.2). Pohyb projektilu je v této fázi pomalý (viz. obr. 7.9) a výpočet se projevuje pohybem v prvním kvadrantu nomogramu ve směru osy proudu (doleva). Projektil se stále nachází v blízkosti své počáteční pozice, a proto je časový průběh indukčnosti obvodu na začátku urychlování konstantní (viz. obr. 7.3).

Průběhy na obrázku 7.3 znázorňují indukčnost cívky s projektilem a její derivaci podle  $z$ . Průběhy nejsou tak hladké, jak by měly být. Viditelné oscilace jsou způsobeny numerickými chybami v důsledku problému s konvergencí iteračního procesu při vysoké saturaci projektilu. Hladších křivek může být dosaženo použitím interpolačních polynomů vyššího řádu, ale za cenu podstatně delšího času výpočtu. Na druhou stranu mnoho testů potvrdilo, že tyto oscilace vý-

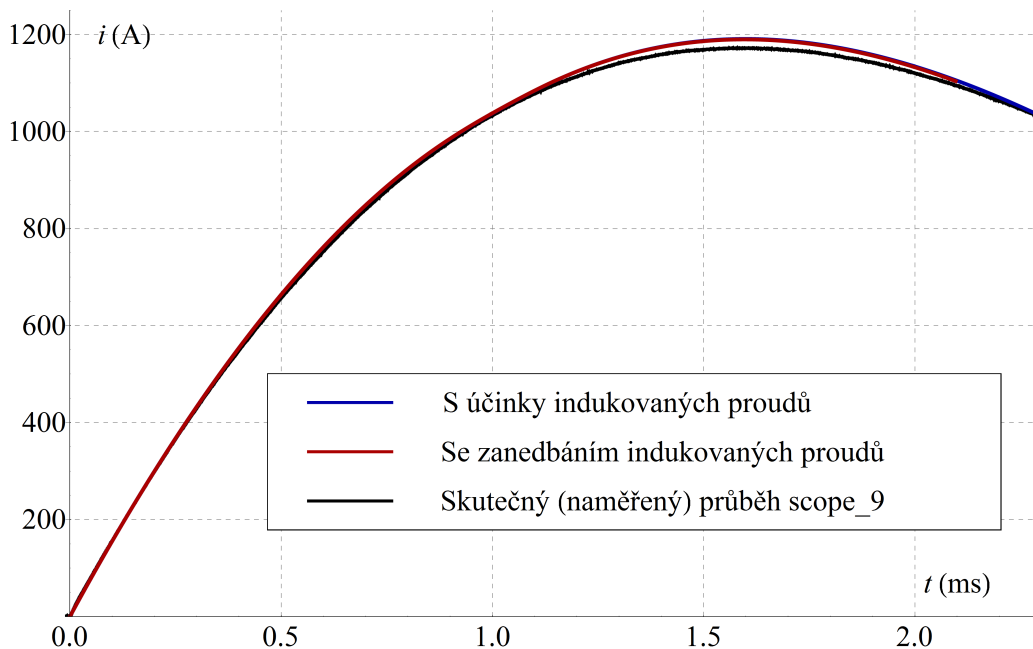




Obrázek 7.3: Průběh indukčnosti a její derivace podle  $z$

znamně neovlivňují výsledný časový průběh proudu.

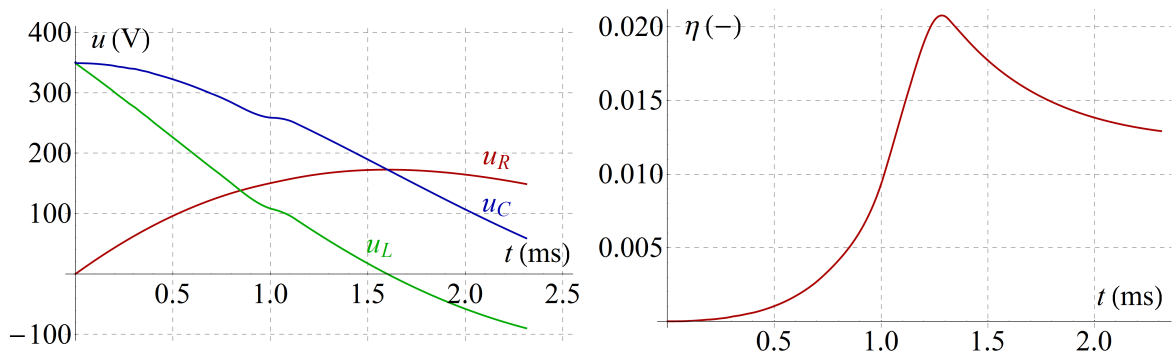
V čase cca 0,4 ms dosáhne elektrický proud hodnoty 554 A. Celkové silové působení na projektil (133 N) již není tak zanedbatelné jako na začátku urychlovacího procesu. S rostoucím elektrickým proudem se výpočet přesouvá do druhého kvadrantu nomogramu. V čase 0,5 ms je hodnota proudu 664 A, projektil se pohybuje rychlostí 3,37 m/s a stačil urazit vzdálenost 0,55 mm.



Obrázek 7.4: Průběh proudu v cívce při výstřelu - srovnání modelu respektujícího účinky indukovaných proudů (modrá) s modelem, kde jsou indukované proudy zanedbány (červená) a dále s průběhem naměřeným při výstřelu (černá, viz. scope\_3 v tabulce 6.3)

Indukčnost obvodu, síla působící na projektil a jeho rychlost rostou téměř kvadraticky až do té doby, než začne být projektil v důsledku vysoké magnetické indukce přesycen. Nasycení materiálu se projevuje náhlým poklesem síly, která na něj působí, a náhlým poklesem indukčnosti obvodu na hodnotu odpovídající indukčnosti cívky se vzduchovým jádrem. Tento děj nastane v čase okolo 1,3 ms, kdy je hodnota proudu 1154 A a projektil urazí vzdálenost 12,5 mm.

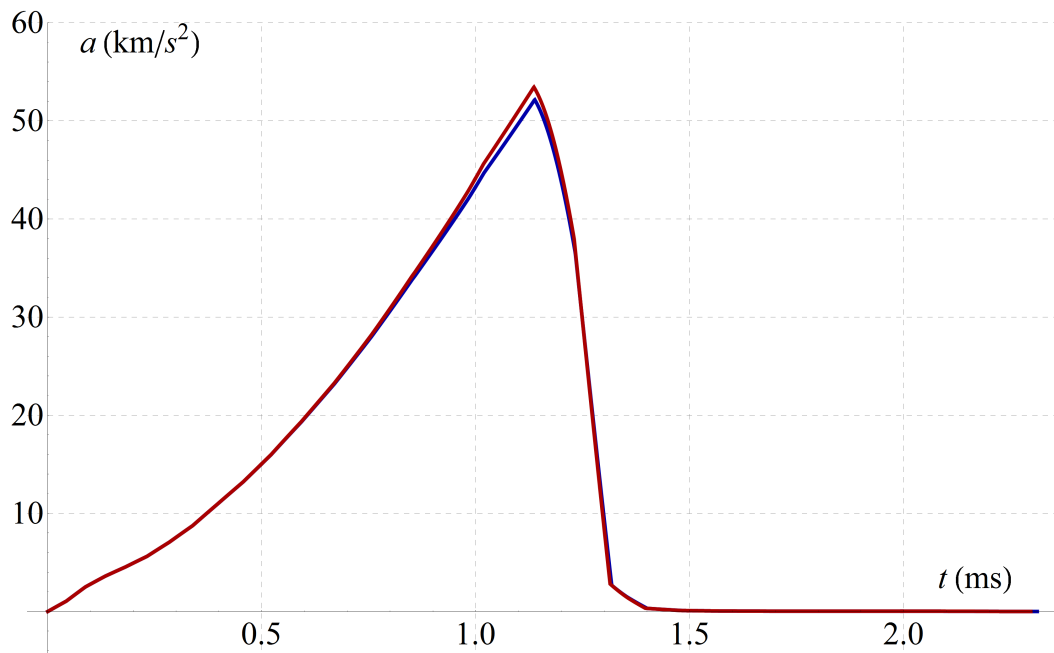
Další nárůst elektrického proudu se na průběhu síly (je rovna nule), indukčnosti (má dále konstantní charakter) a na průbězích souvisejících s pohybem projektilu neprojevuje, a proto je možné v čase 1,3 s obvod rozepnout. Napětí na kondenzátoru během akceleračního cyklu poklesne z původních 350 V na hodnotu 223 V, účinnost přeměny elektrické energie na kinetickou energii projektilu odpovídá 2,07 % (rozložení napětí v RLC obvodu a účinnost děla v určitém čase vypnutí lze odečíst z obr. 7.5). Účinnost zapůjčeného děla (1,57 % pro proudový puls o délce 2,8 ms) lze zvýšit dřívějším rozepnutím obvodu až o 0,5 procentního bodu.



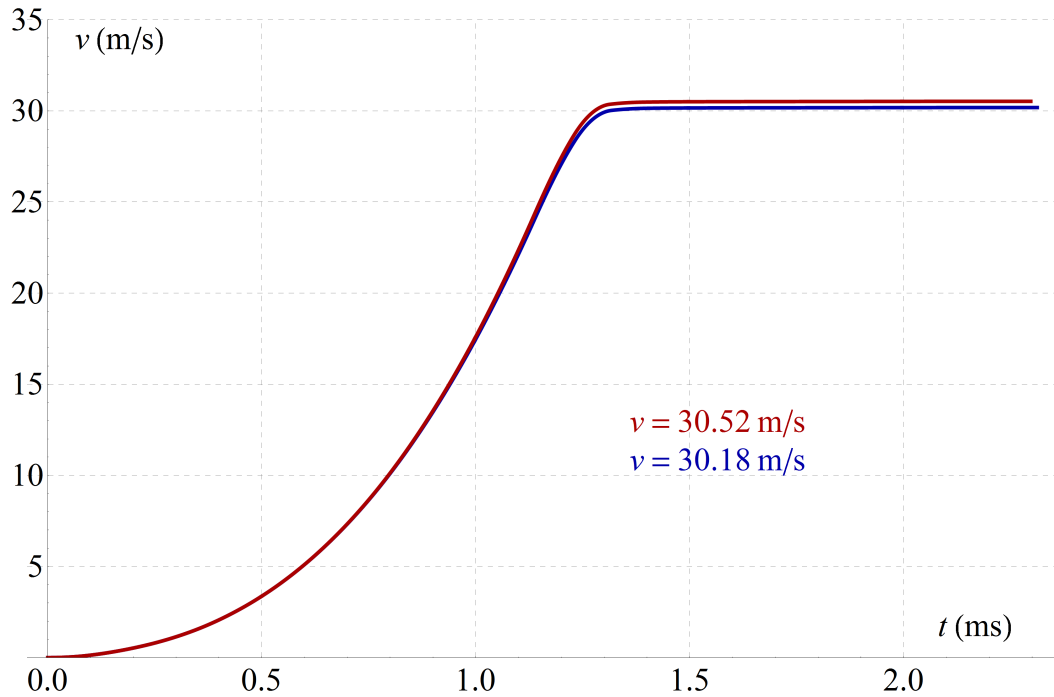
Obrázek 7.5: Rozložení napětí na součástkách v RLC obvodu a závislost účinnosti děla na čase rozepnutí budicího obvodu

Na základě numerického modelu lze konstatovat, že se indukčnost cívky pohybuje v rozmezí 0.216 mH (při nepřítomnosti projektilu) až 0.222 mH (při jeho přítomnosti v nenasyčeném stavu). Tak malé změny indukčnosti mají na časový průběh elektrického proudu zanedbatelný vliv a obvod je možné modelovat jako RLC obvod s konstantní indukčností (viz. obr. 6.10). Tato skutečnost byla dále potvrzena mnoha měřeními (viz. obr. 6.6), kdy při průletu projektilu cívkou nebyl časový průběh proudu v důsledku změny indukčnosti deformován.

Obrázky 7.6 a 7.7 popisují časové průběhy zrychlení a rychlosti projektilu. Z obrázku 7.7 je

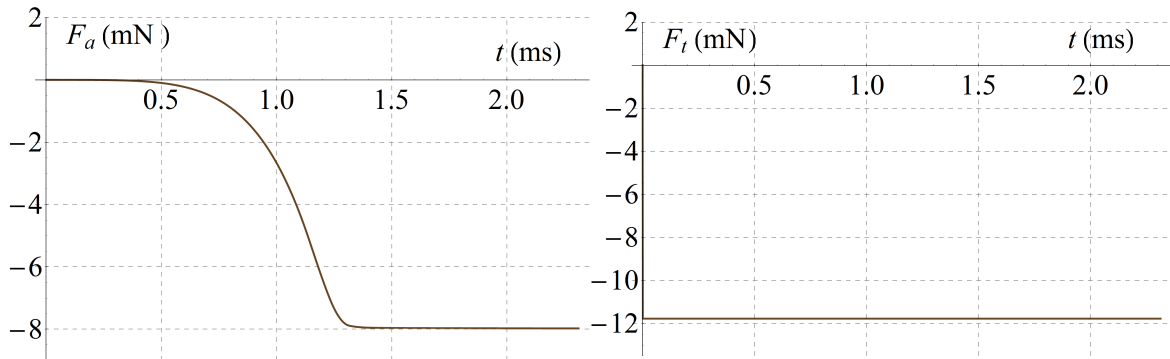


Obrázek 7.6: Průběh zrychlení projektilu - srovnání modelu respektujícího účinky indukovaných proudů (modrá) s modelem, kde jsou indukované proudy zanedbány (červená)



Obrázek 7.7: Průběh rychlosti projektilu - srovnání modelu respektujícího účinky indukovaných proudů (modrá) s modelem, kde jsou indukované proudy zanedbány (červená)

zřejmé, že celková doba urychlování projektilu je cca. 1,3 ms a projektil během této doby dosáhne ústové rychlosti 30.18 m/s. Pro srovnání byl do grafu přidán průběh získaný z modelu, kde jsou vlivy indukovaných proudů zanedbány. Ústová rychlost odpovídá hodnotě 30.52 m/s, což je o 1,13 % více. Vířivé proudy v elektricky vodivém projektilu (popsané v kapitole 3.3) tedy projektil dle teoretické předpovědi zpomalí.



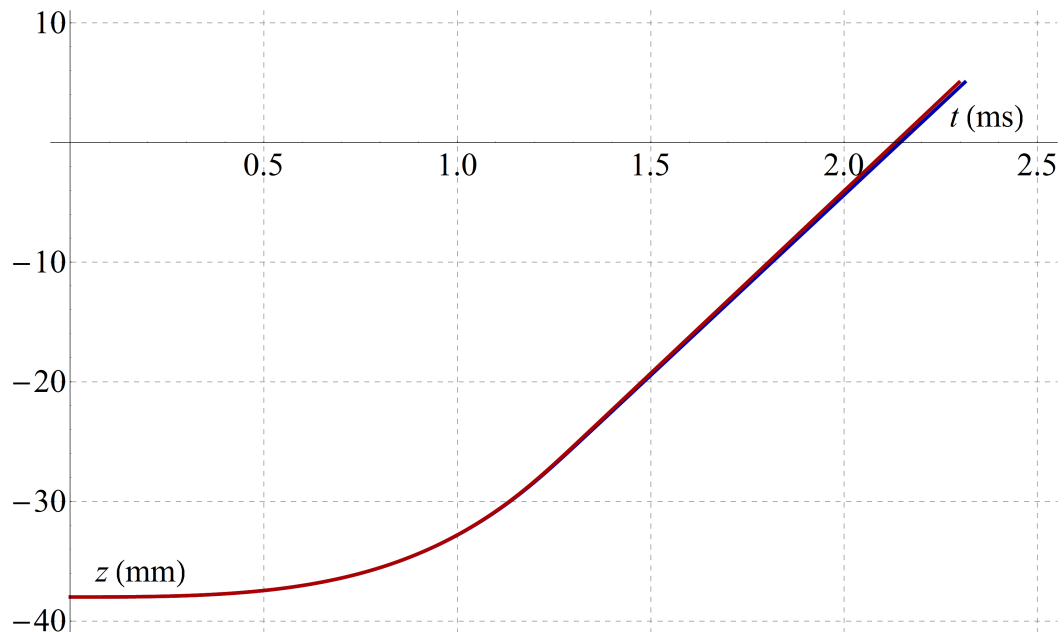
Obrázek 7.8: Průběh aerodynamické a třecí síly působící na projektil

Pro úplnost byly do modelu zakomponovány síly, které působí proti směru pohybu projektilu (viz. obr. 7.8). Aerodynamická síla je úměrná kvadrátu rychlosti projektilu, třecí síla má po celou dobu pohybu konstantní charakter. Obě dvě složky se uplatní zejména na počátku urychlovacího cyklu, v pozdější fázi jsou proti elektromagnetické síle urychlující projektil zanedbatelné.

Obrázek 7.9 popisuje časový průběh vzdálenosti projektilu od cívky (vzdálenost zadního čela projektilu od zadního čela cívky). Závislost je zprvu konstantní až mírně rostoucí. S rostoucím proudem v cívce a zkracující se vzdáleností od cívky začne mít průběh kvadratický charakter až do saturace projektilu. Jakmile je projektil nasycen, pohybuje se rovnoměrným přímočarým pohybem a v čase cca. 2,1 ms prolétá středem cívky.

## Ověření oteplení projektilu během výstřelu

Cívkové dělo (zejména takto malých rozměrů) je ze zmiňovaných druhů akcelérátorů z hlediska oteplení nejpříznivější. Materiály, ze kterých se projektily vyrábí, jsou různé druhy oceli a další feromagnetické materiály s vysokou teplotou tavení. Přímý průchod budicího proudu projektilem nepřichází v úvahu, elektrický oblouk a plasma během akcelerace nevznikají a oteplení



Obrázek 7.9: Průběh pozice projektilu - srovnání modelu respektujícího účinky indukovaných proudů (modrá) s modelem, kde jsou indukované proudy zanedbány (červená)

díky tření je zanedbatelné. Jediný jev, který je třeba brát v potaz je ohřev tepelnými účinky vířivých proudů. Přístup, který byl zvolen pro ověření teploty v projektilu spočívá v porovnání s oteplením cívky během průchodu první půlperrody proudu.

Vzhledem ke krátké době, během níž je cívka budícím proudem ohřívána, je možno tento ohřev pokládat za adiabatický a kvantifikovat jej pomocí kalorimetrické rovnice. Podle ní lze určit výsledné oteplení cívky takto

$$R \int_{t_0}^t i^2 d\tau = m c_p \Delta T \quad (7.1)$$

kde  $R$  je odpor cívky,  $i$  je proud procházející cívkou při výstřelu,  $m$  je hmotnost vinutí cívky,  $c_p$  je měrná tepelná kapacita vinutí cívky při konstantním tlaku a  $\Delta T$  je její oteplení. Výsledek je integrál přes celkový čas průtoku proudu cívkou.

Na základě výpočtu podle rovnice (7.1) pro odpor cívky  $125 \text{ m}\Omega$ , hmotnost  $0,25 \text{ kg}$ , měrnou tepelnou kapacitu  $383 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$  se cívka při výstřelu ohřeje o  $3,5 \text{ K}$ . Projektil opustí prostor cívky v čase  $3,9 \text{ ms}$ . Tak nízký teplotní rozdíl je pro ohřátí projektilu během  $3,9 \text{ ms}$  zanedbatelný. Vířivé proudy v projektilu dosahují mnohem menších hodnot a proto projektil stejného oteplení jako cívka nedosáhne. Tato skutečnost byla potvrzena orientačním měřením těsně po výstřelu.

## 8. Závěr

Numerický model urychlovače feromagnetických těles s uvažováním vlivu indukovaných proudů realizovaný s pomocí výpočetních programů Agros2D a Mathematica 7.0 se podařilo úspěšně dokončit. Přesnost modelu byla v každém kroku ověřována pomocnými výpočty a výsledný model byl srovnán s daty změřenými na skutečném akcelérátoru.

Pro známé geometrické uspořádání urychlovacího systému a jeho materiálové vlastnosti byly s pomocí výpočetního *hp*-FEM řešiče Agros2D získány závislosti síly a indukčnosti na proudu v cívce, pozici projektilu a jeho rychlosti (nomogramy síly a indukčnosti).

Výpočty těchto nomogramů však nebyly snadné a vyžadovaly značnou opatrnost kvůli špatné konvergenci příslušných nelineárních iteračních procesů. Tyto potíže se projevovaly zejména v oblasti přesycení projektilu při vysokých hodnotách proudu protékajícího budicí cívkou. Jedno z možných východisek, jak tento problém překonat, je úprava závislosti relativní permeability na magnetické indukci tak, aby pro vyšší hodnoty magnetické indukce k přesycování projektilu nedocházelo. A toto východisko bylo po důkladné analýze také využito. Výsledné nomogramy síly a indukčnosti jsou však v tomto případě korektní pouze pro hodnoty elektrického proudu, pozice projektilu a rychlosti odpovídající nenasycenému stavu projektilu. Na základě znalosti magnetického pole v okolí vyšetřované cívky (například vytvořením modelu cívky se vzduchovým jádrem) byla navržena vhodná omezující funkce a vynásobením nomogramů indukčnosti a síly touto funkcí byly získány nomogramy respektující nasycení projektilu pro vyšší hodnoty magnetické indukce.

S pomocí algoritmu napsaného v programu Wolfram Mathematica 7.0 a mnoha vlastních skriptů byly na základě upravených nomogramů spočteny časové průběhy proudu, indukčnosti a její derivace podle osy  $z$ , síly působící na projektil, zrychlení, rychlosti a pozice projektilu pro konkrétní geometrické uspořádání systému a parametry obvodu, cívky i projektilu.

Měření na skutečném akcelérátoru byla realizována v laboratoři vysokého napětí ČVUT Fakulty elektrotechnické. Zkoumanými veličinami byly průběh proudu při výstřelu, ústřední rychlost projektilu a pro zajímavost průběh napětí na polovodičovém spínači při rozepnutí obvodu. Tyto časové průběhy jsou úzce svázány s použitými prvky RLC obvodu prvního urychlovacího stupně akcelérátoru; jejich velikosti byly vyšetřeny přesnými měřeními v laboratoři Zkušebnictví a.s. a poté použity při tvorbě modelu.

Shoda časového průběhu elektrického proudu získaného z numerického modelu s předpokládaným průběhem proudu a proudu změřeného při výstřelu je výtečná a odvíjí se od skutečnosti, že indukčnost budicí cívky se během průletu projektilu mění jen málo. Průměrná ústřední rychlost projektilu měřená na zařízení byla 28,9 m/s. Rozdíl od spočtené hodnoty (30,18 m/s) je 1,28 m/s (4,24 %), což můžeme považovat za skvělý výsledek. Proud indukovaný v projektilu působí proti směru jeho pohybu a zpomalí ho o 0,34 m/s (1,13 %).

Model dokázal poskytnout realistické výsledky, jejichž shoda s naměřenými daty je vynikající. Výsledky modelu splní svou funkci v rámci optimalizace použitého elektromagnetického akcelérátoru a jsou přínosem pro další studium urychlování feromagnetických těles v elektromagnetickém poli.

Jak již bylo zmíněno v úvodu práce, spektrum problémů souvisejících s korektním návrhem a stavbou elektromagnetického akcelérátoru je velmi široké. Proto bych rád své další kroky směřoval k dalšímu zvyšování účinnosti stávajících elektromagnetických akcelérátorů, vytvoření modelu vícestupňového elektromagnetického akcelérátoru a zejména využití získaných znalostí k optimalizaci výpočetního algoritmu pro dosažení přesnějších výsledků během kratšího výpočetního času.

## Seznam použitých symbolů

Symbol	Jednotka	Popis
$\alpha$	(°)	Úhel
$\alpha$	(W kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	Součinitel konvektivního přestupu tepla
$\gamma$	(S)	Elektrická vodivost
$\Delta t$	(s)	Element v časové oblasti
$\varphi$	(V)	Elektrický skalární potenciál
$\eta$ ( $\eta_n$ )	(-)	Účinnost děla (n-tého urychlovacího stupně)
$\rho$	(kg m <sup>-3</sup> )	Hustota
$\sigma$	(W m <sup>-2</sup> K <sup>-4</sup> )	Stefan-Boltzmannova konstanta
$\sigma_M$	(N m <sup>-2</sup> )	Magnetický Maxwellův tenzor
$\tau$	(s)	Integrační proměnná (časová)
$\lambda$	(W kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	Měrná tepelná vodivost
$\mu$	(H m <sup>-1</sup> )	Permeabilita
$\mu_r$	(-)	Relativní permeabilita
$\omega$	(rad s <sup>-1</sup> )	Úhlová rychlost
$\omega_m$	(J m <sup>-3</sup> )	Objemová hustota energie magnetického pole



Symbol	Jednotka	Popis
$\Omega$	(A)	Klasický/redukovaný magnetický potenciál
$\mathbf{A}$	(Wb m <sup>-1</sup> )	Magnetický vektorový potenciál
$\mathbf{B}$	(T)	Indukce magnetického pole
$c_p$	(J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	Měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku
$C$	(-)	Součinitel emisivity povrchu tělesa
$C (C_n)$	(F)	Kapacita (n-tého urychlovacího stupně)
$\mathbf{D}$	(C m <sup>-2</sup> )	Indukce elektrického pole
$\mathbf{E}$	(V m <sup>-1</sup> )	Intenzita elektrického pole
$\mathbf{E}_m$	(V m <sup>-1</sup> )	Intenzita elektrického pole v důsledku pohybu tělesa v $\mathbf{B}$
$\mathbf{E}_t$	(V m <sup>-1</sup> )	Výsledná intenzita elektrického pole působící na těleso
$f$	(-)	Součinitel smykového tření
$f$	(Hz)	Frekvence
$\mathbf{F}$	(N)	Síla
$\mathbf{F}_a$	(N)	Aerodynamická třecí síla
$\mathbf{F}_{dr}$	(N)	Brzdná síla
$\mathbf{F}_{em}$	(N)	Elektromagnetická síla
$\mathbf{F}_G$	(N)	Tíhová síla
$\mathbf{F}_L$	(N)	Lorentzova síla
$\mathbf{F}_n$	(N)	Síla ve směru normály
$\mathbf{F}_t$	(N)	Brzdná třecí síla

Symbol	Jednotka	Popis
$F(i, z, v)$	(N)	Nomogram síly jako funkce $i, z, v$
$\mathbf{g}$	( $\text{m s}^{-2}$ )	Tíhové zrychlení
$\mathbf{H}$	( $\text{A m}^{-1}$ )	Intenzita magnetického pole
$i$	(A)	Elektrický proud
$I$	(-)	Jednotková diagonální matice
$\mathbf{J}$	( $\text{A m}^{-2}$ )	Proudová hustota
$\mathbf{J}_0$	( $\text{A m}^{-2}$ )	Počáteční proudová hustota
$\mathbf{J}_{\text{ext}}$	( $\text{A m}^{-2}$ )	Hustota proudu v budící cívce
$\mathbf{J}_{\text{ind}}$	( $\text{A m}^{-2}$ )	Hustota indukovaných proudů
$L$	(H)	Indukčnost cívky/systemu
$L_0$	(H)	Počáteční indukčnost cívky/systemu
$L(i, z, v)$	(H)	Nomogram indukčnosti jako funkce $i, z, v$
$m$	(kg)	Hmotnost projektilu
$\mathbf{n}$	(-)	Normálový vektor
$p$ ( $p_k$ )	$\text{V H}^{-1}$	Pomocná proměnná pro snížení derivace $i$
$q_v$	( $\text{W m}^{-3}$ )	Měrné Jouleovy ztráty
$r$	(m)	Souřadnice v radiálním směru
$R$	( $\Omega$ )	Elektrický odpor
$S$	( $\text{m}^2$ )	Plocha
$t$	(s)	Čas

Symbol	Jednotka	Popis
$T$	(°C)	Teplota
$T_0$	(°C)	Teplota okolního vzduchu
$T_r$	(°C)	Teplota zářícího tělesa
$T_s$	(°C)	Teplota povrchu
$\mathbf{T}$	(A m <sup>-1</sup> )	Elektrický vektorový potenciál
$u$	(V)	Elektrické napětí
$U$	(V)	Maximální elektrické napětí kondenzátoru
$U_0$	(V)	Počáteční napětí na kondenzátoru
$\mathbf{v}$	(m s <sup>-1</sup> )	Vektor rychlosti
$v (v_n)$	(m s <sup>-1</sup> )	Rychlost ve směru osy $z$ ( $n$ -tého urychlovacího stupně)
$V$	(m <sup>3</sup> )	Objem
$W_m$	(J)	Energie magnetického pole
$z$	(m)	Souřadnice ve směru osy $z$
$z_{\text{start}}$	(m)	Počáteční pozice ve směru osy $z$

## Literatura

- [1] *Janocha, H., ed.:* Actuators - Basics and Applications, Springer, 2004.
- [2] *Pawlak, A. M.:* Sensors and Actuators in Mechatronics - Design and Applications, Taylor & Francis, 2006.
- [3] *Fornel, B. de, Louis J.-P.:* Electrical Actuators - Identification and Observation, Wiley & Sons, Inc., 2014.
- [4] *Brauer, J. R.:* Magnetic Actuators and Sensors, 2nd Edition, Wiley-IEEE Press, 2014.
- [5] *McNab, I. R.:* Early Electric Gun Research, IEEE Transactions Mag. 35, 1999, pp. 250-261
- [6] *Deis, D. W., Scherbarth, D. W.:* EMACK Electromagnetic Launcher Commissioning, IEEE Transactions Mag. 20, No. 2 1984, pp. 245-247.
- [7] *Kaye R. et al.:* Induction Coilgun for EM Mortar, Technical Report of Sandia National Laboratories, June 2007.
- [8] Malá encyklopedie kosmonautiky, url: <http://www.mek.kosmo.cz/zaklady/rakety/fyzpoh.htm> (10. 2. 2015)
- [9] Hermes *hp*-FEM & *hp*-DG Library, url: <http://www.hpfem.org/hermes/> (10. 2. 2015).
- [10] Agros2D, url: <http://www.agros2d.org/> (10. 2. 2015)
- [11] Deal.II, url: <https://www.dealii.org/> (10. 2. 2015)

- [12] *Doležel, I., Dubcová, L., Karban, P., Červený, J., Šolín, P.*: Inductively Heated Incompressible Flow of Electrically Conductive Liquid in Pipe, IEEE Transactions on Magnetics 46, 2010, Issue 8, pp. 2899–2902.
- [13] *Iwashita, T., Mifune, T., Shimasaki, M.*: Similarities between Implicit Correction Multigrid Method and A-phi Formulation in Electromagnetic Field Analysis, IEEE Transactions on Magnetics 44, 2008, Issue 6, pp. 946–949.
- [14] *Meunier, G., Luong, H. T., Marechal, Y.*: Computation of Coupled Problem 3D Eddy Current and Electrical Circuit by  $\Omega - \mathbf{T} - \mathbf{T}_0$  Formulation, IEEE Transactions on Magnetics 34, 1998, Issue 5, pp. 3074–3077.
- [15] *Karban, P., Kotlan, V., Doležel, I.*: Numerical Model of Induction Shrink Fit in Monolithic Formulation, IEEE Transactions on Magnetics 48, 2012, Issue 2, pp. 315–318.
- [16] *Guo, L., Wang, S., Guo, N., Qiu, J., Zhu J. G., Guo, Y., Wang, Y., Xu, W.*: Simulation and Optimization of Six-Stage Electromagnetic Coilgun, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics 33, 2010, Issue 1–2, pp. 465–471.
- [17] *Liu, S., Ruan, J., Ying, P., Zhang, Y., Zhang, Y.*: Improvement of Current Filament Method and its Application in Performance Analysis of Induction Coil Gun, IEEE Transactions on Plasma Science 39, 2011, Issue 1, pp. 382–389.
- [18] *Liu, S., Ruan, J., Zhang, Y.*: Application of FE-BECM in Field Analysis of Induction Coil Gun, IEEE Transactions on Plasma Science 39, 2011, Issue 1, pp. 94–99.
- [19] *Kaye, R. J.*: Operational Requirements and Issues for Coilgun Electromagnetic Launchers, IEEE Transactions on Magnetics 41, 2005, Issue 1, pp. 194–199.
- [20] *Skurdal, B. D., Gaigler, R. L.*: Multimission Electromagnetic Launcher, IEEE Transactions on Magnetics 45, 2009, Issue 1, pp. 458–461.
- [21] *Berning, P. R., Hummer, C. R., Hollandsworth, C. E.*: A Coilgun-Based Plate Launch System, IEEE Transactions on Magnetics Mag. 35, 1999, Issue 1, pp. 136–141.

- [22] *Leubner, K.*: Electromagnetic Acceleration of Ferromagnetic Bodies, Acta Technica 54, 2009, Issue 4, pp. 343–357.
- [23] *Balikci, A., Zabar, Z., Birenbaum, L., Czarkowski, D.*: On the Design of Coilguns for Super-Velocity Launchers, IEEE Transactions on Magnetics 43, 2007, Issue 1, pp. 107–110.
- [24] *Qun, L. S., Cun, G. X., Bin, L., Yuan, L. Z.*: Simulation Analysis of the Temperature Field in an Induction Launcher, IEEE Transactions on Plasma Science 41, 2013, Issue 5, pp. 1055–1060.
- [25] *Zhiyuan, L., Youtian, L., Xueping, M., Hongjun, X., Shumei, C.*: Dynamic Research of Multi-Stage Reluctance Coil Gun, Proc. 17th International Symposium on Electromagnetic Launch Technology, 7–11 July 2014, La Jolla, California, pp. 1–4.
- [26] *Zhang, Y., Ruan, J., Hu, Y., Gong, R., Zhang, W., Liu, K.*: Research of Driving Circuit in Coaxial Induction Coilgun, Telecommunications, Computing, Electronics and Control 11, 2013, Issue 3, pp. 433–440.
- [27] *Bengui, Z., Yanjie, C., Wenbiao, L., Ruifeng, L.*: Optimization of the Drive Coil in the Multi-Stage Synchronous Induction Coilgun, Journal of Naval Aeronautical Engineering Institute 2019, Issue 6, pp. 639–642.
- [28] *Liu, W., Yanjie, C., Zhang, Y., Wang, J., Yang, D.*: Parameters Optimization of Synchronous Induction Coilgun Based on Ant Colony Algorithm, IEEE Transactions on Plasma Science 39, 2011, Issue 1, pp. 100–104.
- [29] *Seog-Whan Kim ; Hyun-Kyo Jung ; Song-yop Hahn*: Optimal Design of Multistage Coilgun, IEEE Transactions on Magnetics 32, 1996, Issue 2, pp. 505–508.
- [30] *Zhang, Y., Qin, W., Liao, J., Ruan, J., Huang, T.*: Optimization of Three-Stage Electromagnetic Coil Launcher, Sensors & Transducers 171, 2014, Issue 5, pp. 121–127.
- [31] *Mayer, D., Ulrych, B.*: Elektromagnetické aktuátory, 1. vydání, BEN - technická literatura, Praha, 2008.

- [32] *Guo, L., Guo, N., Wang, S., Qiu, J., Zhu, J. G.:* Optimization for Capacitor-Driven Coilgun Based on Equivalent Circuit Model and Genetic Algorithm,  
Proc. IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (IEEE ECCE), 20–24 Sept. 2009, San José, CA, pp. 234–239.
- [33] Barry’s Coilgun Mark III, url: <http://www.coilgun.info/mark3/home.htm/> (10. 02. 2015)
- [34] Coilgun Systems, url: <http://www.coilgun.eclipse.co.uk/> (10. 2. 2015)
- [35] *Haňka, L.:* Teorie elektromagnetického pole, 2. vyd.,  
Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1982.
- [36] *Karban, P.:* Zpracování kovových materiálů s využitím elektromagnetického pole a počítačové modelování příslušných procesů,  
FEL ZČU Plzeň, 2010, Habilitační práce.
- [37] *Stratton, J. A.:* Electromagnetic Theory,  
Wiley-IEEE Press, New York, 2007.
- [38] *Henrotte, F., Felden, M., van der Giet, M., Hameyer, K.:* The Eggshell Approach for the Computation of Electromagnetic Forces in 2D and 3D,  
COMPEL 23, 2004, Issue 4, pp. 996–1005.
- [39] *Henrotte, F., Hameyer, K.:* A Theory for Electromagnetic Force Formulas in Continuous Media,  
IEEE Transactions on Magnetics 43, 2007, Issue 4, pp. 1445–1446.
- [40] *Holman, J. P.:* Heat Transfer,  
McGraw Hill Co., 2002.
- [41] Python, url: <https://www.python.org/> (10. 02. 2015)
- [42] Wolfram Mathematica url: <http://www.wolfram.com/mathematica/> (10. 2. 2015)
- [43] *Laga, Radim:* Elektromagnetický pulsní urychlovač feromagnetických projektilů,  
Praha, 2013, Nепublikovaná fotografie.
- [44] *Laga, Radim:* Elektromagnetický pulsní urychlovač feromagnetických projektilů,  
Uherský Brod, 2009, Soutěžní práce SOČ.

- [45] Datasheet: Soft Magnetic Cobalt-Iron Alloys, Vacuumschmelze GmbH & Co., 04/2013.
- [46] *Laga, Radim*: Stavba pulzního elektromagnetického akcelérátoru a experimentální ověření jeho parametrů,  
FEL ČVUT Praha, 2013, Bakalářská práce.
- [47] České vysoké učení technické v Praze, Katedra měření,  
url: [http://measure.feld.cvut.cz/cs/system/files/files/cs/vyuka/predmety/A0M38MAP/MAPslide34\\_38.pdf](http://measure.feld.cvut.cz/cs/system/files/files/cs/vyuka/predmety/A0M38MAP/MAPslide34_38.pdf) (10. 2. 2015)



# Přílohy

## Příloha 1: Výpočet nomogramů (Agros2D)

Následující kód je napsán ve skriptovacím jazyku Python. Výsledkem jsou nomogramy obsahující spočtené hodnoty síly a indukčnosti pro pozici projektilu  $z$  od -40 mm do 5 mm (vzdálenost zadního čela projektilu od zadního čela cívky - viz. obr. 6.2) s krokem 2,5 mm (19 pozic), proud  $i$  od 0 A do 1280 A s krokem 40 A (33 úrovní) a rychlost  $v$  pro hodnoty 0 m/s a 70 m/s (2 úrovně). Pro potřeby další optimalizace byla soustava nomogramů spočtena pro tři modifikace závislosti relativní permeability na magnetické indukci. Celkový počet výpočtů je 3762, to odpovídá celkovému čistému výpočetnímu času po odladění kódu 85 hodin.

*Zdrojový kód:*

```
1 # definice geometrie modelu
  # rozmery projektilu
3 projektil_vyska = 0.044 # (m)
  projektil_polomer = 0.00675/2 # (m)
5 projektil_z_min = -0.04 # (m)
  projektil_z=projektil_z_min # (m)
7 projektil_z_max = 0.005 # (m)
  projektil_z_pocetKroku = 19 # (-)
9
  # rozmery cívky
11 cívka_z0 = 0 # (m)
  cívka_polomer_vnitri = 0.008/2 # (m)
13 cívka_dr=0.036/2-cívka_polomer_vnitri # (m)
  cívka_vyska=0.050 # (m)
15
  # definice pocatecnich podmínek a dalsich konstant
17 projektil_rychl_min = 0 # (m/s) - minimalni hodnota rychlosti v nomogramu
  projektil_rychl_max = 100 # (m/s) - maximalni hodnota rychlosti v nomogramu
```

```

19 projektil_rychl_pocetKroku = 3 # (-) - pozadovany pocet kroku v nomogramu
   civka_proudovaHustota_Min=1e-2 # (A/m^2) - pro vypocet indukcnosti pri I=0
21 civka_proud_min = 0 # (A) - minimalni hodnota proudu v nomogramu
   civka_proud_max = 1280 # (A) - maximalni hodnota proudu v nomogramu
23 civka_proud_pocetKroku = 33 # (-) - pozadovany pocet kroku v nomogramu
   civka_zavit_prumer=0.0016 # (m) - prumer vodice civky
25 civka_zavit_prurez=math.pi*civka_zavit_prumer*civka_zavit_prumer/4 # (m2) -
   prurez vodice civky
   civka_plocha=civka_dr*civka_vyska # (m2) - plocha plne civky v rezu
27 multipl=4 # (-) pomerna vzdalenost "nekonecna" v modelu
   ocel_vodivost=1/(0.4E-6) # (S/m) - vodivost oceli
29
   # ZACATEK TVORBY MODELU
31 problem = a2d.problem(clear = True) # inicializace modelu
   problem.coordinate_type = "axisymmetric" # osove symetricky model
33 problem.mesh_type = "triangle" # trojuhelnikova vypocetni sit
   magnetic = a2d.field("magnetic") # pridani magnetickeho pole do modelu
35 magnetic.analysis_type = "steadystate" # volba vypocetni rovnice modelu
   magnetic.matrix_solver = "mumps" # volba resice systemu rovnic
37 magnetic.number_of_refinements = 1 # nastaveni poctu zjemneni
   magnetic.polynomial_order = 2 # nastaveni radu polynomu reseni
39 magnetic.adaptivity_type = "disabled" # zakazani adaptivity
   magnetic.solver = "newton" # nastaveni resice
41
   # parametry resice
43 magnetic.solver_parameters['residual'] = 0
   magnetic.solver_parameters['relative_change_of_solutions'] = 0.4
45 magnetic.solver_parameters['damping'] = "automatic"
   magnetic.solver_parameters['damping_factor'] = 0.6
47 magnetic.solver_parameters['damping_factor_increase_steps'] = 5
   magnetic.solver_parameters['damping_factor_decrease_ratio'] = 1.05
49 magnetic.solver_parameters['jacobian_reuse'] = False
   magnetic.solver_parameters['jacobian_reuse_ratio'] = 0.8
51 magnetic.solver_parameters['jacobian_reuse_steps'] = 20

53 # okrajove podminky
   geometry = a2d.geometry
55 magnetic.add_boundary("A=0", "magnetic_potential", {"magnetic_potential_real" :
   0})

```

```

57 # definice materialovych vlastnosti
magnetic.add_material("Med", {"magnetic_permeability" : 1, "magnetic_conductivity
" : 0, "magnetic_remanence" : 0, "magnetic_remanence_angle" : 0, "
magnetic_velocity_x" : 0, "magnetic_velocity_y" : 0, "
magnetic_velocity_angular" : 0, "magnetic_current_density_external_real" : 0,
"magnetic_total_current_prescribed" : 0, "magnetic_total_current_real" : 0})
59 magnetic.add_material("Vzduch", {"magnetic_permeability" : 1, "
magnetic_conductivity" : 0, "magnetic_remanence" : 0, "
magnetic_remanence_angle" : 0, "magnetic_velocity_x" : 0, "
magnetic_velocity_y" : 0, "magnetic_velocity_angular" : 0, "
magnetic_current_density_external_real" : 0, "
magnetic_total_current_prescribed" : 0, "magnetic_total_current_real" : 0})
magnetic.add_material("Ocel", {"magnetic_permeability" : { "value" : 470, "x" :
[0,0.74,0.8,2.2,2.4], "y" : [696.303,696.303,680,63.7143,3], "interpolation"
: "piecewise_linear", "extrapolation" : "constant", "derivative_at_endpoints"
: "first" }, "magnetic_conductivity" : ocel_vodivost, "magnetic_remanence" :
0, "magnetic_remanence_angle" : 0, "magnetic_velocity_x" : 0, "
magnetic_velocity_y" : projektil_rychl_min, "magnetic_velocity_angular" : 0,
"magnetic_current_density_external_real" : 0, "
magnetic_total_current_prescribed" : 0, "magnetic_total_current_real" : 0})
61
# hrany nekonecna
63 geometry.add_edge(0, civka_z0+multipl*civka_vyska, multipl*(civka_polomer_vnitрни
+civka_dr), civka_z0+multipl*civka_vyska, boundaries = {"magnetic" : "A=0"})
geometry.add_edge(multipl*(civka_polomer_vnitрни+civka_dr), civka_z0+multipl*
civka_vyska, multipl*(civka_polomer_vnitрни+civka_dr), civka_z0-(multipl-1)*
civka_vyska, boundaries = {"magnetic" : "A=0"})
65 geometry.add_edge(0, civka_z0-(multipl-1)*civka_vyska, multipl*(
civka_polomer_vnitрни+civka_dr), civka_z0-(multipl-1)*civka_vyska, boundaries
= {"magnetic" : "A=0"})

67 # hrany symetrie
geometry.add_edge(0, civka_z0+multipl*civka_vyska, 0, projektil_z+projektil_vyska
, boundaries = {"magnetic" : "A=0"})
69 geometry.add_edge(0, civka_z0-(multipl-1)*civka_vyska, 0, projektil_z, boundaries
= {"magnetic" : "A=0"})

71 # pojmenovani bloku

```

```

geometry.add_label(civka_polomer_vnitrni+civka_dr/2, civka_z0+civka_vyska/2,
    materials = {"magnetic" : "Med"})
73 geometry.add_label(civka_polomer_vnitrni+1.3*civka_dr, civka_z0+civka_vyska/2,
    materials = {"magnetic" : "Vzduch"})
geometry.add_label(projektil_polomer/3, projektil_z_min+projektil_vyska*1/3, area
    = 1e-07, materials = {"magnetic" : "Ocel"})
75 agros2d.view.zoom_best_fit() # ukaze nejlepsi zvetseni

77 # ZACATEK ALGORITMU VYPOCTU NOMOGRAMU
z = projektil_z_min # pocatecni pozice
79 v = projektil_rychl_min # pocatecni rychlost
i = civka_proud_min # pocatecni proud
81

# — zacek cyklu —
83 for iz in range(0,projektil_z_pocetKroku): # citac v oblasti pozice projektilu
    z = projektil_z_min + iz*z_krok # nastaveni nasledujici pozice projektilu
85     for iv in range(0,projektil_rychl_pocetKroku): # citac v oblasti rychlosti
        projektilu
            v = projektil_rychl_min + iv*v_krok # nastaveni nasledujici rychlosti
        projektilu
87         for ii in range(0,civka_proud_pocetKroku): # citac v oblasti proudu v
            civce
                i = civka_proud_min + ii*i_krok # nastaveni nasledujiciho proudu v
            civce
89             if i == 0:
                civka_zmenaProudoveHustoty(civka_proudovaHustota_Min) # nastaveni
                proudove hustoty v civce
91             else:
                civka_zmenaProudoveHustoty(i/civka_zavit_prurez) # nastaveni
                proudove hustoty v civce
93             soubor = open(cesta+'pom.txt', 'a') # otevreni souboru pro zapis
                aktualniho stavu vypoctu
                soubor.write('z: %f    v: %f    i: %i \n' %(z,v,i)) # zapis do
                souboru
95             soubor.close() # uzavreni souboru
                problem.solve() # spusteni vypoctu
97             result = magnetic.volume_integrals(range(0)) # objemova integrace
                pres celou geometrii

```

```

    result2 = magnetic.volume_integrals(range(2,3)) # objemova integrace
pres objem civky
99     if i == 0: # pro malou hodnotu proudu nezaokrouhlovat vysledek
        W = W + [result['Wm']] # Pridani energie magnetickeho pole do
pole vysledku
101     FM = FM + [result2['Fty']] # Pridani Maxwellovy sily do pole
vysledku
        else:
103     W = W + [round(result['Wm'],3)]
        FM = FM + [round(result2['Fty'],3)]
105
    if z == projektil_z_min: # nastaveni minimalni pozice projektilu
107     soubor_zapis('energie',1,v) # zapis pole vysledku energie do souboru
        soubor_zapis('sila',1,v) # zapis pole vysledku sily do souboru
109     else:
        soubor_zapis('energie',0,v)
111     soubor_zapis('sila',0,v)
    W = [] # vycistení pole pro zaznam vysledku energie
113     FM = [] # vycistení pole pro zaznam vysledku sily
    i = civka_proud_min # nastaveni pocatecniho proudu v civce
115
v = projektil_rychl_min # nastaveni pocatecni rychlosti projektilu
117 projektil_posun(z_krok) # posun projektilu

```

*./Agros2D/nomogramy\_kod.py*

## Příloha 2: Zpracování nomogramů a hlavní algoritmus (Wolfram Mathematica 7.0)

### Pomocné moduly a funkce

#### KRÁTKÉ MODULY

```
(* Modul pro nalezení hodnoty v listu kubickou interpolací co0 *)
kubic[list0_, hodn0_] := Module[{list = list0, hodn = hodn0, i, OUT, x, line},
  If[hodn < list[[1, 1]] || hodn > list[[Length[list], 1]],
    OUT = "Požadovaná hodnota je mimo limity v listu",
    i = 1;
    If[hodn == list[[i, 1]],
      OUT = list[[i, 2]],
      While[(list[[i, 1]] < hodn) && (i < Length[list] - 1), i = i + 1];
      line[x_] = Fit[{list[[i - 1]], list[[i]], list[[i + 1]]}, {1, x, x^2}, x];
      OUT = line[hodn]
    ]
  ]
]
```

#### RESAMPLOVÁNÍ LISTŮ A TABULEK

```
(* Modul k0-krát zvýší dimenzi listu0
přidáním průměrné hodnoty mezi každé dvě hodnoty listu0 *)
upSampleList[list0_, k0_] := Module[{list1 = list0, k = k0, i, list2, list3},
  For[i = 1, i ≤ k, i++,
    list2 = Riffle[list1, list1];
    list3 = Prepend[list2, First[list2]];
    list2 = Append[list2, Last[list2]];
    list1 = (list2 + list3) / 2 // N;
    list1 = Part[list1, 2 ;; Length[list1] - 1];
  ]
  OUT = list1

(* Modul k0-krát zvýší dimenzi tabulky0
přidáním průměrné hodnoty mezi každé dva řádky tabulky0 *)
upSampleTable[table0_, k0_] := Module[{table = table0, k = k0, table2},
  OUT = {};
  OUT = (Last[Append[OUT, upSampleList[table[[#]], k]]) & /@ Range[Length[table]];
  table = Transpose[OUT];
  OUT = {};
  OUT = Last[Append[OUT, upSampleList[table[[#]], k]]) & /@ Range[Length[table]];
  OUT = Transpose[OUT]
]

(* Modul k0-krát sníží dimenzi listu0 odebráním lichých hodnot v listu0 *)
downSampleList[list0_, k0_] := Module[{list = list0, k = k0, i},
  For[i = 1, i ≤ k, i++,
    OUT = Last[Append[OUT, list[[#]]]] & /@ Range[1, Length[list], 2];
    list = OUT;
  ]
  OUT]
```

```
(* Modul k0-krát sníží dimenzi tabulky0 odebráním lichých řádků v tabulce0 *)
downSampleTable[table0_, k0_] := Module[{table = table0, k = k0},
  table = downSampleList[table, k];
  table = Transpose[table];
  table = downSampleList[table, k];
  table = Transpose[table];
]
```

## VYHLEDÁNÍ TABULEK KUBICKOU INTERPOLACÍ

```
(* Modul "kolikrat0"-krát vyhledá 2D-
list "origList0" metodou kubické interpolace *)
filtruj[origList0_, kolikrat0_] := Module[{origList = origList0,
  kolikrat = kolikrat0, pomList, line, radek, vystupCyklu, j, k, l, m, x},
  pomList = Transpose[origList];
  vystupCyklu = {};
  For[m = 1, m ≤ Length[pomList],
    radek = {#, pomList[[m, #]] & /@ Range[Length[pomList[[m]]]];
    For[k = 1, k ≤ kolikrat,
      For[l = 1, l ≤ Length[radek],
        If[Length[radek] - l > 7,
          line[x_] = Fit[{radek[[l]], radek[[l + 4]], radek[[l + 2 * 4]]}, {1, x, x2}, x];
          For[j = 1, j ≤ l + 8,
            radek[[j]] = {radek[[j, 1]], (line[radek[[j, 1]]) + radek[[j, 2]]) / 2};
            j++;
          ];
          l = l + RandomInteger[3] + 2];
        k++];
    radek = radek[[#, 2]] & /@ Range[Length[radek]];
    vystupCyklu = Append[vystupCyklu, radek];
    m = m + 1];
  Transpose[vystupCyklu]
```

## VYHLEDÁNÍ LISTŮ KUBICKOU INTERPOLACÍ

```
(* Modul "kolikrat0"-krát vyhledá 1D-
list "origList0" aplikováním kubické interpolace *)
filtruj1D[origList0_, kolikrat0_] := Module[{origList = origList0,
  kolikrat = kolikrat0, pomList, line, radek, vystupCyklu, j, k, l, m, x},
  pomList = Transpose[origList];
  vystupCyklu = {};
  radek = {#, pomList[[2, #]] & /@ Range[Length[pomList[[2]]]];
  For[k = 1, k ≤ kolikrat,
    For[l = 1, l ≤ Length[radek],
      If[Length[radek] - l > 7,
        line[x_] = Fit[{radek[[l]], radek[[l + 4]], radek[[l + 8]]}, {1, x, x2}, x];
        For[j = 1, j ≤ l + 8,
          radek[[j]] = {radek[[j, 1]], (line[radek[[j, 1]]) + radek[[j, 2]]) / 2};
          j++;
        ];
        l = l + RandomInteger[3] + 3];
      k++];
    radek = radek[[#, 2]] & /@ Range[Length[radek]];
    vystupCyklu = Append[vystupCyklu, Transpose[origList][[1]]];
    vystupCyklu = Append[vystupCyklu, radek];
  Transpose[vystupCyklu] (* v proměnné filtruj1D je filtrovaný list *)
```

## Hlavní parametry modelu

### ROZMĚRY PROJEKTILU

```

projektilZ0 = -0.038; (* (m) - počáteční pozice projektilu *)
projektilHmotnost = 12 * 10-3; (* (kg) - hmotnost projektilu *)

projektilVyska = parametry[[4, 4]] / 1000; (* (m) - výška projektilu *)
projektilPolomer = parametry[[4, 2]] / 1000; (* (m) - poloměr projektilu *)

```

### ROZMĚRY A PARAMETRY CÍVKY

```

proudovaHustota0 = parametry[[8, 2]] ;
(* (A/mm2) - proudová hustota "v nule" proudu *)
civkaVyska = parametry[[3, 4]] / 1000 ; (* (m) - výška cívky*)
civkaDr = parametry[[3, 2]] / 1000;
(* (m) - rozdíl vnitřního a vnějšího poloměru cívky*)
civkaIntPrumer = 8 / 1000;
civkaExtPrumer = civkaIntPrumer + 2 * civkaDr;
civkaPlocha = civkaDr * civkaVyska; (* (m2) .. průřez cívky v řezu *)
civkaZavitPrumer = 1.6 * 10-3; (* (m) - průměr závitu cívky *)
civkaZavitPrurez =  $\pi$  * civkaZavitPrumer2 / 4;
(* (m2) - průřez jednoho závitu cívky *)
PocetZavituR = IntegerPart[civkaDr / civkaZavitPrumer] - 1;
(* (-) - počet vrstev závitů *)
PocetZavituX = IntegerPart[civkaVyska / civkaZavitPrumer] - 2;
(* (-) - počet závitů v jedné vrstvě cívky *)
civkaPocetZavitu = PocetZavituR * PocetZavituX; (* (-) - celkový počet závitů *)

```

### KONSTANTY PRO VÝPOČET ODPORU PROSTŘEDÍ

```

Cvzduch = 0.4; (* (-) - součinitel odporu pro výpočet tření projektilu o vzduch *)
roVzduch = 1.2047; (* (kg/m3) - hustota vzduchu *)
Sscarkou =  $\pi$  * projektilPolomer2;
(* (m2) - plocha projektilu vystavená proudění vzduchu*)
kt = 0.1; (* (-) koeficient smykového tření *)

```

### ELEKTRICKÉ PARAMETRY OBVODU

```

odpor = 145 * 10-3; (* (Ω) - suma elektrických odporů v sérii *)
kondenzatorC = 7.11 * 10-3; (* (F) - velikost napájecí kapacity *)
kondenzatorU0 = 350; (* (V) - napětí nabitého kondenzátoru *)

```

### PRVOTNÍ NOMOGRAMY

```

rychlRange = {};
rychlRange =
  DeleteDuplicates[Flatten[(Append[rychlRange, iTableW[#, 2]])] & /@ Range[4]];

(* Ověření algoritmu nalezení nomogramů pro další výpočty *)
(LP1[#] = ListPlot3D[ImportSila[#, ImageSize → 400, DataRange → {{civkaProudMin,
  civkaProudMax}, {-1000 * 0.039, 1000 * zMax}}]] & /@ rychlRange;
(LP2[#] = ListPlot3D[ImportEnergie[#, ImageSize → 400, DataRange → {{civkaProudMin,
  civkaProudMax}, {-1000 * 0.039, 1000 * zMax}}]] & /@ rychlRange;
rychlost = 0;

```



```
Show[LP1[rychlost], graphOptions1, graphOptions3,
  Epilog → {ins[strProud, 0.14, 0.05], ins[strPozice, 0.9, 0.05],
    ins[strSila, -0.03, 0.77], insr[rychlost, 0.7, 0.75, Black]};
Show[LP2[rychlost], graphOptions1, graphOptions3,
  Epilog → {ins[strProud, 0.14, 0.05], ins[strPozice, 0.9, 0.05],
    ins[strEnergie, -0.026, 0.77], insr[rychlost, 0.7, 0.75, Black]}];
```

## Úpravy nomogramů

```
rychlRange = {iTableF[[1, 2]], iTableF[[2, 2]]};

(* Ověření algoritmu vyhlazení nomogramů *)
ListPlot3D[ImportSila[ToExpression[rychlRange[[#]]]],
  PlotRange → All, ImageSize → 400] & /@ Range[Length[rychlRange]];
ListPlot3D[ImportEnergie[ToExpression[rychlRange[[#]]]],
  PlotRange → All, ImageSize → 400] & /@ Range[Length[rychlRange]];
```

## OPRAVA NOMOGRAMŮ PŘI NASYCENÍ PROJEKTILU

```
(* Import dat z modelu rozložení magnetické indukce cívky se vzduchovým jádrem *)
(i# = Import[".\syceni\i" <> ToString[#] <> ".txt", "Table"]) & /@ Range[100, 1200, 100];

(* Převod jednotek pro lepší zobrazení, vyhlazení křivek *)
(iconv# = Table[{i#[[j, 1]] * 1000, i#[[j, 2]]}, {j, 1, Length[i#}]] & /@
  Range[100, 1200, 100];
(iconv# = filtruj1D[iconv#, 1]) & /@ Range[100, 1200, 100];

(* Nastavení společných parametrů pro zobrazení v grafech *)
colors = {RGBColor[0, 0, 1], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 1, 1],
  RGBColor[0.2, 0.7, 0.3], RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[1, 0, 1],
  RGBColor[1, 1, 0], RGBColor[0.4, 0.1, 0.6], RGBColor[0.2, 0.5, 0.4],
  RGBColor[1, 0.7, 0.3], RGBColor[0.2, 0.7, 1], RGBColor[0.5, 0.1, 0.8]};
graphOptionsI1 = {PlotRange → {All, {-6, 6}}, Epilog → {ins[strMagIndukce, 0.39, 0.97],
  inse[strMagIndukce, "=2,35", 0.18, 0.73], ins[strPozice, 0.95, 0.54]}};

(* Zobrazení pole časových průběhů magnetické indukce *)
(iConvGraph# = ListLinePlot[iconv#, graphOptions1, graphOptionsI1,
  PlotStyle → {colors[[# / 100]], Thickness[0.003]}]) & /@ Range[100, 1200, 100];

(* Nalezení hodnot elektrického proudu pro magnetickou
  indukci 2.35 T (projektil nasycen) podél osy cívky *)
Isyceni = {};
For[j = 600, j ≤ 1200, j = j + 100,
  k = 1;
  While[(i_j[[k, 2]] < 2.35) && Length[i_j] ≤ 70,
    dolni[j] = k;
    k++];
  While[(i_j[[k, 2]] > 2.35) && Length[i_j] ≤ 70,
    horni[j] = k;
    k++];
  i1 = Null;
  i2 = Null;
  i1 = i1 /. Solve[2.35 == Fit[{{i_j[[dolni[j], 1]], i_j[[dolni[j], 2]]},
    {i_j[[dolni[j] + 1, 1]], i_j[[dolni[j] + 1, 2]]}}, {1, i1}, i1], i1][[1]];
  i2 = i2 /. Solve[2.35 == Fit[{{i_j[[horni[j], 1]], i_j[[horni[j], 2]]},
    {i_j[[horni[j] + 1, 1]], i_j[[horni[j] + 1, 2]]}}, {1, i2}, i2], i2][[1]];
  Isyceni = Append[Isyceni, {j, i1, i2, (i1 + i2) / 2}]]
```

```

Isyceni = Prepend[Isyceni, {570, 0.0180, 0.032, 0.0180 / 2 + 0.032 / 2}];
TableForm[Isyceni]; (* Tabulka hodnot *)
datac = Table[{Isyceni[[k, 2]], Isyceni[[k, 1]]}, {k, Length[Isyceni], 1, -1}];
datad = Table[{Isyceni[[k, 3]], Isyceni[[k, 1]]}, {k, 1, Length[Isyceni], 1}];
data = Partition[Flatten[{datac, datad}], 2];
a1 = ListPlot[data, PlotRange -> {{-0.01, 0.06}, {0, 1250}}, Filling -> Axis];
dataspoj[z_] = Fit[data, {1, z, z^2, z^3, z^4, z^5, z^6, z^7}, z]^0.91 + 230;
(* Hledaná funkce/proložení nalezených hodnot *)
min = FindMinimum[dataspoj[z], z][[1]];
Plot[dataspoj[z], {z, -0.05, 0.1}, PlotRange -> All];
a2 = Plot[dataspoj[z / 1000], {z, -10, 65}, PlotStyle -> {Blue, Thick},
  GridLines -> Automatic, GridLinesStyle -> Directive[Gray, Dashed]];

IsycfZ = Show[(*a1,*a2), ImageSize -> 600,
  PlotRange -> {{-10, 65}, {400, 1200}}, graphOptions1,
  Epilog -> {ins[strProud, 0.22, 0.96], inse[strMagIndukce, ">2,35", 0.5, 0.3],
  inse[strMagIndukce, "<2,35", 0.5, 0.1], ins[strPozice, 0.92, 0.82]}}];

(* Nalezení funkce simulující přesycení projektilu s rostoucím proudem
  pro konkrétní pozici projektilu ve formě tangenty hyperbolické *)
strmostSkokuProud = 0.012;
posun = 190;
proudy[z_, proud_] =
  (-Tanh[strmostSkokuProud * (proud - dataspoj[z] + posun)] + 1) / 2;
(* Příklad hledané funkce *)
VystProudy = Plot[proudy[0.025 - 0, proudx], {proudx, -200, 1400},
  PlotStyle -> {Blue, Thick}, PlotRange -> {{-200, 1400}, All}, GridLines -> Automatic,
  GridLinesStyle -> Directive[Gray, Dashed], ImageSize -> 600];
IsycfI = Show[VystProudy, graphOptions1,
  Epilog -> {ins[strProud, 0.93, 0.095], inse[strMagIndukce, ">2,35", 0.65, 0.1],
  inse[strMagIndukce, "<2,35", 0.26, 0.1]}}];

(* Výsledné omezující funkce pro zahrnutí
  přesycení projektilu s rostoucím proudem *)
gRowFont = 25;
filtrSyceni1 = Table[proudy[zz + 0.026, ii], {zz, zRange}, {ii, proudRange}];
filtrSyceni2 = Table[proudy[zz, ii], {zz, -0.015, 0.06, 0.002}, {ii, 0, 1200, 50}];
omFce1 = ListPlot3D[filtrSyceni1, PlotRange -> All,
  BaseStyle -> {FontSize -> gRowFont}, graphOptions1, ImagePadding -> 45,
  graphOptions2, DataRange -> {{civkaProudMin, civkaProudMax}, 1000 * {zMin, zMax}},
  Epilog -> {ins[strPozice, 0.17, 0.08], ins[strProud, 0.83, 0.08]}}];
omFce2 = ListPlot3D[filtrSyceni2, PlotRange -> All,
  BaseStyle -> {FontSize -> gRowFont}, graphOptions1, ImagePadding -> 45,
  graphOptions2, DataRange -> {{0, 1200}, 1000 * {-0.05, 0.1}},
  Epilog -> {ins[strPozice, 0.17, 0.08], ins[strProud, 0.83, 0.08]}}];

gRowOmFce = ImageCrop[GraphicsRow[{omFce2, omFce1},
  -5, ImageSize -> 1000, BaseStyle -> {FontSize -> gRowFont},
  Epilog -> {ins[strPozice, -0.26, 0.24], ins[strProud, 0.28, 0.24],
  ins[strPozice, 0.70, 0.24], ins[strProud, 1.26, 0.24]}}];

(* Aplikace filtru syceni *)
rychlost = 0;
predFiltremSila = ListPlot3D[downSampleTable[ImportSila[rychlost] / 1000, 2],
  PlotStyle -> Opacity[0.15], BaseStyle -> {FontSize -> gRowFont},
  ImagePadding -> 50, graphOptions5, graphOptions3,
  DataRange -> {{civkaProudMin, civkaProudMax}, 1000 * {zMin, zMax}}];

```

```

(ImportSila[#] = ImportSila[#] * filtrSyceni1) & /@ rychlRange;
(ImportSila[#] = downSampleTable[ImportSila[#], 2]) & /@ rychlRange;
filtrSyceni1 = downSampleTable[filtrSyceni1, 2];
poFiltruSila = ListPlot3D[ImportSila[rychlost] / 1000, PlotRange → All,
  BaseStyle → {FontSize → gRowFont}, ImagePadding → 50, graphOptions5,
  graphOptions2, DataRange → {{civkaProudMin, civkaProudMax}, 1000 * {zMin, zMax}}];

(* Původní a upravený nomogram síly *)
rychlost = 0;
aplikaceFiltruSila = Show[{predFiltremSila, poFiltruSila},
  Epilog → {ins[strPozice, 0.87, 0], ins[strProud, 0.20, 0],
    ins[strSilakN, 0.04, 0.8], insr[rychlost, 0.7, 0.75, Black]},
  ImagePadding → 60, PlotRangePadding → {0, 0, 0}];

(* Původní a upravený nomogram indukčnosti *)
predFiltremIndukcnost =
  ListPlot3D[1000 * indlpredf[rychlost], PlotStyle -> Opacity[0.15],
  BaseStyle → {FontSize → gRowFont}, ImagePadding → 60, graphOptions5,
  graphOptions3, DataRange → {{civkaProudMin, civkaProudMax}, 1000 * {zMin, zMax}}];
poFiltruIndukcnost = ListPlot3D[1000 * ImportIndukcnost[rychlost], PlotRange → All,
  BaseStyle → {FontSize → gRowFont}, ImagePadding → 60, graphOptions5,
  graphOptions3, DataRange → {{civkaProudMin, civkaProudMax}, 1000 * {zMin, zMax}}];
aplikaceFiltruIndukcnost = Show[{predFiltremIndukcnost, poFiltruIndukcnost}, Epilog →
  {ins[strPozice, 0.87, 0], ins[strProud, 0.20, 0], ins[strIndukcnost, -0.02, 0.8],
    insr[rychlost, 0.86, 0.91, Black]}, PlotRangePadding → {0, 0, 0}];

For[i = 1, i ≤ Length[rychlRange], i++,
  ImportDlDxPom = ImportIndukcnost[rychlRange[[i]]];
  ImportDlDxPomDx = Drop[ImportDlDxPom, 1];
  ImportDlDxPomDx = Append[ImportDlDxPomDx, Last[ImportDlDxPomDx]];
  ImportDlDx[rychlRange[[i]]] = (ImportDlDxPomDx - ImportDlDxPom) / (dz);
];
DlDxTable[v0_, z0_, i0_] := ImportDlDx[v0][[z0, i0]];

(* Nomogram derivace indukčnosti podle pozice projektilu *)

derivaceIndukcnosti = ListPlot3D[1000 * ImportDlDx[rychlost], PlotRange → All,
  BaseStyle → {FontSize → gRowFont}, ImagePadding → 60, graphOptions5,
  graphOptions3, DataRange → {{civkaProudMin, civkaProudMax}, 1000 * {zMin, zMax}},
  Epilog → {ins[strPozice, 0.85, 0.01],
    ins[strProud, 0.19, 0.01], ins[strIndukcnostDer, 0.11, 0.81],
    insr[rychlost, 0.7, 0.8, Black]}, PlotRangePadding → {50, 4, 0}

```

## Algoritmus

### KONSTANTY

```

casElement = 1 * 10-6 // N; (* (s) - časový element výpočtu *)
casMax = 8 * 10-3 // N; (* (s) - horní mez výpočtu *)
pocetElementuCas = casMax / casElement // N; (* (-) - maximální počet elementů *)
nulovat = 1; (* pomocná proměnná pro
  vynulování proudu při dosažení středu cívk *)
pocetChyb = 0; (* (-) - v případě zacyklené chyby skončí výpočet *)

```

## POČÁTEČNÍ PODMÍNKY

```

proudovaHustota[0] = proudovaHustota0 // N; (* (A/mm2) *)
proud[0] = 0; (* (A) - proud v závitě cívky *)
indukcnost[0] = 0.000218; (* (H) - indukčnost cívky *)
p[0] = kondenzatorU0 / indukcnost[0]; (* (V/H) - pomocná proměnná *)
sila[0] = 0; (* (N) - silové účinky elektromagnetického pole *)
Fa[0] = 0; (* (N) - aerodynamická brzdná síla *)
Ft[0] = 0; (* (N) - třecí brzdná síla *)
zrychleni[0] = 0; (* (m/s2) - zrychlení projektilu *)
Clear[rychlost];
rychlost[0] = 0; (* (m/s) - rychlost projektilu *)
projektilZ[0] = projektilZ0; (* (m) - počáteční pozice projektilu *)
energie[0] = 0; (* (J) - energie elektromagnetického pole *)
dLdx[0] = 0; (* (H/m) - změna indukčnosti s pozicí projektilu *)
Uc[0] = kondenzatorU0; (* (V) - počáteční napětí na kondenzátoru *)
Ur[0] = 0;
U1[0] = kondenzatorU0;
casKrok = 1; (* (-) časový krok *)

```

## CYKLUS

```

While[
  (projektilZ[(casKrok - 1) * casElement] <= zMax) && (casKrok < pocetElementuCas),
  (* podmínka rozepnutí obvodu při průletu projektilu středem cívky *)
  If[zrychleni[(casKrok - 1) * casElement] < 0, nulovat = 0];
  (* získání indukčnosti z nomogramu *)
  If[casKrok == 1,
    indukcnost[casKrok * casElement] = indukcnost[0];
    dLdx[casKrok * casElement] = 0,
    dLdx[casKrok * casElement] = hledej[DlDxTable, rychlost[(casKrok - 1) * casElement],
      projektilZ[(casKrok - 1) * casElement], proud[(casKrok - 1) * casElement]];
    indukcnost[casKrok * casElement] = hledej[IndukcnostTable,
      rychlost[(casKrok - 1) * casElement],
      projektilZ[(casKrok - 1) * casElement], proud[(casKrok - 1) * casElement]];
  ];
  (* výpočet proudu *)
  proud[casKrok * casElement] =
    (proud[(casKrok - 1) * casElement] + p[(casKrok - 1) * casElement] * casElement) *
    nulovat;
  (* výpočet pomocné proměnné p *)
  p[casKrok * casElement] =
    (p[(casKrok - 1) * casElement] + casElement / indukcnost[(casKrok - 1) * casElement] *
      (-odpor * p[(casKrok - 1) * casElement] -
        2 * rychlost[(casKrok - 1) * casElement] * p[(casKrok - 1) * casElement] *
          dLdx[casKrok * casElement] - proud[casKrok * casElement] *
            zrychleni[(casKrok - 1) * casElement] * dLdx[casKrok * casElement] -
              proud[casKrok * casElement] / kondenzatorC)) * nulovat;
  (* Výpočet rozložení napětí na prvcích RLC *)
  Ur[casKrok * casElement] = odpor * proud[casKrok * casElement];
  U1[casKrok * casElement] = indukcnost[casKrok * casElement] *
    (proud[casKrok * casElement] - proud[(casKrok - 1) * casElement]) / casElement;
  Uc[casKrok * casElement] = Ur[casKrok * casElement] + U1[casKrok * casElement];
  (* získání síly z nomogramu *)

```

```

If[proud[casKrok * casElement] < civkaProudMax,
  sila[casKrok * casElement] = hledej[silaTable,
    rychlost[(casKrok - 1) * casElement], projektilZ[(casKrok - 1) * casElement],
    (proud[casKrok * casElement] *  $\frac{\text{civkaZavitPrurez} * \text{civkaPocetZavitu}}{\text{civkaPlocha}}$ )],
  sila[casKrok * casElement] = 0];
(* ošetření správného odečtení třecí síly od urychlující síly*)
If[sila[casKrok * casElement] ≤ 0, sila[casKrok * casElement] = 0];
If[sila[casKrok * casElement] ≥ 0,
  (*podmínka pricteni/odecteni treni podle smeru pohybu*)
  Fa[casKrok * casElement] = 0.5 * Cvzduch * Sscarkou *
    roVzduch * rychlost[(casKrok - 1) * casElement]^2;
  Ft[casKrok * casElement] = kt * projektilHmotnost * 9.81,
  (* třecí síla projektilu o vodivou trubici *)
  Fa[casKrok * casElement] = -0.5 * Cvzduch * Sscarkou *
    roVzduch * rychlost[(casKrok - 1) * casElement]^2;
  Ft[casKrok * casElement] = -kt * projektilHmotnost * 9.81;
];
(* ošetření správného směru působení sil *)
If[Abs[sila[casKrok * casElement]] >
  Abs[Fa[casKrok * casElement] + Ft[casKrok * casElement]],
  zrychleni[casKrok * casElement] = (sila[casKrok * casElement] -
    Fa[casKrok * casElement] - Ft[casKrok * casElement]) / projektilHmotnost,
  zrychleni[casKrok * casElement] = 0;];
(* výpočet rychlosti *)
rychlost[casKrok * casElement] =
  zrychleni[casKrok * casElement] * casElement + rychlost[(casKrok - 1) * casElement];
(* výpočet pozice projektilu *)
projektilZ[casKrok * casElement] =
  rychlost[casKrok * casElement] * casElement + projektilZ[(casKrok - 1) * casElement];
(* stanovení dalšího časového kroku *)
casKrok = casKrok + 1]
casKrokFinal = casKrok - 1;

```

## Výsledky modelu - časové závislosti zkoumaných veličin

```

(* Meze pro zobrazení průběhů v grafech *)
casZobrazMin = 0;
casZobrazMax = pocetElementuCas;
lineThickness = 0.0035;

(* Načtení průběhů bez vířivých proudů *)
vystupBezVP = Import["./BezVP/vysledky.txt", "Table"];
prenosDat = Import["./BezVP/prenosDat.txt", "Table"];

(* Načtení naměřených průběhů *)
prenosDatMereni = Import["./prenosDatMereni.txt", "Table"];

```

## ČASOVÝ VÝVOJ INDUKČNOSTI

```

expIndukcnost =
  ListLinePlot[Table[{1000 * i * casElement, 1000 * indukcnost[i * casElement]},
    {i, casZobrazMin, casZobrazMax, 1}], PlotRange -> {All, {0.215, 0.222}},
  PlotStyle -> {Darker[Green], Thickness[lineThickness]},
  Epilog -> {ins[strIndukcnost, 0.14, 0.96], ins[strCas, 0.87, 0.085]},
  graphOptions4, GridLines -> Automatic, GridLinesStyle -> Directive[Gray, Dashed]];

```

```
exp[expIndukcnost];
```

### ČASOVÝ VÝVOJ PRODU

```
expProudA = ListLinePlot[Table[{i * casElement * 1000, proud[i * casElement]},
  {i, casZobrazMin, casZobrazMax, 1}], ImageSize → 800,
  PlotStyle → {Darker[Blue], Thickness[lineThickness * 1.1]}, graphOptions4];
expProudB = ListLinePlot[Table[{vystupBezVP[[i, 1]] casElement * 1000,
  vystupBezVP[[i, 2]]}], {i, 1, Length[vystupBezVP] - 200, 1}], ImageSize → 800,
  PlotStyle → {Darker[Red], Thickness[lineThickness * 1.1]}, graphOptions4];

(prenosDatMereni[#, 1] = prenosDatMereni[#, 1] * 1000 - 0.1 / 6.8) & /@
  Range[Length[prenosDatMereni]];

prenosDatMereniLP = ListLinePlot[prenosDatMereni, ImageSize → 800,
  PlotStyle → {Darker[Black], Thickness[lineThickness]}, graphOptions4,
  PlotRange → {{0, 2.3}, {0, 1250}}, PlotRangePadding → 0.01];

listHue = {Darker[Blue], Darker[Red], Darker[Black]};
listThick = (Thickness[lineThickness * 10]) & /@ Range[3];
listLines = Table[1, {listCounter, 1, 3}] * Line[{{0, .7}, {3, .7}}];
listName = {Style["S účinky indukovaných proudů"],
  Style["Se zanedbáním indukovaných proudů"],
  Style["Skutečný (naměřený) průběh scope_9"]};
a = Transpose[{listHue, listThick, listLines}];
l1 = Transpose[{Graphics /@ a, listName}];

expProud = ShowLegend[Show[{prenosDatMereniLP, expProudA, expProudB},
  ImageSize → 900, Epilog → {ins[strProud, 0.06, 0.96], ins[strCas, 0.91, 0.055]},
  GridLines → Automatic, GridLinesStyle → Directive[Gray, Dashed]},
  {l1, LegendPosition → {-0.5, -0.38}, LegendSize → {1.41, 0.3},
  LegendShadow → None, LegendTextOffset → {-0.4, 0}, BaseStyle → 25}]

exp[expProud];
```

### ČASOVÝ VÝVOJ CELKOVÉ SÍLY PŮSOBÍCÍ NA PROJEKTIL

```
expSilaA = ListLinePlot[Table[{i * casElement * 1000,
  sila[i * casElement] - (Fa[i * casElement] + Ft[i * casElement])},
  {i, casZobrazMin, casZobrazMax, 1}], ImageSize → 800,
  PlotStyle → {Darker[Blue], Thickness[lineThickness]}, graphOptions4];
expSilaB = ListLinePlot[Table[{vystupBezVP[[i, 1]] casElement * 1000,
  vystupBezVP[[i, 3]]}], {i, 1, Length[vystupBezVP], 1}], ImageSize → 800,
  PlotStyle → {Darker[Red], Thickness[lineThickness]}, graphOptions4];

expSila = Show[{expSilaA, expSilaB}, PlotRange → {All, {-50, 700}},
  ImageSize → 900, Epilog → {ins[strSila, 0.08, 0.96], ins[strCas, 0.91, 0.13]},
  GridLines → Automatic, GridLinesStyle → Directive[Gray, Dashed]]

exp[expSila];

(* Zobrazení a export průběhů proudu a síly působící na projektil *)

gRowProudSila = ImageCrop[GraphicsRow[{expProud, expSila}, 10, ImageSize → 1000]];

exp[gRowProudSila];
```

## ČASOVÝ VÝVOJ RYCHLOSTI PROJEKTILU

```

expRychlostA = ListLinePlot[Table[{i * casElement * 1000, rychlost[i * casElement]},
  {i, casZobrazMin, casZobrazMax, 1}], ImageSize → 800, PlotRange → {All, {0, 35}},
  PlotStyle → {Darker[Blue], Thickness[lineThickness]}, graphOptions4];
expRychlostB = ListLinePlot[Table[{vystupBezVP[[i, 1]] casElement * 1000,
  vystupBezVP[[i, 5]]}, {i, 1, Length[vystupBezVP], 1}],
  ImageSize → 800, PlotRange → {All, {0, 35}},
  PlotStyle → {Darker[Red], Thickness[lineThickness]}, graphOptions4];

ustovaRychlost = Round[rychlost[2200 * casElement], 0.01];

expRychlost = Show[{expRychlostA, expRychlostB},
  Epilog → {ins[strRychlost, 0.09, 0.97], ins[strCas, 0.92, 0.05],
  insr[ustovaRychlost, 0.67, 0.31, Blue], insr[prenosDat[[1, 2]], 0.67, 0.37, Red]},
  GridLines → Automatic, GridLinesStyle → Directive[Gray, Dashed]]

```

## ČASOVÝ VÝVOJ POZICE PROJEKTILU

```

expPoziceA =
  ListLinePlot[Table[{i * casElement * 1000, projektilZ[i * casElement] * 1000},
  {i, casZobrazMin, casZobrazMax, 1}], ImageSize → 800,
  PlotStyle → {Darker[Blue], Thickness[lineThickness]}, graphOptions4];
expPoziceB = ListLinePlot[Table[{vystupBezVP[[i, 1]] casElement * 1000,
  1000 * vystupBezVP[[i, 6]]}, {i, 1, Length[vystupBezVP], 1}], ImageSize → 800,
  PlotStyle → {Darker[Red], Thickness[lineThickness]}, graphOptions4];

```

## ZMĚŘENÉ MAGNETICKÉ CHARAKTERISTIKY

(Vacoflux 48)

```

(* Import B-H křivky spočtené na ČVUT katedře měření *)
BHpKaspar = Import["./BHpKaspar.txt", "Table"];

BHpKasparCS = {};
BHpKasparPOM = Drop[BHpKaspar, 2];
BHpKasparCS = Last[
  (BHpKasparCS = Append[BHpKasparCS, {(BHpKasparPOM[[#, 1]]) / 1000, BHpKasparPOM[[
    #, 2]]}]) & /@ Range[Length[BHpKaspar] - 2]];

(* Zobrazení celé B-H křivky *)

hystSmycka = ListLinePlot[BHpKasparCS,
  PlotStyle → {Darker[Black], Thickness[lineThickness * 1.1]},
  Epilog → {ins[strMagIndukce, 0.58, 0.95], ins[strMagIntenzita, 0.85, 0.575]},
  graphOptions4, PlotRange → {{-15, 15}, All},
  GridLines → Automatic, GridLinesStyle → Directive[Gray, Dashed]]

exp[hystSmycka];

BHpKaspar = Drop[Drop[BHpKaspar, -185], 2];
mu0 = 4 * Pi * 10-7;
(BHpKaspar[[#, 1]] = BHpKaspar[[#, 1]] + 242) & /@ Range[Length[BHpKaspar]];

```

## B-H KŘIVKA POUŽITÉHO MATERIÁLU

(Vacoflux 48)

```

(* B-H křivka materiálu Vacoflux 48 získána měřením *)

mu0exp2 =
  ListLinePlot[BHpKaspar, PlotStyle → {Darker[Black], Thickness[lineThickness * 1.1]},
  Epilog → {ins[strMagIndukce, 0.095, 0.9], ins[strMagIntenzita, 0.83, 0.09]},
  graphOptions4, PlotRange → {{0, 27000}, {0, 2.3}},
  GridLines → Automatic, GridLinesStyle → Directive[Gray, Dashed]];

```

```

BHpKasparCisty = {};
BHpKasparCisty = Append[BHpKasparCisty, BHpKaspar[[1]]];
For[i = 2, i ≤ Length[BHpKaspar], i++,
  If[Last[BHpKasparCisty][[1]] != BHpKaspar[[i, 1]] &&
    Last[BHpKasparCisty][[2]] != BHpKaspar[[i, 2]],
    BHpKasparCisty = Append[BHpKasparCisty, BHpKaspar[[i]]];
]
BHpKasparCisty = Sort[BHpKasparCisty, #1[[1]] < #2[[1]] &];
DBHpKaspar = {};
dH = 100;
Last[(DBHpKaspar =
  Append[DBHpKaspar, {kubic[BHpKasparCisty, #], (kubic[BHpKasparCisty, # + dH] -
    kubic[BHpKasparCisty, #]) / (dH * mu0)}] & /@ Range[0, 28 000, dH]];
Drop[
  %,
  -1];

BHpKasparFinal = {};
Last[(BHpKasparFinal = Append[BHpKasparFinal, BHpKaspar[[#]]] & /@
  Range[1, Length[BHpKaspar], 5]);
muHpKaspar = Table[{BHpKasparFinal[[i, 2]], BHpKasparFinal[[i, 2]] /
  (mu0 * BHpKasparFinal[[i, 1])}, {i, 1, Length[BHpKasparFinal] - 1}] // N;
muHpKasparFinal = Append[muHpKaspar, {0, Last[muHpKaspar][[2]]}];
muHFinal = {muHpKasparFinal[[1]], muHpKasparFinal[[4]],
  muHpKasparFinal[[7]], muHpKasparFinal[[9]], muHpKasparFinal[[14]],
  muHpKasparFinal[[16]], muHpKasparFinal[[17]], muHpKasparFinal[[18]]};
muHFinal = Prepend[muHFinal, {2.35, 8}];

```

## ZÁVISLOST MAGNETICKÉ PERMEABILITY NA MAGNETICKÉ INDUKCI (Vacoflux 48)

```

(* závislost relativní permeability na
  magnetické indukci získaná přepočtem z B-H křivky *)

muHFinal = Drop[muHFinal, -1]

mu0expl = ListLinePlot[muHFinal,
  PlotStyle → {Darker[Black], Thickness[lineThickness * 1.1]}, Epilog →
  {Inset[strPermitivita[[1]] <> "(-)", {0.27, 780}}, ins[strMagIndukce, 0.8, 0.09]},
  graphOptions4, PlotRange → {{0, 2.5}, {0, 800}}, GridLines → Automatic,
  GridLinesStyle → Directive[Gray, Dashed]];

mu0linear = ListLinePlot[{{0, Last[muHFinal][[2]]}, Last[muHFinal]},
  PlotStyle → {Darker[Black], Dashed, Thickness[lineThickness * 1.1]};

(* Zobrazení a export materiálové charakteristiky Vacoflux 48 *)

murdashed = Show[mu0expl, mu0linear];

gRowMagnChar = GraphicsRow[{mu0expl, Show[mu0expl, mu0linear]}, 10, ImageSize → 1000]

exp[murdashed];
exp[gRowMagnChar];

```

## Ověření oteplení projektilu během výstřelu

```

Print[Style["Projektil za " <>
  ToString[casKrokFinal * casElement * 1000] <> " ms urazil vzdálenost " <>
  ToString[Round[1000 * projektilZ[casKrokFinal * casElement], 0.01]] <>
  " mm a pohybuje se rovnoměrným přímočarým pohybem rychlostí " <> ToString[
  Round[rychlost[casKrokFinal * casElement], 0.01]] <> " m/s.", Bold, 16, Blue]]

```



```

delka2Out = civkaVyska - casKrokFinal * casElement;
(* zbývající vzdálenost do konce cívky *)

cas2Out = delka2Out / rychlost[casKrokFinal * casElement];
(* zbývající čas letu ven z cívky *)

celkCas2Out = casElement * casKrok + cas2Out;
(* celkový čas letu z počáteční pozice do opuštění cívky *)

Print[Style["Projektíl bezpečně opustí prostor cívky za " <>
  ToString[Round[1000 * celkCas2Out, 0.01]] <> " ms.", Bold, 16, Blue]]

cpg,Cu = 0.383;
(* (J g-1K-1) *)
cpkg,Cu = 1000 * cpg,Cu; (* (J kg-1K-1) *)
roCivka = 8940; (* kg m-3 *)
odporCivky = 125 * 10-3; (* (Ω) *)
(* Odhad délky vodiče cívky *)
civkaStredniPrumer = (civkaExtPrumer + civkaIntPrumer) / 4 // N;
civkaDelkaVodice = 2 * π * civkaStredniPrumer * civkaPocetZavitu;
civkaHmotnostMedi = civkaZavitPrurez * civkaDelkaVodice * roCivka;
(prenosDatMereni[[#, 1]] = prenosDatMereni[[#, 1]] / 1000) & /@
  Range[Length[prenosDatMereni]]; (* úprava naměřených dat *)
fun = Interpolation[prenosDatMereni];
Plot[fun[x], {x, 0, 0.004}]; (* Ověření správné interpolace naměřených dat *)
Off[NIntegrate::"slwcon", NIntegrate::"eincr"]
NIntegrate[fun[x]^2, {x, 0, 0.005}, PrecisionGoal → 12, MaxRecursion → 40];
prenosDatMereni[[7020]];
integralProudu2 = Sum[prenosDatMereni[[i, 2]]^2 *
  (prenosDatMereni[[i + 1, 1]] - prenosDatMereni[[i, 1]]), {i, 1, 7020}];
dT = Round[
$$\frac{\text{odporCivky}}{\text{civkaHmotnostMedi} * \text{cp}_{\text{kg,Cu}}} * \text{integralProudu2}, 0.1];
Print[Style["Teplota cívky se zvýší o " <> ToString[dT] <> " K.", Bold, 16, Blue]]$$

```