

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta elektrotechnická

# Disertační práce

*únor, 2015*

*Michal Bláha*

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta elektrotechnická  
Katedra *elektromagnetického pole*

***NÁVRH ZÁKLADNÍHO  
ELEMENTU METAMATERIÁLU  
SE ZÁPORNÝM INDEXEM  
LOMU***

**Disertační práce**

***Michal Bláha***

*Praha, únor, 2015*

Doktorský studijní program: Elektrotechnika a informatika  
Studijní obor: *Radioelektronika*

**Školitel:** *Prof. Ing. Jan Macháč, DrSc.*

# Obsah

<b>1 Úvod</b>	<b>9</b>
1.1 Metamateriály	9
1.2 Současný stav	10
<b>2 Elementární buňka prostředí se záporným indexem lomu</b>	<b>12</b>
2.1 Přenosové vlastnosti elementární buňky tvořené prázdným prostorem	12
2.2 Stanovení hodnoty indexu lomu	13
2.3 Stanovení indexu lomu pomocí S-parametrů	15
2.4 Myšlenkový model buňky metamateriálu se záporným indexem lomu	16
2.5 Určení frekvenčního pásma DNG materiálu přímým měřením fázové charakteristiky	18
2.6 Rezonanční částice	23
<b>3 Liniové prostředí (1D) se záporným indexem lomu dosaženým pomocí délky vedení</b>	<b>30</b>
3.1 Model buňky se záporným indexem lomu z vedení	30
3.2 Realizace a měření (1D) vedení se zpětnou vlnou	37
3.3 Odvození vztahu mezi indexy lomu prostředí a relativním indexem lomu mezi dvěma prostředími	43
<b>4 Lom na rozhraní dvou prostředí (2D) a fyzikální mechanismus jeho vzniku</b>	<b>46</b>
4.1 Úvod	46
4.2 Odvození Snellova zákona jako superpozice elementárních zářičů	46
4.3 Směrová charakteristika anténní řady	52
4.4 Směrová charakteristika elementární buňky	56
4.4.1 Huyghensův princip v diskrétním prostředí	56
4.5 Návrh dvou prostředí (2D) s opačnými indexy lomu	58
4.5.1 Izotropní šíření	62
4.5.2 Navržená 2D struktura dvou prostředí s opačnými indexy lomu	70
4.5.3 Simulace navržené desky s opačnými znamínky indexu lomu	72
4.6 Měření negativního lomu	77
4.6.1 Návrh zapojení pro měření 2D desky s rovinnou vlnou	77
4.6.2 Výsledky měření 2D desky s rovinnou vlnou pro úhel dopadu 20°	79
4.6.3 Výsledky měření 2D desky s rovinnou vlnou pro úhel dopadu 45°	82
<b>5 Krychlová struktura</b>	<b>85</b>
5.1 Krychlová struktura prostředí s negativním indexem lomu	85
5.2 Simulace krychlové struktury v CST Microwave studiu na struktuře pro úhel dopadu 13°	86
5.3 Simulace krychlové struktury v CST Microwave studiu na struktuře pro úhel dopadu 34°	88
5.4 Simulace dvojnásobného lomu v krychlové struktuře pro úhel dopadu 13°	89
5.5 Simulace dvojnásobného lomu v krychlové struktuře pro úhel dopadu 34°	91
5.6 Simulace fokusace v krychlové struktuře	93
5.7 Simulace krychlové struktury s menší diskretizační periodou	95
5.8 Simulace krychlové struktury současně s okolním prostředím	97

<b>5.9 Simulace fokusace krychlové struktury s menší diskretizační periodou</b>	<b>100</b>
<b>5.10 Simulace fokusace na rozhraní</b>	<b>101</b>
<b>6 Závěr</b>	<b>105</b>
<b>6.1 Shrnutí práce</b>	<b>105</b>
<b>6.2 Další doporučený postup</b>	<b>106</b>
<b>Použitá literatura</b>	<b>107</b>
<b>Seznam vlastních publikací</b>	<b>110</b>

## Anotace

Tato práce obsahuje výsledky výzkumu prostředí se záporným indexem lomu. Na rozhraní mezi tímto prostředím a prostředím s kladným indexem lomu dochází k negativnímu lomu. V první kapitole je stručně popsána historie metamateriálů a stav problematiky.

Ve druhé kapitole je popsán model elementární buňky prostředí se záporným indexem lomu. Je popsáno, jaké má mít tato buňka S-parametry, aby vykazovala ve struktuře tvořené z vícero těchto buněk záporný index lomu. V této kapitole je odvozen vztah mezi přenosem fáze základního elementu a indexu lomu, který částice vykazuje. Tento vztah je odvozen z obecného vztahu uváděného v literatuře pro případ, kdy částice bude mít přenos amplitudy (energie) roven jedné (100%). Dále je v této části popsán i návrh rezonátoru složeného ze dvou rezonátorů. Jeden rezonátor vykazuje zápornou permitivitu a druhý zápornou permeabilitu. Dohromady představují částici se záporným indexem lomu.

Třetí kapitola vychází z teoretických poznatků získaných ve druhé kapitole, ale volí jiný přístup k fyzické realizaci základního elementu metamateriálu. A to pomocí změny délky vedení, po kterém vlna fyzicky prochází. Toto je nejprve teoreticky nasimulováno v CST Microwave Studiu pro koaxiální vedení. Je pozorovaná zpětná vlna diskrétně. Rovněž je vidět, že se vlnová délka této zpětné vlny prodlužuje s růstem frekvence. Dále je stejný princip aplikován na vedení z mikropásku, které je nejen nasimulováno, ale i vyrobeno a změřeno. Na konci kapitoly je odvozen vztah relativního indexu lomu mezi dvěma prostředími, který může nabývat i záporných hodnot a jednotlivých indexů lomů těchto prostředí, které mají vždy hodnotu větší než jedna.

Čtvrtá kapitola je věnována lomu na rozhraní dvou prostředí mezi dvěma kladnými prostředími a mechanismu jeho vzniku. Na základě znalosti a rozboru mechanismu tohoto lomu je navržen analogicky negativní lom tak, aby platil Snellův zákon. K tomu je použita teorie anténních řad, přesněji řečeno anténní řady se stejnou amplitudou a fází, která se lineárně mění. Byly prozkoumány směrové charakteristiky takovéto anténní řady vzhledem ke změně těchto parametrů anténní řady: počet zářičů, vzdálenosti mezi jednotlivými zářiči a frekvencí elektromagnetického záření. Dále se práce zabývá Huygensovým principem, jakožto základním principem pro šíření elektromagnetického pole a jeho uplatněním v prostředí s negativním indexem lomu.

Následně jsou navržena prostředí z meandrů tvořených z mikropásku a přímých vedení tvořených z mikropásku. Na rozhraní těchto dvou prostředí jsou pozorovány lomy paprsku jak negativní, tak pozitivní. Nejprve v simulacích a následně je toto rozhraní vyrobeno a na této 2D ploše (deska) je měřeno šíření výkonu. Měření jsou provedena pro dva různé úhly dopadu. Abychom mohly na měřené ploše vybudit vlnu dopadající pod dvěma různými úhly, jsou zhotoveny dvě řady vedení. Každá řada je tvořena vedeními, jejíž délka lineárně roste o stejnou délku. Tato řada pak napájí okraj desky, na níž vytváří vlnu dopadající pod příslušným úhlem na rozhraní prostředí.

Nakonec aplikujeme získané poznatky pro vytváření prostředí s negativním indexem lomu na strukturu tvořenou z krychlí. Simulace jsou provedeny pro dva různé úhly dopadu. Dále jsou provedeny simulace, které ověřují reciprocitu negativního lomu. To znamená, že jsou v jedné simulaci předvedeny jak negativní lomy z pozitivního prostředí do negativního, tak negativní lomy z prostředí negativního do pozitivního. Dále jsou simulace krychlové struktury provedeny pro strukturu se dvěma různými diskretizačními periodami. Zpětnou vlnu (diskrétní) je možno pozorovat více spojitou pro menší diskretizační periodu. Jsou předvedeny simulace s prostředím okolo prostředí s negativním indexem lomu včetně dopadu vlny na prostředí s indexem lomu nula. Jsou provedeny simulace, kde je elektromagnetické pole fokusováno pomocí negativního lomu.

Na závěr je práce shrnuta a jsou nastíněny další možnosti zkoumání těchto negativních prostředí.

# Abstract

This work contains the results of the research of a medium with a negative refraction index. There is a negative refraction on the boundary between this medium and a medium with a positive refraction index. There is a brief description of metamaterial's history and current issues in the first chapter.

Model of elementary cell of medium with a negative refraction index is described in the second chapter. It is mainly described what S-parameters of such cell should be, in order to exhibit a negative refraction index in a structure consisting of more of such cells. In this chapter the relationship was derived between the transmission of basic element phase and a refractive index the particle shows. This relationship is derived from the general relation reported in the literature for the case when the particle will have an amplitude transmission (energy) equal to one (100%). Furthermore, this section describes a proposed resonator consisting of two resonators. One resonator has a negative permittivity and the second one a negative permeability. Together they constitute a particle with a negative refractive index.

The third chapter is based on the theoretical knowledge gained in the second chapter, but it chooses a different approach to the physical realization of the basic element of metamaterial. It is by changing the length of the line, along which the wave propagates physically. At first it is theoretically simulated in CST Microwave Studio for the coaxial line. Backward wave is observed discreetly. It is also observed that the wavelength of this backward wave grows with the increasing frequency. Furthermore, the same principle is applied to a microstrip line which is not only simulated, but also manufactured and measured. At the end of this chapter the relation was derived for relative refractive index between these two mediums, which can have negative values, and the individual refraction indexes of these mediums, which always have a value greater than one.

The fourth chapter is devoted to the refraction on boundary of two positive mediums and to the mechanism of its creation. Based on the knowledge and analysis of the mechanism of this refraction an analogous negative refraction was designed so that Snell's law would be valid. Antenna arrays theory is used to it, specifically the antenna arrays with the same amplitude and a phase which changes linearly. The directional characteristics of such antenna arrays are researched with the regard to the change of these parameters of antenna arrays: the number of sources, the distance among the individual emitters and the frequency. Furthermore, the work deals with the Huygens principle, as a basic principle for the propagation of electromagnetic field and its application in a medium with a negative refractive index.

Subsequently medium of meanders formed from microstrip and medium of direct lines also formed from microstrip are designed. Refracted beams are observed at the boundary of these two mediums, both negative and positive. This boundary is at first studied by simulations and subsequently manufactured and on this 2D surface (board) power propagation is measured. Measurements are performed for two different angles of incidence. In order to be able to excite on the measuring surface wave incident at two different angles, two sets of lines are made. Each set is made up of lines whose length increases linearly. This set then feeds the plate edge on which creates a wave incident under the corresponding angle at the interface environment.

Finally, we apply the gained knowledge for creation of a medium with a negative refractive index to a structure formed from cubes. The simulations are performed for two different angles of incidence. Further simulations are performed to verify the reciprocity of negative refraction. It means, that in one simulation both the negative refraction from positive to negative medium and the negative refraction from the negative medium to positive medium are shown. Further simulations of cubic structure are performed for the structures with two different discretization periods. The backward wave (discrete) is possible to be observed as more continuous for smaller discretization period. Simulations with space around the medium with a negative refractive index are shown, including the impact of a wave on the medium with a zero refractive index. Simulations where the electromagnetic field is focused by using negative refraction are performed.

In conclusion the paper summarizes and outlines some further research possibilities of these negative mediums.

## **Poděkování**

Rád bych poděkoval mému školiteli Prof. Ing. Janu Macháčovi, DrSc. z Českého vysokého učení technického v Praze za cennou pomoc a připomínky v souvislosti s vypracováním této disertační práce a za podporu v průběhu celého studia.

## Seznam použitých symbolů a zkratek

$a$	<i>pomocná proměnná</i>
$ AB $	<i>vzájemná vzdálenost bodů A a B</i>
$AF, AF_n$	<i>směrová charakteristika anténní řady, normovaná</i>
$C, C_1, C_2$	<i>spojitost elektromagnetické vlny</i>
$c$	<i>rychlost světla ve vakuu</i>
$d$	<i>velikost základního elementu (diskretizační perioda)</i>
$E_z$	<i>složka intenzity elektrického pole ve směru osy z</i>
$f$	<i>frekvence</i>
$f_z$	<i>hraniční frekvence mezi zónami</i>
$H$	<i>intenzita magnetického pole</i>
$k, k_0$	<i>konstanta šíření</i>
$k_C$	<i>celé číslo</i>
$\bar{k}$	<i>směrnice přímky</i>
$l$	<i>prostorová souřadnice</i>
$L$	<i>délka trajektorie</i>
$n_{21}$	<i>relativní index lomu</i>
$n_T$	<i>celkový index lomu (total)</i>
$n$	<i>index lomu prostředí</i>
$n_{ef}$	<i>efektivní index lomu látky</i>
$p$	<i>počet elementů (buněk) v sérii, pořadové číslo elementu</i>
$q$	<i>pomocný kvocient</i>
$S_{11}, S_{21}, S_{12}, S_{22}$	<i>rozptylové S-parametry</i>
$S, S_x, S_y$	<i>Poytingův vektor a jeho průměty do jednotlivých směrů</i>
$t$	<i>čas</i>
$v_f, v_0$	<i>fázová rychlost</i>
$x_i, x_1, x_2$	<i>prostorová souřadnice</i>
$\alpha$	<i>úhel dopadu paprsku na rozhraní</i>
$\beta$	<i>úhel lomu paprsku od kolmice</i>
$\beta, \beta_0$	<i>fázová konstanta</i>
$\beta_D$	<i>diskrétní fázová konstanta</i>
$\gamma$	<i>úhel otočení</i>
$\delta$	<i>rozdíl fáze zářičů</i>
$\varepsilon$	<i>permitivita prostředí</i>
$\varepsilon_r$	<i>relativní permitivita</i>
$\theta$	<i>směrový úhel (azimut)</i>
$\vartheta$	<i>směrový úhel</i>
$\rho$	<i>koeficient zpoždění (retardace)</i>
$\lambda$	<i>vlnová délka</i>
$\lambda_0$	<i>vlnová délka ve volném prostoru</i>
$\lambda_D$	<i>diskrétní vlnová délka</i>
$\lambda_V$	<i>vlnová délka na vedení</i>
$\mu$	<i>permeabilita prostředí</i>
$\mu_r$	<i>relativní permeabilita</i>
$\Delta\varphi$	<i>fázový rozdíl</i>
$\varphi, \varphi_i, \varphi_0, \varphi_d$	<i>fáze rovinné harmonické vlny</i>
$\omega$	<i>úhlová frekvence</i>



# Kapitola 1

## Úvod

### 1.1 Metamateriály

Za prvního, kdo přišel s odvážným návrhem prostředí se záporným indexem lomu, resp. současnou zápornou hodnotou permitivity a permeability, je považován v roce 1968 Veselago, viz [1]. I když, jak sám Veselago píše v článku [2], některé práce se zabývaly negativními prostředími již před ním. Základní vlastností prostředí se zápornou permitivitou a permeabilitou, čili prostředí se záporným indexem lomu, je opačná orientace fázové rychlosti a toku energie v prostoru. Veselago ve svém článku [1] ukazuje možná využití těchto prostředí k získání nových fyzikálních jevů. Konkrétně popisuje v tomto článku negativní lom, čočky z prostředí s negativním indexem lomu a to jak čočku konvexní, tak konkávní, ale i rovinnou. Po tomto prvotním Veselagově počínu v roce 1968 následuje delší časová odmlka. Po této časové odmlce nastává velký zájem o zkoumání těchto prostředí.

Nejprve je pozorovaná analogie, mezi negativní permitivitou a drátovým prostředím na bázi plazmatu [3]. A dále je nalezena analogie mezi permeabilitou a prostředím z rezonátorů, konkrétně se split ring rezonátory [4].

Tato snaha vyvrcholí článkem Experimental Verification of a Negative Index of Refraction [5], kde autoři popisují negativní lom na rozhraní vzduchu s prostředím tvořeným split ring rezonátorem a drátovým prostředím z mikropásku. Problém však představují vysoké ztráty tohoto prostředí, ke kterému autoři přistupují tak, že změřené hodnoty normalizují tím způsobem, aby maximum směrové charakteristiky mělo hodnotu vždy jedna. O výši ztrát v této struktuře píší autoři v literatuře [6] a dosahuje desítek decibelů.

Mnoho úvah ohledně metamateriálů vede ke snaze o vytvoření neviditelnosti, kdy se objekt pokryje tzv. pláštěm neviditelnosti (invisible cloak) vytvořeným z metamateriálů. První, kdo přišel s tímto konceptem, byl v roce 2006 J. B. Pendry a jeho tým v člancích [7, 8]. Realizaci této myšlenky předvádějí v článku [9].

Dále existuje velmi mnoho článků, které metamateriály, resp. částice, ze kterých je autoři mnoha článků tvoří, používají jako filtry [10] nebo antény [11, 12]. Je sice pravda, že každá částice má svoji přenosovou charakteristiku a směrovou charakteristiku a mohou tedy být pod jiným úhlem pohledu považovány za filtry nebo antény. Ale to, že by při těchto aplikacích byla naplněna podstata metamateriálu jako prostředí složeného z velkého množství částic vykazující negativní index lomu, na jehož rozhraní s prostředím s kladným indexem lomu dochází k negativnímu lomu, nelze říci.

Za hlavní postavu metamateriálů založených na LC vedení, lze úspěšně považovat profesora Eleftheriadese a jeho tým, který se soustředil na tyto struktury ve 2D provedení [13]. Navrhli

náhradní obvod prostředí ze split ring resonator a drátového prostředí jako přenosového vedení se sériovou kapacitou a paralelní indukčností [14]. Jako výhodu tohoto řešení autoři uvádějí, že obvod je kompletně planární a snadno implementovatelný. Dále vypracovali nový element vedení pro posun fáze v 1D provedení [15], jehož výhodou je menší podélný rozměr než u klasického přímého vedení. Pro realizaci 2D struktury [16] použil tým profesora Elefteriadese element založený na sériové kapacitě a paralelní indukčnosti. Tato struktura byla navržena, vyrobena a změřena na frekvenci 2,09 GHz na této frekvenci byla změřena fokusace s indexem lomu rovným mínus jedné.

Další významnou skupinou zabývající se prostředími s negativním indexem lomu je skupina kolem profesora Caloze a profesora Itoha. Část jejich práce se rovněž týká 2D struktur s negativním indexem lomu. Tuto strukturu navrhli, vyrobili a nakonec i změřili jevy na rozhraní mezi prostředími s kladným a záporným indexem lomu. Konkrétně dvojnásobnou fokusaci na vrstvě s negativním indexem lomu obklopenou dvěma prostředími s pozitivním indexem lomu [17]. Vrstva s negativním indexem lomu, na které byla změřena fokusace, má tvar 20 krát 6 částic. Fyzické rozměry elementu struktury byly odvozeny od náhradního obvodu 2D-CRLH (composite right/left-handed) vedení. Vlastnosti tohoto náhradního obvodu 2D-CRLH vedení profesori podrobně rozebrali v literatuře [18]. Poznatků o CRLH vedení profesori využívají i k návrhu směrových vazeb [19] a antén [20] s proměnnou směrovou charakteristikou řízenou napětím. Rozsah práce obou párů, které se v minulosti dlouhou dobu věnovali, je však podstatně větší [21].

## **1.2 Současný stav**

V současnosti posledních 5 let vychází velké množství příspěvků a článků o metamateriálech. Převážná většina metamateriálů je realizována rezonančními částicemi [22, 23, 24]. Menšina je realizována strukturou na bázi vedení.

Další zajímavostí při měření negativního lomu je skutečnost, že se měří prakticky jenom lomy z negativního prostředí do pozitivního, což může být způsobeno utlumením elektromagnetického vlnění, zvláště pokud se jedná u negativního prostředí o prostředí ztrátové a navíc pokud elektromagnetická vlna neprochází stejně tlustou vrstvou tohoto negativního prostředí. Celou záležitost navíc podtrhuje článek s názvem: Negative refraction without negative index, kde autor popisuje [25], jak lze způsobit negativní lom na rozhraní s prostředím, které má vysoké ztráty.

Další autoři, Sanz a kolektiv, vysvětlují [26], že Veselago měl na mysli prostředí se zápornou hodnotou reálné části indexu lomu potažmo zápornou hodnotou reálné části permitivity a permeability. Neměl však na mysli dosáhnout negativního lomu ztrátovým prostředím čili imaginární částí indexu lomu. Dále doplňují měření negativního lomu v pásmu vln délky stovek nanometrů na rozhraní s objektem ve tvaru klínu ze zlata, jakožto vysokoztrátovém prostředí. V práci uvádějí, že pokud necháme elektromagnetickou vlnu procházet rozdílnou tloušťkou ztrátového prostředí, maximum takové vlny po průchodu tímto prostředím bude na straně, kde elektromagnetická vlna procházela menší tloušťkou. Tedy na straně kde prošla s menšími ztrátami. Tomuto jevu se budeme snažit vyhnout, tak aby negativní lom byl důsledkem fázových vlastností elektromagnetického vlnění a ne amplitudových vlastností elektromagnetického vlnění. Ostatně analogicky je tomu i u klasického pozitivního lomu.

I sám Veselago popisuje, že ztráty představují nevyřešený problém [2].

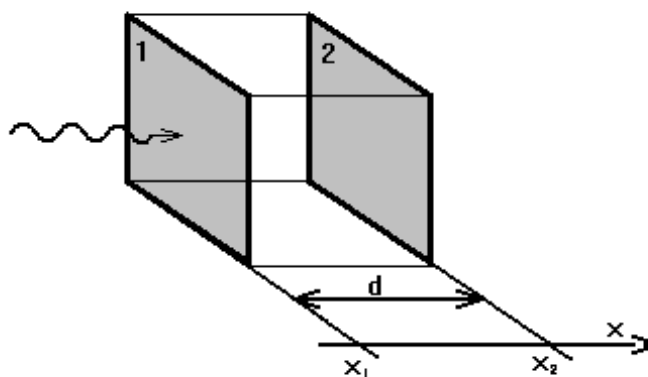
Cílem této práce je navrhnout a popsat způsob na vytvoření základní částice (elementu) prostředí se záporným indexem lomu a podle něj pak navrhnout a vyrobit prostředí se záporným indexem lomu, které bude postaveno z částic s nízkými ztrátami (s přenosem amplitudy blízkým jedné) a ověřit tuto skutečnost změřením negativního lomu na rozhraní s prostředím, které má kladný index lomu. Problematika bude řešena v této práci zavedením diskrétní vlnové délky  $\lambda_D$ , která bude mít vlastnost  $\lambda_D \gg d$ , kde  $d$  je velikost základního elementu neboli diskretizační perioda.

## Kapitola 2

### Elementární buňka prostředí se záporným indexem lomu

#### 2.1 Přenosové vlastnosti elementární buňky tvořené prázdným prostorem

Nejprve se podívejme na situaci, kdy elementární buňku materiálu (částici) představuje prázdný prostor, resp. vakuum - viz obrázek 2.1. Zde čísla 1 a 2 označují vstup a výstup buňky,  $x_1$  a  $x_2$  jsou jejich souřadnice. Vzdálenost vstupu od výstupu označme  $d$  a definujme jako  $d = x_2 - x_1$ .



Obr. 2.1 Prázdný prostor představující elementární buňku.

Vyděme ze vztahu pro fázi  $\varphi_i$  harmonické rovinné vlny v rovině o souřadnici  $x_i$

$$\varphi_i(t, \omega, x_i) = \omega t - \beta(\omega)x_i. \quad (2.1)$$

Tato funkce závisí na poloze  $x_i$ , čase  $t$  a frekvenci vlnění  $\omega$ . Přenos fáze  $\Delta\varphi$  definujme jako rozdíl fáze vlny v rovině 2, kde vlna po průchodu elementární buňkou buňku opouští, a roviny 1, kde vlna vstupuje do buňky, vztahem

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (2.2)$$

Po dosazení do tohoto vztahu za  $\varphi$  ze vztahu (2.1) dostaneme následující výraz, který upravíme, až dostaneme  $\Delta\varphi$  jako funkci vzdálenosti vstupní a výstupní roviny  $d$  (podélný rozměr buňky). Zbavíme se tedy časové závislosti ze vztahu (2.1)

$$\Delta\varphi = -\beta x_2 + \beta x_1 = -\beta(x_2 - x_1) = -\beta d. \quad (2.3)$$

Použijme vztah  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ , kde  $\beta$  je fázová konstanta a  $\lambda$  je vlnová délka elektromagnetické vlny, dostaneme

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda} d. \quad (2.4)$$

Odtud vidíme, že fázový rozdíl  $\Delta\varphi$  závisí pouze na poměru mezi délkou buňky  $d$  a vlnovou délkou vlnění  $\lambda$ . Další úpravou tohoto vztahu za pomoci  $\lambda = \frac{v_f}{f}$ , kde  $v_f$  je fázová rychlost vlnění a  $f$  jeho frekvence, dostaneme tento vztah

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi}{v_f} f d. \quad (2.5)$$

Z tohoto vztahu vidíme, že fázová změna při průchodu prázdným prostorem je lineární funkcí frekvence  $f$  se zápornou směrnicí. Graf této funkce – viz obrázek 2.2.

Vztah (2.3) lze též upravit do tvaru

$$\frac{\Delta\varphi}{d} = -\beta. \quad (2.6)$$

Z něj je patrný vztah mezi fázovou konstantou a přenosem fáze buňkou. Důležitý je závěr, že **chceme-li zápornou hodnotu fázové konstanty v určitém frekvenčním pásmu (DNG Material [33], prostředí se záporným indexem lomu), musí v tomto pásmu přenos fáze skrz buňku nabývat kladných hodnot.**

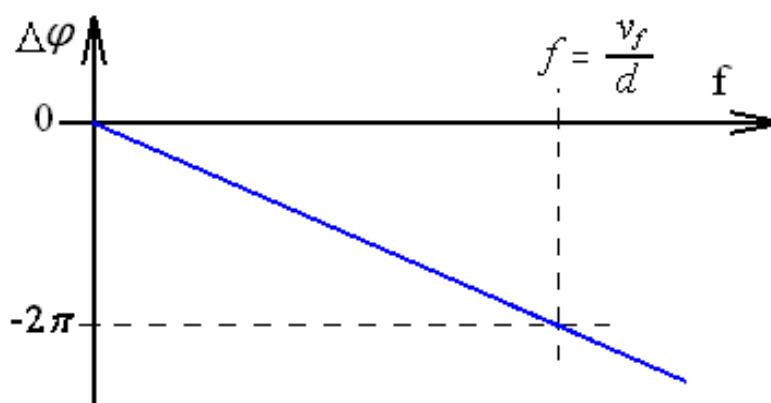
Fázovou charakteristiku pro jednu buňku prázdného prostoru bude představovat polopřímka. Ta bude definovaná jedním bodem pro nulovou frekvenci, když vlnová délka roste nade všechny meze, bude změna fáze nulová. A druhým záchytným bodem je bod, kde na frekvenci odpovídající vlnové délce dosáhne změna fáze hodnoty  $-2\pi$  (obrázek 2.2).

Jinak řečeno, pro hodnotu vlnové délky  $\lambda$  rovné velikosti buňky  $d$

$$\lambda = d, \quad (2.7)$$

dostaneme hodnotu frekvence rovnou

$$f = \frac{v_f}{d}. \quad (2.8)$$



Obr. 2.2 Fázová charakteristika prázdného prostoru.

## 2.2 Stanovení hodnoty indexu lomu

V předchozí části jsme dospěli ke vztahu

$$\beta = -\frac{\Delta\varphi}{d}, \quad (2.9)$$

tento vztah zkombinujeme se vztahem

$$\beta = \frac{\omega}{v_f} \quad (2.10)$$

a dostaneme

$$v_f = -\frac{\omega d}{\Delta\varphi}. \quad (2.11)$$

Opět vidíme, že jedině pro kladné hodnoty změny fáze dostaneme zápornou fázovou rychlost. Abychom mohli vyjádřit vztah pro hodnotu indexu lomu  $n$ , použijeme následující vztah

$$v_f = \frac{v_0}{n}, \quad (2.12)$$

kde  $v_0$  je fázová rychlost v prázdném prostoru a  $v_f$  je fázová rychlost v prostoru o indexu lomu  $n$ , dosaďme tento vztah do vztahu (2.11). Získáme vztah

$$\frac{v_0}{n} = -\frac{\omega d}{\Delta\varphi}, \quad (2.13)$$

který upravíme na

$$n = -\frac{v_0\Delta\varphi}{\omega d}. \quad (2.14)$$

Výše uvedený vztah je klíčový pro určení indexu lomu. Rozeberme si ho tedy podrobněji. Nahraďme úhlovou frekvenci  $\omega$  známým vztahem  $\omega = 2\pi f$  a získáme následující vztah

$$n = -\frac{v_0\Delta\varphi}{2\pi f d}. \quad (2.15)$$

Zde si uvědomme, že v tomto vztahu jsou veličiny změna  $\Delta\varphi$  a index lomu  $n$  funkcí frekvence. Pak nastanou dva důležité případy.

Zprvė změna fáze  $\Delta\varphi$  bude lineární funkcí frekvence podle vztahu

$$\Delta\varphi = \bar{k}f, \quad (2.16)$$

kde  $\bar{k}$  je směrnice přímky vyjadřující tuto funkci ve frekvenční charakteristice. Pak pro hodnotu indexu lomu dostaneme hodnotu

$$n = -\frac{v_0\bar{k}}{2\pi d} = konst., \quad (2.17)$$

která není frekvenčně závislá. Jinak řečeno, chceme-li mít v určitém pásmu konstantní index lomu, pak musí v tomto frekvenčním pásmu být změna fáze lineární funkcí frekvence procházející počátkem a to jak pro kladné hodnoty indexu lomu  $n$ , tak pro hodnoty záporné.

Zadruhé změna fáze  $\Delta\varphi$  bude obecnou funkcí frekvence

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi(f). \quad (2.18)$$

A pro index lomu bude platit obecnější vztah

$$n = -\frac{v_0\Delta\varphi(f)}{2\pi f d}. \quad (2.19)$$

Toto je případ, který se bude vyskytovat v úzkém, ale důležitém frekvenčním pásmu, neboť právě v tomto pásmu se prostředí může chovat jako metamateriál. Je to způsobeno tím, že rezonátor, který většinou tvoří základní buňku metamateriálu, je velice úzkopásmový. Vně tohoto úzkého pásma se rezonátor projevovat nebude a fázová charakteristika bude mít průběh lineární. Jak je uvedeno v prvním případě vzorec (2.16) se zápornou směrnici  $\bar{k}$  a tedy s kladnou hodnotou indexu lomu – viz (2.17), vně tohoto pásma. Konkrétně to budou hodnoty pro prázdný prostor - viz obrázek 2.2.

Dále použijme vztah

$$\beta_0 = \frac{2\pi f}{v_0} \quad (2.20)$$

a zjednodušíme vztah (2.19) na následující

$$n(f) = -\frac{\Delta\varphi(f, d)}{\beta_0(f)d}, \quad (2.21)$$

kde je zdůrazněna závislost  $\Delta\varphi$ ,  $\beta_0$  a  $n$  na frekvenci případně podélném rozměru buňky  $d$ .

Obecněji lze napsat

$$n(f) = -\frac{\varphi_d(f) - \varphi_0(f)}{\beta_0(f)d}, \quad (2.22)$$

kde  $\varphi_d$  je fáze vlny ve vzdálenosti  $d$  od roviny 0 s fází vlny  $\varphi_0$ . Vztah (2.21) se dá také upravit do následujícího tvaru

$$n(f) = -\frac{\frac{\Delta\varphi(f, d)}{d}}{\beta_0(f)}. \quad (2.23)$$

Vztah můžeme interpretovat jako podíl pomyslné fázové konstanty, kterou získáme jako podíl změny fáze při projití buňkou a délky této buňky a fázové konstanty ve volném prostoru.

### **2.3 Stanovení indexu lomu pomocí S-parametrů**

V literatuře [27] zmiňovaný vztah pro výpočet hodnoty indexu lomu ze změřených S-parametrů má následující tvar (v literatuře je místo  $\beta_0$  použito  $k$ )

$$n = \frac{1}{\beta_0 d} \cos^{-1} \left[ \frac{1}{2S_{21}} (1 - S_{11}^2 + S_{21}^2) \right]. \quad (2.24)$$

Budeme uvažovat pouze geometricky symetrické buňky vůči rovinám 1 a 2 neboli  $S_{11} = S_{22}$  a  $S_{21} = S_{12}$ . Předchozí vztah snadno upravíme odstraněním inverzní funkce ke kosinu na tvar

$$\cos(n\beta_0 d) = \frac{1}{2S_{21}} (1 - S_{11}^2 + S_{21}^2). \quad (2.25)$$

Když budeme uvažovat metamateriál, který by v ideálním případě neodrážel  $|S_{11}| \rightarrow 0$ , což oceníme hlavně v případě vícevrstevných metamateriálů (více elementárních buněk v sérii), kde by docházelo k mnohačetným odrazům, které by celou situaci komplikovaly, např. výsledný index lomu by závisel na tloušťce metamateriálu, dostaneme ze vztahu (2.25) vztah

$$\cos(n\beta_0 d) = \frac{1}{2S_{21}} (1 + S_{21}^2). \quad (2.26)$$

Další předpoklad, který učiníme, je, že zanedbáme ztráty v materiálu a řekneme, že materiál bude mít vysoký přenos  $|S_{21}| \rightarrow 1$  a za pomoci vztahu  $S_{21} = |S_{21}|e^{j \arg S_{21}}$  dostaneme

$$\cos(n\beta_0 d) = \frac{1 + e^{2j \arg S_{21}}}{2e^{j \arg S_{21}}}. \quad (2.27)$$

Tento vztah snadno upravíme na

$$\cos(n\beta_0 d) = \frac{1}{2} (e^{-j \arg S_{21}} + e^{j \arg S_{21}}) \quad (2.28)$$

a za pomoci vztahu z tabulek [28]

$$\cos x = \frac{1}{2} (e^{jx} + e^{-jx}), \quad (2.29)$$

upravíme na

$$\cos(n\beta_0 d) = \cos(\arg S_{21}). \quad (2.30)$$

Dále odstraníme kosiny, zde nezapomeneme na sudost funkce kosinus a  $2\pi$  periodičnost,

$$n\beta_0 d = \pm \arg S_{21} + 2k'\pi, \quad (2.31)$$

kde  $k' \in Z$ .

Z výše uvedeného např. z obrázku 2.2 vidíme, že jen záporné hodnoty přenosu fáze  $\arg S_{21}$  přísluší kladnému indexu lomu  $n$ , kladná řešení tedy dále neuvažujeme

$$n\beta_0 d = -\arg S_{21} + 2k'\pi. \quad (2.32)$$

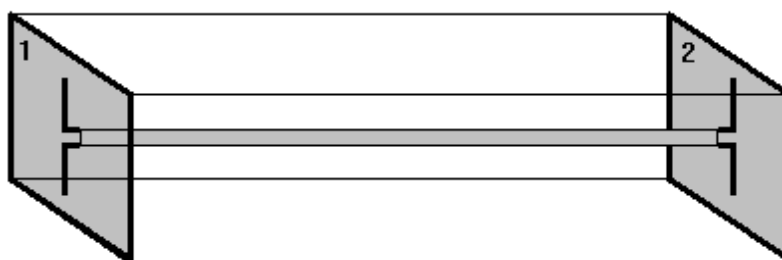
Dále neuvažujeme ani  $2\pi$  periodičnost, stačí nám brát v úvahu pouze jednu hodnotu z intervalu délky  $2\pi$ . Aby následující vztah

$$n = \frac{-\arg S_{21}}{\beta_0 d} \quad (2.33)$$

mohl nabývat i záporných hodnot indexu lomu, je zapotřebí brát přenos fáze, jak bude ukázáno ještě dále, nikoliv z intervalu  $\langle -2\pi, 0 \rangle$ , ale z intervalu  $\langle -\pi, \pi \rangle$ . Tímto dostáváme vztah (2.33) podobný vztahu (2.21) jinou cestou.

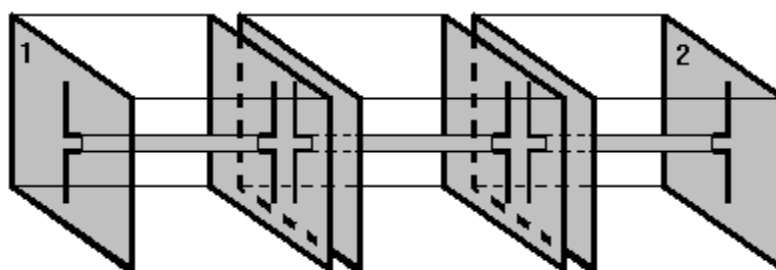
## 2.4 Myšlenkový model buňky metamateriálu se záporným indexem lomu

Z výše uvedeného víme, že hodnota indexu lomu je dominantně dána přenosem fáze elektromagnetické vlny buňkou metamateriálu. Buňka, jako obvod musí tedy mít tři základní vlastnosti, musí mít schopnost elektromagnetickou vlnu přijmout (na obrázku 2.3 znázorněno anténou v rovině 1), patřičně ji fázově ovlivnit (znázorněno úsekem vedení) a musí vlnu opět vyzářit ve stejném směru (anténa v rovině 2). Jak ale má tato změna fáze vypadat? Uvažujme, že vlnová délka na tomto vedení je stejná jako vlnová délka ve volném prostoru.



Obr. 2.3 Myšlenkový model buňky

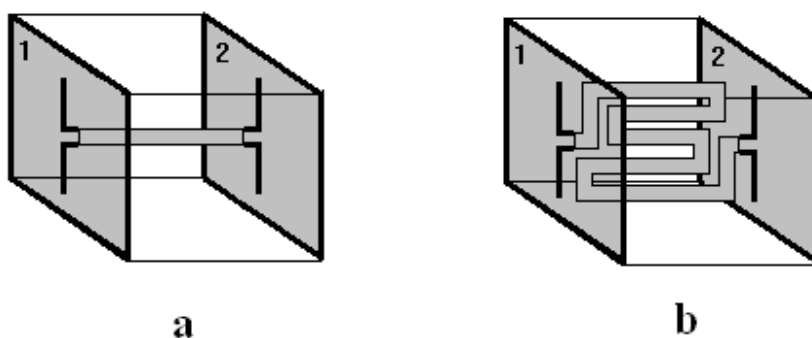
Představme si řetězec buněk na obrázku 2.4 tak, že výstup z první buňky je vstupem buňky druhé, výstup druhé vstupem třetí atd. Výsledkem bude klasická harmonická dopředná vlna. Budeme vlnu pozorovat jen na rozhraní mezi buňkami, nikoliv uvnitř těchto buněk. Tato dopředná vlna bude jen jinak prostorově diskretizovaná - viz obrázek 2.3 v porovnání s obrázkem 2.4. Co je dále podstatné, podélnou délkou buňky se nebude měnit průběh vlny, ale pouze diskretizace prostoru, kde můžeme vlnu pozorovat, což je prostor mezi buňkami - viz obrázek 2.4 (více prostorově diskretizovaný) v porovnání s obrázkem 2.3 (méně prostorově diskretizovaný).



Obr. 2.4 Prostorově více diskretizovaný materiál než na obrázku 2.3

**K tomu, aby se změnila fázová rychlost z kladné na zápornou, je třeba, aby se fáze při průchodu buňkou změnila více, než odpovídá volnému prostoru, a to podstatně (ostře) - viz obrázek 2.5.**

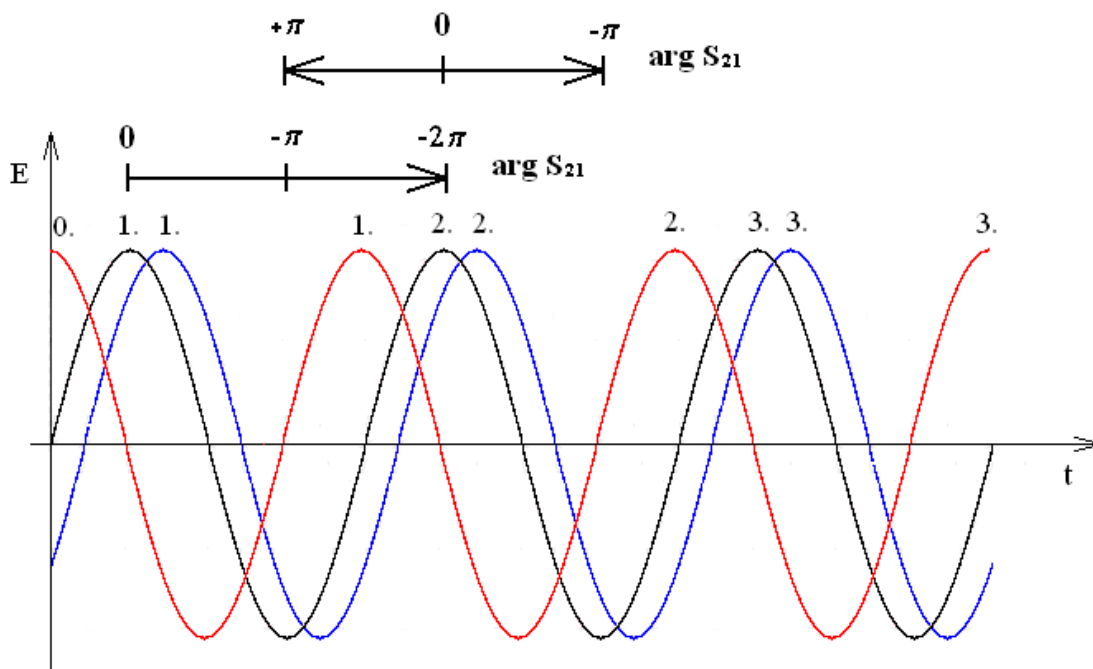




Obr. 2.5 a) Myšlenkový model buňky přenášející fázi jako volný prostor b) myšlenkový model buňky přenášející fázi s podstatně větším rozdílem než by odpovídal volnému prostoru.

Rozdíl mezi oběma buňkami na obrázku 2.5 jde ukázat i na časovém průběhu veličin elektromagnetického pole na obrázku 2.6. Časový průběh vstupní veličiny (referenční) je černá sinusovka. Důležité je však, jak vypadá výstupní průběh. Modrá sinusovka představuje signál po průchodu buňkou na obrázku 2.5a v prostředí s kladným indexem lomu, kde dochází k malé fázové změně mezi vstupem a výstupem. Víme, že velikost buňky je ostře menší než vlnová délka vlny, čili změna fáze nemůže být velká (blízká  $2\pi$ ).

Červená sinusovka představuje signál po průchodu buňkou na obrázku 2.5b s velkou změnou fáze oproti vstupnímu signálu. Neboli přenosové vlastnosti buňky jsou takové, že dojde k velké změně fáze na relativně krátké dráze neboli malém podélném rozměru buňky.

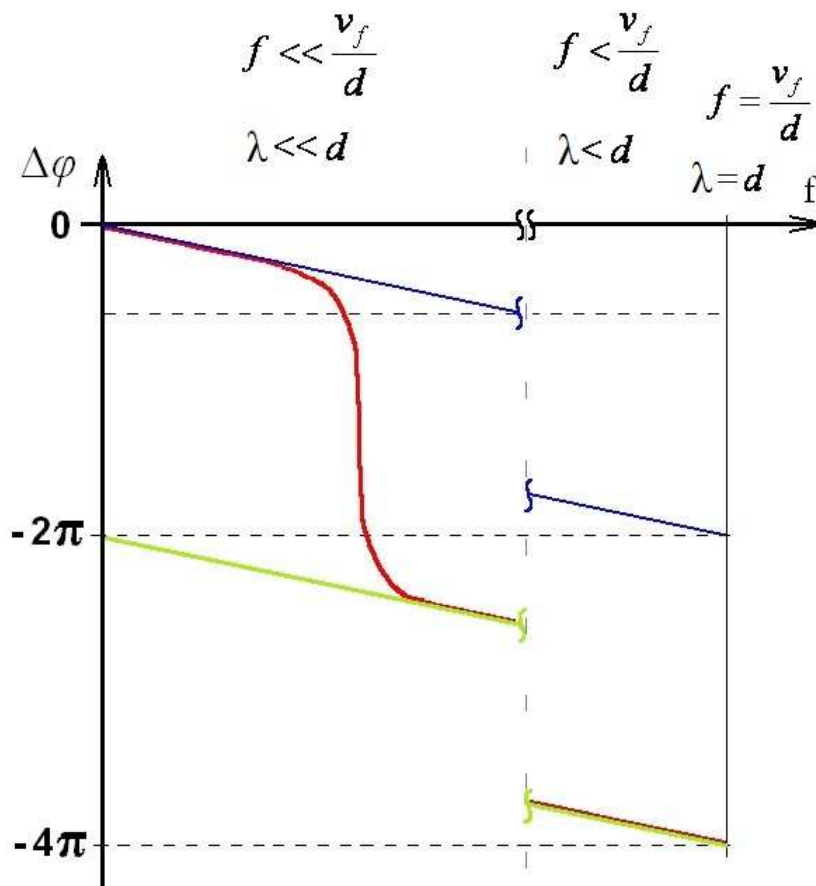


Obr. 2.6 Časové průběhy signálu na vstupu buňky (černá) a na výstupu buňky pro malou (modrá) a velkou (červená) fázovou změnu

Na obrázku 2.6 vidíme očíslovaná odpovídající si (kauzálně související) maxima. Podíváme-li se na 2. maximum vstupní veličiny (černá), vidíme, že výstup pro klasický materiál (modrá) je nepatrně opožděn. Zatímco pro metamateriál (červená) je výstup natolik opožděn, že v časovém okolí 2. maxima vstupu není důležité 2. maximum výstupu (červená), ale 1. maximum výstupu (červená), které vytváří dojem, že výstupní signál v čase předchází vstupní (záporná fázová rychlost), i když se jedná o neodpovídající si (kauzální) maxima. Dojem, který vytváří tato situace, však nic nemění na směr toku energie potažmo grupové rychlosti, která bude mít stejnou orientaci jak pro kladné hodnoty indexu lomu, tak pro hodnoty záporné.

## 2.5 Určení frekvenčního pásma DNG materiálu přímým měřením fázové charakteristiky

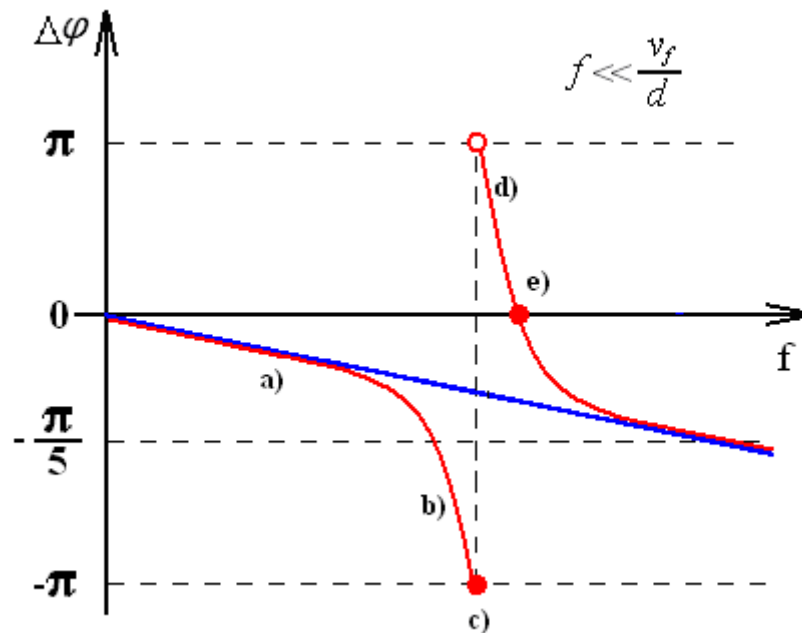
Jedna z frekvenčních charakteristik, která vykazuje velké změny fáze, je na obrázku 2.7 (červená). Lineární funkce (modrá) je frekvenční charakteristika totožná s charakteristikou prázdného prostoru na obrázku 2.2. Druhá lineární funkce (zelená) jí odpovídá až na to, že je posunuta o  $-2\pi$ . Frekvenční charakteristika (červená) se shoduje s frekvenční charakteristikou (modrá) volného prostoru mimo pásmo, kde částice rezonuje. V úzkém pásmu, kde částice rezonuje, se liší frekvenční charakteristika od frekvenční charakteristiky prázdného prostoru. Tato odlišnost se musí nacházet, jak je k vidění na obrázku, ve frekvenční oblasti, kde  $f \ll \frac{v_f}{d}$ . Což odpovídá podmínce  $d \ll \lambda$ . Když ji rozvineme  $d \ll \lambda = \frac{v_f}{f}$ , dostaneme se k výše zmíněné frekvenční podmínce.



Obr. 2.7 Frekvenční charakteristika s velkou změnou fáze.

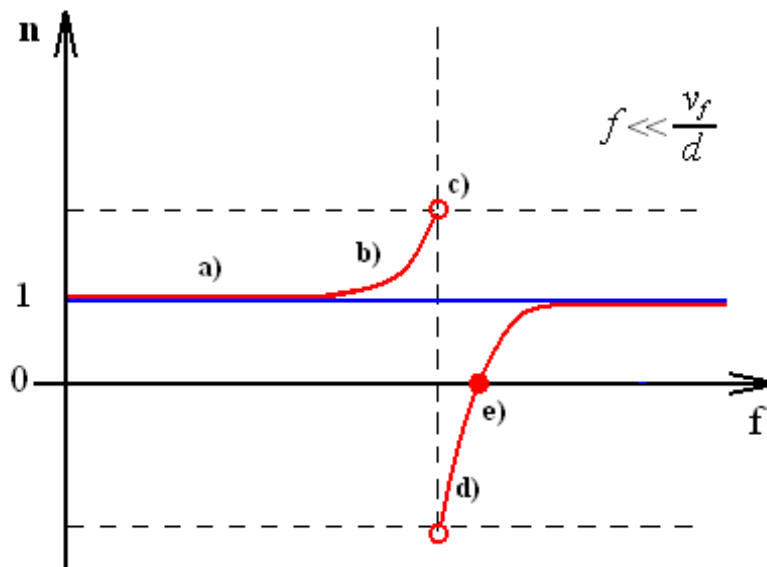
Na obrázku 2.7 vidíme fázovou frekvenční charakteristiku (červená), jejíž hodnoty jsou v rozsahu  $(-4\pi, 0)$ . Tento interval je však zbytečně veliký a je použit jen proto, aby tato frekvenční charakteristika zůstala spojitá. Z periodicity fáze víme, že by stačil interval délky  $2\pi$ . Jaký konkrétní interval ale zvolit? Vraťme se k obrázku 2.6 a k úvaze, pomocí jakého maxima změnu fáze vyjadřovat vůči maximu referenčního signálu (černá). Ne zvolíme si interval  $(-2\pi, 0)$ , tedy nebudeme vyjadřovat první maximum výstupního signálu vůči prvnímu maximu referenčního (vstupního) signálu. Nýbrž vyjádříme fázi vůči druhému maximu referenčního signálu maxima (resp. první pro červenou nebo druhé pro modrou sinusovku - viz obrázek 2.6) výstupního signálu v intervalu  $(-\pi, \pi)$ . Předělejme tedy takto fázovou charakteristiku z obrázku 2.7 a dostaneme obrázek 2.8 už jen pro oblast  $f \ll \frac{v_f}{d}$ .

**Pro názorné stanovení frekvenčního pásma, kde buňka vykazuje záporné hodnoty indexu lomu (DNG Material), je vhodné používat pro přenos fáze interval  $(-\pi, \pi)$ .**



Obr. 2.8 Frekvenční charakteristika přenosu fáze  $\Delta\varphi$  po transformaci do intervalu  $(-\pi, \pi)$

K výpočtu hodnot indexu lomu  $n$  z přenosu fáze  $\Delta\varphi$  z obrázku 2.8 použijeme výše odvozený vztah (2.21) případně (2.33). Výsledný průběh frekvenční závislosti indexu lomu je na obrázku 2.9.



Obr. 2.9 Průběh indexu lomu v závislosti na frekvenci pro frekvenční charakteristiku přenosu fáze na obrázku 2.8

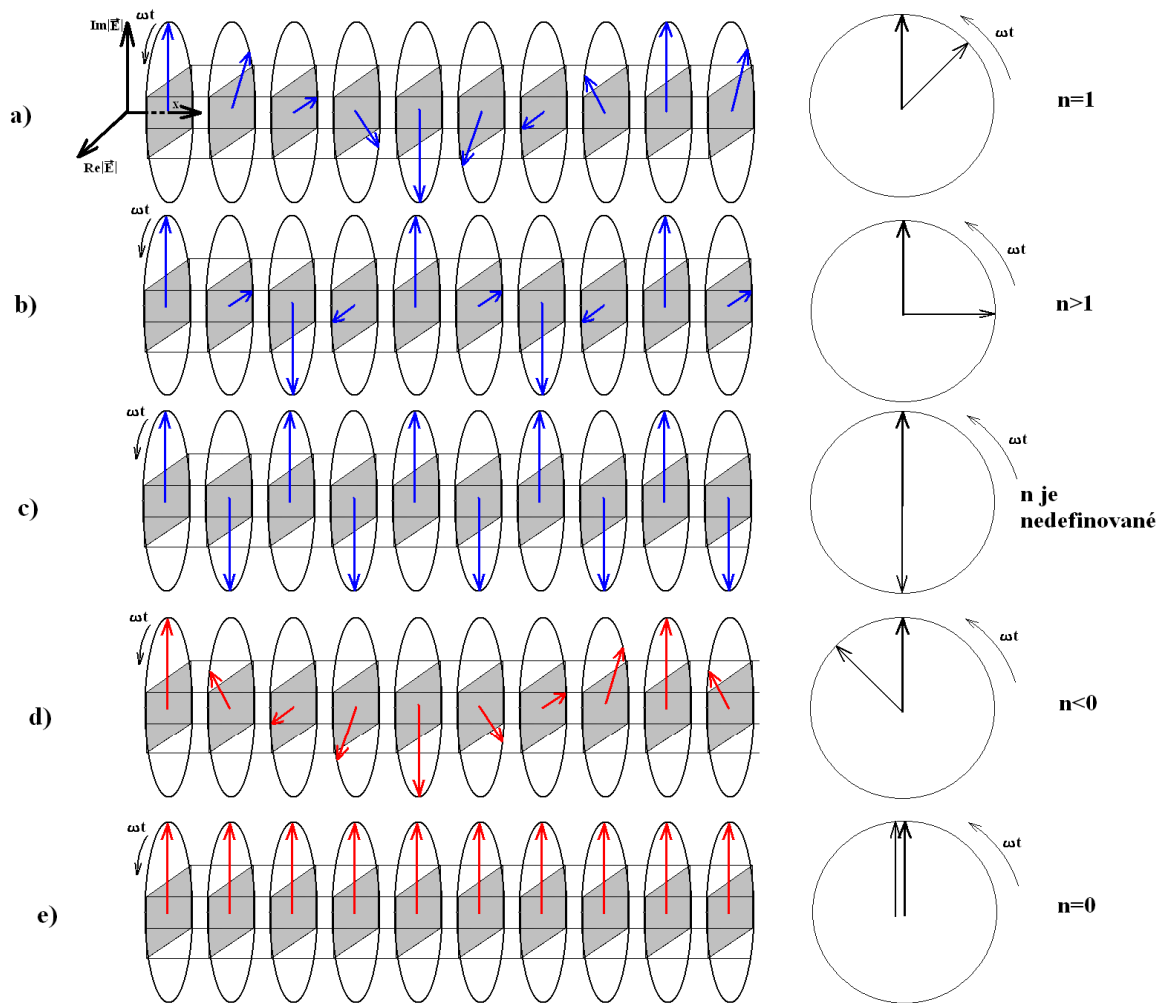
**Závěrem lze říci, že materiál nabývá záporných hodnot indexu lomu v pásmu, kde přenos fáze vyjádřený v intervalu  $(-\pi, \pi)$  nabývá kladných hodnot. Užitečnost tohoto tvrzení spočívá ve faktu, že přenos fáze  $\Delta\varphi$  čili  $\arg S_{21}$  je veličina, kterou lze přímo měřit.** Podívejme se podrobněji na jednotlivá různá chování pro jednotlivé frekvence materiálů tvořeného sérií buněk, kde jednotlivá buňka má frekvenční charakteristiku – viz obrázek 2.8. Půjdeme postupně od menších frekvencí k větším. Nejprve se tedy podívejme na chování materiálu na nejnižších frekvencích na obrázku 2.8 oblast a) (dále jen označení obrázek 2.8a). V této oblasti je přenos fáze roven přenosu fáze prázdnou buňkou a přenos fáze lineárně klesá, což odpovídá oblasti na obrázku 2.9a, konstantní jednotkový index lomu. Jak vypadá rozložení fáze vlny podél prostorové souřadnice v rovinách oddělujících jednotlivé buňky, je vidět na obrázku 2.10a.

Druhou oblastí, kde se již rezonátor tvořící buňku projevuje, je oblast označená na obrázcích 2.8, 2.9 a 2.10 písmenem b. Víme, že fáze se přenáší s čím dál větším rozdílem (oproti prázdnému prostoru) s růstem frekvence – viz obrázek 2.8b. Dochází ke zkracování vlnové délky, viz obrázek 2.10b v porovnání s obrázkem 2.10a a k růstu indexu lomu, viz obrázek 2.9b.

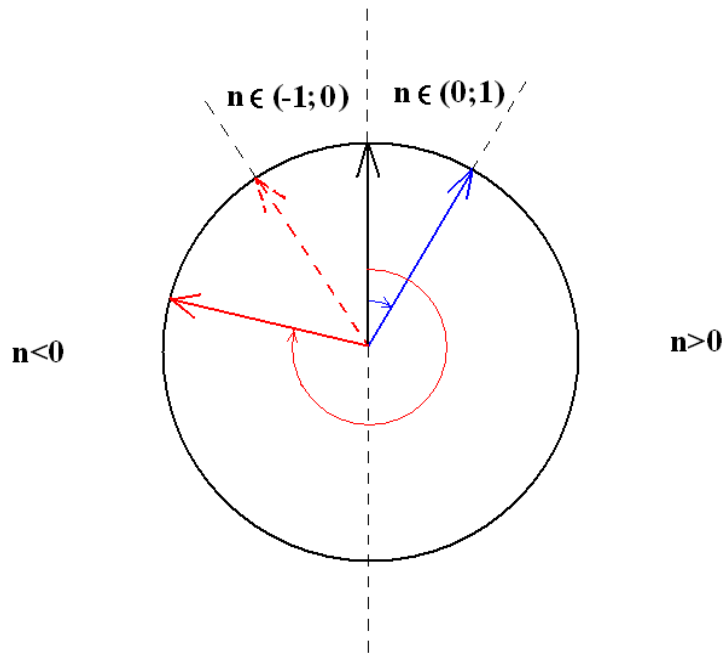
Následně se dostaneme na frekvenci označenou na výše zmíněných obrázcích jako c. Vidíme, že na této frekvenci je přenos fáze  $\Delta\varphi$  přesně  $-\frac{\pi}{2}$ , viz obrázek 2.10c. A vidíme, že máme pouze dva vzorky na vlnovou délku, což je málo na určení směru fázové rychlosti. Pro určení fázové rychlosti potřebujeme znát fázi ve více jak dvou bodech (rovinách) na vzdálenosti rovné vlnové délce. Jedná se o analogii v prostoru Shannonova vzorkovacího teorému, který hovoří o potřebě více jak dvou vzorků v časové oblasti pro detekci harmonické za její periodu. Naše detekce harmonické je v prostorové oblasti a Shannonův vzorkovací teorém je v časové oblasti. Proto je na této frekvenci index lomu nedefinovaný.

Další frekvenční oblastí označenou písmenem d je oblast se záporným indexem lomu. Jak k této situaci dochází, je vidět v přechodu mezi obrázky 2.10c a 2.10d. Vidíme, že k zápornému indexu lomu je zapotřebí, aby přenos fáze buňkou  $\Delta\varphi$ , resp.  $\arg S_{21}$  byl  $\Delta\varphi < -\pi$ , pokud změnu fáze vyjadřujeme v intervalu  $(-2\pi, 0)$ . Nebo pokud fázi vyjadřujeme v intervalu  $(-\pi, \pi)$ , jak bylo vysvětleno výše, byl přenos fáze  $\Delta\varphi > 0$ .

Poslední zajímavou frekvencí je frekvence, kde index lomu nabývá nulové hodnoty, kde vlnová délka roste nade všechny meze, jak je vidět na obrázku 2.10e. Nutnou podmínkou je, aby přenos fáze nabýval hodnoty  $\Delta\varphi = 0$  pokud přenos fáze vyjadřujeme na intervalu  $(-\pi, \pi)$ , resp.  $\Delta\varphi = -2\pi$  pokud jej vyjadřujeme na intervalu  $(-2\pi, 0)$ . S dalším růstem frekvence, jak je vidět na obrázcích 2.8 a 2.9, dochází k návratu na hodnoty fázového přenosu a indexu lomu odpovídající volnému prostoru (modré přímky).

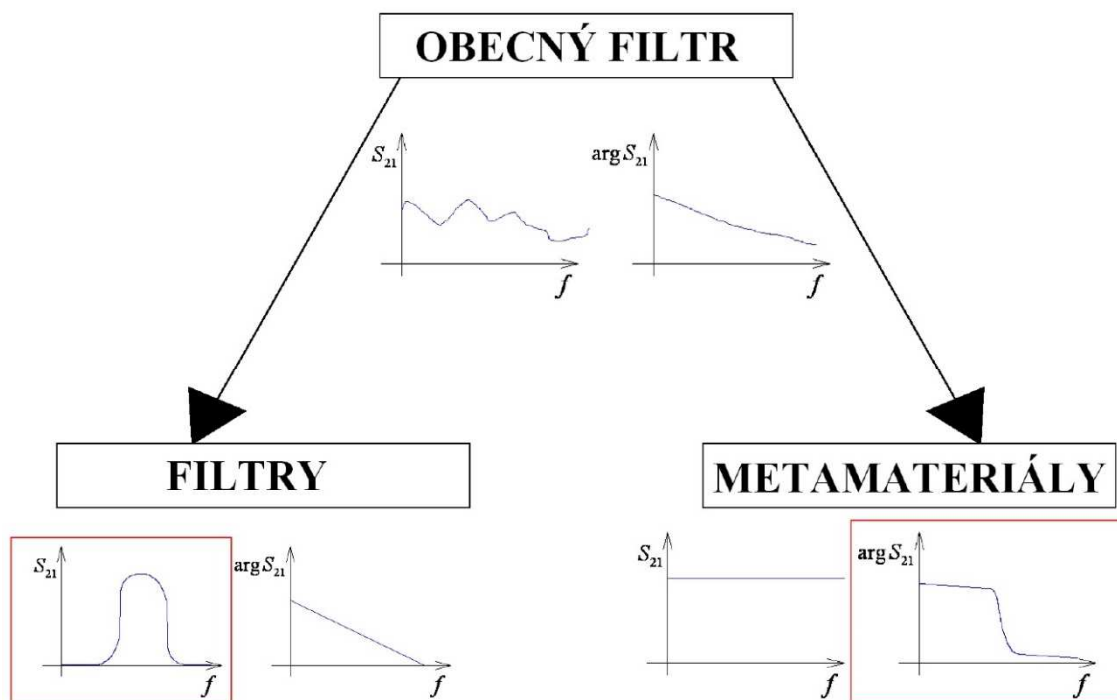


Obr. 2.10 Průběh fázorů vlnění na hranicích mezi jednotlivými buňkami tvořícími materiál, vztah přenosu fáze jednotlivou buňkou a indexem lomu  $n$ .



Obr. 2.11 Diagram přenosu fáze a jemu odpovídající hodnoty indexu lomu.

Na obrázku 2.11, který navazuje na obrázek 2.10, vidíme přesně vymezené intervaly změny fáze způsobené přenosem skrze buňku vůči referenční fázi vstupu (černý fázor) a jemu odpovídající hodnoty indexu lomu. Fáze na výstupu buňky pro volný prostor je na obrázku 2.10 modrý fázor. Postupujme dále po směru hodinových ručiček. V pravé polovině kruhového diagramu hodnoty indexu lomu rostou a jsou vždy kladné  $n > 0$ . V levé polovině symetricky pro větší změny fáze než  $|\Delta\varphi| > \pi$  (červený fázor) jsou hodnoty indexu lomu záporné  $n < 0$ . Dále je možno na obrázku vidět změny fáze, které odpovídají hodnotám indexu lomu  $|n| < 1$ , tyto hodnoty indexu lomu jsou zajímavé tím, že v materiálu s tímto indexem lomu je vlnová délka větší než ve volném (prázdném) prostoru.



Obr. 2.12 Hrubé rozdělení dvojbranů na filtry a metamateriály.

Když se budeme dívat na obecný dvojbran s definovanými dvěma porty jako na obecný filtr se svojí obecnou přenosovou a fázovou charakteristikou, tak přibližné rozdělení na dva různě kladené důrazy by mohlo vypadat jako na obrázku 2.12. U filtrů jako je dolní propust, horní propust, pásmová propust atd., je kladen důraz na přenos modulu, zatímco přenos fáze se příliš neřeší, resp. se řeší lineární funkcí, aby se nerozpadal vlnový balík (disperze). Tak u metamateriálů je třeba klást hlavní důraz na přenos fáze, přenos modulu se snažíme řešit jen tak, aby byl blízký jedné.

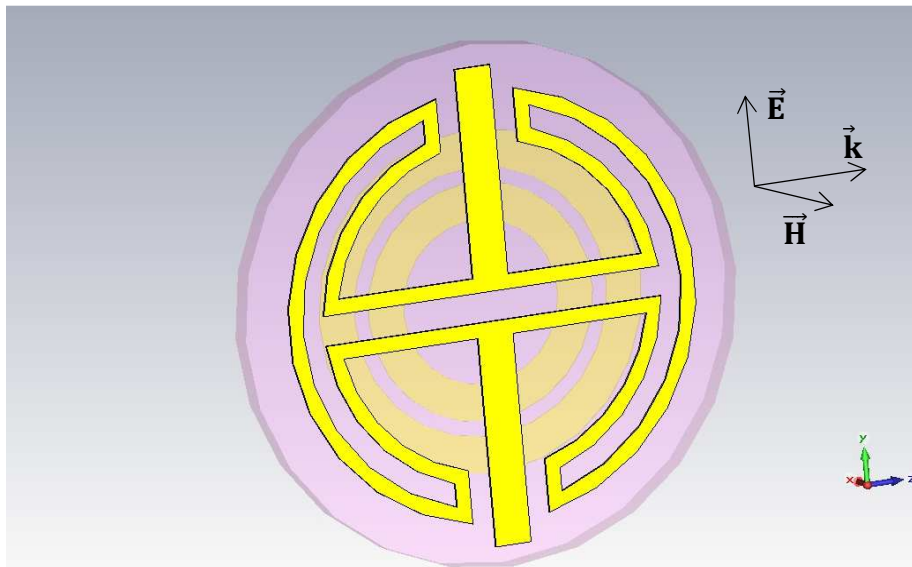
## 2.6 Rezonanční částice

Byla navržena částice [29] s cílem získat částici, která bude vykazovat ve stejném pásmu zároveň záporné  $\mu$  a záporné  $\epsilon$ . Jinak řečeno částice bude vykazovat záporný index lomu  $n$  pokud možno při co nejmenších ztrátách. A byly na ni aplikovány poznatky o fázi uvedené v předchozí části.

Částice byla navržena na kruhovém keramickém substrátu o poloměru 3,5 mm a tloušťky 0,4 mm. Permittivita substrátu  $\epsilon_r$  je 20 a ztrátový činitel  $\text{tg} \delta$  je  $10^{-4}$ . Substrát byl zvolen s ohledem na co nejmenší ztráty.

Výsledný návrh je na obrázku 2.14. Nejprve byl proveden v simulátoru CST Microwave Studio návrh samostatné částice split ring, která vykazuje záporné  $\mu$ . Poté byl proveden návrh dipólového rezonátoru tak, aby oba rezonátory rezonovaly na přibližně stejné frekvenci (okolo 3,01 GHz).

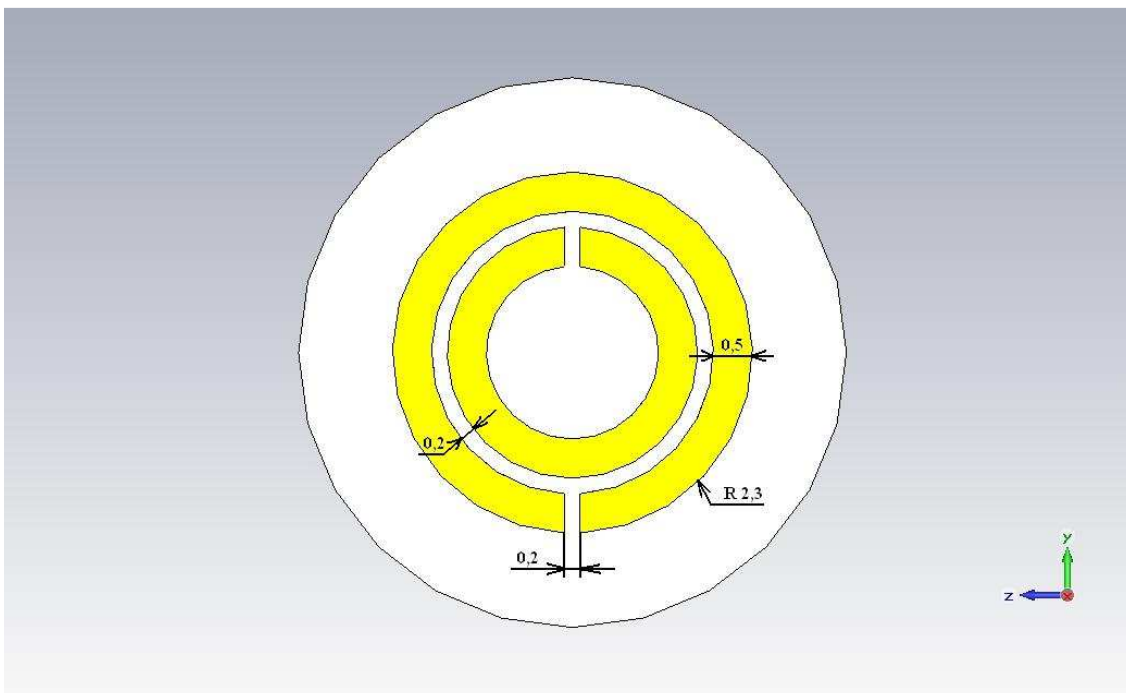
Smyčka induktoru, kterou je zatížen dipólový rezonátor, je tvarována s ohledem na prstencový rezonátor (split ring) a jeho smyčku tak, aby jejich vzájemná indukčnost byla co nejmenší (smyčky se co nejméně překrývaly, jak je vidět na obrázku 2.13).



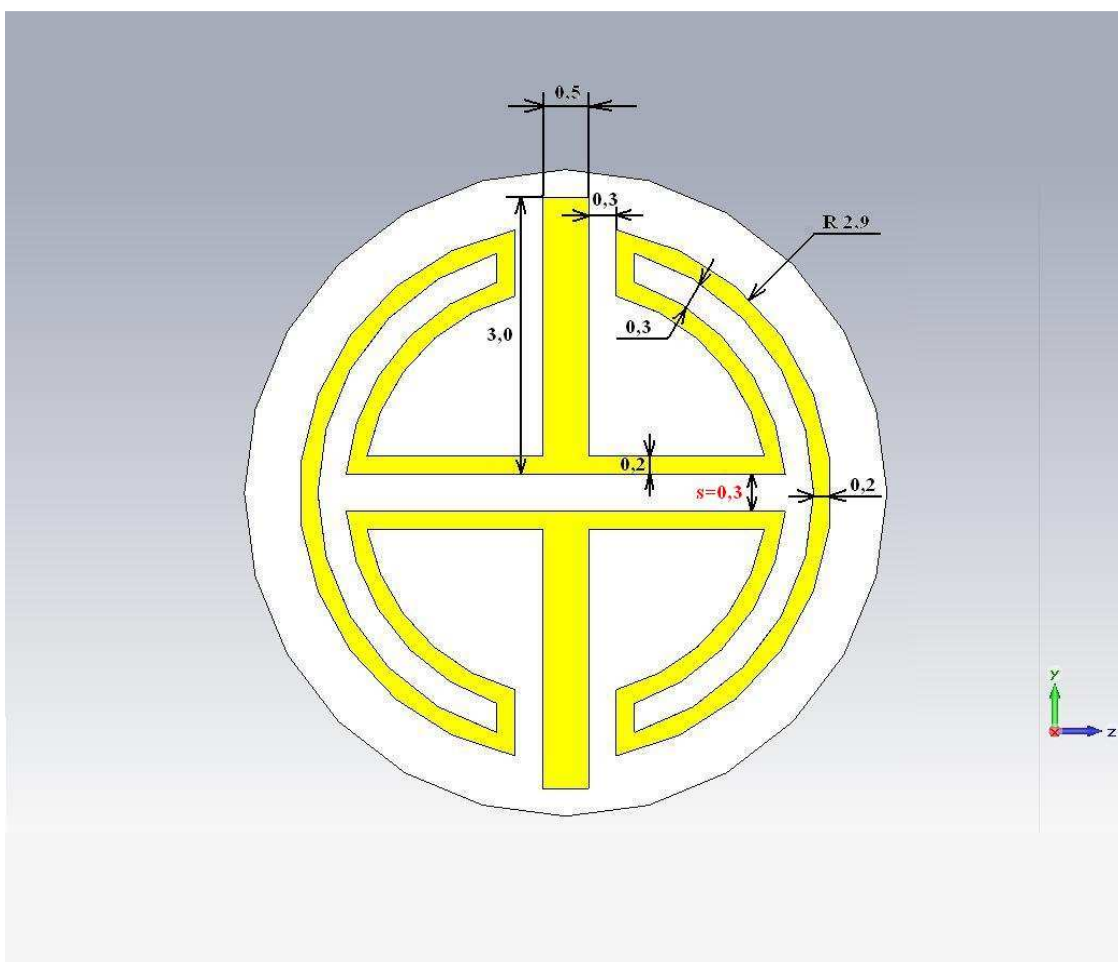
Obr. 2.13 Navržená částice v obecné poloze.

Přesné rozměry navržené částice jsou na obrázcích 2.14 a 2.15.

Simulace byly prováděny v prostoru kvádřového tvaru o velikosti 8x10x20 mm s hraničními podmínkami, magnetické stěny po stranách a elektrické stěny nahoře a dole tak, že průřezem tvaru obdélníku prochází rovinná vlna.



Obr. 2.14 Rub částice – split ring rezonátor (rozměry jsou v milimetrech).

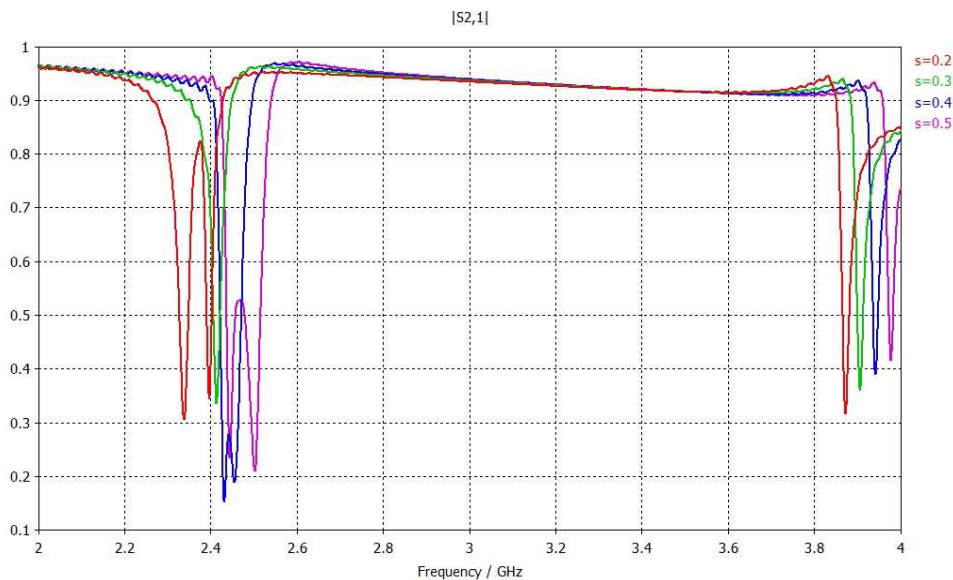


Obr. 2.15 Líc částice – dipólový rezonátor (rozměry jsou v milimetrech).

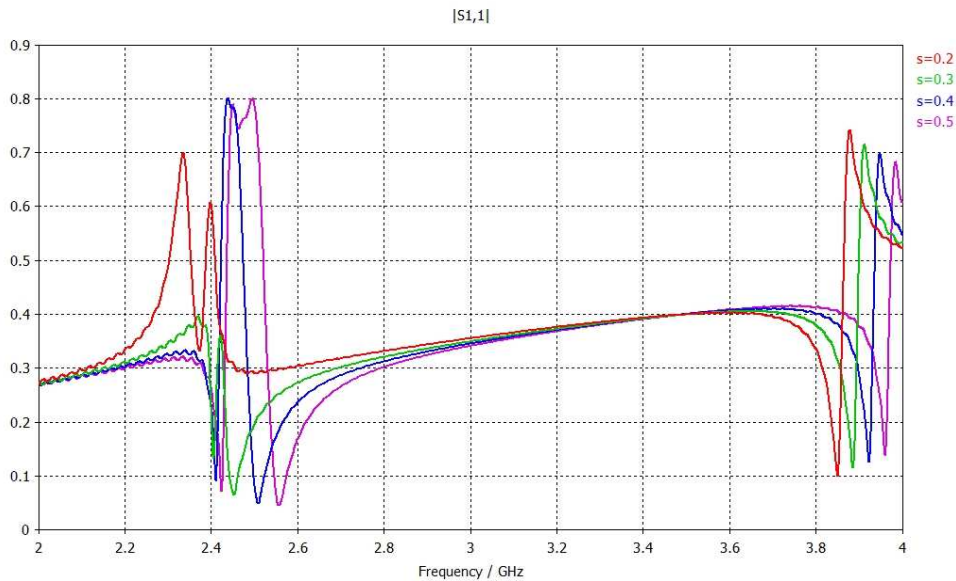


Poté co byly oba navržené rezonátory umístěny na jeden substrát (jeden na rubovou stranu, druhý na lící stranu), došlo k přeladění rezonanční frekvence výsledné částice směrem k nižším frekvencím (do frekvenční oblasti kolem 2,4 GHz). Dále bylo provedeno i ladění takto vzniklé částice pomocí parametru  $s$  (viz obrázek 2.16 označen červeně), tento parametr nejvíce ovlivňoval magnetickou vazbu mezi dipólovým a split ring rezonátorem. Výsledky tohoto ladění v podobě frekvenčního průběhu vybraných S-parametrů můžete vidět na obrázcích 2.16, 2.17 a 2.18.

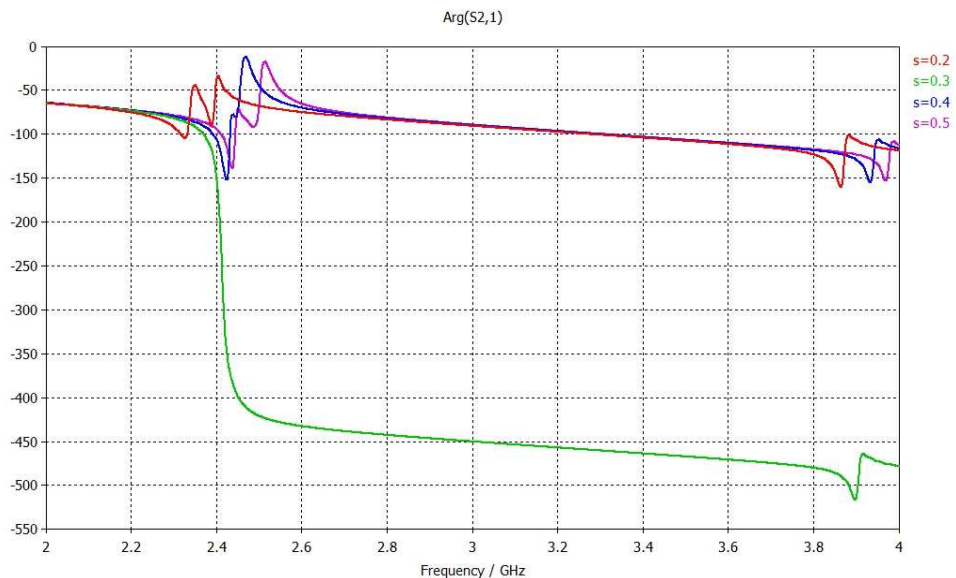
Na obrázku 2.16 můžeme vidět, že přenos s nejmenším útlumem nastává při rezonanci částice pro hodnotu parametru  $s = 0,3$  mm (zelené charakteristiky) na rozdíl od ostatních hodnot parametru  $s$ , pro něž jsou na obrázku vidět dvě rezonance. Při naladění těchto dvou rezonancí na stejnou frekvenci je přenos lepší, než by odpovídalo prostému součtu přenosů těchto rezonancí.



Obr. 2.16 Velikost přenosu  $|S_{21}|$  v absolutní míře částic pro různé hodnoty parametru  $s$  získané simulacemi.



Obr. 2.17 Velikost odrazu  $|S_{11}|$  v absolutní míře od částice pro různé hodnoty parametru  $s$  získané simulacemi.



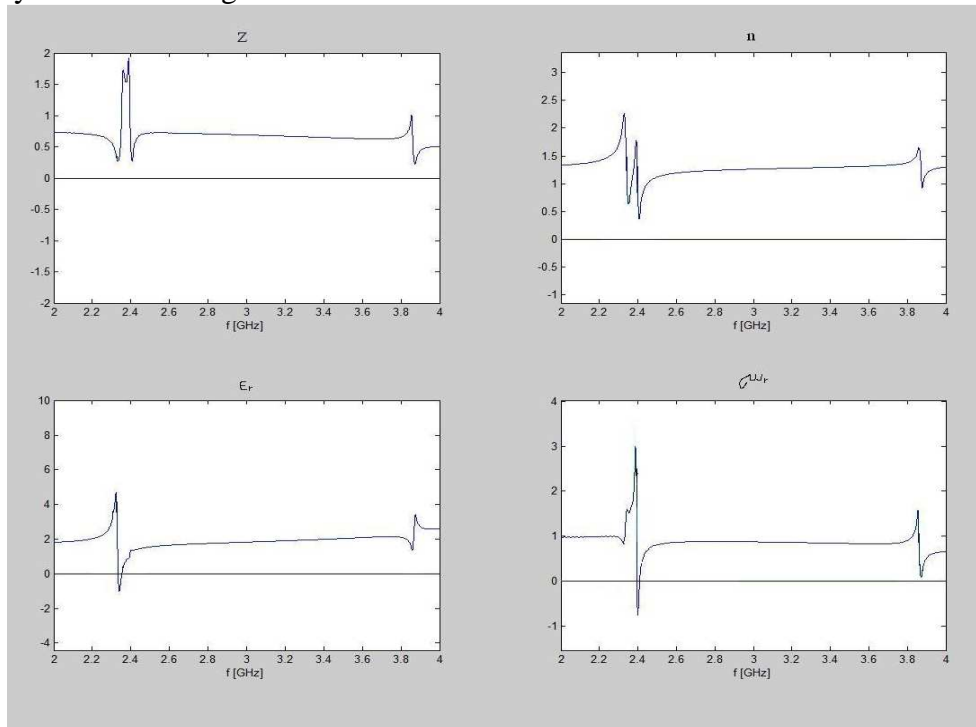
Obr. 2.18 Přenos fáze  $\text{arg } S_{21}$  ve stupních skrze částici pro různé hodnoty parametru  $s$  získané simulacemi.

Rovněž velikost odrazu od navržené částice při její rezonanci je pro hodnotu parametru  $s = 0,3$  mm nejmenší a tudíž vhodnější než pro ostatní hodnoty parametru  $s$ , jak vidíme na obrázku 2.17.

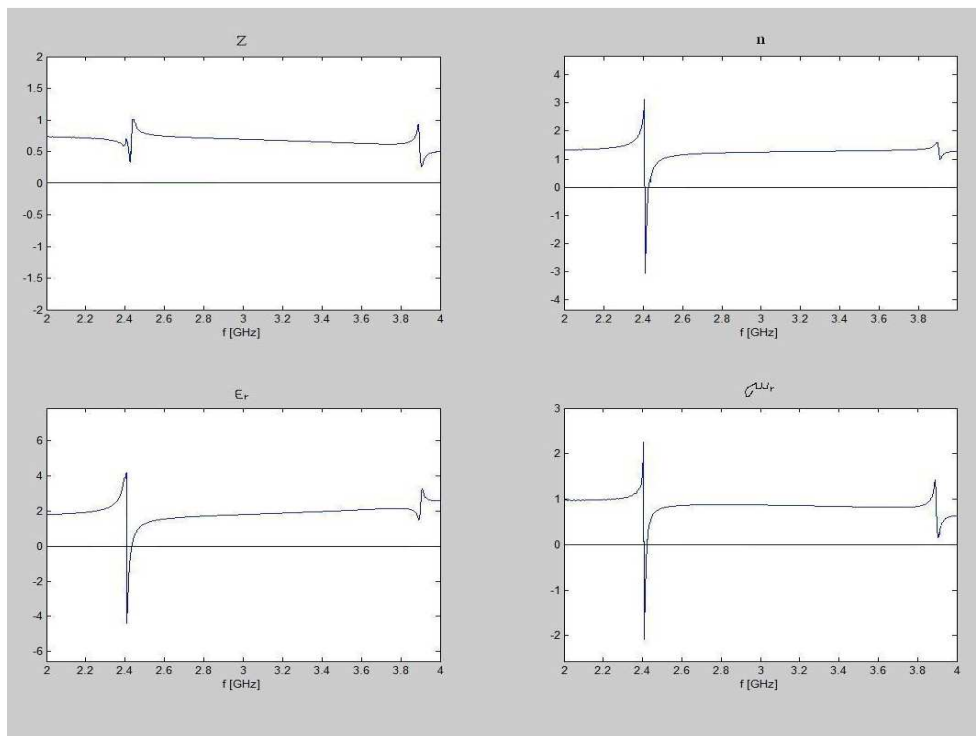
To nejzajímavější z S-parametrů je však to, co se děje s parametrem  $\text{arg } S_{21}$ , na obrázku 2.18, vidíme, že pro hodnotu parametru  $s = 0,3$  mm dojde ke splynutí obou rezonancí a velké změně fáze (zelená charakteristika). Pro ostatní hodnoty parametru  $s$  vidíme malé změny fáze dvou rezonancí, které jsou od sebe frekvenčně různě vzdálené.

Na obrázcích 2.19, resp. 2.20 vidíme z výše nasimulovaných S-parametrů vypočítané frekvenční průběhy impedance, indexu lomu, permitivity a permeability pro hodnoty parametru  $s = 0,2$  mm, resp.  $s = 0,3$  mm pomocí programu [30]. Na obrázku 2.19 můžeme pro hodnotu parametru  $s = 0,2$  mm v okolí frekvence 2,4 GHz vidět dvě rezonance jednu se zápornou permitivitou a druhou se zápornou permeabilitou, hodnota indexu lomu však na žádné frekvenci není v důsledku malé fázové změny - viz obrázek 2.18 (červená

charakteristika). Zatímco pro hodnotu parametru  $s=0,3$  mm vidíme na obrázku 2.20 jednu rezonanci, která má jak zápornou permitivitu, tak permeabilitu, ale i výsledný index lomu. Je to v důsledku velké fázové změny - viz obrázek 2.18 (zelená charakteristika). Celkově však vidíme, že přenos částice se neblíží jedné a dochází k odrazu elektromagnetické vlny a jiným ztrátám energie.



Obr. 2.19 Vypočítané frekvenční průběhy impedance, indexu lomu, permitivity a permeability pro  $s=0,2$  mm



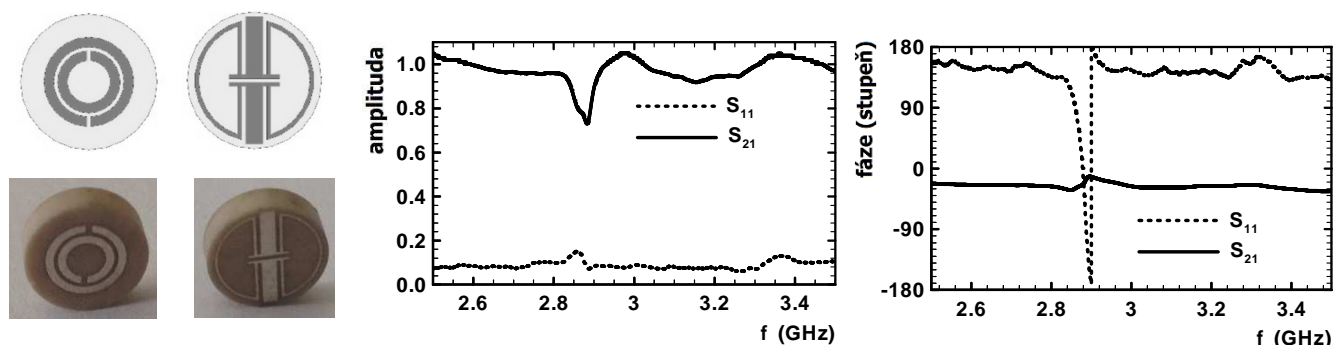
Obr. 2.20 Vypočítané frekvenční průběhy impedance, indexu lomu, permitivity a permeability pro  $s=0,3$  mm.

Na obrázku 2.21 je použité měřicí vedení pro měření částic. Částice byly měřeny v prostřední části, kde je vedení typu parallel plate o průřezu 20 x 10 mm.



Obr. 2.21 Měřicí vedení.

Byly navrženy a vyrobeny dvě částice [31], které se skládají ze dvou rezonátorů. Jeden rezonátor vykazuje zápornou permitivitu a druhý zápornou permeabilitu. První rezonátor je kombinace split ring rezonátoru a dipólového rezonátoru, viz obrázek 2.22, kde jsou i změřené charakteristiky. Na obrázku 2.23 jsou spočítané reálné části elektrické a magnetické polarizovatelnosti, které jsou v oblasti rezonance záporné.



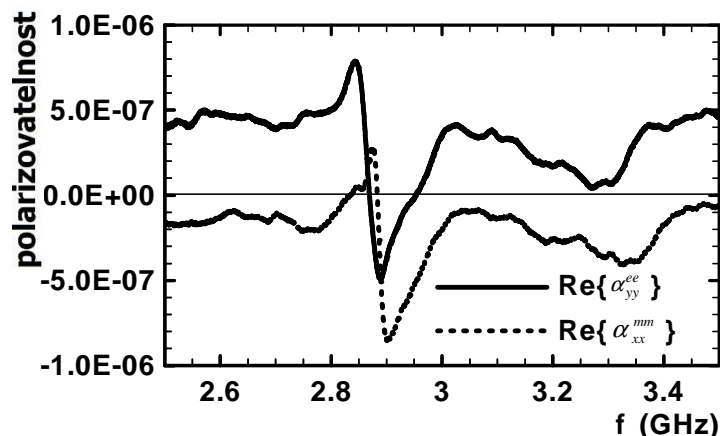
Obr. 2.22 Vlevo SRR a dipólový rezonátor, vedle změřených amplitudových a fázových charakteristik.

Elektrická  $\alpha_{xx}^{ee}$  a magnetická  $\alpha_{xx}^{mm}$  polarizovatelnost jsou definovány následujícími vztahy

$$p_y = \alpha_{xx}^{ee} E_y \quad (2.34)$$

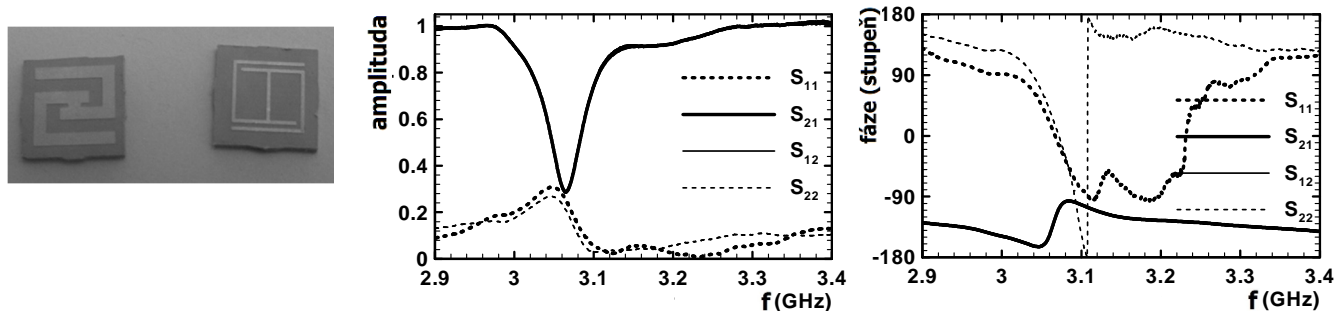
$$m_x = \alpha_{xx}^{mm} H_x, \quad (2.35)$$

kde  $p_y$  je elektrický dipólový moment ve směru osy y  $m_x$  je magnetický dipólový moment ve směru osy x. A  $E_y$  je složka intenzity elektrického pole ve směru opět osy y a  $H_x$  je intenzita magnetické pole ve směru osy x.

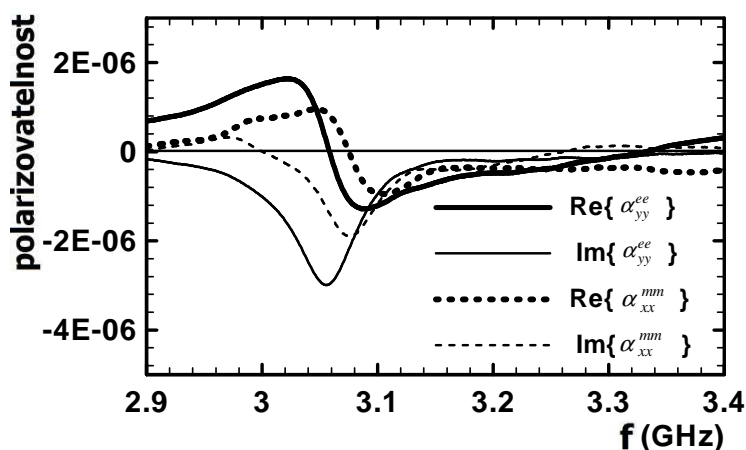


Obr. 2.23 Graf reálných částí elektrické  $\alpha_{xx}^{ee}$  a magnetické  $\alpha_{xx}^{mm}$  polarizovatelnosti.

A druhý rezonátor je kombinace dvojice H-rezonátorů viz obrázek 2.24, kde jsou i k němu změřené přenosové charakteristiky. A na obrázku 2.25 jsou k této části vypočítané reálné a imaginární části elektrické a magnetické polarizovatelnosti.



Obr. 2.24 Dva různě naladěné H-rezonátory, vedle změřených amplitudových a fázových charakteristik.



Obr. 2.25 Graf reálných a imaginárních částí elektrické  $\alpha_{xx}^{ee}$  a magnetické  $\alpha_{xx}^{mm}$  polarizovatelnosti.

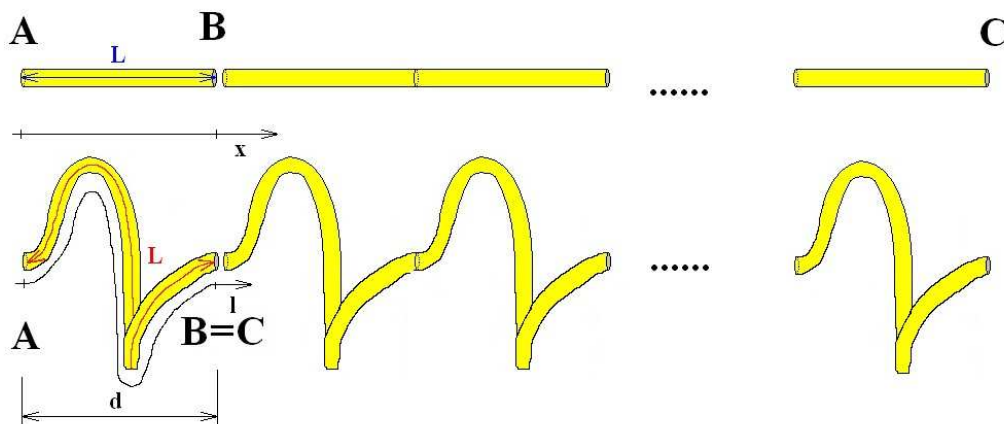
Z obrázků výše uvedených vidíme stejný závěr, přenos se neblíží jedné. Tento přenos je tím menší, čím větší je fázové ovlivnění, které ale potřebujeme co největší. V následující kapitole se problematiku pokusíme řešit jinak.

## Kapitola 3

### Liniové prostředí (1D) se záporným indexem lomu dosaženým pomocí délky vedení

#### 3.1 Model buňky se záporným indexem lomu z vedení

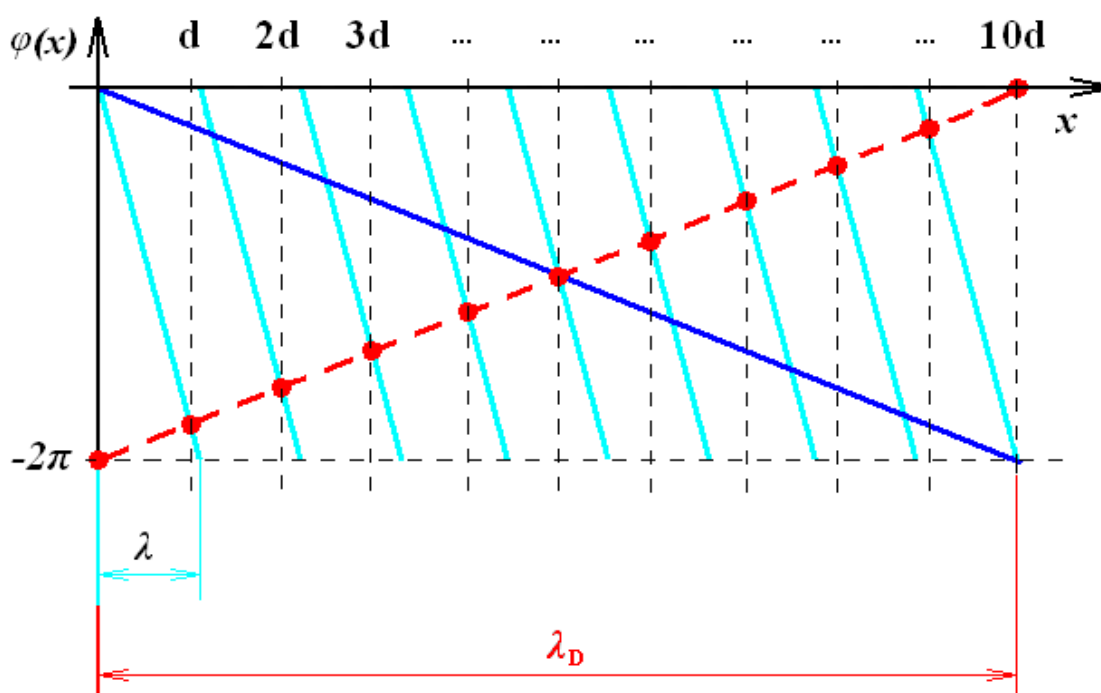
Z předchozích částí víme, že základní element prostředí se záporným indexem lomu by měl elektromagnetickou vlnu přenášet s „velkou“ změnou fáze a s přenosem amplitudy blízkým jedné. Jednou z nejjednodušších možností, jak realizovat takovýto element, je použití vedení s co nejmenším útlumem a „patříčnou délkou“. Principem je dosažení „patříčně velké“ změny fáze na vzdálenosti, která by odpovídala podstatně menší změně fáze v prostředí s kladným indexem lomu, viz obrázek 2.10a a 2.10d. Na obrázku 3.1 vidíme referenční prostředí (vedení) mezi body A a B, kde trajektorie vedení je vedena přímo z bodu A do bodu B po nejkratší možné spojnici. Oproti tomuto referenčnímu vedení vidíme dále na obrázku 3.1 vedení, kde jeden element představuje vedení o podstatně větší délce (vedené po šroubovici), než by odpovídal přímé vzdálenosti mezi body A a B. Bod C na vedení, který je na přímém vedení vzdálen mnoho period základního elementu od bodu A, je ztotožněn s bodem B.



Obr. 3.1 Referenční vedení (nahore), kde vzdálenost mezi body A a C je blízka vlnové délce na dané frekvenci. Šroubovicové vedení (dole) s opačným (záporným) indexem lomu, které vzniklo ztotožněním bodu C s bodem B. Fyzická vzdálenost bodů A a B (čili  $d$ ) je diskretizační perioda.

Na obrázku 3.2 vidíme průběh fáze  $\varphi(x) \in (-2\pi, 0)$  podél prostorové souřadnice  $x$  (ta je stejná pro obě vedení z obrázku 3.1 – jsme v 1D prostředí), která je zaokrouhlená na interval velikosti  $2\pi$ . Tmavě modrá charakteristika představuje referenční (přímé) vedení. Pokud začneme zvětšovat (v absolutní hodnotě) fázový rozdíl způsobený jedním elementem (obrázek 3.1 vedení dole) konkrétně v tomto případě devětkrát, dostaneme průběh fáze zobrazený světle modrou barvou na obrázku 3.2. Směrnicí obou přímek (tmavě modré i světle modré) představují fázovou konstantu vlny na vedení  $\beta$  (pro každou přímkou s jinou hodnotou), jak je vidět ze vztahu

$$\varphi(x) = -\beta x, \text{ kde } x \in R. \quad (3.1)$$



Obr. 3.2 Průběh fáze podél vedení z obrázku 3.1.

Teprve diskretizací prostoru, kdy bereme v úvahu pouze hodnoty fáze v diskretních bodech (oblastech) šroubovicového vedení (průběh fáze světle modrý), představující na obrázku 3.2 červené body spojené červenou přerušovanou spojnicí, dostaneme charakteristiku s opačnou směrnicí této přímky, než je směrnicí přímky tmavě modré. Tedy rovnici (3.1) přepíšeme na funkci diskretní proměnné  $p$  z oboru celých čísel

$$\varphi(dp) = \beta_D d p, \text{ kde } p \in Z \quad (3.2)$$

a kde  $\beta_D$  je diskretní fázová konstanta, která může na rozdíl od fázové konstanty  $-\beta$  ze vztahu (3.1) nabývat i kladných hodnot, pokud je  $\Delta\varphi_{21} \in (0; \pi)$ , viz následující vztah

$$\beta_D = \frac{\Delta\varphi_{21}}{\Delta x} = \frac{\Delta\varphi_{21}}{d}, \quad (3.3)$$

kde  $\Delta\varphi_{21}$  je fázový rozdíl na vzdálenosti diskretizační periody  $d$  měřené na přímé souřadnici  $x$ , viz obrázek 3.1.

Pro hodnoty z intervalu  $\Delta\varphi_{21} \in (-\pi; 0)$  bude diskretní fázová konstanta mít zápornou hodnotu. Na rozdíl od vztahu (3.3) pro diskretní fázovou konstantu  $\beta_D$  pro spojitou fázovou konstantu  $\beta$  ze vztahu (3.1) platí vztah

$$\beta = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad (3.4)$$

kde derivujeme podle souřadnice  $x$ , která vede po nejkratší trajektorii mezi body, které element propojuje, viz obrázek 3.1, a kde je  $\frac{\partial\varphi}{\partial x} < 0$ .

Tyto dvě charakteristiky (tmavě modrá a červená) představují vůči sobě opačné fázové konstanty. Uvažujeme-li  $\omega$  kladnou, vidíme ze vztahu

$$v_f = \frac{\omega}{\beta}, \quad (3.5)$$

že opačným fázovým konstantám odpovídají fázové rychlosti s opačným znaménkem. A z následujícího vztahu

$$n = \frac{c}{v_f} \quad (3.6)$$

vidíme, že kladné a záporné fázové rychlosti odpovídají ve stejném pořadí kladnému a zápornému indexu lomu.

Důležité je si uvědomit, že zatímco pro kladné hodnoty indexu lomu existuje vlna i spojitě, pro záporné materiálové hodnoty existuje zpětná vlna diskrétně.

Dále si nejprve definujeme pro základní buňky tvořené vedením koeficient zpoždění (retardace)  $\rho$ , který udává kolikrát je délka trajektorie  $L$  v daném průběhu mezi body A a B delší než jejich nejkratší vzdálenost  $d$  jako

$$\rho = \frac{L}{d} = \frac{\Delta l}{\Delta x}, \quad (3.7)$$

kde  $L$  je fyzická délka úseku vedení v jedné buňce, jejíž základní rozměr je  $d$ , viz obrázek 3.1. Dále zavedeme celkový index lomu  $n_T$  (total, respektující jak fázové zpoždění způsobené dielektrikem použitým pro vedení, tak koeficientem zpoždění  $\rho$ ), který udává kolikrát pomaleji se šíří v prostředí elektromagnetická vlna než ve vakuu. Zavedeme ho jako

$$n_T = n_{ef} \rho, \quad (3.8)$$

kde  $n_{ef}$  je index lomu dielektrika vedení, resp. efektivní index lomu daného vedení (prostředí). Vždy bude platit, že  $n_T > 1$ ,  $n_{ef} > 1$  a  $\rho > 1$ .

Prostředí s různou hodnotou  $\rho$  představují prostředí zkoumaná v části 4.5 a prostředí s různou hodnotou efektivního indexu lomu látky  $n_{ef}$  představují prostředí zkoumaná v kapitole 5.

Dále si definujeme diskrétní vlnovou délku  $\lambda_D$ , viz obrázek 3.2, jako minimální délku, na které dostaneme součet přenosů fáze jedním základním elementem  $\varphi = \sum \Delta\varphi$ ,  $\varphi$  rovno  $-2\pi$  pro kladné prostředí, resp. rovno  $2\pi$  pro záporné prostředí,

$$\lambda_D = \frac{2\pi}{|\Delta\varphi|} d, \quad (3.9)$$

kde  $\Delta\varphi \in (-\pi; \pi)$ .

Kolik případně elementů (diskretizačních period  $d$ ) na diskrétní vlnovou délku  $\lambda_D$ , je dobré vědět z toho důvodu, protože budeme chtít, aby jich bylo co nejvíce, abychom se blížili klasické spojitě vlně.

Z tohoto důvodu si dále definujeme spojitost elektromagnetické vlny  $C$  (continuous) jako počet elementů o rozměru  $d$  na diskrétní vlnovou délku  $\lambda_D$

$$C = \frac{\lambda_D}{d}, \quad (3.10)$$

kterou můžeme spočítat také jako

$$C = \frac{2\pi}{|\Delta\varphi|}. \quad (3.11)$$

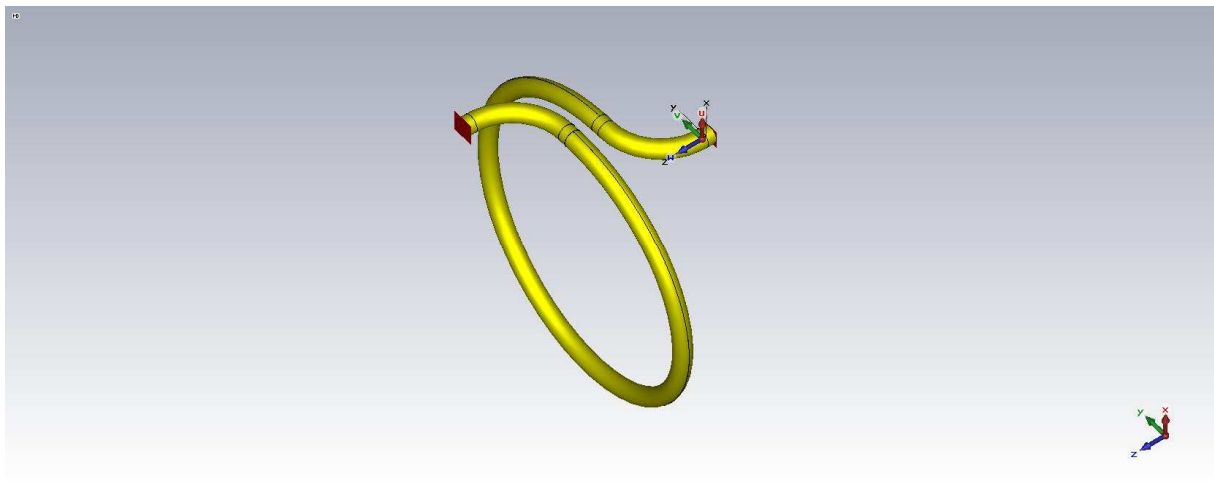


Přistupme teď k vytvoření modelu v simulátoru. Byl vytvořen model základního elementu z koaxiálního vedení v CST Microwave Studiu, viz obrázek 3.3, na základě myšlenky o vedení uvedené výše. Délkové rozměry vedení jsou: smyčka o poloměru 50 mm, dvakrát čtvrtkruh o poloměru 20 mm, čtyřikrát rovný úsek vedení o délce 3 mm a stoupání závitu je 10 mm ( $2\pi \cdot 50 \text{ mm} + \pi \cdot 20 \text{ mm} + 4 \cdot 3 \text{ mm} + 10 \text{ mm} = 399 \text{ mm}$ ). Dohromady je tedy délka vedení  $L = 399 \text{ mm}$ .

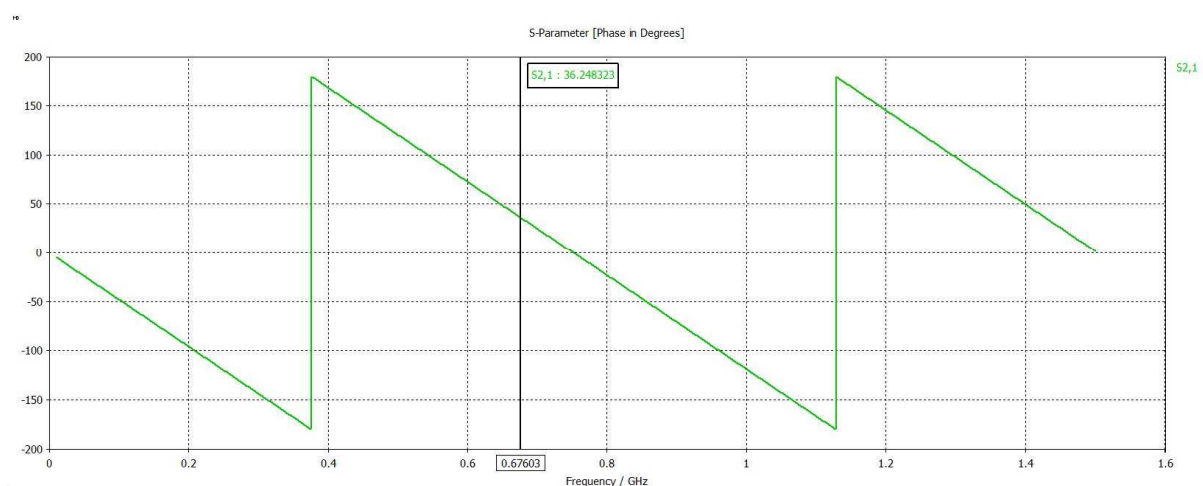
Pro vzdálenost portů elementu na obrázku 3.3 ve směru osy  $z$   $d = 56 \text{ mm}$ , je koeficient zpoždění (retardace) podle vztahu (3.7)

$$\rho = \frac{399}{56} = 7,1. \quad (3.12)$$

Vypočítané frekvenční charakteristiky v CST Microwave Studiu tohoto elementu jsou na obrázcích 3.4 a 3.5. Kladné přenosy fáze jsou pozorovány směrem od nejnižších frekvencí nejprve v pásmu od 375 MHz do 750 MHz, viz obrázek 3.4. Tři vybrané hodnoty přenosu fáze v závislosti na frekvenci z obrázku 3.4, které budeme dále zkoumat, jsou v tabulce 3.1, stejně jako dané frekvenci odpovídající hodnoty spojitosti  $C$  získané vztahem (3.11). Tyto tři frekvence byly vybrány, aby měly celočíselnou hodnotu spojitosti.



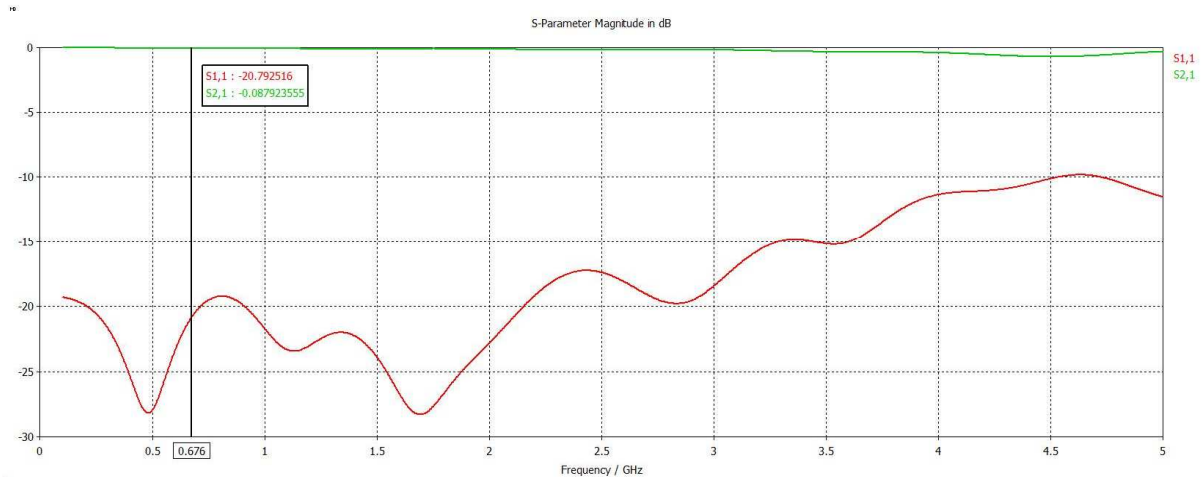
Obr. 3.3 Navržený základní element z koaxiálního vedení v CST Microwave Studiu.



Obr. 3.4 Přenos fáze navrženým elementem  $\Delta\varphi_{21}$  z obrázku 3.3.

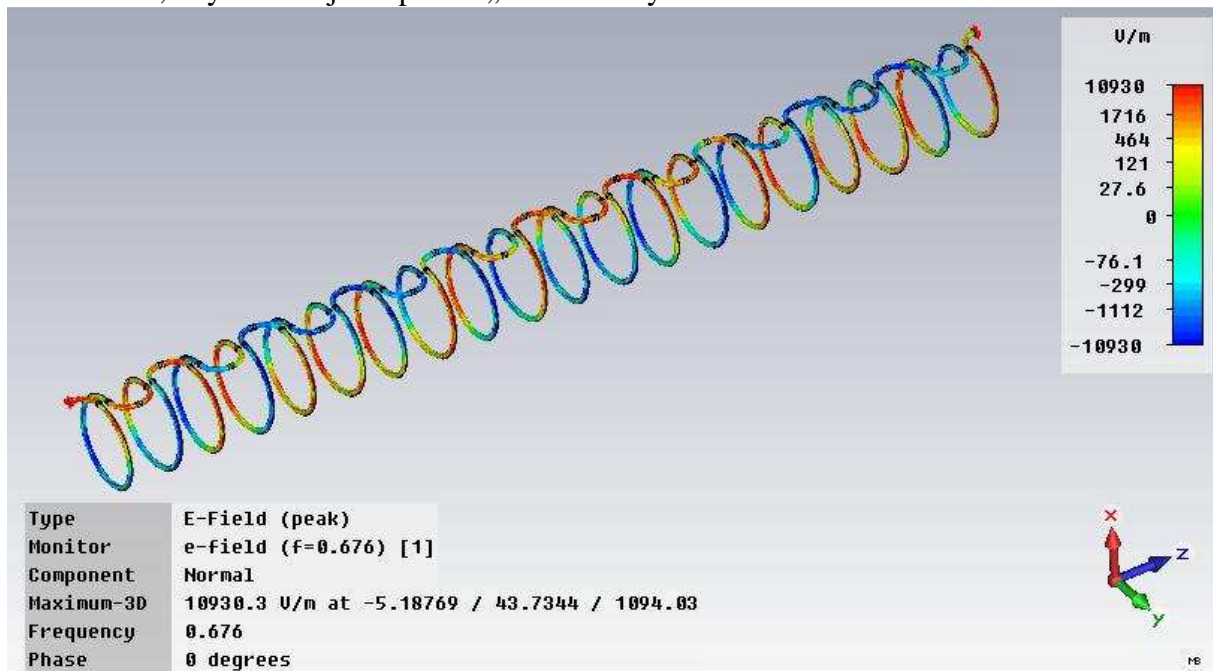
$f$ [MHz]	$\Delta\varphi_{21}$ [°]	$C$ [-]
626	60	6
676	36	10
709	20	18

Tab. 3.1 Přenos fáze základním elementem z obrázku 3.3, hodnoty jsou z frekvenční charakteristiky na obrázku 3.4.

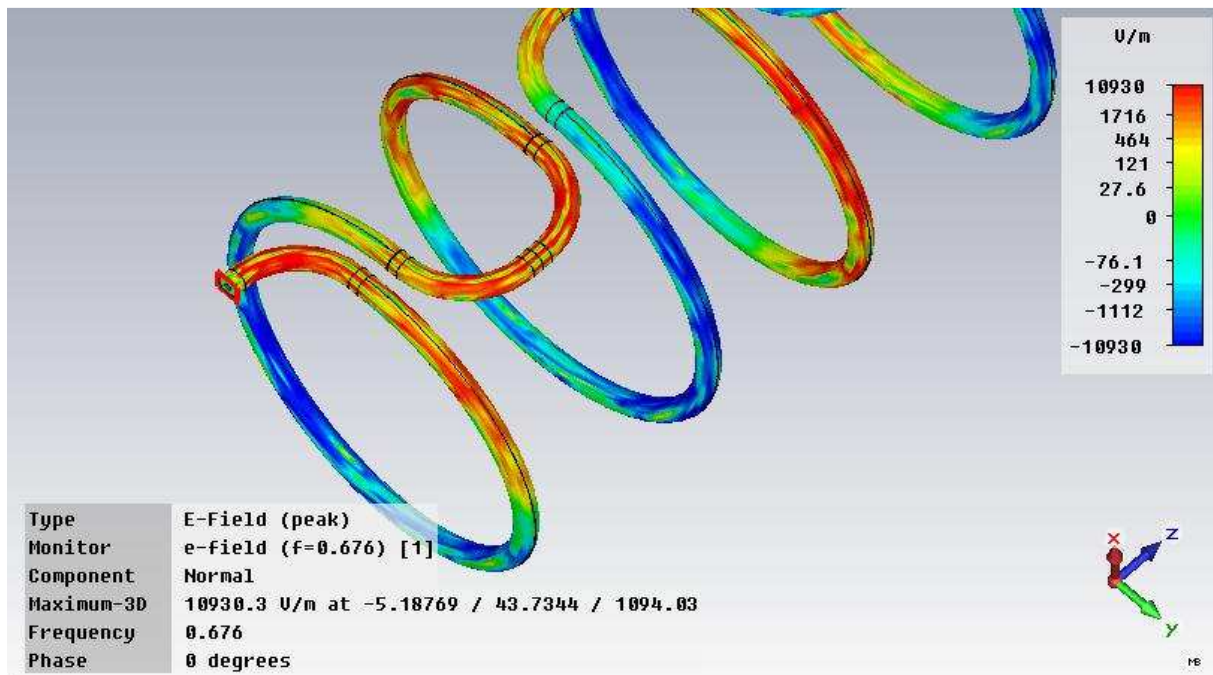


Obr. 3.5 Přenos (zelená) navrženým elementem a odraz (červená) od navrženého základního elementu z obrázku 3.3.

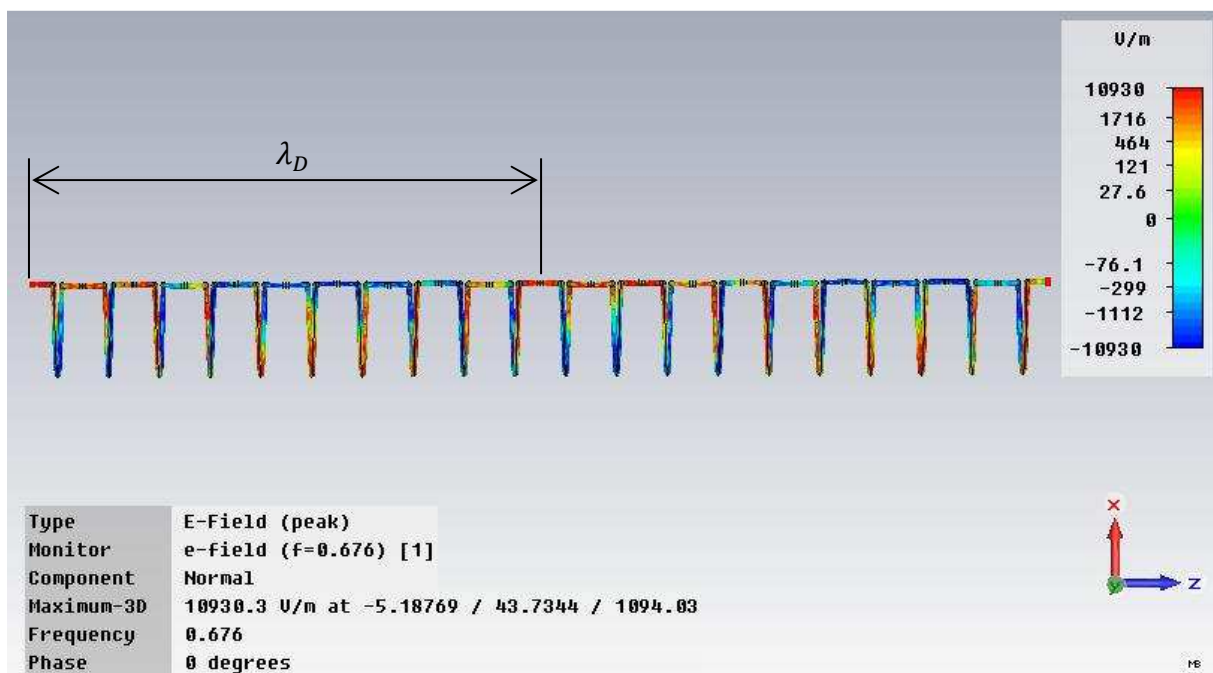
Na obrázku 3.6 je vidět nasimulované elektrické pole na frekvenci 676 MHz na vedení skládající se z dvaceti elementů z obrázku 3.3 zapojených v sérii. Na tomto vedení byla pozorována zpětná vlna ve frekvenčním pásmu, kde přenos fáze skrz element je větší než nula, resp.  $\Delta\varphi_{21} > 0$ , viz obrázek 3.4, se spojitostí, viz tabulka 3.1. Na obrázku 3.6 je vidět zpětná vlna (diskrétně) v horní části mezi vstupy a výstupy elementů, viz graf průběhu fáze na obrázku 3.9, kdy nesledujeme pole v „dlouhé“ smyčce.



Obr. 3.6 Náhled na vedení v CST Microwave Studiu se zobrazením normálové složky elektrického pole na frekvenci 676 MHz.



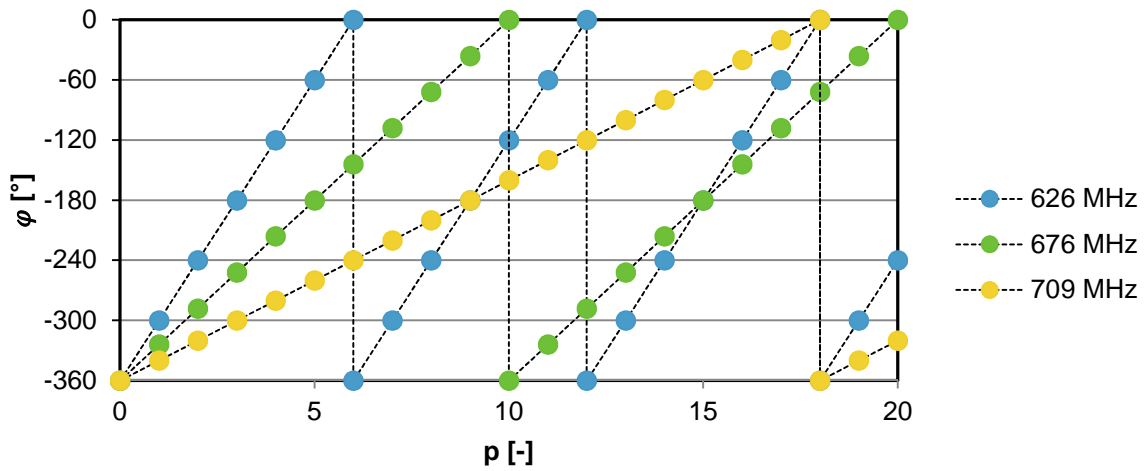
Obr. 3.7 Detail vedení v CST Microwave Studiu se zobrazením normálové složky elektrického pole na frekvenci 676 MHz.



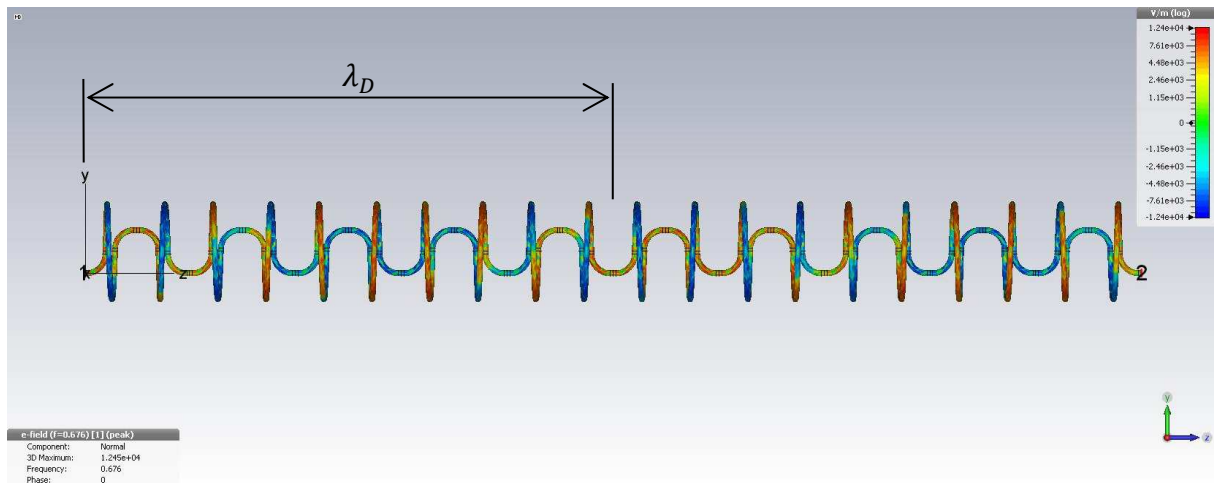
Obr. 3.8 Bokorys vedení v CST Microwave Studiu se zobrazením normálové složky elektrického pole na frekvenci 676 MHz.

Detail navrženého vedení z obrázku 3.6 je na obrázku 3.7 a bokorys je na obrázku 3.8 se zakótovanou diskretní vlnovou délkou, zde můžeme pozorovat zpětnou vlnu v horní části. Na obrázku 3.10 je vedení v půdorysu rovněž na frekvenci 676 MHz a zpětná vlna je pozorovatelná uprostřed opět mezi vstupy a výstupy elementů. Na obrázku 3.11 je zpětná vlna na frekvenci 709 MHz. Zde můžeme pozorovat prodloužení vlnové délky  $\lambda_D$  s růstem frekvence, což je zvláštnost u prostředí s negativním indexem lomu. A naopak můžeme pozorovat na obrázku 3.12 zkrácení vlnové délky  $\lambda_D$  pro pokles frekvence na 626 MHz, viz

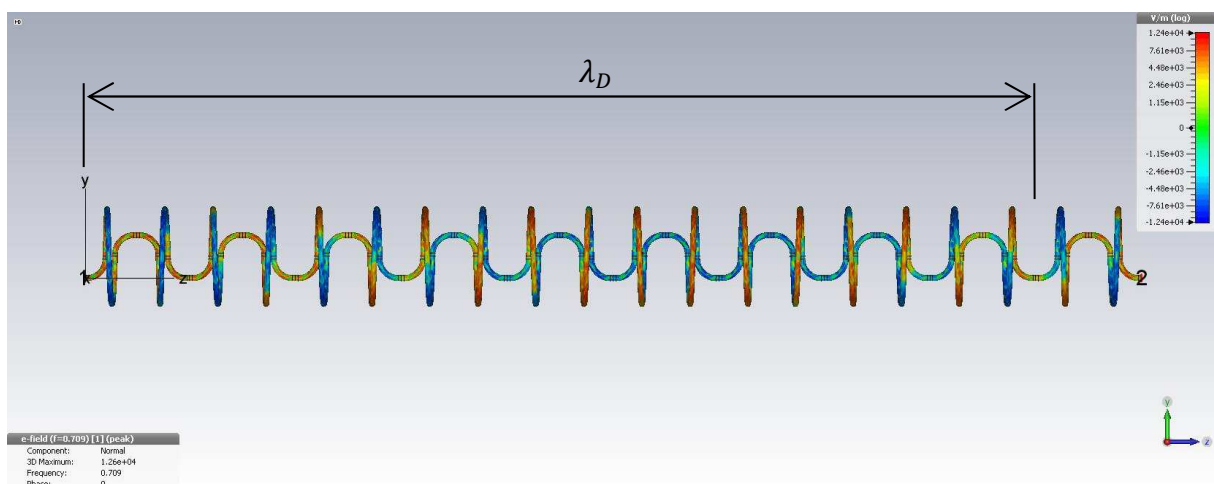
tabulka 3.1 a vztah (3.10). Fáze na jednotlivých elementech pro zkoumané frekvence jsou na obrázku 3.9 vždy s rostoucím trendem, což odpovídá zpětné vlně.



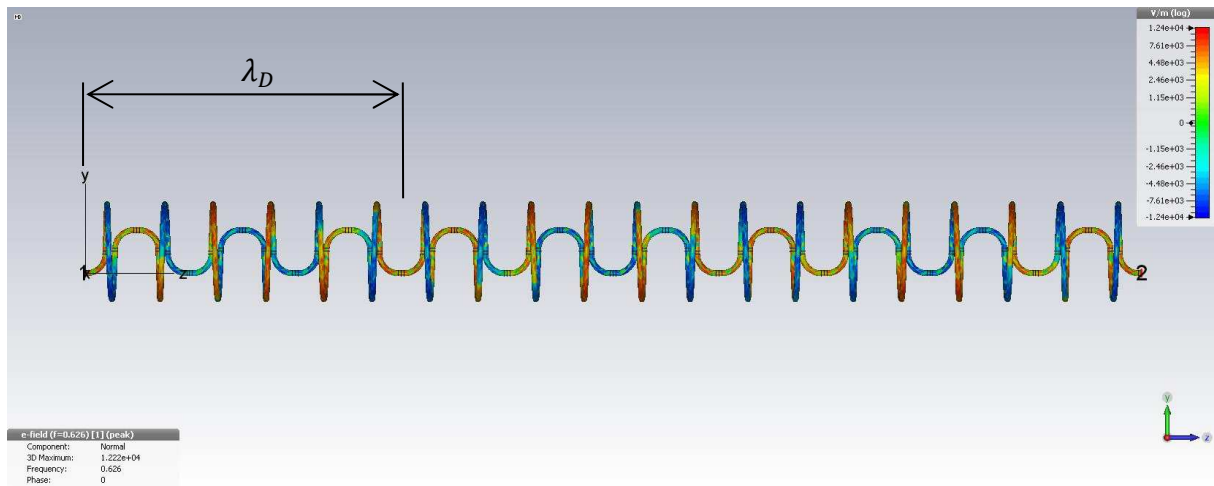
Obr. 3.9 Průběh fáze na vstupu jednotlivých elementů v závislosti na frekvenci.



Obr. 3.10 Půdorys vedení v CST Microwave Studiu se zobrazením normálové složky elektrického pole na frekvenci 676 MHz.



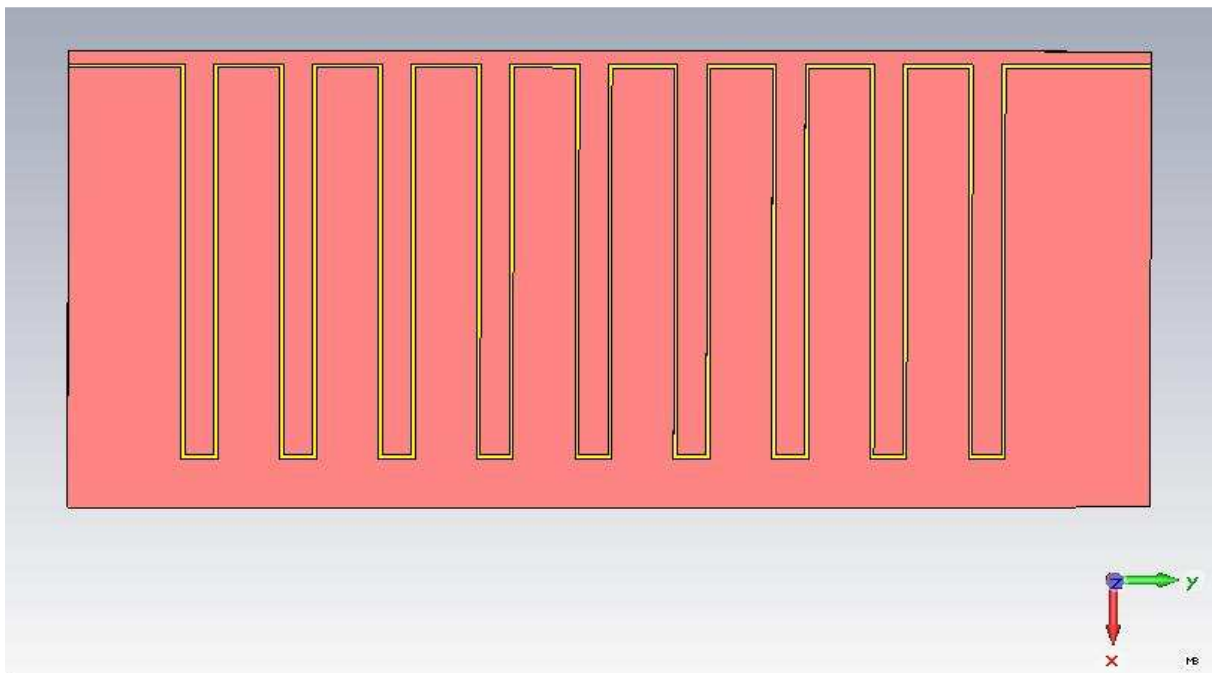
Obr. 3.11 Půdorys vedení v CST Microwave Studiu se zobrazením normálové složky elektrického pole na frekvenci 709 MHz.



Obr. 3.12 Půdorys vedení v CST Microwave Studiu se zobrazením normálové složky elektrického pole na frekvenci 626 MHz.

### 3.2 Realizace a měření (1D) vedení se zpětnou vlnou

V předchozí části zmiňované koaxiální vedení není vhodné k realizaci a měření. Namísto toho bylo k návrhu vedení se zpětnou vlnou použito mikropáskové vedení, které je pro tyto účely vhodnější. Vedení bylo navrženo na substrátu s permitivitou  $\epsilon_r = 10$  a tloušťkou  $t = 0,625$  mm,  $\text{tg}\delta = 10^{-3}$  a tloušťkou pokovení mědí  $t_{Cu} = 20$   $\mu\text{m}$ . Šířka mikropásku byla navržena tak, aby impedance tohoto vedení byla  $50 \Omega$ . Obdélníkový substrát má celkovou velikost  $165 \times 70$  mm.



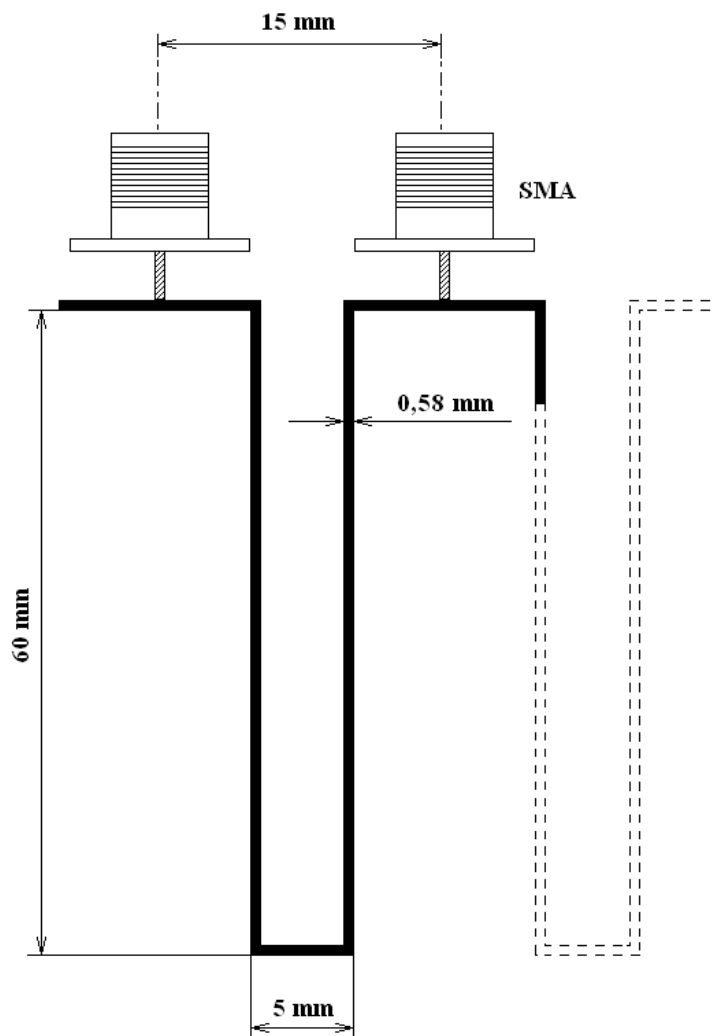
Obr. 3.13 Navržená struktura vedení se zpětnou vlnou za použití mikropásku. Nakresleno v CST Microwave Studiu.

Pomocí programu TX-Line jsme spočítali vlnovou délku na mikropásku  $\lambda_v = 14,96$  cm (15 cm) na frekvenci  $f = 0,78$  GHz. A šířku mikropásku  $s = 0,578$  mm pro impedanci  $50 \Omega$ . Navržené mikropáskové vedení na substrátu je vidět na obrázku 3.13 a zakótované rozměry jednoho segmentu vedení na obrázku 3.14. Rozměry jsou navrženy tak, aby fyzická

vzdálenost mezi SMA konektory byla desetina vlnové délky  $\lambda_V$ , tedy 15 mm a délka mikropásku mezi konektory byla devítinásobkem ( $\rho = 9$ ) fyzické vzdálenosti ( $2 \times 60 \text{ mm} + 15 \text{ mm} = 135 \text{ mm}$ ). Tato vzdálenost je  $\frac{9}{10} \lambda_V$  na frekvenci 0,78 GHz. Tento segment je devětkrát sériově zopakován, viz obrázek 3.13.

Byly provedeny simulace takto navrženého vedení v programu CST Microwave Studio. Takto získané výsledné hodnoty pole jsou na obrázku 3.15. Zpětná vlna je vidět (diskrétně) v horní části vedení, pro jednotlivé fáze se šíří zprava doleva, zatímco energie se šíří opačným směrem.

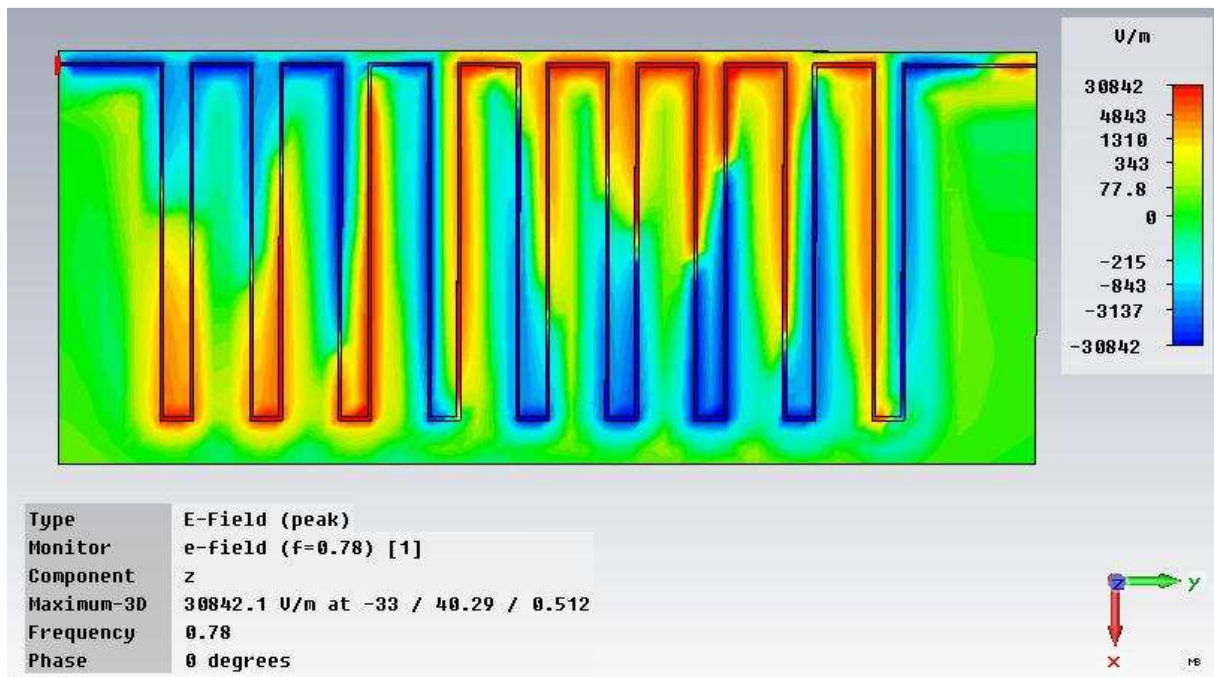
Vedení bylo vyrobeno a opatřeno konektory SMA s impedancí  $50 \Omega$ , které pracují ve frekvenčním pásmu do 18 GHz. V levé části bylo vedení zakončeno SMD rezistorem o hodnotě  $50 \Omega$ .



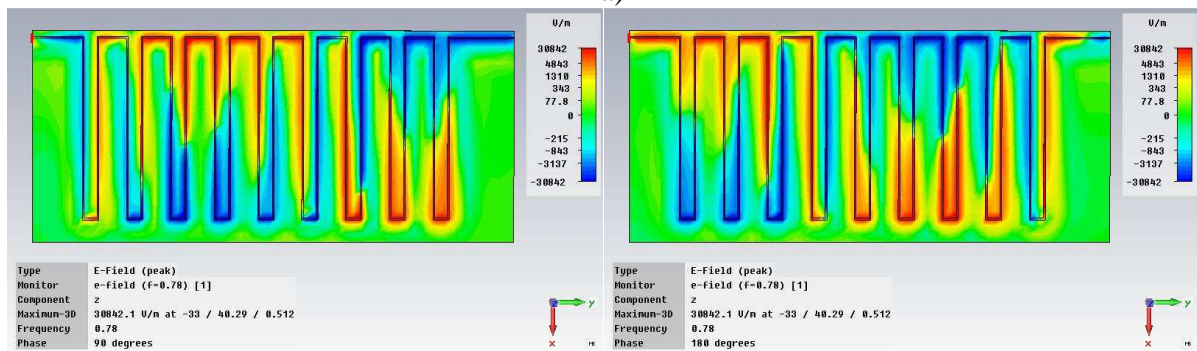
Obr. 3.14 Segment navrženého vedení se zakótovanými výrobními rozměry

Fyzickou realizaci je vidět na obrázku 3.16 v půdorysu a v pohledu. Tento zhotovený přípravek byl změřen na vektorovém analyzátoru Agilent E5071C, který byl nejprve náležitě kalibrován.

Nejdůležitější je pozorování přenosu fáze na obrázku 3.17, kdy porovnáme sledy fází na jednotlivých konektorech na frekvenci 780 MHz, kde je fázová rychlost záporná, se sledem fází na devítinové frekvenci 87 MHz na obrázku 3.18, kde je fázová rychlost kladná. Vidíme, že sled fází má přesně opačnou posloupnost.

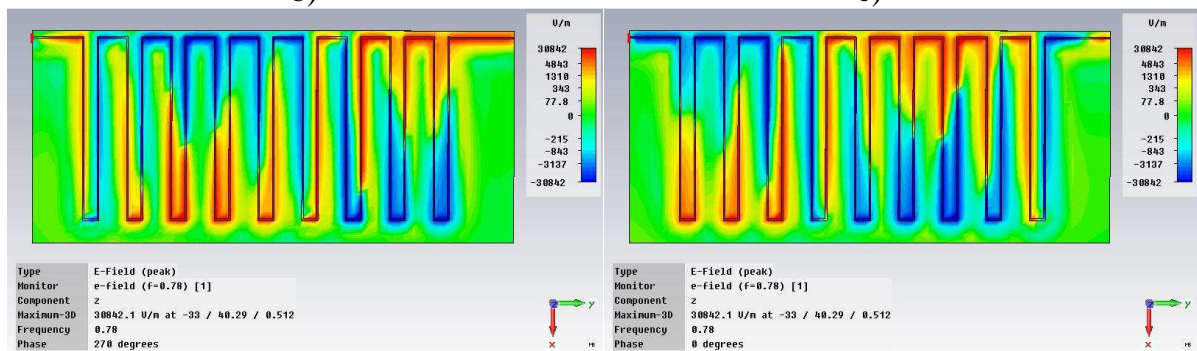


a)



b)

c)



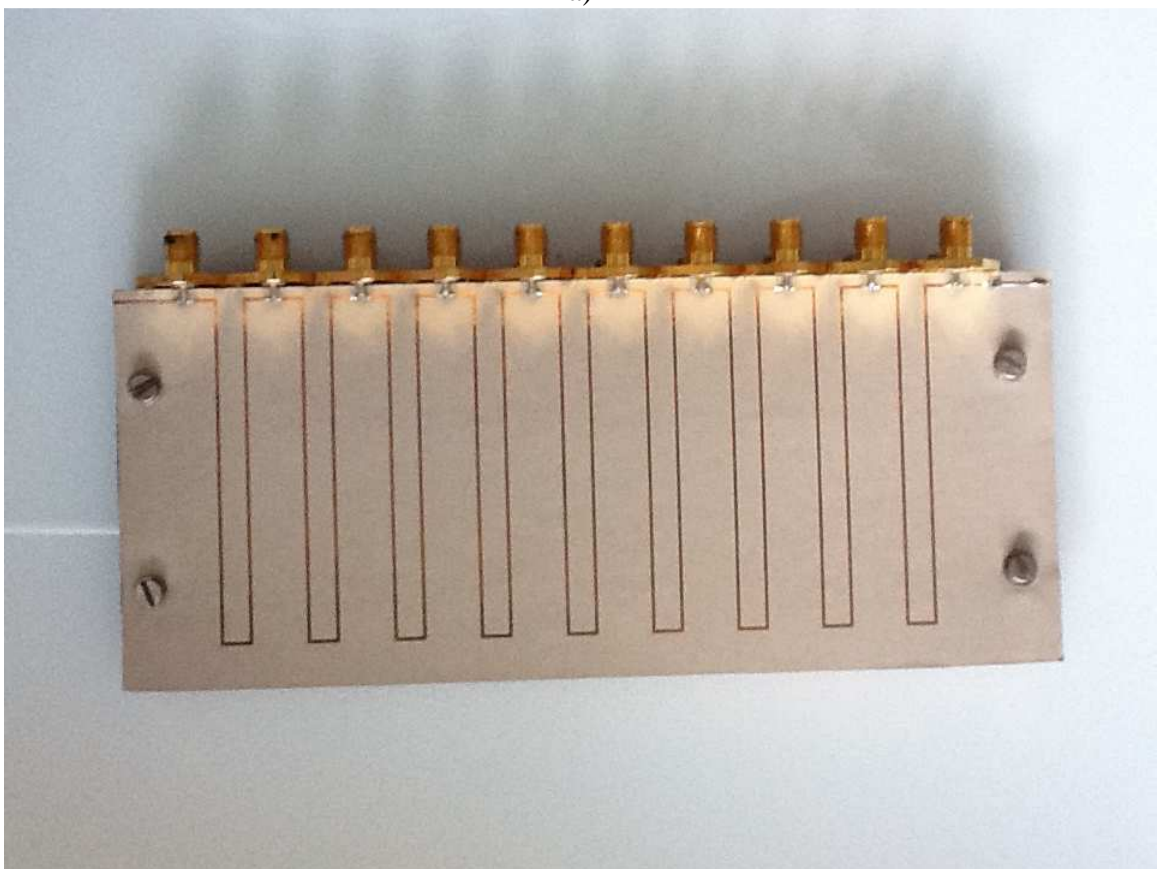
d)

e)

Obr. 3.15 Zobrazení složky intenzity elektrického pole kolmé na rovinu substrátu pro navrženou strukturu na Obr. 3.13. Jednotlivé fáze pole jsou na podobrázcích a) 0°, b) 90°, c) 180°, d) 270° a e) 360°.



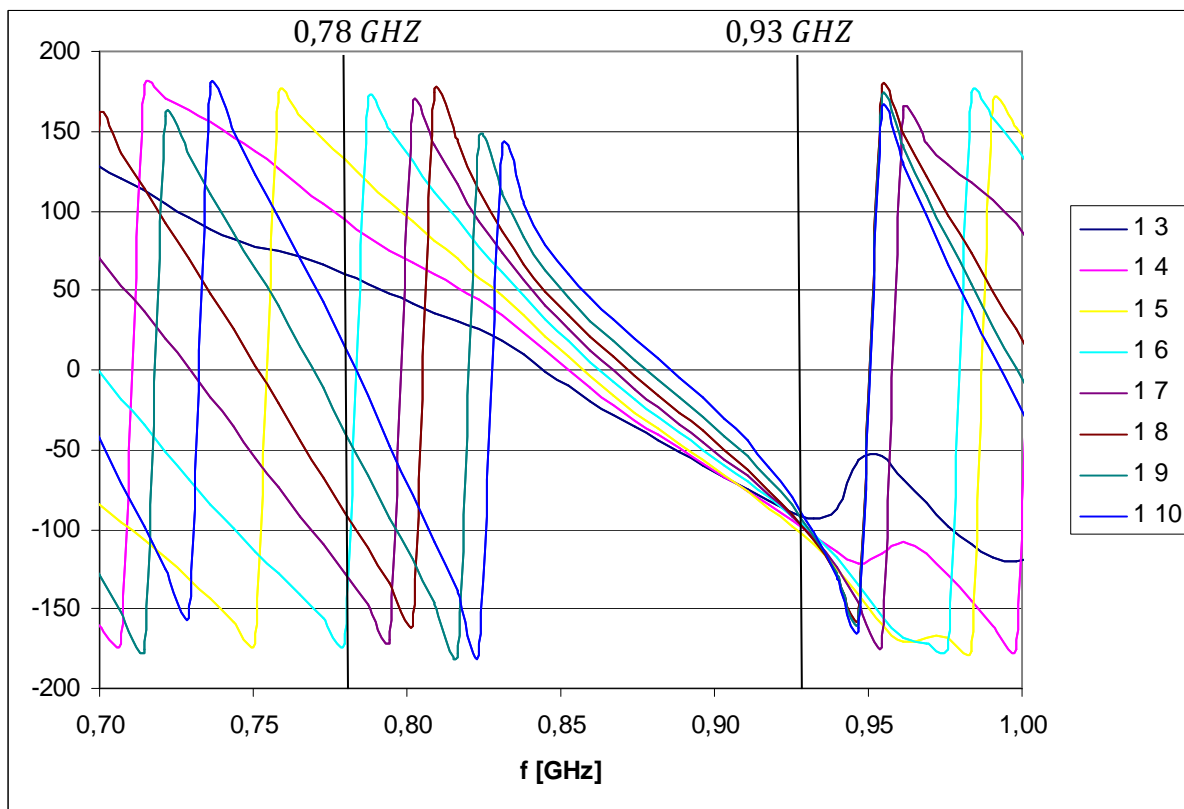
a)



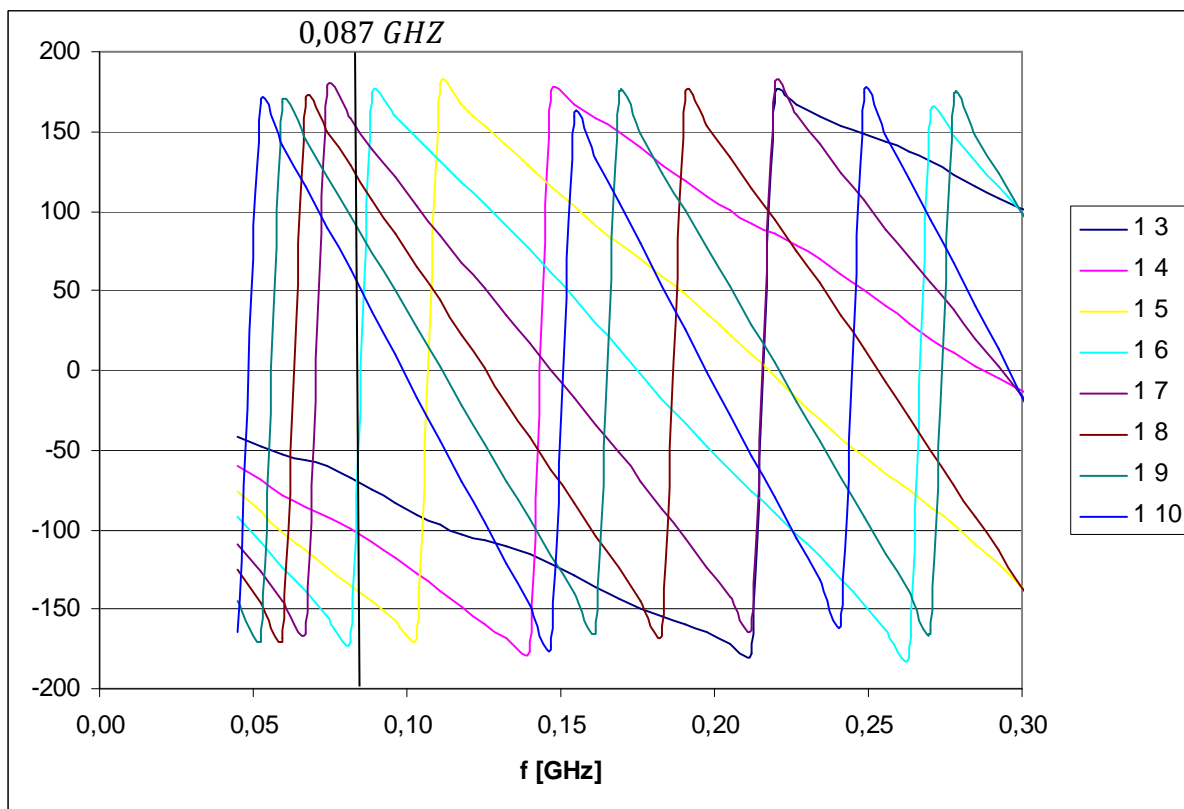
b)

Obr. 3.16 Snímek realizovaného vedení a) v pohledu b) v půdorysu.





Obr. 3.17 Změřená data průběhu fáze v pásmu 0,7 až 1 GHz. 1 3 (první a třetí konektor) udává čísla konektorů, mezi kterými je změřena přenosová charakteristika.

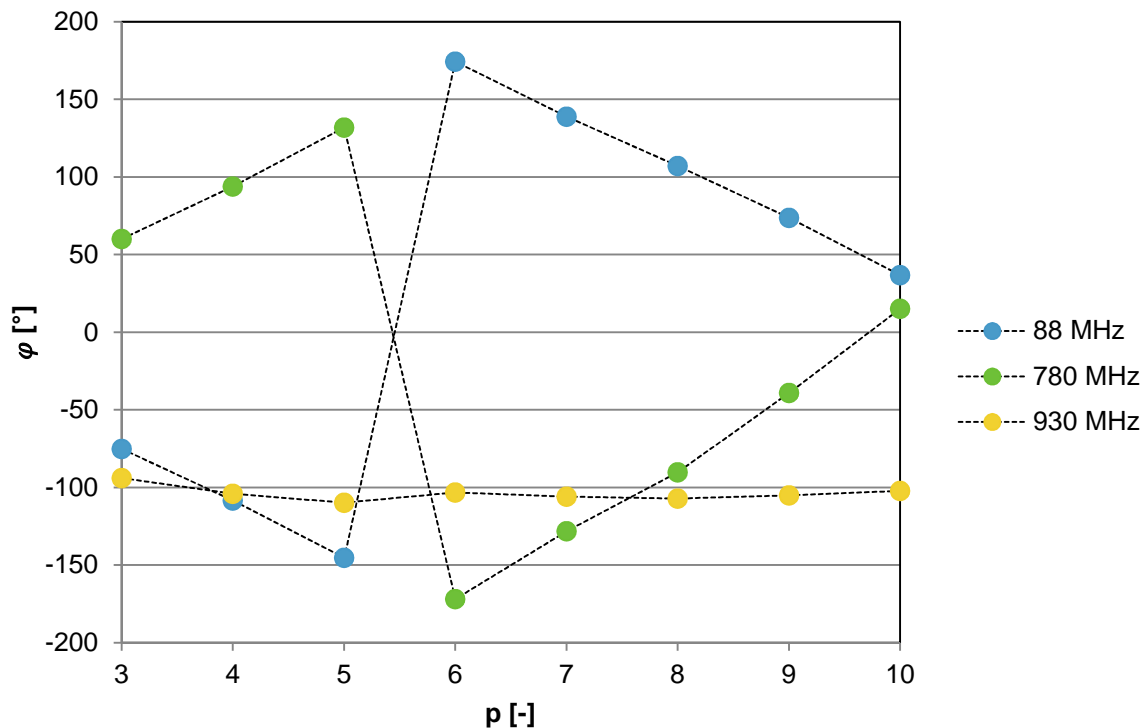


Obr. 3.18 Změřená data průběhu fáze v pásmu 0,045 až 0,3 GHz. 1 3 (první a třetí konektor) udává čísla konektorů, mezi kterými je změřena přenosová charakteristika.

Na obrázku 3.17 je detail pásma 0,7 až 1 GHz. Na frekvenci 0,78 GHz ( $\lambda_V = 15$  cm) vidíme souslednost fází od shora dolů žlutá, růžová, černá, tmavě modrá atd. To odpovídá záporné hodnotě indexu lomu  $n$ . Na frekvenci 0,87 GHz je  $\lambda_V = 13,5$  cm, což odpovídá růstu diskrétní vlnové délky  $\lambda_D$  nad všechny meze  $n = 0$ , kdy všechny měřené body mají stejnou fázi. Z naměřených dat, ale vidíme, že toto nastává až na o něco vyšší frekvenci 0,93 GHz, protože v této frekvenční oblasti segmenty oscilují synchronně a celá struktura začne vyzařovat, to ovlivní nejenom amplitudovou charakteristiku, ale i charakteristiku fázovou.

Opačnou (kladnou) hodnotu indexu lomu  $n$  vidíme na frekvenci 0,087 GHz ( $\lambda_V = 135$  cm), spojitost vlny je ale stejná jako na frekvenci 0,78 GHz. Detail pásma je na obrázku 3.18, kde vidíme opačný sled fází. Opět od shora dolů tmavě modrá, černá, růžová a žlutá atd. Nutno poznamenat, že mezi černou a tmavě modrou chybí jeden změřený bod číslo 2, vzhledem k bodu (konektoru) 1. Je to z toho důvodu, že konektory 1 a 2 jsou příliš blízko fyzicky u sebe a nelze je tedy současně měřit.

Na obrázku 3.19 jsou tyto průběhy fáze změřené na jednotlivých konektorech na třech vybraných frekvencích. Kladný index lomu je na frekvenci 88 MHz s klesajícím trendem, záporný index lomu je na frekvenci 780 MHz s rostoucím trendem a nulový index lomu s přibližně konstantní fází je na frekvenci 930 MHz.



Obr. 3.19 Změřené hodnoty fáze na jednotlivých konektorech pro zvolené frekvence.

### **3.3 Odvození vztahu mezi indexy lomu prostředí a relativním indexem lomu mezi dvěma prostředími**

Smyslem této části je odvodit vztah mezi celkovými indexy lomu  $n_T$  prostředí, (které jsou vždy kladné a větší než jedna) a výsledným relativním indexem lomu mezi prostředími  $n_{21}$ , který může nabývat i záporných hodnot.

Nejprve vyjdeme ze vztahu pro index lomu (2.21) odvozeného v kapitole 2.2

$$n(f) = -\frac{\Delta\varphi(f, d)}{\beta_0(f)d}. \quad (3.13)$$

Tento vztah přepíšeme na podíl dvojice změn fází. Změna fáze buňkou materiálu, u kterého chci stanovit index lomu  $n$ , v poměru k změně fáze buňkou, o stejném rozměru  $d$ , jež je tvořena vakuem, ke kterému je index lomu  $n$  vztažen. Použijeme vztah (2.6) ve tvaru

$$\Delta\varphi_0 = -\beta_0 d \quad (3.14)$$

a dostaneme vztah

$$n(f) = \frac{\Delta\varphi(f, d)}{\Delta\varphi_0(f, d)}. \quad (3.15)$$

Následně použijeme už odvozený vztah (2.5)

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi}{v_f} f d, \quad (3.16)$$

do kterého dosadíme za  $v_f$  vztah

$$v_f = \frac{c}{n_T}, \quad (3.17)$$

kde  $c$  je rychlost světla a  $n_T$  je celkový index lomu prostředí. Tento celkový index lomu jsme ve vztahu (3.8) rozdělili na dvě veličiny  $\rho$  retardaci a efektivní index lomu materiálu  $n_{ef}$

$$n_T = n_{ef} \rho. \quad (3.18)$$

Když dáme dohromady poslední tři vztahy (3.16), (3.17) a (3.18) dostaneme tuto funkci

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi f}{c} n_{ef} \rho d. \quad (3.19)$$

Tento vztah si zjednodušíme na vztah

$$\Delta\varphi(f) = -a f, \quad (3.20)$$

kde  $a$  je směrnice přímky

$$a = \frac{2\pi}{c} n_{ef} \rho d. \quad (3.21)$$

Relativní index lomu  $n_{21}$  je

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (3.22)$$

analogicky s (3.15) už ne absolutní index lomu vztažený k vakuu,

$$n_{21} = \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_1} \quad (3.23)$$

za použití (3.20)

$$n_{21} = \frac{-a_2 f + 2\pi k_C}{-a_1 f}, \quad (3.24)$$

kde uvažujeme směrnice přímek  $a_1 \ll a_2$ , resp.  $n_{ef1}\rho_1 \ll n_{ef2}\rho_2$  a  $k_C$  je celé číslo zvolené tak, aby  $\Delta\varphi_2 \in (-\pi; \pi)$ .

Dále definujeme zóny  $Z$  pomocí  $\varphi \in (0; \infty)$  ze vztahu (3.19). První zóna  $Z = 1$  bude pro  $\Delta\varphi \in (0; -\pi)$ . Druhá zóna  $Z = 2$  bude pro  $\Delta\varphi \in (-\pi; -2\pi)$ . Viz obrázek 4.26, kde  $\varphi \in (-\pi; \pi)$ . Další zóny budou analogicky po řadě lineárně odstupňované. Kde  $k_C = 0$  v první zóně,  $k_C = 1$  v druhé a třetí zóně a  $k_C = r$  v  $2r$ -té zóně a v  $(2r + 1)$ -ní zóně.

Hraniční frekvence mezi zónami  $f_z$  pro daný materiál jsou frekvence mezi frekvenčním pásmem s kladným indexem lomu a frekvenčním pásmem se záporným indexem lomu. Pro odvození první hraniční frekvence mezi první a druhou zónou vyjdeme z podmínky

$$\Delta\varphi(f_z) = \pi, \quad (3.25)$$

kde  $\Delta\varphi \in (-\pi; \pi)$ , jak je možné vidět z obrázku 2.10. Dále upravíme předchozí vztah na

$$\beta d = \pi. \quad (3.26)$$

A dále pomocí vztahu

$$v_f = \frac{\omega}{\beta}, \quad (3.27)$$

kde dosadíme  $\omega = 2\pi f_z$  a s přihlédnutím ke vztahu (3.25) získáme vztah

$$\frac{2\pi f_z}{v_f} d = \pi, \quad (3.28)$$

ten upravíme na vztah

$$f_z = \frac{v_f}{2d}, \quad (3.29)$$

který přepíšeme pomocí (3.17) na

$$f_z = \frac{c}{2dn_T} \quad (3.30)$$

a následně na

$$f_z = \frac{c}{2dn_{ef}\rho}. \quad (3.31)$$

Nad touto frekvencí  $f_z$  bude v pásmu  $f \in (f_z; 2f_z)$  mít materiál záporný index lomu, jak bude vysvětleno v dalších částech, použitelné jsou spíše frekvence  $f \rightarrow 2f_z$ . Stručně zde vysvětleno je to z toho důvodu, že na těchto frekvencích je hodnota spojitosti elektromagnetické vlny  $C$  vyšší. Vraťme se ke vztahu (3.24) a upravme ho na vztah

$$a_2 = n_{21}a_1 + \frac{2\pi k_C}{f}. \quad (3.32)$$

Za pomoci (3.21) dostaneme

$$\frac{n_{ef2}\rho_2 d}{c} = n_{21} \frac{n_{ef1}\rho_1 d}{c} + \frac{k_C}{f}, \quad (3.33)$$

to upravíme na

$$n_{ef2}\rho_2 = n_{21}n_{ef1}\rho_1 + \frac{k_C c}{f d}, \quad (3.34)$$

a následně přepíšeme na celkový index lomu  $n_T = n_{ef}\rho$

$$n_{T2} = n_{21}n_{T1} + \frac{k_C c}{f d}. \quad (3.35)$$

Dále použijeme vztah

$$\frac{c}{f} = \lambda_0 = \lambda_{D0}. \quad (3.36)$$

Vlnová délka  $\lambda_0$  v referenčním prostředí se rovná diskrétní vlnové délce  $\lambda_{D0}$ . Pro hodnoty, které jsou opět brány jako referenční  $\rho = 1$  a  $n_{ef} = 1$ , resp.  $n_T = 1$

$$\frac{\lambda_{D0}}{d} = C, \quad (3.37)$$

kde  $C$  je spojitost referenčního prostředí. Stejně tak hodnoty  $n_{T1}$  a  $n_{T2}$  jsou vztaženy k tomuto referenčnímu prostředí. Výsledný vztah, má tedy následující podobu

$$n_{T2} = n_{21}n_{T1} + k_C C, \quad (3.38)$$

kde

$$C = \frac{2\pi}{|\Delta\varphi_0|}, \quad (3.39)$$

kde  $\Delta\varphi_0$  je přenos fáze základním elementem referenčního prostředí a  $\Delta\varphi_0$  je upravené tak, aby bylo z intervalu  $\Delta\varphi_0 \in (-\pi; \pi)$ .

Omezíme se na první zónu se záporným indexem lomu od nejnižších frekvencí, což je zóna druhá s  $k_C = 1$

$$n_{T2} = n_{21}n_{T1} + C, \quad (3.40)$$

kde  $n_{T1}$  a  $n_{T2}$  jsou vztaženy k referenčnímu prostředí a stejně tak je vztažena spojitost vlny  $C$  k tomuto referenčnímu prostředí. Zde  $n_{21}$  nabývá jak záporné, tak kladné hodnoty podle vztahu

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (3.41)$$

kde  $n_1$  a  $n_2$  jsou výsledné indexy lomu navržených prostředí a nabývají jak kladných, tak i záporných hodnot.

Vztah (3.38) můžeme ještě upravit na vztah

$$n_{21} = \frac{n_{T2} - k_C C}{n_{T1}} \quad (3.42)$$

pro vyjádření relativního indexu lomu  $n_{21}$  mezi prostředími.

A pro speciální případ  $\rho_1 = \rho_2 = 1$  (prostředí v kapitole 5) lze vztah psát jako

$$n_{ef2} = n_{21}n_{ef1} + C, \quad (3.43)$$

kde  $n_{ef2}$ ,  $n_{ef1} > 1$  jsou klasické hodnoty indexu lomu materiálu s hodnotou větší než jedna vztažené k referenčnímu prostředí, nejčastěji k vakuu. Ke stejnému referenčnímu prostředí je vztažena i hodnota spojitosti elektromagnetického pole  $C$ , ve kterém se toto pole nachází.

Stejně tak pro případ  $n_{ef1} = n_{ef2} = 1$  (prostředí v části 4.5), můžeme vztah (3.40) přepsat jako

$$\rho_2 = n_{21}\rho_1 + C, \quad (3.44)$$

kde  $\rho_1$  a  $\rho_2$  je vztaženo k přímému vodiči (po nejkratší cestě mezi body A a B) podle vztahu (3.7), pro stejný přímý vodič je stanovena i hodnota  $C$  tedy vztahem (3.38), kde  $\Delta\varphi_0$  je pro přímý vodič.

Nakonec si definujeme obecně hodnoty spojitosti v jednotlivých prostředích 1 a 2 jako hodnoty  $C_1$  a  $C_2$ , které dostaneme jako

$$C_1 = \frac{2\pi}{|\Delta\varphi_1|}, \quad (3.45)$$

kde  $\Delta\varphi_1$  je přenos fáze základním elementem z prostředí 1. Pro  $C_2$  platí analogický vztah. Získali jsme tedy obecný vztah (3.38) mezi celkovými indexy lomu  $n_T$  jednotlivých prostředí, (které jsou vždy kladné a větší než jedna) a výsledným relativním indexem lomu mezi prostředími  $n_{21}$ , který může nabývat i záporných hodnot.

## Kapitola 4

# Lom na rozhraní dvou prostředí (2D) a fyzikální mechanismus jeho vzniku

### 4.1 Úvod

V předchozích částech této práce byla popsána zpětná vlna v 1D případě. 1D případ představuje šíření signálu (energie) z bodu A po nějaké dráze (jednodimenzionální) do bodu B. Je-li toto šíření signálu z bodu A do bodu B uskutečňováno zpětnou vlnou, nebo dopřednou, je z hlediska příjmu, či vysílání vlny nepodstatné. Jak bylo ukázáno v předešlém textu, rozdíl mezi zpětnou a dopřednou vlnou se dá převést na rozdíl mezi vedením dvou trajektorií mezi body A a B.

Nezáleží-li v jednodimenzionálním prostředí z hlediska šíření energie, zda použijeme při přenosu zpětnou či dopřednou vlnu, není tomu tak v prostředích se dvěma a více dimenzemi, kde už je možné uvažovat jevy jako například lom vlny. O tom jaké důsledky pro lom paprsku má na rozhraní dvou prostředí, kde se vlna šíří buďto jako zpětná, nebo dopředná pojednává tato kapitola.

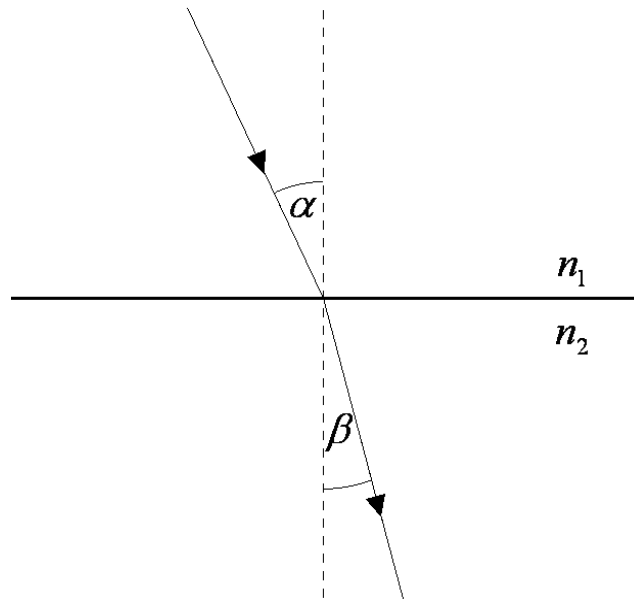
### 4.2 Odvození Snellova zákona jako superpozice elementárních zářičů

Na rozhraní dvou prostředí s kladným a záporným indexem lomu má docházet k negativnímu lomu. Otázka zní, proč by vlna najednou měla při změně jednoho prostředí s kladným indexem lomu za prostředí se záporným indexem lomu změnit výrazně směr šíření. A odpověď nebudeme hledat jen ve Snellově zákoně

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta, \quad (4.1)$$

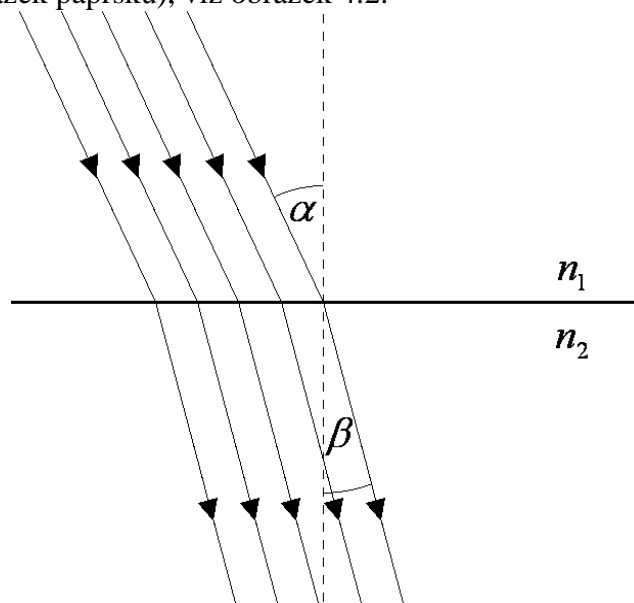
kde kladné hodnotě  $n_1$  a  $\alpha$ , a záporné hodnotě  $n_2$  odpovídá záporná hodnota  $\beta$ . Ocitáme se totiž v začarovaném kruhu. Vlna se bude šířit pod záporným úhlem  $\beta$ , jen když vytvořím prostředí se záporným indexem lomu  $n_2$  a obráceně. Ale jak takové prostředí, které bude navenek vykazovat záporný index lomu, vytvořit? Jakou bude mít vnitřní strukturu?

Začneme zkoumáním lomu na rozhraní dvou prostředí s kladným indexem lomu. Parsek vlny dopadá na rozhraní dvou prostředí pod úhlem  $\alpha$  a následně se láme pod úhlem  $\beta$ , viz obrázek 4.1.



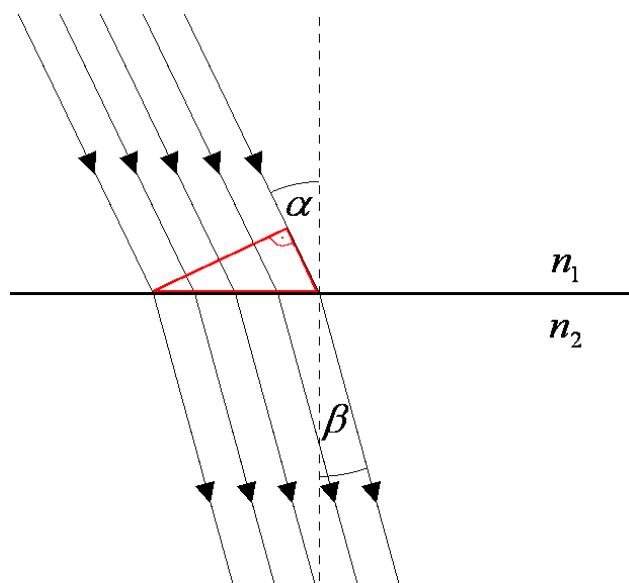
Obr. 4.1 Lom paprsku na rozhraní dvou prostředí.

První otázka zní, kde je v dopadajícím paprsku uložena informace o velikosti úhlu dopadu  $\alpha$ ? K odpovědi na tuto otázku je nutné neuvažovat paprsek pouze jako přímku, ale přiřadit mu nějakou tloušťku (svazek paprsků), viz obrázek 4.2.



Obr. 4.2 Lom svazku paprsků na rozhraní dvou prostředí.

Tento svazek paprsků je tvořen paprsky, které mají při nekolmém dopadu na rozhraní jinou délku a dopadají tedy na rozhraní s jinou fází. Informace o velikosti úhlu dopadu je uložena v trojúhelníku, který je na obrázku 4.3 vyznačen červeně. Tato informace je uložena jak v jeho geometrických rozměrech, tak materiálových vlastnostech prostředí  $n_1$ , které ho vyplňuje.

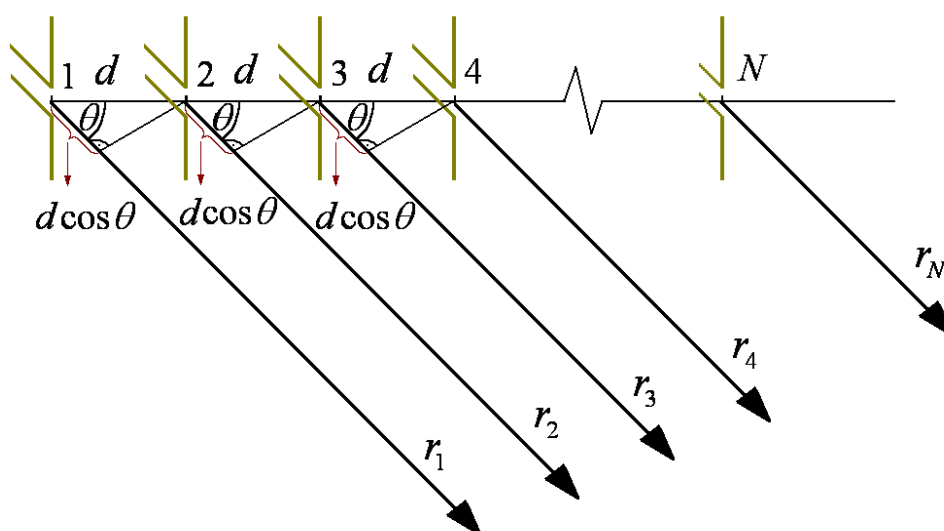


Obr. 4.3 Lom svazku paprsků na rozhraní dvou prostředí. Červeně je označen charakteristický trojúhelník, dopadajícího paprsku  $\alpha$ , kde přepona tohoto trojúhelníku představuje řadu elementů, jejichž fáze charakterizuje zároveň úhel dopadu, tak i index lomu prostředí  $n_1$ .

**Fáze elektromagnetického pole elementů materiálového prostředí na rozhraní plně charakterizuje dopadající vlnu jak z hlediska úhlu dopadu  $\alpha$ , tak zároveň i z hlediska materiálových parametrů prostředí (indexu lomu  $n_1$ ), ze kterého vlna na rozhraní dopadla.**

Využijme tohoto tvrzení a podívejme se, jak se bude chovat takováto řada elementů z rozhraní, které budou mít vůči sobě ekvidistantní polohu a budou mít fázi elektromagnetického pole lineárně odstupňovanou se stejným krokem. K tomu použijeme známou teorii anténních řad [32].

Vyzařovací diagram anténní řady  $AF$  (array factor) dostaneme jako sumu fázorů jednotkové velikosti s fázemi s ekvidistantními rozdíly  $\psi$ .



Obr. 4.4 Geometrie pro výpočet vzdáleného pole  $N$ -prvkové řady všesměrových zářičů. Obrázek inspirován literaturou [32].



V literatuře [32] jsou uvedeny následující výrazy pro výpočet vyzařovací charakteristiky anténní řady  $AF$ ,

$$AF = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\psi}, \quad (4.2)$$

kde za  $\psi$  patří dosadit výraz [32]

$$\psi = kd \cos\theta + \delta, \quad (4.3)$$

$\delta$  v tomto vztahu je rozdíl fáze zářičů,  $\theta$  směrový úhel měřený od roviny zářičů,  $d$  je prostorová perioda (vzdálenost) zářičů a  $k$  konstanta šíření v prostředí, kam je vlna vyzařena z elementárních zářičů.

Směrový úhel (azimut)  $\theta$  (měřený od roviny rozhraní) vyjádříme pomocí úhlu  $\vartheta$ , měřeným od kolmice k rozhraní pomocí následujícího výrazu (4.4) resp. (4.5),

$$\cos\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right) = \cos\left(\vartheta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\vartheta \quad (4.4)$$

tedy

$$\cos\theta = \sin\vartheta, \quad (4.5)$$

a dostaneme z výrazu (4.3) tento výraz

$$\psi = kd \sin\vartheta + \delta. \quad (4.6)$$

Použitím výrazů (4.2) a (4.6) dostaneme následující výraz,

$$AF(\vartheta) = \sum_{n=1}^N \exp[j(n-1)(kd \sin\vartheta + \delta)]. \quad (4.7)$$

Tento výraz nám popisuje směrovou anténní charakteristiku řady  $AF$  jako funkci směrového úhlu  $\vartheta$ . Za směr vyzařované vlny budeme považovat úhel  $\beta$ , pro který  $AF(\vartheta)$  nabude maximální hodnoty  $\beta = \arg \max_{\vartheta} AF(\vartheta)$ . To nastane v případě, kdy  $\psi = 0$ , viz vztah (4.2).

Dále je dobré si uvědomit, ve kterém prostředí se anténní řada nachází, ve kterém prostředí počítáme charakteristiku anténní řady. Dejme tomu, že počítáme charakteristiku anténní řady vyzařující do druhého prostředí. To vyjádříme dosazením  $\beta_2$ , fázové konstanty ve druhém prostředí, do vztahu (4.6) za obecnou konstantu šíření  $k$ , tím získáme vztah

$$\beta_2 d \sin\beta + \delta = 0. \quad (4.8)$$

Dále si vyjádříme fázový rozdíl dvou sousedních elementů na povrchu rozhraní  $\delta$  za pomoci vztahu (2.3)  $\Delta\varphi = -\beta d$ , který vyjadřuje vztah mezi změnou fáze  $\Delta\varphi$  při průchodu elektromagnetické vlny základním elementem a fázovou konstantou  $\beta$ , kterou nahradíme průmětem fázové konstanty do směru rovnoběžného s povrchem  $\beta_{y1}$  a dostaneme

$$\delta = -\beta_{y1} d. \quad (4.9)$$

Průmětem fázové konstanty do směru rovnoběžného s povrchem  $\beta_{y1}$  vyjádříme jako  $\beta_{y1} = \beta_1 \sin\alpha$  a dostaneme vztah mezi úhlem dopadu  $\alpha$  a rozdílem fází dvou sousedních elementů  $\delta$

$$\delta = -\beta_1 d \sin\alpha, \quad (4.10)$$

kde  $\beta_1$  je fázová konstanta v prostředí, ze kterého paprsek dopadá na rozhraní a  $d$  je vzdálenost dvou elementů prostředí. Dosazením předchozího výrazu (4.10) do výrazu (4.8) dostaneme následující rovnici

$$\beta_2 d \sin\beta - \beta_1 d \sin\alpha = 0. \quad (4.11)$$

Tu upravíme a podělíme velikostí základního elementu  $d$  a dostaneme

$$\beta_1 \sin\alpha = \beta_2 \sin\beta. \quad (4.12)$$

Dále použijeme vztah mezi fázovými konstantami ve vakuu  $\beta_0$  a daném prostředí  $\beta_1$  a jeho indexem lomu  $n_1$

$$\beta_1 = n_1 \beta_0 \quad (4.13)$$

a dosadíme ho do vztahu (4.12)

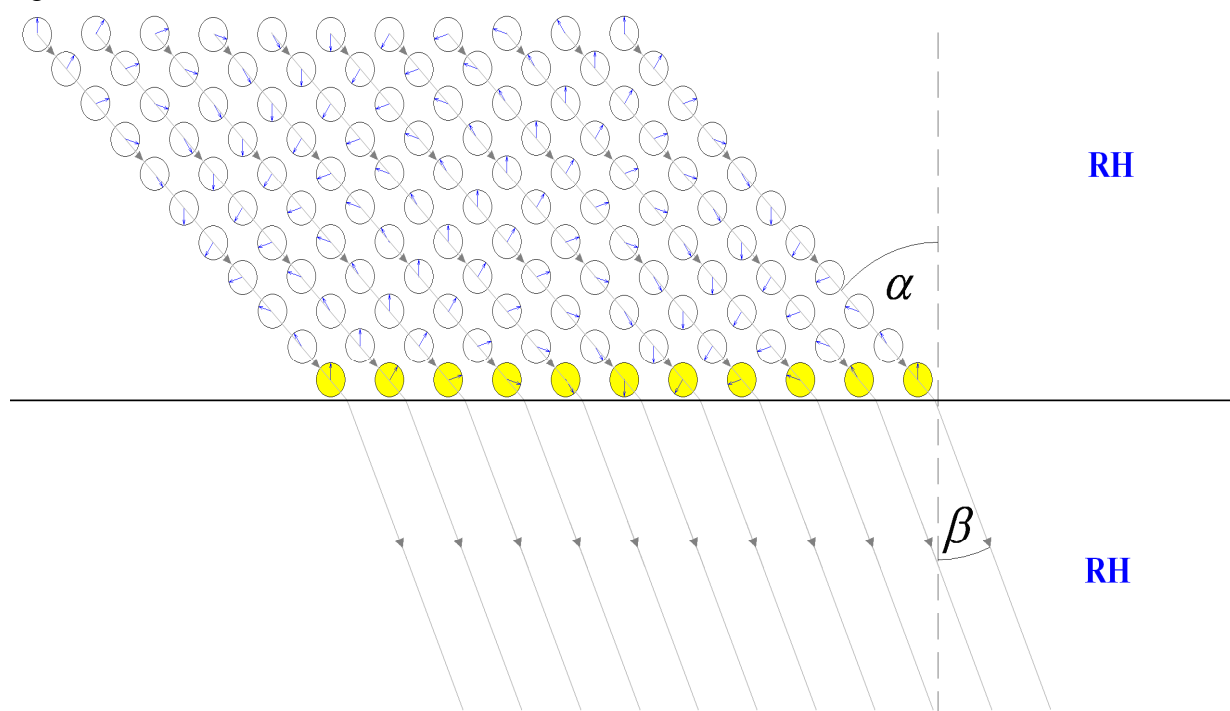
$$n_1 \beta_0 \sin \alpha = n_2 \beta_0 \sin \beta. \quad (4.14)$$

Nakonec podělíme obě strany rovnice fázovou konstantou  $\beta_0$  a dostaneme vztah pro Snellův zákon lomu

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta. \quad (4.15)$$

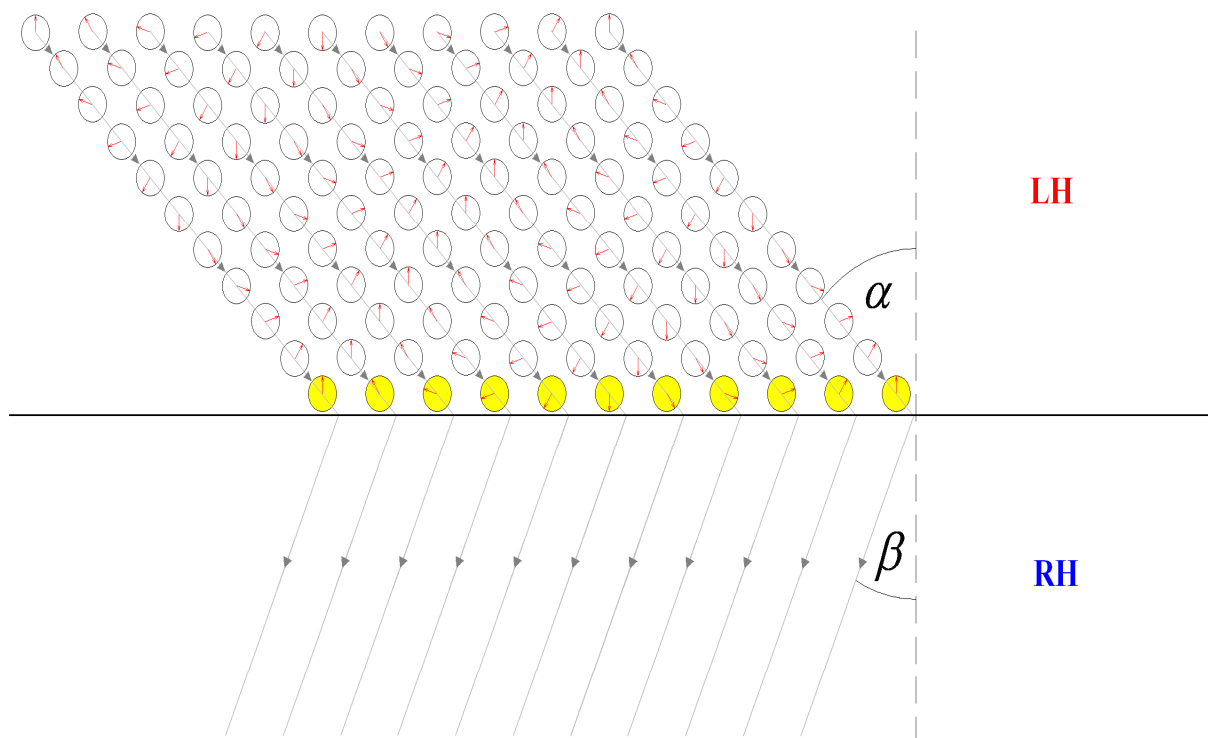
Jinak řečeno maximum vyzařovací směrové charakteristiky anténní řady  $AF$  v prostředí s indexem lomu  $n_2$  se nachází ve směru úhlu  $\beta$ , jsou-li jednotlivé elementy anténní řady napájeny s fázovým rozdílem odpovídajícím dopadající vlně v prostředí  $n_1$  pod úhlem dopadu  $\alpha$ .

Na obrázku 4.5 vidíme lom pro klasické kladné hodnoty indexu lomu dvou prostředí, tato prostředí s kladným indexem lomu se v literatuře [33] často označují anglickým výrazem right-handed (RH).



Obr. 4.5 Fázorové diagramy vlny dopadající na rozhraní dvou prostředí pod úhlem  $\alpha$ , obě prostředí jsou s kladným indexem lomu. Žlutě jsou vyznačeny elementy na rozhraní těchto prostředí, o kterých uvažujeme jako o anténní řadě.

Dále na obrázku 4.6 vidíme pro vlnu dopadající z prostředí s negativním indexem lomu, v anglické literatuře označované jako left-handed (LH), na prostředí s kladným indexem lomu, že jednotlivé vlnoplochy mají opačnou posloupnost fáze a stejně tak je opačná posloupnost fází elementů na rozhraní dvou prostředí. K této posloupnosti fází elementů na obrázku 4.6 dostaneme symetricky směrový úhel lomené vlny  $\beta$  s opačným znaménkem a stejnou absolutní hodnotou než v prvním případě pro vlnu dopadající z prostředí s kladným indexem lomu na rozhraní. Ve složitějším případě dostaneme stejně symetricky nikoliv jen paprsek se směrovým úhlem lomené vlny  $\beta$ , ale symetricky celou směrovou charakteristiku anténní řady  $AF$ .



Obr. 4.6 Fázorové diagramy vlny dopadající z prostředí se záporným indexem lomu pod úhlem  $\alpha$  na rozhraní s prostředím s kladným indexem lomu. Žlutě jsou vyznačeny elementy na rozhraní těchto dvou prostředí, o kterých uvažujeme jako o anténní řadě.

Ukažme ještě analogické tvrzení, kdy tvrdíme, že svazek paprsků je plně charakterizován elementy a fází elektromagnetického pole na elementech v libovolném průřezu svazku paprsků (žlutě na obrázku 4.6). To znamená, že směr dalšího šíření elektromagnetického pole nezávisí na úhlu průřezu svazkem  $\gamma$ , viz obrázek 4.7.

Opět použijeme vztah (4.7)

$$AF(\vartheta) = \sum_{n=1}^N \exp[j(n-1)(kd \sin \vartheta + \delta)]. \quad (4.16)$$

Maximum této funkce nastane pro  $\psi = 0$ , kde

$$\psi = kd \sin \vartheta + \delta. \quad (4.17)$$

A to nastane speciálně pro  $\vartheta = 0$  a  $\delta = 0$ , viz obrázek 4.7.

Přepíšme tedy vztah (4.17) do parametrů s indexem 2, které jsou pro řadu zářičů otočenou o úhel  $\gamma > 0$ , viz obrázek 4.7, těmito vztahy (4.18), (4.19), (4.20)

$$d_2 = \frac{d}{\cos \gamma}, \quad (4.18)$$

$$\vartheta_2 = \vartheta - \gamma, \quad (4.19)$$

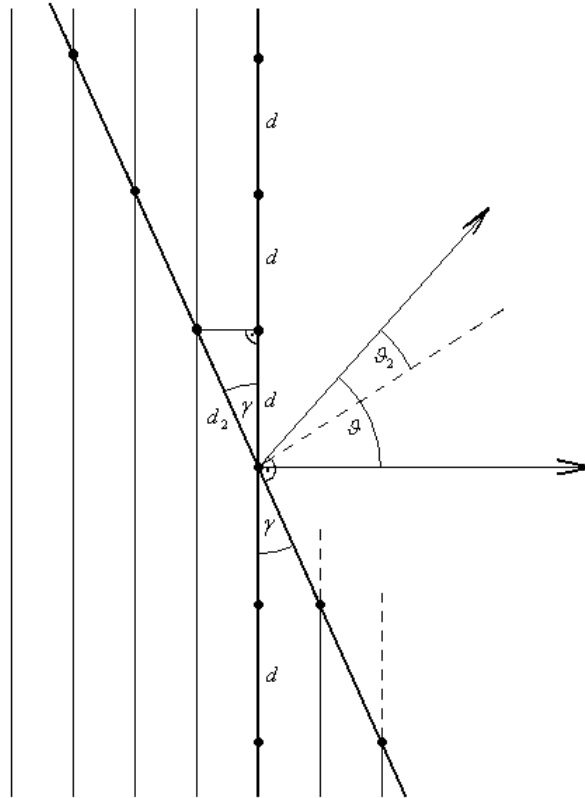
$$\delta_2 = kd_2 \sin \gamma. \quad (4.20)$$

Tyto předchozí vztahy dosadíme do následujícího vztahu

$$\psi = kd_2 \sin \vartheta_2 + \delta_2. \quad (4.21)$$

Po dosazení vztahů (4.18), (4.19), (4.20) do vztahu (4.21) dostaneme následující výraz

$$k \frac{d}{\cos \gamma} \sin(\vartheta - \gamma) + k \frac{d}{\cos \gamma} \sin \gamma = 0. \quad (4.22)$$



Obr. 4.7 Vyzařování dvou anténních řad pootočených vůči sobě o úhel  $\gamma$ .

Použijeme známý vzorec

$$\sin(\vartheta - \gamma) = \sin \vartheta \cos \gamma - \cos \vartheta \sin \gamma \quad (4.23)$$

a dostaneme vztah

$$k \frac{d}{\cos \gamma} \sin \vartheta \cos \gamma - k \frac{d}{\cos \gamma} \cos \vartheta \sin \gamma + k \frac{d}{\cos \gamma} \sin \gamma = 0. \quad (4.24)$$

Dosadíme do prvního členu předchozího vztahu  $\vartheta = 0$  a dostaneme výraz

$$-k \frac{d}{\cos \gamma} \cos \vartheta \sin \gamma + k \frac{d}{\cos \gamma} \sin \gamma = 0, \quad (4.25)$$

který následně upravíme na výraz

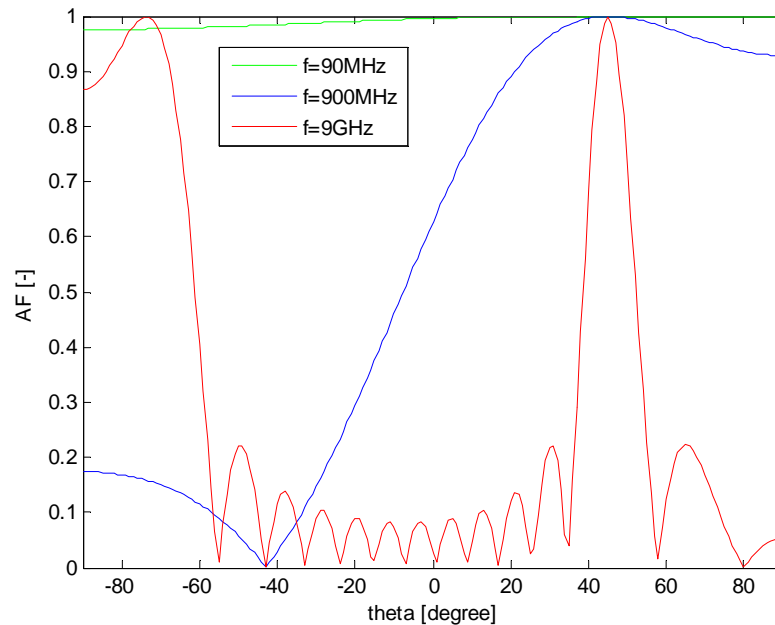
$$-k \frac{d}{\cos \gamma} \sin \gamma (\cos \vartheta - 1) = 0. \quad (4.26)$$

Z tohoto výrazu opět vidíme, že ve směru  $\vartheta = 0$  je splněna předchozí rovnice a bude v tomto směru opět maximum vyzařovací charakteristiky  $AF$  nezávisle na hodnotě  $\gamma < \frac{\pi}{2}$ . Čímž jsme ukázali, že můžeme použít libovolný průřez paprsku ke stanovení směru vyzařování (maximum vyzařovací charakteristiky). Průběhy funkcí  $AF(\vartheta)$  budou obecně rozdílné, ale pro řadu elementů s rostoucí směrovností se tyto funkce k sobě budou limitně blížit.

### 4.3 Směrová charakteristika anténní řady

V této části ukážeme vztah mezi vyzařovací charakteristikou a jednotlivými parametry řady zářičů (anténní řady) – počtem zářičů  $N$ , vzdáleností mezi jednotlivými zářiči  $d$  a frekvencí záření  $f$  (vlnovou délkou záření). Ve všech grafech v této části máme na mysli normalizované směrové charakteristiky  $AF_n$ .

Na obrázku 4.8 jsou směrové charakteristiky řady dvanácti zářičů vzdálených 2 cm, které mají fázi, jako by byly vybudeny vlnou dopadající pod úhlem  $45^\circ$  pro různé frekvence. Pro nízké frekvence jsou zářiče příliš soufázové a směrová charakteristika není příliš směrová. Přesněji řečeno, září všemi směry. S rostoucí frekvencí dochází k větší směrovosti směrové charakteristiky. Ale pro frekvence zvýšené nad určitou míru začnou vznikat postranní laloky, ty ale v této práci nebudeme zkoumat a budeme se zabývat pouze případy, kdy k jednomu dopadajícímu paprsku vznikne jeden lomený parsek.



Obr. 4.8 Směrová charakteristika anténní řady  $AF_n$  pro  $N = 12$ ,  $d = 2$  cm, kde frekvence nabývá hodnot 900 MHz (modrá charakteristika), 90 MHz (zelená charakteristika) a 9 GHz (červená charakteristika).

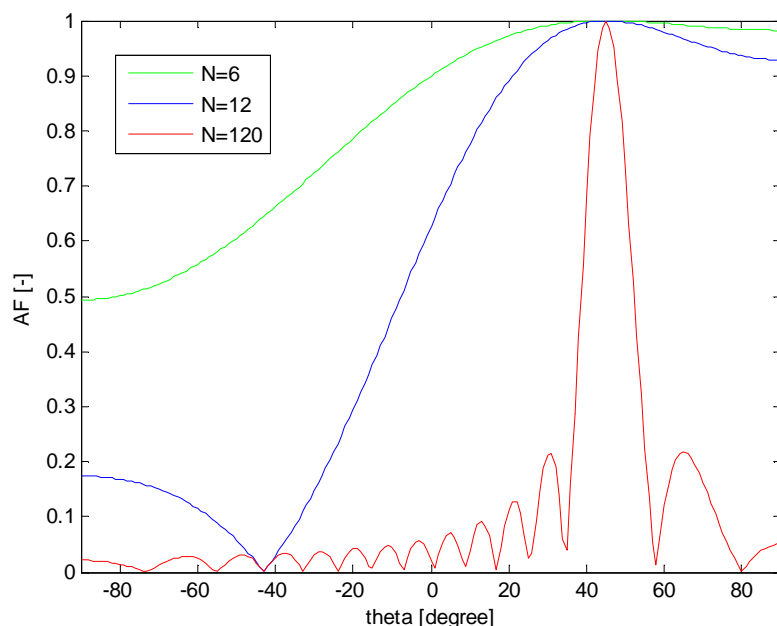
Na obrázku 4.9 jsou směrové charakteristiky na frekvenci 900 MHz pro různý počet zářičů ve vzdálenosti 2 cm. Z grafu jasně vidíme, že čím je větší počet zářičů, tím je paprsek více směrový. Nevýhodou ovšem je, že nám s počtem zářičů roste celková délka řady.

Na obrázku 4.10 je vidět, jak se mění směrová charakteristika řady se změnou vzdálenosti dvanácti elementárních zářičů vybuděných fázově tak, jako by na ně dopadala vlna pod úhlem  $45^\circ$  na frekvenci 900 MHz. Z grafu vidíme, že s klesající vzdáleností elementárních zářičů klesá její směrovost. Pro příliš velké vzdálenosti zářičů však vznikají postranní laloky.

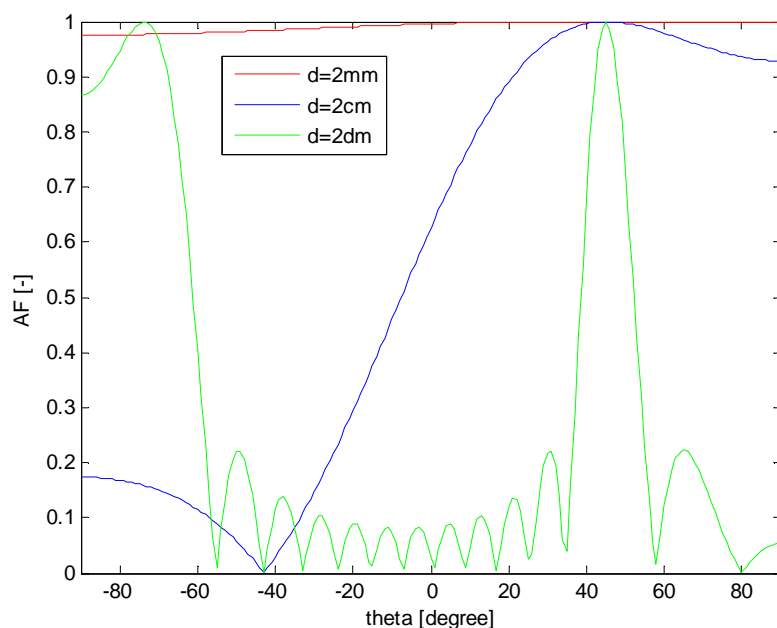
Z literatury [34, 35] je známý vztah (4.27), který popisuje získání celkové (výsledné) směrové charakteristiky řady jako součin směrové charakteristiky anténní řady  $AF$  a směrové charakteristiky jednoho elementu

$$E_{total} = E_{single\_element}(\vartheta)AF(\vartheta). \quad (4.27)$$

Za směrovou charakteristiku jednoho elementu dosadíme směrovou charakteristiku jednoho elementu z Huygensova principu. Buď dosadíme půlkružnice  $E_{single\_element}(\vartheta) = 1$  pro  $\vartheta \in (-90^\circ, 90^\circ)$  a  $E_{single\_element}(\vartheta) = 0$  pro  $\vartheta \in (-180^\circ, -90^\circ)$  a  $\vartheta \in (90^\circ, 180^\circ)$  nebo lépe inklinanční faktor  $K(\vartheta) = \frac{1}{2}(1 + \cos\vartheta)$  zavedený Fresnelem ke zpřesnění Huygensova principu. Vynásobením směrové charakteristiky anténní řady směrovou charakteristikou jednoho elementu „ořízneme“ tuto charakteristiku o vyzařování do prostředí, ze kterého paprsek na rozhraní dopadl. A tedy získáme výsledné charakteristiky jako na obrázcích 4.8 až 4.10. A nezískáme charakteristiky jako na obrázcích 4.11 a 4.12, kde jsou směrové charakteristiky symetrické podle rozhraní mezi prostředími a které mají dva hlavní laloky.



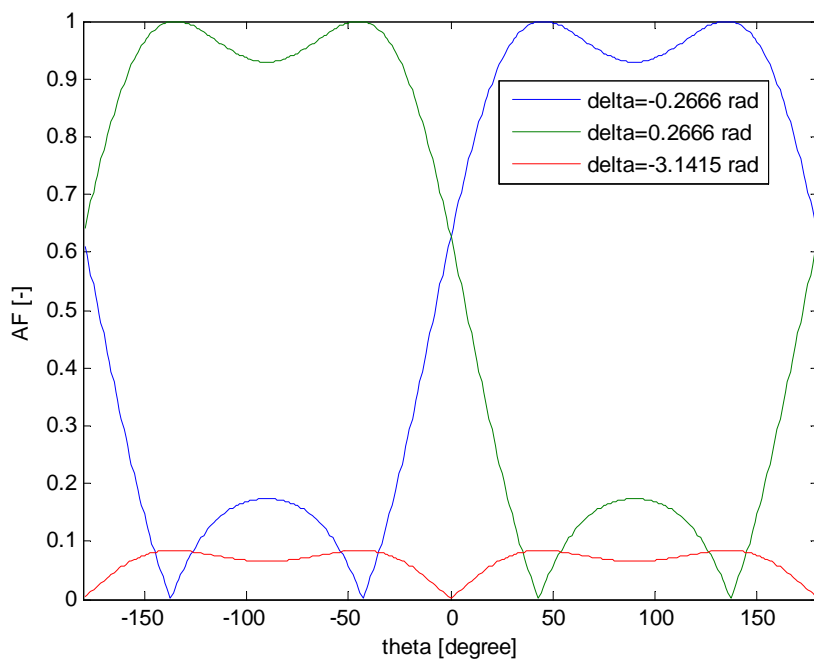
Obr. 4.9 Směrová charakteristika anténní řady  $AF_n$  pro  $f = 900$  MHz,  $d = 2$  cm, kde počet elementárních zářičů je 12 (modrá charakteristika), 6 (zelená charakteristika) a 120 (červená charakteristika).



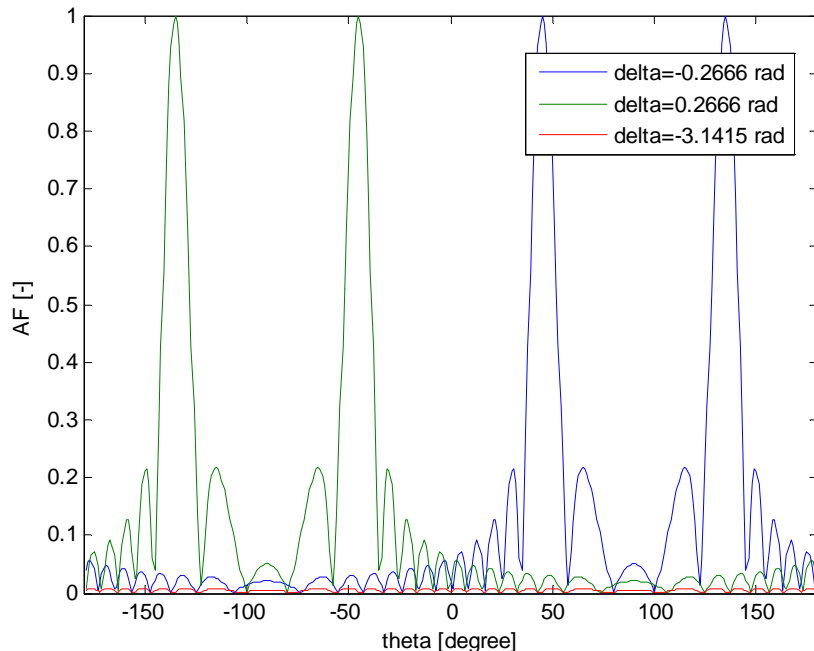
Obr. 4.10 Směrová charakteristika anténní řady  $AF_n$  pro  $N = 12$ ,  $f = 900$  MHz, kde vzdálenost elementárních zářičů je 2 cm (modrá charakteristika), 2 dm (zelená charakteristika) a 2 mm (červená charakteristika).

Na obrázku 4.11 a 4.12 můžeme vidět směrové charakteristiky řad pro různé hodnoty parametru  $\delta$  (např. pro různé hodnoty indexu lomu prostředí, ze kterého paprsek dopadá na rozhraní mezi prostředími), který udává fázový rozdíl mezi elementy anténní řady. Pro záporné hodnoty tohoto rozdílu dochází ke klasickému kladnému lomu (hlavní lalok je v kladných hodnotách směrového úhlu  $\vartheta$ ). A pro kladné hodnoty fázového rozdílu dochází k negativnímu lomu. Zároveň je na následujících obrázcích vidět, že pro velké hodnoty

fázového rozdílu elementů  $\delta$  v absolutní hodnotě (na obrázcích 4.11 a 4.12 jsou to červené charakteristiky pro  $\delta = 3,14$ ) vyzařování citelně klesá a není vhodné takové materiály za těchto podmínek používat.



Obr. 4.11 Směrová charakteristika anténní řady  $AF_n$  pro  $N = 12$ ,  $f = 900$  MHz a  $d = 2$  cm a různé hodnoty fázového rozdílu elementů anténní řady.



Obr. 4.12 Směrová charakteristika anténní řady  $AF_n$  pro  $N = 120$ ,  $f = 900$  MHz a  $d = 2$  cm a různé hodnoty fázového rozdílu elementů anténní řady.

V části 4.5.2 bude navržena struktura s hodnotami  $N = 12$  a  $d = 2$  cm okolo frekvence 900 MHz z obrázku 4.11 vidíme porovnáním modré a zelené charakteristiky, že negativní a pozitivní lom půjdou od sebe odlišit. I když pro hodnotu  $N = 120$  na obrázku 4.12 by směrová charakteristika byla směrovější a tím situace přehlednější.

#### **4.4 Směrová charakteristika elementární buňky**

Je tomu již přes tři sta let, co Christiaan Huygens formuloval svůj princip o šíření elektromagnetického vlnění, následujícího znění. Každý bod vlnoplochy (tzv. primární vlny), do něhož dospělo vlnění v určitém časovém okamžiku  $t_1$ , lze považovat za zdroj elementárního vlnění, které se z něho šíří v elementárních vlnoplochách (tzv. sekundární vlny). Vlnoplocha (primární vlny) v dalším časovém okamžiku  $t_2$  je vnější obalová plocha všech těchto elementárních (sekundárních) vlnoploch.

Huyghensův princip je základní princip pro šíření elektromagnetického pole. Na základě tohoto principu budeme uvažovat šíření elektromagnetického pole i v prostředí se záporným indexem lomu.

Nejdůležitější otázka v této práci vztažená k Huygensovu principu se ptá na to, o jakou dobu (potažmo vzdálenost nebo fázový rozdíl) jsou od sebe vzdáleny výše zmíněné okamžiky  $t_1$  a  $t_2$ . Odpověď na tuto otázku však Huyghensův princip nedává (nestanovuje k této hodnotě nic konkrétního), a tak toho budeme dále plně využívat.

Podmínky pro základní element materiálu se záporným indexem lomu jsou tyto. Za prvé částice musí dopadající vlnu absorbovat z jedné poloviny prostoru, resp. nenechat projít elektromagnetickou vlnu neovlivněnou. Za druhé po absorbování vlny je nezbytně nutné vykonat fázovou změnu blízkou  $-2\pi$ , resp.  $-360^\circ$ . A za třetí takto fázově ovlivněnou vlnu je třeba vyzářit do opačné poloviny, než ze které byla vlna absorbovaná (přijatá) základním elementem materiálu. Směrové charakteristiky pro vyzáření vlny i pro její absorbování jsou shodné (nebo by se jí alespoň měly co nejvíce blížit), se směrovou charakteristikou zdroje elementárního vlnění (sekundárního) z Huygensova principu, včetně pozdějších upřesnění Fesnelem.

První a třetí podmínka je tedy převzata z Huygensova principu, který se tato práce snaží respektovat při návrhu základních částic prostředí.

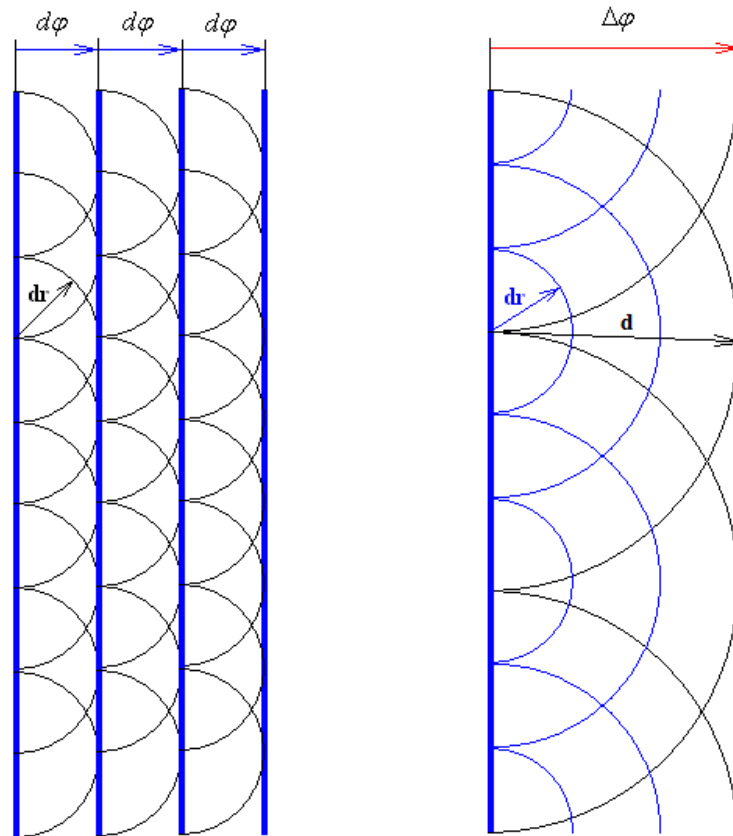
##### **4.4.1 Huyghensův princip v diskrétním prostředí**

Zatímco Huyghensův princip uvažuje jak spojitý čas, tak prostor. My tento princip upravíme pro prostor diskrétní, což jinak řečeno znamená, že sekundární vlny, jejichž superpozicí (součtem) získáváme vlny primární, nebudeme moci získat kdekoliv, ale jen v diskrétních bodech (oblastech), které se pak stanou opět zdrojem dalších sekundárních vln, jejichž součtem získáme další primární vlnu, ale opět jen v diskrétních bodech. Tyto body jsou od sebe odděleny tak, aby změna fáze mezi těmito body byla blízká  $-2\pi$  (velká fázová změna), pokud tedy chceme na této vlnové délce (frekvenci) mít prostředí s negativním indexem lomu. Interferenci sekundárních vln (sečtení sekundárních vln s malou fázovou změnou) je nutno fyzikálně zabránit vhodným navržením daného negativního prostředí tak, aby se sekundární vlny šířily nezávisle až do bodu, kde získáme další vlnoplochu primární vlny.

Na obrázku 4.13 vlevo je zobrazena vlna, která se šíří podle Huygensova principu spojitě po krocích, jejichž velikost se blíží k nule. Vpravo na obrázku 4.13 se vlna šíří podle Huygensova principu po krocích konečné velikosti  $d$ , kterou již není možné dále zmenšovat (aniž by prostředí radikálně nezměnilo svoje fyzikální vlastnosti). Na celou věc je možné se dívat, jakoby modré polokruhové vlnoplochy (tence) na obrázku 4.13 vpravo představovaly modré vlnoplochy (tlustě) na obrázku 4.13 vlevo. Obojí jsou označeny  $dr$ .

Příroda nedokáže fyzicky odlišit primární vlny od sekundárních a tyto pojmy slouží jen pro větší názornost výkladu.



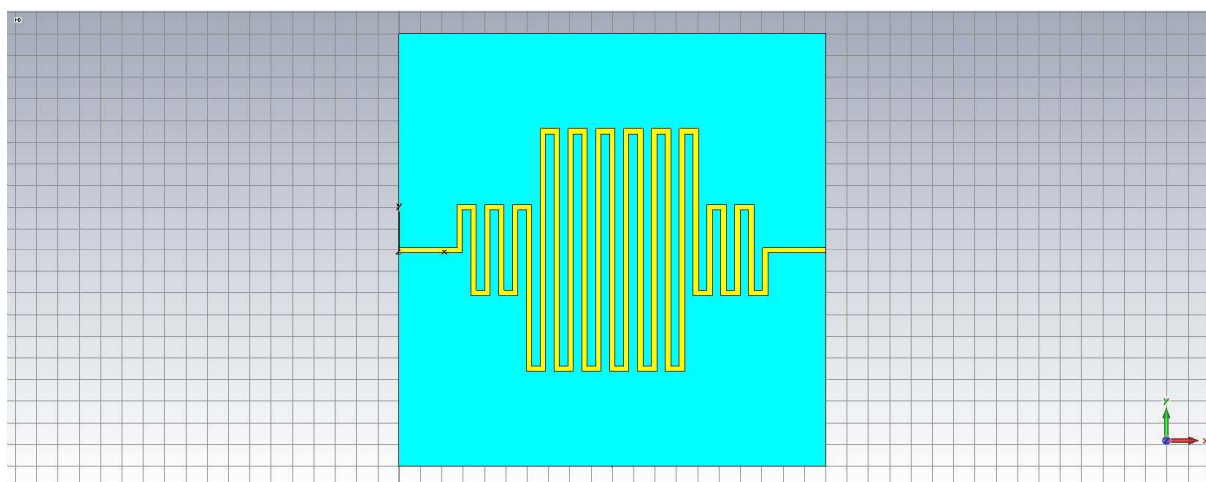


Obr. 4.13 Vlevo Huygensův princip ve spojitém prostředí, kde můžeme použít princip superpozice poté, co vlna urazí libovolně malou vzdálenost  $dr$  a vpravo v diskretním prostředí, kde můžeme uplatnit princip superpozice, až co vlna urazí definovanou vzdálenost  $d$ .

Pokračujme vysvětlením, proč se v přírodě nevyskytují prostředí se záporným indexem lomu. Zaprvé diskretizační perioda  $d$  pro vytvoření prostředí se záporným indexem lomu je příliš malá, abychom se dostali do druhé zóny, kde je index lomu záporný ( $f_z = \frac{c}{2dn_T}$ ). Odtud také pramení úspěch teorie elektromagnetického pole, která popisuje elektromagnetické vlnění ve spojitém prostředí. Zadruhé velikost indexu lomu materiálů vyskytujících se v přírodě není dost velká na to, aby dosáhla velké fázové změny na malé vzdálenosti diskretizační periody  $d$ . Otázkou zůstává, jak malá je tato diskretizační perioda ve známých látkách? V případě, že by byla srovnatelná s velikostí atomů jeden angstrom ( $10^{-10}$  m), potom by na frekvenci 1 GHz musel mít index lomu hodnotu alespoň  $1,5 \cdot 10^9$ , a pro dolní hodnotu okraje pásma viditelného světla  $3,8 \cdot 10^{14}$  Hz by musel mít index lomu elementu střední hodnotu alespoň 3940. Pro ještě menší hodnotu diskretizační periody takzvanou Planckovu délku  $1,6 \cdot 10^{-35}$  m (hodnota je pouze teoretická, daleko pod hranici měřitelnosti) by index lomu musel být  $9,37 \cdot 10^{33}$  na frekvenci 1 GHz, a pro dolní okraj viditelného světla  $3,8 \cdot 10^{14}$  Hz alespoň  $2,47 \cdot 10^{28}$ , aby bylo dosaženo přenosu fáze alespoň o půl vlnové délky. Všechny tyto hodnoty jsou extrémně velké vzhledem k hodnotám, které jsou běžně pozorovány u přírodních látek, a tudíž se látky se záporným indexem lomu v přírodě nevyskytují. Dají se však s patřičnými znalostmi uměle připravit.

#### 4.5 Návrh dvou prostředí (2D) s opačnými indexy lomu

Opět použijeme při návrhu základního elementu negativního prostředí myšlenku uvedenou v předchozích částech, ale tentokrát budeme vytvářet meandr, ze kterého půjde snadno vytvořit 2D struktura. Z důvodu snadné výroby bylo opět zvoleno mikropáskové vedení. Struktura částice navržené na základě těchto předpokladů je na obrázku 4.14. Její základní rozměr (čtvercový) je  $d = 20$  mm. Použitý substrát má relativní permitivitu  $\epsilon_r = 10,2$  a tloušťku  $t = 0,635$  mm a tloušťku pokovení mědí  $t_{Cu} = 30$   $\mu\text{m}$ .

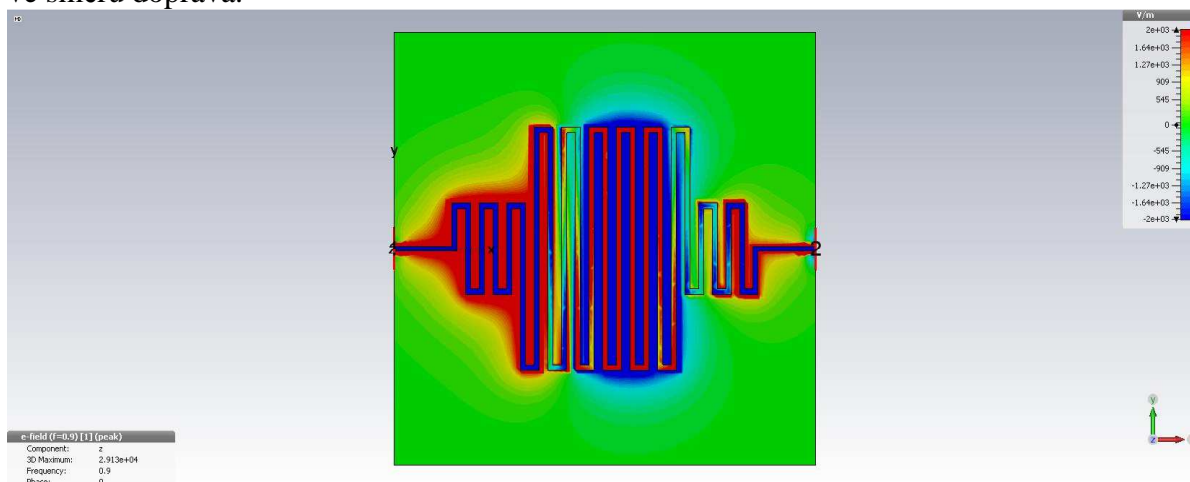


Obr. 4.14 Struktura jednoho meandru v CST Microwave Studiu. Modrá barva je substrát a žlutá vodič (měď).

Mikropásek, ze kterého je meandr navržený má šířku 0,25 mm. Vertikální délky mikropásku jsou 2 x 2 mm, 8 x 4 mm, 2 x 7,5 mm a 11 x 11 mm. Horizontální délka mikropásku je 20 mm. Dohromady je celková délka mikropásku  $L = 192$  mm. Podle vztahu (3.8)

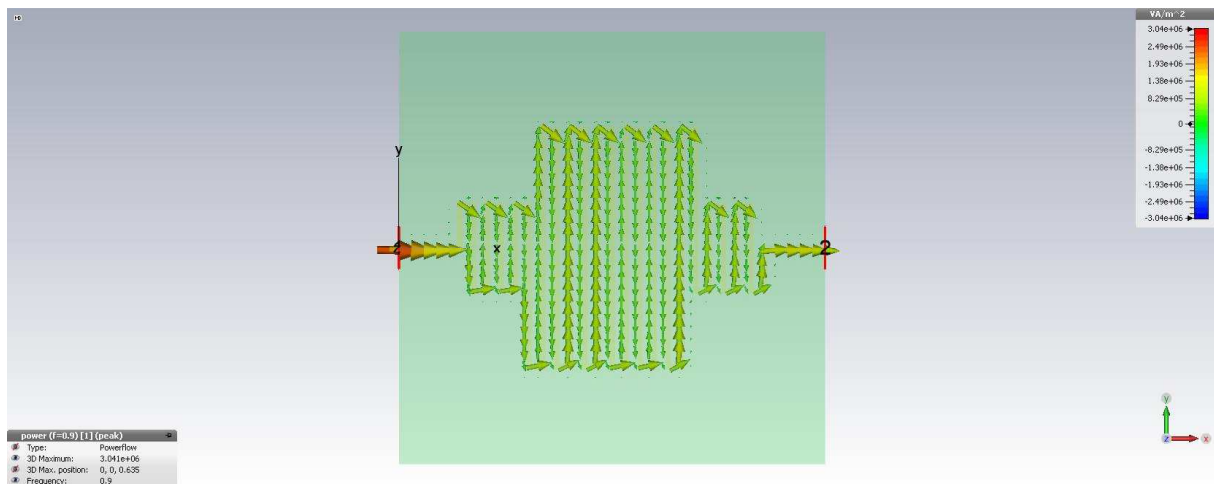
$$\rho = \frac{L}{d} = \frac{192 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} = 9,6. \quad (4.28)$$

Na obrázku 4.15 je zobrazena vypočítaná složka elektrického pole kolmá k substrátu  $E_z$  meandru buzeného zleva. Z přenosových charakteristik na obrázcích 4.17 a 4.18 vidíme, že v pásmu 500 MHz až 935 MHz je přenos fáze částic kladný a přenos amplitudy blížký jedné ve směru doprava.

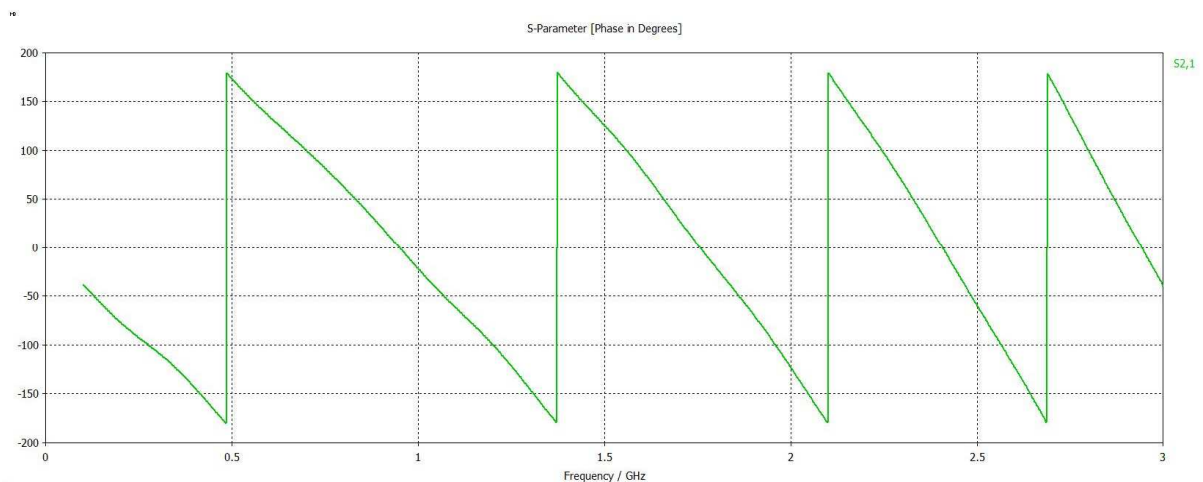


Obr. 4.15 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k rovině substrátu  $E_z$  na frekvenci 900 MHz napájené z brány číslo 1 (zleva) na meandru.

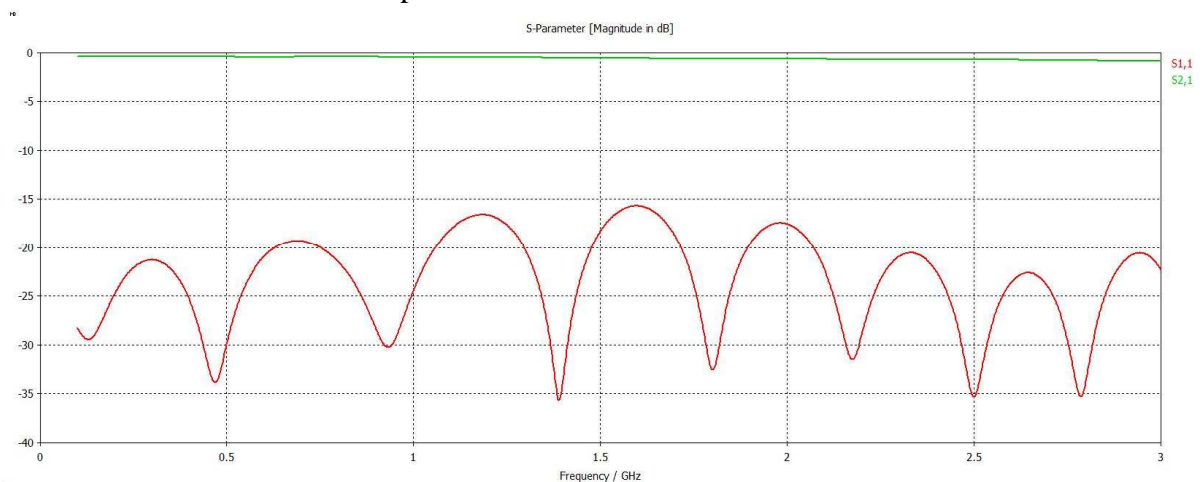
Na následujícím obrázku 4.16 je vidět pole z Poytingova vektoru, kde vidíme, že ne všechna energie se šíří ve směru mikropásků, ale část energie se na krajích šíří mezi mikropásky. To, jak uvidíme dále, způsobí menší hodnotu koeficientu retardace  $\rho$ .



Obr. 4.16 Pole Poytingova vektoru na frekvenci 900 MHz na meandru.

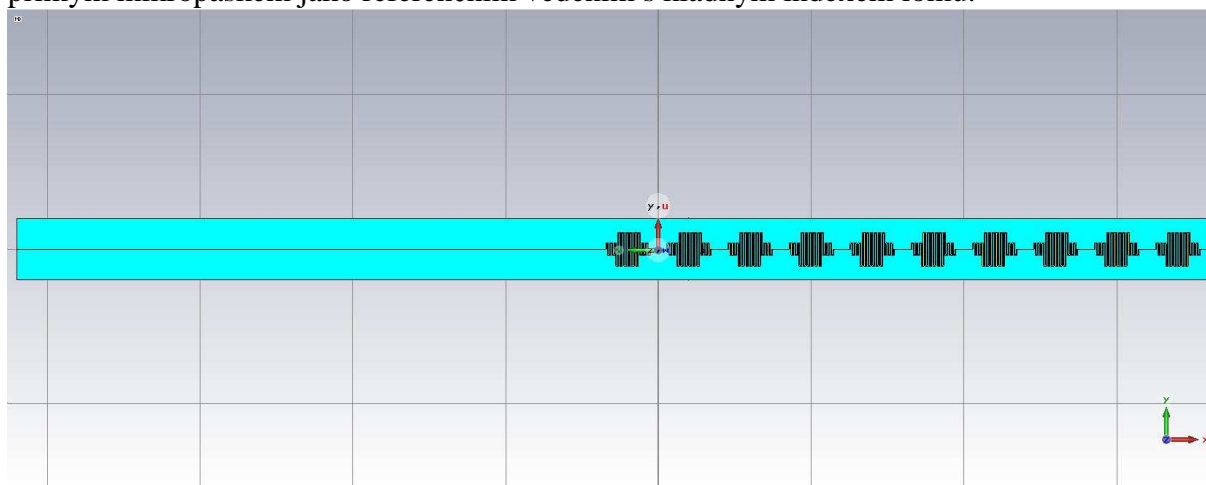


Obr. 4.17 Graf přenosu fáze  $\arg S_{21}$  jedním meandrem v závislosti na frekvenci získaný pomocí CST Microwave Studia.



Obr. 4.18 Graf přenosu  $|S_{21}|$  a odrazu  $|S_{11}|$  amplitudy jedním meandrem v závislosti na frekvenci získaný pomocí CST Microwave Studia.

Dále z elementu na obrázku 4.14 vytvoříme 1D strukturu na obrázku 4.19, kterou doplníme přímým mikropáskem jako referenčním vedením s kladným indexem lomu.



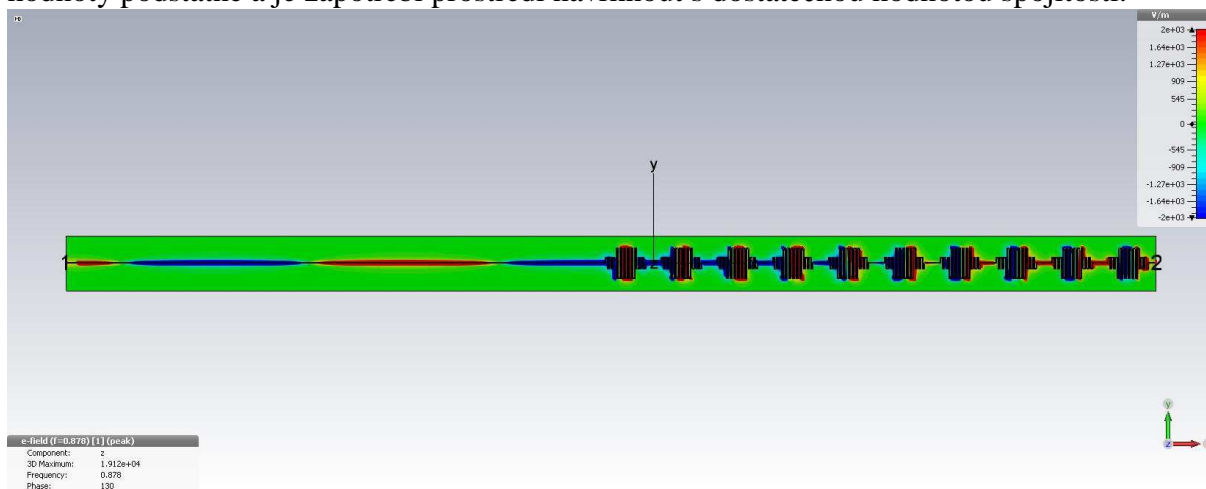
Obr. 4.19 1D struktura vpravo diskrétní periodická struktura z meandrů, vlevo klasický přímý mikropásek.

Vlnová délka na přímém úseku vedení je pro parametry mikropásku uvedené výše podle programu TX-Line na frekvenci 878 MHz je  $\lambda_V = 13,6$  cm a na frekvenci 935 MHz je  $\lambda_V = 12,8$  cm.

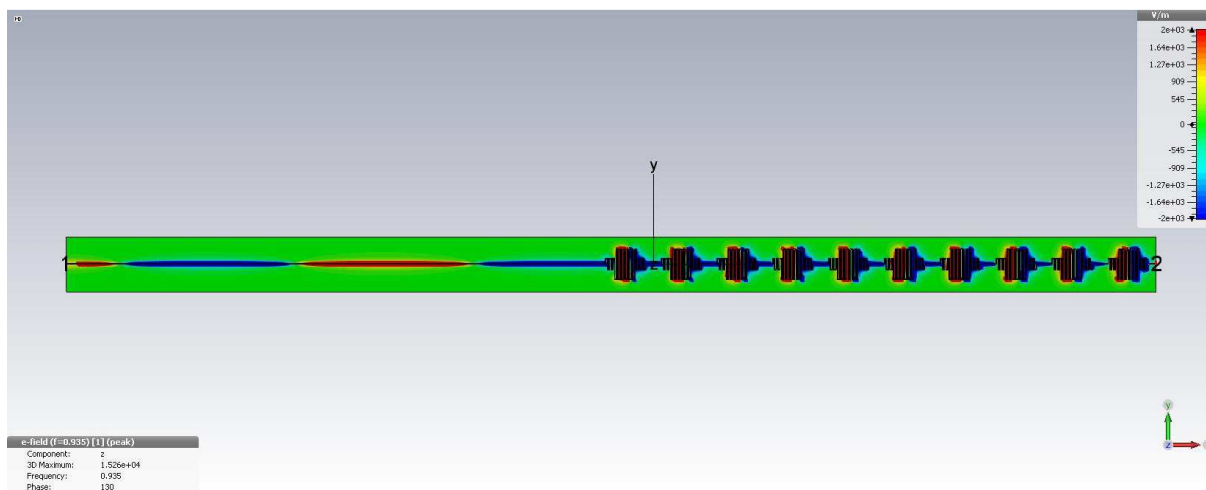
Spojitosť elektromagnetické vlny  $C_1$  v prostředí 1, tvořeného přímými vodiči ( $\lambda_V = \lambda_{D1}$ ) na obrázku 4.19 vlevo stanovíme podle vztahu (3.45)

$$\frac{\lambda_{D1}}{d} = C_1. \quad (4.29)$$

Základní element prostředí z přímého vedení můžete vidět na obrázku 4.23 a jeho frekvenční fázovou charakteristiku na obrázku 4.24. Přičemž toto prostředí bude pro nás i prostředím referenčním. Pro hodnotu diskretizace  $d = 2$  cm dostaneme na frekvenci 878 MHz hodnotu  $C_1 = 6,8$  a na frekvenci 935 MHz hodnotu  $C_1 = 6,4$ . Toto můžeme vidět na obrázku 4.21 a 4.22 vlevo, kde je prostředí tvořeno přímým mikropáskem. V tomto prostředí se šíří klasická dopředná vlna ve spojitém prostředí. Hodnoty spojitosti vypočítané výše (pro  $d = 2$  cm) mají u spojitého 1D prostředí pouze myšlenkový charakter. Ale pro 2D prostředí už jsou tyto hodnoty podstatné a je zapotřebí prostředí navrhnout s dostatečnou hodnotou spojitosti.



Obr. 4.20 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 878 MHz na 1D struktuře.



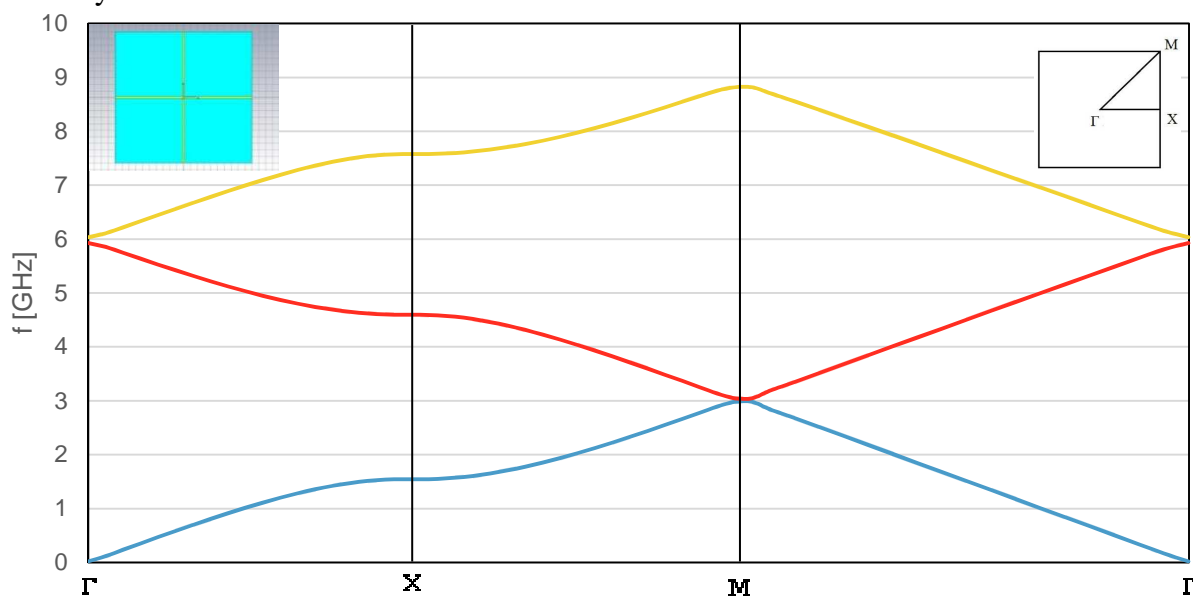
Obr. 4.21 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 935 MHz na 1D struktuře.

Pro stanovení hodnoty spojitosti prostředí tvořeného meandry, na obrázcích 4.19, 4.20 a 4.21 je toto prostředí vpravo, použijeme analogicky vztah (3.45)

$$C_2 = \frac{360^\circ}{|\Delta\varphi_2|}. \quad (4.30)$$

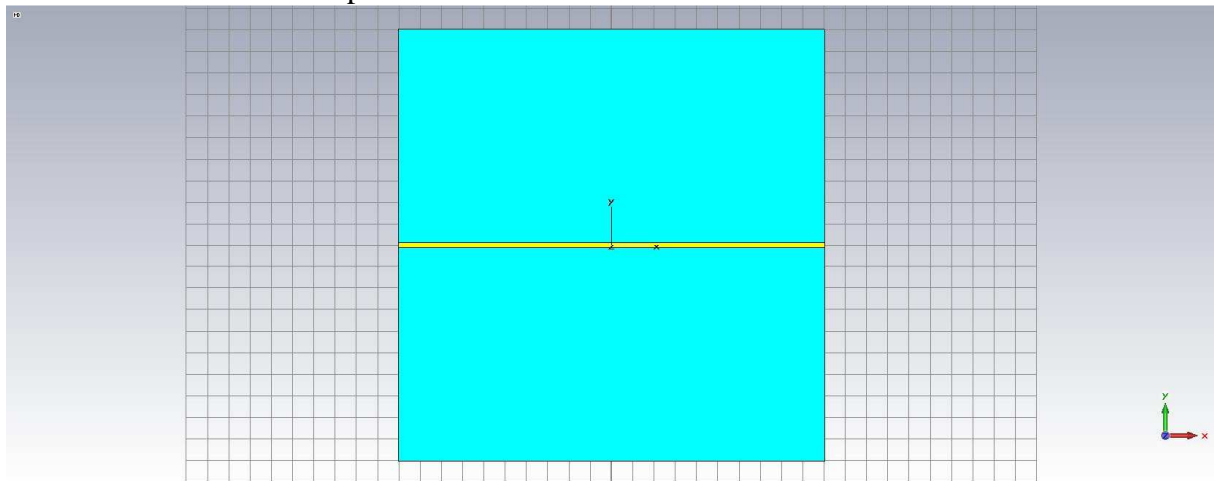
Do tohoto vztahu dosadíme hodnoty z grafu na obrázku 4.17, na frekvenci 878 MHz je to přibližně  $36^\circ$  a na frekvenci 935 MHz je to přibližně  $0^\circ$ . Tomu odpovídají hodnoty spojitosti  $C_2 = 10$  na frekvenci 878 MHz, tuto vlnu je možno vidět na obrázku 4.20 vpravo diskrétně mezi meandry. Na frekvenci 935 GHz roste spojitost  $C_2$  nad všechny meze, to je možno vidět na obrázku 4.21 rovněž diskrétně mezi meandry. Stejně tak diskrétní vlnová délka  $\lambda_D$  roste nad všechny meze, jak je vidět ze vztahu (4.29).

Dále byly vypočítány disperzní charakteristiky v CST Microwave Studiu pomocí Eigenmode solveru, viz obrázek 4.22. Modrou barvou je zobrazen vid s kladným indexem lomu a červeně je vid se záporným indexem lomu. Izotropně se vlny šíří v pásmech 0 až 1,2 GHz a 4,8 až 6 GHz. Na ostatních frekvencích má disperzní charakteristika ve směru  $\Gamma - X$  a ve směru  $\Gamma - M$  různou hodnotu, a proto se pole v této oblasti šíří anizotropně. Žlutě je zobrazen další vid s kladným indexem lomu.

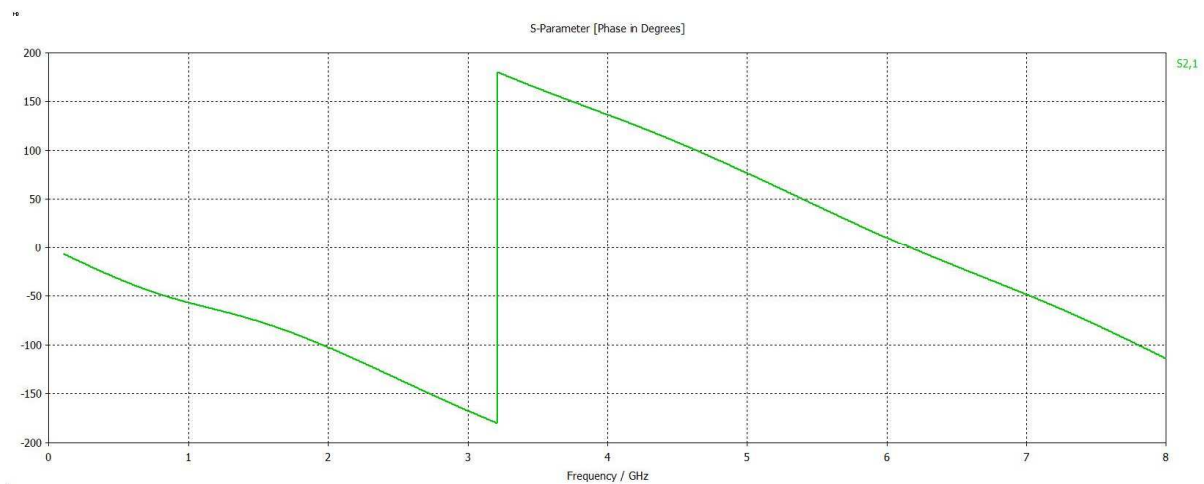


Obr. 4.22 Disperzní charakteristika křížení přímých mikropásků.

Element přímého vedení délky 2 cm je na následujícím obrázku 4.23, k němu je spočítána frekvenční charakteristika přenosu fáze na obrázku 4.24.



Obr. 4.23 Element přímého vedení v CST Microwave Studiu.



Obr. 4.24 Frekvenční charakteristika přenosu fáze elementem přímého vedení z obrázku 4.23.

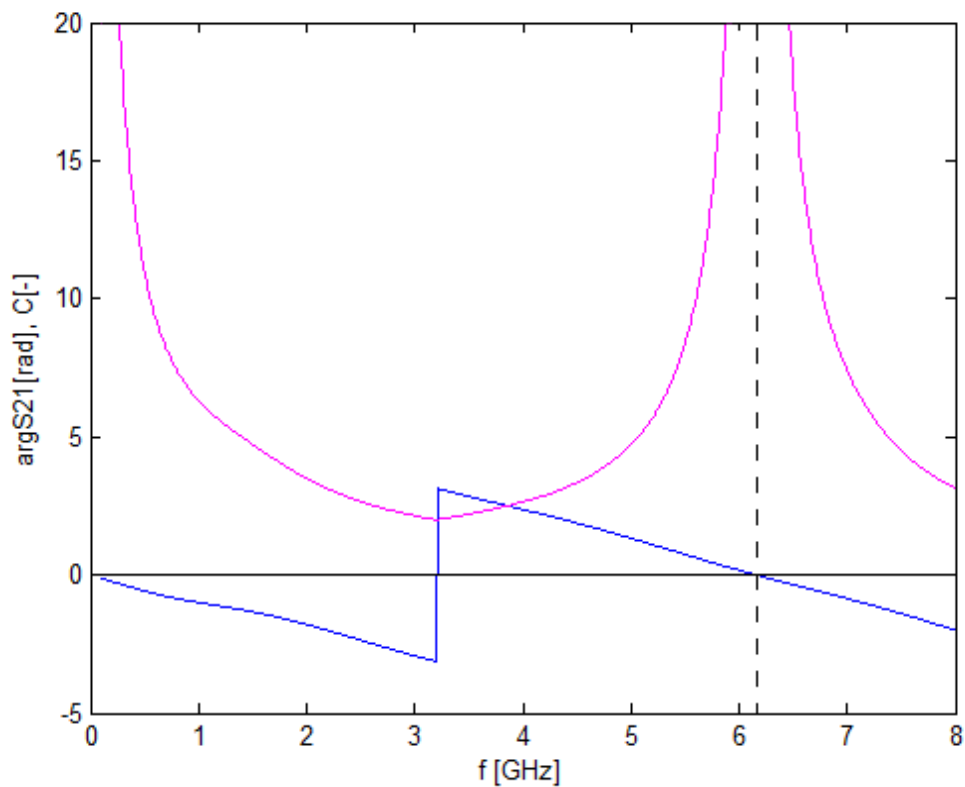
### 4.5.1 Izotropní šíření

V pravoúhlé 2D struktuře, která je složená z krychlové sítě (čtverců), které jsou geometricky neizotropní se pole těmito strukturami šíří izotropně v kruhových vlnách za podmínky velké spojitosti  $C$  dané elektromagnetické vlny na dané frekvenci. Pak se fáze vlny šíří s kruhovou metrikou

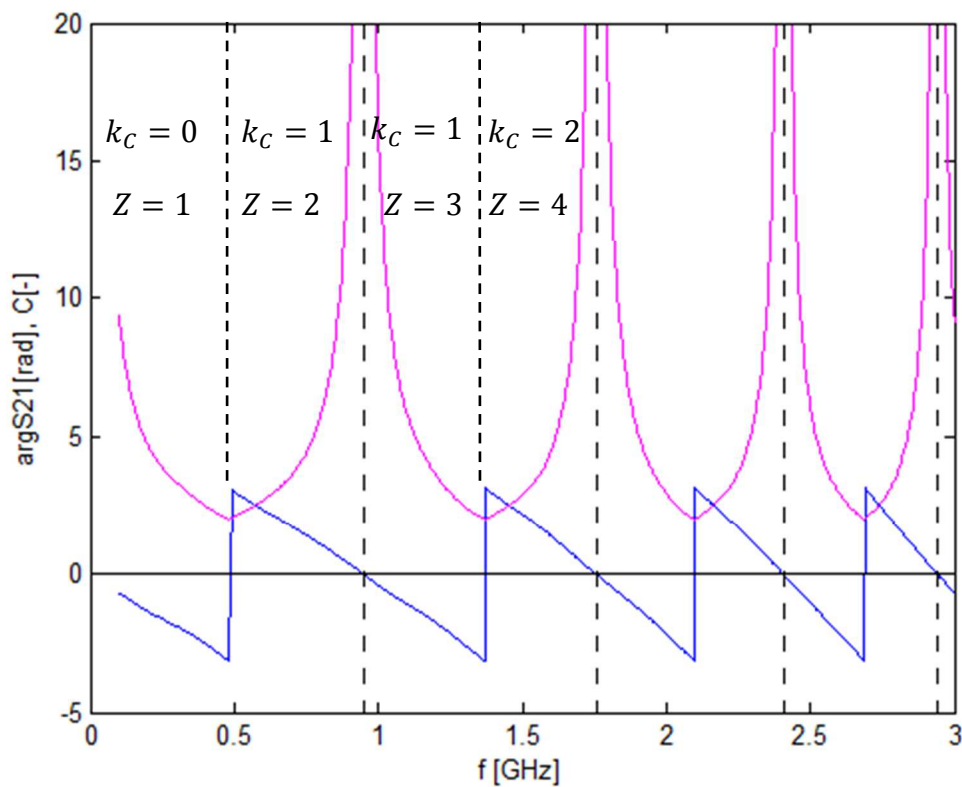
$$|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}. \quad (4.31)$$

V případě malých spojitostí  $C$  nelze zaručit kruhové šíření vln, přesněji řečeno nedochází k izotropnímu šíření. Pokud se vlny šíří, pak se šíří anizotropně.

Nejprve si vykreslíme v grafu na obrázku 4.25 fázovou charakteristiku a spojitost elektromagnetické vlny v pásmu 0 až 8 GHz pro přímé vedení toto můžeme porovnat s obrázkem 4.22, kde v oblasti X dochází k anizotropnímu šíření. Pro meandrové vedení jsou vykresleny na obrázku 4.26 v pásmu 0 až 3 GHz. Některé číselné hodnoty spojitosti pro přímé vedení jsou v tabulce 4.1, resp. v tabulce 4.2 pro meandrové vedení.



Obr. 4.25 Frekvenční charakteristika přenosu fáze (modrá) a spojitosti (růžová) pro přímé vedení z obrázku 4.23.



Obr. 4.26 Frekvenční charakteristika přenosu fáze (modrá) a spojitosti (růžová) pro meandrové vedení z obrázku 4.14 (kap. 4.5), kde  $Z$  je číslo zóny.

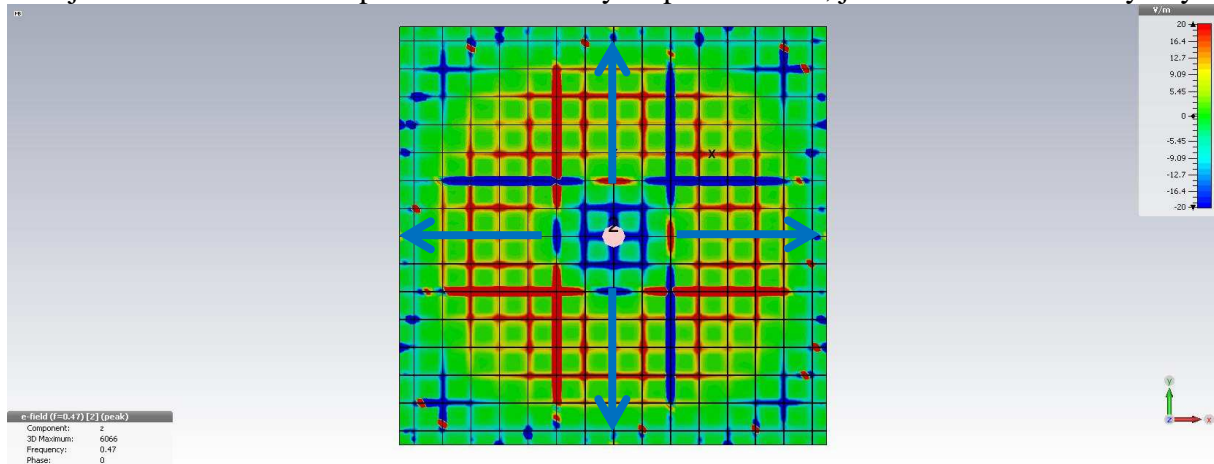
Přímé vedení	
$f$ [GHz]	$C$ [-]
0,47	11,6
0,9	6,8
3,0	2,2
5,5	8,4
5,9	22,4
6,2	169,8
6,6	14,0

Tab. 4.1 Závislost spojitosti  $C$  na frekvenci v prostředí z přímých vedení.

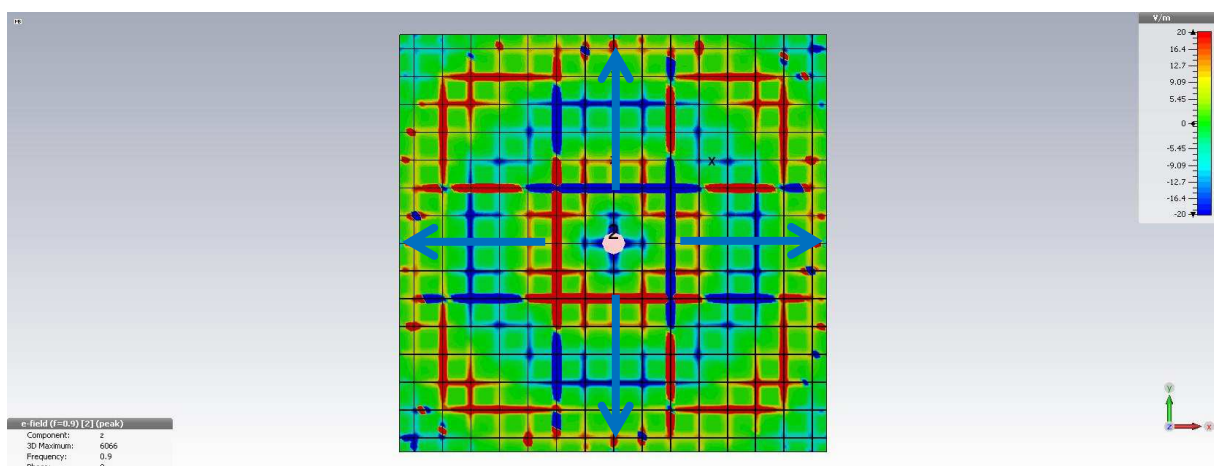
Vedení z meandrů	
$f$ [GHz]	$C$ [-]
0,2	4,7
0,8	6,1
0,9	16,9
1,0	15,7
1,1	5,9

Tab. 4.2 Závislost spojitosti  $C$  na frekvenci v prostředí z vedení z meandrů.

Na následujících obrázcích je rozložení složky elektromagnetického pole  $E_z$ , složky elektrického pole kolmé k substrátu na struktuře buzené bodovým zdrojem. Na obrázku 4.27 je tato složka elektrického pole na frekvenci 470 MHz, kde vidíme klasickou dopřednou vlnu. Následuje obrázek 4.28 s elektromagnetickou vlnou na frekvenci 900 MHz, kde vidíme se zdvojnásobením frekvence pokles vlnové délky na polovinu tak, jak známe z klasické fyziky.



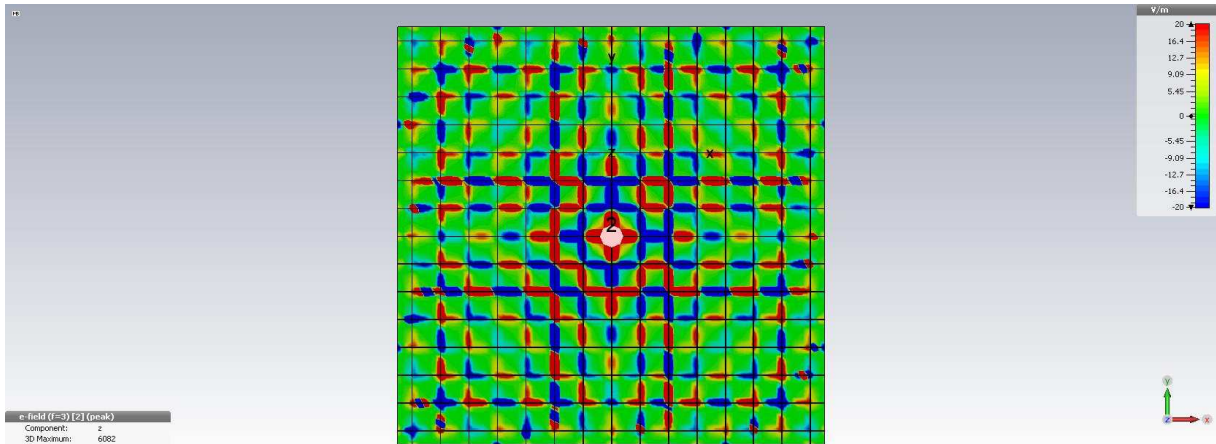
Obr. 4.27 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 470 MHz pro bodový zdroj v 2D síti z přímého vedení.



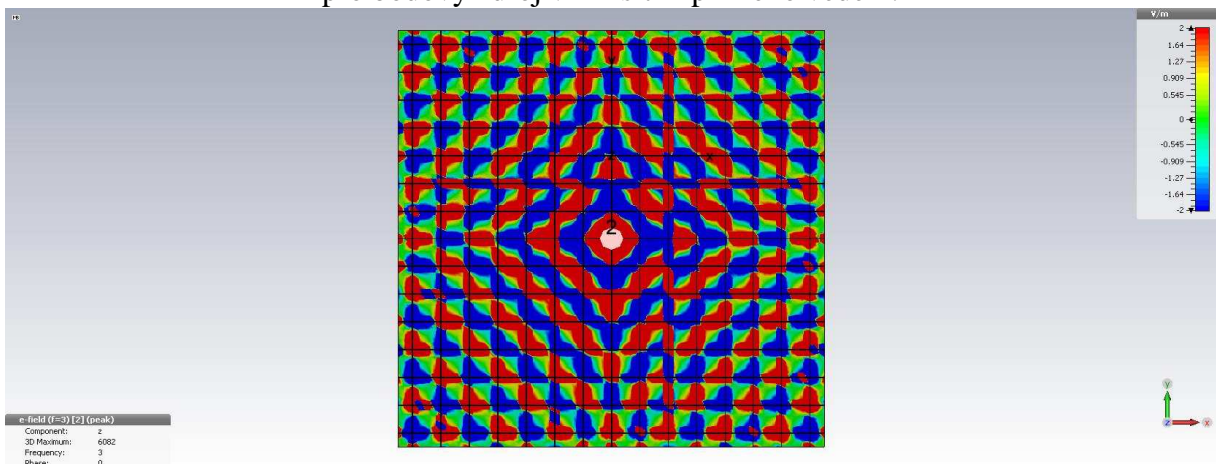
Obr. 4.28 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 900 MHz pro bodový zdroj v 2D síti z přímého vedení.



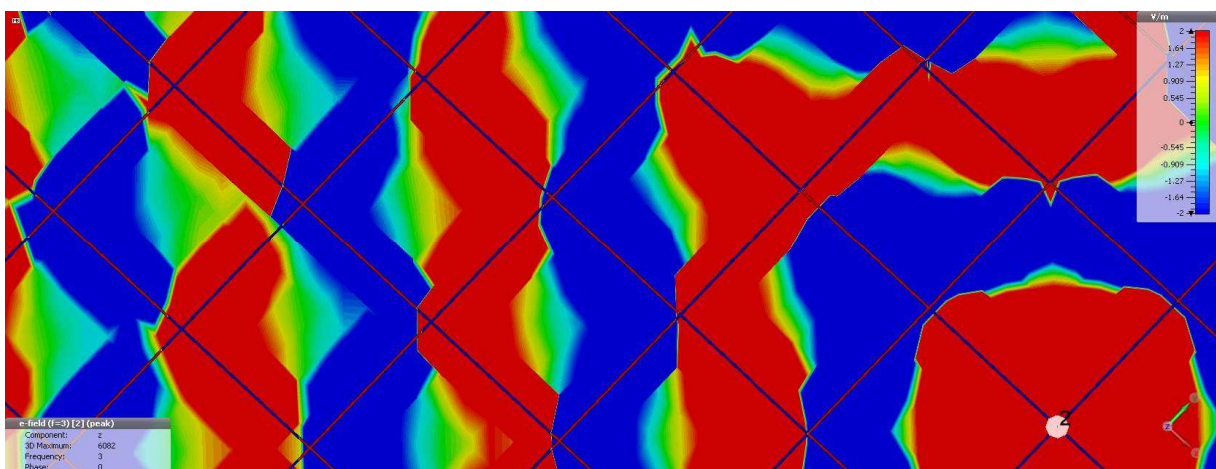
Když postoupíme na vyšší frekvence, konkrétně na frekvenci 3 GHz, dostaneme se poblíž minima spojitosti  $C$  viz graf na obrázku 4.25. Rozložení elektromagnetického pole na frekvenci 3 GHz je na obrázku 4.29. S jiným barevným měřítkem je ten samý obrázek na obrázku 4.30, pro větší názornost anizotropního šíření. Detail tohoto obrázku je na dalším obrázku 4.31.



Obr. 4.29 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 3 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z přímého vedení.

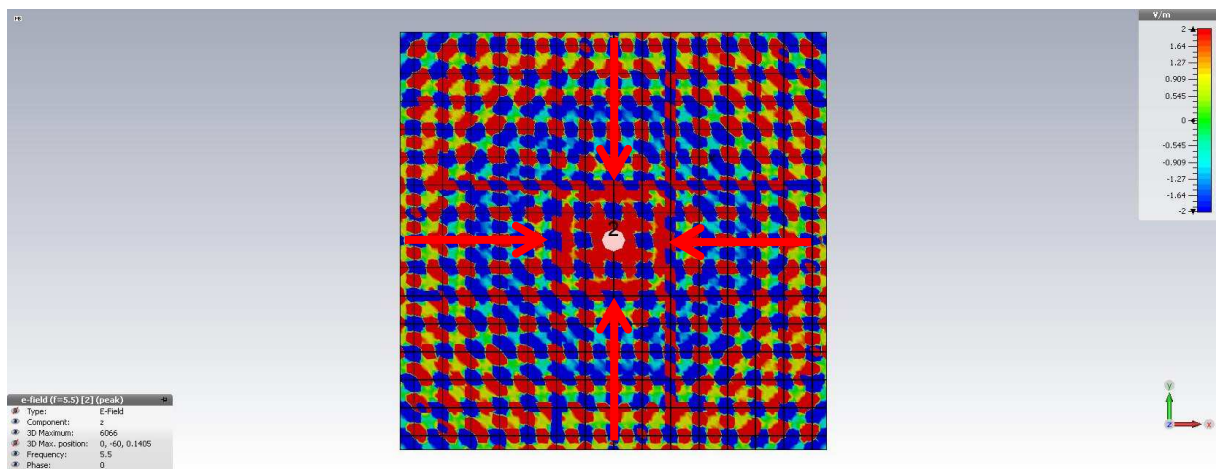


Obr. 4.30 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 3 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z přímého vedení s výraznějším měřítkem.

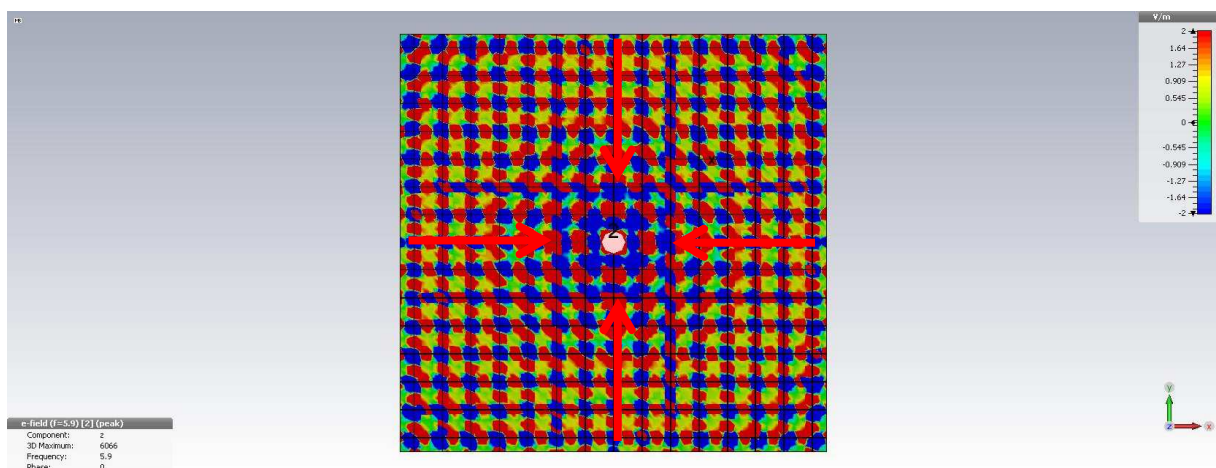


Obr. 4.31 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 3 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z přímého vedení s výraznějším měřítkem - detail.

Při dalším zvyšování frekvence začne spojitost opět růst, vlny se stanou opět kruhové (izotropní), ale tentokrát již se zpětnou vlnou, očitáme se ve druhé zóně. Tato zpětná vlna existuje diskrétně v průsečících mikropásku. Tuto vlnu vidíme na obrázku 4.32, kde je elektromagnetické pole na stejné struktuře na frekvenci 5,5 GHz se spojitostí 8,4, viz tabulka 4.1. Na tomto obrázku je dobře vidět, jak se mezi dvěma průsečíky vyskytuje skoro celá vlnová délka (jak kladná půlvlna červeně, tak záporná půlvlna modře), zatímco diskrétně v průsečících mikropásků, lépe však z rozptylových polí mezi mikropásky, je vidět zpětná vlna. Je vidět, jak z jedné vlny spojitě dopředné vzniká druhá diskrétní vlna zpětná. Zpětná vlna není nahrazena dopřednou, ale zpětná vlna vzniká na bázi dopředné vlny. A dá se popsat v rámci klasické teorie elektromagnetického pole, kde se šíří fáze a energie jedním směrem. Dalším zvyšováním frekvence na hodnotu 5,9 GHz, viz obrázek 4.33, se vlnová délka zpětné vlny prodlouží, což je typické pro prostředí se záporným indexem lomu, kde vlnová délka roste s rostoucí frekvencí.

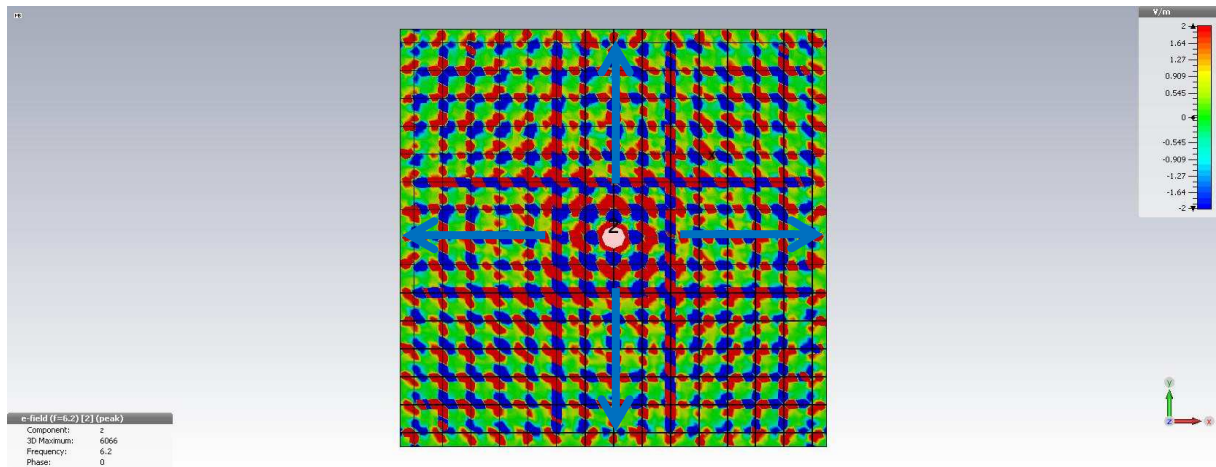


Obr. 4.32 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 5,5 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z přímého vedení s výraznějším měřítkem.

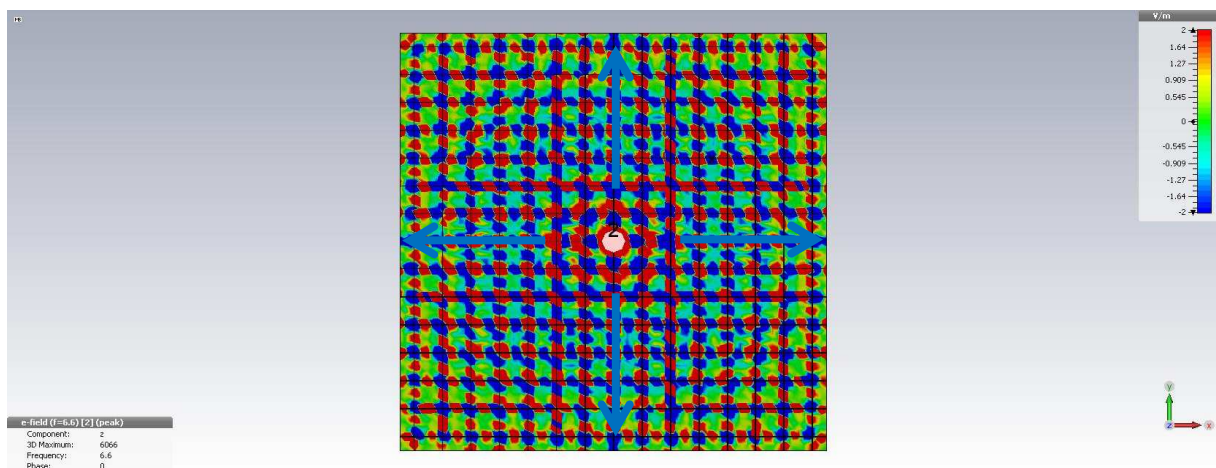


Obr. 4.33 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 5,9 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z přímého vedení s výraznějším měřítkem.

Po dalším zvyšování frekvence se ocitneme ve třetí zóně, kde zpětná vlna opět přejde na dopřednou vlnu. Na obrázku 4.34 je pole na frekvenci 6,2 GHz s velkou spojitostí  $C = 169,8$ , tedy diskrétní průsečíky mikropásku oscilují velice synchronně. S dalším růstem frekvence se na frekvenci 6,6 GHz se diskrétní vlnová délka  $\lambda_D$  zkrátí, viz obrázek 4.35.



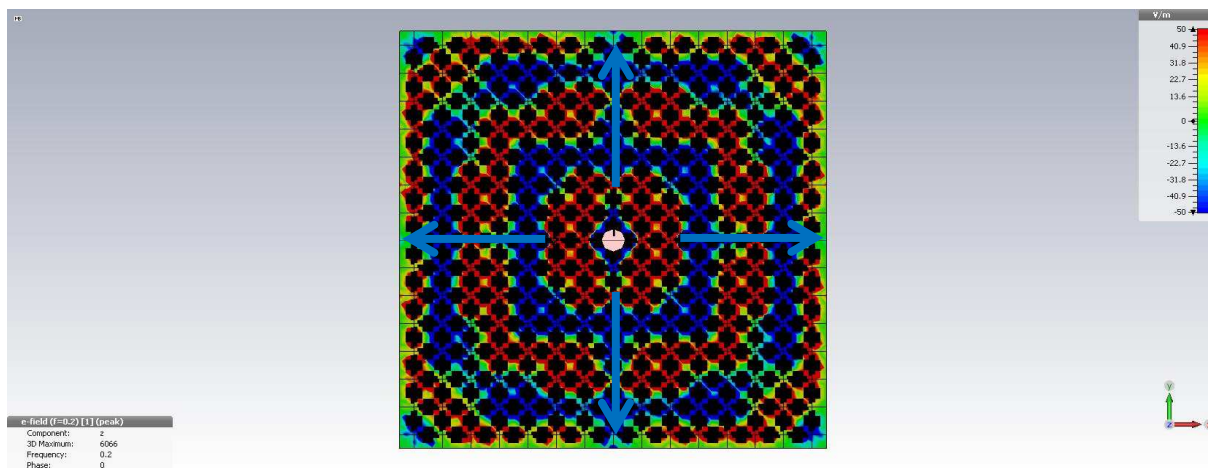
Obr. 4.34 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 6,2 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z přímého vedení s výraznějším měřítkem.



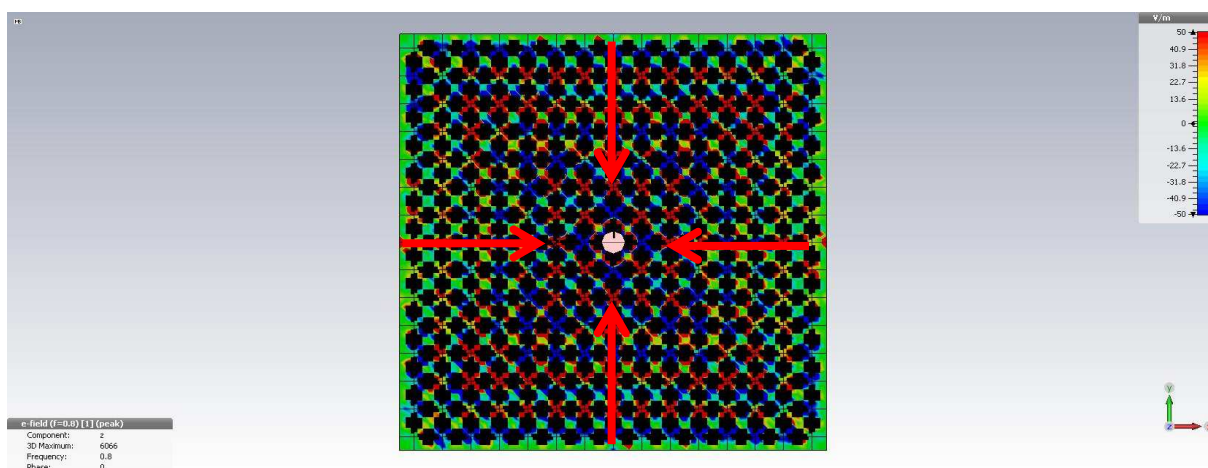
Obr. 4.35 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 6,6 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z přímého vedení s výraznějším měřítkem.

U disperzní charakteristiky na obrázku 4.22 vidíme, že frekvence 0 GHz a 6 GHz odpovídají asymptotám spojitosti na obrázku 4.25. Na intervalu 0 až 3 GHz fázová konstanta roste a spojitost klesá. A na intervalu 3 až 6 GHz, je to obráceně fázová konstanta klesá a spojitost roste.

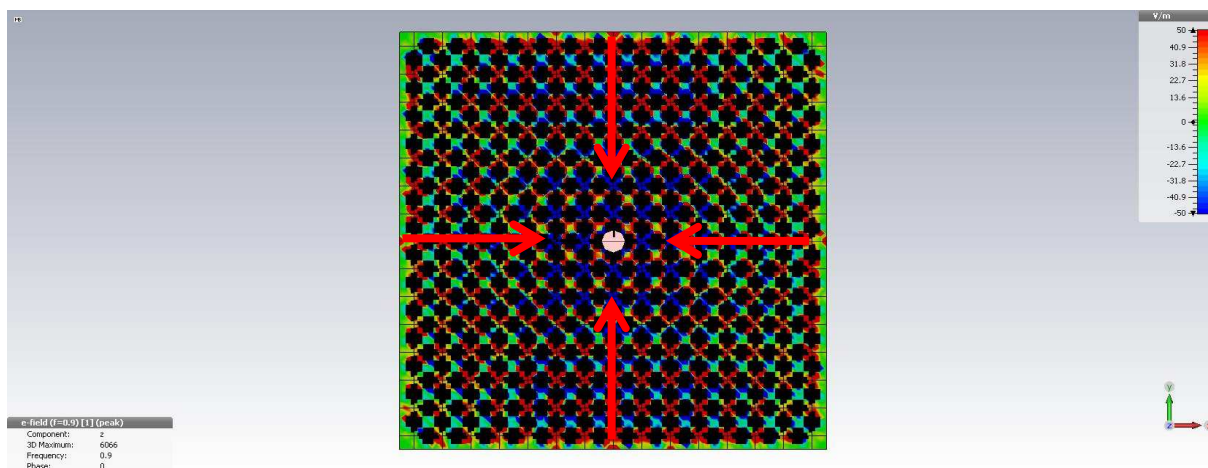
Následně se podíváme na druhou strukturu složenou z pravoúhlé sítě se stejnou roztečí  $d = 2$  cm jako v předchozím případě, tentokrát však síť nebude z přímých vedení, ale z meandrů. Na obrázku 4.36 je tato struktura na frekvenci 0,2 GHz, zde vidíme dopřednou vlnu v první frekvenční zóně, pokračujeme do druhé zóny na frekvenci 0,8 GHz na obrázku 4.37, kde je zpětná vlna se spojitostí  $C = 6,1$ . Při dalším zvýšení frekvence na 0,9 GHz dojde k prodloužení diskrétní vlnové délky na spojitost  $C = 16,9$ , viz obrázek 4.38. Hodnoty spojitosti pro meandrové vedení jsou v tabulce 4.2 a v grafu na obrázku 4.26.



Obr. 4.36 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 0,2 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z meandrového vedení.

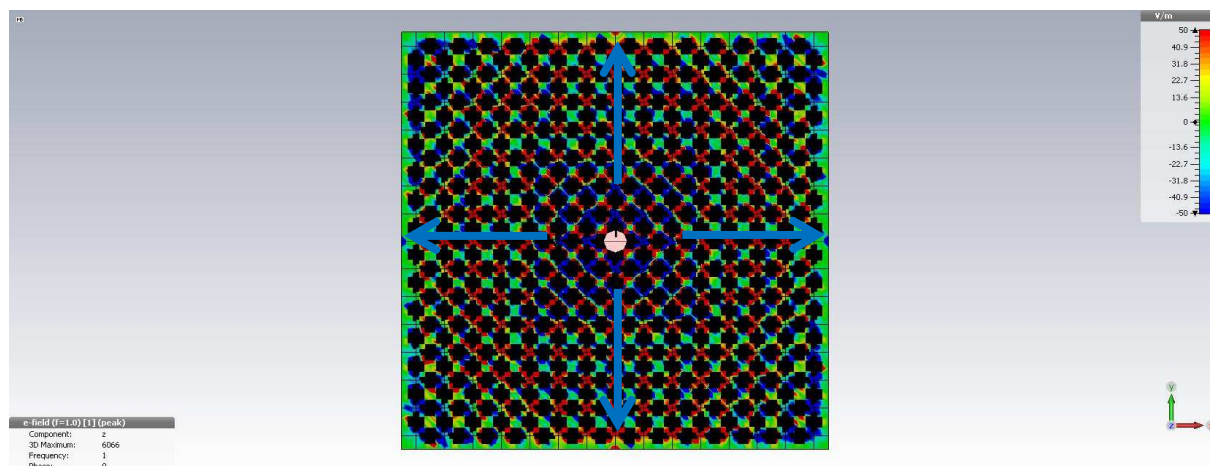


Obr. 4.37 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 0,8 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z meandrového vedení.

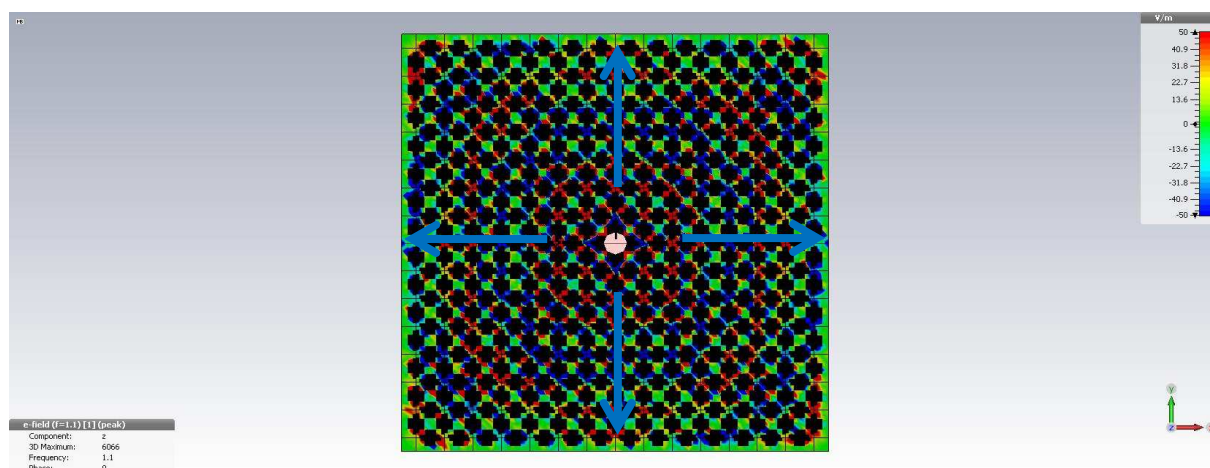


Obr. 4.38 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 0,9 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z meandrového vedení.

Při dalším zvýšení frekvence na hodnotu 1 GHz se opět ocitneme ve třetí zóně, kde diskrétní vlna přejde opět na vlnu dopřednou se spojitostí  $C = 15,7$ , viz obrázek 4.39. Následné další zvýšení frekvence zkrátí vlnovou délku, viz obrázek 4.40 na spojitost  $C = 5,9$ .



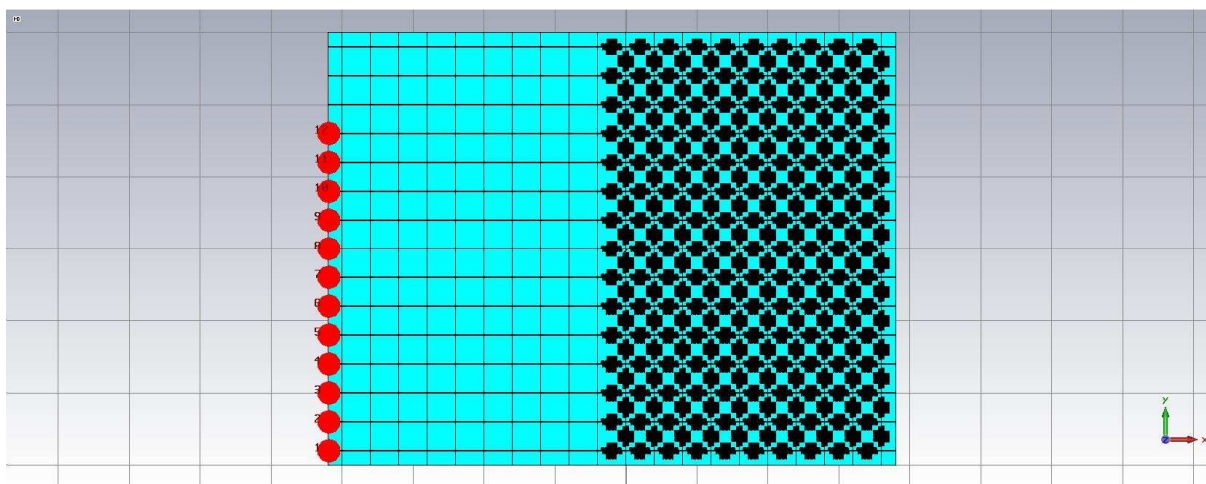
Obr. 4.39 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z meandrového vedení.



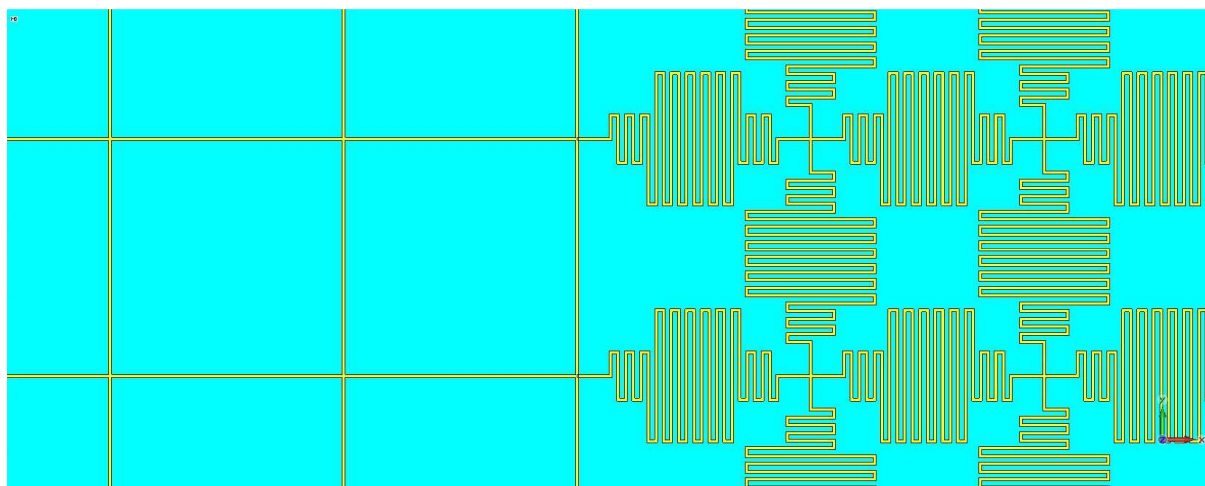
Obr. 4.40 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,1 GHz pro bodový zdroj v 2D síti z meandrového vedení.

#### 4.5.2 Navržená 2D struktura dvou prostředí s opačnými indexy lomu

Po takto provedeném návrhu částic můžeme přistoupit k vytvoření 2D struktury, která bude složená z obou výše zkoumaných struktur. Tato struktura je inspirovaná síťovou strukturou [16] profesora Eleftheriadese, tato nově navržená struktura však nebude potřebovat induktory a kapacity. Výsledný návrh provedený v CST Microwave Studiu je vidět na obrázku 4.41. Detail této struktury je vidět na obrázku 4.42. Struktura se skládá z 15-ti základních elementů na výšku a 20-ti základních elementů na šířku. Deset elementů na šířku tvoří první prostředí a deset elementů na šířku tvoří druhé prostředí. Struktura bude buzena v 12-bodech na levém okraji struktury (červené kruhy na obrázku 4.41). Okolo struktury je hraniční podmínka open, aby se vlna neodrážela.



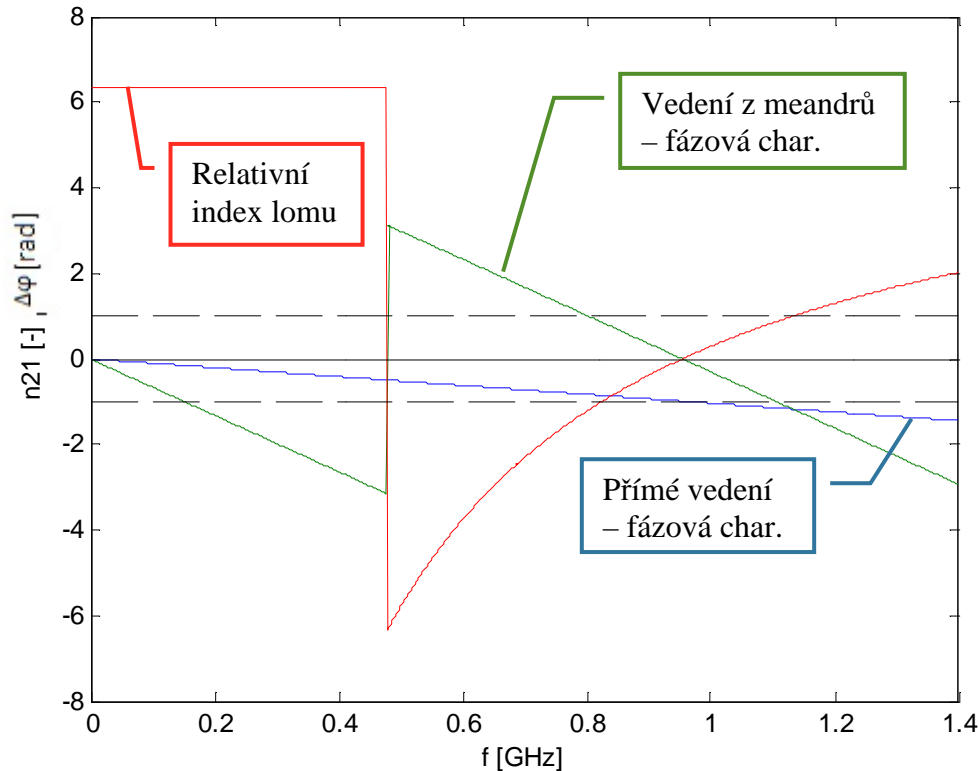
Obr. 4.41 Navržená 2D deska se dvěma různými prostředími v programu CST Microwave studio.



Obr. 4.42 Detail navržené struktury dvou prostředí z obrázku 4.41

Dále spočítáme hodnotu relativního indexu lomu  $n_{21}$  mezi těmito dvěma prostředími. Nejprve stanovíme hodnoty směrnic grafu fázových charakteristik z obrázku 4.24 a z obrázku 4.17. Na prvním dochází k fázové změně o  $2\pi$  na frekvenci 6,066 GHz. To nám dává směrnicí přímky o hodnotě 1,0358 rad/GHz. Druhá hodnota frekvence, na které dochází k fázové změně o  $2\pi$ , je 0,955 GHz. A to nám dává druhou hodnotu směrnicí přímky 6,5793 rad/GHz. Tyto lineární charakteristiky jsou vyneseny do grafu na obrázku 4.43. Poměrem těchto dvou směrnic dostáváme hodnotu retardace  $\rho = 6,3519$ .

V grafu na obrázku 4.43 je vidět výsledná závislost relativního indexu lomu v závislosti na frekvenci (červeně). Tento index byl vypočítán jako  $n_{21} = \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_1}$ . Průběhy fázových charakteristik  $\Delta\varphi_2$  a  $\Delta\varphi_1$  jsou na obrázku 4.43 modře malá optická hustota a zeleně ostře větší optická hustota.



Obr. 4.43 Frekvenční závislost relativního indexu lomu a fázových charakteristik vedení.

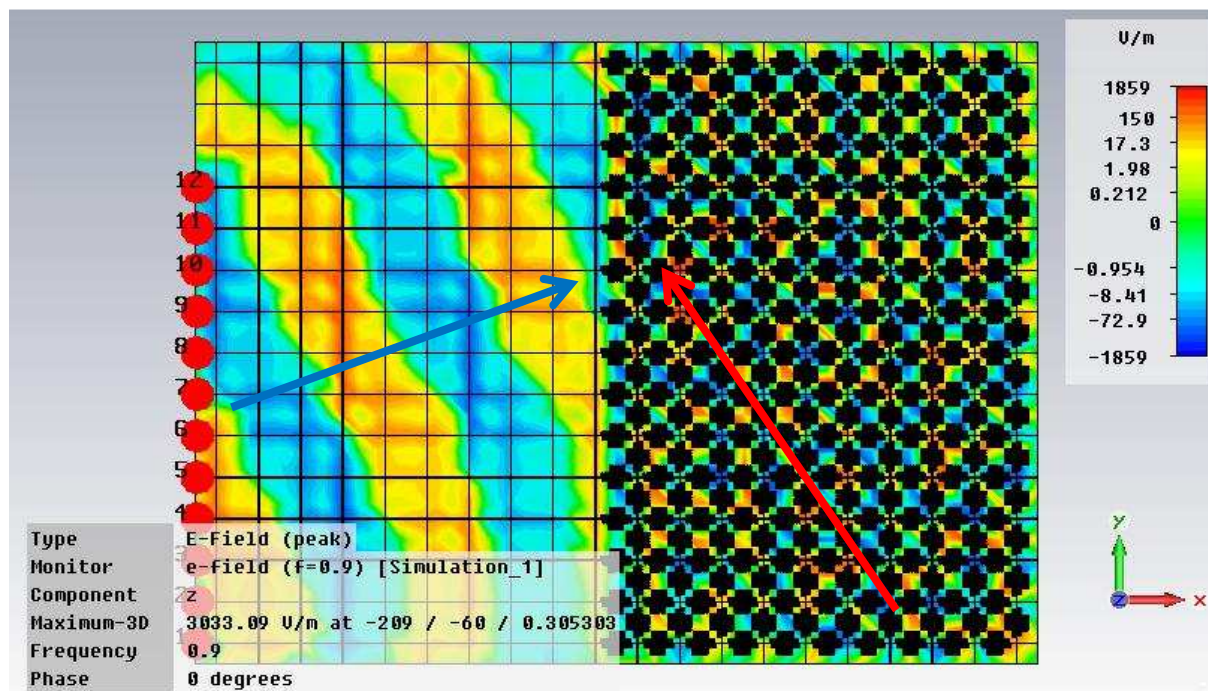
Hodnoty pro vybrané frekvence, které budeme dále používat pro simulace a měření, jsou v tabulce 4.3. V této tabulce jsou i uvedeny dále použité úhly dopadu  $\alpha$  a k nim vypočítané úhly lomu  $\beta$  pomocí Snellova zákona.

$\alpha$ [°]	$f$ [MHz]	$n_{21}$ [-]	$\beta$ [°]
20	860	-0,7	-29,2
20	900	-0,39	-61,3
20	939	-0,11	---
20	1130	0,98	20,4
45	850	-0,78	-65,0
45	900	-0,39	---

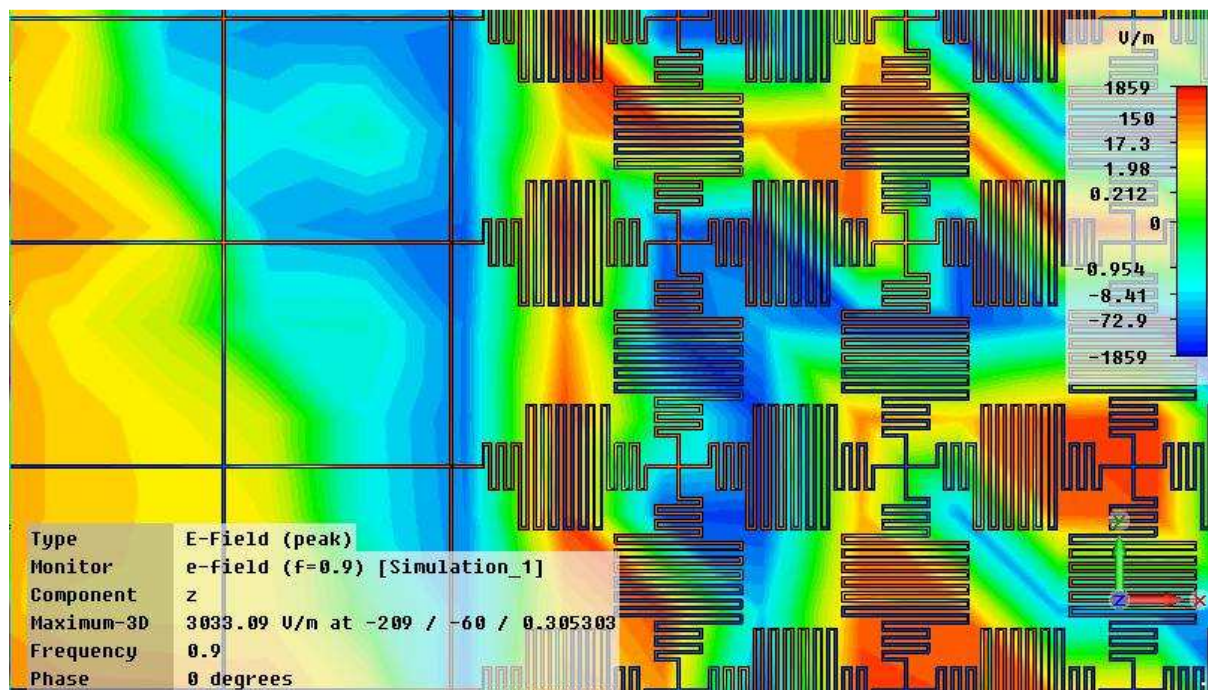
Tab. 4.3 Stanovené hodnoty relativního indexu lomu  $n_{21}$  z grafu na obrázku 4.43 a vypočítané hodnoty směrového úhlu lomeného paprsku  $\beta$  v závislosti na frekvenci a úhlu dopadu  $\alpha$ .

### 4.5.3 Simulace navržené desky s opačnými znaménky indexu lomu

Simulace byly provedeny na frekvenci 900 MHz pro úhel dopadu  $20^\circ$ . Na obrázku 4.44 můžete vidět rozložení elektrického pole ve dvojici prostředí s opačnými znaménky indexu lomu, kterými prochází elektromagnetická vlna. Detail rozložení pole na rozhraní těchto dvou prostředí je na obrázku 4.45. A vektory Poytingova pole můžete vidět na obrázku 4.46.

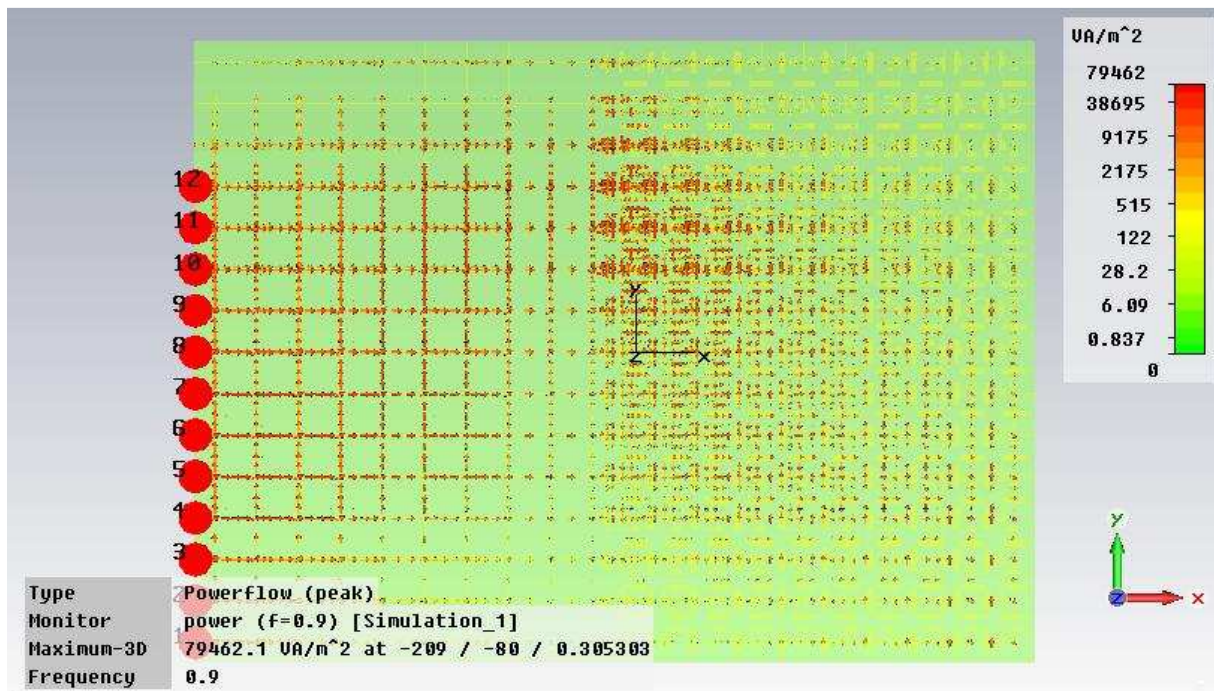


Obr. 4.44 Vypočítané rozložení elektrického pole na frekvenci 900 MHz na rozhraní dvou prostředí s opačnými znaménky indexu lomu.



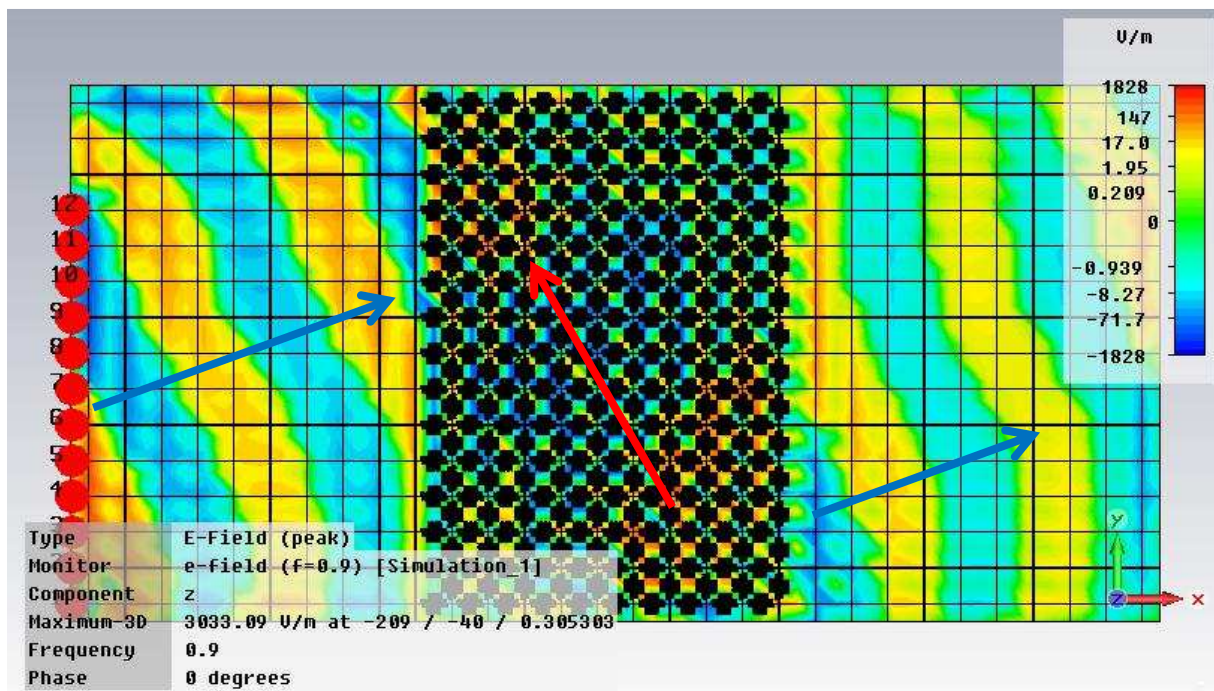
Obr. 4.45 Detail elektrického pole na rozhraní dvou prostředí struktury z obrázku 4.44.



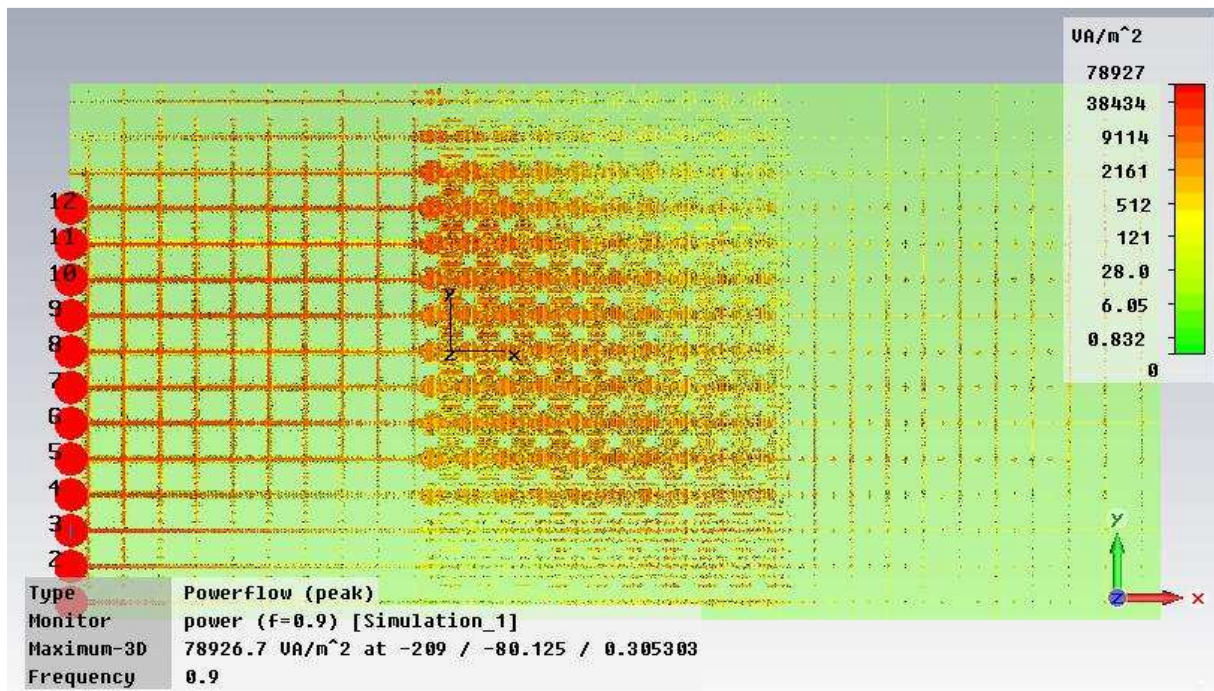


Obr. 4.46 Pole Poytingova vektoru pro strukturu z obrázku 4.43 na frekvenci 900 MHz.

Na obrázku 4.47 můžete vidět vypočítané výsledky rozložení elektrického pole na struktuře tvořené třemi oddělenými prostředími. Na této struktuře můžeme pozorovat negativní dvojnásobný lom a říci, že struktura se chová recipročně. To znamená, že k negativnímu lomu dochází jak při přechodu vlny z pozitivního prostředí do negativního, tak i přechodu vlny z negativního prostředí do pozitivního. Dále je na obrázku 4.48 vidět rozložení Poytingova vektoru na stejné struktuře s dvojnásobným lomem.

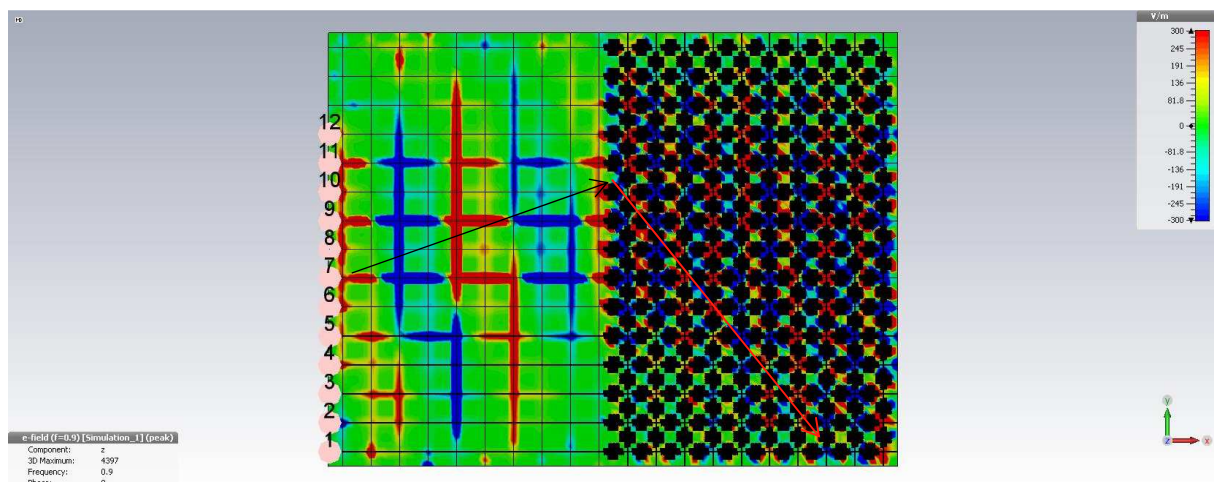


Obr. 4.47 Dvojnásobný lom na rozšířené struktuře z obrázku 4.44.

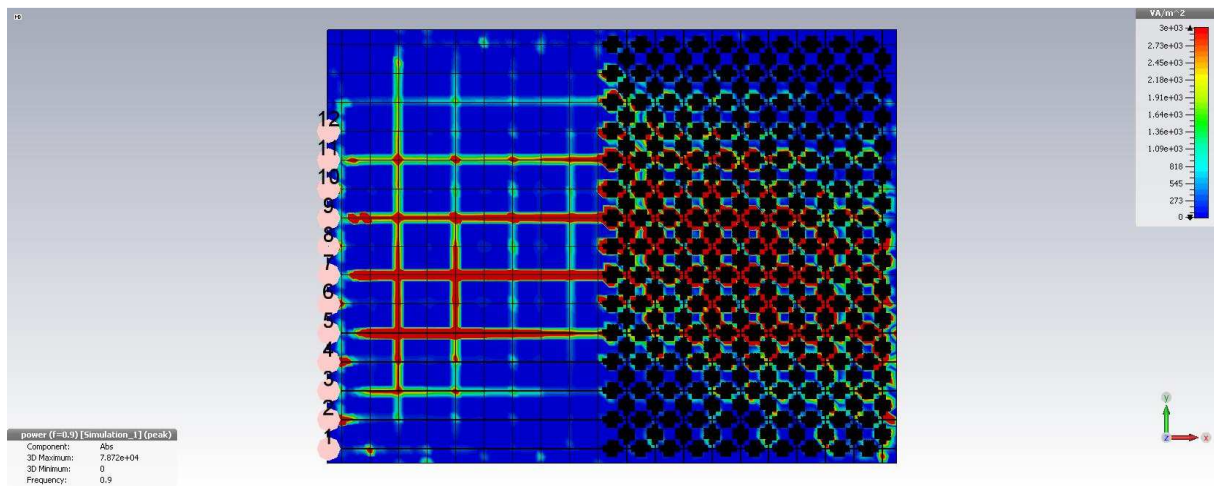


Obr. 4.48 Pole Poytingova vektoru pro dvojnásobný lom na struktuře z obrázku 4.46.

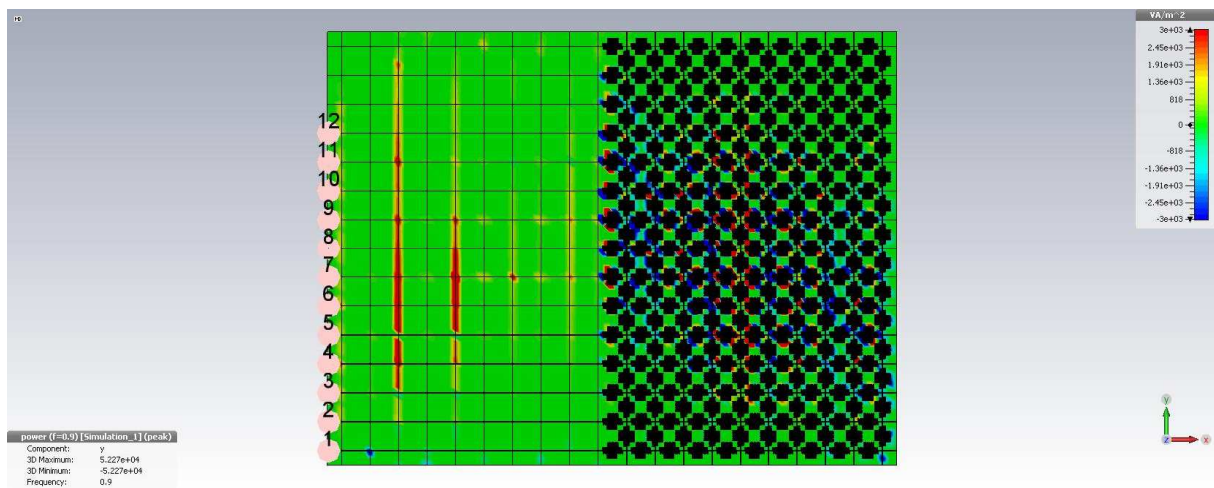
Následují vypočítané výsledky z-tové složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$ , velikosti Poytingova vektoru  $S$  a velikosti y-ové složky Poytingova vektoru  $S_y$ . A to na obrázcích 4.49 až 4.51 na frekvenci 900 MHz, kde se paprsek láme pod úhlem  $-61^\circ$ . A na obrázcích 4.52 až 4.54 se paprsek na frekvenci 1130 MHz prakticky neláme, relativní index lomu je zde blízký  $n_{21} = 1$ . Zvláště důležité jsou obrázky 4.51 a 4.54, kde je vidět y-ová složka Poytingova vektoru  $S_y$ , kde podle zbarvení (červené nebo modré) je vidět, na kterou stranu se paprsek láme.



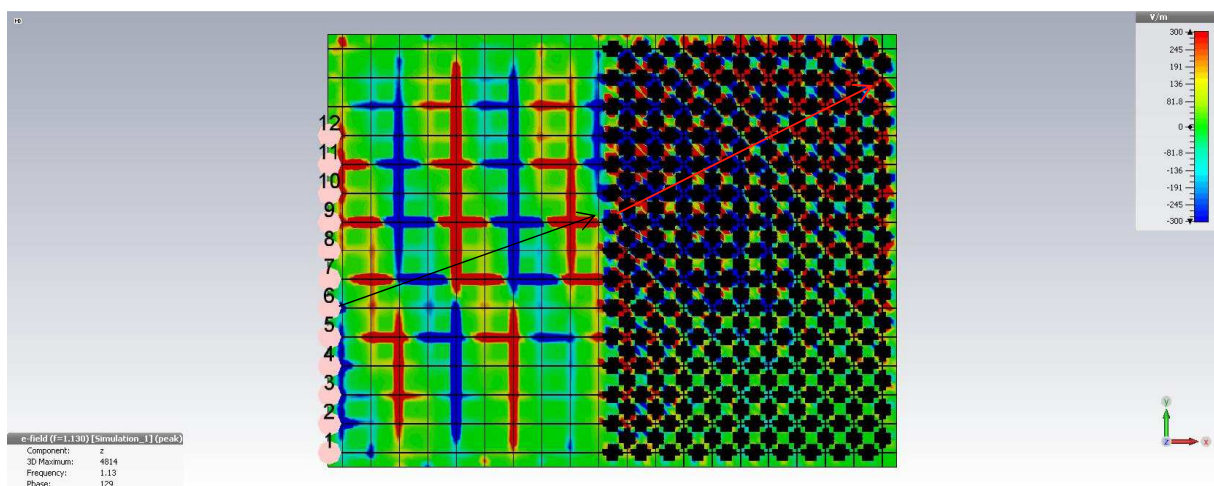
Obr. 4.49 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 900 MHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\Delta\varphi = -19^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 20^\circ$ .



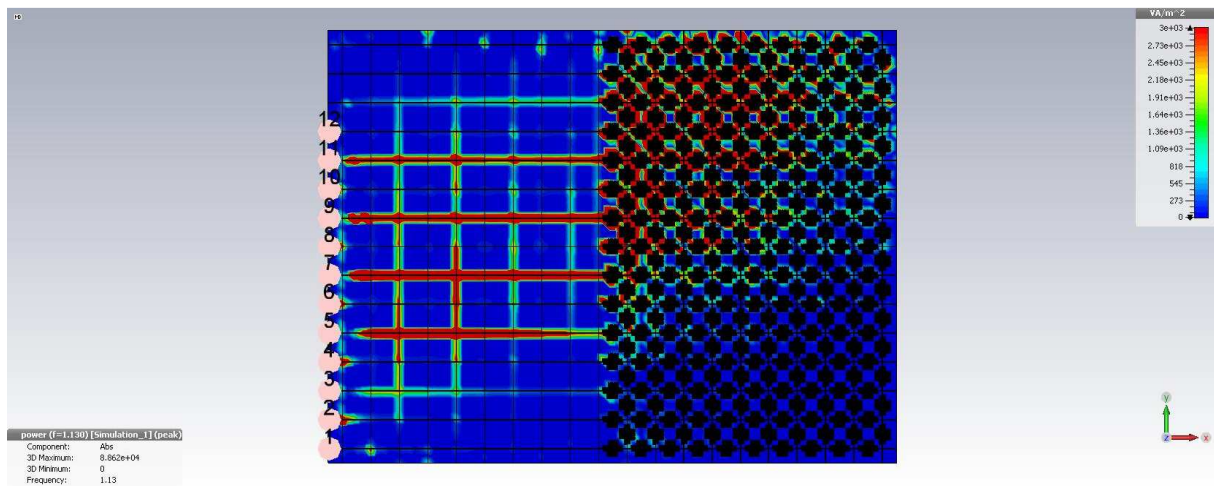
Obr. 4.50 Výsledná velikost Poytingova vektoru  $S$  na frekvenci 900 MHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\Delta\varphi = -19^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 20^\circ$ .



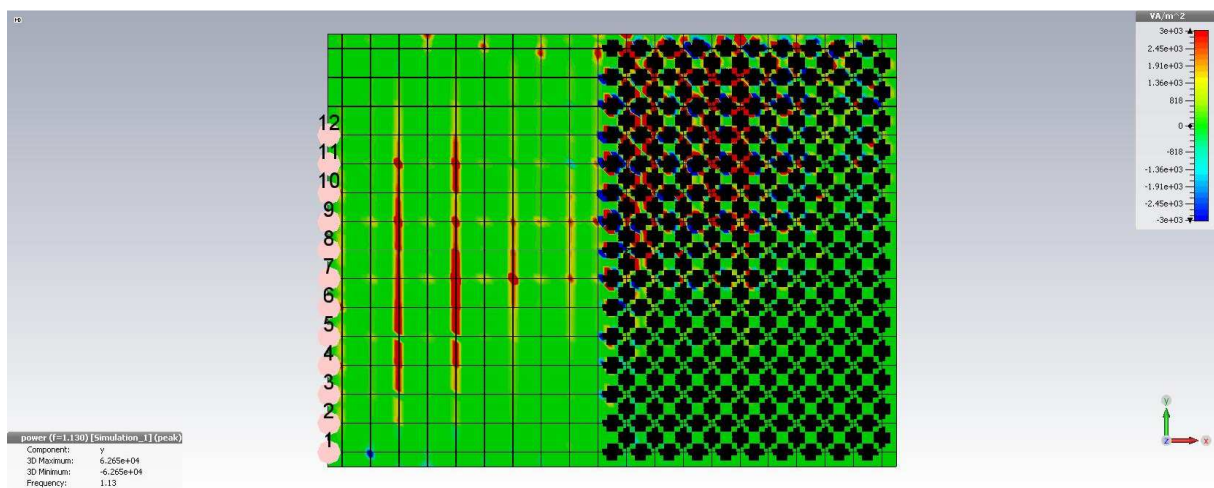
Obr. 4.51 Výsledná velikost y-ové složky Poytingova vektoru  $S_y$  na frekvenci 900 MHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\Delta\varphi = -19^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 20^\circ$ .



Obr. 4.52 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1130 MHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\Delta\varphi = -23,8^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 20^\circ$ .



Obr. 4.53 Výsledná velikost Poytingova vektoru  $S$  na frekvenci 1130 MHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\Delta\varphi = -23,8^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 20^\circ$ .



Obr. 4.54 Výsledná velikost y-ové složky Poytingova vektoru  $S_y$  na frekvenci 1130 MHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\Delta\varphi = -23,8^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 20^\circ$ .

## 4.6 Měření negativního lomu

### 4.6.1 Návrh zapojení pro měření 2D desky s rovinnou vlnou

Pro napájení okraje rovinné desky byl pořízen dělič výkonu 1:16. Aby vybuzeaná vlna dopadla pod zvoleným nenulovým úhlem dopadu od kolmice k rozhraní, byly k tomuto děliči vyrobeny dvě sady vedení s lineárně rostoucí délkou jednak s krokem 12 mm pro úhel dopadu  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\Delta\varphi = -21^\circ$  a s krokem 24,5 mm pro úhel dopadu  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\Delta\varphi = -42^\circ$ , kde hodnoty  $\Delta\varphi$  jsou stanoveny pro frekvenci  $f = 1$  GHz a vzdálenost  $d = 2$  cm (perioda mříže desky) podle vztahu

$$\Delta\varphi = -360^\circ \frac{d}{\lambda} \sin \alpha. \quad (4.32)$$

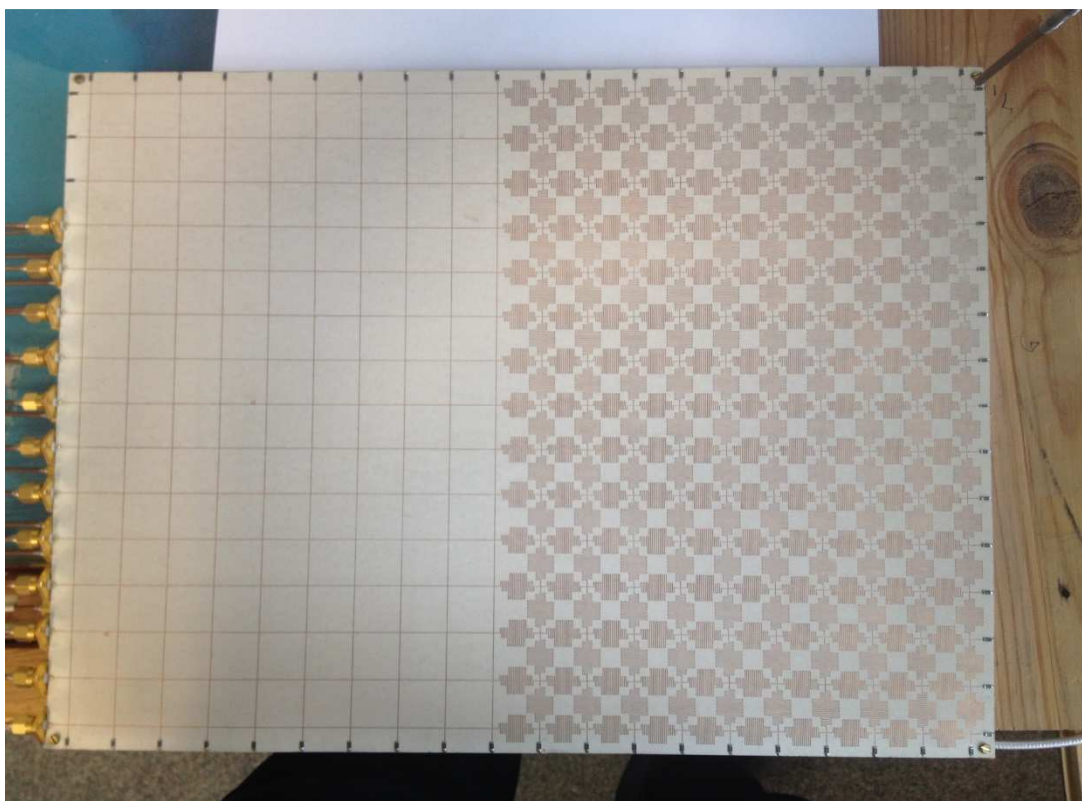
Tyto dvě sady vedení můžete vidět na obrázku 4.55.



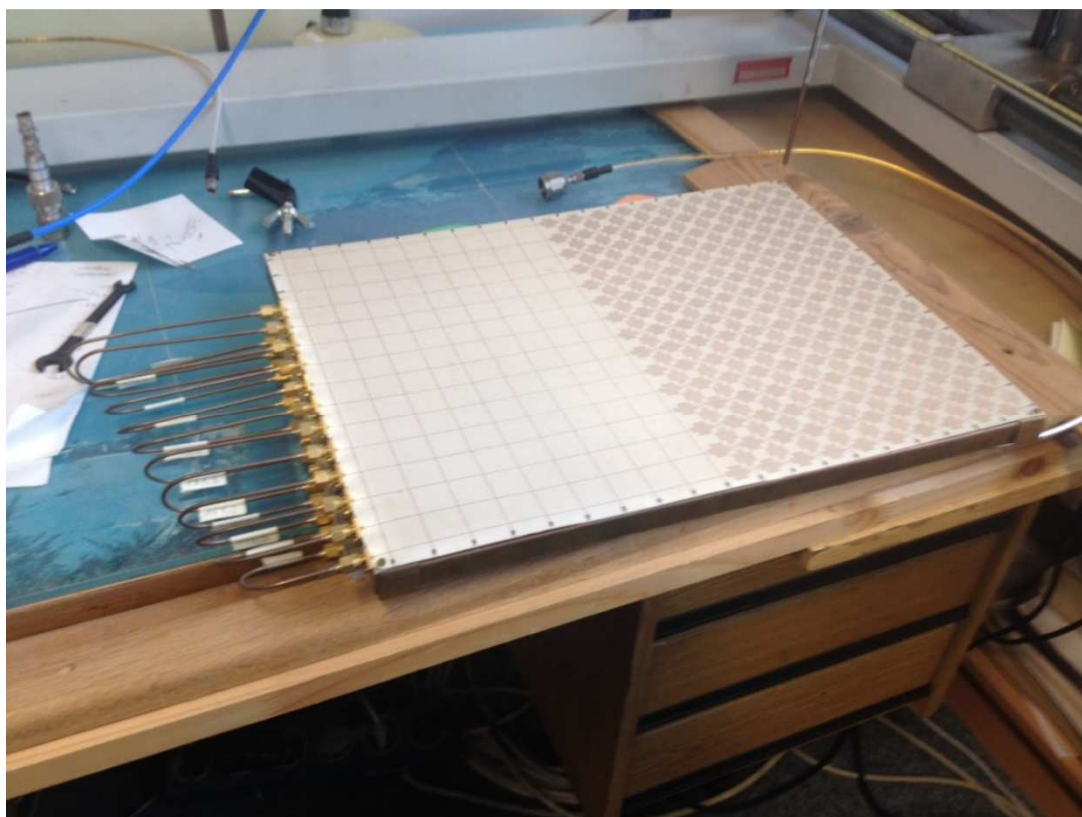
Obr. 4.55 Měřicí sady vedení pro vytvoření dvou vln s různým úhlem dopadu na rozhraní.

Vyrobenou strukturu z obrázku 4.41 můžete vidět na obrázku 4.56. Vlevo je pozitivní prostředí a vpravo negativní. Dále je na obrázku vpravo možno vidět dvanáct napájecích konektorů a mimo tyto konektory je možno po celém obvodu vidět rezistory  $68 \Omega$ , aby okraje desky byly impedančně přizpůsobené a vlnění se od těchto okrajů neodráželo. Pro účely měření jsou řady uzlů (křížení mikropásků) označeny písmeny A až O odshora dolů a sloupce jsou očíslovány zleva doprava od 1-né do 20-ti. Na obrázku 4.57 je vidět na měřicím pracovišti, jak je deska napájena sadou vedení z děliče, který je schovaný pod měřenou strukturou. Tento dělič je napájen z HP 8620C. Dále je vpravo nahoře vidět měřicí sonda, ta je připojena k spektrálnímu analyzátoru Advantest R3131A. Měření byla prováděna tak, že

sonda byla vždy spuštěna dolů tak, aby se vodivě kontaktovala s křížením mikropásků z důvodu co největší reprodukovatelnosti měření. Následně byla při měření vždy odečtena nejvyšší naměřená hodnota.



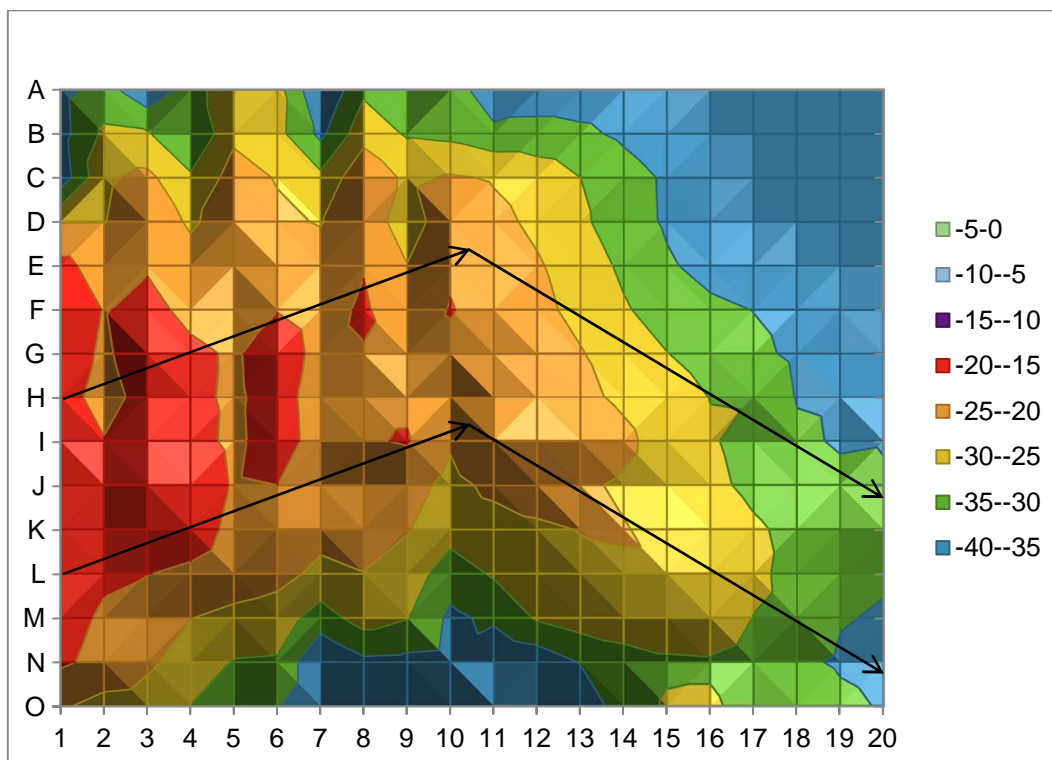
Obr. 4.56 Vyrobena deska představující dvě prostředí s různými indexy lomu.



Obr. 4.57 Měřicí pracoviště, na obrázku je vidět napájení desky z děliče výkonu.

#### 4.6.2 Výsledky měření 2D desky s rovinnou vlnou pro úhel dopadu $20^\circ$

Nejprve napájíme měřenou desku sadou vedení, která vytvoří vlnu s úhlem dopadu  $20^\circ$  k rozhraní. Změřená data jsou na obrázku 4.58, zde můžeme porovnat negativní lom na frekvenci 860 MHz. Vypočítaný úhel lomu je  $-29^\circ$ , viz tabulka 4.3. Na tomto a dalších obrázcích jsou vypočítané směry šíření vyznačeny šipkami. Změřená data můžeme porovnat s obrázkem 4.62, na kterém je vypočítané rozložení pole.



Obr. 4.58 Změřené rozložení výkonu v rozsahu 0 až -40 dBm na desce z obrázku 4.60 pro úhel dopadu  $20^\circ$  na frekvenci 860 MHz.

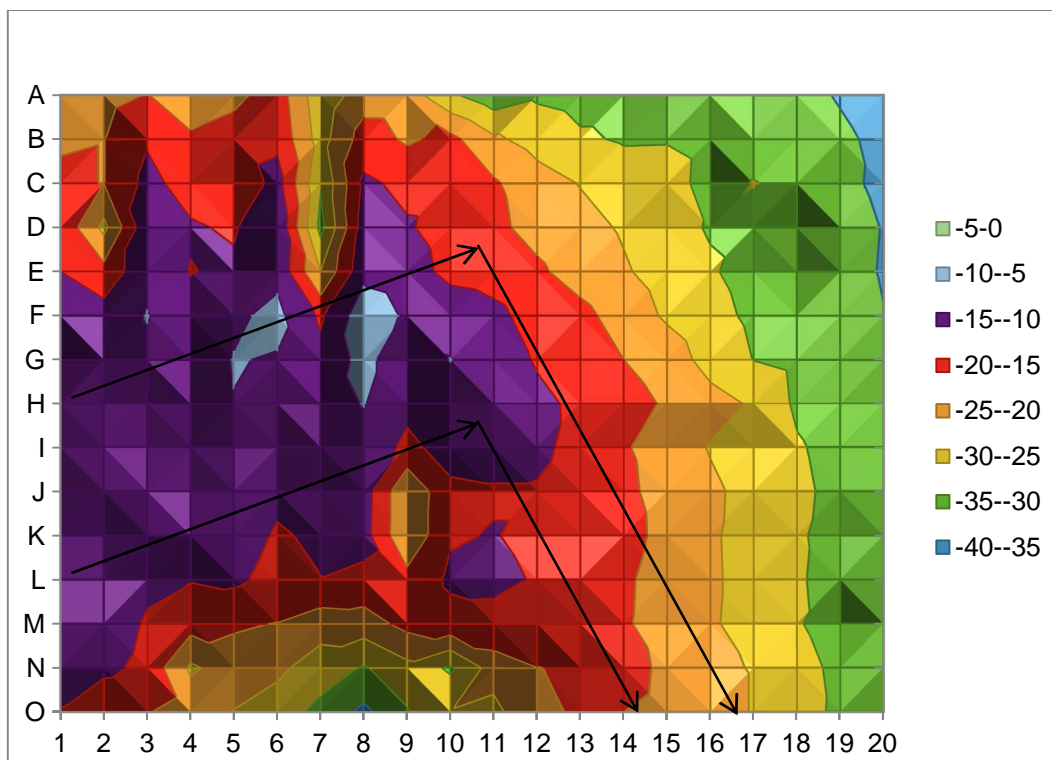
Na obrázku 4.59 jsou změřené hodnoty výkonu na frekvenci 900 MHz, tedy na vyšší frekvenci než v předchozím případě. V souladu s výše popsanou teorií dojde k růstu (poklesu v absolutní hodnotě) relativního indexu lomu na hodnotu  $-0,39$  a tím i ke zvětšení úhlu lomu na hodnotu  $-61^\circ$ . Změřená data můžeme opět porovnat s obrázkem 4.49, na kterém je vypočítané rozložení elektrického pole na stejné frekvenci 900 MHz.

Na obrázku 4.60 vidíme ze změřených hodnot na frekvenci 939 MHz, jak elektromagnetické pole do druhého prostředí prakticky nevniká, je to z toho důvodu, že na této frekvenci je relativní index lomu velice blízko nule. Při porovnání s obrázkem 4.63 to vypadá, jakože pole do materiálu vniká. Ve skutečnosti ale nesmíme zapomínat, že se jedná o rozptylová pole okolo mikropásků. Větší intenzita ve druhém prostředí je způsobena větší hustotou mikropásků (meandry) v tomto prostředí. Tak se dokonce zdá, že elektrické pole ve druhém prostředí je silnější než v prvním prostředí, ze kterého je druhé prostředí napájeno.

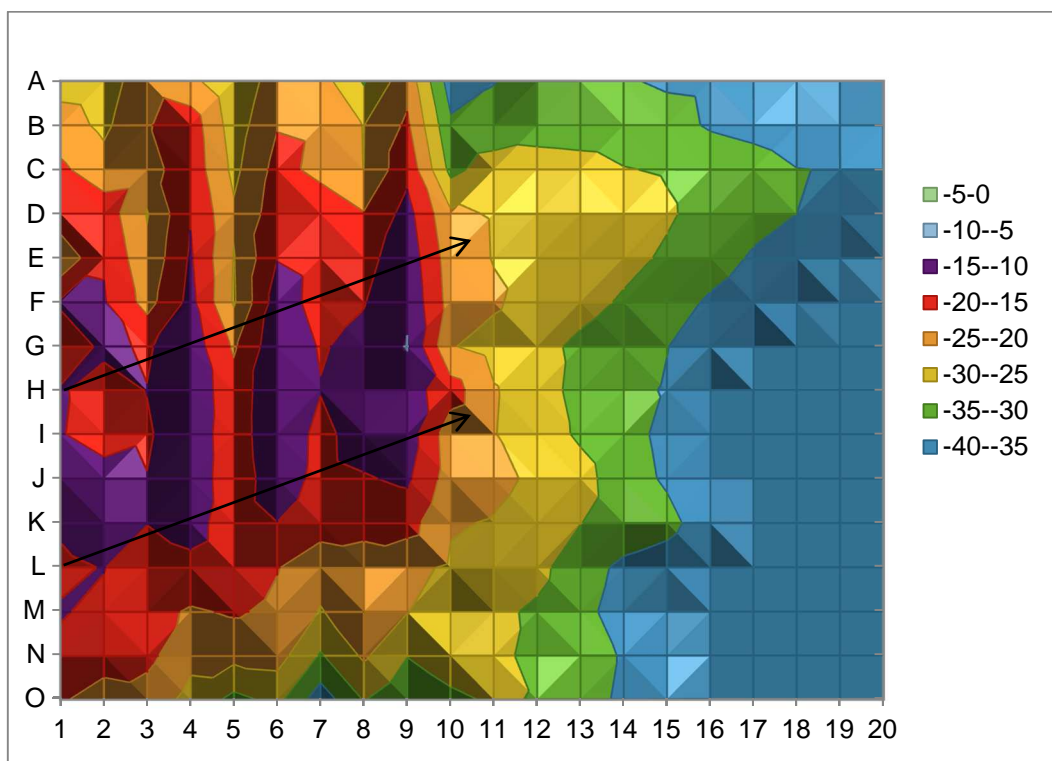
Poslední měření pro tento úhel dopadu je na frekvenci 1130 MHz, viz obrázek 4.61, kde je relativní index lomu blízko jedné, vlna tedy prochází rozhraním, jako kdyby tam doslova nebylo. Tato data můžeme porovnat s vypočítaným polem na obrázku 4.52, kde již nevidíme negativní lom, ale klasický pozitivní lom.

Velký pokles měřeného výkonu v řádu desítek decibel při šíření strukturou, nepovažuji za ztráty prostředí, ale ztráty způsobené rozptylováním pole do stran, viz směrová charakteristika vypočítaná na obrázku 4.9 (modře je pro náš případ  $N = 12$  a  $d = 2$  cm). Pro více spojitě

prosředí by mělo toto rozptylování poklesnout a paprsek se stát více směrovým, viz krychlová struktura např. na obrázku 5.37 nebo opět obrázek 4.9 (červená charakteristika pro hodnoty  $N = 120$  a  $d = 2$  cm).

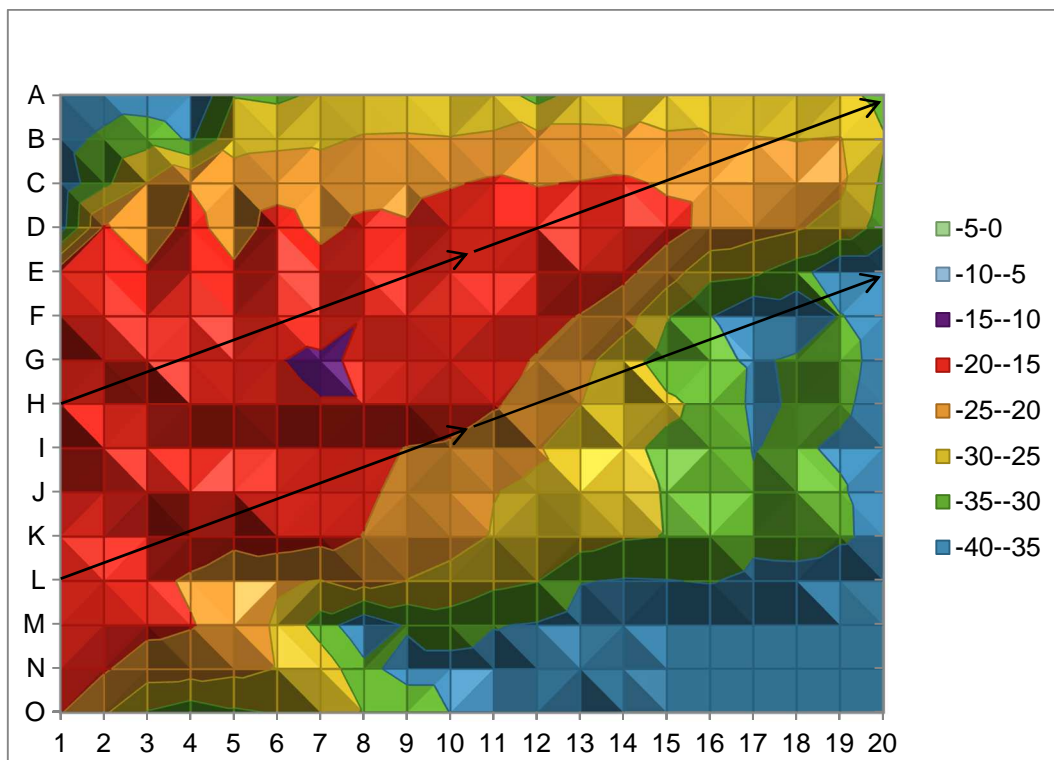


Obr. 4.59 Změřené rozložení výkonu v rozsahu 0 až -40 dBm na desce z obrázku 4.60 pro úhel dopadu 20° na frekvenci 900 MHz.



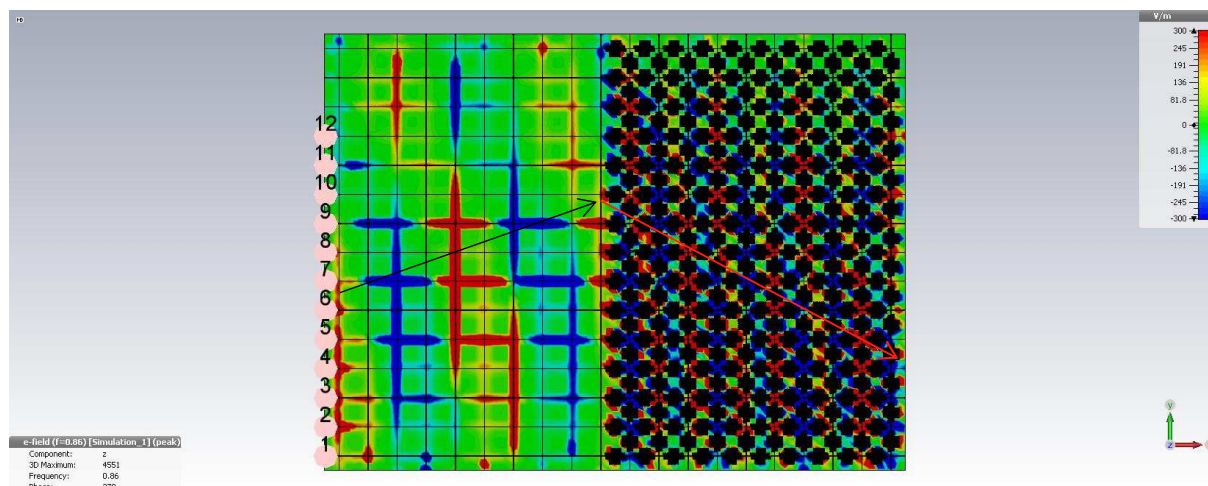
Obr. 4.60 Změřené rozložení výkonu v rozsahu 0 až -40 dBm na desce z obrázku 4.60 pro úhel dopadu 20° na frekvenci 939 MHz.



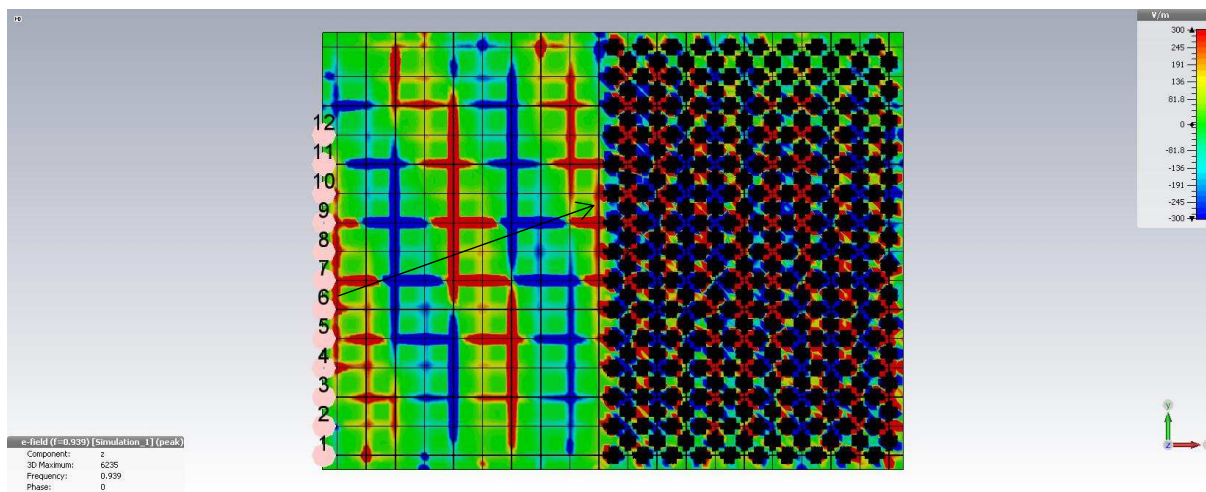


Obr. 4.61 Změřené rozložení výkonu v rozsahu 0 až -40 dBm na desce z obrázku 4.60 pro úhel dopadu  $20^\circ$  na frekvenci 1130 MHz.

Při pohledu postupně na řadu obrázků od 4.62, 4.49, 4.63 a 4.52 vidíme, že nejprve dochází k negativnímu lomu, potom s růstem frekvence dochází k poklesu v absolutní hodnotě záporného indexu lomu, tím se paprsek láme pod větším úhlem. Následuje při dalším zvýšení frekvenční oblast s indexem lomu blízkým nule, kde pole do prostředí příliš nevniká. Nakonec se dalším růstem frekvence dostáváme z druhé zóny do třetí, kde je index lomu opět kladný. Toto odráží frekvenční průběh relativního indexu lomu, jak byl vypočítán, viz graf na obrázku 4.43.



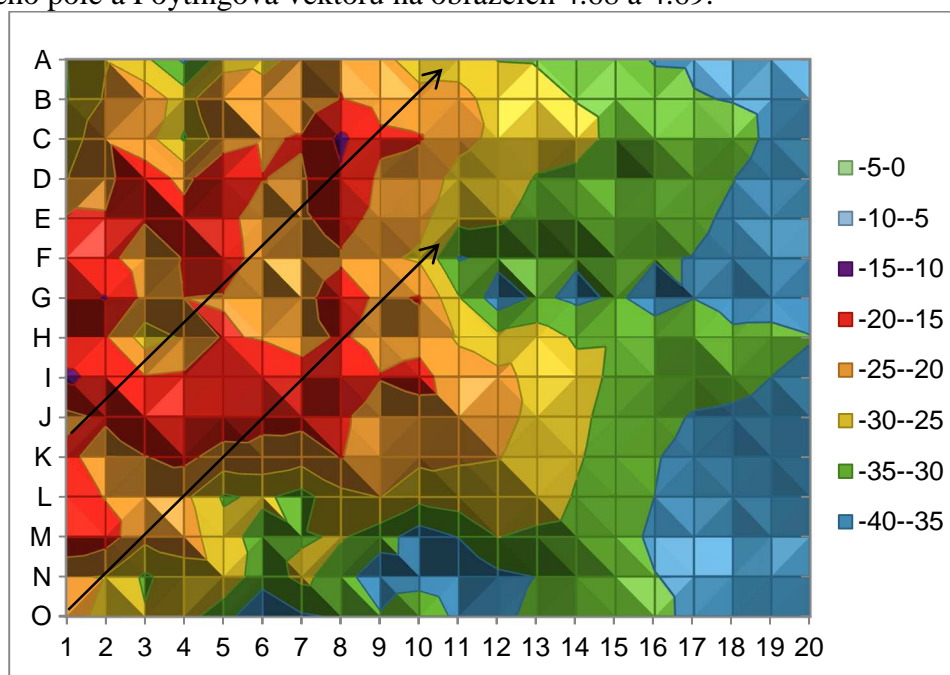
Obr. 4.62 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 860 MHz.



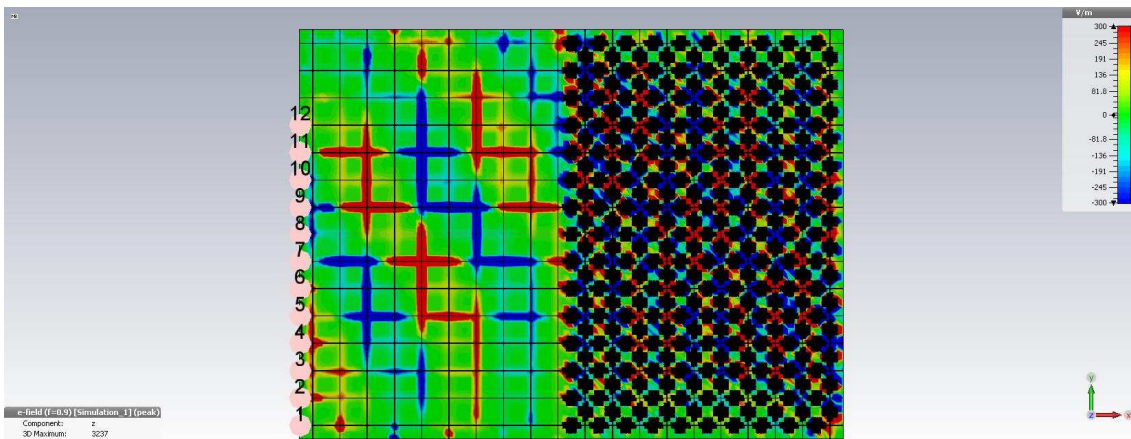
Obr. 4.63 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 939 MHz.

#### 4.6.3 Výsledky měření 2D desky s rovinnou vlnou pro úhel dopadu $45^\circ$

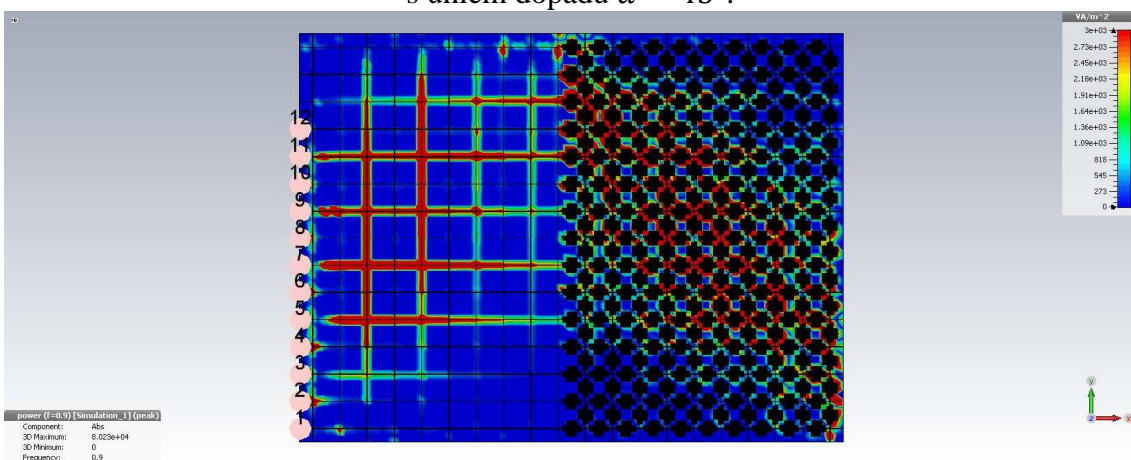
V této části jsou výsledky měření pro úhel dopadu  $45^\circ$  nejprve na frekvenci 900 MHz, kde na obrázku 4.64 s měřeními daty vidíme, že pole do druhého prostředí příliš nevniká na rozdíl od stavu na frekvenci 850 MHz, viz obrázek 4.67, kde můžeme pozorovat negativní lom a kde podle výpočtu, viz tabulka 4.3, je relativní index lomu  $-0,78$  a úhel lomu  $-65^\circ$ . Na rozdíl od stavu na frekvenci 900 MHz, kde podle výpočtu je relativní index lomu  $-0,39^\circ$ , nemá pole do druhého prostředí vnikat. Pronikání do druhého prostředí by se lépe zabránilo, kdyby čelo vlny dopadalo na větší délce rozhraní, úhel dopadu  $45^\circ$  je pro tuto strukturu již příliš velký. Pro úhel dopadu  $45^\circ$  je čelem vlny ozářeno pět elementů ( $15-10=5$ ). Je tedy zapotřebí více elementů (spojitější strukturu). Toto můžeme dobře pozorovat na krychlové struktuře v následující kapitole, zvláště pak na obrázku 5.42. Pro porovnání s obrázkem 4.64, jsou zde vypočítané hodnoty elektrického pole a Poytingova vektoru na obrázcích 4.65 a 4.66 na frekvenci 900 MHz. A na frekvenci 850 MHz je k obrázku 4.67 vypočítané rozložení elektrického pole a Poytingova vektoru na obrázcích 4.68 a 4.69.



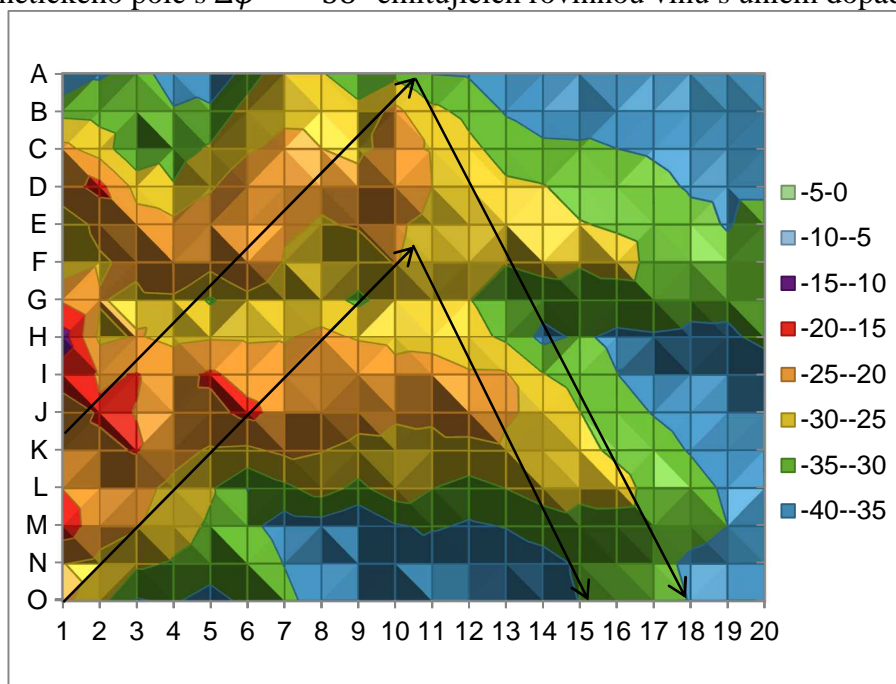
Obr. 4.64 Změřené rozložení výkonu v rozsahu 0 až  $-40$  dBm na desce z obrázku 4.60 pro úhel dopadu  $45^\circ$  na frekvenci 900 MHz.



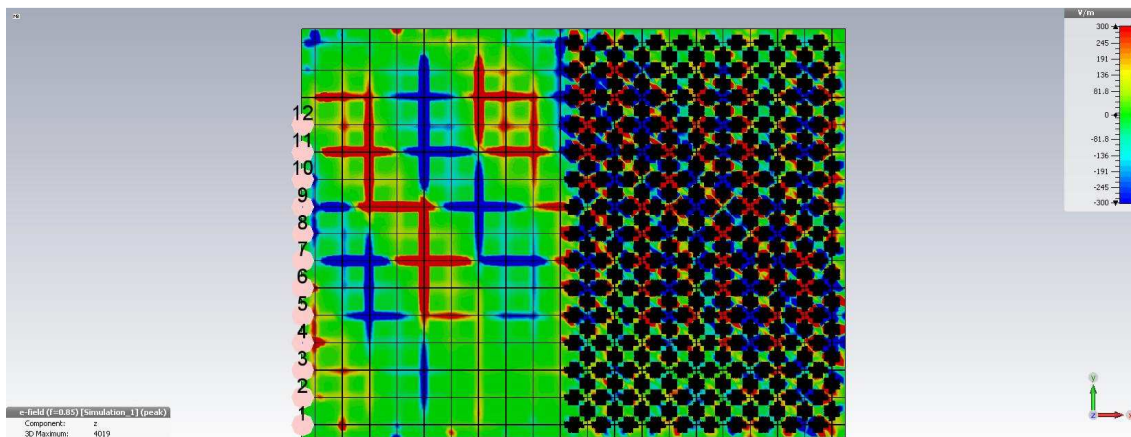
Obr. 4.65 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 900 MHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\Delta\varphi = -38^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 45^\circ$ .



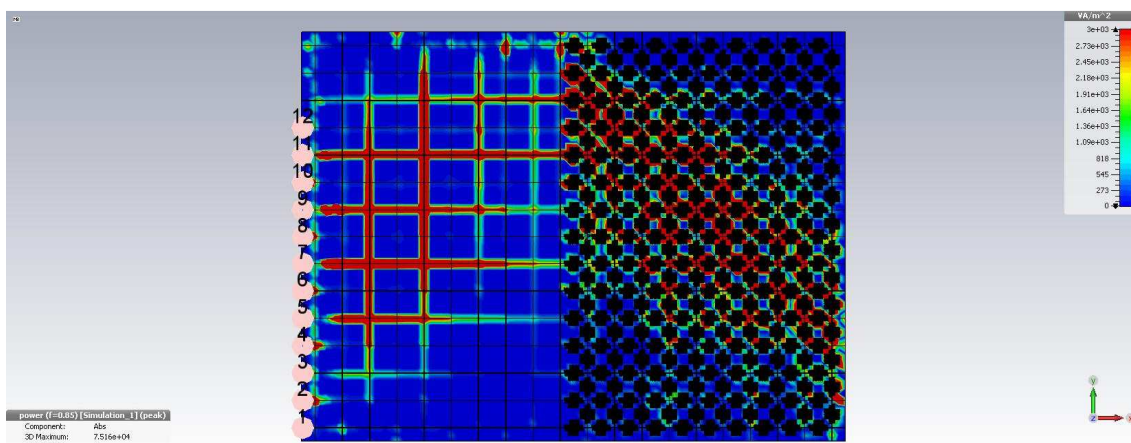
Obr. 4.66 Výsledná velikost Poyntingova vektoru  $S$  na frekvenci 900 MHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\Delta\varphi = -38^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 45^\circ$ .



Obr. 4.67 Změřené rozložení výkonu v rozsahu 0 až -40 dBm na desce z obrázku 4.60 pro úhel dopadu  $45^\circ$  na frekvenci 850 MHz.



Obr. 4.68 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 850 MHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\Delta\varphi = -36^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 45^\circ$ .



Obr. 4.69 Výsledná velikost Poytingova vektoru  $S$  na frekvenci 850 MHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\Delta\varphi = -36^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 45^\circ$ .

## Kapitola 5

### Krychlová struktura

#### 5.1 Krychlová struktura prostředí s negativním indexem lomu

Aby nebyl popis jevu negativního lomu otestován jen na jedné struktuře, jsou v této kapitole zkoumány simulacemi v CST Microwave Studiu krychlové struktury, které tvoří šachovnicově rozmístěné krychle. Hlavní výhodou při simulaci elementu této struktury je v nenáročnosti na paměťovou kapacitu a výpočetní výkon. Proto může být simulovaná struktura z podstatně více elementů než například v případě elementu z meandrového vedení. To umožní předvést rozsáhlejší struktury z více elementů, kde se elektromagnetické pole bude chovat více spojitě, a paprsky budou směrovější. To nám umožní získat představu, z kolika elementů se materiál musí skládat, aby bylo dosaženo předvedeného chování elektromagnetického pole.

Červené krychle na obrázku 5.1 představují prostředí s ostře vyšším indexem lomu, než jsou krychle modré. Červené krychle mají stejnou hodnotu relativní permitivity a permeability, tak aby měly stejnou impedanci jako krychle modré. Tím se zabrání nechtěným odrazům elektromagnetického pole. Modré krychle mají permitivitu a permeabilitu rovnou jedné, jako má zhruba vzduch. Takovéto prostředí bude ozařováno vlnou pod úhlem  $\alpha$ , již získáme řadou zdrojů, jejichž elementární zdroje budou fázově posunuty o  $\psi$  pro danou vlnovou délku  $\lambda$  v prvním prostředí (vzduchovém) a pro velikost krychle o hraně  $x = 30$  mm. Tyto veličiny jsou svázány vztahem

$$\alpha = \arcsin\left(-\frac{\psi}{360^\circ} \frac{\lambda}{x}\right). \quad (5.1)$$

Pro návrh nejprve spočítáme spojitost elektromagnetické vlny v referenčním prostředí (což je vakuum s diskretizační periodou  $d$ ), použijeme tedy vztah (3.19)

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi f}{c} n_{ef} \rho d. \quad (5.2)$$

Prostředí budeme navrhovat na frekvenci  $f = 1$  GHz, efektivní index lomu referenčního prostředí bude  $n_{ef} = 1$ , koeficient retardace  $\rho = 1$  a diskretizační perioda  $d = 30$  mm. Po dosazení do předchozího vztahu, dostaneme  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 = -0,629$ . Protože hodnota  $\Delta\varphi$  je z intervalu  $\Delta\varphi \in (-\pi; \pi)$ , nemusíme k této hodnotě připočítat násobky  $2\pi$ . Pro stanovení hodnoty spojitosti použijeme vztah (3.39)

$$C = \frac{2\pi}{|\Delta\varphi_0|}. \quad (5.3)$$

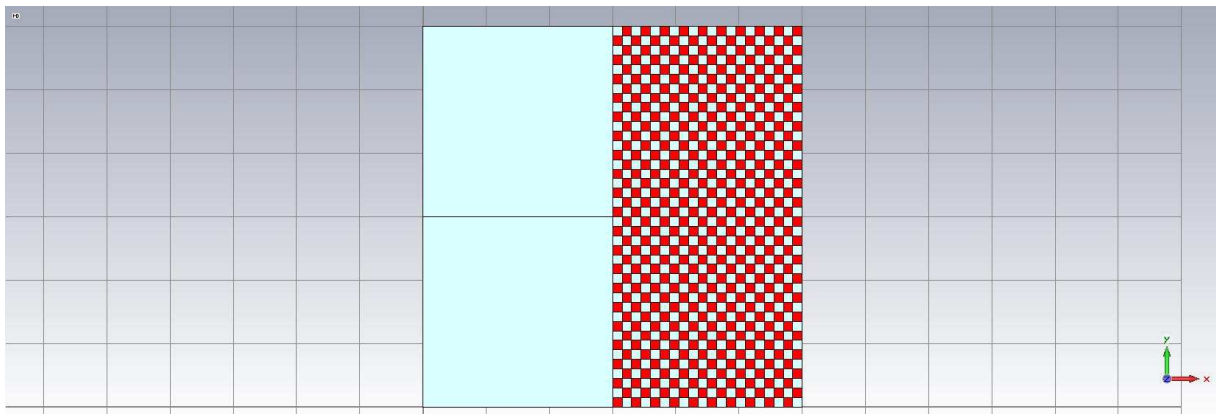
Po dosazení do předchozího vztahu získáme hodnotu přibližně  $C = 10$ . Dále pro stanovení hodnoty indexu lomu  $n_2$  krychlí v druhém prostředí použijeme vztah (3.43)

$$n_{ef2} = n_{21} n_{ef1} + C, \quad (5.4)$$

kde za  $n_{21}$  relativní index lomu mezi oběma prostředními dosadíme  $n_{21} = -1$ , abychom měli na této frekvenci negativní lom. Dále dosadíme za hodnotu indexu lomu  $n_{ef1} = 1$ , což je index lomu materiálu na obrázku 5.1 vlevo vzhledem k vakuu. Po dosazení do (5.4),  $(-1) \cdot 1 + 10 = 9$ , získáme hodnotu efektivního indexu lomu krychlí v pravém prostředí  $n_{ef2} = 9$ .

## **5.2 Simulace krychlové struktury v CST Microwave studiu na struktuře pro úhel dopadu $13^\circ$**

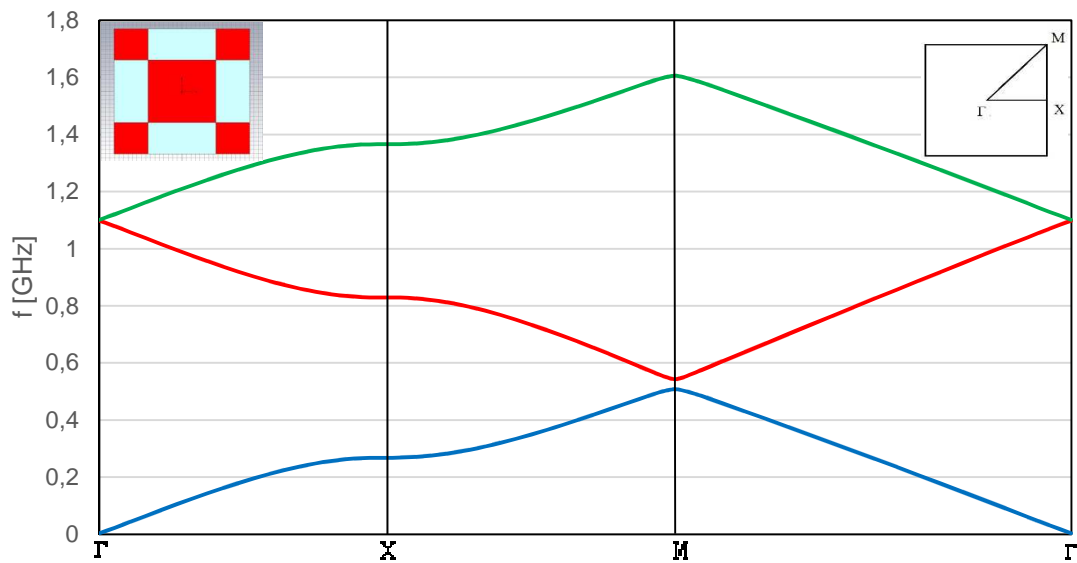
V simulátoru zkoumaná struktura je na obrázku 5.1, hodnoty permitivity a permeability červených krychlí tvořících prostředí vpravo jsou 8,96, což můžeme považovat za hodnoty odpovídající výše spočítané hodnotě indexu lomu 9. Rozhraní je ozařováno vlnou s úhlem dopadu  $\alpha = 12,8^\circ$ , kterou získáme, když posuneme fáze mezi elementární zdroji o  $\psi$  podle vztahu (5.1). Okolo celé simulované struktury je ohraničení open, aby se pole neodráželo. Nahoře a dole je elektrická stěna.



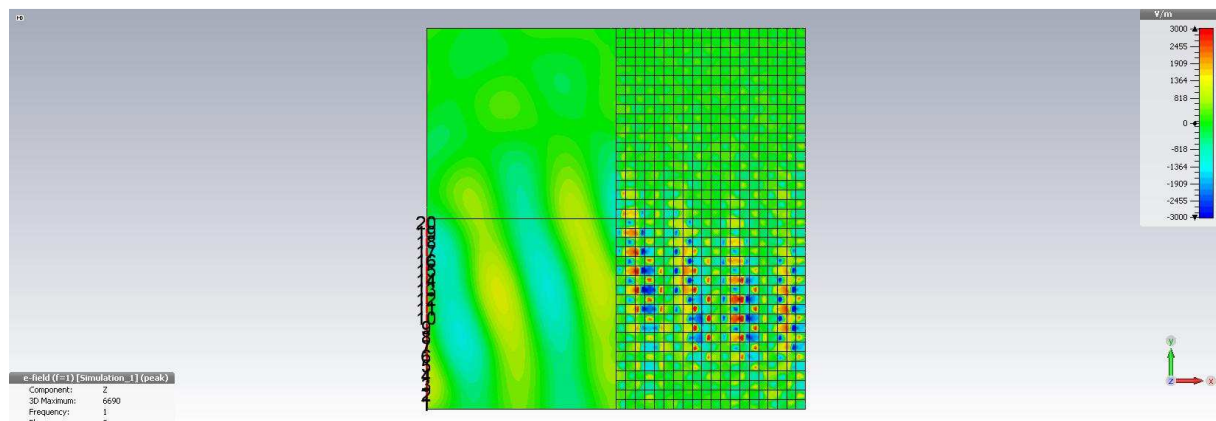
Obr. 5.1 Navržená struktura v simulátoru CST Microwave studio. Červeně krychle prostředí s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 8,96$  a světlomodré krychle s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 1$ . Kostky mají čtvercový půdorys o hraně 30 mm a tloušťce 10 mm.

Pomocí Eigenmode solveru z CST Microwave Studia vypočítané disperzní charakteristiky elementu prostředí na obrázku 5.1 vpravo jsou na obrázku 5.2. První vid s kladným indexem lomu je modře. Vid se záporným indexem lomu je červeně. Na frekvenci 1 GHz jsou parametry negativní. Zeleně je zobrazen další vid opět kladný.

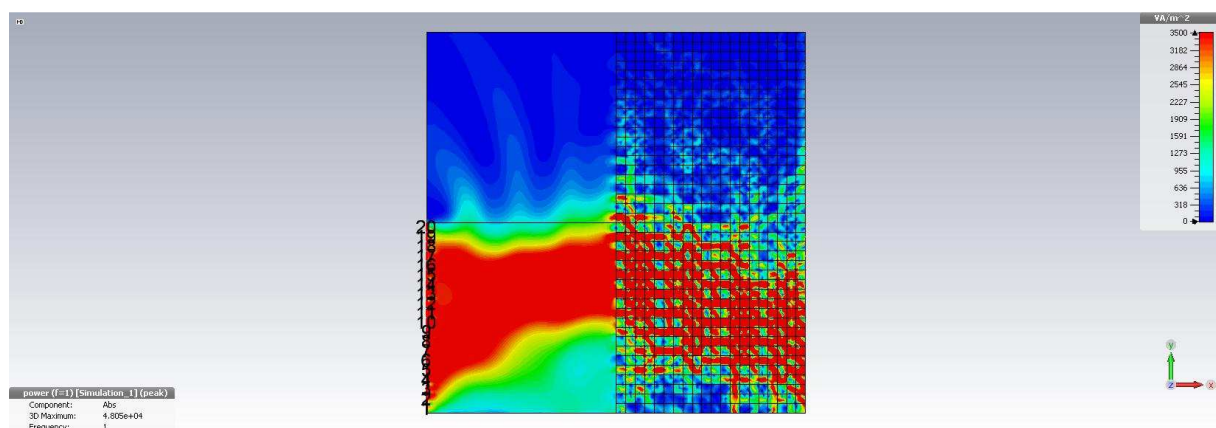
Na obrázku 5.3 je spočítané elektrické pole. Následující obrázek 5.4 zobrazuje Poytingovo pole, z něhož je vidět tok energie elektromagnetického pole. Na následujícím obrázku 5.5 je y-ová složka Poytingova vektoru. Zde je nejdůležitější informace v pravé části, kde převládají záporné hodnoty y-ové složky Poytingova pole, na obrázku modře, což znamená, že v pravé části směřuje y-ová složka Poytingova vektoru shora dolů.



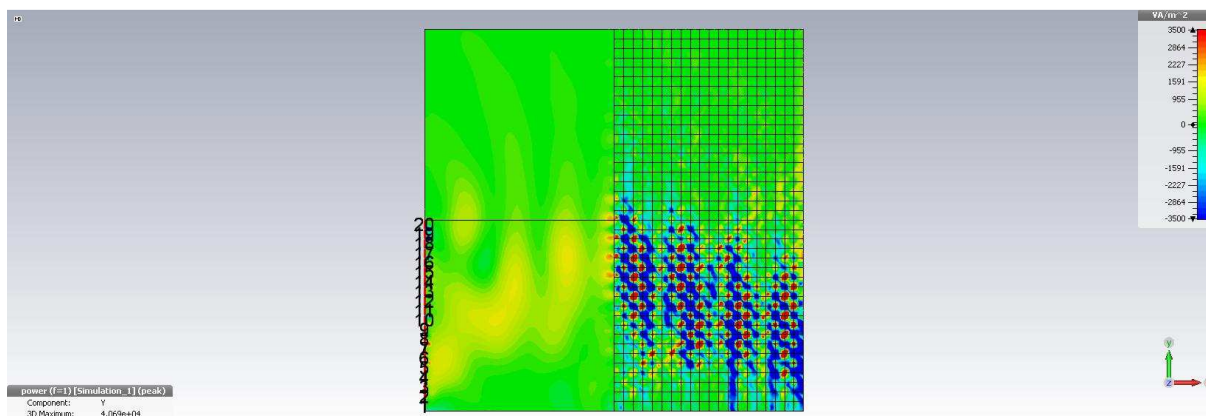
Obr. 5.2 Disperze elementu prostředí z obrázku 5.1 vpravo.



Obr. 5.3 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -8^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 12,8^\circ$ .



Obr. 5.4 Výsledná velikost Poyntingova vektoru  $S$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -8^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 12,8^\circ$ .

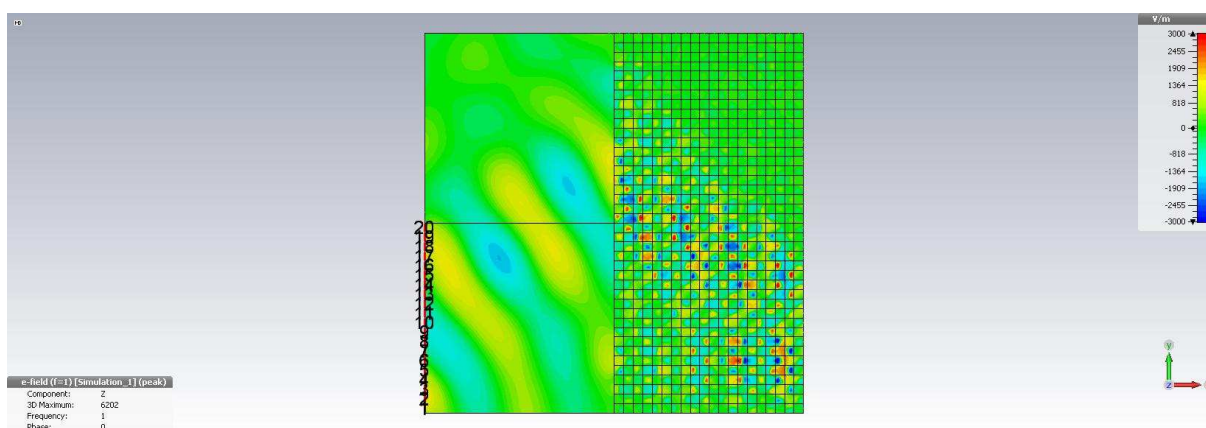


Obr. 5.5 Výsledná velikost y-ové složky Poytingova vektoru  $S_y$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -8^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 12,8^\circ$ .

### 5.3 Simulace krychlové struktury v CST Microwave studiu na struktuře pro úhel dopadu $34^\circ$

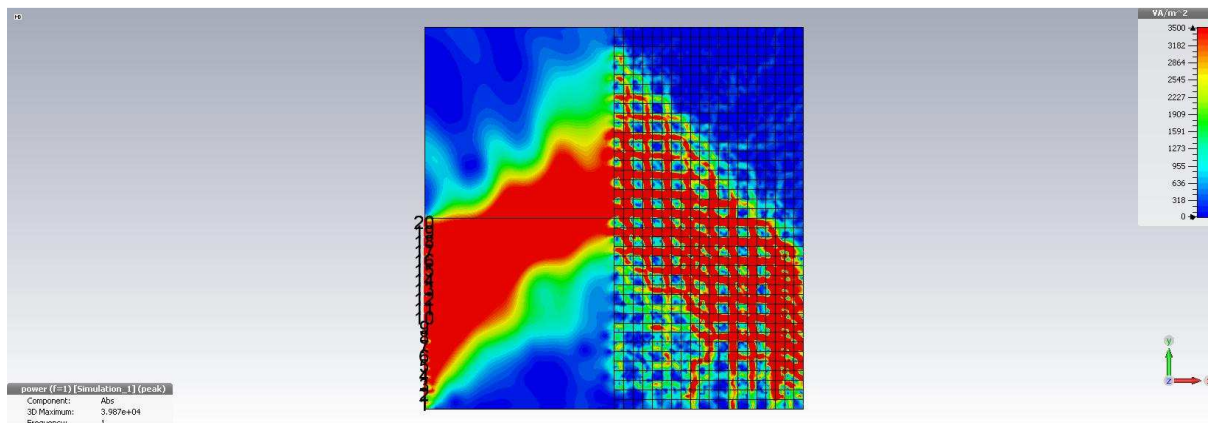
V této části jsou výsledky simulace opět provedené na stejné struktuře jako v předchozí části, tedy na struktuře na obrázku 5.1. Změna bude v rozdílech fází mezi zdroji (v řadě) emitujícími rovinnou vlnu. Ten v této simulaci bude  $\psi = -20^\circ$ , což odpovídá úhlu dopadu vlny na rozhraní  $\alpha = 33,7^\circ$ , stanoveno podle vztahu (5.1). Na obrázku 5.6 je vypočítané elektrické pole. Následují obrázky 5.7 s Poytingovým polem a nejdůležitější obrázek 5.8 s y-ovou složkou Poytingova vektoru, kde je opět nejdůležitější část vpravo, kde má y-ová složka Poytingova vektoru zápornou hodnotu (tmavě modře) a tudíž směřuje shora dolů.

Těmito výsledky chceme ukázat, že navržená struktura nevykazuje negativní lom pouze pro jeden úhel dopadu, ale funguje pro obecný úhel dopadu. Toto je velice důležité z hlediska obecného používání Snellova zákona.

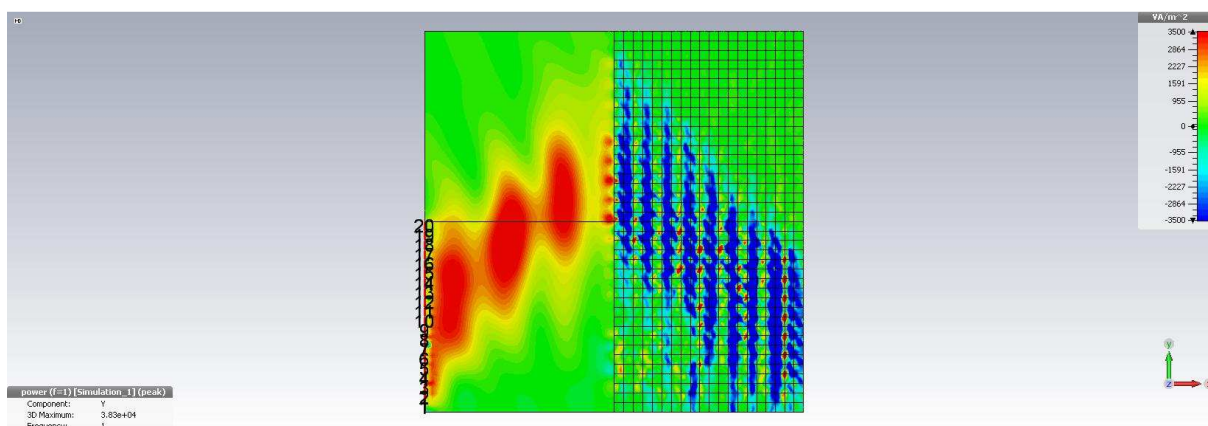


Obr. 5.6 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -20^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 33,7^\circ$ .





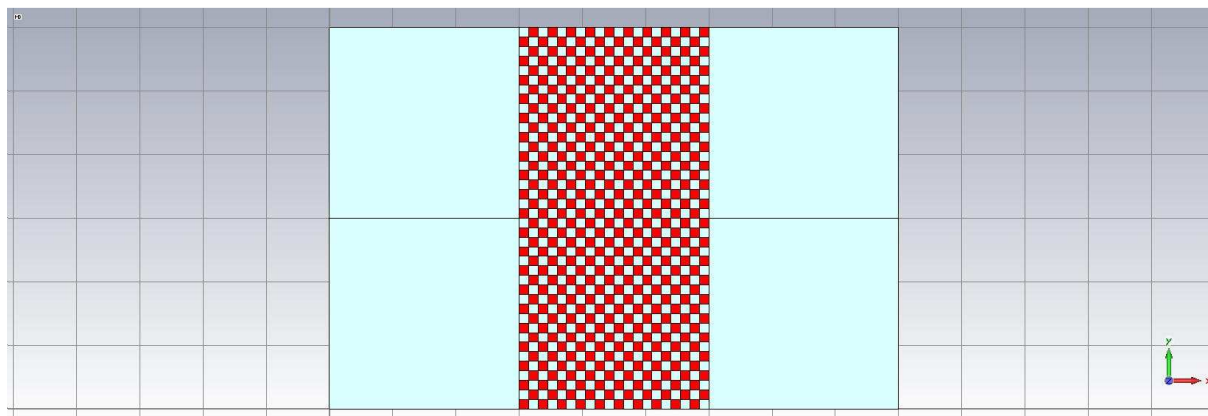
Obr. 5.7 Výsledná velikost Poytingova vektoru  $S$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -20^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 33,7^\circ$ .



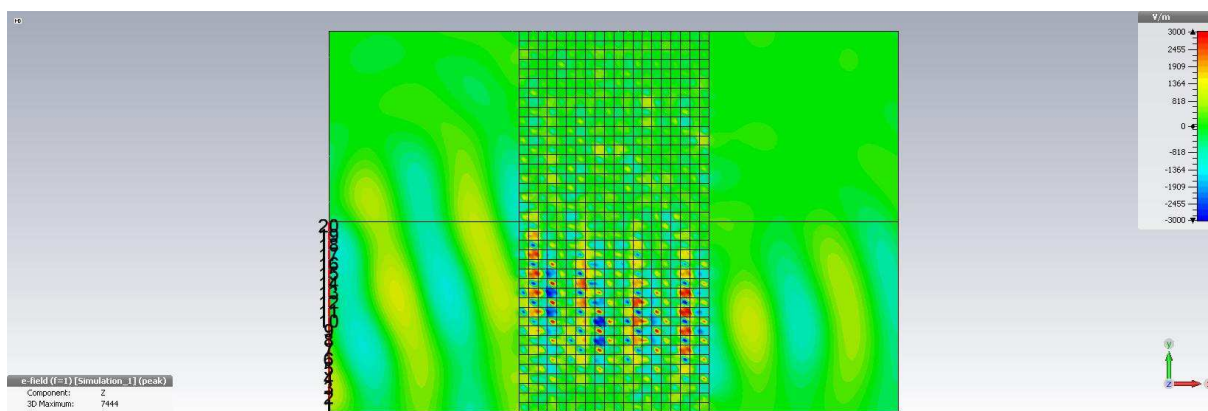
Obr. 5.8 Výsledná velikost y-ové složky Poytingova vektoru  $S_y$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -20^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 33,7^\circ$ .

#### **5.4 Simulace dvojnásobného lomu v krychlové struktuře pro úhel dopadu $13^\circ$**

V této části budeme zkoumat strukturu, která má na rozdíl od předcházející struktury na obrázku 5.1 přidanou ještě jednu oblast s permitivitou a permeabilitou rovnající se jedna. Na této struktuře budeme pozorovat dvojnásobný lom. Najednou budeme pozorovat jak lom z prostředí s kladným indexem lomu do prostředí se záporným indexem lomu, tak lom z prostředí se záporným indexem lomu do prostředí s kladným indexem lomu. Tím ověříme reciprocitu prostředí se záporným indexem lomu.

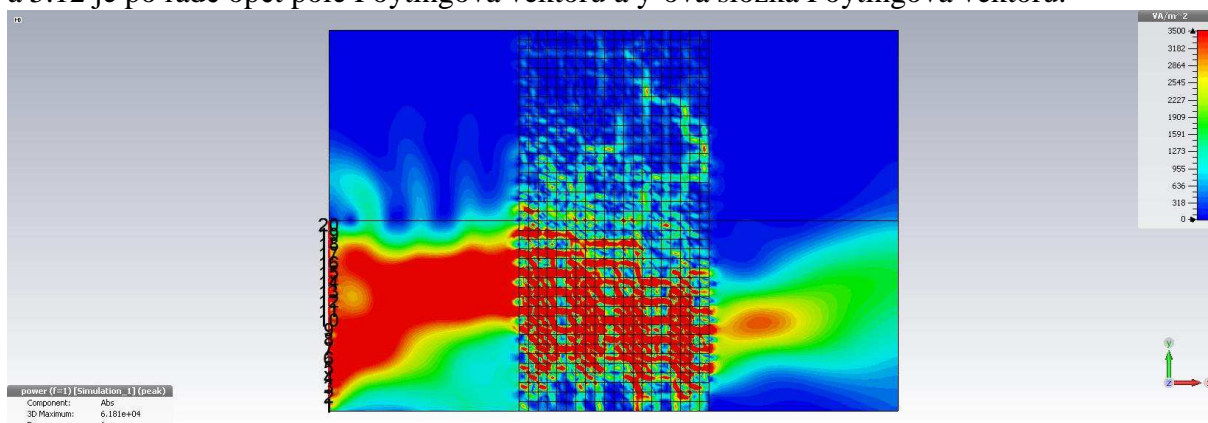


Obr. 5.9 Navržená struktura v simulátoru CST Microwave studio. Červeně krychle prostředí s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 8,96$  a světlomodré krychle s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 1$ . Kostky mají čtvercový půdorys o hraně 30 mm a tloušťce 10 mm.

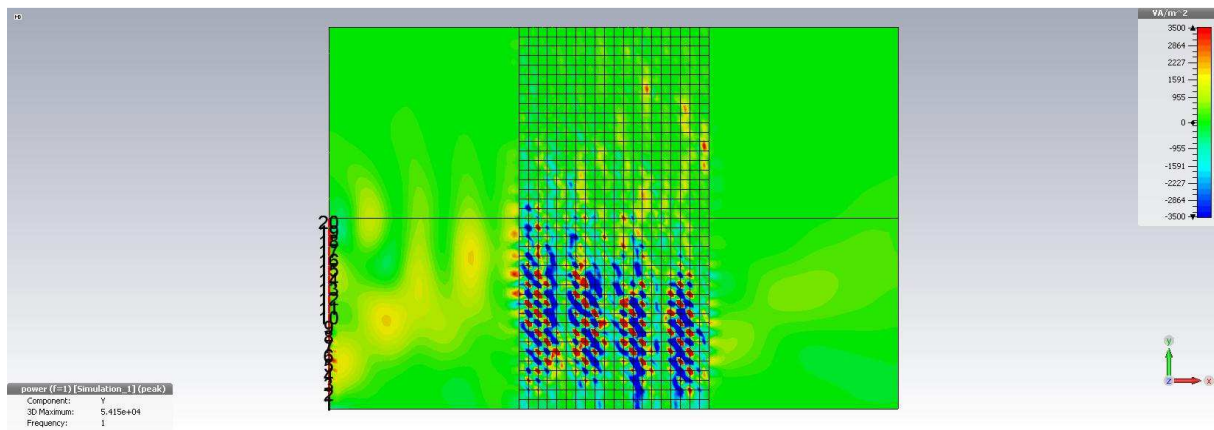


Obr. 5.10 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -8^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 12,8^\circ$ .

Opět pro porovnání na obrázku 5.10 je z-ová složka elektrického pole. Na obrázcích 5.11 a 5.12 je po řadě opět pole Poytingova vektoru a y-ová složka Poytingova vektoru.



Obr. 5.11 Výsledná velikost Poytingova vektoru  $S$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -8^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 12,8^\circ$ .

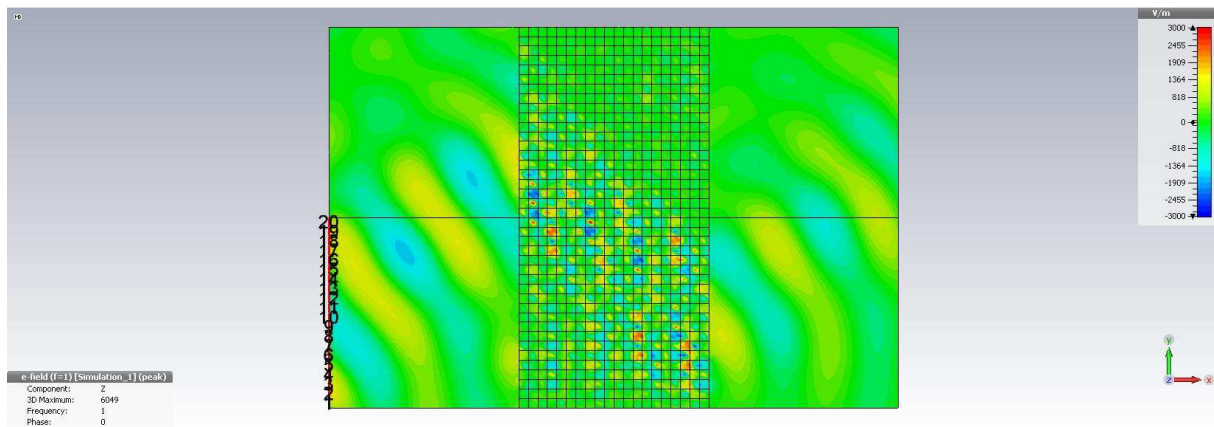


Obr. 5.12 Výsledná velikost y-ové složky Poytingova vektoru  $S_y$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -8^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 12,8^\circ$ .

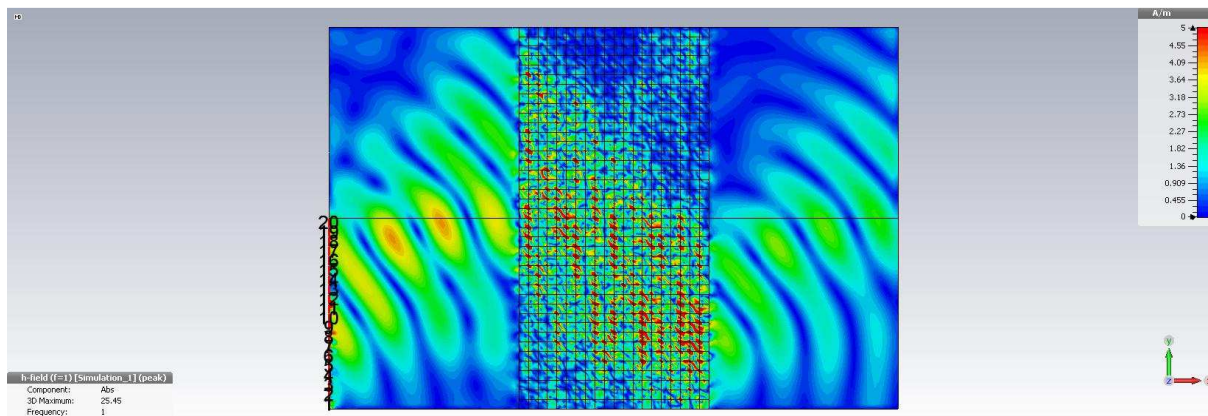
### **5.5 Simulace dvojnásobného lomu v krychlové struktuře pro úhel dopadu $34^\circ$**

V této části zopakujeme předchozí simulaci na stejné struktuře z obrázku 5.9 s tím, že zvětšíme rozdíl fází mezi zdroji v řadě emitujícími elektromagnetickou vlnu na hodnotu  $\psi = -20^\circ$ , což opět odpovídá úhlu dopadu na rozhraní  $\alpha = 33,7^\circ$ , který je větší než v předchozím případě. A opět pozorujeme, že negativní prostředí lze použít recipročně.

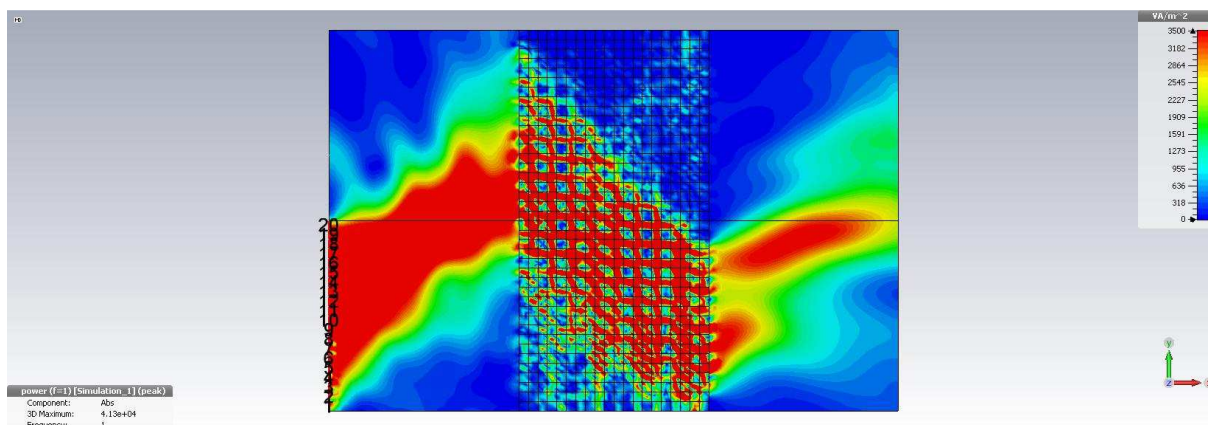
Vypočítané výsledky jsou na obrázku 5.13, kde je z-ová složka elektrického pole. Na obrázku 5.14 je magnetické pole. Na obrázku 5.15 je Poytingovo pole, na obrázku 5.16 je x-ová složka Poytingova vektoru a na obrázku 5.17 je y-ová složka Poytingova vektoru, kde je opět nejdůležitější střední část (modře), kde je záporný směr Poytingova vektoru na rozdíl od okolních dvou prostředí, kde je směr kladný (převažují barvy od červena).



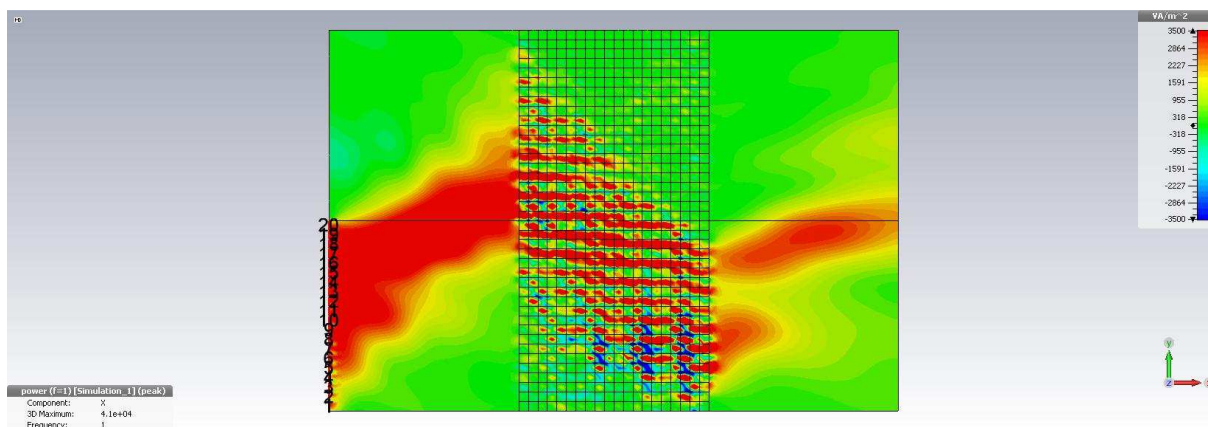
Obr. 5.13 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -20^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 33,7^\circ$ .



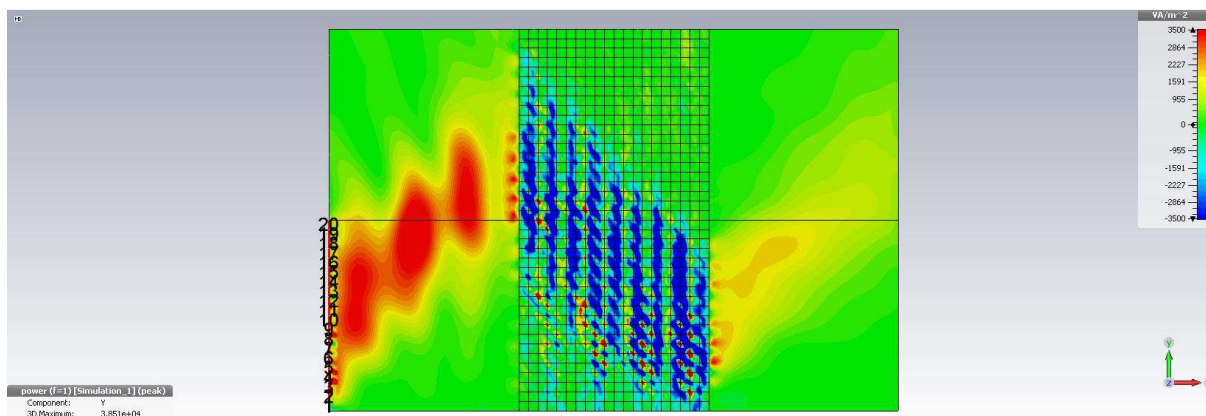
Obr. 5.14 Výsledné rozložení velikosti magnetického pole  $H$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -20^\circ$  emitujících rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 33,7^\circ$ .



Obr. 5.15 Výsledná velikost Poytingova vektoru  $S$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -20^\circ$  emitující rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 33,7^\circ$ .



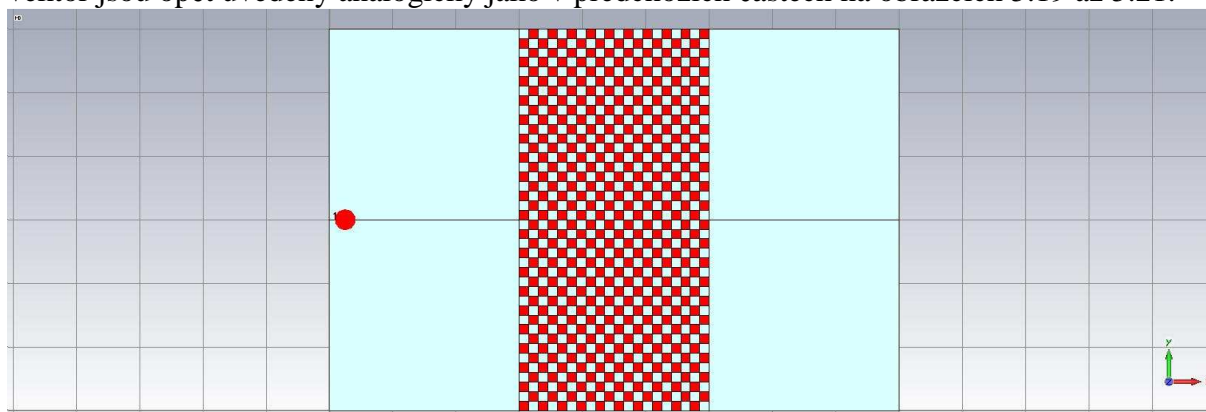
Obr. 5.16 Výsledná velikost x-ové složky Poytingova vektoru  $S_x$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -20^\circ$  emitující rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 33,7^\circ$ .



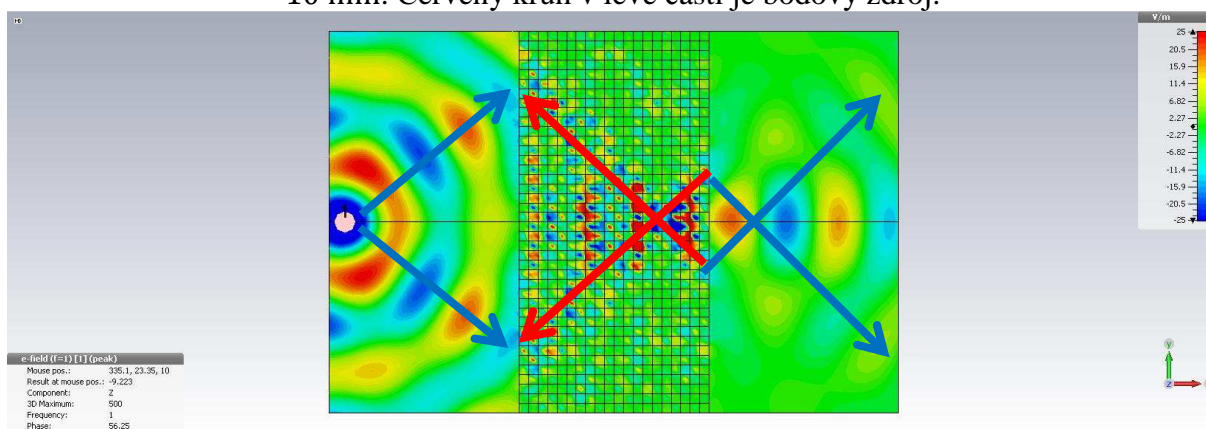
Obr. 5.17 Výsledná velikost y-ové složky Poytingova vektoru  $S_y$  na frekvenci 1 GHz pro řadu zdrojů elektromagnetického pole s  $\psi = -20^\circ$  emitující rovinnou vlnu s úhlem dopadu  $\alpha = 33,7^\circ$ .

### 5.6 Simulace fokusace v krychlové struktuře

Dalším zkoumaným jevem je fokusace, kde použijeme předchozí strukturu. Ale tentokrát nikoliv strukturu s řadou zářičů, která měla vytvářet vlnu, která se blížila k rovinné vlně, ale teď použijeme jeden bodový zdroj, viz obrázek 5.18 vlevo. Elektrické pole a Poytingův vektor jsou opět uvedeny analogicky jako v předchozích částech na obrázcích 5.19 až 5.21.

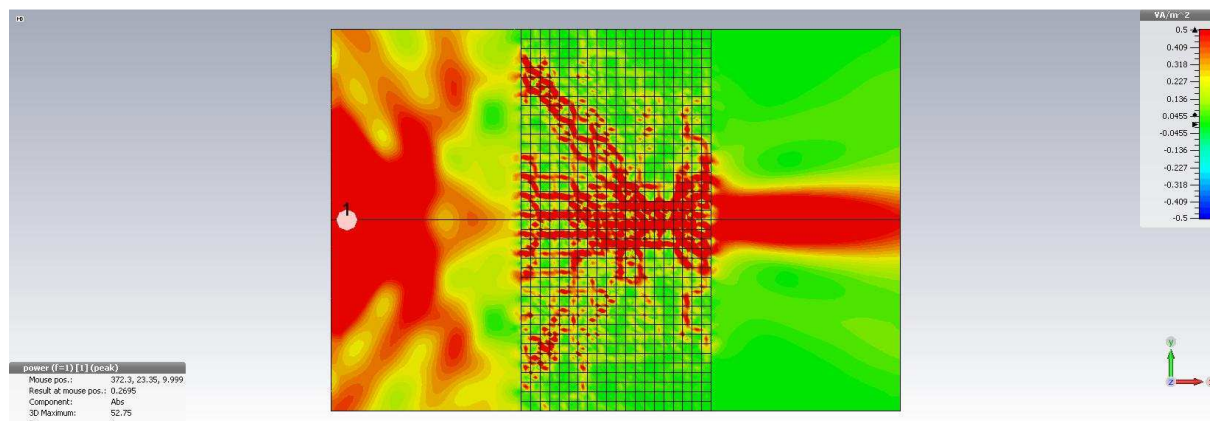


Obr. 5.18 Navržená struktura v simulátoru CST Microwave studio. Červeně krychle prostředí s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 8,96$  a světlomodré krychle s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 1$ . Kostky mají čtvercový půdorys o hraně 30 mm a tloušťce 10 mm. Červený kruh v levé části je bodový zdroj.

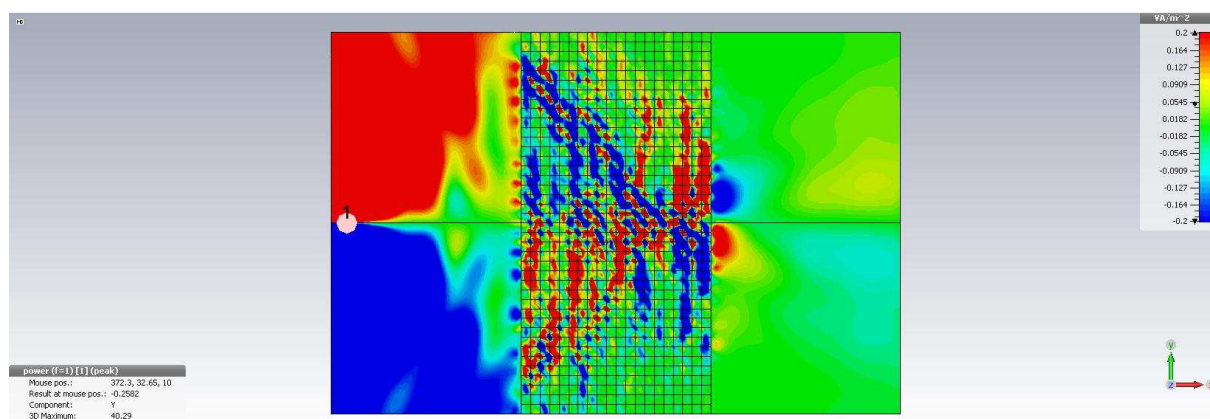


Obr. 5.19 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1 GHz pro jeden bodový zdroj.

Na obrázcích pozorujeme v levé části kruhovou vlnu, která se sčítá s vlnou odraženou od rozhraní se záporným prostředím. V negativním prostředí se rozbíhavé paprsky kruhové vlny změni na sbíhavé. U kraje, před přechodem z negativního prostředí do kladného, se sbíhají v ohnisku, viz obrázek 5.19, kde se paprsky překříží. Po průchodu z prostředí negativního do prostředí pozitivního se paprsky ještě jednou překříží a poté se opět rozbíhají, nejlépe je to patrné na obrázku 5.21.



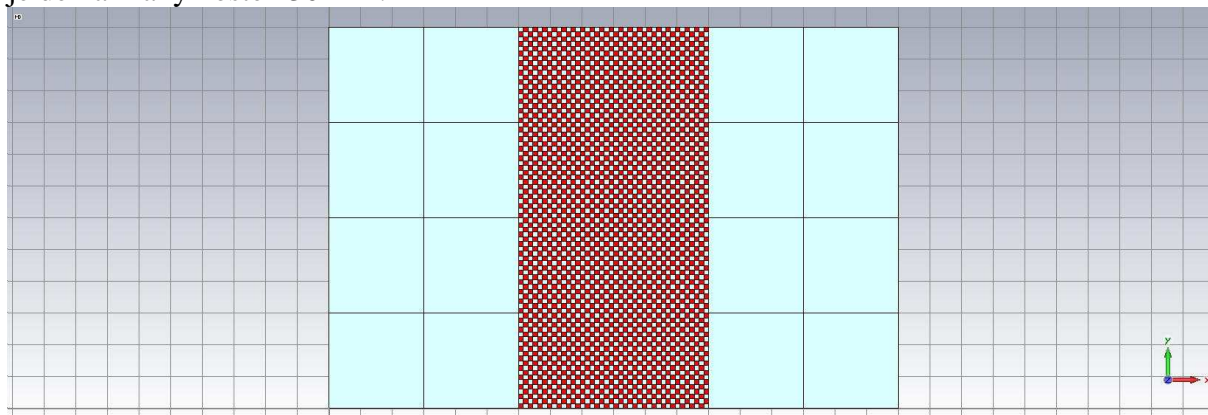
Obr. 5.20 Výsledná velikost Poytingova vektoru  $S$  na frekvenci 1 GHz pro jeden bodový zdroj.



Obr. 5.21 Výsledná velikost y-ové složky Poytingova vektoru  $S_y$  na frekvenci 1 GHz pro jeden bodový zdroj.

## 5.7 Simulace krychlové struktury s menší diskretizační periodou

Další struktura, kterou se budeme zabývat, je na obrázku 5.22, kostky, ze kterých se skládá tato struktura, mají poloviční délku hrany 15 mm, než kostky ze struktury na obrázku 5.1, kde je délka hrany kostek 30 mm.



Obr. 5.22 Navržená struktura v simulátoru CST Microwave studio. Červeně kostky prostředí s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 8,96$  a světlomodré kostky s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 1$ . Kostky mají čtvercový půdorys o hraně 15 mm a tloušťce 10 mm.

K výpočtu vzájemného indexu lomu použijeme nejprve vztah (5.2)

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi f}{c} n_{ef} \rho d, \quad (5.5)$$

pro hodnoty  $d = 15$  mm,  $f = 1$  GHz,  $\rho = 1$ . První co nás tentokrát zajímá je, ve které zóně se nacházíme, to zjistíme z přenosu fáze jednou kostkou s indexem lomu  $n_{ef} = 8,96$ , dosadíme do vztahu (5.5) a dostaneme hodnotu  $\Delta\varphi = -2,82$  rad. Z té vidíme, že  $\Delta\varphi \in (0; -\pi)$  a že je fázová změna malá na vznik negativního lomu, čili se nacházíme v první zóně. A z toho vyplývá, že  $k_C = 0$ . Nelze tedy použít vztah (5.4), resp. (3.43)

$$n_{ef2} = n_{21} n_{ef1} + C, \quad (5.6)$$

ale je třeba použít obecnější vztah

$$n_{ef2} = n_{21} n_{ef1} + k_C C. \quad (5.7)$$

Po dosazení  $k_C = 0$  a úpravě dostaneme vztah

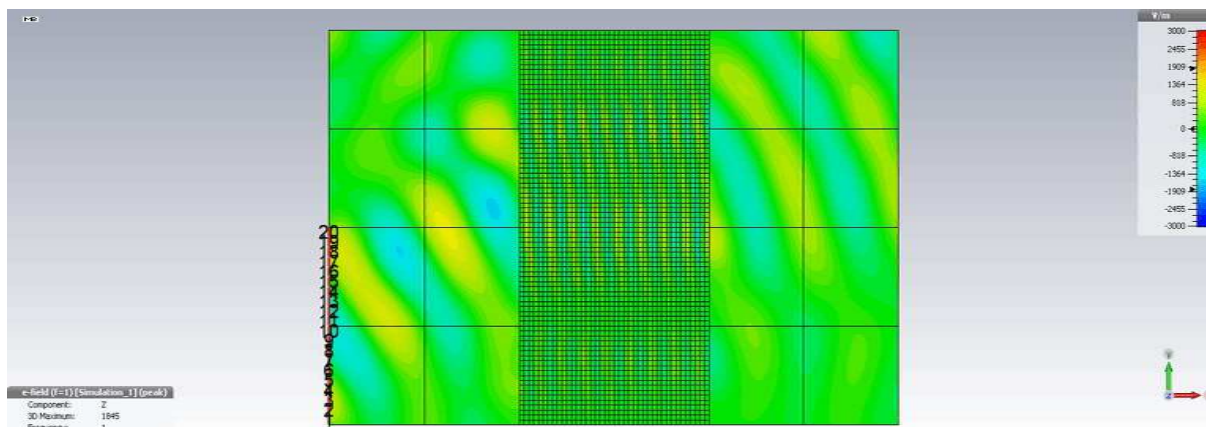
$$n_{21} = \frac{n_{ef2}}{n_{ef1}}. \quad (5.8)$$

Po dosazení za  $n_{ef2} = 8,96$  a za  $n_{ef1} = 1$  dostaneme vzájemný index lomu  $n_{21} = 8,96$ . Dále použijeme Snellův zákon

$$\sin \alpha = n_{21} \sin \beta, \quad (5.9)$$

pro úhel dopadu  $\alpha = 33,7^\circ$  dostaneme úhel lomu  $\beta = 3,6^\circ$ , viz obrázek 5.23.

Aby bylo opět dosaženo negativního lomu, je zapotřebí zvětšit přenos fáze elementy druhého prostředí. To učiníme zvětšením indexu lomu na hodnotu  $n_{ef2} = 18,92$ . Zde vidíme nutnost se zvyšováním spojitosti (snižováním diskretizační periody  $d$ ) zvyšovat efektivní index látky  $n_{ef2}$ , což se nejví ve všech případech jako praktické.



Obr. 5.23 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1 GHz na struktuře z obrázku 5.22.

Opět použijeme vztah (5.5) proto, abychom určili, ve které zóně se nacházíme. Dosadíme za  $n_{ef} = n_{ef2} = 18,92$  a dostaneme  $\Delta\varphi = -5,95$  rad. Vidíme, že hodnota  $\Delta\varphi$  je z intervalu  $\Delta\varphi \in (-\pi; -2\pi)$  čili ve druhé zóně. Pak vztah (5.7) použijeme pro hodnotu  $k_C = 1$  ve tvaru

$$n_{ef2} = n_{21}n_{ef1} + C. \quad (5.10)$$

Ke stanovení hodnoty spojitosti referenčního prostředí  $C$  použijeme vztah (5.5) pro hodnoty  $d = 15\text{mm}$ ,  $f = 1$  GHz,  $\rho = 1$  a  $n_{ef} = 1$ . Dostaneme hodnotu  $\Delta\varphi_0 = -0,31$  rad a tuto hodnotu dosadíme do vztahu pro výpočet spojitosti

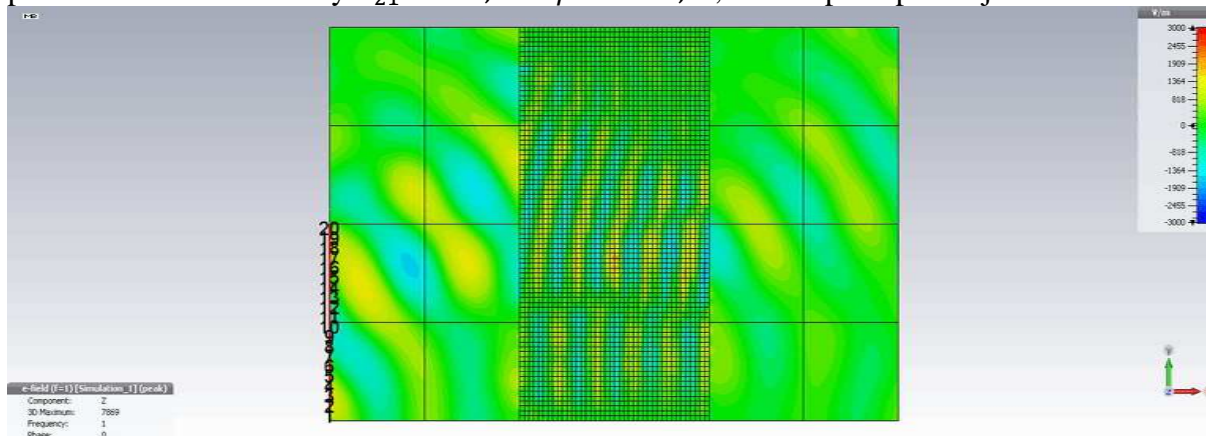
$$C = \frac{2\pi}{|\Delta\varphi_0|}. \quad (5.11)$$

Dostaneme  $C = 19,98$ .

Ze vztahu (5.10) vyjádříme  $n_{21}$  jako

$$n_{21} = \frac{n_{ef2} - C}{n_{ef1}}. \quad (5.12)$$

Po dosazení do předchozího vztahu nám vyjde  $n_{21} = -1,06$ . A dále dosadíme do Snellova zákona (5.9) pro úhel dopadu  $\alpha = 33,7^\circ$ , dostaneme úhel lomu  $\beta = -31,6^\circ$ , viz obrázek 5.24. Lepší však je použít k výpočtu v následující části zavedený kvocient  $q$  a vztah (5.13), protože potom dostaneme hodnoty  $n_{21} = -1,97$  a  $\beta = -16,4^\circ$ , které lépe odpovídají obrázku 5.24.

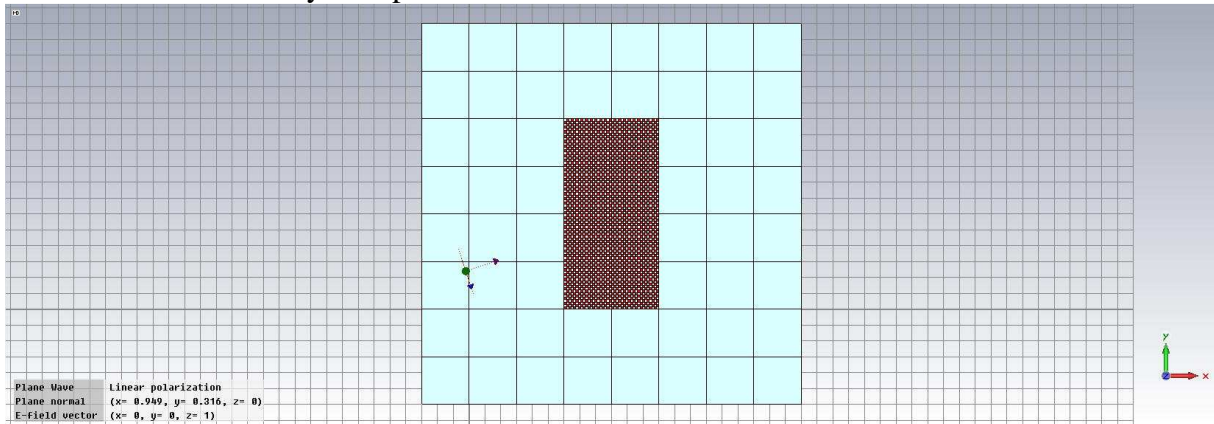


Obr. 5.24 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1 GHz pro strukturu z kostek z obrázku 5.22 s vyšším indexem lomu  $\mu_r = \epsilon_r = 18,92$ .



## 5.8 Simulace krychlové struktury současně s okolním prostředím

U další struktury, viz obr 5.25, ukážeme, jak část jedné rovinné elektromagnetické vlny dopadá na výše zkoumanou krychlovou strukturu, která se skládá ze 40 x 80 krychlí a současně část této vlny nedopadá na tuto strukturu.

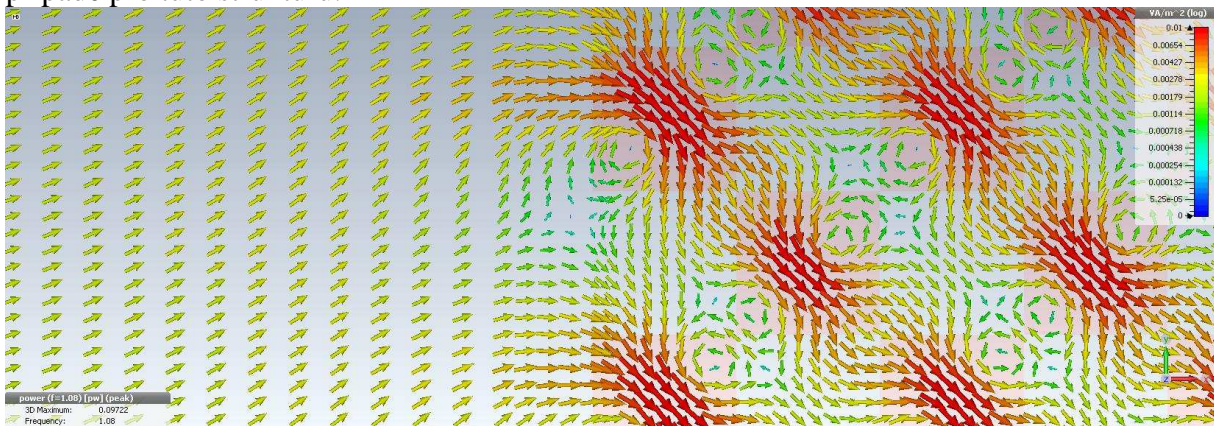


Obr. 5.25 Navržená struktura v simulátoru CST Microwave studio. Červeně kostky prostředí s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 18,92$  a světlomodré kostky s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 1$ . Kostky mají čtvercový půdorys o hraně 15 mm a tloušťce 10 mm. Zdroj rovinné elektromagnetické vlny dopadající pod úhlem  $18,4^\circ$  je v levé části obrázku.

Podíváme se, jak se mění relativní index lomu  $n_{21}$  v závislosti na frekvenci. Opět použijeme vztah (5.12), který si upravíme na vztah

$$n_{21} = \frac{n_{ef2}q - C}{n_{ef1}}, \quad (5.13)$$

kde  $q$  bude kvocient, který bude udávat zmenšení indexu lomu  $n_{ef2}$ , protože druhé prostředí není vyplněné jen krychlemi s indexem lomu  $n_{ef2} = 18,92$ , ale také krychlemi s indexem lomu, který je roven jedné. Abychom vzali v potaz tuto skutečnost, zavádíme tento kvocient  $q$ . Kvocient však není jedna polovina, jak by se na první pohled mohlo nabízet při použití aritmetického průměru, ale podstatně více, blíže k hodnotě  $n_{ef2}$ . Je to dáno tím, že elektromagnetické vlnění preferuje tok skrz krychle s vyšším indexem lomu. Jak je vidět na obrázku 5.26 vpravo. Empiricky byl koeficient stanoven na hodnotu  $q = 0,952$  v tomto případě pro tuto strukturu.



Obr. 5.26 Pole z Poytingových vektorů na rozhraní dvou prostředí na frekvenci 1,08 GHz. V levé části dopadá vlna pod úhlem  $18,4^\circ$  na rozhraní a v pravé části se negativně láme pod úhlem  $-39,7^\circ$ .

Nejprve si spočítáme spojitost referenčního prostředí  $C$  s  $n_{ef} = \rho = 1$  a  $d = 15$  mm. Podle vztahu

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi f}{c} n_{ef} \rho d \quad (5.14)$$

a podle vztahu

$$C = \frac{2\pi}{|\Delta\varphi|}. \quad (5.15)$$

Následně hodnoty relativního indexu lomu  $n_{21}$  podle vztahu (5.13). A nakonec spočítáme úhly lomu  $\beta$  pro jednotlivé frekvence podle vztahu ze Snellova zákona

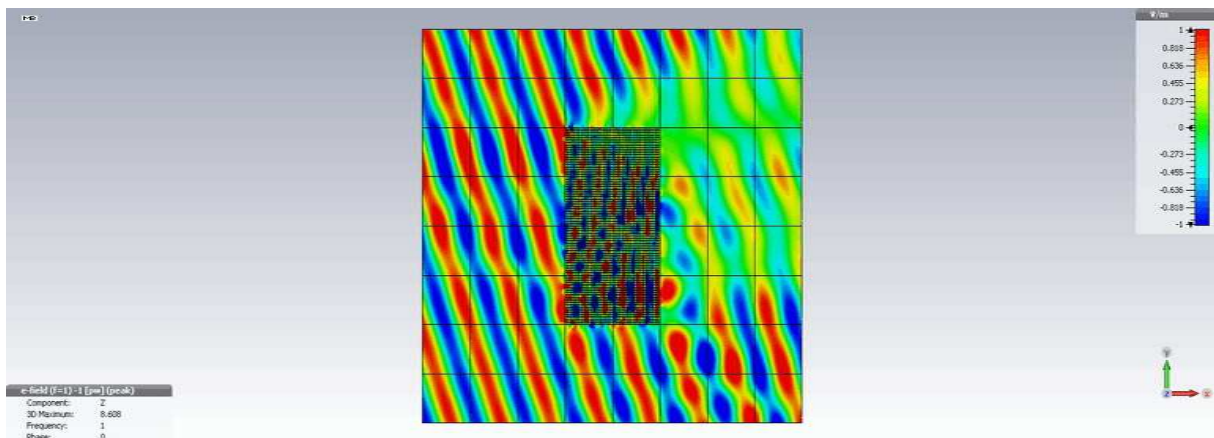
$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n_{21}}\right). \quad (5.16)$$

Výsledné hodnoty jsou v tabulce 5.1.

$f$ [GHz]	$\Delta\varphi$ [rad]	$C$ [-]	$n_{21}$ [-]	$\beta$ [°]
1,00	-0,314	19,99	-1,97	-9,2
1,08	-0,340	18,51	-0,49	-39,7
1,11	-0,349	18,01	0,005	---
1,14	-0,358	17,53	0,48	41,2

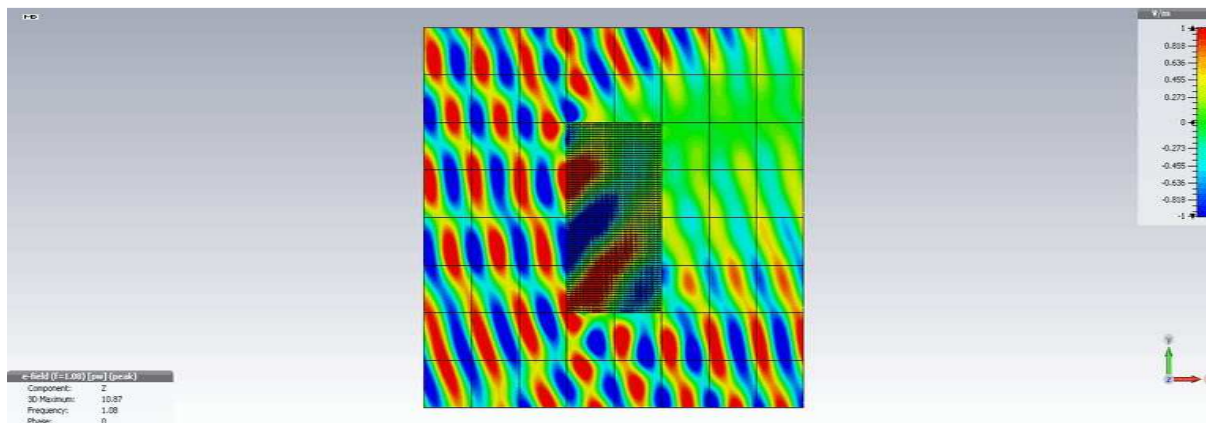
Tab. 5.1 Vypočítané hodnoty k simulacím.

V závislosti na frekvenci se mění index lomu a to předvedeme v následujících výsledcích simulací. Na obrázku 5.27, vidíme negativní lom pro úhel lomu  $\beta = -9,2^\circ$  a  $n_{21} = -1,97$ .



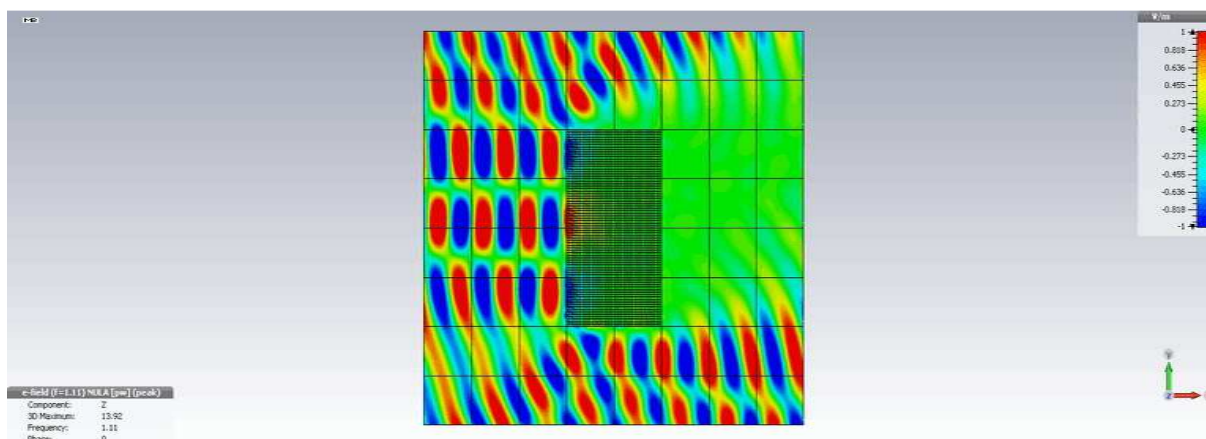
Obr. 5.27 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1 GHz na struktuře z obrázku 5.25.

Na obrázku 5.28 je negativní lom pro  $n_{21} = -0,49$  a  $\beta = -39,7^\circ$  na vyšší frekvenci.



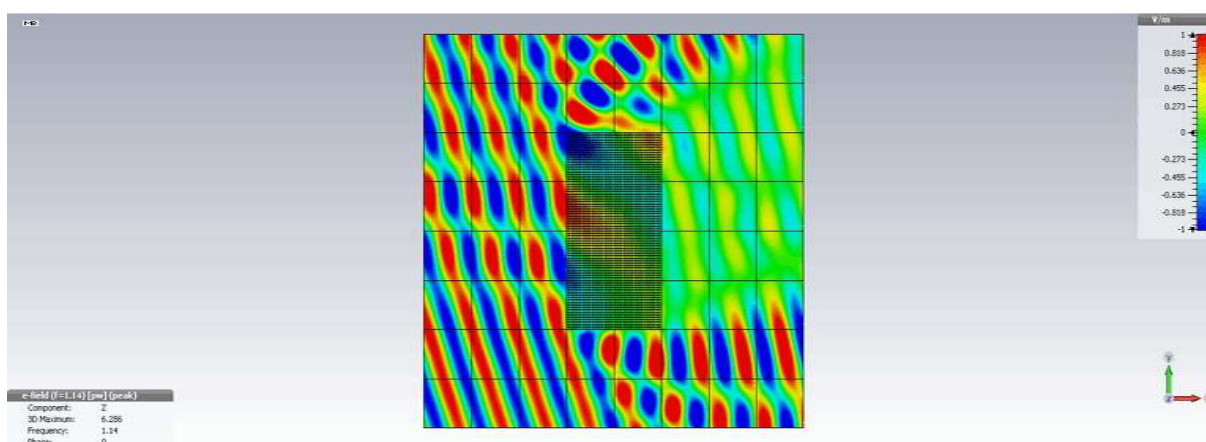
Obr. 5.28 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,08 GHz na struktuře z obrázku 5.25.

Dále na obrázku 5.29 vidíme, že na frekvenci 1,11 GHz je relativní index lomu  $n_{21}$  nula nebo velice blízký nule. Elektromagnetické pole za těchto podmínek do struktury nevniká.



Obr. 5.29 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,11 GHz na struktuře z obrázku 5.25.

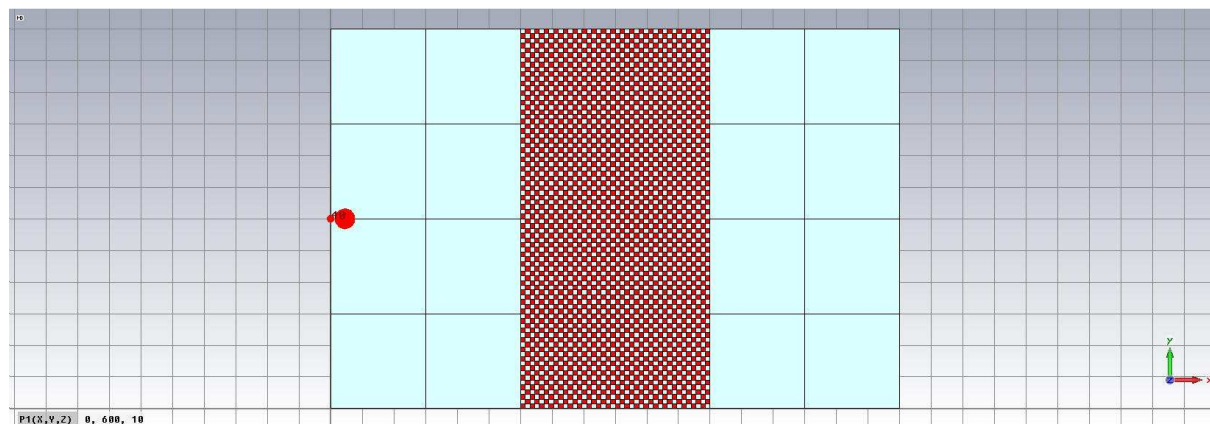
Na konec na obrázku 5.30 vidíme na frekvenci 1,14 GHz opět pozitivní lom, to se již ale nacházíme ve třetí zóně. Předchozí negativní lomy byly na frekvencích z druhé zóny.



Obr. 5.30 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,14 GHz na struktuře z obrázku 5.25.

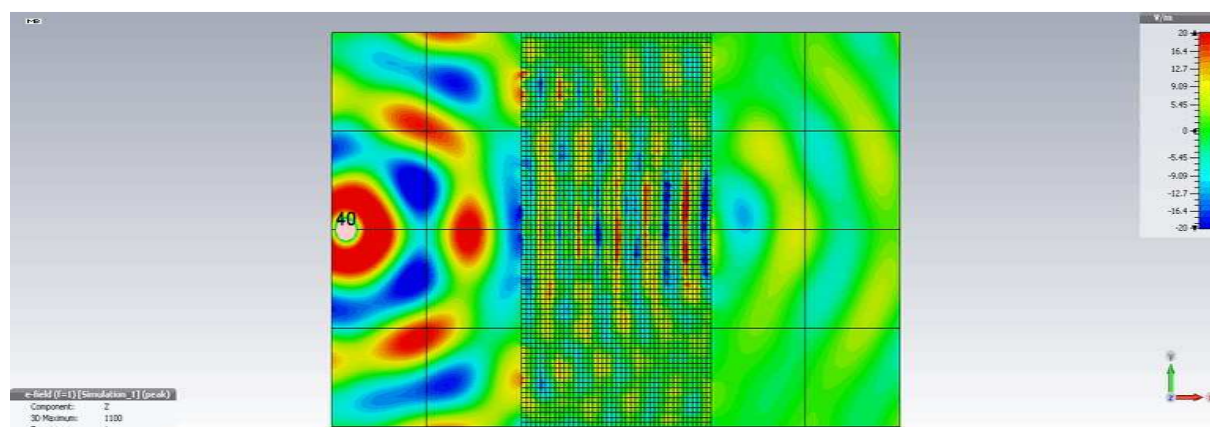
## 5.9 Simulace fokusace krychlové struktury s menší diskretizační periodou

Předposlední jev, který budeme zkoumat je fokusace na stejné struktuře, jako jsme zkoumali v části 5.8 lom. Tato struktura je na obrázku 5.31, opět je z 40-ti x 80-ti krychlí s bodovým zdrojem v levé části tvořené vzduchovým prostředím.



Obr. 5.31 Navržená struktura v simulátoru CST Microwave studio. Červené jsou krychle prostředí s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 18,92$  a světlomodré jsou krychle s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \epsilon_r = 1$ . Kostky mají čtvercový půdorys o hraně 15 mm a tloušťce 10 mm. Červený kruh v levé části je bodový zdroj.

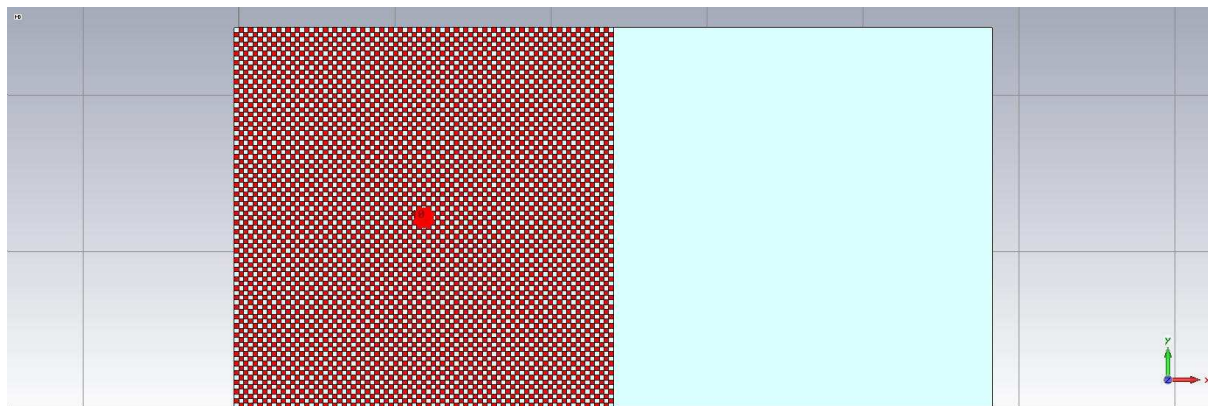
Výsledná elektrická složka elektromagnetického pole je na obrázku 5.32. A je možno ji porovnat s výsledným polem na obrázku 5.19 v části 5.6. Zde na obrázku 5.32 je fokusace jasněji vidět a zpětná vlna je spojitější. I když zde je relativní index lomu  $n_{21}$  okolo -2 na rozdíl od obrázku 5.19, kde je okolo -1.



Obr. 5.32 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1 GHz na struktuře z obrázku 5.31.

## 5.10 Simulace fokusace na rozhraní

Poslední zkoumaný případ představuje 81 x 81 krychlí šachovnicově rozmístěných, viz obrázek 5.33 v levé části. S bodovým zdrojem uprostřed této části označené jako prostředí 2.



Obr. 5.33 Navržená struktura v simulátoru CST Microwave studio. Červeně krychle prostředí s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \varepsilon_r = 18,92$  a světlomodré krychle s permitivitou a permeabilitou  $\mu_r = \varepsilon_r = 1$ . Kostky mají čtvercový půdorys o hraně  $d = 15$  mm a tloušťce 10 mm. Červený kruh v levé části je bodový zdroj.

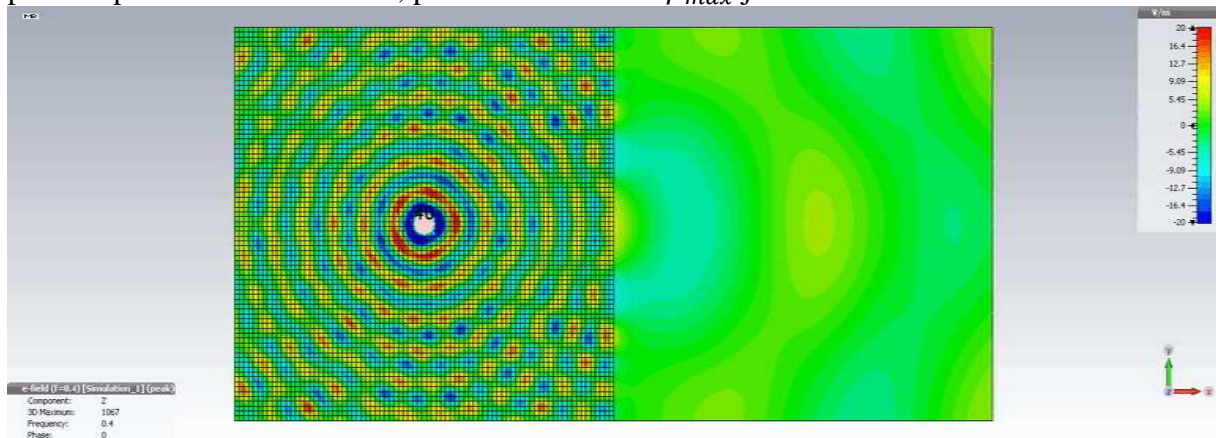
Nejprve opět výpočty pro jednotlivé frekvence. Spočítáme přenos fáze referenční částicí pro  $n_{ef} = \rho = 1$  podle vztahu (5.14). Spojitost referenčního prostředí  $C$  spočítáme podle vztahu (5.15). Přenos fáze  $\Delta\varphi_2$  opět podle vztahu (5.14), ale pro hodnotu  $n_{ef} = n_{ef2}q = 18,92 \cdot 0,952 = 18,01$ , přičemž hodnoty případně upravíme přičtením  $2\pi$ , aby byly hodnoty  $\Delta\varphi_2$  z intervalu  $(\pi; -\pi)$ . Nebudeme upravovat hodnotu pro frekvenci 0,4 GHz, která je v první zóně. Hodnotu spojitosti vlny  $C_2$  v prostředí z krychlí spočítáme analogicky z  $\Delta\varphi_2$  podle vztahu (5.14). Relativní index lomu  $n_{21}$  vypočítáme podle vztahu (5.13) opět mimo hodnotu na frekvenci 0,4 GHz, protože se nacházíme v první zóně, kde je  $k_C = 0$  a vztah (5.6) přejde na vztah (5.8). A protože vlna dopadá z prostředí z krychlí označeném číslem 2 na rozhraní se vzduchem označeným číslem 1, spočítáme si hodnotu relativního indexu lomu  $n_{12}$  jako převrácenou hodnotu relativního indexu lomu  $n_{21}$ . Všechny vypočítané hodnoty jsou v tabulce 5.2.

$f$ [GHz]	$\Delta\varphi$ [rad]	$C$ [-]	$\Delta\varphi_2$ [rad]	$C_2$ [-]	$n_{21}$ [-]	$n_{12}$ [-]
0,40	-0,13	49,97	-2,26	2,77	18,01	0,06
1,00	-0,31	19,99	0,62	10,12	-1,98	-0,51
1,03	-0,32	19,40	0,45	13,93	-1,39	-0,72
1,053	-0,33	18,98	0,32	19,59	-0,97	-1,03
1,07	-0,34	18,68	0,22	27,99	-0,67	-1,49
1,10	-0,35	18,17	0,05	115,10	-0,16	-6,26
1,16	-0,36	17,23	-0,29	22,03	0,78	1,28
1,20	-0,38	16,66	-0,51	12,28	1,35	0,74

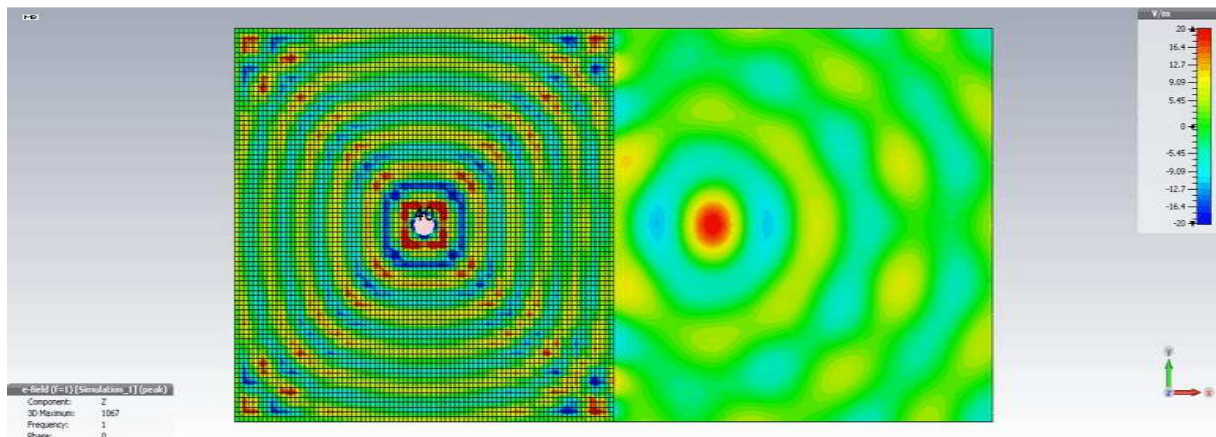
Tab. 5.2 Vypočítané hodnoty přenosů fáze, spojitostí a relativních indexů lomu

Na obrázku 5.34 vidíme pozitivní lom na frekvenci 0,4 GHz, lom je hodně odkloněn od kolmice s  $n_{12} = 0,06$ , mezní úhel je  $\beta_{max} = 3,2^\circ$ , a proto se vlna pro větší úhly od rozhraní odráží. S růstem frekvence na hodnotu 1 GHz, viz obrázek 5.35 v prostředí nalevo, vznikne negativní vlna s mezním úhlem  $\beta_{max} = 30,4^\circ$  a v prostředí napravo je pole

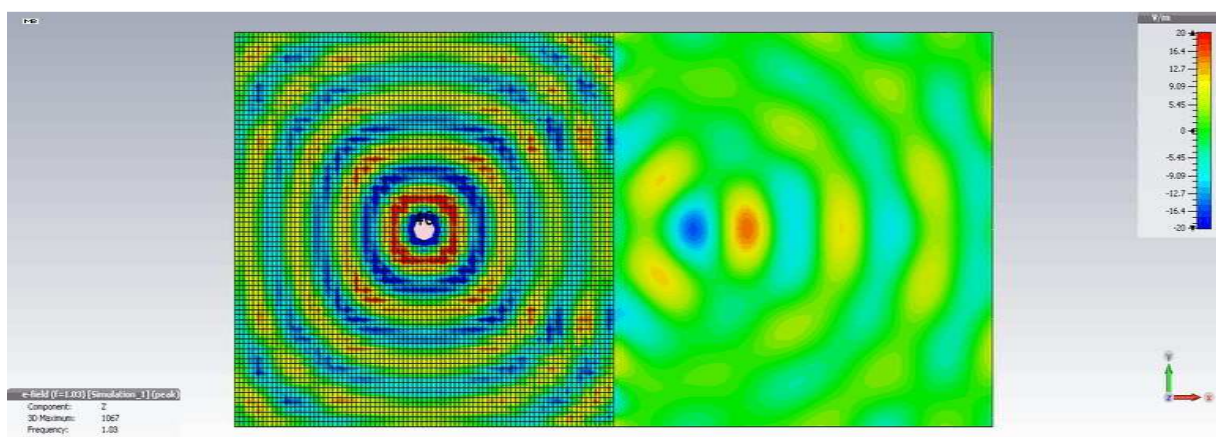
fokusováno. Při dalším zvýšení frekvence na hodnotu 1,03 GHz, viz obrázek 5.36, vidíme v prostředí nalevo opět zpětné vlny, ale s větší vlnovou délkou. Tento růst vlnové délky spolu s frekvencí je typický pro negativní prostředí. Pole se opět fokusuje v pravé části, kam proniká pole z celého rozhraní, protože mezní úhel  $\beta_{max}$  je na této frekvenci větší než  $45^\circ$ .



Obr. 5.34 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 0,4 GHz na struktuře z obrázku 5.33.

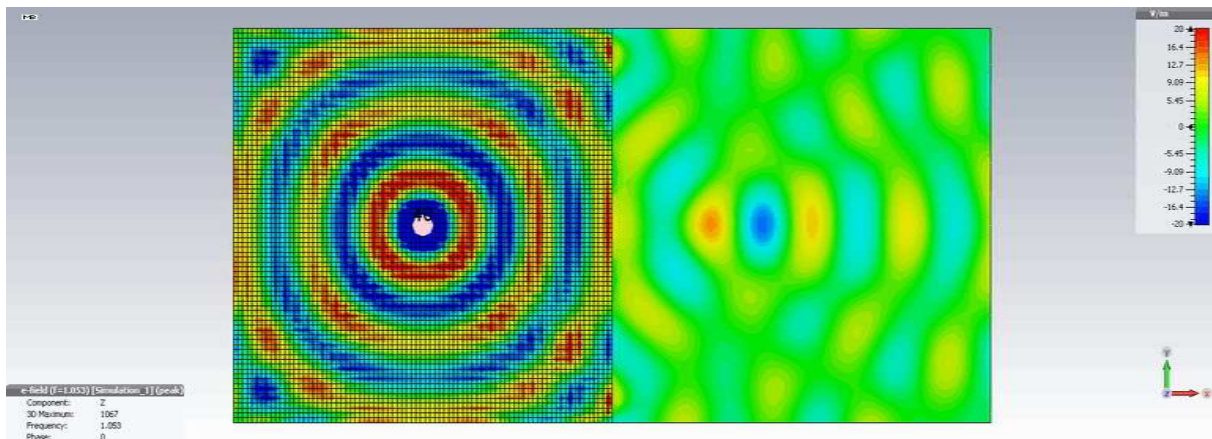


Obr. 5.35 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,0 GHz na struktuře z obrázku 5.33.



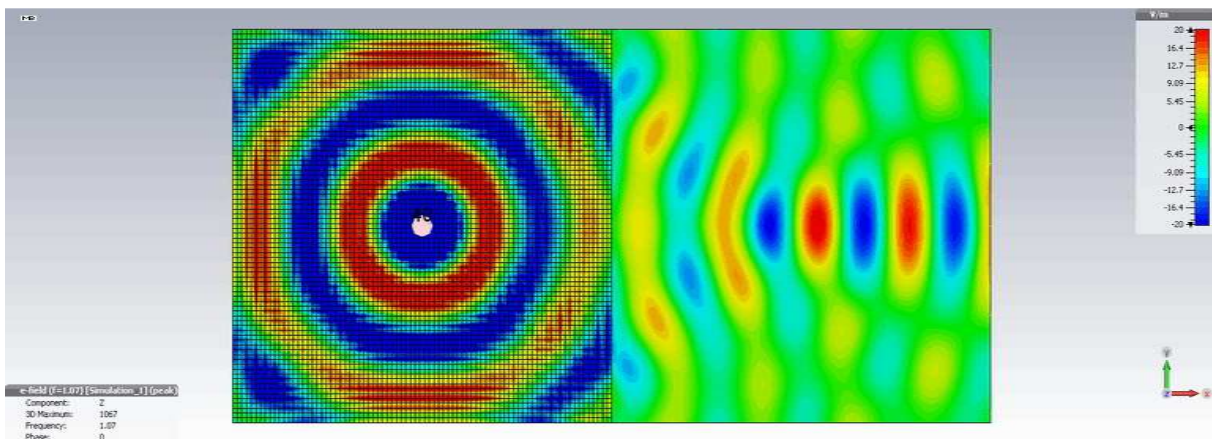
Obr. 5.36 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,03 GHz na struktuře z obrázku 5.33.

Po dalším zvýšení frekvence na hodnotu 1,053 GHz, je na této frekvenci relativní index lomu  $n_{12} = -1,03$ , tedy blízko hodnotě  $-1$  a pole se fokusuje blízko středu druhé oblasti.

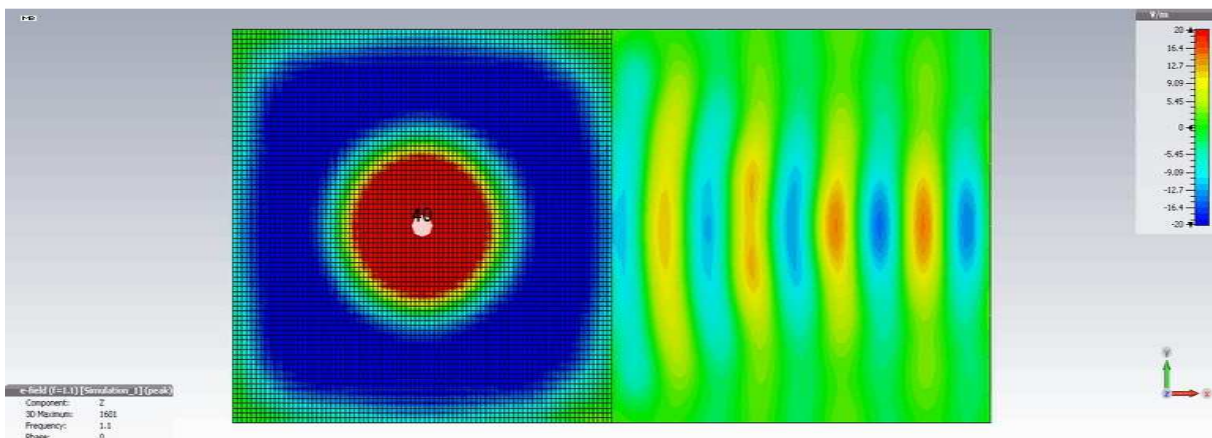


Obr. 5.37 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,053 GHz na struktuře z obrázku 5.33.

Pro vyšší frekvence jsou hodnoty relativního indexu lomu menší než  $-1$ , proto se elektromagnetická vlna láme negativně ke kolmici k rozhraní, viz obrázek 5.38 na frekvenci 1,07 GHz. Viz obrázek 5.39 na frekvenci 1,1 GHz, kde negativní vlna již narostla do diskretní vlnové délky  $\lambda_D = 172,5$  mm, resp.  $C_2 = 115,1$  a relativní index lomu nabyl hodnoty  $n_{12} = -6,26$ . V důsledku čehož se vlna láme velice blízko směru kolmému k rozhraní.

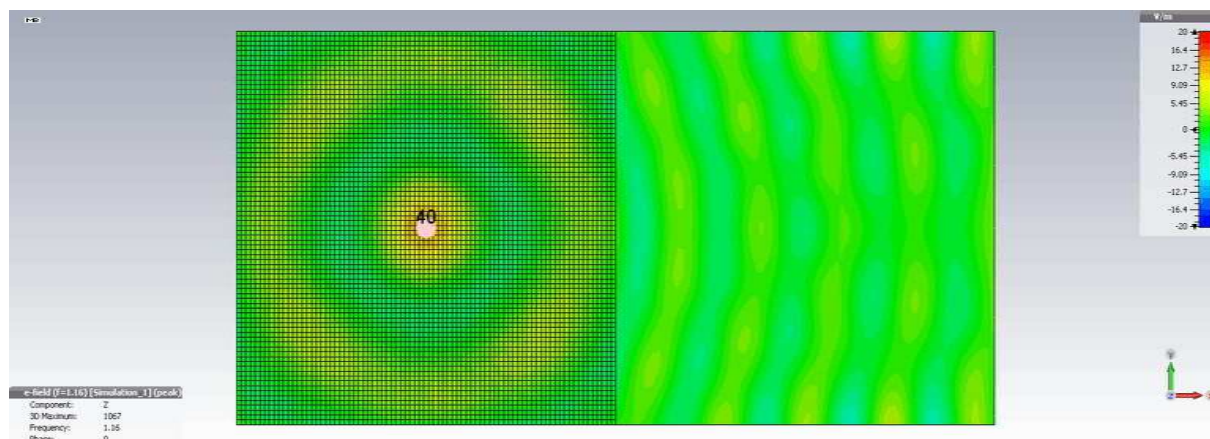


Obr. 5.38 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,07 GHz na struktuře z obrázku 5.33.

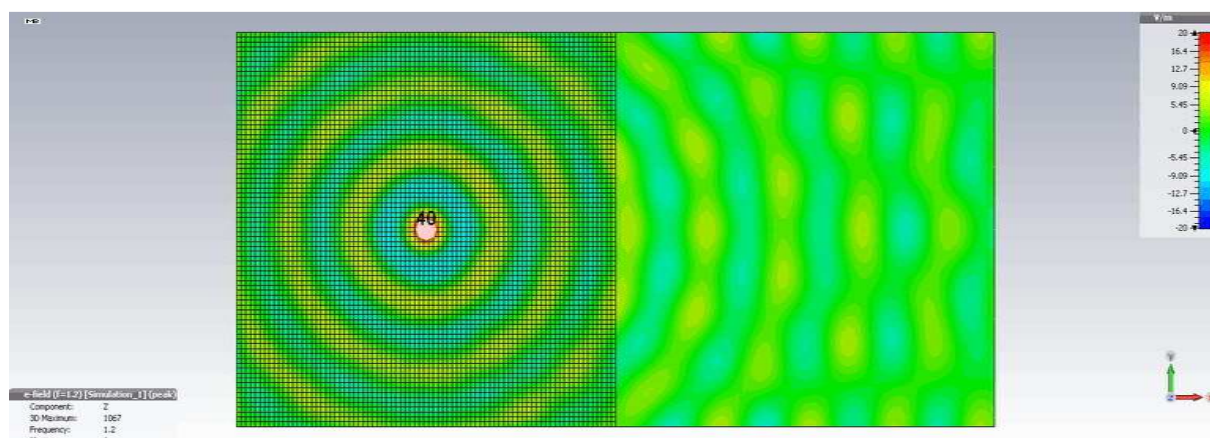


Obr. 5.39 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,1 GHz na struktuře z obrázku 5.33.

Při dalším zvýšení frekvence již opustíme druhou zónu, kde má prostředí nalevo negativní index lomu, a ocitneme se ve třetí zóně, kde má prostředí nalevo opět pozitivní index lomu. Při porovnání obrázku 5.40 s polem na frekvenci 1,16 GHz s obrázkem 5.41 s polem na frekvenci 1,2 GHz zjistíme, že vlny v obou prostředích se s růstem frekvence zkracují v prostředí nalevo výrazněji. Na frekvenci 1,2 GHz se pole láme více od kolmice v důsledku poklesu relativního indexu lomu na hodnotu  $n_{12} = 0,74$ .



Obr. 5.40 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,16 GHz na struktuře z obrázku 5.33.



Obr. 5.41 Výsledné rozložení složky elektrického pole kolmé k desce  $E_z$  na frekvenci 1,2 GHz na struktuře z obrázku 5.33.



# Kapitola 6

## Závěr

### 6.1 Shrnutí práce

V této práci jsou navrženy a zkoumány rezonanční částice se záporným indexem lomu. Rezonanční částice, se kterými bylo experimentováno, mají tyto nevýhody. Za prvé se vyznačují velkou mírou útlumu přenášeného pole. Energie absorbovaná rezonátorem je vyzářena do různých směrů. Což by moc nevadilo, kdyby se směrová charakteristika blížila směrové charakteristice elementárního zdroje z Huygensova principu. Co je ale velký problém, je energie, která je vyzařována v protisměru z rezonátoru k vlně, která rezonátor vybudila. Další problém je, že velká část energie projde kolem rezonátoru rezonátorem neabsorbovaná a tudíž i fázově neovlivněná. Těmto dvěma problémům se snažím čelit návrhem elementů struktury tak, že je představuje vedení nebo krychle se stejnou impedancí. Za důležitý závěr považuji tvrzení, že k vytvoření prostředí se záporným indexem lomu na dané frekvenci, je zapotřebí, aby element, který tvoří tuto strukturu, měl pro přenos elektromagnetické vlny velkou změnu fáze na dané frekvenci – více (v absolutní hodnotě) než  $-\pi$ . Pro větší spojitost ale potřebujeme přenos fáze bližší  $-2\pi$  (vlnové délce). Za velice důležitou považuji obecnost tohoto tvrzení, které je nezávislé na konkrétní realizaci (rezonátor, úsek vedení, krychle). To nám umožňuje vybrat si konkrétní realizace podle toho, jak jsou vhodné pro splnění výše uvedených podmínek. Případně nám to umožňuje vybrat si realizaci na základě jiných parametrů, jako jsou rychlost výroby, snadnost návrhu, popřípadě ekonomické náklady. Jako konkrétní příklad si můžeme uvést volbu vhodného vedení pro propojení 2D mříže, případně 3D uzlové struktury.

Za přínos považuji zavedení diskretizace prostoru a elektromagnetické vlny v něm existující. Za další důležitý závěr považuji popis zpětné vlny jako vlny diskrétní, která vzniká z klasické dopředné vlny diskretizací prostoru, a existuje tedy jako diskrétní posloupnost pole v diskrétních bodech nebo oblastech. Rovněž za důležité považuji odvození vztahu (3.38) mezi vždy kladnými indexy lomu, které se v přírodě běžně vyskytují, a relativním indexem lomu, který může nabývat i záporných hodnot.

Celou práci se prolíná důležitý pojem symetrie. A to symetrie fázorů přenosu pro opačné indexy lomu, viz obrázek 2.11. Symetrie lomených paprsků podle kolmice k rozhraní, viz obrázek 4.5 a obrázek 4.6.

Nakonec bych rád zdůraznil přehlednost, srozumitelnost – jednoduchost a rychlost návrhu prostředí se záporným indexem lomu v této práci popsaným.

## **6.2 Další doporučený postup**

Nabízejí se tyto další zajímavé možnosti k prozkoumání. Je možné zkusit jiné než krychlové struktury, například struktury z kvádrů nebo čtyřtěnnů zvláště s přihlédnutím k prozkoumání možnosti na snížení odrazů pro nekolmé dopady.

Další možností je vyjádřit frekvenční charakteristiku přenosu fáze pro element prostředí s konstantním indexem lomu a následně se pokusit realizovat tuto přenosovou charakteristiku reálným elementem.

Další zajímavou možností je vytvořit anizotropní prostředí s negativním indexem lomu a zkoumat chování elektromagnetického pole na rozhraní materiálů s různými anizotropními indexy lomu.

A nakonec další možností je soustředit se na vytváření optických soustav potažmo konkrétních aplikací např. v literatuře zmiňované pláště neviditelnosti [7, 8, 9] z materiálu se záporným indexem lomu, kde už nezkoumáme jeho vnitřní strukturu, ale uvažujeme tento materiál jako homogenní prostředí se záporným indexem lomu tak, aby se ze základního výzkumu stal výzkum aplikovaný.

V Praze 2015

### **Použitá literatura:**

- [1] Veselago, V. G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . Sov. Phys. USPEKHI, Vol. 10, No. 4, January 1968. page 509.
- [2] Veselago, V. G., Narimanov, E. E. The left hand of brightness: past, present and future of negative index refraction. Nature materials Vol. 5, October 2006. page 759.
- [3] Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J., Stewart, R. J. Low frequency plasmons in thin-wire structure. J. Phys, Cond. Matt., vol. 10, no. 22, 1998. page 4785.
- [4] Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J., Stewart, R. J. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 47, No. 11, Nov. 1999. Page 2075.
- [5] Shelby, R. A., Smith, D. R., Schultz, S. Experimental verification of a negative index refraction. Science, Vol. 292, 2001. page 77.
- [6] Shelby, R. A., Smith, D. R., Namat-Nasser, S. C., Schultz, S. Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial. Applied physics letters, Vol. 78, No. 4, January 2001. page 489.
- [7] Pendry, J. B., Schurig, D., Smith, D. R., Controlling Electromagnetic Fields. Science, Vol. 312, May 2006. Page 1780.
- [8] Schurig, D., Pendry, J. B., Smith, D. R., Calculation of material properties and ray tracing in tranformation media. Optics Express, Vol. 14, No. 21, October 2006. Page 9794.
- [9] Schurig, D., Mock, J. J., Justice, B. J., Cummer, S. A., Pendry, J. B., Starr, A. F., Smith, D. R. Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies. Science, Vol. 314, November 2006. Page 977.
- [10] Dong, Y. D., Yang, T., Itoh, T. Substrate Integrated Waveguide Loaded by Complementary Split-Ring Resonators and Its Applications to Miniaturized Waveguide Filters. IEEE Transactions on microwave theory and techniques, Vol. 57, No. 9, September 2009. Page2211.
- [11] Khan, O. M., Islam, Z. U., Islam Q. U., Bhatti F. A. Multiband High-Gain Printed Yagi Array Using Square Spiral Ring Metamaterial Structures for S-Band Applications. IEEE Antennas and wireless propagation letters, Vol. 13, 2014 Page 1100.
- [12] Lee, J.-H., Ko, S.-T., Park, B.-C., Hybrid Metamaterial Antennas. Proceedings of the 43rd European Microwave Conference, Nuremberg, Germany,7-10 Oct 2013.
- [13] Eleftheriades, G. V., Ashwin, K. I., Kremer, P. C., Planar Negative Refractive Index Media Using L-C Loaded Transmission Lines. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 50, No. 12, December 2002. Page 2702.

- [14] Eleftheriades, G. V., Siddiqui, O., Iyer, A. K., Transmission Line Models for Negative Refractive Index Media and Associated Implementations Without Excess Resonators. *IEEE Microwave and wireless components letters*, Vol. 13, No. 2, February 2003. Page 51.
- [15] Antoniadis, M. A., Eleftheriades, G. V., Compact Linear Lead/Lag Metamaterial Phase Shifters for Broadband Applications. *IEEE Antennas and wireless propagation letters*, Vol. 2, 2003. Page 103.
- [16]. Iyer A. K, Kremer, P. C., Eleftheriades, G. V., Experimental and theoretical verification of focusing in a large, periodically loaded transmission line negative refractive index metamaterial. *Optics Express*, Vol. 11, No. 7, April 2003. Page 698.
- [17] Sanada, A., Caloz, Ch., Itoh, T., Planar Distributed Structures With Negative Refractive Index. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, Vol. 52, No. 4, APRIL 2004. Page 1252.
- [18] Sanada, A., Caloz, Ch., Itoh, T., Characteristics of the Composite Right/Left-Handed Transmission Lines. *IEEE Microwave and wireless components letters*, Vol. 14, No. 2, February 2004. Page 68.
- [19] Caloz, Ch., Sanada, A., Itoh, T., A Novel Composite Right-/Left-Handed Coupled-Line Directional Coupler With Arbitrary Coupling Level and Broad Bandwidth. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, Vol. 52, No. 3, March 2004. Page 980.
- [20] Lim, S., Caloz, Ch., Itoh, T., Metamaterial-Based Electronically Controlled Transmission-Line Structure as a Novel Leaky-Wave Antenna With Tunable Radiation Angle and Beamwidth. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, Vol. 53, No. 1, January 2005. Page 161.
- [21] Caloz, CH., Itoh, T. *Electromagnetic metamaterials: transmission line theory and microwave applications The Engineering Approach*. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2006.
- [22] Lv, Jian Hong; Hu, Xi Wei; Liu, Ming Hai; Yan, Bao Rong; Kong, Ling Hua. Negative refraction of double L-shaped metamaterial. *Journal of optics: pure and applied optics* 11, 2009.
- [23] Lv, Jian Hong; Yan, Baorong; Liu, Minghai; Hu, Xiwei. Simultaneous normal and paralel incidence planar left-handed metamaterial. *Physical Review E* 80, 2009.
- [24] Vallecchi, A.; Capolino, F.; Schuschinky, A.G. 2-D Isotropic Effective Negative Refractive Index Metamaterial in Planar Technology. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 19, No.5, 2009.
- [25] Hansen, R. C., Negative refraction without negative index. *IEEE Transaction on antennas and propagation*, Vol. 56, No. 2, 2008. Page 402.
- [26] Sanz, M., et al., Transmission measurements in wedge-shaped absorbing samples: An experiment for observing negative refraction. *Phys. Rev.*, vol. 67, pp. 1–4, 2003, 676-1.

- [27] Smith, D. R. Vier, D. C., Koschny, Th. and Soukolis, C. M. Electromagnetic parameter retrieval from inhomogenous metamaterials. *Physical Review E* 71, 2005. p. 4.
- [28] Bartsch, Hans-Joachen. *Matematické vzorce*. Druhé, opravené vydání. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1965. Str. 215.
- [29] Bečvář, V. - Bláha, M. - Macháč, J.: Building Elements of a Volumetric Metamaterial. In *Proceedings of the 2011 IEEE MTT-S - International Microwave Symposium*. Piscataway: IEEE, 2011, p. 1-4. ISBN 978-1-61284-754-2.
- [30] Protiva, P. Kompozitní materiál se zápornou permitivitou. Diplomová práce. ČVUT, 2007.
- [31] Bláha, M., Macháč, J. Planar Resonators for Metamaterials. *Radioengineering*, Vol. 21, No. 3, 2012. Page. 852-859. ISSN 1210-2512.
- [32] Balanis, C. *A Antenna theory : analysis and design*. Second edition, ISBN 0-471-59268-4, 1997. page 258.
- [33] Engheta, Nader; Ziolkowski, Richard W. *Metamaterials Physics and Engineering Explorations*. IEEE Press, 2006. ISBN 13 978-0-471-76102-0. page 7.
- [34] Balanis, C. *A Antenna theory : analysis and design*. Second edition, ISBN 0-471-59268-4, 1997. Page 251.
- [35] Mazánek M., Pechač P. Šíření elektromagnetických vln a antény. Nakladatelství ČVUT, 2007. Str. 151-159.

## Seznam vlastních publikací:

### **Publikace v impaktovaných časopisech:**

- Bláha, M. - Macháč, J.: Planar Resonators for Metamaterials. *Radioengineering*. 2012, vol. 21, no. 3, p. 852-859. ISSN 1210-2512.  
Podíl spoluautorství: 50%

### **Publikace v recenzovaných časopisech:**

- Bláha, M. - Macháč, J. - Rytíř, M.: A Double H-shaped Resonator and its use as an Isotropic ENG Metamaterial. *International Journal of Microwave and Wireless Technologies* [online]. 2009, vol. 2009, no. 1, p. 323-329. ISSN 1759-0787.  
Podíl spoluautorství: 33%

### **Publikace excerpované ISI:**

- Macháč, J. - Protiva, P. - Rytíř, M. - Bláha, M. - Zehentner, J.: Isotropic Single Negative Metamaterials. *Radioengineering*. 2008, vol. 17, no. 3, p. 1-7. ISSN 1210-2512.  
Podíl spoluautorství: 25%

### **Ostatní publikace:**

- Macháč, J. - Zehentner, J. - Bláha, M.: Coupling of Split Ring Resonators in a Mu-negative Volumetric. In *2008 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*. Piscataway: IEEE, 2008, p. 327-330. ISBN 978-1-4244-1781-0.  
Podíl spoluautorství: 33%
- Bláha, M.: Rozšíření frekvenčního pásma částic metamateriálu. In *Sborník příspěvků konference Zvůle 2008*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2008, s. 14-21. ISBN 978-80-214-3709-8.  
Podíl spoluautorství: 100%
- Bláha, M. - Jelínek, L. - Macháč, J.: A Resonant Particle for a Volumetric DNG Metamaterial. In *European Microwave Week 2010 "Connecting the World" Conference Proceedings*. London: Horizon House Publications, 2010, p. 1413-1416. ISBN 978-1-4244-7232-1.  
Podíl spoluautorství: 33%
- Bláha, M.: Design of a Metamaterial Particle with a Negative Refractive Index. In *Králíky 2010*. Brno: Brno University of Technology, 2010, p. 28-31. ISBN 978-80-214-4139-2.  
Podíl spoluautorství: 100%
- Bečvář, V. - Bláha, M. - Macháč, J.: Building Elements of a Volumetric Metamaterial. In *Proceedings of the 2011 IEEE MTT-S - International Microwave Symposium*. Piscataway: IEEE, 2011, p. 1-4. ISBN 978-1-61284-754-2.  
Podíl spoluautorství: 33%

- Bečvář, V. - Bláha, M. - Macháč, J.: Planar Resonator with Negative Electric and Magnetic Polarizabilities. In *Proceedings of 21st International Conference Radioelektronika 2011*. Brno: VUT v Brně, FEKT, Ústav radioelektroniky, 2011, p. 147-150. ISBN 978-1-61284-322-3.  
Podíl spoluautorství: 33%
- Bečvář, V. - Bláha, M. - Macháč, J.: Artificial Electromagnetic Structures for High Frequency Technology. In *Workshop 2011*. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2011, p. 1-4.  
Podíl spoluautorství: 33%
- Bláha, M. - Macháč, J.: Unit Cell of Metamaterial with Isotropic Response Made of Planar Resonators. In *Proceedings of the 42nd European Microwave Conference*. London: Horizon House Publications, 2012, p. 679-682. ISBN 978-2-87487-027-9.  
Podíl spoluautorství: 50%