



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA DOPRAVNÍ

Kateřina Žížalová

**NÁVRH OPTIMALIZACE DISTRIBUČNÍHO SYSTÉMU
LISTOVNÍCH ZÁSILEK**

Bakalářská práce

2023



K617..... Ústav logistiky a managementu dopravy

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení studenta (včetně titulů):

Kateřina Žižalová

Studijní program (obor/specializace) studenta:

bakalářský – LOG – Logistika a řízení dopravních procesů

Název tématu (česky): **Návrh optimalizace distribučního systému
listovních zásilek**

Název tématu (anglicky): Design of optimization of the domestic letter distribution
network

Zásady pro vypracování

Při zpracování bakalářské práce se řiďte následujícími pokyny:

- Popis stávajícího systému
- Popis trasovacích úloh a jejich řešení
- Analýza vyváženosti doručovacích okrsků
- Návrh opatření pro přerozdělení doručovacích okrsků z režimu D+2 na D+3
- Analýza navržených změn



Rozsah grafických prací: podle pokynů vedoucí bakalářské práce

Rozsah průvodní zprávy: minimálně 35 stran textu (včetně obrázků, grafů a tabulek, které jsou součástí průvodní zprávy)

Seznam odborné literatury: Toth, P., Vigo D.: Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2015.

Štefánský, M.: Návrh na zefektivnění doručování zásilek u České pošty, s. p.. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2011.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Alena Rybičková, Ph.D.**

Datum zadání bakalářské práce: **30. září 2022**
(datum prvního zadání této práce, které musí být nejpozději 10 měsíců před datem prvního předpokládaného odevzdání této práce vyplývajícího ze standardní doby studia)

Datum odevzdání bakalářské práce: **7. srpna 2023**

- a) datum prvního předpokládaného odevzdání práce vyplývající ze standardní doby studia a z doporučeného časového plánu studia
- b) v případě odkladu odevzdání práce následující datum odevzdání práce vyplývající z doporučeného časového plánu studia

doc. Ing. Tomáš Horák, Ph.D.
vedoucí
Ústavu logistiky a managementu dopravy



prof. Ing. Ondřej Příbyl, Ph.D.
děkan fakulty

Potvrzuji převzetí zadání bakalářské práce.

Kateřina Žízalová
jméno a podpis studenta

V Praze dne..... 30. září 2022

Poděkování

Chtěla bych poděkovat především Ing. Aleně Rybičkové, Ph.D., za její vstřícnost, rady a konzultace během zpracovávání bakalářské práce. Dále děkuji zaměstnancům České pošty, s. p., kteří mi ochotně fungování tohoto státního podniku vysvětlili. Velký dík patří zejména Ing. Vladimíru Procházkovi, Ing. Martinu Štefanskému a panu Zbyňku Mašálovi. V neposlední řadě bych pak ráda poděkovala své rodině a přátelům za podporu, které se mi od nich dostalo nejen během psaní bakalářské práce ale v průběhu celého studia.

Prohlášení

a) „Nemám závažný důvod proti užívání tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).“ (pokud nebyla tato závěrečná práce zadána jako utajená dle čl. 15 odst. 11 aktuální Směrnice děkana pro realizaci bakalářských a magisterských studijních programů)

b) „Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně, a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.“

V Praze dne 27.07.2023



Kateřina Žížalová

Abstrakt

Bakalářská práce s názvem *Návrh optimalizace distribučního systému listovních zásilek* je zaměřena na organizaci doručování zásilek v rámci státního podniku. Jejím cílem je analýza stávajících procesů a návrh možných doporučení pro zlepšování.

Klíčová slova

Dodací služba, doručovací okrsek, teorie grafů, shluková analýza, trasovací úloha

Title

Design of optimization of the domestic letter distribution network

Abstract

Bachelor's thesis titled *Design of optimization of the domestic letter distribution network* is aimed at the organization of letter distribution within the state enterprise. Its objective is to analyze the existing processes and introduce suggestions of possible recommendations that could lead to improvements.

Key words

Delivery service, delivery district, graph theory, cluster analysis, routing problem

Obsah

Seznam použitých zkratek	8
Úvod	9
1. Popis stávajícího systému doručování listovních zásilek	10
1.1. Organizační složky	10
1.2. Podací služba	11
1.3. Dodací služba	13
1.3.1. Obecné informace	13
1.3.2. Odevzdací a manipulační místa	14
1.3.3. Den doručovatele	15
1.3.4. Doručovací okrsky	18
2. Popis trasovacích úloh a jejich řešení	20
2.1. Základní pojmy teorie grafů	20
2.2. Shluková analýza	21
2.2.1. Metoda <i>k</i> -means	21
2.2.2. Vyvážená metoda <i>k</i> -means	22
2.3. Trasovací úlohy	24
2.3.1. Historie úlohy obchodního cestujícího	24
2.3.2. Definice úlohy obchodního cestujícího	24
2.3.3. Řešení úlohy obchodního cestujícího	25
3. Analýza vyváženosti doručovacích okrsků	34
3.1. Základní údaje o okrscích	34
3.2. Popisná statistika	34
4. Návrh opatření pro přerozdělení doručovacích okrsků z režimu D+2 na D+3	37
4.1. Základ přechodu na režim D+3	37
4.2. Změna počtu doručovacích okrsků	38
4.3. Úloha obchodního cestujícího pro jednotlivé okrsky	42

5. Analýza navržených změn	48
5.1. Přechod na režim D+3	48
5.2. Přerozdělení okrsků shlukovou analýzou	48
Závěr	50
Zdroje	51
Seznam obrázků	55
Seznam tabulek	57
Seznam příloh	58

Seznam použitých zkratk

Česká pošta	Česká pošta, s. p.
Dodejna / pošta	Dodací provozovna
RIPM	Roznáška informačních a propagačních materiálů
LDO	Listovní doručovací okrsek
DDM	Databáze dodacích míst

Úvod

Česká pošta, s. p., dále jen Česká pošta, je podnikatelským subjektem v souladu se zákonem č. 77/1997 Sb., o státním podniku [1]. Jedná se o státní podnik, jehož posláním je poskytování služeb v oblasti zasilatelství, finančních služeb a poskytování informací. Služby jsou poskytovány jak tradiční kontaktní formou, tak i elektronicky.

Česká pošta je hospodářsky autonomní firmou, která musí zajišťovat svůj provoz a rozvoj z vlastních finančních zdrojů. Není příjemcem žádných dotací ze státního rozpočtu a je tak závislá na příjmech za poskytované služby a na zodpovědném vedení. Důležitým úkolem České pošty je proto udržení zákazníků i v době liberalizace trhu. Z důvodu velké konkurence v oblasti zasilatelství a neustálého vývoje nových technologií je tudíž nutné služby zákazníkům neustále zlepšovat a optimalizovat nezbytné výdaje.

Cílem této bakalářské práce je analýza stávajících procesů a navržení možných doporučení pro zlepšování služeb zákazníkům České pošty, s. p. Čtenáři je v první řadě představeno stávající fungování České pošty. Následně jsou představeny základy a důležité pojmy teorie grafů, shluková analýza a trasovací úlohy. Na to je navázáno analýzou vyváženosti stávajících okrsků a porovnáním zátěže doručovatelů. Poté jsou představeny návrhy možných opatření, díky kterým by bylo možné docílit úspor a které pomohou vytvořit rovnější pracovní podmínky pro doručovatele jednotlivých okrsků. Na závěr je provedena analýza navržených změn a vyhodnocení dílčích opatření.

1. Popis stávajícího systému doručování listovních zásilek

První kapitola je zaměřena na popis systému doručování listovních zásilek. V současnosti Česká pošta, s. p. realizuje doručování prostřednictvím provozoven a doručovatelů. Provozovny se rozumí dodejny či kamenné pobočky pošty a doručovatelé jsou jednotliví terénní pracovníci, kteří zajišťují roznos zásilek na jednotlivé adresy. Česká pošta nabízí různé typy doručení zásilek, které jsou níže postupně představeny.

1.1. Organizační složky

Organizační složkou nejvyšší úrovně je generální ředitelství, které rozhoduje o všech záležitostech podniku [2]. Řízení jednotlivých úseků je prováděno prostřednictvím složek nižší úrovně, takzvaných divizí. Jedná se například o divizi finančních služeb a prodeje nebo divizi státní poštovní služby. Doručování listovních zásilek spadá pod divizi poštovní provoz a logistika a je organizováno pomocí místně příslušných Regionů, které jsou dalším nižším stupněm organizačních složek. Jednotlivým Regionům jsou dále podřízeny v závislosti na místě přímo jednotlivé provozovny, neboli pošty. Pro poskytování poštovních služeb se pošty dále dělí dle svých činností na:

- podací provozovny,
- dodací provozovny,
- specializované provozovny.

Některé provozovny mohou samozřejmě plnit více účelů. Mezi činnosti specializovaných provozoven patří například:

- přepravní provozovny zpracovávající poštovní zásilky a zajišťující jejich přepravu mezi dalšími provozovnami,
- poštovny, které jsou provozovány smluvním partnerem České pošty a jednají jejím jménem a na její účet,
- vyměňovací pošty, které přijímají zásilky z ciziny, nebo naopak do ciziny zásilky vypravují,
- poštovní úložny, které slouží k uložení zásilek, které nebylo možné dodat,
- vycívací pošty zprostředkující celní řízení poštovních zásilek.

Provozovny České pošty mohou dále nabízet také doplňkové služby, které se liší v závislosti na provozovně a mezi které spadá například:

- prodej tisku,
- kopírovací služby,

- Czech Point vydávající ověřené výstupy z různých informačních systémů veřejné správy,
- Sázkový terminál,
- Western Union poskytující finanční a telekomunikační služby.

1.2. Podací služba

Podáním zásilky se rozumí předání zásilky odesílatelem za účelem zprostředkování služby přepravy zásilky v souladu s Poštovními podmínkami [3], které byly odsouhlaseny v rámci poštovní smlouvy, uzavřené ve chvíli podání zásilky. Daná služba je zpoplatněna dle ceníku zveřejněného Českou poštou a je zpravidla uhrazena odesílatelem. Již při podání se zásilky dělí na dva typy:

- obyčejné zásilky, u kterých pošta nestvrzuje jejich přijetí a
- zapsané zásilky, jejichž dodání bývá zpravidla dražší a pošta stvrzuje jejich přijetí vydáním potvrzení, a tím přejímá odpovědnost za jejich doručení, které musí být stvrzeno příjemcem.

Při podání musí zásilky splňovat podmínky stanovené v rámci Poštovních podmínek České pošty, které stanovují povolený obsah zásilek, správný způsob jejich balení, nebo například potřebný způsob uvedení poštovní adresy adresáta. Poštovní podmínky dále také upravují služby, které lze v rámci poštovních služeb zvolit. Jedná se o:

- Obyčejné psaní, jehož podání není stvrzeno Českou poštou a Česká pošta neručí za škodu vzniklou jeho ztrátou nebo poškozením. Obyčejné psaní má stanovené maximální rozměry a váhu, které jsou specifikovány v poštovních podmínkách. Odesílatel může zvolit, zda bude zásilka doručována ekonomicky (bývá označena D+n) či expresně (bývá označena D+1).
- Obyčejnou slepeckou zásilku, jejíž převzetí se opět nestvrzuje a Česká pošta tudíž neodpovídá za případné škody. Tento typ zásilky má opět v poštovních podmínkách stanovené maximální rozměry a váhu a navíc platí, že jejím obsahem mohou být pouze předměty pro osobní potřebu nevidomé osoby.
- Doporučenou zásilku, jejíž převzetí se stvrzuje a následně může být dodána pouze za předpokladu, že příjemce potvrdí její dodání. Česká pošta ručí za případnou škodu způsobenou ztrátou či poškozením doporučené zásilky. V poštovních podmínkách České pošty jsou opět vymezeny maximální rozměry tohoto typu zásilky a odesílatel má možnost volby mezi doručením ekonomicky či expresně.

- Doporučenou slepeckou zásilku, pro jejíž podání platí stejná pravidla, jako pro obyčejnou slepeckou zásilku, s tím rozdílem, že její podání podnik stvrzuje a bude dodána pouze v případě potvrzení dodání příjemcem.
- Cenné psaní, jehož obsahem mohou být i předměty, které nemohou být obsaženy v předchozích typech zásilek (např. peníze, platební karty, šperky atd.), jehož podání Česká pošta stvrzuje a které bude dodáno pouze za předpokladu, že příjemce potvrdí jeho převzetí. Cenné psaní má v poštovních podmínkách stanovenou maximální povolenou hmotnost. Při podání zásilky odesílatel uvede cenu oceňující obsah zásilky, do její výše ručí Česká pošta za škodu v případě ztráty či poškození zásilky. Pokud je odesílatelem poskytnuto telefonní číslo příjemce, má doručovatel povinnost adresáta informovat o doručení.
- Cenný balík, pro který platí podobné podmínky jako pro cenné psaní, ale maximální povolená hmotnost je vyšší a zároveň jsou stanovené i maximální povolené rozměry.
- Dodejku, která je písemným potvrzením o doručení zásilky příjemci, které opatří Česká pošta pro odesílatele. Tato doplňková služba je poskytována pouze společně se zásilkami, jejichž podání a doručení se stvrzuje (jedná se tedy o doporučenou zásilku, doporučenou slepeckou zásilku, cenné psaní a cenný balík).
- Dodání do vlastních rukou, které je opět možné zvolit pouze u zásilek, jejichž podání a doručení se stvrzuje, stejně jako v případě doplňkové služby dodejka. Je-li adresátem zásilky fyzická osoba, bude tato zásilka doručena adresátovi, jeho zmocněnci, zákonnému zástupci, nebo zmocněnci zákonného zástupce. V případě, že je adresátem právnická osoba, bude zásilka doručena oprávněné osobě.
- Dodání do vlastních rukou výhradně adresáta, lze opět zvolit pouze v případě zásilek, jejichž podání a doručení se stvrzuje. V tomto případě musí být adresátem fyzická osoba a zásilka bude doručena výhradně jemu.
- Dobírku, která stanovuje dobírkovou částku, kterou Česká pošta při dodání zásilky od adresáta vybere a následně ji vyplatí odesílateli nebo jím určené osobě. Za výběr dobírkové částky ručí Česká pošta a je povinna tuto částku ve stanovené lhůtě od dodání a v plné výši odesílateli vyplatit i v případě, že by ji od adresáta nevybrala, nebo vybrala částku nižší.
- Zkrácení lhůty pro vyzvednutí poštovní zásilky, kdy je lhůta stanovená pro vyzvednutí zásilky připravené k výdeji zkrácena ze standardních 15 na pouhých 10 dnů. Tuto službu jde zvolit pouze v případě zásilek, jejichž podání a doručení se stvrzuje.

- Prodloužení lhůty pro vyzvednutí poštovní zásilky, kdy je lhůta stanovená pro vyzvednutí zásilky připravené k výdeji prodloužena ze standardních 15 na 30 dnů. Tuto službu lze zvolit pouze v případě cenného balíku.
- Elektronické oznámení odesílateli, kdy Česká pošta sdílí s příjemcem informace o dodání zásilky prostřednictvím SMS zprávy, nebo e-mailu. Tuto službu je možné zvolit pouze v případě zásilek, jejichž podání a doručení se stvrzuje a odesílatel musí České poště poskytnout kontaktní informace příjemce.

1.3. Dodací služba

1.3.1. Obecné informace

Dodací službou se rozumí doručení zásilky nebo její vydání. Podmínky této služby jsou specifikovány ve třetí části druhého dílu Poštovních podmínek České pošty [3]. Doručování různých typů zásilek je hlavní náplní České pošty, která podle zákona [1] jejich doručování garantuje na celém území České republiky. Dodací služba musí být organizována v souladu s požadavky odesílatele, který poštovní službu objednal. Podrobný popis a návrh optimalizace doručování zásilek bude hlavní náplní této práce a zaměřen bude na zásilky listovní.

Doručování zásilek je zajištěno doručovateli. Oblast obsluhována z každé pošty (dodací provozovny) je rozdělena na několik okrsků, které jsou členěny na následující tři typy, které se mohou geograficky překrývat:

- listovní,
- balíkové a
- ostatní, mezi které se řadí například alternativní okrsky, kam se doručují reklamní letáky. V současnosti ale nejsou moc využívány a reklamní letáky bývají doručovány spolu s listovními zásilkami.

Doručovací okrsky se dále člení podle způsobu doručování na:

- pěší, v jejichž případě je pochůzka absolvovaná pěšky, přičemž může být využita městská hromadná doprava pro dopravení se z pošty na trasu, popř. pro přejezd mezi jednotlivými částmi trasy okrsku,
- motorizované, pro jejichž obsluhu je využíváno auto, přičemž obsluha některých částí trasy může být provedena pěšky, pokud je takové řešení vhodné,
- obsluhované na kole/elektrokole, kdy je možné některé části trasy opět absolvovat pěšky v případě vhodnosti takového řešení.

Bližší popis doručování zásilek bude proveden na příkladu dodejny I Praha 2 Moravská (Moravská 1530/9, Praha 2), kterou jsem měla možnost v rámci shromažďování informací pro zpracování bakalářské práce navštívit a kde jsem se zúčastnila všech povinností doručovatele od ranního třídění zásilek až po jejich odpolední vyúčtování.

1.3.2. Odevzdací a manipulační místa

Odevzdací místo je dodací místo, kde pošta předává zásilku příjemci. Všechna tato místa jsou uvedena v Databázi dodacích míst (DDM), která je centrální databází České pošty. Databáze je spravována datovým centrem České pošty, které čerpá informace z katastru nemovitostí. Díky tomu má včas informace o případných nových budovách s novými odevzdacími místy. Seznamy všech dodacích míst jsou datovým centrem pravidelně rozesílány na Regiony. V případě zavedení nového odevzdacího místa Region požádá provozovnu, pod kterou nové místo spadá, aby tam vyslala některého ze svých doručovatelů. Ten má za úkol vyplnit formulář s detailními informacemi, jako je typ objektu, počet pater či přítomnost výtahu [Příloha 1]. Vedoucí provozovny následně určí, ke kterému okrsku bude nové místo přidáno a zašle vyplněný formulář spolu s tímto zařazením zpět na Region. Na regionu zadají všechny zjištěné údaje do DDM.

Odevzdací místo může mít několik podob, mezi které patří:

- domovní schránka, která je nejvyužívanějším odevzdacím místem.
- Poštovní přihrádka, tzv. P. O. box umístěný na poště, o jehož pronájem si může zažádat fyzická/právnícká osoba a který umožňuje osobní vyzvedávání zásilek na poště bez čekání.
- Doručovací schrána (listovní či balíková), kterou Česká pošta zřizuje na veřejném prostranství v oblastech, kde nedoručuje zásilky až do domu.
- Byt/ubytovací zařízení.
- Sídlo instituce/firmy/společnosti.

V závislosti na využitém odevzdacím místě rozlišujeme také několik způsobů dodání zásilky příjemci:

- do domovní schránky,
- do rukou adresáta (pro zásilku, jejíž přijetí musí být stvrzeno),
- u přepážky pošty,
- vyzvednutí adresátem z pronajatých poštovních přihrádek.

Dalším důležitým prvkem poštovních služeb jsou manipulační místa. Jedná se o:

- listovní schránky, které umožňují podání obyčejných nezapsaných listovních zásilek,
- odkládací schránky pro doručovatele, které jsou nezbytné zejména u pěších pochůzek. V případě velkého množství zásilek nebo informačního a propagačního materiálu, část objemu rozveze motorizovaná jednotka pěším doručovatelům právě do těchto schránek v rámci jejich doručovacího okrsku a oni si následně v průběhu pochůzky materiál vyzvedávají.

1.3.3. Den doručovatele

Pracovní den doručovatelů začíná v brzkých ranních hodinách. Mezi pátou a šestou hodinou přijíždí ze sběrného přepravního uzlu, kde byly zásilky tříděny, auto se zásilkami uloženými v pytlích. Pytle jsou výtahem, který se na rozdíl od některých jiných dodejen na dodejné pro Prahu 2 nachází, vyvezeny do třídírny v prvním patře budovy. Jejich obsah je vysypán na velké stoly, kde následně doručovatelé manuálně zásilky třídí na zásilky pro jednotlivé čety. Každá četa se skládá z pěti až šesti doručovatelů a má na starosti jednu část území. Jeden ze členů každé čety zodpovídá za převoz zásilek ze třídírny do doručovatelského sálu k polici své čety.

Zásilky je dále třeba roztřídit do polic (viz Obrázek 1) jednotlivým okrskům na základě přidělených ulic (viz Obrázek 2). Do polic se přidávají také poukázky na důchody či jiné příspěvky a výzvy k vyzvednutí zásilek na pobočce. Poukázky, které se doručují zároveň s hotovostí (důvodem může být například nepohyblivost příjemce), si doručovatelé přebírají proti podpisu.



Obrázek 1: Police 3. čety pro třídění zásilek na jednotlivé okrsky

3. četa

ULICE	SUDA	LICHA	DO	ULICE	SUDA	LICHA	DO
BĚLEHRADSKÁ	20-38	19-41	211	U ZVONÁŘKY	14,15	1,15-h,15	210
BĚLEHRADSKÁ	40-70		209	WENZIGOVA	4-8	3-7	108
BĚLEHRADSKÁ	78-100	89-81	112	WENZIGOVA	14-20	11-21	110
BĚLEHRADSKÁ		47-57	210	ZÁHŘEBSKÁ		3	208
BOŽENY NĚMCOVÉ	celá		109	ZÁHŘEBSKÁ	4,6		210
BRUSELSKÁ		1-13	112				
BRUSELSKÁ	2-16		209				
FRICOVA	celá		212				
FÜGNEROVO NÁM.	celá		109				
JANA MASARYKA	1, 2		210				
KOUBEKOVÁ	2-8	1-17	111				
KOUBEKOVÁ	10-16		210				
LEGEROVA		3-37	106				
LEGEROVA	7-64		110				
LUBLAŇSKÁ		1-27	110				
LUBLAŇSKÁ	8-12		210				
LUBLAŇSKÁ	18-34	31-57	111				
LUBLAŇSKÁ	40-52		112				
NA POLIČANCE	celá		212				
POD KARLOVEM	celá		211				
POD NUSEL SCHODY	celá		209				
POD ZVONÁŘKOU	celá		209				
REJSKOVÁ	celá		212				
RUMUNSKÁ	4,6	1,3	108				
RUMUNSKÁ	8-26	9-25	112				
SARAJEVSKÁ	celá		211				
SOKOLSKÁ	4 - 38		109				
ŠAFÁŘIKOVÁ	2-14	1-7	210				
ŠAFÁŘIKOVÁ	16-24	11-17	209				
TYRŠOVA	2-6	3,5	106				
TYRŠOVA	8-14	7-13	111				

Obrázek 2: Rozdělení ulic a domů třetí čety na jednotlivé doručovací okrsky

Když má doručovatel všechny zásilky, které je třeba daný den doručit, u svého stolu si je seřadí do pořadí, ve kterém bude obcházet doručovací adresy v rámci doručovacího okrsku obsluhovaného daný den (viz Obrázek 3). V rámci tohoto řazení musí zároveň vyčlenit zásilky, jejichž příjemci mají zaplacenou dosítku¹. Na adresy těchto příjemců se zásilky nedoručují, doručovatel musí zásilku s dosítkou identifikovat pomocí seznamu dosítkových adres na svém okrsku, doručovací adresu přepsat, zásilku orazítkovat, podepsat a předat pověřenému pracovníkovi. Zásilka bude následně přesměrována a doručena na novou adresu.

¹ Dosílka neboli změna místa dodání pro všechny došlé zásilky. Tuto službu lze využít například v případě přestěhování se, kdy příjemce nestačil informovat všechny potřebné úřady.



Obrázek 3: Police jednoho z doručovatelů s popsanými ulicemi sloužící k zakládání zásilek ve směru doručovací pochůzky

Následně doručovatel musí zapsat do počítače všechny zásilky, které má daný den doručovat a jejichž doručení bude muset stvrdit příjemce svým podpisem. Ke každé takové zásilce je z počítače vytisknuta výzva, kterou buď příjemce podepíše pro stvrzení přijetí, nebo je v případě jeho nepřítomnosti na doručovací adrese vhozena do schránky jako výzva pro vyzvednutí zásilky na pobočce pošty.

Dalším materiálem, který může doručovatel k roznášce dostat, jsou informační a propagační materiály.

Když má doručovatel všechny zásilky založené ve směru doručovací pochůzky, odchází na doručující pochůzku, kde doručuje zásilky adresátům. V rámci pochůzky je možné, že se doručovatel zastaví na manipulačním místě typu odkládací schránka, kam mu předtím byla motorizovanou jednotkou odvezena část zásilek, které musí daný den doručit. Tento postup je využíván, aby s sebou doručovatel nemusel zásilky, které doručuje až ke konci dne, nosit již od rána.

V den, kdy jsem se zúčastnila doručovacího procesu po boku jednoho z doručovatelů, trvala první část dne na poště zahrnující třídění zásilek, jejich zakládání a zapisování zhruba tři a čtvrt hodiny.

Vlastní doručování zásilek v terénu společně s cestou na okrsek, uložením nedoručených zásilek na nejbližší pobočce (v našem případě Bruselská 519/18) a cestou zpět na poštu v Moravské zabralo zhruba čtyři a půl hodiny.

Po návratu na poštu v Moravské bylo ještě třeba vyúčtovat doručené zásilky a přepočítat, zda doručovatel vybral případně roznesl správné částky, vrátit nedoručené důchody, odevzdat zásilky, které se nepodařilo doručit a nebylo možné je uložit na poště v Bruselské, jelikož se měly vrátit odesílateli, a nakonec dopsat do počítače detaily doručení zapsaných zásilek, jejichž doručení příjemce stvrzuje (zda byly doručeny nebo uloženy a příjemce o jejich uložení informován). Tento proces trval dalších zhruba jeden a půl hodiny.

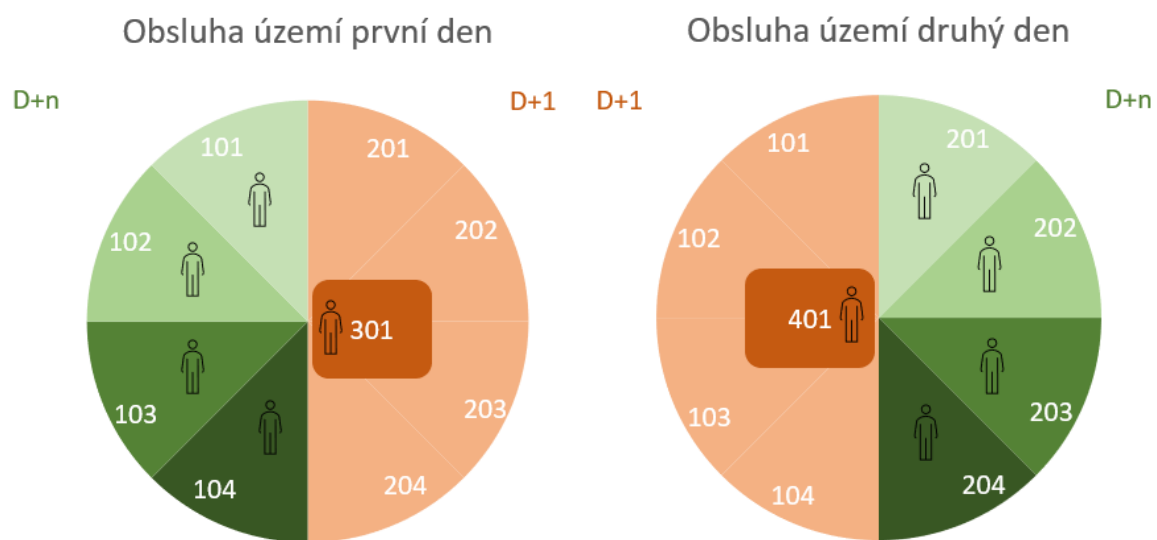
1.3.4. Doručovací okrsky

Doručovací okrsky jsou vymezená území, kde je poskytována doručovací služba. Každý doručovací okrsek spadá pod některou z dodávacích pošt a jak již bylo zmíněno v kapitole 1.3.1., mohou zde probíhat pochůzky pěší, motorizované či obsluhované na (elektro)kole. Z provozovny v Moravské jsou prováděny pouze pochůzky pěší a motorizované.

Z kapacitních a finančních důvodů není možné doručovat ekonomické zásilky (D+n) každý všední den. Doručovací okrsky jsou proto rozděleny na dvě skupiny a doručování na území každé z nich se uskutečňuje pouze jednou za dva dny. Zároveň je však třeba zajistit doručování expresních zásilek (D+1) každý všední den. Expresních zásilek není tolik jako zásilek ekonomických a díky tomu dokáže jeden doručovatel expresních zásilek obejít za jeden den několik doručovacích okrsků, jejichž takové spojení se označuje jako doručovací okruh.

Aby bylo zajištěno doručování expresních zásilek každý všední den a zásilek ekonomických jednou za dva dny, je zaveden následující postup. Jeden den je první část území sestávající ze čtyř doručovacích okrsků obsluhována čtyřmi doručovateli. Ten samý den je zároveň druhá část území sestávající opět ze čtyř okrsků sloučených do jednoho okruhu obsluhována doručovatelem jedním nebo dvěma (podle počtu lidí v četě). V části obsluhované čtyřmi doručovateli jsou doručovány všechny zásilky daného dne (D+1 i D+n) a navíc zásilky typu D+n, které nemohly být doručeny předchozí den. V části obsluhované jedním nebo dvěma doručovateli jsou doručovány pouze zásilky typu D+1 daného dne, obyčejné zásilky typu D+n daného dne budou z důvodu nedostatku personálu doručovány až den následující. Druhý den se rozložení počtu doručovatelů vymění. V první části území, kde nyní doručují pouze jeden až dva doručovatelé, jsou doručovány pouze zásilky D+1 daného dne a ve druhé části území všechny zásilky daného dne, a navíc

zásilky typu D+n, které zbyly z předchozího dne. Lepšímu pochopení tohoto systému pomůže Obrázek 4 níže.



Obrázek 4: Grafické znázornění obsluhy území jedné čety

2. Popis trasovacích úloh a jejich řešení

Základní otázkou pro Českou poštu je „jak naplánovat trasy doručovatelů, tak aby byl minimalizován čas potřebný pro doručování zásilek a s ním spojené náklady na platy doručovatelů“. Pro hledání odpovědi na tuto otázku budou využity teoretické poznatky týkající se trasovacích úloh a shlukové analýzy.

Oblast obsluhovanou jednou provozovnou je třeba rozdělit na okrsky pomocí shlukové analýzy a optimální trasy doručovatelů na jednotlivých okrscích je následně třeba definovat pomocí trasovacích úloh.

2.1. Základní pojmy teorie grafů

Teorie grafů je matematická věda zabývající se vlastnostmi grafů. Slovo graf může v různých oborech reprezentovat různé významy, avšak v teorii grafů charakterizuje množinu *vrcholů* V a množinu *hran* H . Grafem tedy nazýváme dvojici $G = (V, H)$. Hranou jsou spojeny vždy dva vrcholy, které nazýváme krajními vrcholy hrany, nebo vrcholy s hranou incidujícími. Vrcholy někdy nazýváme také uzly. Hraný mohou být orientované nebo neorientované. Jsou značeny křivkou se šipkou (orientované) nebo pouhou křivkou (neorientované). Specifickými případy hran jsou smyčky, které spojují vrchol se sebou samým nebo vícenásobné hrany v případě, že jsou dva vrcholy spojeny více než jednou hranou. Hraný je možné dále dělit na neohodnocené a ohodnocené. Ohodnoceny mohou být například vzdáleností nebo délkou času potřebného k přesunu mezi incidujícími vrcholy.

Pro porozumění trasovacím úlohám je třeba zavést několik dalších pojmů. Posloupnost incidujících vrcholů a hran se nazývá *sled*. Pokud se ve sledu nachází každá hrana pouze jednou a žádná se neopakuje, jedná se o *tah*. Pokud se ve sledu nachází každý vrchol pouze jednou, můžeme mluvit o *cestě*. Cesta začínající a končící ve stejném vrcholu je označována jako *kružnice*. *Délku cesty* definujeme v neorientovaném grafu jako součet jejích hran a v orientovaném grafu jako součet ohodnocení jednotlivých jejích hran. Důležitou charakteristikou vrcholu je jeho *stupeň*. U neorientovaného grafu se jedná o počet hran, které z vrcholu vychází a u orientovaného grafu o uspořádanou dvojici čísel, kde první značí, kolik hran do vrcholu vchází a druhé kolik hran z něj vychází.

Podgraf grafu je graf, který vznikne odebráním některých hran nebo některých vrcholů z grafu původního, přičemž při odebírání vrcholů je třeba odebrat také všechny hrany, které z odebraných vrcholů vycházely, nebo do nich vcházely. *Strom* je graf, ve kterém nelze nalézt žádný podgraf, který by byl kružnicí. A na závěr *kostrou* grafu označujeme minimální souvislý podgraf grafu, který

obsahuje všechny vrcholy a libovolné hrany původního grafu, přičemž v něm není možné nalézt kružnici.

2.2. Shluková analýza

Shluková analýza je metoda mnohorozměrné statistiky. Spočívá v seskupování dat do homogenních skupin neboli shluků. Shlukem rozumíme skupinu dat, která si jsou v nějakém smyslu podobná. Podobnost můžeme hledat v rámci různých charakteristik dat: v bankovníctví například na základě příjmů a výdajů klientů, naopak v případě doručování zásilek na základě polohy odevzdacích míst.

Shlukové analýzy se dělí na hierarchické a nehierarchické [4]. Hierarchická shluková analýza funguje na základě vytváření shluků a jejich podshluků. Každý shluk tedy může obsahovat několik podshluků nižšího řádu a zároveň může být součástí shluku řádu vyššího. Jedná se tedy o postupné zjemňování shluků. Hierarchický typ shlukové analýzy není vhodný pro velké datové soubory. Pro velké datové soubory, které navíc nevykazují hierarchickou strukturu, jsou využívány nehierarchické shlukové analýzy, které dělí objekty do shluků stejného řádu.

Jednou z metod nehierarchické shlukové analýzy, která je podle [5] vhodná k vytváření shluků pro účely trasovacích úloh, je metoda k -means (neboli k -průměrů).

2.2.1. Metoda k -means

Metoda k -means je nejběžnější nehierarchickou metodou. Jejím výsledkem je vytvoření k skupin, které jsou od sebe co nejvíce odděleny. Postup této metody je následující [4]:

Krok 1:

Zvolíme počáteční rozklad do k shluků (nejčastěji náhodně).

Krok 2:

Určíme centroidy (geometrická těžiště) pro všechny shluky v aktuálním rozkladu.

Krok 3:

Pomocí Euklidovských vzdáleností zhodnotíme pozici každého objektu:

$$d(p, C) = \sqrt{(p_x - C_x)^2 + (p_y - C_y)^2}$$
, kde p je jeden z objektů zařazených do shluku a C je centroid daného shluku.

Pokud má objekt blíže k vlastnímu centroidu nežli k centroidu jakéhokoli jiného shluku, pak se nic nemění. Pokud však existuje centroid, ke kterému má objekt blíže, pak objekt přeřadíme do shluku, k jehož centroidu má nejbližší.

Krok 4:

Přepočítáme centroidy všech shluků.

Krok 5:

Kroky 3 a 4 opakujeme do té doby, kdy se umístění centroidů nemění a přerozdělování objektů mezi shluky už nenastává.

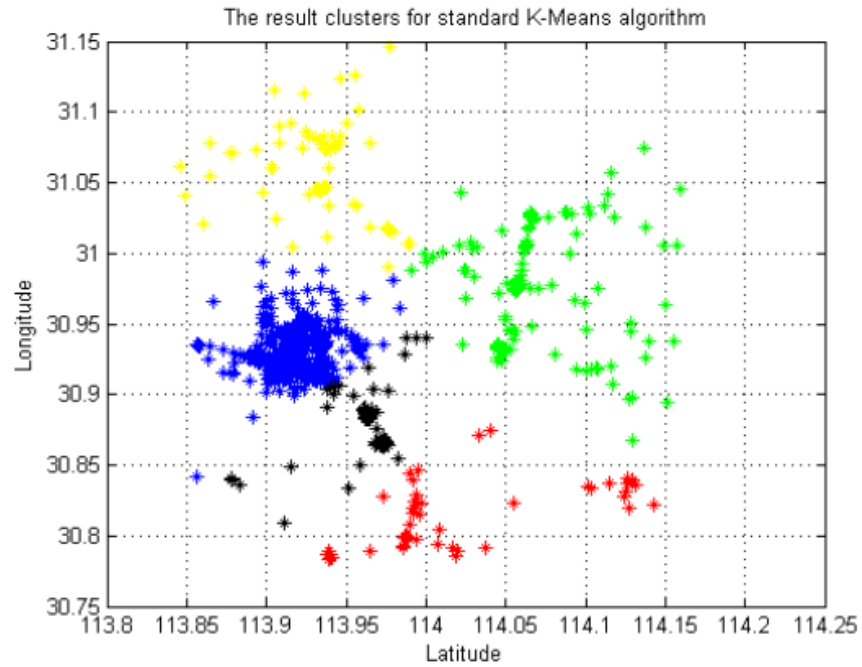
U metody *k*-means je nevýhodou nutnost definování počtu shluků *k* předem. Pro nalezení optimálního řešení je proto někdy třeba opakovat analýzu pro více možných *k*.

2.2.2. Vyvážená metoda *k*-means

Vyvážená metoda *k*-means byla definována v publikaci [5], na které je postavena tato podkapitola.

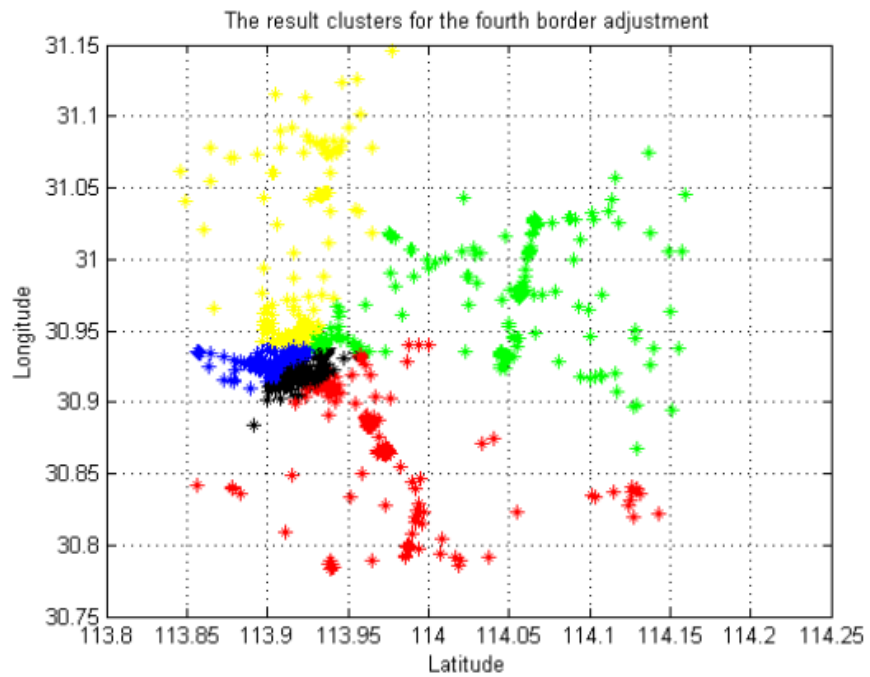
Vyvážená metoda *k*-means se skládá ze dvou částí. První je standardní výpočet metody *k*-means. Následně však dojde k analýze počtu objektů v každém z vytvořených shluků. V případě velkého rozdílu počtu objektů v jednotlivých shlucích dojde k přerozdělení nadbytečných objektů do shluku s druhým nejbližším centroidem. Tyto dva kroky se opakují do chvíle, kdy je rozdíl počtu objektů v jednotlivých shlucích minimální, nebo alespoň dostatečně malý pro naše potřeby.

Rozdíl mezi výsledkem standardní shlukové *k*-means analýzy a vyvážené shlukové *k*-means analýzy je patrný na Obrázcích 5 a 6. V Obrázku 5 je patrné, že hustota objektů modrého zbarvení je mnohem větší nežli jakéhokoli jiného. V případě přenesení takového případu do situace bakalářské práce by doručovatel pro modré body musel projít bodů mnohonásobně více než doručovatel pro body jakékoli jiné barvy. Oproti tomu na Obrázku 6 již vidíme vyváženou verzi, kde je do shluku každé z barev zařazen podobný počet objektů.



Obrázek 5: Výsledek *k*-means analýzy

Zdroj: [5]



Obrázek 6: Výsledek vyvážené *k*-means analýzy

Zdroj: [5]

2.3. Trasovací úlohy

Trasovací úlohy jsou definovány na obecném grafu $G = (V, H)$, kde V označuje konečnou neprázdnou množinu vrcholů a H množinu hran tyto vrcholy spojující. Vrcholy reprezentují odevzdací místa, zatímco hrany reprezentují cesty mezi nimi a jsou ohodnoceny časovou vzdáleností. Pro optimalizaci pohybu doručovatele bude aplikována úloha obchodního cestujícího. Úkolem obchodního cestujícího je projít všemi odevzdacími místy a následně se vrátit do výchozího bodu, kterým je v našem případě provozovna pošty. Úkol je třeba splnit s minimálními časovými výdaji na cestu a zároveň navštívit každé místo právě jednou.

2.3.1. Historie úlohy obchodního cestujícího

Úloha obchodního cestujícího neboli Travelling salesman problem (zkráceně TSP) je matematická optimalizační úloha. Počátky studia této úlohy jsou nejasné. První zmínky pochází pravděpodobně z počátku 19. století od matematiků W. R. Hamiltona a T. P. Kirkmana. Všeobecný model úlohy obchodního cestujícího studoval mezi prvními v roce 1930 australský matematik a ekonom Karl Menger, díky kterému se dostala do povědomí matematického světa. Dalšími důležitými poznatky přispěl ke studiu Hassler Whitney z Princetonské univerzity. První popis metody pro řešení tohoto typu úloh představili v roce 1954 G. Dantzing, R. Fulkerson a S. Johnson, když pomocí aplikace lineárního programování vyřešili v efektivním čase úlohu se 49 městy [6].

2.3.2. Definice úlohy obchodního cestujícího

Obecně lze úlohu obchodního cestujícího formulovat následovně: je zadán počet měst a vzdálenosti mezi nimi. Cílem je projít každým městem právě jednou, a nakonec se vrátit do města výchozího s minimálními výdaji na cestu. Jedná se tedy o nalezení nejkratší hamiltonovské kružnice v úplném ohodnoceném grafu.

V rámci teorie grafů je zadání úlohy následující: necht' $G = (V, H)$ je graf, kde V označuje množinu vrcholů a H množinu nezáporně ohodnocených hran, která se dá zapsat ve formě matice $D = (d_{ij})$, viz Obrázek 7. Matice D v sobě uchovává vzdálenosti mezi jednotlivými vrcholy a je tedy symetrická. Platí tedy $d_{ij} = d_{ji}$ pro všechna $i, j \in V$. V případě, že je úloha definována na úplném (mezi každými dvěma vrcholy existuje hrana) neorientovaném grafu, jedná se o úlohu symetrickou. Když je graf orientovaný, úloha je asymetrická.

	v₁	v₂	v₃
v₁	0	d ₁₂	d ₁₃
v₂	d ₂₁	0	d ₂₃
v₃	d ₃₁	d ₃₂	0

Obrázek 7: Matice D vzdáleností vrcholů

S asymetrickou úlohou bychom se mohli setkat například v případě doručování automobilem v oblastech s jednosměrnými ulicemi. V případě pěšího doručování se s asymetrickými úlohami pravděpodobně nesetkáme.

2.3.3. Řešení úlohy obchodního cestujícího

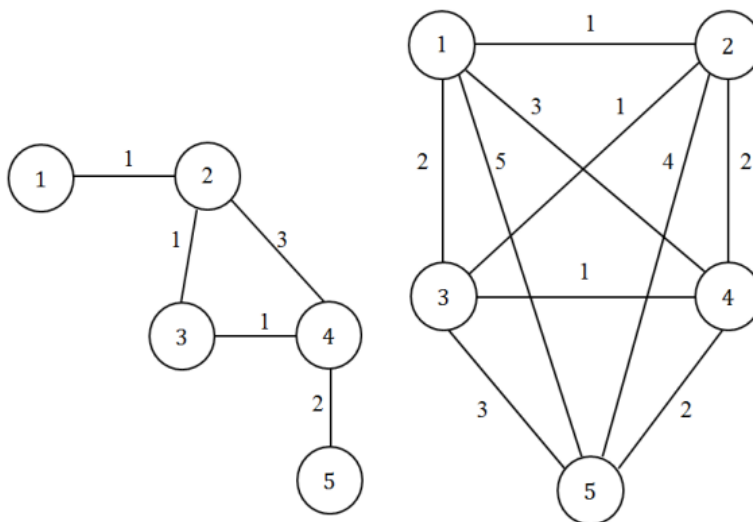
Pro řešení úloh obchodního cestujícího existuje několik metod. Může se jednat o úlohy exaktní nebo heuristické, které se mezi sebou liší svou výpočetní náročností, ale také kvalitou nalezeného výsledku.

Exaktní metody vždy naleznou optimální řešení, jejich použití je ale vhodné pouze pro omezený počet vrcholů. Většina exaktních metod je založena na principu větvení, přičemž větve, u kterých je zjištěna nemožnost obsahu optimálního řešení, jsou postupně odřezávány a nejsou dále rozvíjeny. Jednotlivé exaktní metody se od sebe liší způsobem odhadování mezí pro jednotlivé větve. Na základě mezí jsou postupně eliminovány nevyhovující větve. Díky postupnému eliminování větví není výpočet tolik náročný. (V případě rozvinutí všech větví by pro n vrcholů by existovalo $(n - 1)!$ větví.)

V praxi většinou využíváme heuristické, případně metaheuristické, metody, které sice nenaleznou vždy optimální řešení, mohou se však k optimálnímu řešení přiblížit. Jejich hlavní výhodou je to, že naleznou výsledek v mnohem kratším čase nežli metody exaktní. Heuristické metody vyhledávají řešení na základě metody „pokus – omyl“ a většinou končí při nalezení lokálního minima. Vyšším stupněm jsou metody metaheuristické, které většinou dosahují lepších výsledků, jelikož se nezastaví u pouhého lokálního minima.

V dopravě je problém zjednodušený tím, že není nutné lpět na podmínce, že není možné navštívit jeden vrchol několikrát. V případě doručování zásilek je možné projít jedním vrcholem vícekrát, hlavním požadavkem je nalézt nejkratší možnou cestu. Reálný graf odevzdacích míst a cest mezi

nimi je proto možné transformovat na takzvanou výpočetní síť, díky čemuž nám vznikne úplný graf, ve kterém existuje hrana mezi každými dvěma vrcholy. Ohodnocení hran výpočetní sítě, které nebyly v původní reálné síti, dopočítáme jako minimální cestu mezi incidujícími vrcholy. Příklad přechodu z reálné sítě na síť výpočetní i s dopočítanými ohodnoceními hran je znázorněn na Obrázku 8.



Obrázek 8: Přechod z reálné na výpočetní síť

Zdroj: [7]

2.3.3.1. Hill climbing

Nejjednodušší metaheuristickou metodou pro hledání řešení úlohy obchodního cestujícího je metoda Hill climbing (gradientní algoritmus). Jedná se o způsob hledání řešení začínajícího s libovolným řešením, které je postupně upravováno. V každém kroku se vytvoří množina řešení, které se od aktuálního řešení liší jen malou definovanou změnou. U úlohy obchodního cestujícího se může jednat například o odstranění dvou hran a nové napojení vzniklých částí do uzavřené trasy. Z množiny řešení, které se liší definovanou změnou, je vybráno to nejlepší a následně je porovnáno s řešením aktuálním. Pokud je toto řešení se změnou lepší nežli řešení aktuální, je jím řešení aktuální nahrazeno a algoritmus pokračuje vytvořením nové množiny řešení s malými změnami z nového aktuálního řešení.

Pokud se nepodaří najít lepší řešení, algoritmus je ukončen. Hill climbing je variantou lokálního hledání, u něhož se v každém kroku přijímá pouze lepší řešení, a na rozdíl od většiny ostatních metaheuristických metod nemá mechanismus, který by zamezil uvíznutí v lokálním minimu.

2.3.3.2. Greedy algoritmus

Greedy neboli žravý algoritmus je heuristický algoritmus, který hledá minimální hamiltonovskou kružnici. V hamiltonovské kružnici je počátečním i koncovým vrcholem v_1 , v našem případě se bude jednat o provozovnu pošty, ze které vychází doručovatel. Kroky algoritmu se dají shrnout následně [7]:

Krok 1:

Konstrukce hamiltonovské kružnice začíná ve zvoleném vrcholu v_1 . Je vybrána taková incidující hrana, jejíž ohodnocení je minimální a jejíž koncový vrchol nebyl zatím do kružnice zařazen.

Krok 2:

Ve vrcholu v_i , který byl do kružnice zařazen jako poslední, je vybrána a následně zařazena do kružnice taková incidující hrana, jejíž ohodnocení je minimální a jejíž koncový vrchol zatím do kružnice zařazen nebyl.

Krok 3:

Krok 2 je opakován, dokud existuje alespoň jeden nenavštívený vrchol nezařazený do hamiltonovské kružnice. Pokud už další takový vrchol neexistuje, je vybrána ještě hrana spojující naposledy navštívený vrchol s počátečním vrcholem v_1 , aby došlo k uzavření hamiltonovské kružnice.

Krok 4:

Součet ohodnocení hran zařazených do hamiltonovské kružnice je hodnota délky hamiltonovské kružnice, tedy délka obchůzky odevzdacích míst.

2.3.3.3. Algoritmy Branch and Bound

Při použití některé metody ze skupiny Branch and Bound neboli metody větví a mezí nedochází z časových důvodů k prohledání všech možných řešení. Množiny řešení jsou rozděleny na podmnožiny a pomocí horních a dolních odhadů jsou eliminovány podmnožiny, které nemohou obsahovat optimální řešení. Podmnožiny identifikované jako ty, které mohou obsahovat optimální řešení jsou následně dále děleny, až zůstane jednoprvková množina, která je oním optimálním řešením. Pro potřeby úloh obchodního cestujícího jsou využívány nejčastěji pro eliminaci podmnožin dolní odhady. Cílem je totiž nalézt co nejkratší cestu.

Krok 1:

Je definováno $E = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$, množina všech řešení úlohy optimalizace, a f , funkce definovaná na dané množině. Úkolem je nalézt podmnožinu $E_m \subset E$, ve které dosahuje funkce f minima.

Krok 2:

Pomocí vlastnosti P_A je rozdělena množina E na dvě disjunktní podmnožiny A a \bar{A} , tedy $A \cap \bar{A} = \{\emptyset\}$, $A \cup \bar{A} = E$. (V případě obchodního cestujícího pro podmnožinu A pravděpodobně platí, že optimální trasa obsahuje vrchol, dodací místo, číslo jedna. Naopak pro podmnožinu \bar{A} platí, že daný vrchol číslo jedna neobsahuje.)

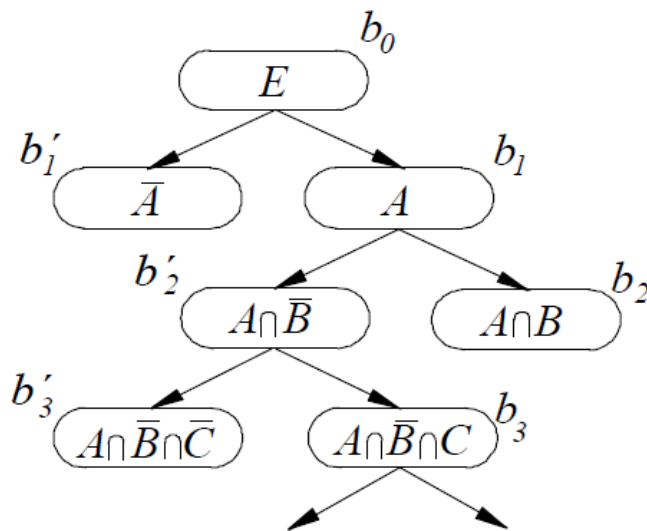
Krok 3:

Je určena spodní hranice b_i funkce f na každé podmnožině. Následně se opakují kroky 2 a 3 vždy na podmnožině s nižší spodní hranicí b_i .

Krok 4:

Opakování kroků 2 a 3 končí nalezením jednoprvkové podmnožiny, kterou již nelze dále dělit. Funkce f nabývá na této podmnožině minimální hodnotu.

Postupným dělením množiny E na její podmnožiny postupně vznikne graf nazývaný se prastrom, viz Obrázek 9.



Obrázek 9: Postupné vytváření prastromu

Zdroj: [7]

2.3.3.4. Littlův algoritmus

Littlův algoritmus je konkrétním příkladem metody Branch and bound. Postupným řešením problému pomocí tohoto algoritmu opět vzniká prastrm. K provedení Littlova algoritmu je třeba zapsat úlohu formou čtvercové matice jejíž hodnoty značí vlastnost mezi dvěma vrcholy. V případě úlohy obchodního cestujícího se s největší pravděpodobností jedná o kilometrickou nebo časovou vzdálenost. Matice může být symetrická nebo asymetrická, jak bylo popsáno v kapitole 2.3.2. Při hledání optimálního řešení pomocí Littlovy metody je třeba vyloučit z matice vzdáleností dva druhy tras. Jedná se o trasy z vrcholu i do vrcholu i a o trasy, které by předčasně ukončily okruh dříve, než budou navštíveny všechny vrcholy. (Nelze jít z vrcholu 1 do vrcholu 2 a následně zpět do 1, když existuje ještě vrchol 3, který je také třeba navštívit.) Postup řešení úlohy pomocí Littlova algoritmu včetně jeho provedení na ukázkové matici je následující [8]:

Krok 1:

Úloha je zapsána ve formě matice vzdáleností D a prvky na diagonále nahrazeny symbolem ∞ . K matici je přidán navíc pomocný sloupec s_i a řádek r_i . Dále je zavedena konstanta b_0 , která představuje součet všech prvků sloupce s_i a řádku r_i . Příklad takto upravené matice vzdáleností je na Obrázku 10.

	v₁	v₂	v₃	v₄	s_i
v₁	∞	2	1	4	
v₂	3	∞	3	2	
v₃	6	1	∞	3	
v₄	5	3	2	∞	
r_i					b₀

Obrázek 10: První krok Littlova algoritmu

Krok 2:

V každém řádku i sloupci se snažíme zajistit alespoň jednu nulovou hodnotu. Proto je nejprve pro každý řádek, ve kterém se nenachází nulová hodnota, nalezena nejnižší vzdálenostní hodnota. Ta je zapsána do daného řádku ve sloupci s_i a odečtena od každé buňky daného řádku.

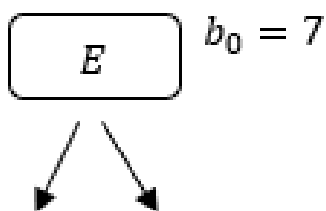
Následně se postupuje stejně pro sloupce, ve kterých se nenachází nulová hodnota. Je nalezena nejnižší vzdálenostní hodnota sloupce, ta je zapsána do sloupce v řádku r_i a odečtena od každé buňky daného sloupce.

Nyní by v každém řádku a v každém sloupci měla být alespoň jedna nulová hodnota.

Všechny hodnoty ve sloupci s_i jsou sečteny se všemi hodnotami v řádku r_i a výsledek zapsán na pozici b_0 . Hodnota b_0 definuje spodní mez kořenu prastromu řešení úlohy E .

	v₁	v₂	v₃	v₄	s_i
v₁	∞	1	0	3	1
v₂	0	∞	1	0	2
v₃	4	0	∞	2	1
v₄	2	1	0	∞	2
r_i	1	0	0	0	b₀=7

Obrázek 11: Druhý krok Littlova algoritmu



Obrázek 12: Kořen prastromu řešení E a spodní mez b_0

Krok 3:

Nyní je třeba následujícím způsobem ohodnotit nulové hodnoty v matici. Pro každou nulu je sečtena nejnižší hodnota v jejím řádku s nejnižší hodnotou v jejím sloupci. (Nula, která je právě ohodnocována, se nezapočítává. Jakákoli jiná nula v příslušném řádku/sloupci ano.)

	v_1	v_2	v_3	v_4
v_1	∞	1	0^1	3
v_2	0^2	∞	1	0^2
v_3	4	0^3	∞	2
v_4	2	1	0^1	∞

Obrázek 13: Třetí krok Littlova algoritmu

Krok 4:

Je vybrána nulová buňka s nejvyšším ohodnocením. V ukázkové úloze se jedná o nulu s ohodnocením 3, která určuje pole (v_3, v_2) .

Krok 5:

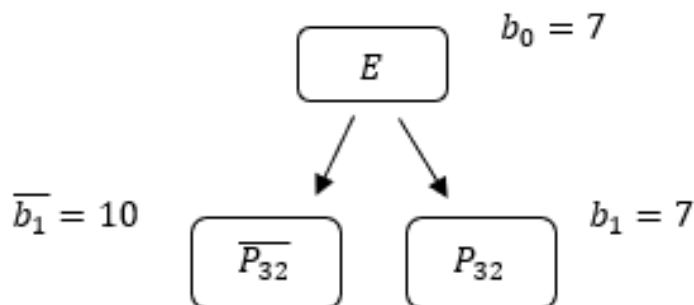
Strom je rozvinut o dvě větve. V první větvi je varianta, kdy optimální řešení neobsahuje hranu příslušné vlastnosti a spodní mez tohoto vrcholu je určena jako součet ohodnocení vrcholu předchozího a ohodnocení nuly, podle které provádíme větvení. V ukázkovém příkladu je tedy rozvinut prastrom řešení o větev s vlastností $\overline{P_{32}}$, která je ohodnocena součtem $\overline{b_1} = 7 + 3 = 10$

Druhá větev představuje variantu, kdy optimální řešení obsahuje hranu příslušné vlastnosti. Před určením spodní meze je však třeba provést úpravu matice. Z matice je vypuštěn řádek a sloupec obsahující nulu s maximálním ohodnocením, podle které je prováděno větvení. Také je v tomto kroku třeba zabránit tomu, aby byla do optimálního řešení zahrnuta hrana, která by způsobila předčasné uzavření okruhu před navštívením všech povinných vrcholů. Na všechny pozice, které by uzavření způsobily, je vloženo ∞ (v ukázkovém příkladu pozice (v_2, v_3)). S takto upravenou maticí je znovu proveden krok 2, díky čemuž je v každém řádku a sloupci alespoň jedna nula. Součet odečítaných minim z tohoto kroku je sečten s ohodnocením předchozího vrcholu a je

získána spodní mez druhé větve prastronu řešení. V ukázkovém příkladu je rozvinut prastron o větev s vlastností P_{32} , která je ohodnocena součtem $b_1 = 0 + 7 = 7$

	v_1	v_3	v_4	s_i
v_1	∞	0	3	0
v_2	0	∞	0	0
v_4	2	0	∞	0
r_i	0	0	0	0

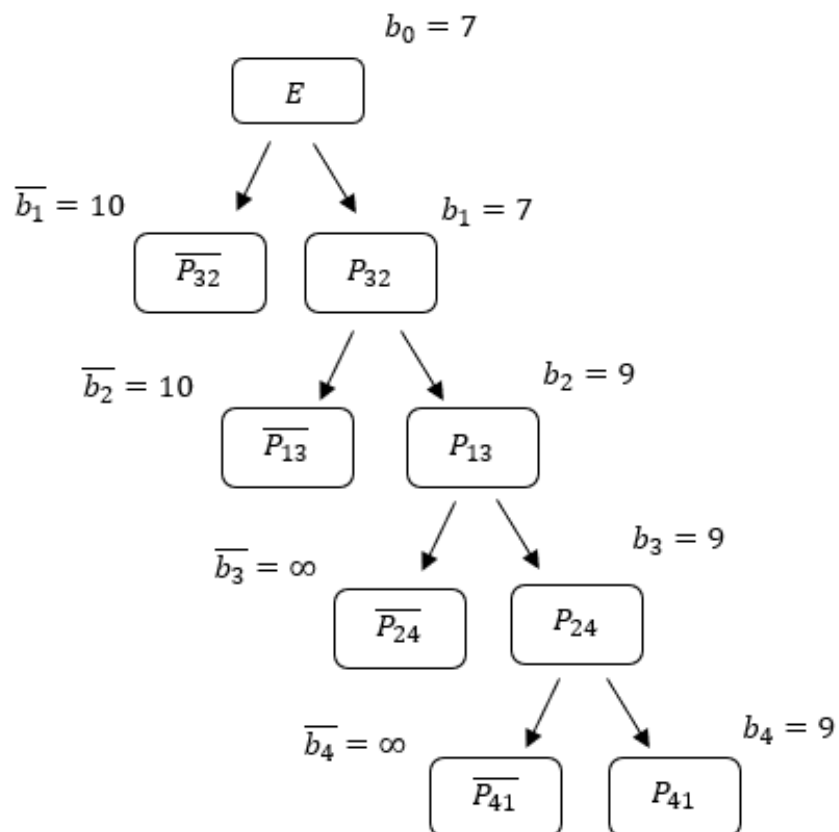
Obrázek 14: Pátý krok Littlova algoritmu



Obrázek 15: Rozvinutí prastronu řešení

Krok 6:

Protože výsledkem není matice o rozměru 1×1 a všechny podmnožiny lze dále dělit, je opakován předchozí postup pro větev s nižší spodní mezí. V ukázkovém příkladu je finálním výsledkem prastron řešení viz Obrázek 16.



Obrázek 16: Prastrom řešení ukázkového příkladu

Minimální délku trasy, kterou je třeba obejít, určuje spodní mez větve s hranou, kterou byl okruh uzavřen – v ukázkovém příkladu je to $b_4 = 9$.

3. Analýza vyváženosti doručovacích okrsků

3.1. Základní údaje o okrscích

Pro praktickou část bakalářské práce věnující se analýze stávajícího rozvržení doručovacího okrsků a jeho optimalizaci bylo zvoleno území Prahy 2 obsluhované z dodejny na adrese Moravská 9.

Území Prahy 2 je pro potřeby České pošty rozděleno na celkem 50 okrsků. 48 z nich jsou okrsky pěší a 2 jsou okrsky motorizované. Doručovatelé motorizovaných okrsků plní kromě doručování zásilek ještě další úkol, kterým je rozvoz tašek se zásilkami ostatních doručovatelů na jednotlivá odkládací místa na trase jejich okrsků. Tento rozvoz ovlivňuje data o zátěži motorizovaných okrsků a ty proto pro analýzu vyváženosti nejsou brány v potaz. Analýza je proto provedena pouze pro okrsky pěší.

Česká pošta disponuje seznamem standardizovaných časových konstant, které jsou používány pro přepočítání různých údajů na čas, který bude doručovatel potřebovat ke zpracování zásilek. Existují konstanty pro ujité / ujeté kilometry, pro doručení různých typů zásilek, pro vyplacení důchodu atd. Všechny konstanty včetně povinností doručovatele jsou vyobrazeny v Příloze 2.

Na základě konstant a dat sesbíraných Českou poštou obsahujících počty balíků doručovaných na jednotlivých okrscích je určena zátěž doručovatelů jednotlivých okrsků. Doručovatelé jsou zaměstnání na pracovní úvazek osm hodin denně, tedy 480 minut. Po určení minutového času potřebného pro obsluhu jednotlivých okrsků je celková zátěž doručovatele určena v procentech. Celková zátěž se podle výpočtů České pošty pohybuje pro pěší okrsky v rozmezí od 47 % až po 95 %. Je tedy evidentní, že zátěž doručovatelů není vyvážená a okrsky nejsou vytvořeny optimálně.

3.2. Popisná statistika

Popisná statistika se obecně zabývá popisem stavu nebo vývoje jevů. V případě analýzy vyváženosti okrsků je možné ji využít pro analýzu kvantitativních souborů dat čili pro analýzu vyváženosti doručovacích okrsků na základě dat o počtu zásilek. Tabulka 1 níže obsahuje údaje o délkách pochůzek, které musí doručovatelé absolvovat a o počtech různých typů doručovaných zásilek. Také jsou v tabulce níže dopočítány statistické hodnoty. Tabulka obsahuje jen část všech dat, které má Česká pošta k dispozici. Jsou vynechány například údaje o počtu zásilek z ciziny, které jsou na okrscích doručovány nebo o počtu zásilek podaných na pochůzce. Jedná se totiž o malé počty zásilek, jejichž zpracování nezabere tolik času.

Číslo LDO	Pochůzka pěšky v metrech	Pochůzka MHD v metrech	Obyčejné listovní zásilky, obchodní psaní a noviny [ks]	Propagační materiály [ks]	Zapsané listovní zásilky [ks]	Poukázky doručované s penězi a důchody
101	1947	5500	562	582	35	0
102	4500	5200	267	246	44	2
103	2399	5550	342	598	38	0
104	3826	5050	307	556	38	0
105	3800	4000	511	735	63	0
106	3425	4000	516	547	77	0
107	3800	4000	544	872	51	0
108	3750	3100	446	545	94	1
109	1752	1700	257	277	47	1
110	1513	1700	645	470	45	0
111	1414	1700	468	335	36	0
112	1543	1700	547	391	66	0
113	2237	0	669	391	47	0
114	2037	0	451	464	36	0
115	2610	0	597	410	38	0
116	3051	1100	378	419	31	1
117	1660	1850	349	324	190	1
118	4600	1850	328	300	48	1
119	1717	1850	767	266	77	0
120	1881	1850	444	372	62	1
121	3633	0	569	819	24	0
122	2668	0	519	955	26	0
123	2096	0	407	615	20	0
124	1530	0	535	711	16	0
201	1617	7100	382	632	41	2
202	1504	7100	784	643	33	2
203	2123	7100	327	447	28	1

204	1548	7100	438	432	42	2
205	3150	4000	371	683	118	1
206	3250	4500	765	727	44	0
207	3250	3800	505	778	60	2
208	3450	3100	701	536	44	1
209	1716	1200	599	385	41	1
210	2480	600	371	470	56	1
211	2606	2200	396	463	61	2
212	2129	2200	507	563	70	1
213	5154	0	361	446	20	0
214	3387	0	532	616	16	3
215	2286	0	396	578	17	3
216	2435	0	459	581	15	0
217	1761	1500	661	765	124	1
218	2204	750	553	326	101	1
219	1768	1300	529	573	73	1
220	4200	2750	478	484	89	0
221	3134	0	437	905	52	1
222	2347	0	510	901	32	1
223	2506	0	491	583	32	1
224	1385	0	340	600	13	1
PRŮMĚR	2599,563	2250	485,79167	548,27083	51,47917	0,77083
MINIMUM	1385	0	257	246	13	0
MAXIMUM	5154	7100	784	955	190	3
VARIAČNÍ ROZPĚTÍ	3769	7100	527	709	177	3

Tabulka 1: Údaje o doručovacích okresech na území Prahy 2

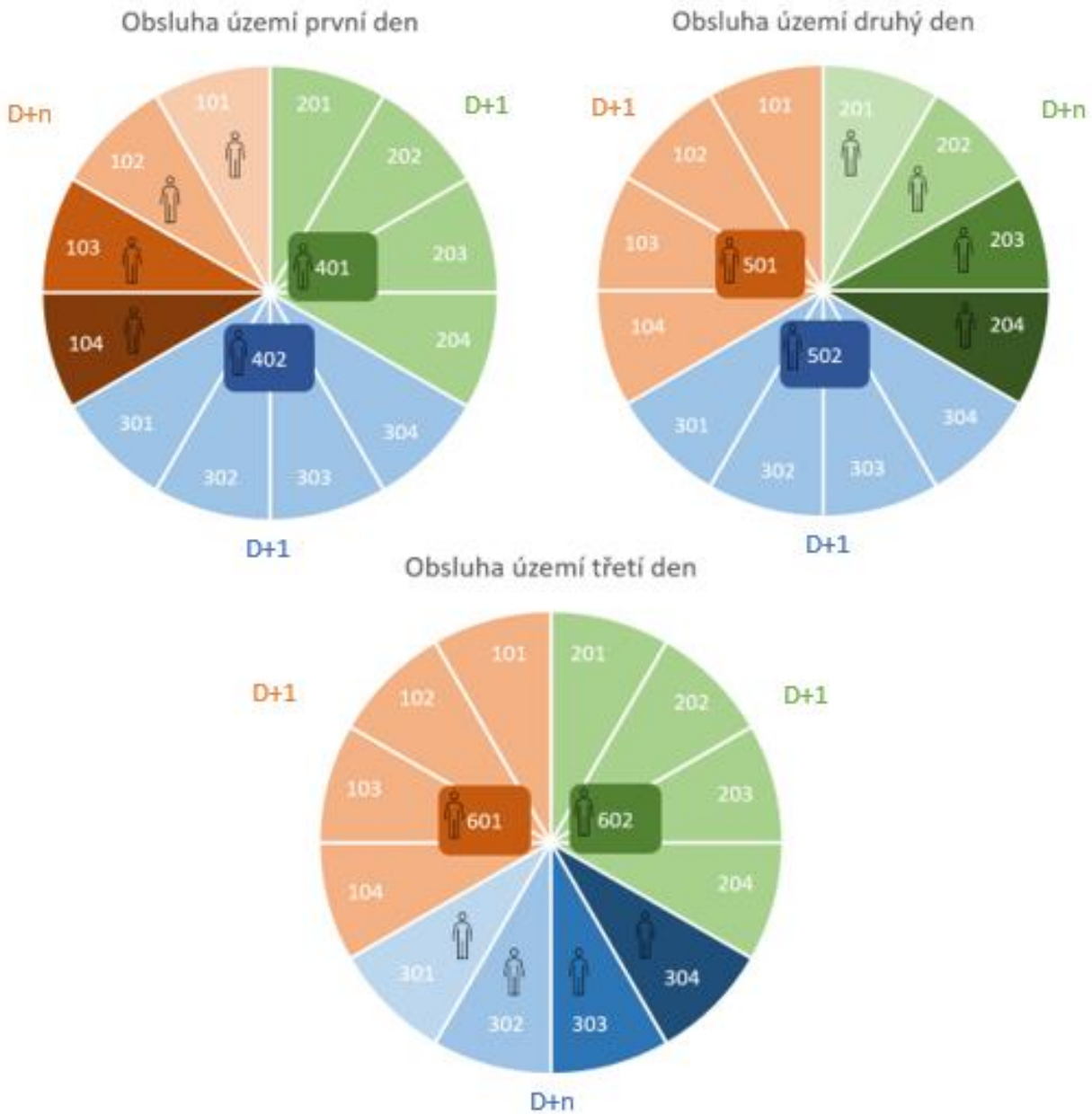
4. Návrh opatření pro přerozdělení doručovacích okrsků z režimu D+2 na D+3

4.1. Základ přechodu na režim D+3

Jak bylo popsáno v kapitolách 1.2. a 1.3.4., existují zásilky standardní a zásilky prioritní. Prioritní zásilky jsou doručovány v režimu D+1, tedy první den po podání. Oproti tomu zásilky standardní jsou doručovány v režimu D+n, kde n značí první nebo druhý den po podání zásilky. Režim D+n, tak jak ho známe dnes, je tedy možné označit D+2. V rámci úsporných opatření a ruku v ruce s vývojem společnosti, bude Česká pošta upravovat režim D+n takovým způsobem, že standardní zásilky budou moci být doručovány první, druhý ale i třetí den po jejich podání. Tuto novou podobu režimu D+n je proto možné označit D+3.

V současné době existuje v rámci Prahy 2 celkem 48 pěších okrsků. Z Obrázku 4 je patrné, že každý den je osm okrsků obslouženo celkem pěti doručovateli. Pro obsluhu všech pěších okrsků v rámci území Prahy 2 je tedy každý den potřeba třicet doručovatelů.

Jak vyplývá z analýzy v kapitole 3., doručovatelé nejsou plně vytíženi. Kdyby byl tedy zachován stávající počet okrsků a Česká pošta by přešla na doručování standardních zásilek v režimu D+3, okrsky by bylo možné rozdělit do skupin po dvanácti. Třetina, tedy čtyři, z daných dvanácti okrsků by byly obsluhovány v režimu D+n každý jedním doručovatelem. Zbylé dvě třetiny by byly rozděleny na poloviny a každou by obsluhoval jeden doručovatel v režimu D+1. Jeden doručovatel by tudíž během jednoho dne musel obsloužit v režimu D+1 celkem čtyři okrsky. Tento způsob doručování je zobrazen na Obrázku 17 níže.



Obrázek 17: Grafické znázornění obsluhy území za využití režimu D+3

4.2. Změna počtu doručovacích okrsků

Předchozí podkapitola předpokládá, že bude ponechán počet pěších okrsků 48. V případě, kdy by toto v rámci optimalizace zátěže doručovatelů nebylo možné a bylo by třeba zvýšit nebo snížit počet okrsků, bude třeba území přerozdělit. Přerozdělení by mohlo být provedeno s pomocí shlukové analýzy popsané v kapitole 2.2. Shlukovou analýzu by ale bylo vhodné použít i v případě ponechání počtu 48 okrsků, a to pro vyváženější přerozdělení doručovacích adres. Základní program pro shlukovou analýzu naprogramovaný v Pythonu je zobrazen na Obrázcích 18 – 23

níže. V rámci programu jsou nahrány všechny doručovací adresy území, pro které je shluková analýza prováděna. Ke každé adrese byl předem vypočítán na základě počtu zásilek doručovaných v okrsku, do kterého adresa patřila původně, koeficient zohledňující počty zásilek. Tento koeficient je rovněž nahrán na začátku programu. Následně jsou k nahráným adresám s koeficienty přiřazeny zeměpisné souřadnice. Uživatel má možnost zadefinovat počet shluků, do kolika chce území rozdělit a také minimální a maximální počet doručovacích adres v jednom shluku. Program následně provede shlukovou analýzu, jejíž výsledky zakreslí do mapy. Adresy jednotlivých shluků jsou zvýrazněny každá jinou barvou a navíc jsou v mapě fialově zakresleny centroidy jednotlivých shluků. Centroidy slouží jako příprava pro případnou další úpravu programu, díky které by bylo možné provádět vyváženou *k*-means analýzu. Dále existuje možnost zobrazení součtu koeficientů adres každého ze shluků. V ideálním případě by se sobě tyto součty pro jednotlivé shluky měly blížit.

```
!pip install osmnx
!pip install k-means-constrained
import osmnx as ox
import random
import numpy as np
from k_means_constrained import KMeansConstrained
import folium
from IPython.display import display
```

Obrázek 18: Import potřebných knihoven

```
# Načtení adres spolu s koeficienty závislými na počtu doručovaných zásilek
addresses_data = [
    {"address": " Vyšehradská 12 , Praha , Czech republic ", "value": 4.63268260869565},
    {"address": " Vyšehradská 10 , Praha , Czech republic ", "value": 4.63268260869565},
    ...
    {"address": " Dřevná 2 , Praha , Czech republic ", "value": 4.40809791666667},
    {"address": " Lužická 4 , Praha , Czech republic ", "value": 2.47590677966102}
]
```

Obrázek 19: Načtení seznamu zpracovávaných adres

Koeficienty adres, které se nahrávají v části programu výše na Obrázku 19, byly vypočítány následujícím způsobem. Všechny zásilky doručované na daném okrsku byly přepočteny pomocí konstant definovaných Českou poštou na časové hodnoty. Tyto hodnoty představují čas, který je třeba ke kompletnímu zpracování zásilek (třídění, doručování na pochůzce atd.). Tato časová hodnota pro okrsek byla následně vydělena počtem doručovacích adres / objektů na okrsku. Vznikla průměrná hodnota, která byla přiřazena ke každé doručovací adrese.

```

# PŘIDÁNÍ ZEMĚPISNÝCH SOUŘADNIC K ADRESÁM
def add_lon_lat(address_data):
    address = address_data["address"]
    try:
        # funkce geokódující zeměpisnou šířku a délku
        result = ox.geocode(address)
        address_data["longitude"] = result[1]
        address_data["latitude"] = result[0]
    except Exception as e:
        print(f"Error geocoding address '{address}': {e}")

# Procházení seznamu a přidání zeměpisných souřadnic ke každé adrese
for address_data in addresses_data:
    add_lon_lat(address_data)

# Vypsání seznamu všech adres s hodnotou koeficientu, zeměpisnou šířkou a délkou
for address_data in addresses_data:
    print(f"Address: {address_data['address']}, Value: {address_data['value']}, Longitude:
          {address_data['longitude']}, Latitude: {address_data['latitude']}")

```

Obrázek 20: Přirazení zeměpisných souřadnic ke každé adrese

```

# SHLUKOVÁ ANALÝZA
# Vytvoření pole se zeměpisnou šířkou a délkou, pro které bude provedena shluková analýza
X = np.array([(data["longitude"], data["latitude"]) for data in addresses_data])

# Definice počtu shluků, maximálního a minimálního počtu adres v každém shluku
n_clusters = 48
min_cluster_size = 40
max_cluster_size = 60

# Provedení omezené k-means shlukové analýzy
kmeans = KMeansConstrained(n_clusters=n_clusters, size_min=min_cluster_size,
                           size_max=max_cluster_size, random_state=0).fit(X)

# Přirazení každé adresy do shluku a sečtení hodnot koeficientů pro každý shluk
cluster_sums = {}
cluster_counts = {}
for i, address_data in enumerate(addresses_data):
    cluster_label = kmeans.labels_[i]
    address_value = address_data["value"]
    cluster_sums[cluster_label] = cluster_sums.get(cluster_label, 0) + address_value
    cluster_counts[cluster_label] = cluster_counts.get(cluster_label, 0) + 1
    address_data["cluster"] = cluster_label

# Výpočet zeměpisných souřadnic centroidu každého shluku
cluster_geographic_centroids = {}
for cluster_label in cluster_sums.keys():
    cluster_addresses = [data for data in addresses_data if data["cluster"] == cluster_label]
    centroid_lon = np.mean([address_data["longitude"] for address_data in cluster_addresses])
    centroid_lat = np.mean([address_data["latitude"] for address_data in cluster_addresses])
    cluster_geographic_centroids[cluster_label] = (centroid_lon, centroid_lat)

# Vypsání seznamu všech adres s hodnotou koeficientu, zeměpisnou šířkou a délkou a číslem shluku
for address_data in addresses_data:
    print(f"Address: {address_data['address']}, Value: {address_data['value']}, Longitude: {address_data['longitude']},
          Latitude: {address_data['latitude']}, Cluster: {address_data['cluster']}")

```

Obrázek 21: Shluková analýza omezená počtem shluků a maximálním a minimálním počtem adres v každém shluku


```

import numpy as np
import matplotlib.colors as mcolors
import matplotlib.pyplot as plt

# ZAKRESLENÍ SHLUKŮ A CENTROIDŮ DO MAPY
# Vytvoření barevné škály
colors1 = plt.cm.tab20(np.linspace(0, 1, 20))
colors2 = plt.cm.tab20b(np.linspace(0, 1, 20))
colors3 = plt.cm.tab20c(np.linspace(0, 1, 20))
# Převedení barev na kódy barev (hexadecimal color codes)
hex_colors1 = [mcolors.to_hex(color) for color in colors1]
hex_colors2 = [mcolors.to_hex(color) for color in colors2]
hex_colors3 = [mcolors.to_hex(color) for color in colors3]
print(hex_colors1)
print(hex_colors2)
# Propojení vytvořených barev do jednoho seznamu
hex_colors = hex_colors1 + hex_colors2 + hex_colors3

# Definice mapy s centrem v průměru zeměpisných šířek a délek všech adres
avg_latitude = np.mean([data["latitude"] for data in addresses_data])
avg_longitude = np.mean([data["longitude"] for data in addresses_data])
map_center = [avg_latitude, avg_longitude]
map_zoom = 15

# Vytvoření mapy s pomocí knihovny folium
m = folium.Map(location=map_center, zoom_start=map_zoom)

# Zakreslení všech adres do mapy v barvách jednotlivých shluků
for address_data in addresses_data:
    cluster_label = address_data["cluster"]
    color = hex_colors[cluster_label] #color_map.get(cluster_label, "gray")
    folium.Circle(
        location=[address_data["latitude"], address_data["longitude"]],
        popup=f"Address: {address_data['address']}, Value: {address_data['value']}, Cluster: {address_data['cluster']}",
        radius=5,
        color=color,
        fill=True,
        fill_color=color
    ).add_to(m)

# Zakreslení všech centroidů
for cluster_label, centroid in cluster_geographic_centroids.items():
    centroid_lon, centroid_lat = centroid
    folium.Marker(
        location=[centroid_lat, centroid_lon], # Note the order of longitude and latitude
        popup=f"Cluster {cluster_label} Centroid",
        icon=folium.Icon(color='purple', icon='cloud')
    ).add_to(m)

# Zobrazení mapy
display(m)

```

Obrázek 22: Vizualizace – zakreslení shluků a centroidů do mapy

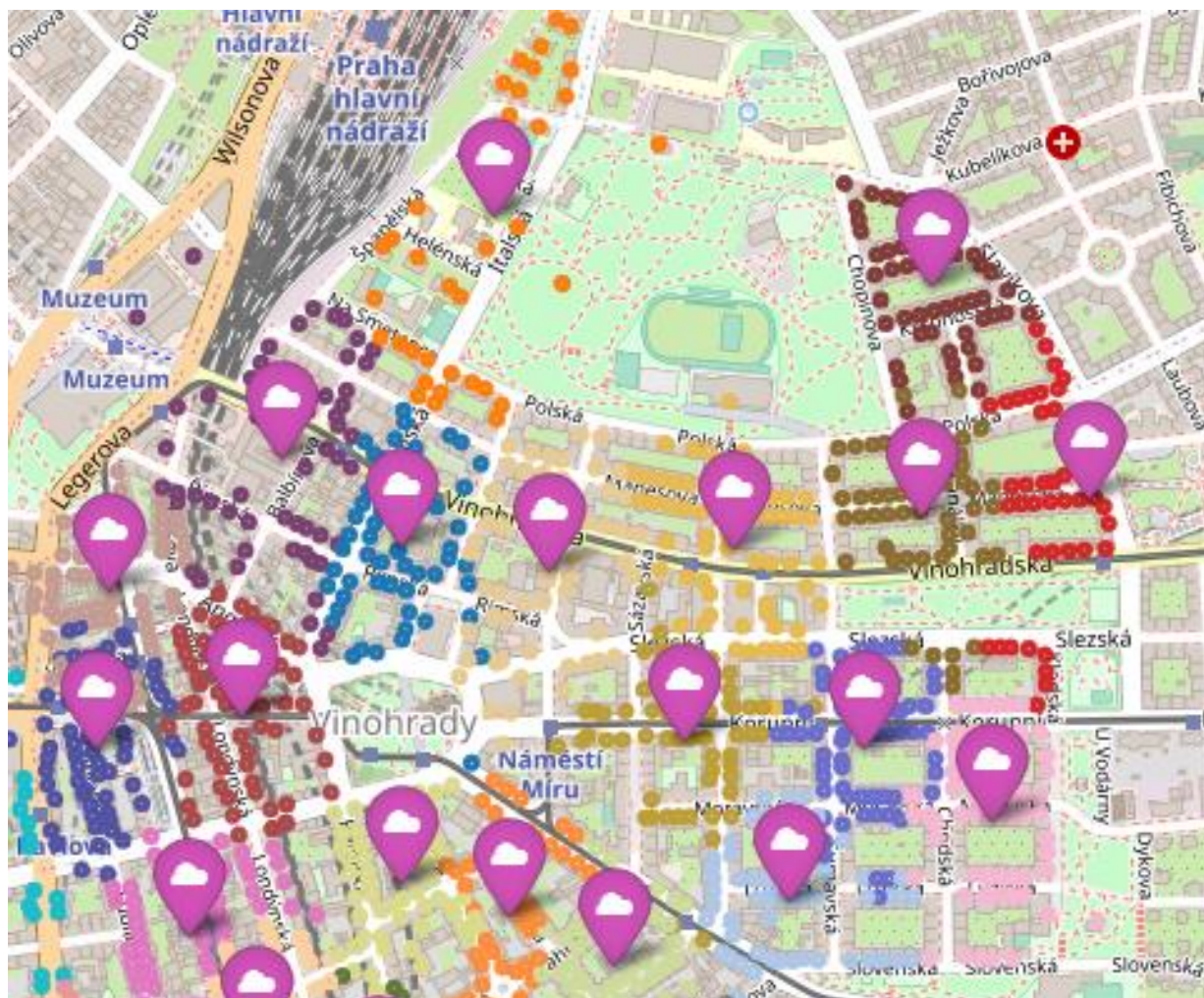
```

# Print the sum of numeric values for each cluster
for cluster_label, sum_values in cluster_sums.items():
    print(f"Cluster {cluster_label}: Sum of numeric values = {sum_values}")

```

Obrázek 23: Zobrazení součtů koeficientů pro jednotlivé shluky

Na Obrázku 24 níže je viditelný výřez výstupu programu pro shlukovou analýzu. Jsou viditelné pomocí koleček zakreslené doručovací adresy rozdělené podle barev do shluků a fialovými značkami označené centroidy shluků.



Obrázek 24: Výřez výstupu programu na shlukovou analýzu

4.3. Úloha obchodního cestujícího pro jednotlivé okrsky

Pro další usnadnění práce doručovatelů a šetření času je po rozdělení území na shluky vhodné řešit pro jednotlivé shluky úlohu obchodního cestujícího. Jako počáteční i cílový bod v ní je definována pobočka České pošty na adrese Moravská 9 a jednotlivé vrcholy k navštívení představují adresy daného shluku. Výsledkem řešení této úlohy bude optimální trasa, kterou by měl doručovatel při své pochůzce dodržovat.

Na obrázcích 25 – 28 níže je zobrazen program v Pythonu, který na základě matice vzdáleností mezi jednotlivými vrcholy daného shluku vypočítá optimální trasu poštovního doručovatele,

zobrazí vzdálenost, kterou bude třeba ujít, a zobrazí pořadí vrcholů pochůzky. Program je použit pro shluk č. 21.

Do programu jsou nahrány vzdálenosti mezi vrcholy vzdušnou čarou. Pro jeho převedení do praxe by tudíž bylo třeba upravení a výpočet vzdáleností mezi vrcholy ve skutečné mapě, nahrané do Pythonu, například pomocí OpenStreetMap. Původním záměrem bylo vytvoření silniční mapy oblasti Prahy 2 s použitím knihovny OSMnx, následné zanesení doručovacích adres do této mapy a vypočítání skutečné vzdálenosti, kterou bude muset doručovatel ujít. Bohužel knihovna OSMnx umožňuje vypočítat pouze vzdálenosti mezi vrcholy grafu, které jsou umístěny v křížení komunikací. Budovy by musely být nejdříve do mapy přidány jako nové vrcholy a napojeny hranami ke stávající síti komunikací. Toto zanesení bodů reprezentujících doručovací adresy na úsečky reprezentující ulice vyžaduje hlubší znalosti práce v Pythonu a s knihovnou OSMnx. Proto byla zvolena jednodušší varianta založená na vzdušných vzdálenostech mezi adresami.

Matice vzdáleností je vytvořena pomocí Pythonu a programu na výpočet vzdáleností na základě vzorce Haversine [9], který počítá se zakřivením země, viz Obrázek 25. Matice vzdáleností mezi vrcholy shluku 21 je zobrazena v Příloze 3.

```

import math

def haversine_distance(lon1, lat1, lon2, lat2):
    # Přepočet zeměpisných souřadnic na radiány
    lon1, lat1, lon2, lat2 = map(math.radians, [lon1, lat1, lon2, lat2])

    # vzorec Haversine
    dlon = lon2 - lon1
    dlat = lat2 - lat1
    a = math.sin(dlat / 2)**2 + math.cos(lat1) * math.cos(lat2) * math.sin(dlon / 2)**2
    c = 2 * math.atan2(math.sqrt(a), math.sqrt(1 - a))
    distance = 6371 * c # Earth's radius in km

    return distance

def main():
    reference_longitude = 14.4428189 # zeměpisné souřadnice základního bodu
    reference_latitude = 50.0745233

    # zeměpisné souřadnice bodů, jejichž vzdálenost vůči základnímu bodu hledáme
    points = [
{"point": 1, "longitude": 14.43295481142897 , "latitude": 50.080486449999995},
{"point": 2, "longitude": 14.4326771 , "latitude": 50.0788161},
{"point": 3, "longitude": 14.432491 , "latitude": 50.0783678},
{"point": 4, "longitude": 14.4346017 , "latitude": 50.0785635},
{"point": 5, "longitude": 14.4340514 , "latitude": 50.078714},
{"point": 6, "longitude": 14.433217 , "latitude": 50.0789459},
{"point": 7, "longitude": 14.4348766 , "latitude": 50.0781517},
{"point": 8, "longitude": 14.4339035 , "latitude": 50.0775574},
{"point": 9, "longitude": 14.4335705 , "latitude": 50.0776641},
{"point": 10, "longitude": 14.4332513 , "latitude": 50.077772},
]

    for point in points:
        point_longitude = point["longitude"]
        point_latitude = point["latitude"]
        distance = haversine_distance(reference_longitude, reference_latitude, point_longitude, point_latitude)
        print(distance)

if __name__ == "__main__":
    main()

```

Obrázek 25: Program pro výpočet vzdáleností mezi body

Pro výpočty níže byl použit program ze zdroje [10]. Program využívá volně dostupné Google OR-Tools. Program pomocí `PATH_CHEAPEST_ARC` vytvoří počáteční řešení, které je následně upravováno pomocí metody Hill climbing popsané v kapitole 2.3.3.1. Pro dosažení lepších výsledků by bylo možné nahradit Hill climbing některou z pokročilejších metod, které OR-Tools nabízí, a které nezastaví algoritmus v lokálním minimu.

```

!pip install ortools
from ortools.constraint_solver import routing_enums_pb2
from ortools.constraint_solver import pywrapcp

```

Obrázek 26: Nahrání knihoven pro řešení úlohy obchodního cestujícího

```

def create_data_model():
    # Organizace dat pro problém
    data = {}
    data['distance_matrix'] = [
        [0,963,863,848,735,776,839,692,716,742,768,788,740,679,663,650,631,607,651,636,625,614,668,685,671,655,637,
         625,732,754,774,702,692,706,714,728,811,814,820,722,728,751,743,813,814,791,779,648,967],
        [963,0,186,237,243,212,172,293,332,316,302,293,298,339,351,360,375,394,380,389,400,407,303,287,293,309,328,
         338,236,216,199,262,273,257,249,235,166,154,144,248,248,225,225,153,160,187,200,319,102],
        ...
        [967,102,120,163,232,190,129,276,285,263,243,229,251,304,319,330,348,370,342,355,366,375,299,282,300,317,351,
         345,238,215,194,271,279,272,271,249,158,161,165,285,291,271,262,198,215,241,253,345,0],
    ] # yapf: disable

    # Počet poštáků, kteří budou obsluhovat dané území
    data['num_vehicles'] = 1
    # Bod, ve kterém pochůzka začíná a končí. V našem případě provozovna pošty, která je na pozici 0 matice vzdáleností
    data['depot'] = 0

    return data

def print_solution(manager, routing, solution):
    # Vypsání řešení
    print('Absolvovaná vzdálenost: {} metrů'.format(solution.ObjectiveValue()))
    index = routing.Start(0)
    plan_output = 'Doporučená trasa pro poštáka č. 0:\n'
    route_distance = 0
    while not routing.IsEnd(index):
        plan_output += ' {} ->'.format(manager.IndexToNode(index))
        previous_index = index
        index = solution.Value(routing.NextVar(index))
        route_distance += routing.GetArcCostForVehicle(previous_index, index, 0)
    plan_output += ' {}\n'.format(manager.IndexToNode(index))
    print(plan_output)
    plan_output += 'Route distance: {}meters\n'.format(route_distance)

```

Obrázek 27: Nahrání dat pro úlohu obchodního cestujícího a definice funkce vypisující výsledek

```

def main():
    """Entry point of the program."""
    # Vytvoření datového modelu
    data = create_data_model()

    manager = pywrapcp.RoutingIndexManager(len(data['distance_matrix']),
                                          data['num_vehicles'], data['depot'])

    # Vytvoření routingového modelu
    routing = pywrapcp.RoutingModel(manager)

    # Nalezení vzdálenosti mezi dvěma uzly
    def distance_callback(from_index, to_index):
        """Returns the distance between the two nodes."""

        from_node = manager.IndexToNode(from_index)
        to_node = manager.IndexToNode(to_index)
        return data['distance_matrix'][from_node][to_node]

    transit_callback_index = routing.RegisterTransitCallback(distance_callback)

    # Vyhodnocení vzdálenosti na každé hraně
    routing.SetArcCostEvaluatorOfAllVehicles(transit_callback_index)

    # Počáteční řešení problému
    search_parameters = pywrapcp.DefaultRoutingSearchParameters()
    search_parameters.first_solution_strategy = (
        routing_enums_pb2.FirstSolutionStrategy.PATH_CHEAPEST_ARC)

    # Vyřešení problému a nalezení optimálního řešení
    solution = routing.SolveWithParameters(search_parameters)

    # V případě nalezení řešení jeho vypsání pomocí funkce print_solution
    if solution:
        print_solution(manager, routing, solution)

if __name__ == '__main__':
    main()

```

Obrázek 28: Hlavní funkce řešící úlohu obchodního cestujícího

Absolvovaná vzdálenost: 2894 metrů

Doporučená trasa pro poštáka č. 0:

0 -> 17 -> 21 -> 20 -> 19 -> 18 -> 16 -> 15 -> 14 -> 13 -> 8 -> 12 -> 9 -> 10 -> 11 ->
3 -> 2 -> 6 -> 48 -> 1 -> 36 -> 37 -> 38 -> 43 -> 44 -> 45 -> 46 -> 41 -> 42 -> 39 ->
40 -> 47 -> 26 -> 25 -> 24 -> 32 -> 31 -> 33 -> 34 -> 35 -> 28 -> 29 -> 30 -> 5 -> 4 ->
7 -> 23 -> 22 -> 27 -> 0

Obrázek 29: Řešení úlohy obchodního cestujícího pro shluk 21

5. Analýza navržených změn

5.1. Přejít na režim D+3

V případě zachování aktuálního počtu 48 okrsků a využití režimu D+3 bude pro obsluhu celého území každý den zapotřebí 24 doručovatelů. Při využití originálního režimu D+2 musí být každý den vysláno do terénu doručovatelů 30. Přechodem na režim D+3 by Česká pošta potřebovala pouhých 80 % z původního počtu doručovatelů, mohla by tak ušetřit až 20 % na mzdách poštovních doručovatelů.

5.2. Přerozdělení okrsků shlukovou analýzou

V rámci bakalářské práce bylo otestováno využití shlukové analýzy pro vytvoření vyvážených okrsků. Ke každé adrese byl přidělen koeficient na základě počtu doručovaných zásilek. Když sečteme koeficienty doručovacích adres jednotlivých okrsků, je možné porovnat vyváženost okrsků originálních a okrsků nově vytvořených pomocí shlukové analýzy.

Zatímco součty koeficientů pro jednotlivé okrsky v původní verzi se pohybují od 120 pro nejméně vytížený okrsek až po 600 pro okrsek nejvíce vytížený, v případě nově vytvořených okrsků pomocí shlukové analýzy se součty pohybují od 139 po 438. Je tedy na první pohled evidentní, že rozdíly mezi okrsky nejsou tak velké. Variační rozpětí, tedy rozdíl mezi minimálním a maximálním součtem, pro původní okrsky je bezmála 500. Oproti tomu variační rozpětí pro nově vytvořené okrsky je zhruba 300. Okrsky stále nejsou optimálně vyvážené, ale je patrné jisté vylepšení. V rámci bakalářské práce byla zpracována pouze *k*-means analýza. V případě úspěšného naprogramování další části programu, která by dokázala provést vyváženou *k*-means analýzu, by bylo možné dosáhnout optimálního rozdělení území na vyvážené okrsky. Takový program by po nalezení shluků ještě přerozdělil některé adresy ze shluků, jejichž součet koeficientů adres je příliš velký, do shluků v těsné blízkosti, jejichž součet koeficientů je menší. V Tabulce 2 níže jsou vypsány statistické hodnoty pro původní okrsky v porovnání s hodnotami pro nové okrsky. Zobrazené hodnoty jsou: minimální a maximální součet koeficientů pro jeden okrsek, variační rozpětí (tedy rozdíl mezi maximálním a minimálním součtem koeficientů okrsků) a rozptyl se směrodatnou odchylkou okrsků, měřící variabilitu veličin.

Součty koeficientů	Originální okrsky	Nově vytvořené okrsky
Minimální	120,3904	138,686343
Maximální	599,5671	437,6022909
Variační rozpětí	479,1767	298,9159479
Rozptyl	8811,770658	6717,956432
Směrodatná odchylka	92,88806222	81,10486426

Tabulka 2: Porovnání statistických hodnot pro původní a nové okrsky

Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo analyzovat stávající procesy využívané Českou poštou, s. p. k doručování listovních zásilek a následně představit jejich možná vylepšení.

V rámci bakalářské práce jsem měla možnost schůzky s představiteli České pošty, s. p. Jednalo se o zástupce vedení divize logistika, o zaměstnance pověřené správou Databáze dodacích míst, ale i o poštovní doručovatele dodací provozovny Moravská. Všechna tato setkání mi umožnila porozumět fungování České pošty, s. p., která je jedním z největších zaměstnavatelů v České republice.

V práci byla představena struktura České pošty, s. p. a její služby se zaměřením zejména na dodací službu. V rámci dodací služby nabízí pošta různé možnosti, které jsou jasně definovány v Poštovních podmínkách a pro každou z nich platí individuální pravidla. Každý doručovatel tak musí znát rozdílné podmínky pro doručení každého z těchto typů zásilek.

V druhé části jsem se zaměřila na představení teorie grafů jako matematické vědy, dále pak na shlukovou analýzu a trasovací úlohy. Vysvětlila jsem metodu k -means umožňující řešení shlukové analýzy a vysvětlila základní princip jejího vylepšení pomocí vyvažování. Dále jsem uvedla několik různých algoritmů využívaných pro řešení trasovacích úloh a významnou metodu, kterou je Littlův algoritmus jsem demonstrovala na jednoduchém vzorovém příkladu.

Ve třetí části práce jsem se soustředila na analýzu dat od České pošty, s. p., které obsahovaly údaje o počtu doručovaných zásilek a další detailní informace, které definují vytíženost doručovatelů obsluhujících jednotlivé okrsky. Bylo zdůrazněno, že jednotlivé okrsky nejsou vytvořeny vyváženě a každý doručovatel tak na pochůzce tráví jiný čas. V následující části byla navržena opatření, která umožňují vytvoření okrsků více vyvážených, a to na základě již dříve představené teorie grafů. Bylo představeno také řešení pro přechod ze stávajícího režimu D+2 využívaného Českou poštou, s. p. k režimu D+3, který pošta plánuje zavést.

Na závěr byly zhodnoceny navržené podněty a úspory, které by představovaly, stejně tak jako vyvážení zátěže doručovatelů, které by přinesly.

V budoucnu by bylo možné práci rozšířit o upravený algoritmus, který by dokázal provést vyváženou k -means analýzu, která by ještě více přispěla k už tak zlepšené vyváženosti okrsků. Bylo by také možné do programu zpracovávajícího úlohu obchodního cestujícího zahrnout silniční síť oblasti a vzdálenosti vzdušnou čarou nahradit vzdálenostmi skutečnými.

Zdroje

- [1] Zákon č. 77/1997 Sb. Zákony pro lidi. [online]. [cit. 2023-05-15]. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/1997-77#cast1>
- [2] Organizační struktura. Česká pošta [online]. Praha: Česká pošta, 2022 [cit. 2023-05-21]. Dostupné z: <https://www.ceskaposta.cz/o-ceske-poste/profil/organizacni-struktura>
- [3] POŠTOVNÍ PODMÍNKY České pošty, s.p.: ZÁKLADNÍ POŠTOVNÍ SLUŽBY. In: . Praha: Česká pošta, s.p., 2023. Dostupné také z: <https://www.ceskaposta.cz/documents/10180/282441/zps.pdf/a085daea-e843-4885-b60b-af3372319f75>
- [4] Shluková analýza. *E-learningová učebnice: Matematická biologie: Analýza a hodnocení biologických dat* [online]. Brno: Lékařská fakulta Masarykovy univerzity [cit. 2023-07-17]. Dostupné z: <https://portal.matematickabiologie.cz/index.php?pg=analiza-a-hodnoceni-biologicky-dat--vicerozmerne-metody-pro-analyzu-dat--shlukova-analyza>
- [5] HE, Ruhan, Weibin XU, Jiaxia SUN a Bingqiao ZU. *Balanced K-Means Algorithm for Partitioning Areas in Large-Scale Vehicle Routing Problem*. Nanchang, China, 2009, 4 s. doi: 10.1109/IITA.2009.307. Conference paper. 2009 Third International Symposium on Intelligent Information Technology Application.
- [6] POKORNÁ, Petra. *Problém obchodního cestujícího pomocí metody Mravenčí kolonie*. Pardubice, 2008. Dostupné také z: https://dk.upce.cz/bitstream/handle/10195/29491/PokornaP_Problem%20obchodniho_JP_2008.pdf?sequence=1. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce Ing. Jan Panuš.
- [7] 17TGA – *Teorie grafů a její aplikace v dopravě: 8. – 9. přednáška*. Praha, 2022. Studijní podklady. České vysoké učení technické v Praze - Fakulta dopravní.
- [8] LITTLE, John D. C., Katta G. MURTY, Dura W. SWEENEY a Caroline KAREL. *An Algorithm for the Traveling Salesman Problem*. 1963. Dostupné také z: <https://www.jstor.org/stable/167836>. Operations Research. INFORMS.
- [9] KARR, Douglas. Vypočítejte nebo dotazujte vzdálenost velkého kruhu mezi body zeměpisné šířky a délky pomocí vzorce Haversine. *Martech Zone* [online]. Indianapolis: DK New Media, LLC., 2022, 5.12.2022 [cit. 2023-07-25]. Dostupné z: <https://cs.martech.zone/calculate-great-circle-distance/>

- [10] *Traveling Salesperson Problem* [online]. Google for Developers, 2023 [cit. 2023-07-25]. Dostupné z: <https://developers.google.com/optimization/routing/tsp>
- [11] KRÁTKÝ, Radim. *Hamiltonovské grafy*. Hradec Králové, 2020. Dostupné také z: <https://theses.cz/id/wy704j/STAG92896.pdf>. Diplomová práce. Univerzita Hradec Králové. Vedoucí práce Prof. RNDr. PhDr. Antonín Slabý, CSc.
- [12] HALFAR, David. *Analýza konkurenční pozice na trhu balíkových služeb*. Ostrava, 2020. Bakalářská práce. VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ - TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA. Vedoucí práce Ing. Martina Steinová, Ph.D.
- [13] HANZLÍČKOVÁ, Ivana. *Ekonomické aktivity vybrané státní organizace*. Pardubice, 2017. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce PhDr. Josef Duplinský, CSc.
- [14] SAIFRTOVÁ, Barbora. *Shluková analýza okresů ČR z pohledu demografických ukazatelů*. Praha, 2014. Diplomová práce. Vysoká škola ekonomická v Praze. Vedoucí práce Doc. Ing. Jitka Langhamrová, CSc.
- [15] *P. O. BOX - zamykatelná poštovní přihrádka* [online]. Praha: Česká pošta, s.p., 2022 [cit. 2023-06-24]. Dostupné z: <https://www.ceskaposta.cz/sluzby/ostatni-sluzby/p-o-box-zamykatelna-postovni-prihradka>
- [16] ŠPAČEK, František. *Využití matematického programování pro řešení trasovacích úloh*. Ostrava, 2018. Dostupné také z: <https://dspace.vsb.cz/handle/10084/127717>. Diplomová práce. VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ - TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA. Vedoucí práce Ing. Mgr. Petr Kozel, Ph.D.
- [17] KRÁTKÝ, Radim. *Hamiltonovské grafy*. Hradec Králové, 2020. Dostupné také z: <https://theses.cz/id/wy704j/STAG92896.pdf>. Diplomová práce. Univerzita Hradec Králové. Vedoucí práce Prof. RNDr. PhDr. Antonín Slabý, CSc.
- [18] SOSNOVÁ, Kateřina. *Hamiltonovské problémy a jejich obarvené varianty*. Plzeň, 2020. Dostupné také z: https://dspace5.zcu.cz/bitstream/11025/46417/1/BP_SOSNOVA_Katerina.pdf. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni. Vedoucí práce Doc. Ing. Roman Čad Ph.D.
- [19] ERLEBACHOVÁ, Petra. *Grafická aplikace pro vytvoření Hamiltonovského a Eulerovského tahu*. Pardubice, 2010. Dostupné také z: https://dk.upce.cz/bitstream/handle/10195/37394/ErlebachovaP_GrafickyEditor_SN_2010.pdf;js

essionid=082BE30E6393E302B6BBFBBD702FCBED?sequence=6. Diplomová práce. UNIVERZITA PARDUBICE. Vedoucí práce Ing. Soňa Neradová.

[20] TALSKA, Alona. *Problém obchodního cestujícího, aplikace v dopravních a logistických systémech*. Praha, 2019. Dostupné také z: <https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/85998/F6-BP-2019-Talska-Alona-Problem%20obchodniho%20cestujicicho.pdf?sequence=-1&isAllowed=y>. Bakalářská práce. ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE. Vedoucí práce Doc. Ing. Josef Volek, CSc.

[21] HOJDAROVÁ, Adéla. *Využití matematických metod pro optimalizaci přepravních tras*. Praha, 2019. Dostupné také z: https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/82461/MU-BP-2019-Hojdarova-Adela-BC_2019_Hojdarova_Adela.pdf?sequence=-1&isAllowed=y. Bakalářská práce. ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE. Vedoucí práce RNDr. Pavel Ludvík, Ph.D.

[22] KHALAFIAN, Arsen. *Srovnání různých přístupů řešení dopravního problému*. Pardubice, 2020. Dostupné také z: https://dk.upce.cz/bitstream/handle/10195/75527/KhalafianA_SrovnaniRuznych_AP_2020.pdf?sequence=6. Diplomová práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce Mgr. Alena Pozdílková, Ph.D.

[23] DROBNÝ, Michal. *Metody řešení vybraných dopravních problémů a jejich implementace*. Praha, 2013. Dostupné také z: https://dspace.cuni.cz/bitstream/handle/20.500.11956/53754/DPTX_2012_1_11320_0_361897_0_128939.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze. Vedoucí práce Doc. RNDr. Libuše Grygarová, DrSc.

[24] ZAJÍČKOVÁ, Eva. *Problematika distribuce zboží v oblasti pivovarnictví*. Brno, 2015. Dostupné také z: https://theses.cz/id/52kl12/zaverecna_prace.pdf. Diplomová práce. Mendelova univerzita v Brně. Vedoucí práce Ing. Pavel Kolman, Ph.D.

[25] Fischetti, Matteo & Toth, Paolo & Vigo, Daniele. *A Branch-and-Bound Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem on Directed Graphs*. 1994. Operations Research. 42. 846-859. 10.1287/opre.42.5.846.

[26] TOMÁŠ, Ondřej. *Návrh nového modelu rozvozu zboží*. České Budějovice, 2021. Dostupné také z: <https://is.vstecb.cz/th/mcplg/>. Bakalářská práce. Vysoká škola technická a ekonomická v Českých Budějovicích. Vedoucí práce Ing. Jiří Čejka, Ph.D.

- [27] Paolo Toth, Daniele Vigo. *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2015. ISBN 1523109378
- [28] *Ceník poštovních služeb a ostatních služeb poskytovaných Českou poštou, s.p.* [online]. Česká pošta, s.p., 2023 [cit. 2023-05-20]. Dostupné z: https://www.postaonline.cz/documents/10180/282441/kompletni_cenik.pdf
- [29] *Road Networks and Neighborhoods with OpenStreetMap* [online]. Towards Data Science, 2022 [cit. 2023-07-15]. Dostupné z: <https://towardsdatascience.com/exploring-road-networks-and-neighborhoods-with-openstreetmap-3e133becb60d>
- [30] KOVÁŘ, Petr. *Teorie grafů*. Krmelín, 2023. Dostupné také z: http://homel.vsb.cz/~kov16/files/skriptum_teorie_grafu_rozsirene.pdf. Skripta. Vysoká škola báňská – Technická univerzita v Ostravě
- [31] *Routing Options* [online]. Google for Developers, 2023 [cit. 2023-07-26]. Dostupné z: https://developers.google.com/optimization/routing/routing_options
- [32] RUSSELL, Stuart J., Peter NORVIG. *Artificial intelligence: a modern approach*. Global edition. Harlow: Pearson, 2022. 1166 stran. ISBN 978-1-292-40113-3

Seznam obrázků

Obrázek 1: Police 3. čety pro třídění zásilek na jednotlivé okrsky

Obrázek 2: Rozdělení ulic a domů třetí čety na jednotlivé doručovací okrsky

Obrázek 3: Police jednoho z doručovatelů s popsány ulicemi sloužící k zakládání zásilek ve směru doručovací pochůzky

Obrázek 4: Grafické znázornění obsluhy území jedné čety

Obrázek 5: Výsledek k -means analýzy

Obrázek 6: Výsledek vyvážené k -means analýzy

Obrázek 7: Matice D vzdáleností vrcholů

Obrázek 8: Přejít z reálné na výpočetní síť

Obrázek 9: Postupné vytváření prastrumu

Obrázek 10: První krok Littlova algoritmu

Obrázek 11: Druhý krok Littlova algoritmu

Obrázek 12: Kořen prastrumu řešení E a spodní mez b_0

Obrázek 13: Třetí krok Littlova algoritmu

Obrázek 14: Pátý krok Littlova algoritmu

Obrázek 15: Rozvinutí prastrumu řešení

Obrázek 16: Prastrom řešení ukázkového příkladu

Obrázek 17: Grafické znázornění obsluhy území za využití režimu $D+3$

Obrázek 18: Import potřebných knihoven

Obrázek 19: Načtení seznamu zpracovávaných adres

Obrázek 20: Přiřazení zeměpisných souřadnic ke každé adrese

Obrázek 21: Shluková analýza omezená počtem shluků a maximálním a minimálním počtem adres v každém shluku

Obrázek 22: Vizualizace – zakreslení shluků a centroidů do mapy

Obrázek 23: Zobrazení součtů koeficientů pro jednotlivé shluky

Obrázek 24: Výřez výstupu programu na shlukovou analýzu

Obrázek 25: Program pro výpočet vzdáleností mezi body

Obrázek 26: Nahrání knihoven pro řešení úlohy obchodního cestujícího

Obrázek 27: Nahrání dat pro úlohu obchodního cestujícího a definice funkce vypisující výsledek

Obrázek 28: Hlavní funkce řešící úlohu obchodního cestujícího

Obrázek 29: Řešení úlohy obchodního cestujícího pro shluk 21

Seznam tabulek

Tabulka 1: Údaje o doručovacích okrscích na území Prahy 2

Tabulka 2: Porovnání statistických hodnot pro původní a nové okrsky

Seznam příloh

Příloha 1: Formulář pro doplnění nových objektů do DDM

Příloha 2: Povinnosti listovního doručovatele

Příloha 3: Matice vzdáleností pro shluk 21