

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta strojní

Ústav technické matematiky  
Obor: Matematické modelování v technice



Vliv numerických parametrů na  
proudění v otevřených kanálech  
řešených pomocí DualSPHysics

Influence of numerical parameters in  
open channels simulations using  
DualSPHysics

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Vypracoval: Bc. Ondřej Krejčí  
Vedoucí práce: doc. Ing. Luděk Beneš Ph.D.  
Rok: 2023



## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Krejčí** Jméno: **Ondřej** Osobní číslo: **482441**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávající katedra/ústav: **Ústav technické matematiky**  
Studijní program: **Aplikované vědy ve strojním inženýrství**  
Specializace: **Matematické modelování v technice**

## II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

**Vliv numerických parametrů na proudění v otevřených kanálech řešených pomocí DualSPHysics**

Název diplomové práce anglicky:

**Influence of numerical parameters in open channels simulations using DualSPHysics**

Pokyny pro vypracování:

Student se seznámí se základy metody SPH a programem DualSPHysics. Zadaný případ kanálu s volnou hladinou bude řešit pomocí DualSPHysics. Otestuje vliv různých nastavení a numerických parametrů na výsledné řešení. Získané výsledky srovná s dostupnými experimentálními a numerickými daty a vytvoří doporučení pro řešení obdobných problémů.

Seznam doporučené literatury:

Halada T. Vliv okrajových podmínek v metodě SPH. Diplomová práce ÚTM ČVUT FS 2022.  
Fürst, J.; Halada, T.; Sedlář, M.; Krátký, T.; Procházka, P.; Komárek, M.  
Numerical Analysis of Flow Phenomena in Discharge Object with Siphon Using Lattice Boltzmann Method and CFD Mathematics. 2021, 9(15), 1-20. ISSN 2227-7390.  
Violeau, D., (2012). Fluid Mechanics and the SPH Method: Theory and Applications. Oxford University Press; Illustrated edition (July 5, 2012)  
Liu, G.R. & Liu, M.B.. (2003). Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method. 10.1142/5340.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

**doc. Ing. Luděk Beneš, Ph.D. ústav technické matematiky FS**


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

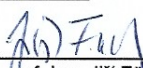
**Ing. Tomáš Halada ústav technické matematiky FS**

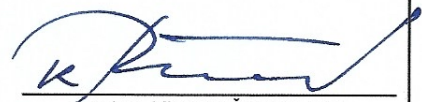
Datum zadání diplomové práce: **17.04.2023**

Termín odevzdání diplomové práce: **13.08.2023**

Platnost zadání diplomové práce: \_\_\_\_\_

  
\_\_\_\_\_  
doc. Ing. Luděk Beneš, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

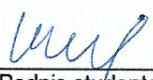
  
\_\_\_\_\_  
prof. Ing. Jiří Fürst, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

  
\_\_\_\_\_  
doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

17.5.2023  
Datum převzetí zadání

  
Podpis studenta

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty...) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne .....

.....

Bc. Ondřej Krejčí

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu doc. Ing. Luďkovi Benešovi Ph.D. za přínosné a inspirující diskuze a podněty k práci. Také děkuji konzultantovi Ing. Tomáši Haladovi za detailní uvedení do problematiky programu DualSPHysics.

Bc. Ondřej Krejčí

*Název práce:*

**Vliv numerických parametrů na proudění v otevřených kanálech řešených pomocí DualSPHysics**

*Autor:* Bc. Ondřej Krejčí

*Studijní program:* Aplikované vědy ve strojním inženýrství

*Obor:* Matematické modelování v technice

*Druh práce:* Diplomová práce

*Vedoucí práce:* doc. Ing. Luděk Beneš Ph.D.

Ústav technické matematiky, Fakulta strojní, České vysoké učení technické v Praze

*Konzultant:* Ing. Tomáš Halada

Ústav technické matematiky, Fakulta strojní, České vysoké učení technické v Praze

*Abstrakt:* Diplomová práce se zabývá simulací trojrozměrného proudění reálným výtokovým objektem v otevřeném kanálu pomocí programu DualSPHysics. Je zkoumán vliv jednotlivých numerických parametrů a různých konfigurací programu DualSPHysics na vlastnosti proudění. Na základě provedených citlivostních analýz je zvolena vhodná varianta, jejíž výsledky simulace jsou porovnány s experimentálními daty. Na závěr jsou vytvořena doporučení pro řešení podobných typů úloh.

*Klíčová slova:* Proudění v otevřených kanálech, Smoothed Particle Hydrodynamics, DualSPHysics

*Title:*

**Influence of numerical parameters in open channels simulations using DualSPHysics**

*Author:* Bc. Ondřej Krejčí

*Abstract:* The Diploma thesis deals with the simulation of three-dimensional flow through a real outlet object in an open channel using the DualSPHysics program. The influence of individual numerical parameters and different configurations of the DualSPHysics program on flow properties is investigated. Based on the performed sensitive analyses, a suitable variant is selected, the simulation results of which are compared with the experimental data. At the end, recommendations are made for solving similar types of tasks.

*Key words:* Open channels flow, Smoothed Particle Hydrodynamics, DualSPHysics

# Obsah

<b>1</b>	<b>Představení metody SPH</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Matematický základ metody</b>	<b>13</b>
2.1	Jádro . . . . .	14
2.2	Výchozí systém rovnic . . . . .	16
2.2.1	Model umělé viskozity . . . . .	18
2.2.2	Model LES . . . . .	18
2.2.3	Model s fyzikální viskozitou . . . . .	19
2.2.4	Integrační schéma . . . . .	19
2.3	Okrajové podmínky stěn . . . . .	21
2.3.1	Dynamic boundary condition (DBC) . . . . .	21
2.3.2	Modified-DBC (mDBC) . . . . .	22
2.4	Vstupní a výstupní okrajové podmínky . . . . .	23
<b>3</b>	<b>DualSPHysics</b>	<b>26</b>
3.1	Vyhledávání sousedů . . . . .	27
3.2	Interakce částic . . . . .	27
3.3	Aktualizace veličin . . . . .	28
3.4	Verze 5.0 . . . . .	28
3.5	Verze 5.2 . . . . .	29
3.6	Volba verze DualSPHysics . . . . .	29
3.7	Implementace vstupních a výstupních okrajových podmínek . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Definice případu</b>	<b>34</b>
4.1	Experimentální výsledky . . . . .	36
4.2	Původní varianta . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Citlivostní analýzy numerických parametrů</b>	<b>41</b>
5.1	Pozorované vlastnosti proudění . . . . .	41
5.2	Model umělé viskozity . . . . .	43

5.3	Rozlišení . . . . .	50
5.4	Jádro . . . . .	56
5.5	Integrační schéma . . . . .	61
5.6	Vyhlazovací délka . . . . .	67
5.7	Model LES . . . . .	74
5.8	Model s fyzikální viskozitou . . . . .	80
<b>6</b>	<b>Nefyzikální bublina</b>	<b>86</b>
	<b>Závěr</b>	<b>87</b>
	<b>Seznam použitých symbolů</b>	<b>93</b>
	<b>Seznam použitých zkratek</b>	<b>96</b>



# Úvod

Numerické modelování se stalo velmi důležitým nástrojem k řešení problémů průmyslu a vědy. Hraje také významnou roli v ověřování a testování nových teorií a myšlenek a je velmi používaným a klíčovým pomocníkem k analýze a vyhodnocení nově pozorovaných jevů. Dlouhou dobu hrály klíčovou roli v oblasti numerického řešení problémů proudění síťové metody, jako jsou metoda konečných objemů či metoda konečných prvků. V současné době se ale čím dál více prosazují i metody bezsíťové, u kterých není nutný časově i finančně náročný proces generování kvalitní sítě.

Tato diplomová práce se zabývá numerickou simulací reálného inženýrského problému řešeného numerickou metodou Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). Metoda SPH vznikla v 70. letech 20. století pro řešení astrofyzikálních problémů, nicméně velké oblíbenosti se těší až v posledních letech, kdy nastal dynamický rozvoj použití grafických procesorů (GPU) k vědeckým výpočtům. Velkou výhodou této moderní metody je její bezsíťová částicová podstata, která umožňuje řešit bez jakékoliv předem definované sítě i problémy s velkou deformací, s volnou hladinou či s rozstříky, které jsou konvenčními síťovými metodami řešitelné jen velmi obtížně. Dalším benefitem metody je možnost zachytit počáteční rozběh proudění, který lze konvenčními metodami získat jen stěží. V neposlední řadě by i časová náročnost metody SPH v porovnání s konvenčními numerickými metodami měla být nižší.

Zvolená inženýrská úloha je řešena v programu DualSPHysics. Program DualSPHysics je open-source SPH řešič původně určený pro řešení problémů způsobených interakcí vln s pobřežní infrastrukturou. Během let se stal pro svoji univerzálnost nejpoužívanějším SPH řešičem vůbec. I nadále je tento program zaměřen zejména na řešení vlnových problémů, nicméně úlohám podobným inženýrské úloze řešené v této práci se dostává od vývojářů programu stále větší pozornosti.

Reálnou inženýrskou úlohu představuje případ trojrozměrného proudění v kanálu reálné čerpací stanice s volnou hladinou, vyráběné společností SIGMA GROUP a.s. Tento případ již dříve byl řešen konvenčními síťovými metodami i metodou SPH, nicméně se při simulaci objevilo několik výzev, které jsou jen obtížně řešitelné. Z důvodu nižší časové náročnosti i charakteru úlohy (jedná se o případ s volnou hladinou)

se zdá být metoda SPH vhodnější pro řešení těchto typů úloh než konvenční síťové metody.

Hlavním cílem práce je provést analýzu vlivu jednotlivých numerických parametrů metody SPH a různých vhodných nastavení programu DualSPHysics na proudění s volnou hladinou. Získané výsledky budou následně srovnány s experimentálními daty a vyhodnoceny. Posledním cílem práce je identifikovat a eliminovat možná rizika a vytvořit doporučení pro řešení typově podobných úloh a problémů.

# Kapitola 1

## Představení metody SPH

Metoda SPH je bezsíťová částicová metoda určená pro numerické řešení parciálních diferenciálních rovnic, založená na Lagrangeově popisu kontinua. Tato metoda nahrazuje tekutinu materiálovými částicemi, které lze vnímat jako interpolační body nesoucí vlastnosti tekutiny. Na částice lze ale také pohlížet jako na hmotné body, tyto body ale nepředstavují konkrétní atomy dané tekutiny.

Metoda SPH byla představena na konci 70. let 20. století ve dvou na sobě nezávislých pracích [12][22]. Původní primární oblastí zájmu metody SPH bylo modelování astrofyzikálních systémů ve trojrozměrném otevřeném prostoru, pro které se metody založené na Eulerově popisu kontinua ukázaly jako zcela nevhodné.

Dříve byla metoda SPH upozaďována z důvodu relativně vysoké výpočtové náročnosti, která je dána velkým množstvím interakcí každé částice a velmi malých časových kroků (řádově se časový krok pohybuje i kolem  $10^{-6}$  s). V posledních letech ale došlo ke značnému rozvoji metody z důvodu výrazného rozšíření vědeckých a technických výpočtů na grafických procesorech (GPU), které se jeví jako ideální platforma pro výpočty touto metodou. Architektury GPU mají podobné výpočetní schopnosti jako násobně dražší clustery na bázi centrálních procesorů (CPU), které byly využívány dříve.

Hlavní oblastí použití metody SPH, která se v poslední době řadí mezi vůbec nejpoblárnější bezsíťové metody, se nachází v případech, kdy v proudění dominují složité geometrie, či dochází ke značné fragmentaci volného povrchu hladiny [2]. Dále je tato metoda velmi vhodná pro řešení úloh mísení více látek [17], jelikož jednotlivým látkám lze přidělit vlastní skupinu částic o jedinečných vlastnostech. Další oblastí použití je mechanika tuhých těles, kde je tato metoda využívána k řešení výzev týkajících se křehkých lomů [7] či fragmentace materiálů [3], které jsou pro konvenční síťové metody jen obtížně řešitelné. V neposlední řadě se metoda používá k řešení astrofyzikálních [27] a geofyzikálních [14] problémů.

Metoda SPH je relativně novou metodou, je používána v mnoha oblastech,

a proto ještě mnoho problémů a otázek čeká na své rozřešení. Hlavní oblasti problémů metody jsou vyhlášeny společností SPHERIC (SPH rEsearch and engineeRing International Community) jako "Grand Challenges" a jsou nazvány následovně: Konvergence, konzistence a stabilita; Okrajové podmínky; Adaptivita; Spojení s jinými modely a Aplikace v průmyslu.

# Kapitola 2

## Matematický základ metody

Metoda SPH vychází z následující identity:

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')d\mathbf{x}' \quad (2.0.1)$$

kde  $\Omega$  je oblast integrace,  $\delta$  představuje Dirackovu delta funkci.

Dirackova delta funkce se aproximuje váhovou (vyhlazovací) funkcí  $W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)$ , často označovanou také jako jádro. Po aproximaci vypadá výraz následovně:

$$f(\mathbf{x}) \simeq \langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)d\mathbf{x}' \quad (2.0.2)$$

kde symbolem  $\langle \cdot \rangle$  označujeme aproximaci. Je nutné, aby váhová funkce měla kompaktní nosič, pro který platí:

$$W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) = 0 \text{ pro } |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| > \kappa h \quad (2.0.3)$$

kde  $\kappa$  je vhodně zvolená konstanta a  $h$  je vyhlazující délka, která definuje efektivní oblast váhové funkce a je klíčovým parametrem metody. Integrace přes celou oblast je tak ekvivalentní k integraci přes efektivní oblast vyhlazovací funkce.

Předpokládejme, že váhová funkce je diferencovatelná, symetrická, nezáporná, klesající s rostoucí vzdáleností od bodu  $\mathbf{x}$ , normovaná

$$\int_{\Omega} W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)d\mathbf{x}' = 1 \quad (2.0.4)$$

a konverguje k  $\delta$  funkci pro  $h \rightarrow 0^+$ .

Aproximaci derivace funkce  $f$  získáme prostou substitucí  $\nabla \cdot f(x)$  za  $f(x)$ :

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} \nabla f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' \quad (2.0.5)$$

Použitím Gaussovy věty můžeme derivaci funkce  $f(x)$  převést na váhovou funkci a dostaneme tak výraz:

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = \int_S f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' \quad (2.0.6)$$

kde  $\mathbf{n}$  je jednotkový vektor k ploše  $S$ .

První integrál na pravé straně, za předpokladu, že váhová funkce  $W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)$  má kompaktní nosič, je nulový, což plyne přímo z definice kompaktního nosiče.

Náhrada derivace tak vypadá následovně:

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' \quad (2.0.7)$$

Tuto rovnici následně diskretizujeme. Celou spojitou oblast  $\Omega$  rozdělíme na konečný počet  $N$  malých hmotných částic o objemu  $V_i$ , tento proces se nazývá částicová aproximace. Finální náhrady po diskretizaci vypadají následovně:

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle_i = \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h) V_j \quad (2.0.8)$$

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle_i = - \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) \cdot \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h) V_j \quad (2.0.9)$$

kde  $\langle \cdot \rangle_i$  značíme diskretizaci aproximace.

Náhrada 2.0.9 má řadu problémů [24], proto se v DualSPHysics používá jiná náhrada derivace

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle_i = - \sum_{j=1}^N (f(\mathbf{x}_j) - f(\mathbf{x}_i)) \nabla W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) V_j \quad (2.0.10)$$

## 2.1. Jádro

Jádro nebo-li kernel je významným numerickým parametrem sloužícím k určení vlivu interakce aktuálně zkoumané částice s okolními sousedícími částicemi. Ve zkoumaném případě byly užity dva druhy jádra. Prvním z nich je Wendlandovo jádro, který má následující předpis:

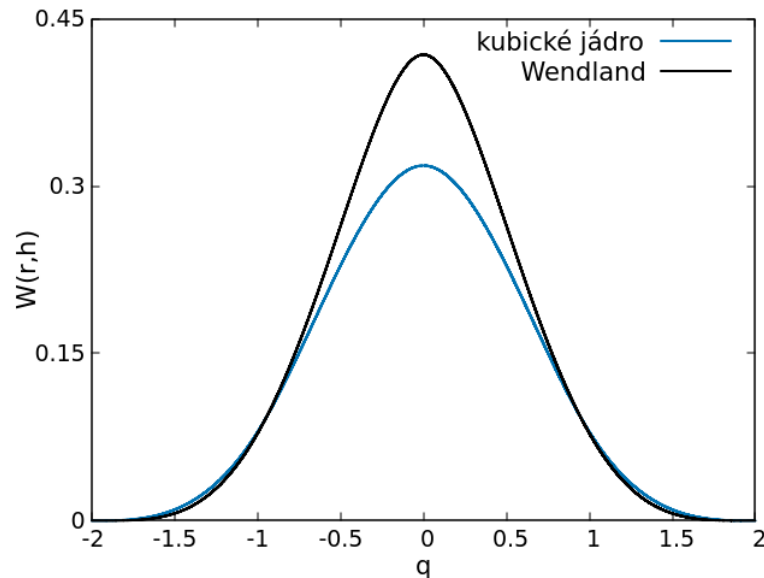
$$W(r, h) = \alpha_D \begin{cases} \left(-\frac{q}{2}\right)^4 (2q + 1) & 0 \leq q \leq 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases}$$

kde  $\alpha_D = 7/4\pi h^2$  pro 2D,  $\alpha_D = 21/16\pi h^3$  pro 3D a  $q$  je bezrozměrná částicová vzdálenost definovaná jako  $q = r/h$ , kde  $r$  je vzdálenost mezi zkoumanou částicí a jakoukoliv jinou částicí a  $h$  je vyhlazovací délka. Druhé z použitých jader je kubický spline, jehož předpis je následující:

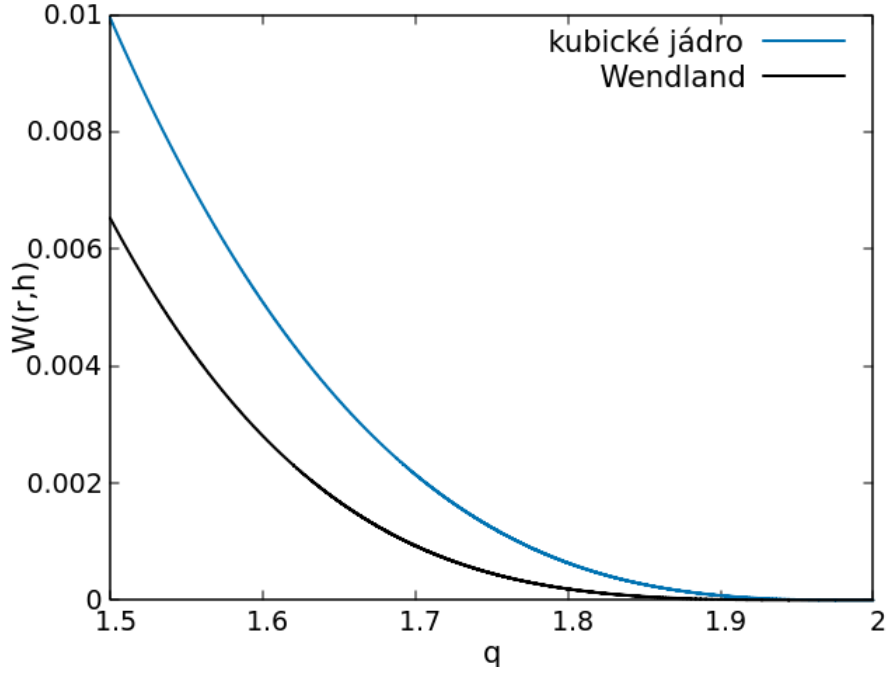
$$W(r, h) = \alpha_D \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2 - q)^3 & 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases}$$

kde  $\alpha_D = 10/\pi h^2$  pro 2D a  $\alpha_D = 1/\pi h^3$  pro 3D.

Na obr. 2.1 je vyobrazen řez kubickým a Wendlandovým jádrem. Je patrné, že Wendlandovo jádro připisuje větší vliv částicím blízko zkoumané částice, kde u velmi nízkých  $q$  je rozdíl  $\approx 25\%$  oproti kubickému jádru. Částicím vzdáleným  $q \approx 0.9$  a více od zkoumané částice již přikládá vyšší vliv kubické jádro, rozdíl je až  $30\%$ . Na obr. 2.2 je pro názornost vykreslen řez okrajové části obou zkoumaných jader.



Obrázek 2.1: Rozdíl kubického a Wendlandova jádra



Obrázek 2.2: Rozdíl kubického a Wendlandova jádra na okrajové části

## 2.2. Výchozí systém rovnic

V programu DualSPHysics se používá fyzikální model slabě stlačitelné tekutiny. Jelikož je metoda SPH založena na lagrangeovském přístupu, předpokládáme, že hmotnost částice zůstává konstantní. V průběhu pohybu se může měnit její objem a hustota, ovšem její variace dosahuje z důvodu použití modelu slabě stlačitelné tekutiny maximálně jednoho procenta. Uvažujme proto Navier-Stokesovy rovnice pro stlačitelnou tekutinu v lagrangeovské formě a stavovou rovnici pro slabě stlačitelnou tekutinu

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho\nabla \cdot \mathbf{v} \quad (2.2.1)$$

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \Gamma + \mathbf{f} \quad (2.2.2)$$

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (2.2.3)$$

kde zápisem  $\frac{D}{Dt}$  značíme materiálovou derivaci,  $\rho$  je hustota tekutiny,  $\mathbf{v}$  je rychlost,  $p$  je tlak,  $\Gamma$  označuje disipační členy,  $\mathbf{f}$  představuje vektor vnějších sil,  $\nu$  je kinema-



tická viskozita,  $c_0$  je numerická rychlost zvuku <sup>1</sup>,  $\gamma$  je Poissonova konstanta, která se obvykle volí pro vodu jako  $\gamma = 7$  a  $\rho_0$  představuje referenční hustotu tekutiny.

Rychlost je definována jako materiálová derivace polohy materiálové částice

$$\mathbf{v} = \frac{D\mathbf{x}}{Dt} \quad (2.2.4)$$

K vyjádření hustoty ve formalismu SPH pouze použijeme vztah 2.0.8, kde za funkci  $f$  dosadíme hustotu, a objem vyjádříme jako  $V_i = \frac{m_i}{\rho_i}$

$$\langle \rho \rangle_i = \sum_{j=1}^N m_j W_{ij} \quad (2.2.5)$$

kde značením  $W_{ij}$  míníme  $W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h)$ . Po úpravách dostáváme finální diskretizovaný tvar rovnice kontinuity:

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \rho_i \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (2.2.6)$$

Diskretizace pohybové rovnice se provádí podobným způsobem jako rovnice kontinuity. Podrobný postup je uveden např. v [20]. Diskretizovaný tvar pohybové rovnice vypadá následovně:

$$\frac{D\mathbf{v}_i}{Dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{p_i + p_j}{\rho_i \rho_j} + \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} \quad (2.2.7)$$

respektive

$$\frac{D\mathbf{v}_i}{Dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} \quad (2.2.8)$$

kde člen  $\Pi_{ij}$  představuje vazký člen.

Forma a diskretizace vazkého členu závisí na modelu tekutiny a je diskutována v následujících podkapitolách 2.2.1, 2.2.2 a 2.2.3.

---

<sup>1</sup>Při použití skutečné fyzikální rychlosti zvuku by časový krok výpočtu byl příliš malý, proto se v metodě SPH používá uměle ponížená tzv. *numerická rychlost zvuku*, která je dána vztahem:

$$c_0 = C_s \sqrt{gh_{swl}}$$

kde  $C_s$  je koeficient rychlosti zvuku (obvykle  $C_s = 20$ ),  $g$  je gravitační zrychlení,  $h_{swl}$  je maximální výška volné hladiny.

Pro zachování slabé stlačitelnosti (tj. musí platit  $|\frac{\Delta\rho}{\rho_0}| \leq 0.01$ ) by numerická rychlost zvuku měla být minimálně 10x vyšší než maximální rychlost tekutiny. Numerická rychlost zvuku má přímý vliv na časový krok, který je úměrný  $\Delta t \sim h/c_0$ .

### 2.2.1. Model umělé viskozity

Vazký člen modelu umělé viskozity byl původně navržen bez jakéhokoliv vztahu k fyzikální viskozitě za účelem redukce oscilací, umožnění simulace rázových jevů a stabilizace schématu. Přesto bylo ukázáno, že existuje souvislost s fyzikální viskozitou [4]. Nyní se běžně používá pro svoji jednoduchost. Umělá viskozita je často konstruována analogicky k fyzikálním viskozitám skutečných plynů, přičemž je střední volná dráha (průměr veškerých volných drah v plynu) nahrazena mezičásticovou vzdáleností  $dp$ , nebo-li rozlišením [24].

Vazký člen modelu umělé viskozity je definován následovně:

$$\Pi_{ij}^\alpha = \begin{cases} -\frac{\alpha \bar{c}_{ij} \mu_{ij}}{\bar{\rho}_{ij}} & \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ij} < 0 \\ 0 & \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ij} > 0 \end{cases} \quad (2.2.9)$$

kde  $\mu_{ij} = h \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ij} / (|\mathbf{x}_{ij}|^2 + \epsilon h^2)$ ,  $\bar{c}_{ij} = (c_i + c_j)/2$  je průměrná rychlost zvuku a uvažujeme ji jako konstantní,  $\bar{\rho}_{ij} = (\rho_i + \rho_j)/2$  je průměrná hustota,  $\alpha$  je koeficient difuze, pohybující se obvykle kolem hodnoty 0.01 (pro problémy protržení přehrady se doporučuje mírně vyšší hodnota).

Z rovnic 2.2.7 a 2.2.9 je vidět, že vazký člen umělé viskozity funguje na bázi switche a je nenulový pouze při pohybu částic směrem k sobě.

### 2.2.2. Model LES

Model Large eddy simulation (LES) je matematický model používaný k řešení turbulentního proudění. Na rozdíl od direct numerical simulation (DNS) není tak výkonově náročný, jelikož do výpočtu zahrnuje pouze větší měřítka, u kterých se předpokládá, že obsahují většinu energie a hybnosti. Nejmenší délková měřítka jsou zanedbávána pomocí low-pass filteru (lze na něj pohlížet jako na časové a délkové průměrování). Pohyb v nejmenších měřítkách je následně modelován.

Model LES byl následně převzat a upraven do Moving particle semi-implicit method (MPS). MPS je částicová metoda, která je podobná metodě SPH, nicméně používá jiná jádra než metoda SPH. Rovněž aproximace diferenciálních operátorů je odlišná, kdy MPS počítá gradient funkce pomocí algebraických operátorů s váhovou funkcí, nikoliv pomocí svého gradientu.

Gotoh [13] přidal do pohybové rovnice SPS tenzor napětí, který zohledňuje efekt turbulence v MPS modelu. Upravená pohybová rovnice vypadá následovně:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nu_0 \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{\tau}$$

kde  $\vec{\tau}$  je SPS tenzor napětí.

Fyzikální viskózní napětí lze diskretizovat dle Lo a Shao [29] následovně:

$$(\nu_0 \nabla^2 \mathbf{v})_i = \sum_j m_j \left( \frac{4\nu_0 \mathbf{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{(\rho_i + \rho_j)(\mathbf{x}_{ij}^2 + \epsilon h^2)} \right) \mathbf{v}_{ij}$$

kde  $\nu_0$  je kinematická viskozita,  $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j$ ,  $\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ , konstanta  $\epsilon = 0.01$  je zde za účelem zamezení existence nulového jmenovatele.

SPS tenzor napětí je řešen pomocí přístupu vírové viskozity, jehož nejpoužívanější model byl představen Smagorinskym [26].

Dalrymple a Rogers [6] převzali a implementovali model LES do slabě stlačitelné varianty metody SPH a výsledná pohybová rovnice tak vypadá následovně:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = & - \sum_j m_j \left( \frac{p_i + p_j}{\rho_i \rho_j} \right) \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} + \sum_j m_j \left( \frac{4\nu_0 \mathbf{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{(\rho_i + \rho_j)(\mathbf{x}_{ij}^2 + \epsilon h^2)} \right) \mathbf{v}_{ij} \\ & + \sum_j m_j \left( \frac{\vec{\tau}_{kl}^j}{\rho_j^2} + \frac{\vec{\tau}_{kl}^i}{\rho_i^2} \right) \nabla_i W_{ij} \end{aligned}$$

### 2.2.3. Model s fyzikální viskozitou

Model fyzikální viskozity se snaží klást důraz na fyzikální podstatu problému. Jsou proto zachovány veškeré členy s fyzikální podstatou a jsou zanedbány numerické stabilizační členy. V tomto případě byl zanedbán člen navržený Smagorinskym [7], pomocí něhož jsou modelovány víry malých měřítek.

Výsledná upravená pohybová rovnice tak vypadá následovně:

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = - \sum_j m_j \left( \frac{p_i + p_j}{\rho_i \rho_j} \right) \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} + \sum_j m_j \left( \frac{4\nu_0 \mathbf{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{(\rho_i + \rho_j)(\mathbf{x}_{ij}^2 + \epsilon h^2)} \right) \mathbf{v}_{ij}$$

### 2.2.4. Integrační schéma

Pro získání aktualizovaných hodnot řešených veličin je nutné využít integrační schéma. V DualSPHysics jsou implementována dvě integrační schémata, explicitní Verletovo a implicitní Matthewsovo-Verletovo.

Verletovo schéma je dvoukroková symplektická metoda často používaná v molekulární dynamice pro svoji jednoduchost. Původní schéma je metodou druhého řádu v čase, korigující mezikrok přesnost snižuje. Pro slabě stlačitelný model SPH

je Verletovo schéma definováno následovně:

$$\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{v}_i^{n-1} + 2\Delta t \mathbf{a}_i^n \quad (2.2.10)$$

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \Delta t \mathbf{a}_i^n + \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{a}_i^n \quad (2.2.11)$$

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^{n-1} + 2\Delta t \left( \frac{d\rho_i}{dt} \right)^n \quad (2.2.12)$$

kde  $\Delta t$  je časový krok,  $n$  je index časové hladiny a  $\mathbf{a}_i$  je zrychlení dané částice.

Pro stabilizaci schématu je nutné jednou za určitý počet časových kroků (doporučeno je  $\approx 40$ ) provést následující korigující mezikrok:

$$\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{v}_i^n + \Delta t \mathbf{a}_i^n \quad (2.2.13)$$

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \Delta t \mathbf{v}_i^n + \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{a}_i^n \quad (2.2.14)$$

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^n + \Delta t \left( \frac{d\rho_i}{dt} \right)^n \quad (2.2.15)$$

Matthewsovo-Verletovo schéma je jednokroková symplektická metoda typu prediktor-korektor. Jedná se o metodu druhého řádu přesnosti v čase a oproti Verletovu schématu má větší oblast stability. Původní schéma bylo upraveno z důvodu existence difuzních členů a viskózních sil. Pro slabě stlačitelný model SPH je tak definováno následovně:

Výpočet hodnot veličin v polovině časového kroku prováděný v prediktoru:

$$\mathbf{r}_i^{n+\frac{1}{2}} = \mathbf{r}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{v}_i^n \quad (2.2.16)$$

$$\mathbf{v}_i^{n+\frac{1}{2}} = \mathbf{v}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{a}_i^n \quad (2.2.17)$$

$$\rho_i^{n+\frac{1}{2}} = \rho_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{d\rho_i}{dt} \right)^n \quad (2.2.18)$$

Výpočet finálních hodnot veličin prováděný v korektoru:

$$\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{v}_i^n + \Delta t \mathbf{a}_i^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.2.19)$$

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \Delta t \frac{(\mathbf{v}_i^{n+1} + \mathbf{v}_i^n)}{2} \quad (2.2.20)$$

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^n \frac{2 - \varepsilon_i^{n+\frac{1}{2}}}{2 + \varepsilon_i^{n+\frac{1}{2}}} \quad (2.2.21)$$

$$\text{kde } \varepsilon_i^{n+\frac{1}{2}} = - \left( \frac{(\frac{d\rho_i}{dt})^{n+\frac{1}{2}}}{\rho_i^{n+\frac{1}{2}}} \right) \Delta t.$$

## 2.3. Okrajové podmínky stěn

Realizace okrajových podmínek je z důvodu langrangeovského charakteru metody SPH značně složitější než u zavedených eulerovských přístupů, metoda narazí na problém neúplně zaplněné oblasti jádra částic tekutiny u hranic oblasti. Částice tak interagují pouze s částicemi uvnitř oblasti a přichází tak o interakci s částicemi venku. Touto jednostrannou interakcí nelze získat správná řešení, jelikož rychlost pevných částic na hranici je sice nulová, ale jiné proměnné veličiny (hustota, tlak,...) se nule rovnat nemusí. Další povinnou vlastností je nepropustnost částic skrz stěnu.

Existuje více přístupů realizace okrajových podmínek. Prvním z přístupů je přístup semianalytický založený na hraničních členech (metoda BI). Tento přístup v rovnici pro náhradu derivace nevypouští integrál přes hranici nosiče váhové funkce a pokouší se nalézt řešení podél hranice oblasti [23].

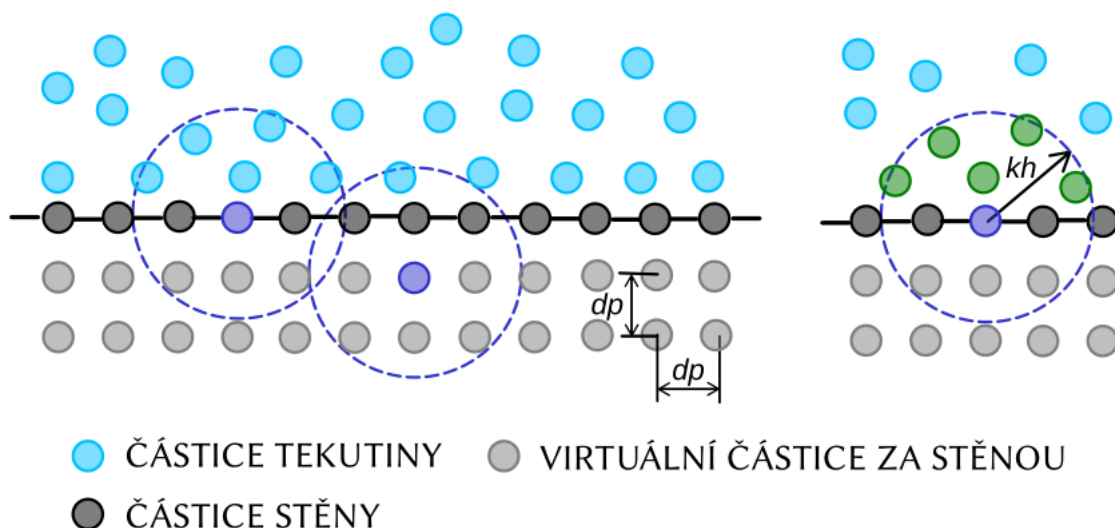
Dalším přístupem je zrcadlení (kopírování) částic tekutiny. Částice hranice jsou vytvářeny zrcadlením částic tekutiny blízko stěny. Hodnoty veličin částice hranice a tekutiny se shodují, pouze rychlost hraniční částice je vždy opačná. Nevýhodou tohoto přístupu je náročnější implementace z důvodu měnícího se počtu hraničních částic v čase, vyšší nároky na operační paměť i prodloužení celkové doby výpočtu. Také není vhodný pro úlohy s velkou deformací či úlohy s tenkými tělesy (membrány, nosníky,...).

Poslední a nejpoužívanější přístup přidává virtuální hraniční částice za hranici oblasti tak, aby byla zcela zaplněna efektivní oblast váhové funkce všech částic. Hodnoty veličin hraničních částic mohou být fixně předepsány a měněny dle předepsané okrajové podmínky, nebo mohou být počítány z hodnot částic tekutiny blízko hranice. Tento přístup není implementačně složitý, protože částice hranice mohou být počítány v totožných smyčkách jako částice tekutiny, a je proto použit v mnoha SPH solverech, včetně DualSPHysics. V následující části budou představeny dvě varianty okrajových podmínek založených na tomto přístupu, DBC a mDBC.

### 2.3.1. Dynamic boundary condition (DBC)

U dynamic boundary condition (DBC) okrajové podmínky jsou částice hranice uspořádávány co nejvíce rovnoměrně dle geometrie hranice výpočetní oblasti. Šířka vrstvy hraničních částic musí být vždy větší než poloměr efektivní oblasti částice nejbližší ke hranici. Částice jsou od sebe vzdáleny o původní mezičásticovou vzdálenost  $dp$  a obecně tvoří kartézskou síť. Výpočet hodnot veličin funguje analogicky

jako u částic tekutiny, poloha částic se ale nemění. Nепropustnost stěny spočívá ve snižování objemu (tj. zvyšování hustoty, jelikož hmotnost je konstantní) částicím blížícím se ke stěně, čímž roste tlak. Rostoucí tlak způsobuje mezi částicemi vznik odpudivé síly, která zabraňuje penetraci hranice [1]. Schéma okrajové podmínky DBC je na obr.2.3. Ve veškerých výpočtech prováděných v rámci této práce je vždy použit typ okrajové podmínky DBC.



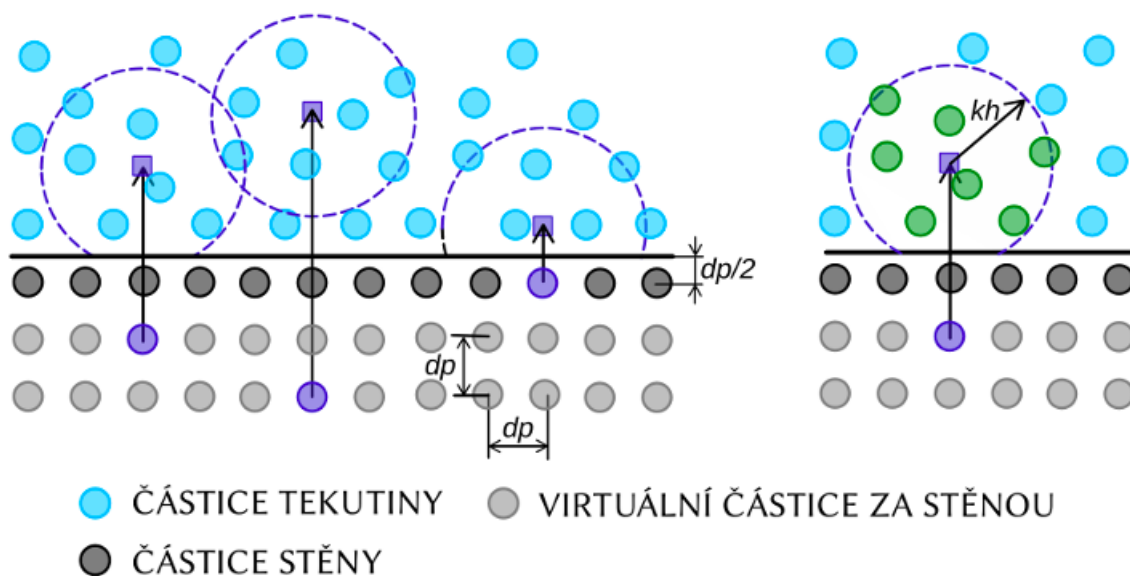
Obrázek 2.3: Schéma okrajové podmínky DBC [15]

V programu DualSPHysics lze geometrii případu včetně okrajových podmínek tvořit pomocí jednoduchých funkcí či lze nahrát geometrii v externím formátu .stl, .vtk nebo .ply. Částicová diskretizace se tvoří pomocí programu GenCase, jehož zdrojový kód není volně přístupný. Dodejme jen, že program GenCase funguje obecně velmi dobře a odbornou kritikou je chválen.

### 2.3.2. Modified-DBC (mDBC)

Typ okrajové podmínky Modified-DBC (mDBC) je vylepšenou verzí předešlého typu DBC. U typu DBC docházelo ke vzniku nefyzikální mezery mezi částicemi tekutiny a stěny, která vedla k snížení přesnosti hodnot tlaku na hranici. Použití mDBC eliminuje zmíněnou nefyzikální mezeru [8]. Částice jsou uspořádány stejným způsobem jako u DBC, nicméně je zde navíc vytvořeno rozhraní mezi hraničními částicemi a tekutinou o šířce  $dp/2$ . Oproti DBC má každá částice hranice svůj uzlový bod, který je umístěn v tekutině ve směru vnitřní normály stěny. Hodnoty veličin jsou spočítány standardní interpolací v uzlovém bodě a následně jsou hodnoty extrapolovány lineárně zpět na částici hranice. Schéma okrajové podmínky mDBC je

na obr.2.4. Zrcadlení rohových částic hranice funguje rozdílně, uzlové body rohových částic jsou zrcadleny středově souměrně, kde středem souměrnosti je roh oblasti.



Obrázek 2.4: Schéma okrajové podmínky mDBC [15]

Okrajová podmínka typu mDBC byla implementována pro jednoduché geometrie ve verzi 5.0, s verzí 5.2 je možné použít mDBC i na o něco složitější geometrie. Při použití mDBC v programu DualSPHysics je nutné definovat dostatečný počet vrstev (pro  $h = 2dp$  jsou doporučeny minimálně 3 vrstvy), je rovněž nutné počítat s rozmezím o šířce  $dp/2$  a zvolit typ okrajové podmínky v sekci "*parameters*". Normály nutné k vytvoření uzlových bodů je možné určit automaticky z geometrie úlohy pomocí programu GenCase nebo je možné normálové vektory definovat ručně. Oba způsoby generování normálových vektorů mohou být také kombinovány. Při použití mDBC je vysoce doporučeno použít jeden z difuzních členů.

## 2.4. Vstupní a výstupní okrajové podmínky

Vstupní a výstupní okrajové podmínky jsou nepostradatelným nástrojem v simulacích řek či kanálů, který umožňuje samotnou realizaci a rovněž zmenšení celkové výpočtové domény pouze na oblast zájmu.

Stejně jako u pevných stěn i u vstupních a výstupních okrajových podmínek je k dispozici více přístupů. Nejdříve byl uveden model semianalytický [19][9], který v rovnici pro náhradu derivace nevypouští integrál přes hranici nosiče váhové funkce a pokouší se nalézt řešení podél hranice oblasti. Druhým přístupem, možným pouze u vstupu, je zrcadlení částic [16]. V poslední době se objevil přístup, který realizuje vstupní a výstupní okrajové podmínky pomocí bufferových zón [18][28]. Tento

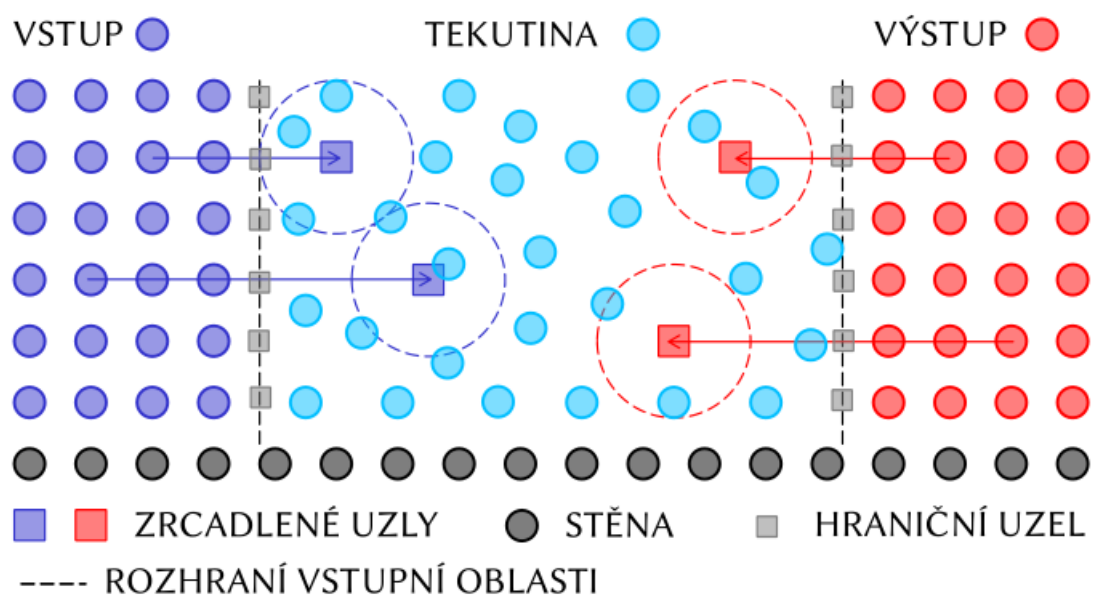
přístup je implementován i v řešiči verze DualSPHysics 4.4 a novějších.

Princip metody spočívá ve vytvoření umělých zón obsahujících fiktivní částice zpravidla kopírující geometrii otevřené hranice, které naplňují efektivní oblast a eliminují tak chyby vzniklé chybějícími sousedy u částic tekutiny blízko hranic. Na vstupu jsou nové částice přidávány, naopak na výstupu jsou částice mazány. Na začátku úlohy je nutné zvolit šířku vrstvy bufferu tak, aby byla větší než poloměr nosiče váhové funkce, díky čemuž částice v blízkosti hranice mají plně zaplněnou efektivní oblast. Částice bufferu jsou uspořádány do jednotlivých vrstev, které jsou od sebe vzdáleny o vzdálenost  $dp$ , která představuje počáteční vzdálenost mezi částicemi. Částice vstupního bufferu se po překročení hranice bufferu stávají částicemi tekutiny a částice tekutiny se po překročení hrany výstupního bufferu mění na částice na bufferu, vlastnosti částicím po změně typu zůstávají a nadále interagují s ostatními částicemi tekutiny.

Uspořádání částic bufferových zón na vstupu a výstupu není totožné. Částice vytvořené na vstupu jsou umístěny dle kartézské sítě. Z důvodu neuspořádaného přítoku částic na výstupu, může dojít k vytvoření dutin a prázdných míst ve výstupním bufferu. Proto je výstupní buffer překryt kartézskou sítí o rozměrech bufferu a kroku  $dp$ . Po každé aktualizaci polohy částic je provedena kontrola výskytu částic v každé buňce bufferu. V případě prázdné buňky je částice uměle vytvořena a doplněna do dané buňky.

Novým částicím vytvořeným na vstupním bufferu je nutné předepsat požadované vlastnosti. To lze provést dvěma způsoby, první způsob je prosté předepsání exaktních hodnot veličin částicím bufferu dle předepsaných okrajových podmínek, druhý způsob je extrapolování hodnot z tekutiny pomocí uzlových bodů umístěných mezi částicemi tekutiny sousedícími s bufferem. Uzlový bod vzniká zrcadlením polohy odpovídající částice bufferu dle normály částice k hranici bufferu. V uzlovém bodě se následně provede interpolace a poté je tato informace přenesena zpět k původní částici bufferu, viz obr.2.5. Standardní SPH interpolaci ale nelze v uzlových bodech použít, protože uzlové body leží v blízkosti hranice bufferu a nebylo by tak dosaženo plné podpory jádra. Tento problém je vyřešen implementací algoritmu od Liu et al [21].





Obrázek 2.5: Schéma bufferových zón a realizace vstupní a výstupové okrajové podmínky pomocí uzlových bodů [15]

# Kapitola 3

## DualSPHysics

DualSPHysics je nejpoužívanější open-source SPH řešič určený k řešení úloh proudění s volnou hladinou. První verze DualSPHysics byla uvedena v roce 2011 a byla původně navržena k řešení úloh v oblasti interakce vln s pobřežními objekty. Současná verze 5.2, která byla vydána v květnu 2023, již zahrnuje nástroje pro řešení úloh ve výrazně více odvětvích, je třeba zmínit simulace plovoucích objektů, vícefázového proudění a newtonského proudění.

Program je schopen běžet na CPU s využitím sdílené paměti pomocí OpenMP, dále také využívá GPU, kde kód běží pomocí platformy CUDA, která je založena na jednoduchém rozšíření jazyka C++. Z důvodu použití architektury CUDA je ale nutné použít grafické karty pouze od společnosti nVidia. V aktuální verzi 5.2 je již nově možné použít i grafické karty od společnosti AMD. Nevýhodou DualSPHysics je neexistující implementace pro využití více grafických karet, přesto je ale kód vhodný i pro velmi náročné výpočty. Od začátku vývoje programu DualSPHysics si autoři uvědomují tento nedostatek, nicméně transformace kódu pro využití více grafických karet je pro vývojáře velkou výzvou, jelikož se původně s touto variantou vůbec nepočítalo a kód tak na to není vůbec stavěný. Již byly vytvořeny první implementace umožňující paralelizaci na více grafických kartách, nicméně z důvodu prozatímní nefunkčnosti novějších částí programu, dosud není paralelizace zahrnuta ve veřejné verzi.

Počítaný případ se vytváří v eXtensible Markup Language (XML) formátu, kde se definují veškeré potřebné parametry úlohy. XML formát je obecný značkovací jazyk určený k výměně dat mezi počítačovými systémy.

Celý výpočet se spouští pomocí shell skriptu, kde je nutné nejdříve načíst veškeré potřebné soubory (tj. source kód) a následně je zde možné definovat, jaké operace chceme provádět (výpočet, postprocessing,...). V plné verzi DualSPHysics jsou jednoduché případy (včetně XML a shell skriptů) již předpřipraveny ve složce "*examples*".

Rámec SPH řešiče se skládá ze 3 částí: Pre-processing, Processing a Post-Processing. Processing SPH řešiče můžeme dále rozdělit na 3 hlavní fáze: vyhledávání sousedů, interakce částic, kde probíhá výpočet silových účinků mezi částicemi a řešení rovnic hybnosti a kontinuity a aktualizace fyzikálních veličin v novém časovém kroku pomocí integračního schématu.

### 3.1. Vyhledávání sousedů

Celý proces začíná vyhledáváním sousedů, tedy částic, které interagují se zkoumanou částicí. Cílem této fáze je rozdělit výpočetní oblast tak, aby v druhé fázi mohlo dojít, za využití minimálního množství operační paměti, k co nejefektivnější a nejrychlejší identifikaci sousedů ze všech částic oblasti.

Celková oblast úlohy je rozdělena do čtvercových (krychlových pro 3D) buněk o straně rovné vyhlazovací délce  $h$ . Následně se všechny částice vyskytující se v dané buňce seřadí a očíslojí. Do buněk se pro ušetření paměti uloží pouze první a poslední částice. Nakonec se dle jádra přidělí jednotlivým částicím hodnoty fyzikálních veličin. Rozdělení částic do buněk značně usnadňuje identifikaci potenciálních sousedních částic, které by mohly s danou částicí interagovat. Vhodným rozdělením oblasti může dojít k výraznému ušetření celkové doby výpočtu i operační paměti. Tato fáze se provádí pouze jednou za časový krok a je platná pro veškeré částice ve výpočetní oblasti.

### 3.2. Interakce částic

V této části probíhá interakce zkoumané částice se sousedy, dochází zde k výpočtu silových účinků mezi částicemi a řešení rovnic termodynamiky.

Částice ze stejné buňky a ze sousedních buněk (tj. buněk, které mají alespoň jeden společný bod s buňkou zkoumané částice) se pokládají za kandidáty na sousedy. Z kandidátů na sousedy se následně vyřadí ty částice, které jsou od prvotní částice vzdáleny více než je hodnota či násobek hodnoty  $h$ , tzv. vyhlazovací délky (závisí na vybraném jádru). Zbylé částice již interagují se zkoumanou částicí. Dojde tak k výpočtu silových účinků částic a řešení stavové rovnice, rovnic hybnosti a kontinuity. Tato část je z hlediska časové náročnosti zdaleka nejdelsí (celkový čas této fáze zabírá více než 80 %), proto je zde kladen velký důraz na efektivitu výpočtu. Tato fáze se provádí pro každou částici.

### 3.3. Aktualizace veličin

V poslední části je nejprve spočítán nový časový krok. Dále se pomocí integračního schématu aktualizují proměnné fyzikálních veličin v novém časovém kroku. V programu DualSPHysics jsou všechna vypočítaná data ukládána do binárních souborů (.bi), z kterých se následně v postprocessingu čerpají veškerá požadovaná data.

Při výpočtu na GPU se snažíme minimalizovat komunikaci mezi GPU a CPU, jelikož je časově velmi náročná. K přenosu dat mezi GPU a CPU tak dochází pouze na začátku simulace, poté jen v případech, kdy dochází k ukládání průběžných výsledků simulace. Zbytek výpočtu je implementován na GPU, kde má každá částice své vlastní nezávislé vlákno (thread), na kterém se počítá veškerá interakce dané částice. Vlákna se shlukují do menších skupin (bloků), jejichž vhodně zvolená velikost je klíčová pro efektivní průběh výpočtu.

Rozdíl výkonu GPU a CPU je značný, kdy grafické karty jsou výrazně rychlejší než CPU, což potvrzuje práce [5]. Pro představu uvádíme, že doba výpočtu při použití grafické karty o pořizovací ceně 1000 \$ je 24x kratší než při využití CPU o 8 jádrech.

K našemu výpočtu byly použity výpočetní uzly organizace MetaCentrum. Výpočet probíhal na instalovaných uzlech s centrálním procesorem 64x AMD EPYC 7543 o RAM 512 GB o pořizovací ceně 3000 \$ a s grafickou kartou nVidia A40 o paměti 48 GB o pořizovací ceně 7000 \$. Postprocessing probíhal na CPU Intel Xeon Gold 6140 o paměti 768 GB o pořizovací ceně 2500 \$.

### 3.4. Verze 5.0

Verze DualSPHysics 5.0 byla uvedena v červenci 2020 a oproti verzi 4.4 přinesla řadu vylepšení a novinek. Byl implementován nový difuzní člen - Density Diffusion Term (DDT) [10], nový typ okrajových podmínek pro jednoduché geometrie - Modified Dynamic Boundary Conditions (mDBC) [8] a nový vícefázový řešič (půda - tekutina). Z hlediska této práce bylo nejzajímavější novinkou úprava algoritmu tvorby bufferových zón, který byl původně představen ve verzi 4.4.

## 3.5. Verze 5.2

Nová verze DualSPHysics 5.2 byla vydána v květnu 2023. Aplikace okrajové podmínky mDBC je v této verzi výrazně jednodušší a rovněž její použití je umožněno i pro složitější geometrie než ve verzi 5.0, včetně plovoucích těles. Nicméně stále není možné mDBC použít pro libovolnou geometrii. Výraznější novinkou oproti předchozím verzím je také spustitelnost DualSPHysics na grafických kartách společnosti AMD. Zajímavým doplňkem je i nový post-processingový nástroj *TracerParts*, který umožňuje zobrazit trajektorie jednotlivých částic. Důležitou novinkou pro tuto práci je vylepšení doplňování částic v bufferech a s tím spojené zvýšení výkonu u vstupů a výstupů, které by mohlo vyřešit nefunkčnost vstupů a výstupů ve verzi 5.0.

## 3.6. Volba verze DualSPHysics

Tato úloha byla původně řešena pomocí verze DualSPHysics 4.4. Proto bylo původním záměrem této práce použít v době řešení úlohy aktuální verzi DualSPHysics 5.0, která je oproti verzi 4.4 efektivnější a výrazně rychlejší. Nicméně od začátku výpočetních prací se objevil problém s chybně fungujícím vstupem při proudění do protitlaku. Vstupní buffer dodával nižší objemový tok, než který byl v nastavení programu předepsán. To vedlo k postupnému úbytku množství částic tekutiny v celé výpočetní oblasti. Po určité době simulace docházelo ke kumulaci tekutiny v přívodové části potrubí a výtokovým objektem již protékalo pouze minimum částic.

Tento typ vstupu, vstupní okrajová podmínka při proudění do protitlaku, nespadá do primární a typické oblasti zájmu vývojářů programu DualSPHysics, proto tento problém nebyl dosud podrobně řešen.

Bezchybné fungování vstupů a výstupů je klíčovým předpokladem k provedení simulací typově podobných úloh jako je zkoumaná úloha v této práci. V následující podkapitole je proto popsán princip a kritické funkce k vytváření vstupní a výstupní okrajové podmínky v programu DualSPHysics.

## 3.7. Implementace vstupních a výstupních okrajových podmínek

V DualSPHysics definujeme pomocí funkce "*inout*" veškeré informace týkající se vstupů a výstupů. V celém XML souboru může být tato funkce pouze jedna. Jejími povinnými parametry jsou funkce "*memoryresize*", "*determlimit*" a také funkce "*inoutzone*", která slouží k vytvoření jednotlivých vstupů a výstupů. Pro každý

vstup či výstup je nutné použít novou funkci "*inoutzone*". Uvnitř této funkce je nutné definovat veškeré povinné parametry a vlastnosti, které po daném vstupu či výstupu požadujeme. Pro vstupy i výstupy se používají stejné funkce, zda se jedná o vstup či výstup rozhodují parametry uvnitř funkcí (stejný buffer může být dokonce použit zároveň jako vstupní i výstupní).

Povinnými parametry funkce "*inoutzone*" jsou následující parametry: "*refilling*", "*inputtreatment*", "*layers*" a "*zone2d*" (pro 2d úlohy) nebo "*zone3d*" (pro 3d úlohy). Nepovinnými parametry, pomocí nichž se definují fyzikální vlastnosti bufferu, jsou "*imposevelocity*", "*imposerhop*" a "*imposezsurf*".

Funkce "*memoryresize*" kontroluje frekvenci realokování paměti určené pro pole částic. Má vliv na efektivitu běhu programu a nedoporučuje se měnit. Funkce "*determlimit*" definuje typ používané interpolace v bufferu, při použití možnosti "*1e-3*" jsou hodnoty fyzikálních veličin bufferové částice určeny lineární extrapolací pomocí uzlových bodů (více viz kap.3.2). Druhou možností je "*1e+3*", kdy dochází ke kopírování hodnot fyzikálních veličin uzlových bodů bufferovým částicím. Tato možnost je méně přesná, ale je více stabilní, proto je doporučena při výskytu nestabilit blízko bufferu.

Prvním povinným a klíčovým parametrem při definici bufferů je parametr "*layers*", který definuje počet vrstev bufferu a tím i jeho šířku. Je důležité, aby částice tekutiny, které jsou nejbližší bufferu, měly zaplněnou celou efektivní oblast jádra. Doporučený minimální počet vrstev tedy závisí na velikosti vyhlazovací délky, tj. pro  $h = \sqrt{3}dp$  jsou doporučeny 3 vrstvy, pro  $h = 2dp$  4 vrstvy a pro jádra s vyhlazovací délkou rovnou vyšším násobkům  $dp$  je nutné zvážit větší počet vrstev.

Dalším povinným parametrem při vytváření bufferu je parametr "*refilling*", který v bufferu definuje způsob doplňování částic po přeměně bufferových částic v částice tekutiny.

První možností je plnění "*Simple-Full*", kdy za každou částici přeměněnou do částice tekutiny, je vytvořena nová částice v bufferu bez ohledu na hladinu tekutiny na hranici vstupu. Při použití tohoto plnění může dojít k chybám při extrapolaci, v případech, kdy tekutina nedosahuje výšky bufferu a uzlový bod tak není zcela obklopen částicemi tekutiny.

Druhou možností je plnění "*Simple-ZSurf*", které vytvoří částici v bufferu, pouze pokud výška dané částice při opuštění bufferu je nižší nebo rovna hladině tekutiny na hranici. Použití této varianty není doporučeno v úlohách se zpětnými toky z důvodu možných výskytů dutin v bufferu.

Poslední variantu označovaná jako "*Advanced*" je možné použít i pro úlohy se zpětnými toky, na druhou stranu není tak výpočetně efektivní. Spočívá ve vytváření bufferových částic, které jsou následně umísťovány do dutin vzniklých v bufferu.

V kombinaci s lokálním shiftingem je vhodná zejména pro úlohy s velmi rychlými změnami hladin tekutiny u hranice.

Další povinným parametrem při vytváření bufferu je hodnota parametru "*input-treatment*", která definuje, jak bude zacházeno s částicemi tekutiny, které vstoupí do bufferu. Tento parametr prakticky určuje, zda se jedná o buffer vstupní či výstupní.

První variantou je "*No Changes*", kde částice tekutiny vstoupivší do bufferu nejsou přeměněny na částice bufferu. Tato volba je možná pouze pro vstup s předepsanou rychlostí, není vhodná pro výstupy a úlohy se zpětnými toky.

Druhou možností je "*Convert*", kde se částice tekutiny po vstupu do bufferu mění na bufferové částice. Tato volba je výrazně doporučena pro výstup a pro úlohy se zpětnými toky.

Poslední variantou je "*Remove*", která částice vstoupivší do bufferu odstraňuje ze simulace. Touto možností se realizují vstupy.

Geometrie bufferu se určuje funkcemi "*zone2d*" (pro 2d úlohy) a "*zone3d*" (pro 3d úlohy). V případě jednoduchých geometrií lze intuitivně použít klíčové tagy např. "*circle*" (kruh) nebo "*line*" (linie pro 2d), další možností je předepsání přesné geometrie pomocí bodů použitím tagu "*box*". U geometricky složitějších případů je možné načíst geometrii z externího souboru.

K definici veličin bufferových částic slouží funkce "*impose*", pomocí které můžeme definovat rychlost, hustotu a výšku hladiny. Hodnota rychlosti a hustoty je připisována každé částici, hodnota výšky hladiny je definována pro celý buffer najednou.

Rychlost lze definovat jako časově proměnnou, časově neměnnou, extrapolovanou pomocí uzlových bodů a interpolovanou z externí sítě.

Pro časově neměnnou hodnotu rychlosti je nutné zvolit variantu "*0*". V této variantě lze navíc definovat, zda všechny částice budou mít stejnou hodnotu rychlosti (podvarianta "*velocity*") nebo zda hodnoty rychlosti budou částicím připisovány dle konkrétních rychlostních profilů. Lze zvolit lineární rychlostní profil (podvarianta "*velocity2*"), který je definován pomocí poloh dvou bodů či parabolický profil (podvarianta "*velocity3*"), který je definován pomocí souřadnic tří bodů.

K předepsání hodnot rychlosti proměnných s časem slouží varianta "*1*", která nabízí veškeré podmínosti jako varianta "*0*". Časově proměnné hodnoty rychlosti lze definovat přímo v XML konfiguračním souboru nebo mohou být importovány z příloženého externího souboru ve formátu .csv (popř. txt) pomocí funkce "*velocityfile*".

Extrapolované hodnoty pomocí uzlových bodů lze předepsat variantou "*2*".

Varianta "*3*" umožňuje interpolaci přesněji definovaného rychlostního profilu, který je nutné předepsat pomocí sítě v příloženém externím souboru.

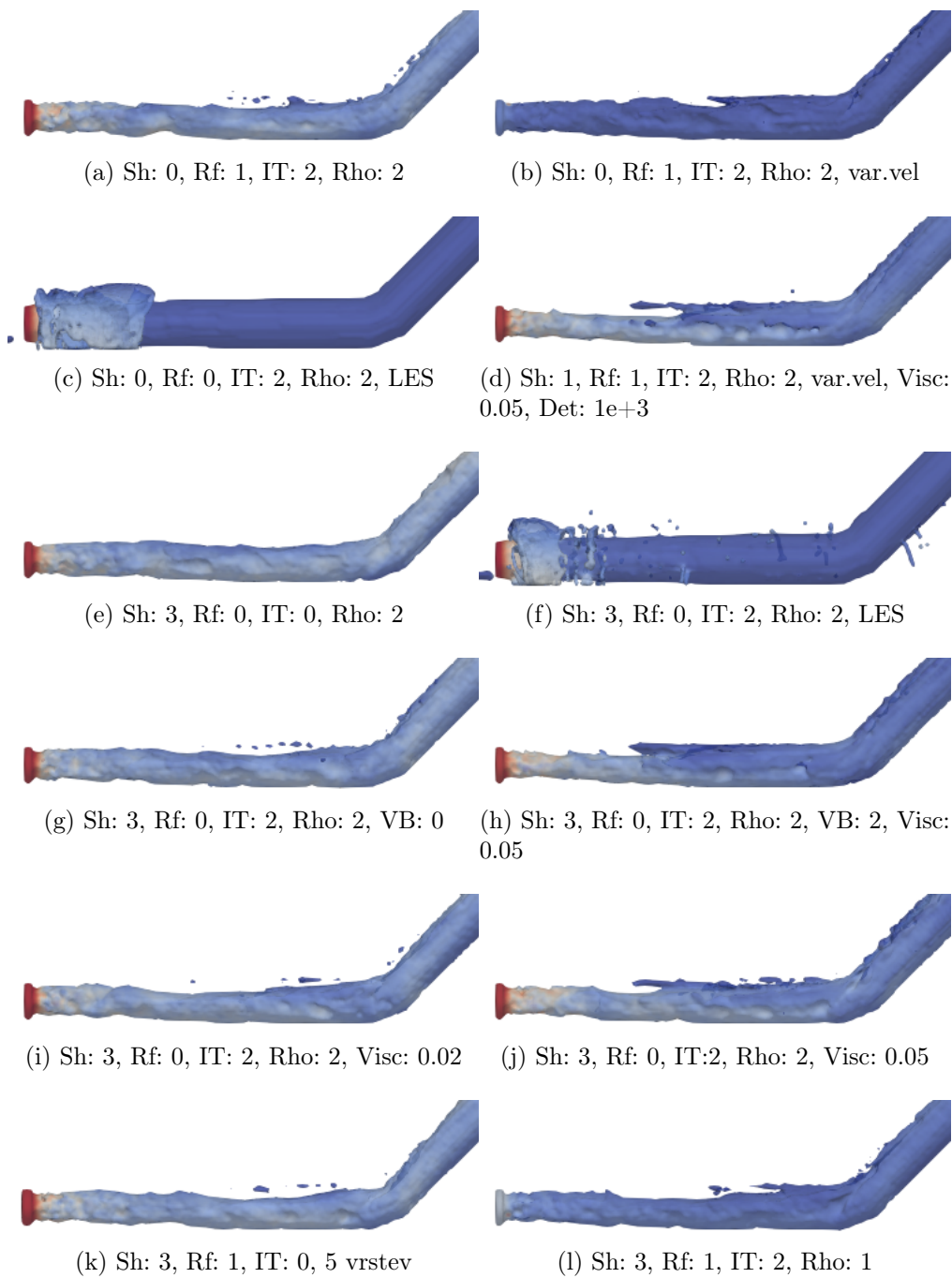
Výšku hladiny je možné zavést jako časově závislou (ozn. "1") a nezávislou (ozn. "0"), poslední variantou je získat výšku hladiny extrapolací pomocí uzlových bodů (varianta "2"). Předepsání časově závislé výšky hladiny funguje analogicky jako u předpisu nestacionární rychlosti.

Hustotu lze předepsat jako extrapolovanou či fixní hodnotu, jež se definují analogicky jako dané varianty u předpisu hodnot rychlostí. Poslední možností je varianta hydrostatická (ozn. "1"), která navíc zahrnuje vliv hydrostatického tlaku ( $p = h\rho g$ ). K použití této varianty je nutné předepsat počáteční výšku hladiny a hodnotu dna, z nichž je vypočtena hloubka nutná k zjištění hydrostatického tlaku. Hustota se vypočítává pro každý časový krok znovu, kdy je použita aktuální hodnota výšky hladiny.

Za účelem zajištění fungování vstupu byla realizována rozsáhlá analýza jednotlivých bufferových parametrů, které definují chování vstupní okrajové podmínky. Byly testovány různé doporučené kombinace vstupních bufferových parametrů. Původně bylo čerpáno zejména z návodu DualSPHysics pro vstupní a výstupní okrajové podmínky, následně byli kontaktováni vývojáři, jejichž získaná doporučení byla také vyzkoušena. I přes značnou snahu a testování všech relevantních kombinací vstupních bufferových parametrů, nebylo dosaženo požadovaného objemového průtoku na vstupu. Část vyzkoušených kombinací vstupních parametrů je ukázána na obr.3.1.

Z důvodu stále nefunkčních vstupů ve verzi DualSPHysics 5.0, které se i přes veškerou snahu nepovedlo opravit, byla k řešení této úlohy zvolena předchozí verze DualSPHysics 4.4, kde vstupy při proudění do protitlaku fungují bez komplikací.



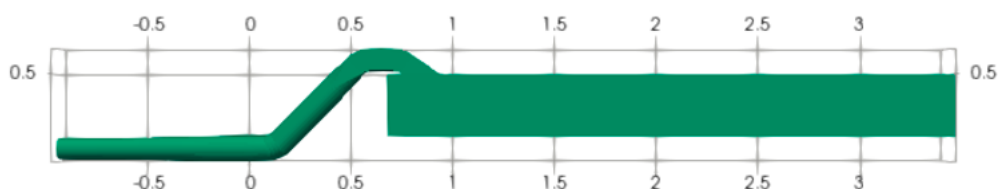


Obrázek 3.1: Simulace: DualSPHysics verze 5.0: Nefunkční vstupy s  $Q_1$

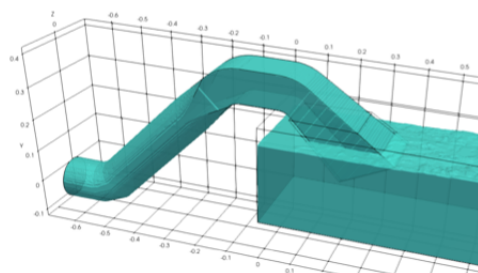
# Kapitola 4

## Definice případu

Úloha, kterou řešíme, je simulace třírozměrného proudění s volnou hladinou s komplexní geometrií v otevřeném kanále. Zkoumaná geometrie vychází z reálného výtokové objektu, který je součástí čerpacích stanic vyráběných společností SIGMA GROUP a.s. Geometrie použitá v této úloze je zmenšeným laboratorním modelem o rozměrech 4.3 m x 0.65 m x 0.3 m (délka x výška x šířka). Celá geometrie, vyobrazená na obr. 4.1, se skládá z přítokového potrubí o rozměrech 0.8 m x 0.125 m x 0.125 m, výtokové objektu a odtokového kanálu o rozměrech 2.7 m x 0.37 m x 0.304 m se stavidlem vysokým 0.16 m na konci kanálu. Výtokový objekt je svařovaný sifon složený z příruby DN125 přecházející do obdélníkového průřezu o rozměrech 0.122 m x 0.103 m, zakončeným pravoúhlým difuzorem s úhlem otevření  $10^\circ$  v horizontálním směru a  $7.4^\circ$  ve směru vertikálním, viz obr. 4.2.



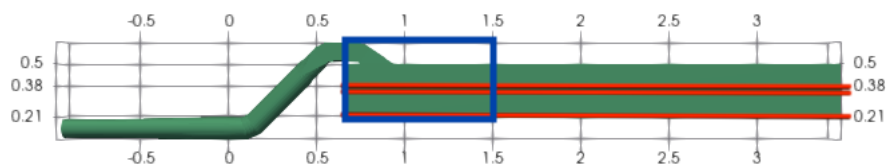
Obrázek 4.1: Celková geometrie případu



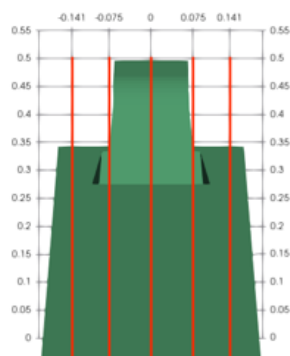
Obrázek 4.2: Výtokový objekt

Napočítané výsledky pomocí metody SPH nicméně vykazovaly vícero problémů – příliš velké rychlosti oproti experimentálním datům, relativně nepřesné tokové struktury a vznik nefyzikální bubliny v kolenu výtokového objektu. Cílem práce je dané problémy prozkoumat a eliminovat, výsledky zlepšit a tím je přiblížit experimentálním datům. Dalším cílem je vytvořit metodiku k řešení podobných případů metodou SPH.

K uvedenému případu byly provedeny experimenty v Centru hydraulického výzkumu spol. s.r.o. V experimentu byly zvoleny 2 velikosti ustálených objemových průtoků,  $Q_1 = 0.0172 \text{ ls}^{-1}$  (odpovídá střední podélné rychlosti  $0.21 \text{ ms}^{-1}$  na konci kanálu) a  $Q_2 = 0.0138 \text{ ls}^{-1}$  ( $0.174 \text{ ms}^{-1}$ ), které vychází z reálných hodnot rychlostí a objemových průtoků v již vybudovaných čerpacích stanicích. Objemové průtoky byly uvažovány na vstupu sifonu. Data rychlostního pole byla získána metodou Integrovaná laserová anemometrie (PIV), měření proběhlo v pěti vertikálních rovinách umístěných  $0 \text{ mm}$ ,  $\pm 75 \text{ mm}$  a  $\pm 141 \text{ mm}$  od vertikální osy a ve třech horizontálních rovinách umístěných  $10 \text{ mm}$  ode dna kanálu, tj. těsně nad dnem kanálu,  $135 \text{ mm}$ , tj. přímo pod výstupem sifonu, a  $170 \text{ mm}$  ode dna kanálu. Polohy řezů v horizontální rovině jsou znázorněny na obr.4.3 a polohy řezů ve vertikální rovině na obr.4.4. Oblast experimentálního měření se rozkládá v intervalu  $y = [0.7; 1.5] \text{ m}$  a je vyobrazena modrou barvou na obr.4.3. Výsledky ve vzdálenosti od  $y = 1.5 \text{ m}$  tak již lze srovnat pouze s numerickými výsledky jiných metod uvedených níže. Relativní chybu měření lze odhadnout na 1 až 2 % u oblastí s vyššími rychlostmi, v oblastech s nižšími rychlostmi lze očekávat přesnost nižší. Detailně je experiment popsán v [25].



Obrázek 4.3: Horizontální roviny řezů a oblast experimentálního měření



Obrázek 4.4: Vertikální roviny řezů

Námi vypočtené výsledky nebudou srovnávány pouze s experimentem, ale i s numerickými výsledky získanými jinými numerickými metodami, konkrétně Metodou konečných objemů (MKO) a Lattice-Boltzmannovou metodou (LBM). MKO byla napočítána softwarem ANSYS CFX s multifázovým nehomogenním modelem. Nestrukturovanou síť tvořilo přibližně  $10^7$  buněk o maximální hraně 3 mm a s progresivním zjemněním u stěn. Byly napočítány dvě varianty, první používala Scale Adaptive Simulation (SAS) model, druhá URANS se standartním dvourovnicovým SST turbulentním modelem, více viz [25]. U LBM byl použit model D3Q19, pro modelování turbulentních toků byl následován přístup LES se Smagorinskyho modelem, více viz [11].

## 4.1. Experimentální výsledky

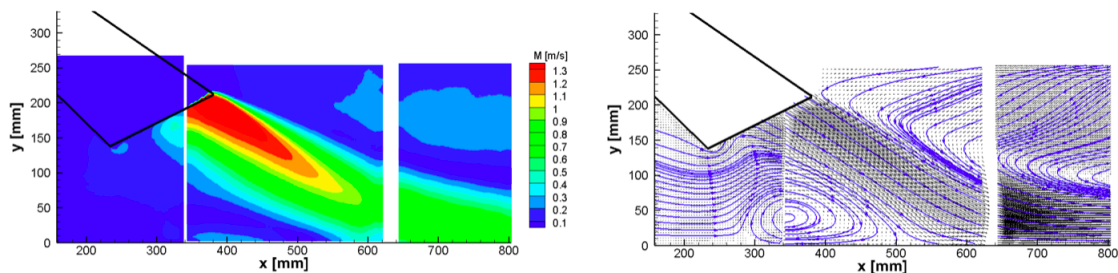
V řezu vertikální rovinou v ose kanálu se primární proudová struktura s vysokou rychlostí nachází v horní polovině výstupu sifonu, viz obr.4.5. V dolní části vývodu sifonu se objevuje zpětný proud a vír, který se vyskytuje přímo pod vývodem sifonu. Nad hlavním proudovým paprskem lze pozorovat veliký vír vzniklý vzedmutím hlavního proudového paprsku směrem k hladině. V tomto řezu dosahují rychlosti nejvyšších hodnot ( $M_{max} = 1.4 \text{ ms}^{-1}$ ), oblast s nejvyššími rychlostmi lze pozorovat u výstupu sifonu, s rostoucí vzdáleností od výstupu sifonu a od osy primárního proudu se velikost rychlosti postupně snižuje.

V řezu vertikální rovinou vzdálené 75 mm od osy kanálu ( $x = 75 \text{ mm}$ ), viz obr.4.6, jsou proudové a vírové struktury velmi podobné těm v ose kanálu. Došlo k nepatrnému zúžení oblasti s nejvyššími rychlostmi. Při porovnání s naměřenými výsledky s řezem vertikální rovinou vzdálené 75 mm od osy kanálu na opačnou stranu ( $x = -75 \text{ mm}$ ), viz obr.4.7, lze tvrdit, že symetrie proudu je ve vertikální rovině zcela absolutní, neliší se ani proudové a vírové struktury, tak ani rozložení a hodnoty rychlostí.

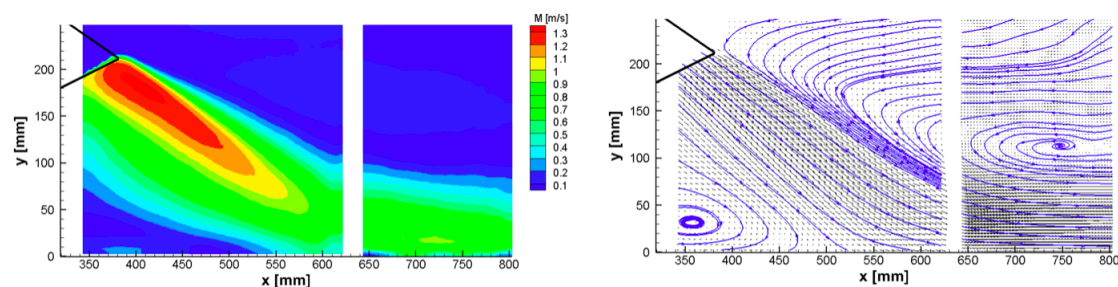
V řezu horizontální rovinou vzdálené 10 mm nad dnem kanálu lze pozorovat výraznou asymetrii hlavního proudového paprsku vychýlenou přibližně 50 mm od osy kanálu, viz obr.4.8. Tuto asymetrii lze dobře pozorovat i na rozložení rychlostí. Oblast s nejvyššími rychlostmi se nicméně vyskytuje až na místě "vyrovnaní" hlavního proudového paprsku se dnem, kdy hlavní proudový paprsek má směr rovnoběžný se dnem. Toto místo je o přibližně 200 mm dále po směru proudu.

V řezech horizontálními rovinami vzdálenými 135 a 170 mm nad dnem kanálu lze proudovým a vírovým strukturám přiřknout prakticky symetrický charakter, viz obr.4.9 a 4.10. V rozložení rychlostí lze pozorovat u řezu vyšší rovinou nejvyšší rychlosti ( $M_{max} = 0.9 \text{ ms}^{-1}$  a více), což není překvapivé, protože rovina je umís-

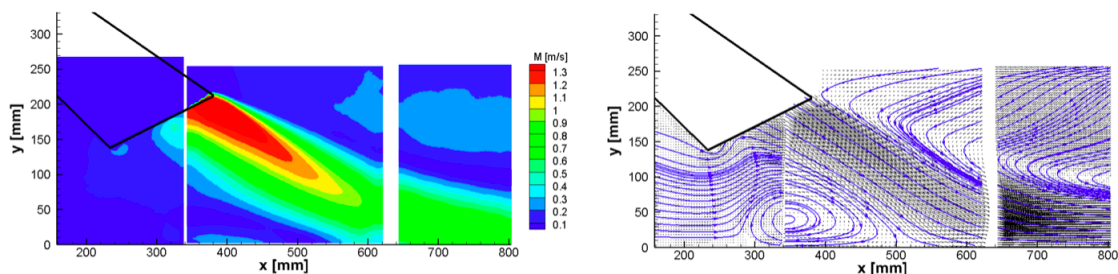
těná v polovině výstupu sifonu. V níže položené rovině se rychlosti mírně snižují. Rozložení rychlostí je v obou řezech nesymetrické.



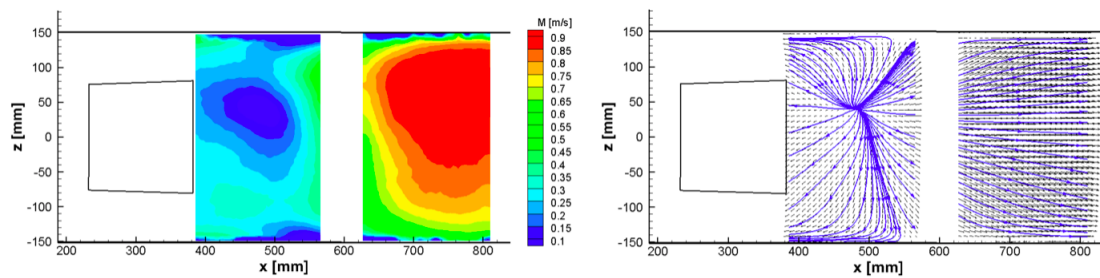
Obrázek 4.5: Experimentálně naměřené rychlosti a proudové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm) [25]



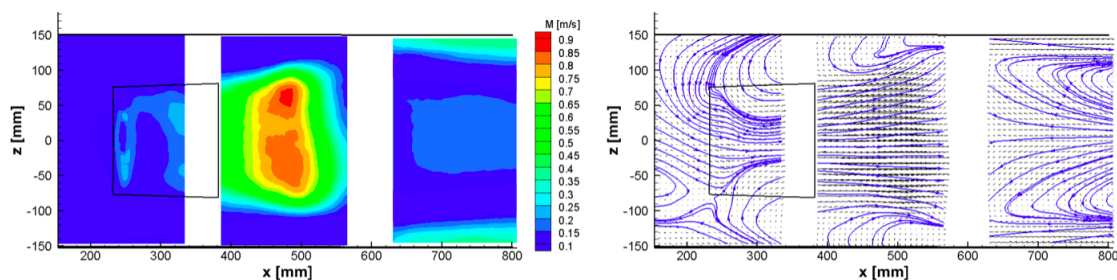
Obrázek 4.6: Experimentálně naměřené rychlosti a proudové struktury ve vertikální rovině vzdálené 75 mm od osy kanálu ( $x = 75$  mm) [25]



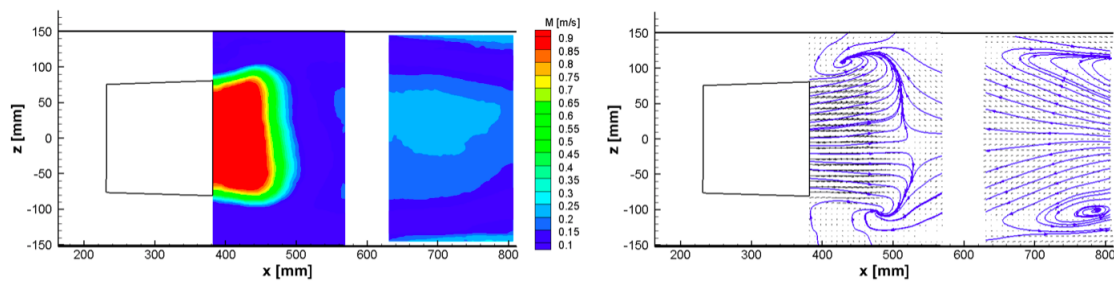
Obrázek 4.7: Experimentálně naměřené rychlosti a proudové struktury ve vertikální rovině vzdálené 75 mm od osy kanálu ( $x = -75$  mm) [25]



Obrázek 4.8: Experimentálně naměřené rychlosti a proudové struktury v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm) [25]



Obrázek 4.9: Experimentálně naměřené rychlosti a proudové struktury v horizontální rovině vzdálené 135 mm ode dna kanálu ( $z = 135$  mm) [25]



Obrázek 4.10: Experimentálně naměřené rychlosti a proudové struktury v horizontální rovině vzdálené 170 mm ode dna kanálu ( $z = 170$  mm) [25]

## 4.2. Původní varianta

Fyzikální čas simulace je 20 sekund, veškeré vypočtené okamžité výsledky jsou zprůměrovány za posledních 10 sekund simulace. Výsledná rychlost je definována jako velikost dvojrozměrné rychlosti v dané rovině (pro vertikální roviny jako  $M = \sqrt{u_y^2 + u_z^2}$  a pro horizontální roviny jako  $M = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ ).

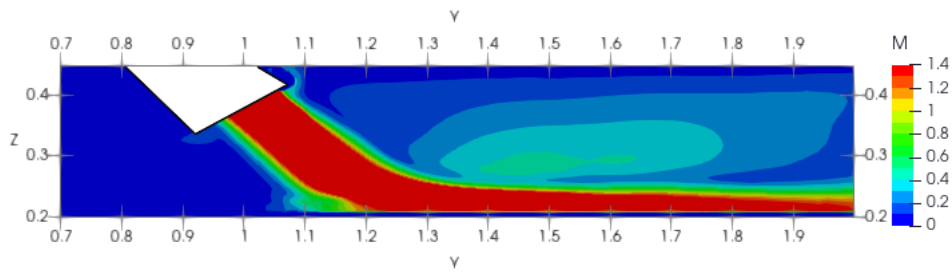
Původní varianta byla pomocí SPH počítána v práci [15]. Pro představu čtenáře dodáme, že původní varianta se počítá okolo 22 hodin. Numerické parametry původní varianty jsou uvedeny v tab.4.1.

$dp$ [m]	Počet částic[ $10^6$ ]	Jádro	Integrační schéma	Vyhlazovací délka
0.005	2	Wendlandovo	Verletovo	$\sqrt{3}dp$
<b>Difúzní člen</b>	<b>Shifting</b>	<b>Vazkost</b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b>Koeficient numerické rychlosti zvuku <math>C_s</math></b>
Molteni	Ne	Umělá	0.01	20

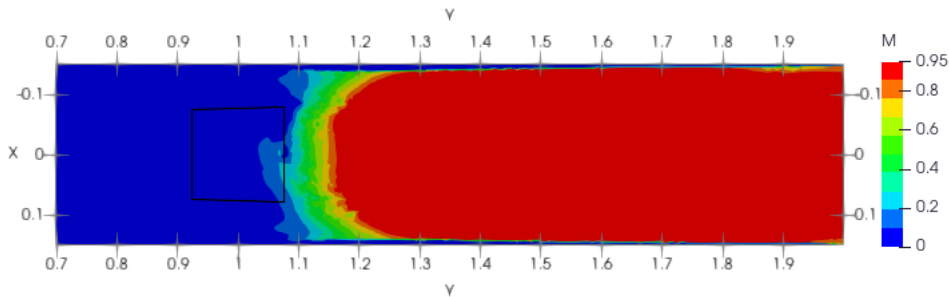
Tabulka 4.1: Numerické parametry původní varianty

Mezi hlavní problémy původní varianty patří příliš vysoké hodnoty rychlostí a celkově nepřesné rozložení rychlostí ve výpočetní oblasti, zcela chybně predikované tokové a vírové struktury proudového a vírového pole a existence nefyzikální bubliny v kolenu výtokového objektu. Práce se zaměřila zejména na velikosti rychlostí a rychlostní rozložení a na proudové a vírové pole. Tyto problémy jsou podrobně zkoumány v kapitole 5.

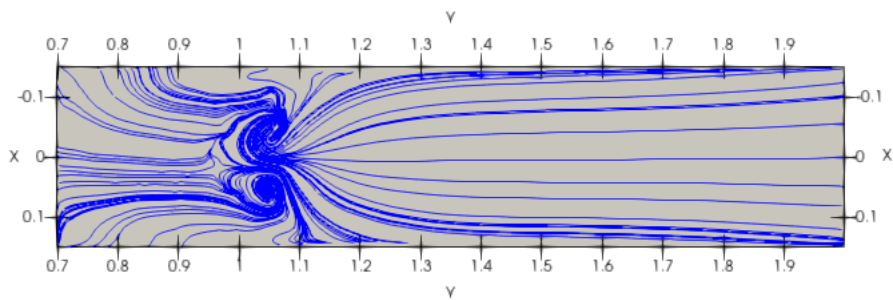
V porovnání výsledků původní varianty s experimentem je vypočtená šířka primárního proudového paprsku u výstupu sifonu výrazně větší, viz obr.4.11. Na obr.4.13 můžeme pozorovat, že hlavní proudová struktura je relativně výrazně posunuta doleva ( $\approx 0.15$  m), mimoto se numericky vypočtená poloha primární proudové struktury i ostatních tokových a vírových struktur od experimentu příliš neliší. Numerická simulace v celé oblasti výrazně nadhodnocuje velikost rychlostí, které dosahují až 2,5x větších hodnot oproti experimentu ( $M_{max} = 3.1 \text{ ms}^{-1}$ ), rovněž rozložení veškerých rychlostí se od experimentu výrazně liší.



Obrázek 4.11: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.005$  m,  $\alpha = 0.01$  (původní varianta)



Obrázek 4.12: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.005$  m,  $\alpha = 0.01$  (původní varianta)



Obrázek 4.13: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm) ve formě proudnic, Rozlišení:  $dp = 0.005$  m,  $\alpha = 0.01$  (původní varianta)



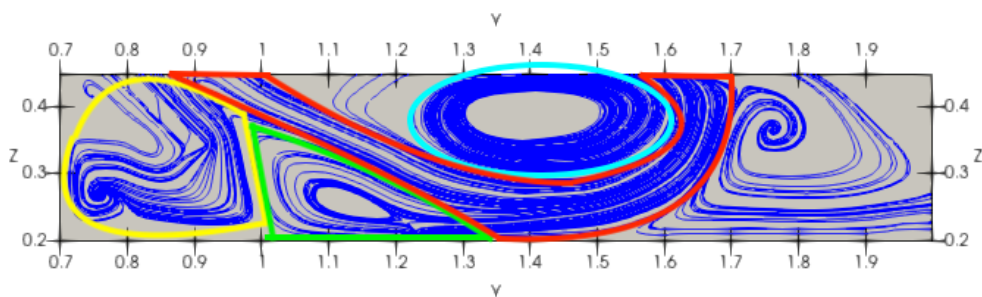
# Kapitola 5

## Citlivostní analýzy numerických parametrů

Cílem citlivostních analýz vybraných numerických parametrů je studovat jejich vliv na rychlostní pole proudění a na vírové a tokové struktury. Byly vybrány následující numerické parametry řešiče DualSPHysics: počet částic, numerická viskozita, jádro, integrační schéma a vyhlazovací délka.

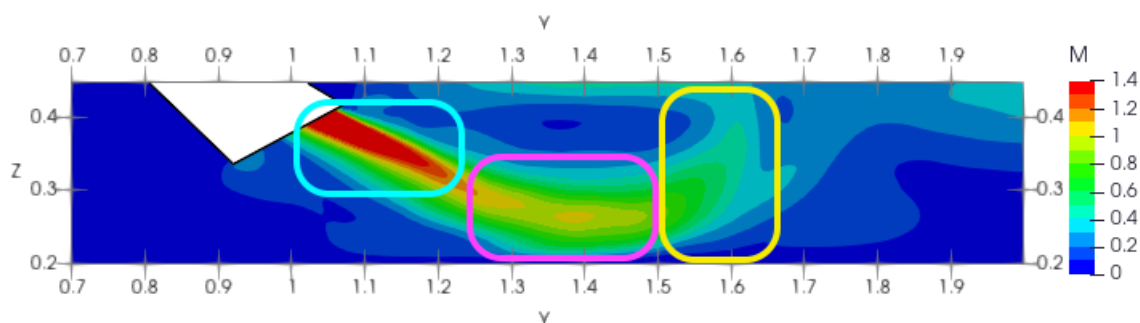
### 5.1. Pozorované vlastnosti proudění

Tato kapitola slouží k popsání vlastností, které budeme ve výsledných řezech pozorovat a na základě nich vyhodnocovat vliv daných numerických parametrů. Na obr.5.1 je řez ve vertikální rovině v ose kanálu s vykreslenými proudovými a vírovými strukturami ve formě proudnic, červenou barvou je označena primární proudová struktura, tedy hlavní a dominantní proudový paprsek o nejvyšší rychlosti, žlutou barvou je označen zpětný proud vtékající zpět do sifonu, zelenou barvou je označen vír vyskytující se přímo pod hlavním proudovým paprskem a tyrkysovou barvou je zvýrazněn velký vír nad hlavním proudovým paprskem.



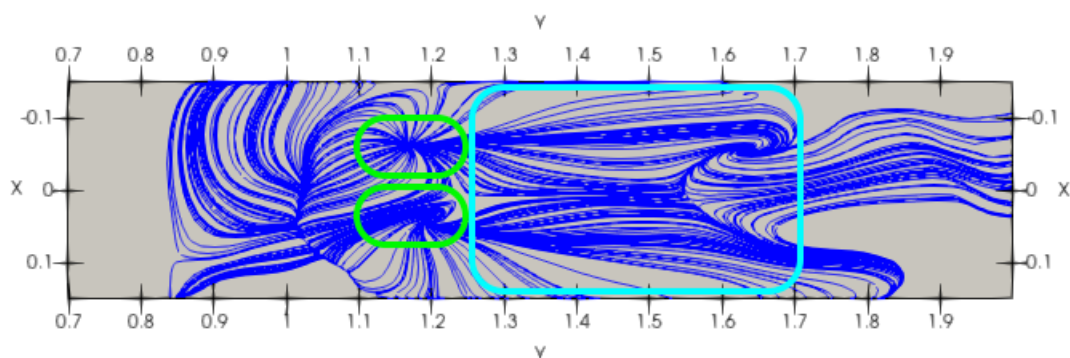
Obrázek 5.1: Simulace: Zvýrazněné objekty zájmu: proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm)

Na obr.5.2 je řez ve vertikální rovině v ose kanálu s vykresleným rozložením rychlostí, bílou barvou je vykreslena koncová část sifonu, tyrkysový výřez označuje oblast s nejvyššími rychlostmi ( $M_{max} = 1.4 \text{ ms}^{-1}$ ), růžovou je označeno přimknutí hlavního proudového paprsku ke dnu kanálu, žlutou je označena oblast vzednutí hlavního proudového paprsku ke hladině.



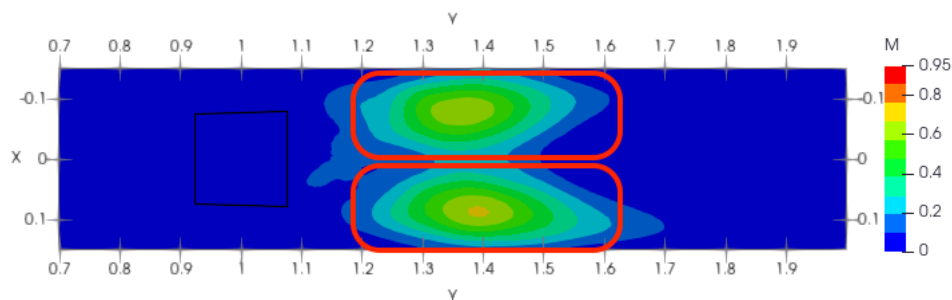
Obrázek 5.2: Simulace: Zvýrazněné objekty zájmu u snímku s časově zprůměrovanými rychlostmi ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0 \text{ mm}$ )

Na obr.5.3 je řez v horizontální rovině vzdálené 10 mm nade dnem s vykreslenými proudovými a vírovými strukturami, zelenou barvou je označena asymetrie hlavního proudového paprsku, kdy primární paprsek neleží v ose kanálu, ale je lehce odkloněn od osy, tyrkysovou barvou je označeno následné chování proudění po dosažení dna kanálu.



Obrázek 5.3: Simulace: Zvýrazněné objekty zájmu: proudové a vírové struktury v horizontální rovině umístěné 10 mm nad dnem kanálu ( $z = 10 \text{ mm}$ )

Na obr.5.4 je řez v horizontální rovině vzdálené 10 mm nade dnem s vykresleným rozložením rychlostí, zde nás zajímá asymetrické rozložení rychlostí a poloha vyšších rychlostí.



Obrázek 5.4: Simulace: Zvýrazněné objekty zájmu u snímku s časově zprůměrovanými rychlostmi v horizontální rovině umístěné 10 mm nad dnem kanálu ( $z = 10$  mm)

## 5.2. Model umělé viskozity

Ve veškerých výpočtech zkoumajících numerické parametry je použit model umělé viskozity, použití ostatních modelů tekutin je zkoumáno v podkapitolách 5.7 a 5.8.

Původní varianta používala model umělé viskozity s konstantou  $\alpha = 0.01$ , pro náš případ byly testovány různé velikosti konstanty  $\alpha$  v rozmezí 0.001 až 0.2. Jako nejlepší se ukázala varianta s hodnotou  $\alpha = 0.1$ . Níže jsou porovnány výsledky variant  $\alpha = 0.1$  a  $\alpha = 0.01$ .

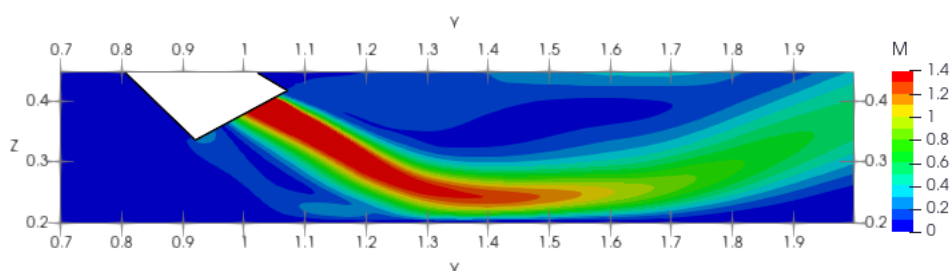
V tab.5.1 jsou uvedeny vypočtené maximální průměrné rychlosti ve dvou nejvyšších rozlišeních  $dp = 0.002$  m a  $dp = 0.0015$  m s hodnotami  $\alpha = 0.1$  a  $\alpha = 0.01$ . Rozlišení původní varianty je  $dp = 0.005$  m a hodnota konstanty  $\alpha$  je rovna 0.01. Z vypočtených hodnot rychlostí lze vyzorovat, že hodnota konstanty  $\alpha$  nemá výrazný vliv na maxima rychlostí, jelikož jsou si veškeré hodnoty velmi podobné. Nejblíže se experimentálním datům blíží varianta  $dp = 0.0015$  m s  $\alpha = 0.01$ , což se může zdát minimálně překvapivé. Je to dáno zejména tím, že u varianty  $\alpha = 0.01$  se nevytvořil dominantní proudový paprsek mající nejvyšší rychlost, ale spíše pozorujeme nesourodý neuspořádaný proud o různých rychlostech. Obecně lze považovat proud za symetrický, hodnoty v řezech  $x = \pm 75$  mm se od sebe liší maximálně o 10 %. Oproti původní variantě se relativní chyby maximálních průměrných rychlostí veškerých uvedených variant ve všech řezech značně snížily, nicméně je to ovlivněno rozlišením, nikoliv hodnotou  $\alpha$ .

Zvýšení hodnoty konstanty  $\alpha$  vede k výraznému zúžení oblasti s nejvyššími rychlostmi, je to jasně patrné při porovnání variant s  $dp = 0.0015$  m, viz obr.5.7 a 5.8. Celkově je rychlostní pole u variant s  $\alpha = 0.01$  výrazně rozmazanější, viz obr.5.6. Naopak u variant s  $\alpha = 0.1$  jsou oblasti se stejnými průměrnými rychlostmi, podobně jako v experimentu, jasně ohraničené a souvislé, viz obr.5.5. Rovněž došlo ke

Průměrné maximální rychlosti Umělá viskozita					
	Řez $X = 0$	Řez $X = 0,075$	Řez $Z = 0,01$	Řez $Z = 0,135$	Řez $Z = 0,170$
<b>Experiment</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>3,14 (124%)</b>	<b>2,46 (76%)</b>	<b>1,88 (98%)</b>	<b>3,17 (234%)</b>	<b>3,19 (236%)</b>
<b>0,002 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>2,4 (71%)</b>	<b>1,36 (3%)</b>	<b>0,59 (38%)</b>	<b>2,1 (121%)</b>	<b>2,24 (136%)</b>
<b>0,002 m <math>\alpha = 0,01</math></b>	<b>2,42 (73%)</b>	<b>1,53 (9%)</b>	<b>0,57 (60%)</b>	<b>1,89 (99%)</b>	<b>2,24 (136%)</b>
<b>0,0015 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>2,27 (62%)</b>	<b>1,59 (14%)</b>	<b>0,68 (28%)</b>	<b>2,02 (113%)</b>	<b>2,18 (129%)</b>
<b>0,0015 m <math>\alpha = 0,01</math></b>	<b>1,78 (27%)</b>	<b>1,36 (3%)</b>	<b>0,81 (15%)</b>	<b>1,9 (100%)</b>	<b>1,91 (101%)</b>

Tabulka 5.1: Srovnání numericky získaných průměrných maximálních rychlostí s experimentem v závislosti na hodnotě konstanty  $\alpha$

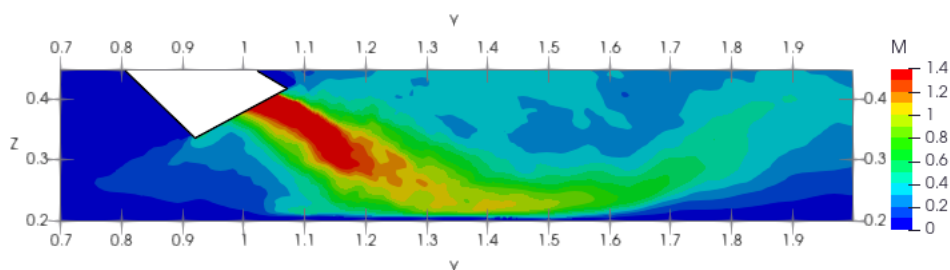
snížení hodnot nejnižších rychlostí, které již odpovídají experimentu. V tab.5.2 je srovnání průměrných rychlostí ve vybraných bodech, nejmenší relativní chybu dosahuje varianta  $dp = 0.002$  m s  $\alpha = 0.01$ , průměrně je rovna přibližně 15 %, u variant s  $dp = 0.002$  m je průměrná relativní chyba skoro dvojnásobná, je rovna přibližně 28 %. I když byly vybrány co nejvíce reprezentativní polohy bodů, tak toto srovnání průměrných rychlostí ve vybraných bodech má ale pouze omezenou výpovědní hodnotu. Pro větší výpovědní hodnotu by bylo třeba vybrat výrazně více bodů.



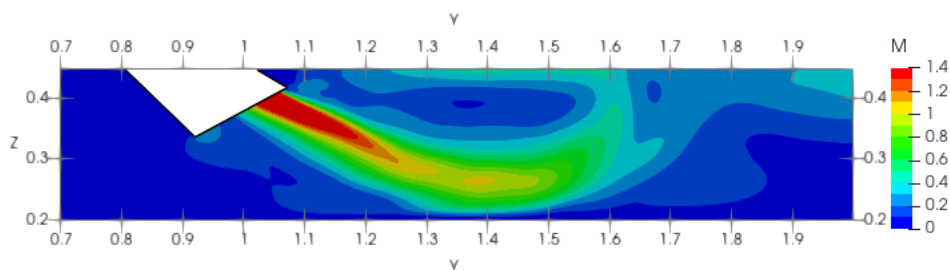
Obrázek 5.5: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$

Řezy v rovině X Umělá viskozita				Bod 2	Řez	Řez	Řez
				[1,18 ; 0,33]	X = 0	X = 0,075	X = -0,075
				Experiment	1,4	1,4	1,2
				Původní varianta	0,42 (70%)	0,13 (91%)	0,15 (88%)
				0,002 m $\alpha = 0,1$	1,33 (5%)	0,86 (39%)	0,52 (57%)
				0,002 m $\alpha = 0,01$	1,17 (16%)	1,03 (26%)	1,14 (5%)
				0,0015 m $\alpha = 0,1$	1,27 (9%)	1,26 (10%)	0,97 (16%)
				0,0015 m $\alpha = 0,01$	0,97 (31%)	0,74 (53%)	0,74 (62%)
				Bod 1	Řez	Řez	Řez
[1,09 ; 0,38]	X = 0	X = 0,075	X = -0,075	[1,28 ; 0,27]	X = 0	X = 0,075	X = -0,075
Experiment	1,4	1,4	1,4	Experiment	1	1	0,9
Původní varianta	1,2 (14%)	0,14 (90%)	0,14 (90%)	Původní varianta	0,25 (75%)	0,29 (71%)	0,27 (70%)
0,002 m $\alpha = 0,1$	1,58 (13%)	0,49 (65%)	0,33 (76%)	0,002 m $\alpha = 0,1$	1,35 (35%)	1,13 (13%)	0,87 (3%)
0,002 m $\alpha = 0,01$	1,75 (25%)	1,32 (6%)	1 (40%)	0,002 m $\alpha = 0,01$	1,07 (7%)	0,92 (8%)	1,01 (12%)
0,0015 m $\alpha = 0,1$	1,9 (36%)	0,87 (38%)	0,63 (55%)	0,0015 m $\alpha = 0,1$	0,93 (7%)	1,53 (53%)	1,29 (43%)
0,0015 m $\alpha = 0,01$	1,38 (1%)	0,93 (66%)	1 (40%)	0,0015 m $\alpha = 0,01$	0,87 (13%)	1 (0%)	0,78 (13%)

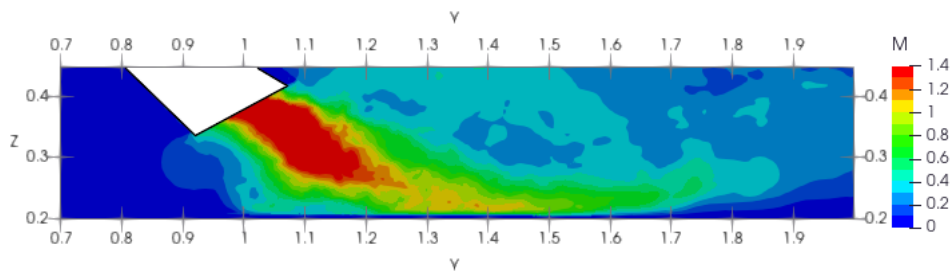
Tabulka 5.2: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech ve vertikální rovině s experimentem v závislosti na hodnotě  $\alpha$



Obrázek 5.6: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.01$

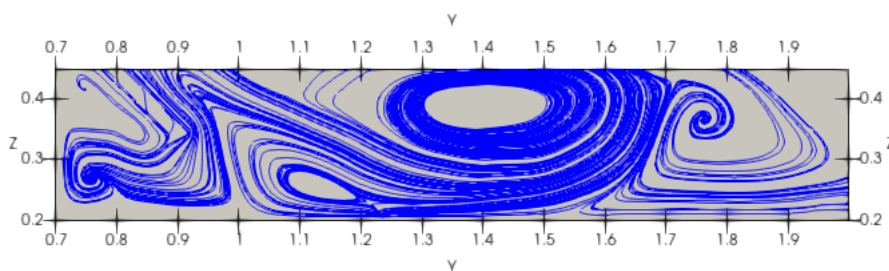


Obrázek 5.7: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.1$

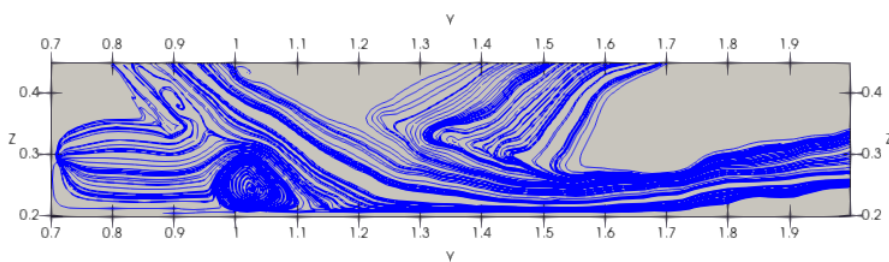


Obrázek 5.8: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.01$

Proudové a vírové pole ve vertikální rovině se zvýšením hodnoty  $\alpha$  na 0.1 výrazně zpřesnilo a již prakticky odpovídá experimentu. Hlavní proudový paprsek v druhé polovině zkoumané oblasti míří ke hladině, kde vytváří velký vír, který je pozorovatelný i v experimentu, viz obr.5.9. Tento vír varianta s nižším  $\alpha$  nepredikovala, viz obr.5.10. Naopak přímo pod levou částí výstupu sifonu chybně predikuje varianta  $dp = 0.0015$  m s  $\alpha = 0.1$  vír. Tento vír v experimentu naměřen nebyl.



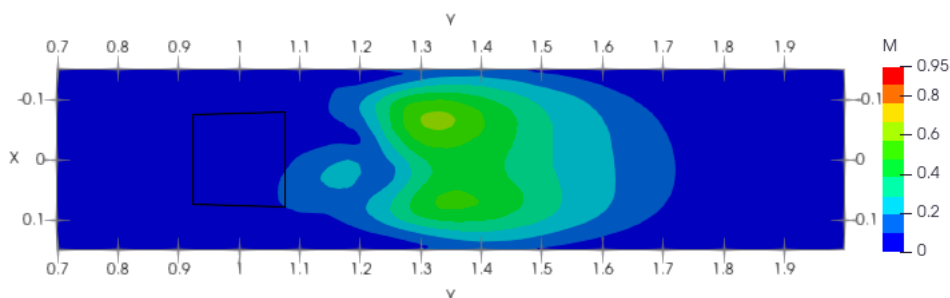
Obrázek 5.9: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.1$



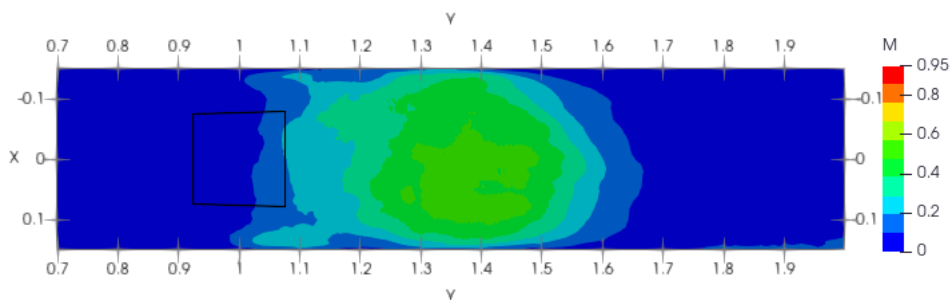
Obrázek 5.10: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.01$

Zvýšením konstanty  $\alpha$  dostalo rychlostní pole v horizontální rovině výraznějších změn. Rozmazaný charakter rychlostního pole (viz obr.5.12 a 5.14) se zvyšujícím rozlišením nahradily dvě separované oblasti nejvyšších rychlostí, které leží mírně nad a pod osou roviny, viz obr.5.11 a 5.13. V tab.5.3 jsou zobrazeny průměrné rychlosti ve vybraných bodech. Nejnižší průměrné relativní chyby dosahuje varianta

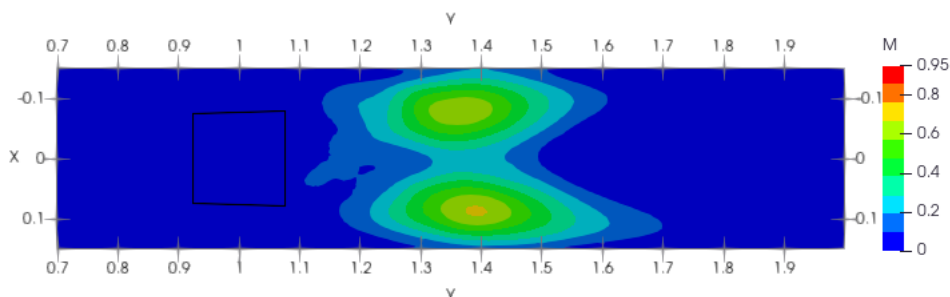
$dp = 0.0015$  m s  $\alpha = 0.1$ , chyba je přibližně 40%, průměrná relativní chyba obou variant s  $\alpha = 0.01$  se liší ale jen minimálně, je větší jen o 5%. Oproti původní variantě je relativní chyba přibližně poloviční.



Obrázek 5.11: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$



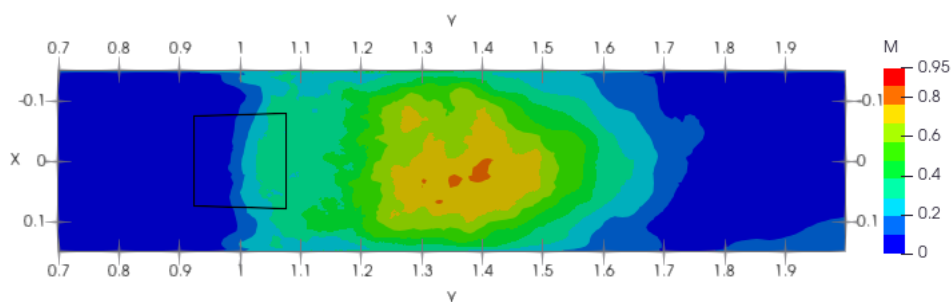
Obrázek 5.12: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.01$



Obrázek 5.13: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.1$

Zvýšením hodnoty  $\alpha$  je v proudovém a vírovém poli v horizontální rovině výrazněji patrná asymetrie i u varianty  $dp = 0.002$  m, viz obr.5.15, oproti variantám s  $\alpha = 0.01$ , kde byla mírně ztelná pouze u varianty s nejvyšším rozlišením, viz obr.5.17. Proudové a vírové pole varianty  $dp = 0.0015$  m s  $\alpha = 0.1$ , vyobrazené na





Obrázek 5.14: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.01$

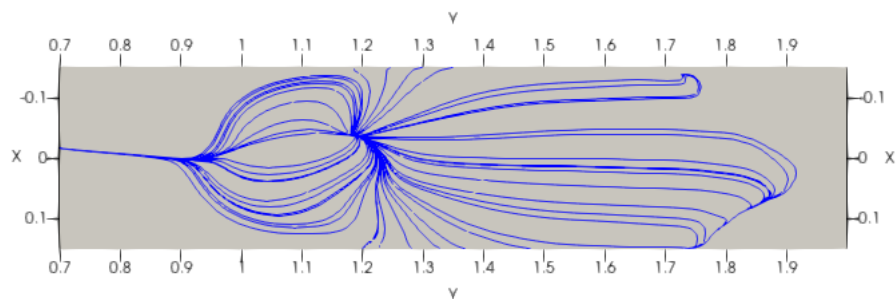
Řezy v rovině Z Umělá viskozita				Bod 2 [1,45 ; 0]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
				<b>Původní varianta</b>	<b>1,82</b> (92%)	<b>0,33</b> (65%)	<b>0,25</b> (17%)
				<b>0,002 m</b> $\alpha = 0,1$	<b>0,37</b> (61%)	<b>0,09</b> (55%)	<b>0,05</b> (83%)
				<b>0,002 m</b> $\alpha = 0,01$	<b>0,51</b> (46%)	<b>0,28</b> (40%)	<b>0,32</b> (7%)
				<b>0,0015 m</b> $\alpha = 0,1$	<b>0,17</b> (82%)	<b>0,29</b> (45%)	<b>0,14</b> (53%)
				<b>0,0015 m</b> $\alpha = 0,01$	<b>0,68</b> (72%)	<b>0,26</b> (30%)	<b>0,34</b> (13%)
Bod 1 [1,15 ; 0]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170	Bod 3 [1,45 ; 0,075]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Experiment</b>	<b>0,2</b>	<b>0,85</b>	<b>0,95</b>	<b>Experiment</b>	<b>0,95</b>	<b>0,15</b>	<b>0,25</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>0,76</b> (280%)	<b>1,09</b> (28%)	<b>0,1</b> (90%)	<b>Původní varianta</b>	<b>1,81</b> (91%)	<b>0,11</b> (27%)	<b>0,18</b> (28%)
<b>0,002 m</b> $\alpha = 0,1$	<b>0,17</b> (15%)	<b>1,75</b> (105%)	<b>0,36</b> (62%)	<b>0,002 m</b> $\alpha = 0,1$	<b>0,39</b> (59%)	<b>0,11</b> (27%)	<b>0,13</b> (48%)
<b>0,002 m</b> $\alpha = 0,01$	<b>0,22</b> (10%)	<b>1,4</b> (65%)	<b>0,78</b> (19%)	<b>0,002 m</b> $\alpha = 0,01$	<b>0,43</b> (45%)	<b>0,39</b> (160%)	<b>0,31</b> (24%)
<b>0,0015 m</b> $\alpha = 0,1$	<b>0,1</b> (50%)	<b>1,15</b> (35%)	<b>0,95</b> (0%)	<b>0,0015 m</b> $\alpha = 0,1$	<b>0,46</b> (52%)	<b>0,16</b> (7%)	<b>0,12</b> (52%)
<b>0,0015 m</b> $\alpha = 0,01$	<b>0,41</b> (105%)	<b>1,24</b> (46%)	<b>0,79</b> (17%)	<b>0,0015 m</b> $\alpha = 0,01$	<b>0,53</b> (56%)	<b>0,28</b> (87%)	<b>0,29</b> (17%)

Tabulka 5.3: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech v horizontální rovině s experimentem v závislosti na hodnotě  $\alpha$

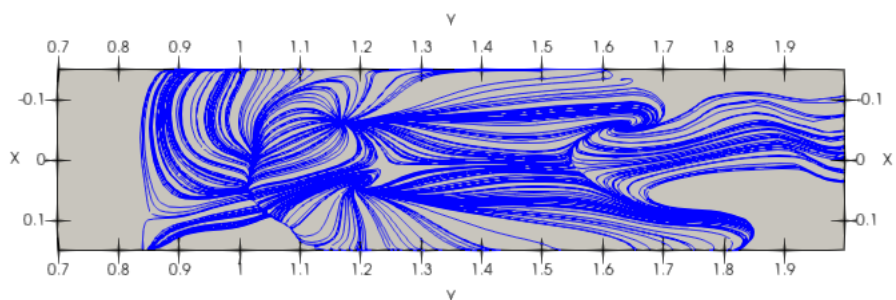
obr.5.16, se již prakticky shoduje s experimentem. Můžeme pozorovat jasně zřetelnou asymetrii hlavního proudového paprsku, která se vychyluje od osy a osciluje mezi polohami nad a pod osou. Poloha asymetrie je totožná s experimentem. Tato asymetrie nebyla jinými numerickými metodami vůbec rozpoznána.

Na základě zjištěných výsledků lze tvrdit, že hodnota  $\alpha$  nemá vliv na hodnoty

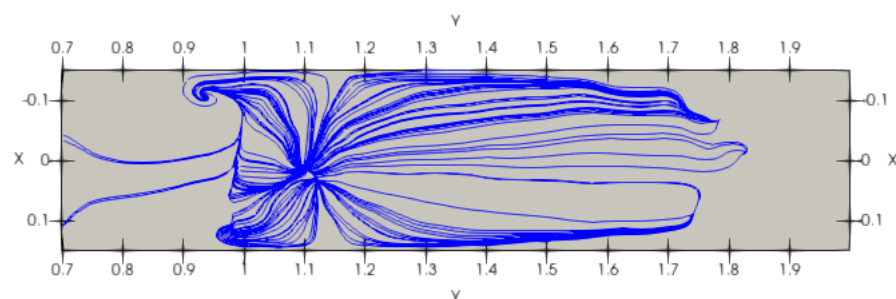




Obrázek 5.15: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$



Obrázek 5.16: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.1$



Obrázek 5.17: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.01$

maximálních rychlostí, ovlivňuje pouze rozvržení rychlostí a rychlosti o nižších hodnotách. Proudové a vírové pole se zvýšením konstanty  $\alpha$  značně zpřesnilo a již se velmi přibližuje experimentálním datům. Objevují se zde vírové struktury, které u původních variant vůbec nebyly pozorovány. Dalším důležitým výsledkem je zcela zřetelná asymetrie hlavního proudového paprsku, která u jiných numerických metod nebyla vůbec identifikována.

### 5.3. Rozlišení

Počet částic v simulaci udává parametr  $dp$ , který definuje počáteční vzdálenost částic od sebe. Tato vzdálenost je platná nejen pro počáteční částice tekutiny, ale rovněž pro částice hranice a nově vytvářené částice na vstupním bufferu. Zmenšení  $dp$  (tj. navýšením počtu částic) bylo provedeno za účelem možného zpřesnění řešení simulace za cenu nárůstu požadovaného počítačového výkonu a prodloužení doby výpočtu. Byly testovány různé velikosti  $dp$  při konstantní vyhlazovací délce  $h$ , testované hodnoty  $dp$  jsou spolu s přibližnou dobou výpočtu a celkové RAM grafické karty (skutečně využitě k vypočtení simulace) uvedeny v následující tabulce 5.4.

$dp$ [m]	Počet částic $[10^6]$	Doba výpočtu <sup>1</sup>	GPU RAM [GB]
0.005	2	2 hod	0.37
0.003	10	20 hod	1.47
0.002	40	8 dnů	5.25
0.0015	80	21 dnů	11.45

Tabulka 5.4: Zkoumané varianty s různými velikostmi vzdáleností mezi částicemi, počítané na uzlu s nVidia A40 s RAM 48 GB

Doby výpočtů jsou pouze orientační, na dobu výpočtu mají vliv i jiné parametry.

V tab.5.5 jsou uvedeny průměrné maximální rychlosti ve zkoumaných řezech. Původní varianta používala  $dp = 0.005$  m. Zvýšením rozlišení na  $dp = 0.003$  m došlo ke snížení průměrných maximálních rychlostí ve všech řezech až o 54 %. Následné zvýšení rozlišení na  $dp = 0.002$  m vedlo k dalšímu snížení rychlostí ve všech řezech až o 36 %. Použití nejvyššího dostupného rozlišení  $dp = 0.0015$  m vedlo k výraznějšímu snížení rychlostí zejména ve vertikální rovině v ose kanálu, naopak ve vyšších horizontálních řezech došlo k nižšímu snížení. Oproti původní variantě došlo k výraznému snížení rychlostí ve všech řezech, od 41 % až do 57 %. Průměrné maximální rychlosti se v řezech vertikální roviny liší již maximálně o 27 %, velmi nízká je i relativní chyba u dna kanálu, naopak v řezech výše položených horizontálních rovin jsou průměrné maximální rychlosti i přes značné snížení stále dvojnásobné.

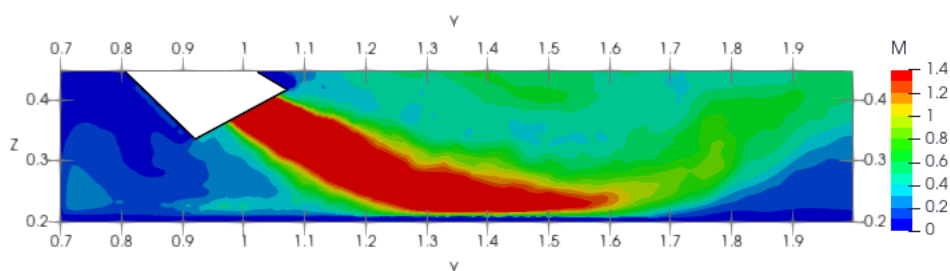
Zvýšení rozlišení vede ve vertikální rovině k zúžení hlavního proudového paprsku u výstupu sifonu, což je dobře viditelné při porovnání obr.5.18 a 5.19. Rovněž hlavní proudový paprsek s nejvyššími rychlostmi se výrazně zkrátil, rozložení rychlostí tak již více odpovídá experimentu. Hlavní proudový paprsek lze dle hodnot průměrných

<sup>1</sup>Uváděné doby výpočtu jsou validní pro grafické karty nVidia A40, pro jiné grafické karty se mohou i výrazněji lišit. Uváděné hodnoty využitě RAM uzlu grafické karty jsou pouze orientační, slouží pro představu uživatele. Byla rovněž testována varianta s ještě nižším  $dp$ , konkrétně  $dp = 0.00125$  m, na GPU nVidia A40 na uzlu s RAM 12 GB, nicméně z důvodu nedostatečné paměti byla tato varianta neupočitatelná.

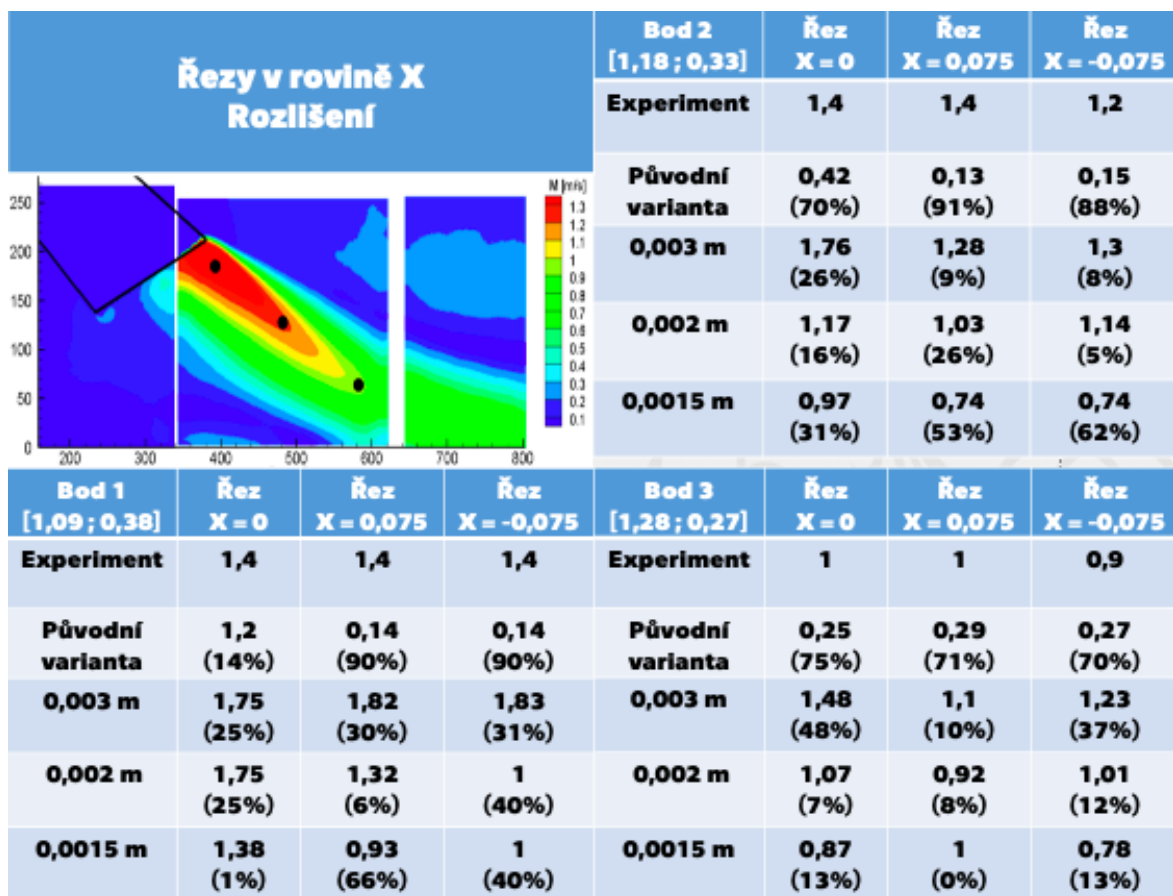
Průměrné maximální rychlosti Rozlišení					
	Řez $X = 0$	Řez $X = 0,075$	Řez $Z = 0,01$	Řez $Z = 0,135$	Řez $Z = 0,170$
<b>Experiment</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>3,14 (124%)</b>	<b>2,46 (76%)</b>	<b>1,88 (98%)</b>	<b>3,17 (234%)</b>	<b>3,19 (236%)</b>
<b>0,003 m</b>	<b>2,7 (93%)</b>	<b>2,13 (52%)</b>	<b>0,88 (7%)</b>	<b>2,4 (153%)</b>	<b>2,74 (188%)</b>
<b>0,002 m</b>	<b>2,42 (73%)</b>	<b>1,53 (9%)</b>	<b>0,57 (60%)</b>	<b>1,89 (99%)</b>	<b>2,24 (136%)</b>
<b>0,0015 m</b>	<b>1,78 (27%)</b>	<b>1,36 (3%)</b>	<b>0,81 (15%)</b>	<b>1,9 (100%)</b>	<b>1,91 (101%)</b>

Tabulka 5.5: Srovnání průměrných maximálních rychlostí s experimentem v závislosti na rozlišení,  $\alpha = 0.01$

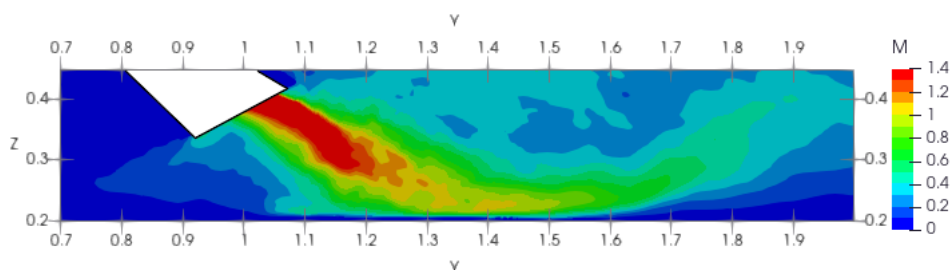
i maximálních rychlostí v řezech  $x = \pm 75$  mm považovat za symetrický, hodnoty rychlostí se liší jen minimálně. U nejvyššího rozlišení  $dp = 0.0015$  m došlo k mírnému rozšíření hlavního proudového paprsku, viz obr.5.20. Jak ukazuje srovnání průměrných rychlostí v tab. 5.6, průměrně došlo ke snížení relativní chyby přibližně o 50 %, zejména v oblasti mimo nejvyšší rychlosti se již rychlosti od experimentu prakticky neliší.



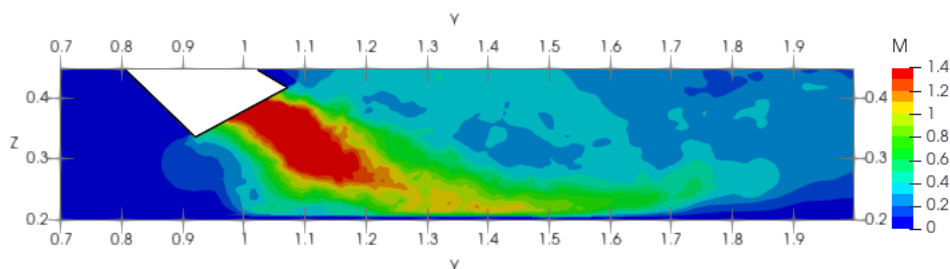
Obrázek 5.18: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.01$



Tabulka 5.6: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech ve vertikální rovině s experimentem v závislosti na rozlišení,  $\alpha = 0.01$

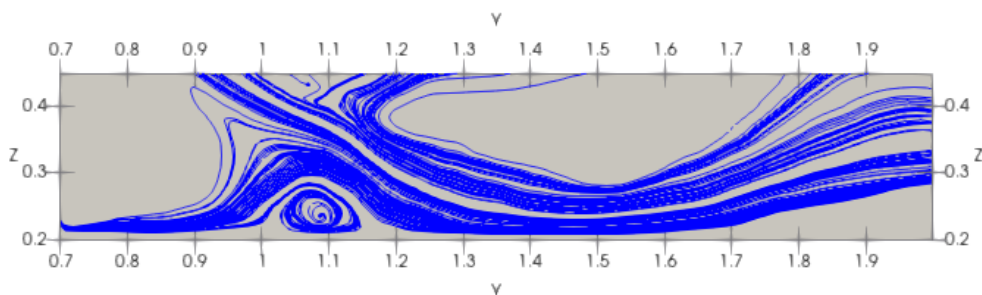


Obrázek 5.19: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.01$

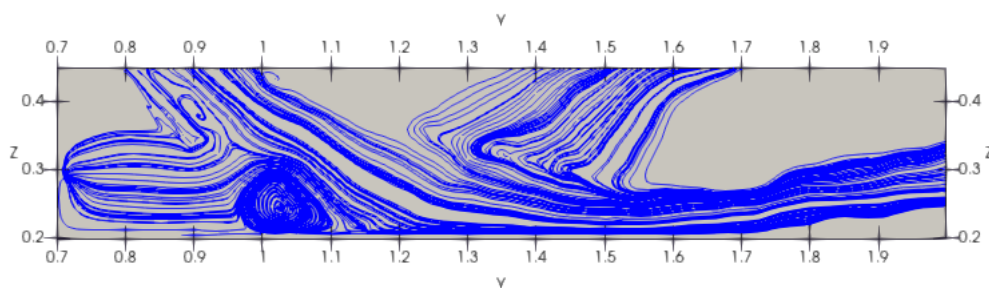


Obrázek 5.20: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.01$

Proudové a vírové pole ve vertikální rovině se od varianty  $dp = 0.002$  m již velmi podobá experimentu. Jediný rozdíl u proudových polí nejvyšších rozlišení se vyskytuje pouze na konci oblasti, kde u  $dp = 0.002$  m se hlavní proudový paprsek stáčí k hladině, viz obr.5.21, naopak u  $dp = 0.0015$  m zůstává u dna kanálu, viz obr.5.22. Hlavní proudový paprsek držící se u dna kanálu nebyl pozorován u žádných jiných numerických simulací, v této oblasti již navíc nejsou dostupná experimentální data, proto nelze zcela jistě rozhodnout, která z variant je ta správná.



Obrázek 5.21: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.01$



Obrázek 5.22: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.01$

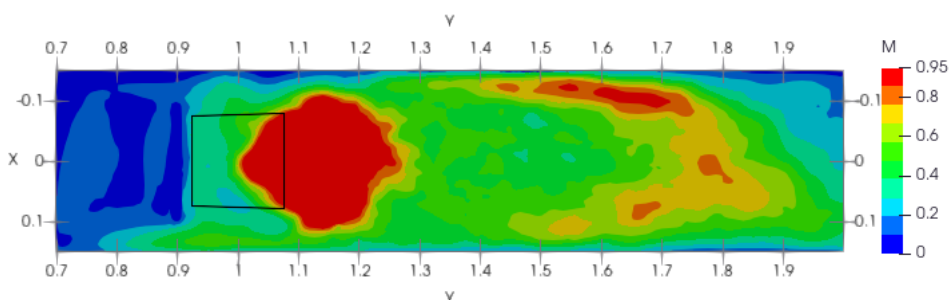
Zvýšení rozlišení vede v horizontální rovině ke snížení průměrných rychlostí. Ze srovnání průměrných rychlostí v různých oblastech nelze jednoznačně říci, že nejvyšší rozlišení predikuje nejpřesnější hodnoty, viz tab.5.7. Na druhou stranu oproti původní variantě dosahují všechna vyšší rozlišení přesnějších výsledků. Rozložení rychlostí se u všech variant příliš neliší, drobné rozdíly lze pozorovat na konci oblasti, jak je patrné z obr.5.23, 5.24 a 5.25.

V proudovém a vírovém poli v horizontální rovině u vyšších rozlišení již můžeme pozorovat začínající mírnou asymetrii, viz obr.5.26 a 5.27. Oproti původní variantě došlo k výraznému přiblížení k experimentálním datům.

Na základě vypočtených výsledků lze konstatovat, že rozlišení je zcela kritický parametr pro zkoumanou úlohu. Zvýšení počtu částic při konstantní vyhlazovací délce vede obecně ke snížení rychlostí i zpřesnění polohy proudových a vírových

Řezy v rovině Z Rozlišení				Bod 2 [1,45 ; 0]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Původní varianta</b>	<b>1,82</b> (92%)	<b>0,33</b> (65%)	<b>0,25</b> (17%)				
<b>0,003 m</b>	<b>0,75</b> (21%)	<b>0,41</b> (105%)	<b>0,42</b> (40%)				
<b>0,002 m</b>	<b>0,51</b> (46%)	<b>0,28</b> (40%)	<b>0,32</b> (7%)				
<b>0,0015 m</b>	<b>0,68</b> (72%)	<b>0,26</b> (30%)	<b>0,34</b> (13%)				
Bod 1 [1,15 ; 0]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170	Bod 3 [1,45 ; 0,075]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Experiment</b>	<b>0,2</b>	<b>0,85</b>	<b>0,95</b>	<b>Experiment</b>	<b>0,95</b>	<b>0,15</b>	<b>0,25</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>0,76</b> (280%)	<b>1,09</b> (28%)	<b>0,1</b> (90%)	<b>Původní varianta</b>	<b>1,81</b> (91%)	<b>0,11</b> (27%)	<b>0,18</b> (28%)
<b>0,003 m</b>	<b>0,01</b> (95%)	<b>2,15</b> (153%)	<b>1,1</b> (16%)	<b>0,003 m</b>	<b>0,75</b> (21%)	<b>0,44</b> (193%)	<b>0,37</b> (48%)
<b>0,002 m</b>	<b>0,22</b> (10%)	<b>1,4</b> (65%)	<b>0,78</b> (19%)	<b>0,002 m</b>	<b>0,43</b> (45%)	<b>0,39</b> (160%)	<b>0,31</b> (24%)
<b>0,0015 m</b>	<b>0,41</b> (105%)	<b>1,24</b> (46%)	<b>0,79</b> (17%)	<b>0,0015 m</b>	<b>0,53</b> (56%)	<b>0,28</b> (87%)	<b>0,29</b> (17%)

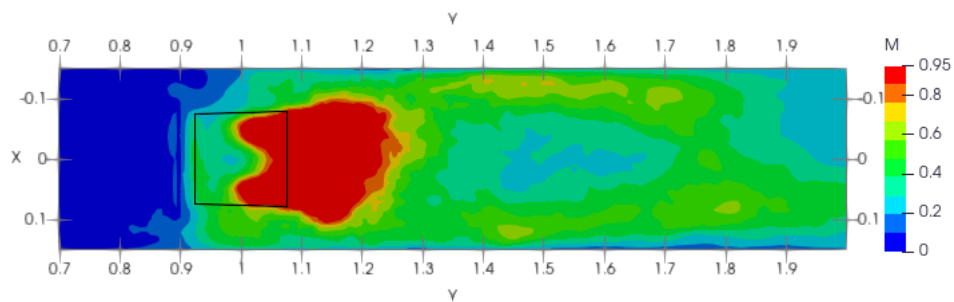
Tabulka 5.7: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech v horizontální rovině s experimentem v závislosti na rozlišení,  $\alpha = 0.01$



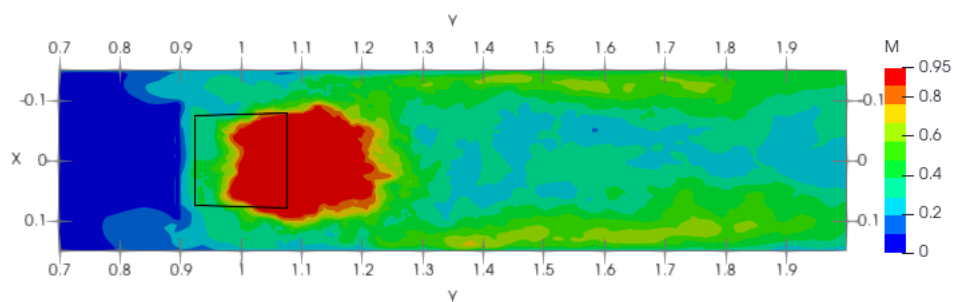
Obrázek 5.23: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 135 mm ode dna kanálu ( $z = 135$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.01$

struktur v celé oblasti až do rozlišení  $dp = 0.002$  m. U varianty  $dp = 0.0015$  m lze pozorovat další snížení velikostí maximálních rychlostí, proudové pole se ale již prakticky nezměnilo, na základě toho se můžeme domnívat, že jsme dosáhli dostatečně vysokého rozlišení a vyšší rozlišení již není nutné napočítávat. U varianty  $dp = 0.0015$  m výrazně roste celková doba výpočtu ( $\approx$  o 100 %) i minimální požadovaný počítačový výkon.

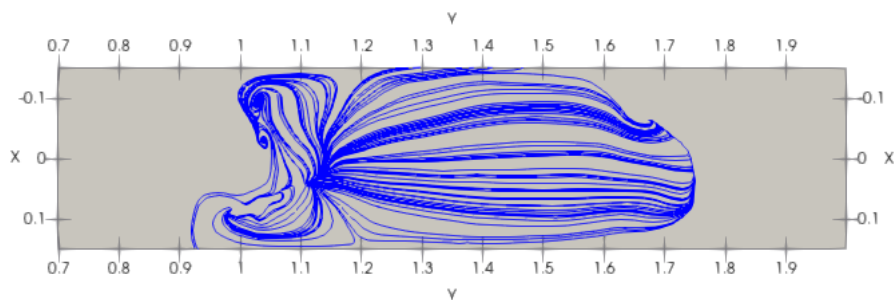




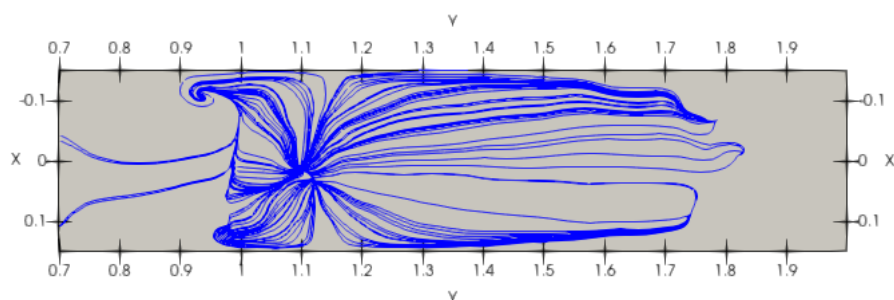
Obrázek 5.24: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 135 mm ode dna kanálu ( $z = 135$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.01$



Obrázek 5.25: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 135 mm ode dna kanálu ( $z = 135$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.01$



Obrázek 5.26: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.01$

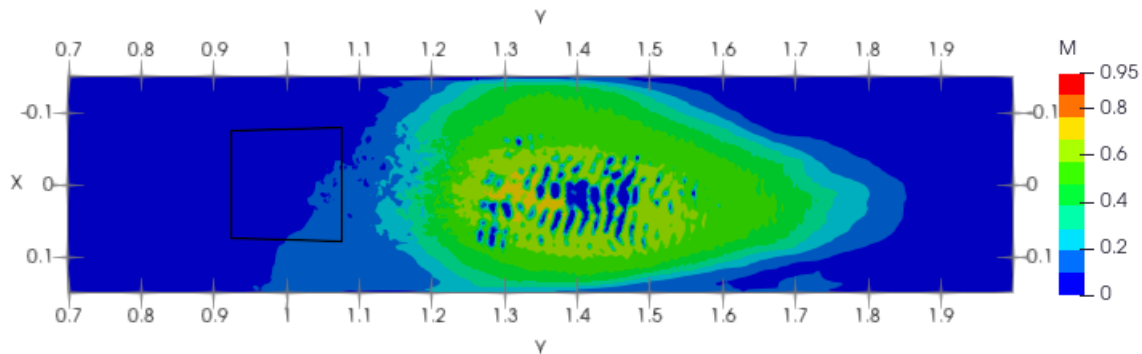


Obrázek 5.27: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.0015$  m,  $\alpha = 0.01$

## 5.4. Jádno

Veškeré dosud vypočítané výsledky používaly Wendlandovo jádro, tato část se proto zaměřuje zejména na jádro kubické. Bylo napočítáno více variant s měnícím se rozlišením. Rozlišení byla vybrána  $dp = 0.003$  m a  $dp = 0.002$  m. Doba výpočtu s kubickým jádrem byla u nižších rozlišení přibližně dvakrát delší oproti délce výpočtu s Wendlandovým jádrem, u vyšších rozlišení byla přibližně o polovinu delší.

Při testovacích výpočtech bylo zjištěno, že při použití modelu umělé viskozity s nižší hodnotou  $\alpha = 0.01$  a nižším rozlišením se objevují vzduchové bubliny u dna kanálu, viz obr.5.28, proto byla pro citlivostní analýzu vybrána hodnota  $\alpha = 0.1$ .



Obrázek 5.28: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.01$ , Jádro: kubické

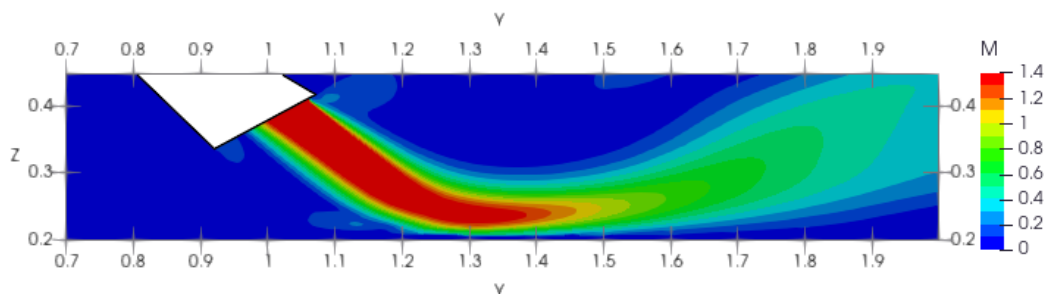
Na rozdíl od jiných numerických parametrů nedošlo ke snížení maximálních rychlostí se zvyšujícím se rozlišením. Průměrné maximální rychlosti jsou ve všech řezech nižší u nižšího rozlišení  $dp = 0.003$  m, viz porovnání maxim rychlostí v tab.5.8. Maxima rychlostí u vyššího rozlišení  $dp = 0.002$  m jsou si velmi podobná bez ohledu na použité jádro.

Rozložení rychlostí ve vertikální rovině se u variant s kubickým jádrem změnilo jen minimálně, hlavní proudový paprsek se posunul mírně k horní stěně výstupu sifonu, viz obr.5.29. V porovnání s Wendlandovým jádrem má kubická varianta širší hlavní proudový paprsek, délka proudového paprsku je podobná, viz obr.5.30 a obr.5.31. Z porovnání průměrných rychlostí ve vybraných bodech vyplývá, že zvýšením rozlišení u kubické varianty se relativní chyba překvapivě zvýšila průměrně přibližně o 30 % (na vysokých 70 %), nejnižší relativní chyba je u Wendlandova jádra ( $dp = 0.002$  m), kde se průměrně pohybuje okolo 30 %, viz tab.5.9.

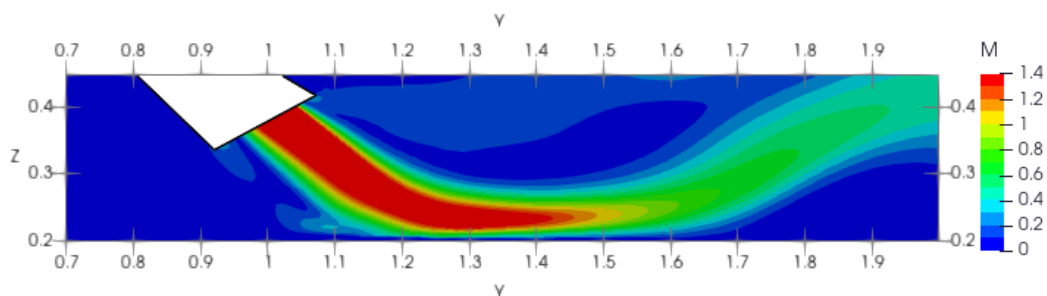


Průměrné maximální rychlosti Jádro					
	Řez $X = 0$	Řez $X = 0,075$	Řez $Z = 0,01$	Řez $Z = 0,135$	Řez $Z = 0,170$
<b>Experiment</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>3,14 (124%)</b>	<b>2,46 (76%)</b>	<b>1,88 (98%)</b>	<b>3,17 (234%)</b>	<b>3,19 (236%)</b>
<b>0,003 m kubické</b>	<b>2,14 (53%)</b>	<b>1,1 (21%)</b>	<b>0,58 (39%)</b>	<b>2 (110%)</b>	<b>2,11 (122%)</b>
<b>0,003 m Wendland</b>	<b>2,54 (82%)</b>	<b>1,5 (7%)</b>	<b>0,98 (3%)</b>	<b>2,39 (152%)</b>	<b>2,5 (163%)</b>
<b>0,002 m kubické</b>	<b>2,37 (69%)</b>	<b>1,43 (2%)</b>	<b>0,68 (28%)</b>	<b>2,09 (120%)</b>	<b>2,26 (131%)</b>
<b>0,002 m Wendland</b>	<b>2,4 (71%)</b>	<b>1,36 (3%)</b>	<b>0,59 (38%)</b>	<b>2,1 (121%)</b>	<b>2,24 (136%)</b>

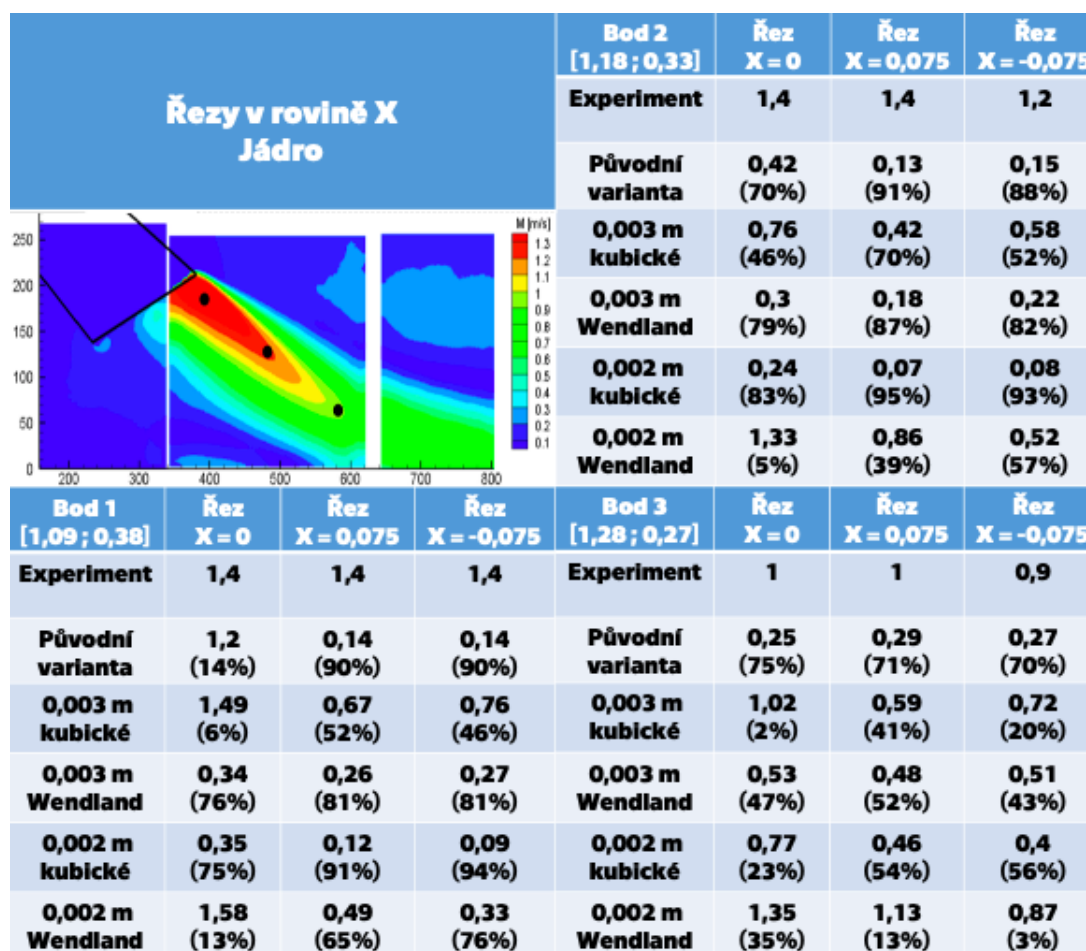
Tabulka 5.8: Srovnání numericky získaných průměrných maximálních rychlostí s experimentem v závislosti na zvoleném jádru



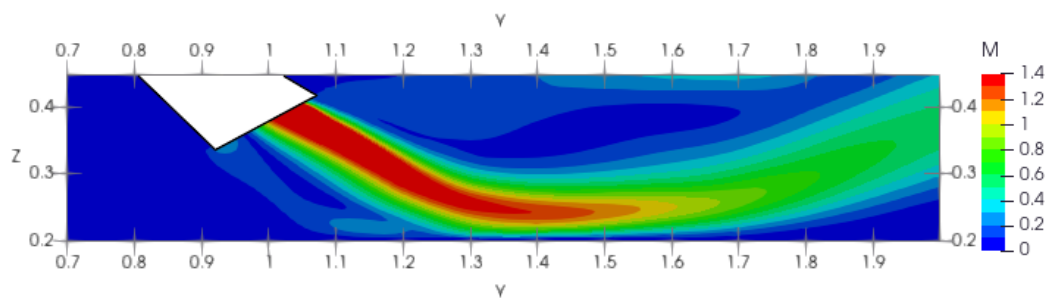
Obrázek 5.29: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ , Jádro: kubické



Obrázek 5.30: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Jádro: kubické

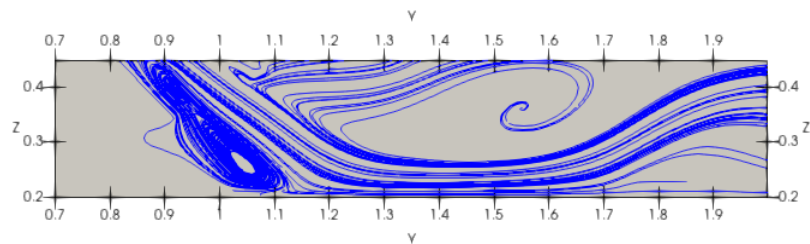


Tabulka 5.9: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech ve vertikální rovině s experimentem v závislosti na zvoleném jádru

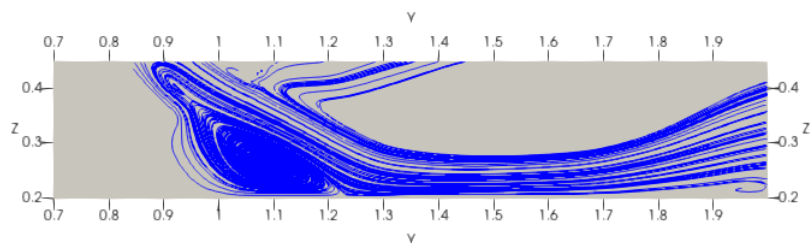


Obrázek 5.31: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Jádro: Wendlandovo

U proudového a vírového pole kubické varianty se ve vertikální rovině objevuje počátek velkého víru nad hlavním proudovým paprskem, který se u Wendlandova jádra nevyskytuje, viz obr.5.33. Na konci výpočetní oblasti se u kubické varianty zvedá hlavní proudový paprsek ke hladině, viz obr.5.32.

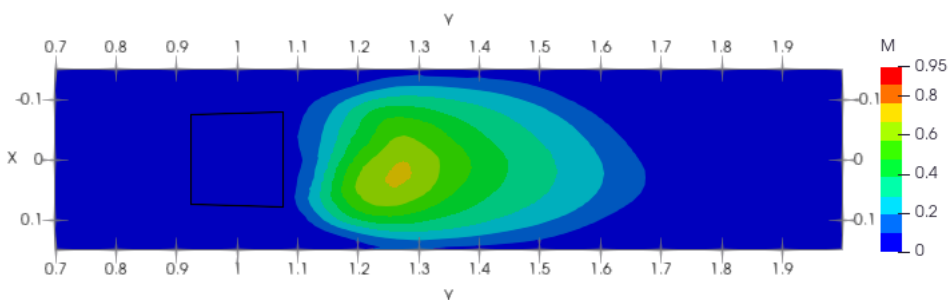


Obrázek 5.32: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Jádro: kubické



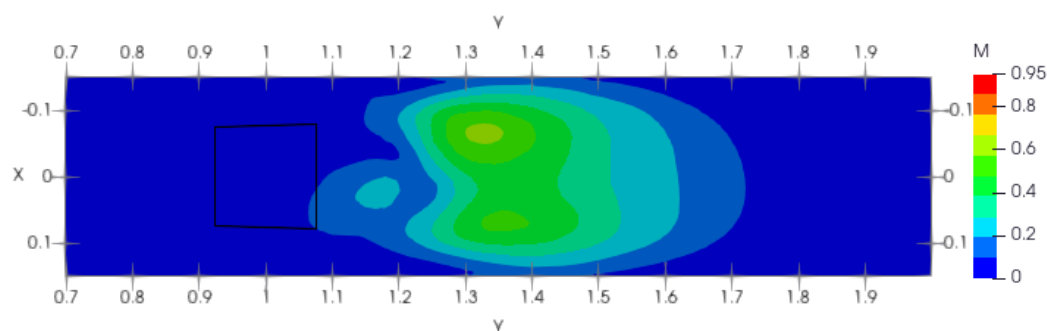
Obrázek 5.33: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Jádro: Wendlandovo

V horizontální rovině má rychlostní rozložení kubické varianty rozmazaný charakter, oblast nejvyšších rychlostí leží mírně asymetricky mimo osu, viz obr.5.34. Rychlostní rozložení Wendlandova jádra je více asymetrické, viz obr.5.35. Z porovnání průměrných rychlostí vychází nejlépe varianta  $dp = 0.002$  m s Wendlandovým jádrem, relativní chyba se průměrně pohybuje okolo 50 %, relativní chyba u kubické varianty s totožným rozlišením je mírně vyšší, viz porovnání průměrných rychlostí v tab.5.10.



Obrázek 5.34: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Jádro: kubické

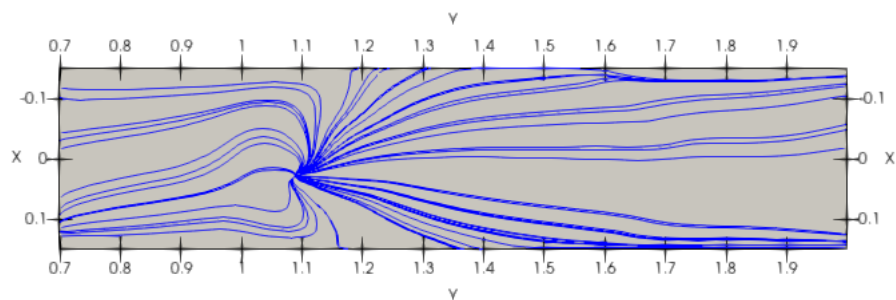
V proudovém a vírovém poli v horizontální rovině se u kubické varianty objevuje zřetelná asymetrie, viz obr.5.36.



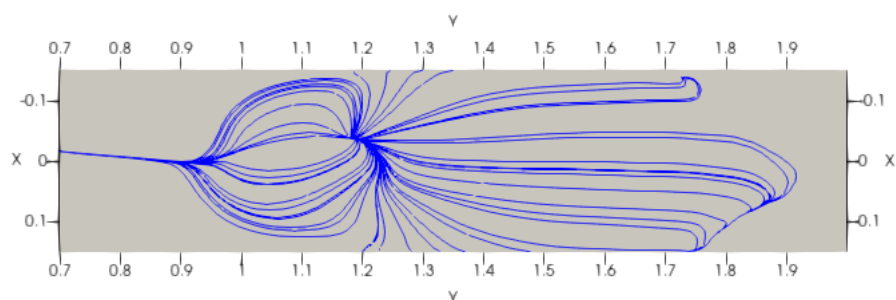
Obrázek 5.35: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Jádru: Wendlandovo

<b>Řezy v rovině Z Jádru</b>				<b>Bod 2 [1,45 ; 0]</b>			
				<b>Řez Z = 0,01</b>	<b>Řez Z = 0,135</b>	<b>Řez Z = 0,170</b>	
				<b>Experiment</b>	<b>0,95</b>	<b>0,2</b>	<b>0,3</b>
<b>Původní varianta</b>				<b>1,82</b> (92%)	<b>0,33</b> (65%)	<b>0,25</b> (17%)	
<b>0,003 m kubické</b>				<b>0,32</b> (66%)	<b>0,05</b> (75%)	<b>0,08</b> (73%)	
<b>0,003 m Wendland</b>				<b>0,36</b> (62%)	<b>0,1</b> (50%)	<b>0,14</b> (53%)	
<b>0,002 m kubické</b>				<b>0,37</b> (61%)	<b>0,07</b> (65%)	<b>0,1</b> (67%)	
<b>0,002 m Wendland</b>				<b>0,37</b> (61%)	<b>0,09</b> (55%)	<b>0,05</b> (83%)	
<b>Bod 1 [1,15 ; 0]</b>		<b>Bod 3 [1,45 ; 0,075]</b>					
<b>Řez Z = 0,01</b>	<b>Řez Z = 0,135</b>	<b>Řez Z = 0,170</b>		<b>Řez Z = 0,01</b>	<b>Řez Z = 0,135</b>	<b>Řez Z = 0,170</b>	
<b>Experiment</b>	<b>0,2</b>	<b>0,85</b>	<b>0,95</b>	<b>Experiment</b>	<b>0,95</b>	<b>0,15</b>	<b>0,25</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>0,76</b> (280%)	<b>1,09</b> (28%)	<b>0,1</b> (90%)	<b>Původní varianta</b>	<b>1,81</b> (91%)	<b>0,11</b> (27%)	<b>0,18</b> (28%)
<b>0,003 m kubické</b>	<b>0,05</b> (75%)	<b>1,38</b> (62%)	<b>0,2</b> (79%)	<b>0,003 m kubické</b>	<b>0,22</b> (77%)	<b>0,19</b> (27%)	<b>0,05</b> (80%)
<b>0,003 m Wendland</b>	<b>0,53</b> (165%)	<b>0,44</b> (48%)	<b>0,21</b> (78%)	<b>0,003 m Wendland</b>	<b>0,23</b> (76%)	<b>0,41</b> (173%)	<b>0,22</b> (12%)
<b>0,002 m kubické</b>	<b>0,28</b> (40%)	<b>0,59</b> (31%)	<b>0,09</b> (91%)	<b>0,002 m kubické</b>	<b>0,28</b> (71%)	<b>0,07</b> (53%)	<b>0,12</b> (52%)
<b>0,002 m Wendland</b>	<b>0,17</b> (15%)	<b>1,75</b> (105%)	<b>0,36</b> (62%)	<b>0,002 m Wendland</b>	<b>0,39</b> (59%)	<b>0,11</b> (27%)	<b>0,13</b> (48%)

Tabulka 5.10: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech v horizontální rovině s experimentem v závislosti na zvoleném jádru



Obrázek 5.36: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Jádru: kubické



Obrázek 5.37: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Jádru: Wendlandovo

Kubické jádro je zcela nevhodné pro varianty s nižším rozlišením z důvodu vzniku vzduchových bublin. U vyšších rozlišení je rychlostní pole při použití kubického jádra více nepřesné než při použití Wendlandova jádra, na velikosti maximálních rychlostí volba jádra vliv nemá. Velkou nevýhodou kubického jádra je výrazné prodloužení doby výpočtu. Z výše uvedených důvodů doporučujeme volbu Wendlandova jádra.

## 5.5. Integrační schéma

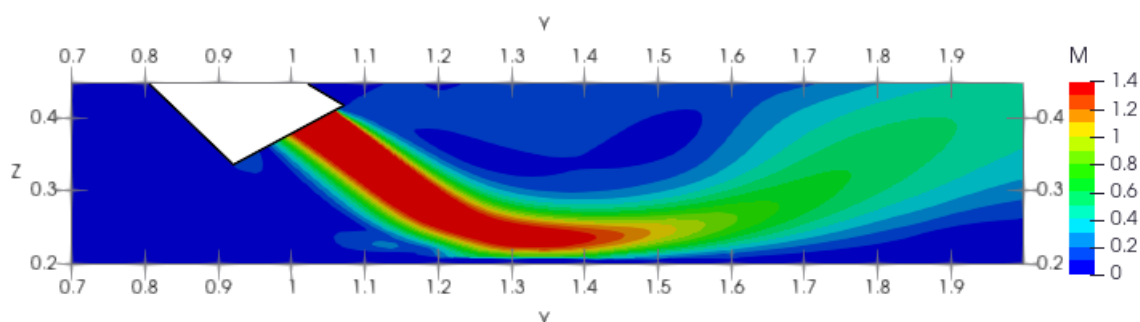
Veškeré předchozí výpočty byly počítány s Verletovým integračním schématem, proto je v této sekci zkoumán zejména vliv Matthewsova-Verletova integračního schématu typu prediktor-korektor. Celková doba výpočtu se prodloužila relativně výrazně, u nižších rozlišení přibližně o 50 %, u vyšších rozlišení až o 100 %. Z důvodu vyšší časové náročnosti výpočtu byly spočítány pouze varianty  $dp = 0.003$  m a  $dp = 0.002$  m.

Maximální rychlosti se použitím Matthewsova-Verletova integračního schématu u varianty  $dp = 0.003$  m snížily přibližně o 15 %, u  $dp = 0.002$  m jsou hodnoty zcela totožné s původním integračním schématem, viz tab.5.11.

Průměrné maximální rychlosti Integrační schéma					
	Řez X = 0	Řez X = 0,075	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Experiment</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>3,14 (124%)</b>	<b>2,46 (76%)</b>	<b>1,88 (98%)</b>	<b>3,17 (234%)</b>	<b>3,19 (236%)</b>
<b>0,003 m Verlet</b>	<b>2,54 (82%)</b>	<b>1,5 (7%)</b>	<b>0,98 (3%)</b>	<b>2,39 (152%)</b>	<b>2,5 (163%)</b>
<b>0,003 m Matthews</b>	<b>2,19 (56%)</b>	<b>1,2 (14%)</b>	<b>0,84 (12%)</b>	<b>2,03 (114%)</b>	<b>2,14 (125%)</b>
<b>0,002 m Verlet</b>	<b>2,4 (71%)</b>	<b>1,36 (3%)</b>	<b>0,59 (38%)</b>	<b>2,1 (121%)</b>	<b>2,24 (136%)</b>
<b>0,002 m Matthews</b>	<b>2,4 (71%)</b>	<b>1,39 (1%)</b>	<b>0,57 (40%)</b>	<b>2,06 (117%)</b>	<b>2,21 (133%)</b>

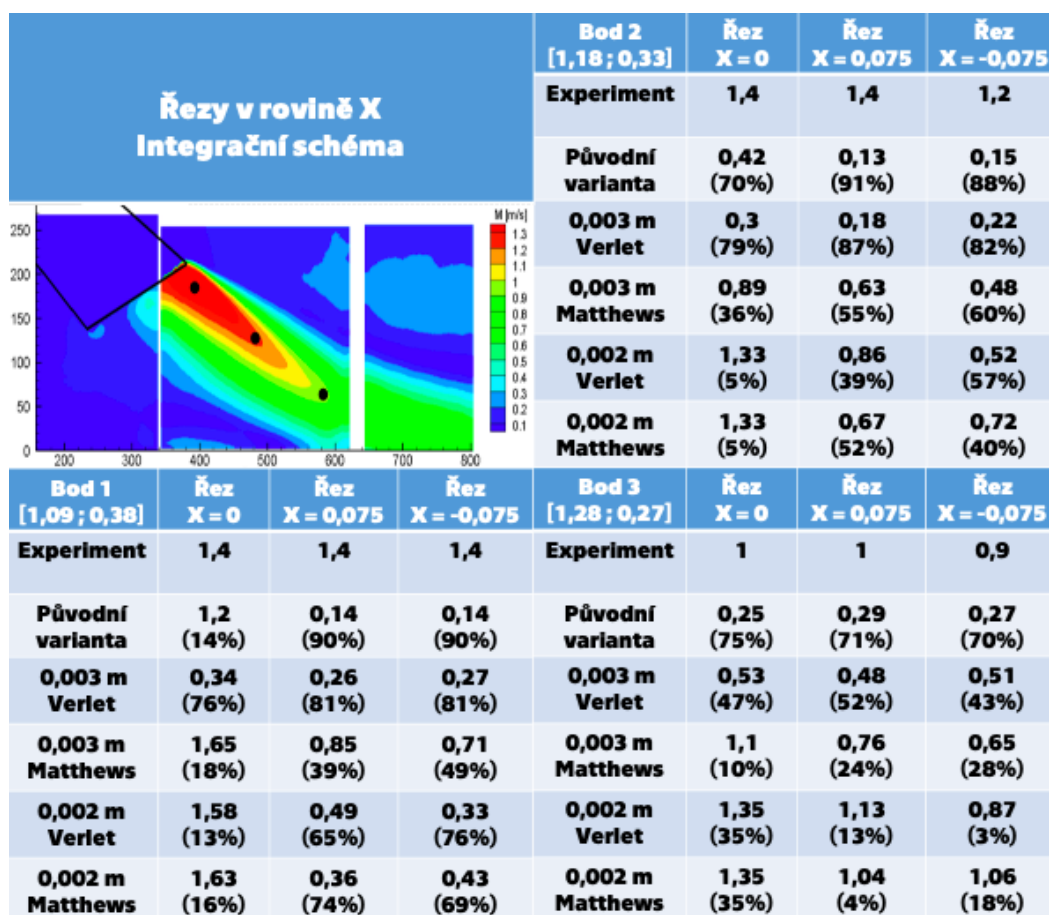
Tabulka 5.11: Srovnání numericky získaných průměrných maximálních rychlostí s experimentem v závislosti na integračním schématu

Rychlostní rozložení ve vertikální rovině se u nižších rozlišení liší jen velmi mírně, zejména u šířky a polohy oblasti s nejvyššími rychlostmi, viz obr.5.38 a 5.39. U varianty  $dp = 0.002$  m jsou rozložení rychlostí zcela totožná, viz obr.5.40 a 5.41. Podobnost výsledků potvrzuje i porovnání průměrných rychlostí ve vybraných bodech v tab.5.12, kde se hodnoty rychlostí také liší jen minimálně. U nižších rozlišení je rozdíl hodnot průměrných rychlostí větší.

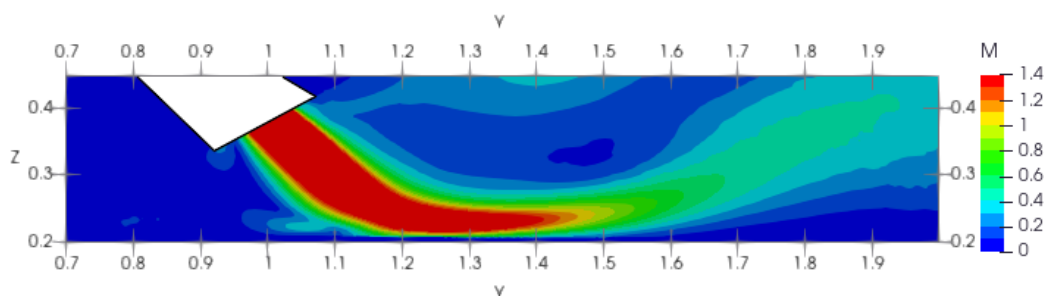


Obrázek 5.38: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Matthews-Verlet



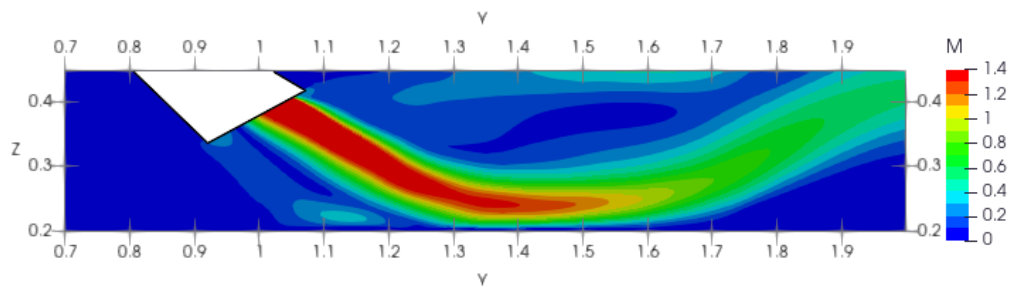


Tabulka 5.12: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech ve vertikální rovině s experimentem v závislosti na zvoleném jádru

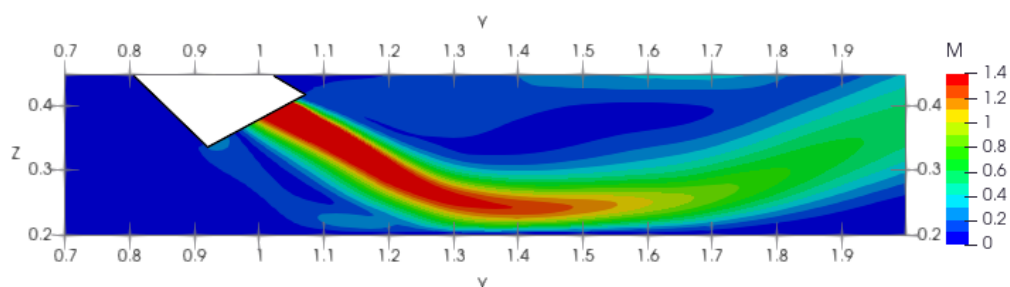


Obrázek 5.39: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Verlet

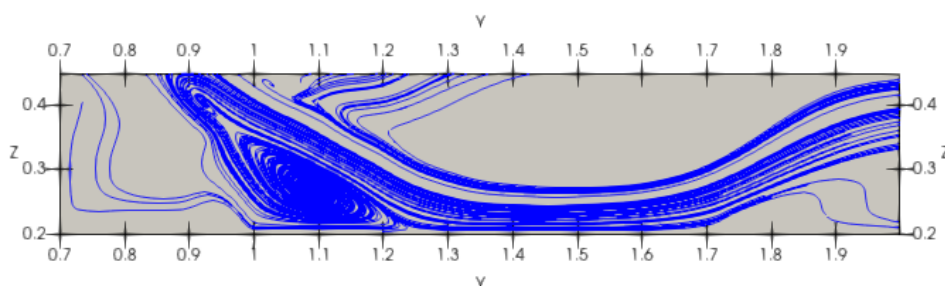
Proudové a tokové struktury ve vertikální rovině jsou si velmi podobné, jediný rozdíl můžeme pozorovat na konci výpočetní oblasti, kde Matthewsova-Verletova varianta predikuje stáčení hlavního proudového paprsku k hladině, viz obr.5.42, na rozdíl od Verletovy varianty, u které je paprsek spíše v dolní polovině kanálu, viz obr.5.43. Ani jedna z variant chybně nepredikuje velký čelní vír nad hlavním proudovým paprskem.



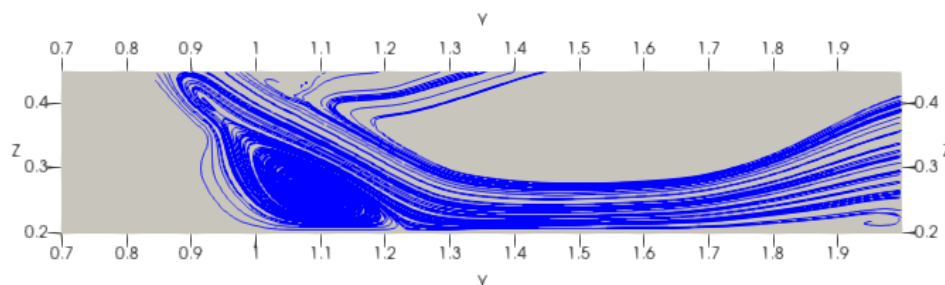
Obrázek 5.40: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Matthews-Verlet



Obrázek 5.41: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Verlet



Obrázek 5.42: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Matthews-Verlet



Obrázek 5.43: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Verlet



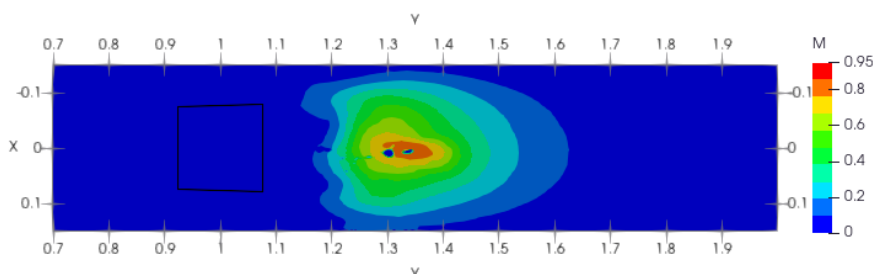
Rychlostní rozložení v horizontální rovině obou variant se liší jen minimálně, viz obr.5.46 a 5.47. Průměrné rychlosti ve vybraných bodech jsou prakticky totožné, liší se v jednotkách setin  $\text{ms}^{-1}$ , viz tab.5.13. U Matthewsovy-Verletovy varianty s nižším rozlišením lze pozorovat ve středu oblasti malé shluky vzduchových bublin, viz obr.5.44, které se v oblasti vyskytovat nemají. Tento efekt je ještě více umocněn u varianty s nižšími hodnotami umělé viskozity  $\alpha$  (v našem případě  $\alpha = 0.01$ ), kde došlo k vytvoření značného množství zmíněných bublin, viz obr. 5.45.

Řezy v rovině Z Integrační schéma				Bod 2 [1,45 ; 0]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
				<b>Experiment</b>	<b>0,95</b>	<b>0,2</b>	<b>0,3</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>1,82</b> (92%)	<b>0,33</b> (65%)	<b>0,25</b> (17%)				
<b>0,003 m Verlet</b>	<b>0,36</b> (62%)	<b>0,1</b> (50%)	<b>0,14</b> (17%)				
<b>0,003 m Matthews</b>	<b>0,38</b> (60%)	<b>0,09</b> (55%)	<b>0,09</b> (70%)				
<b>0,002 m Verlet</b>	<b>0,37</b> (61%)	<b>0,09</b> (55%)	<b>0,05</b> (83%)				
<b>0,002 m Matthews</b>	<b>0,4</b> (58%)	<b>0,11</b> (45%)	<b>0,07</b> (77%)				

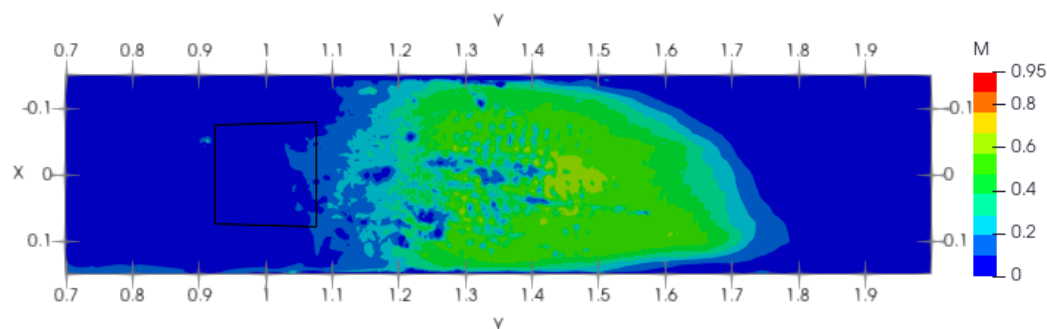
  

Bod 1 [1,15 ; 0]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170	Bod 3 [1,45 ; 0,075]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Experiment</b>	<b>0,2</b>	<b>0,85</b>	<b>0,95</b>	<b>Experiment</b>	<b>0,95</b>	<b>0,15</b>	<b>0,25</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>0,76</b> (280%)	<b>1,09</b> (28%)	<b>0,1</b> (90%)	<b>Původní varianta</b>	<b>1,81</b> (91%)	<b>0,11</b> (27%)	<b>0,18</b> (28%)
<b>0,003 m Verlet</b>	<b>0,53</b> (165%)	<b>0,44</b> (48%)	<b>0,21</b> (78%)	<b>0,003 m Verlet</b>	<b>0,23</b> (76%)	<b>0,41</b> (173%)	<b>0,22</b> (12%)
<b>0,003 m Matthews</b>	<b>0,04</b> (80%)	<b>1,52</b> (79%)	<b>0,27</b> (72%)	<b>0,003 m Matthews</b>	<b>0,24</b> (75%)	<b>0,24</b> (60%)	<b>0,07</b> (72%)
<b>0,002 m Verlet</b>	<b>0,17</b> (15%)	<b>1,75</b> (105%)	<b>0,36</b> (62%)	<b>0,002 m Verlet</b>	<b>0,39</b> (59%)	<b>0,11</b> (27%)	<b>0,13</b> (48%)
<b>0,002 m Matthews</b>	<b>0,22</b> (10%)	<b>1,74</b> (105%)	<b>0,36</b> (62%)	<b>0,002 m Matthews</b>	<b>0,38</b> (60%)	<b>0,14</b> (7%)	<b>0,11</b> (56%)

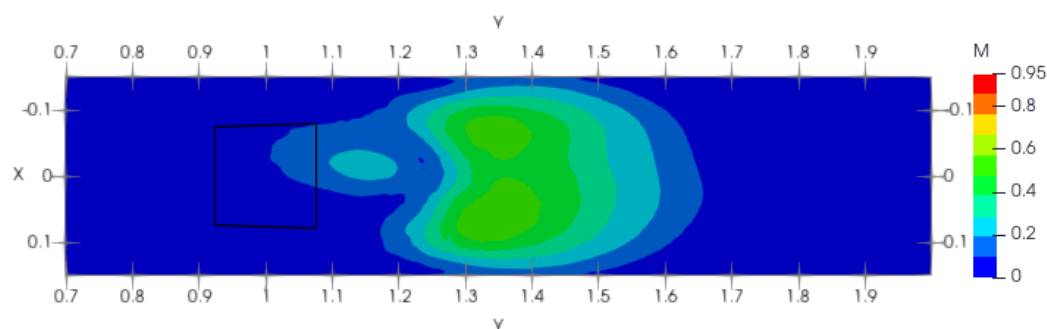
Tabulka 5.13: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech v horizontální rovině s experimentem v závislosti na integračním schématu



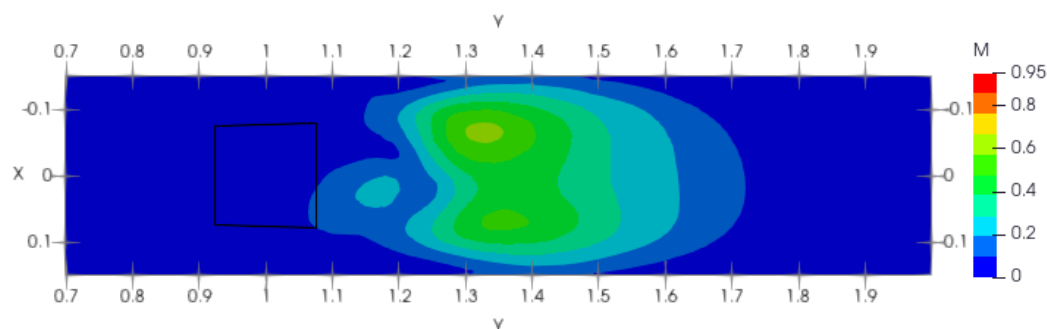
Obrázek 5.44: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10 \text{ mm}$ ), Rozlišení:  $dp = 0.003 \text{ m}$ ,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Matthews-Verlet



Obrázek 5.45: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.01$ , Integrační schéma: Matthews-Verlet

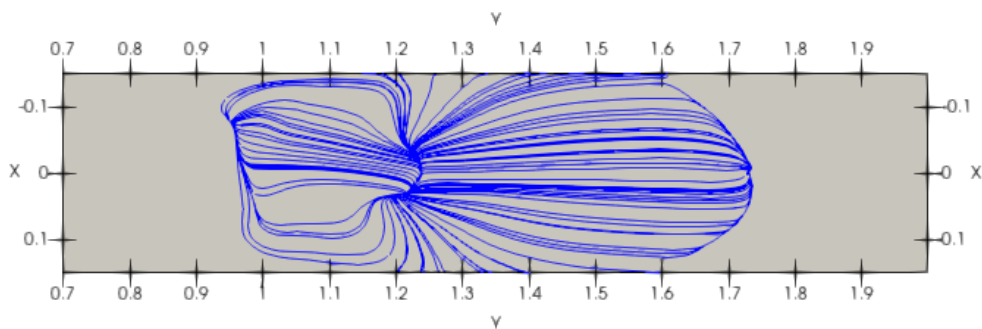


Obrázek 5.46: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Matthews-Verlet

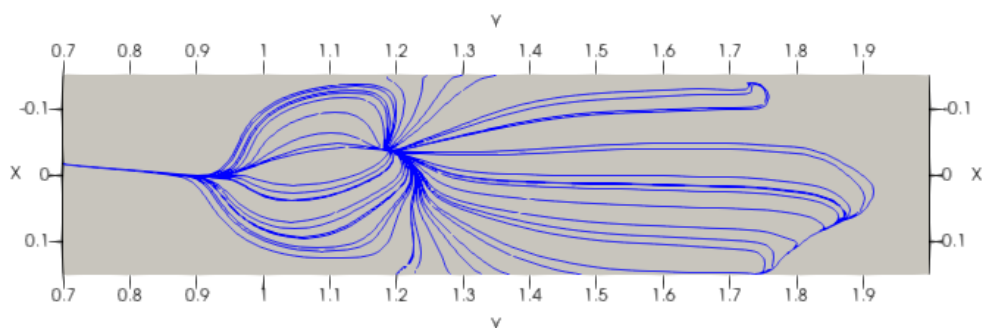


Obrázek 5.47: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Verlet

Proudové a vírové struktury v horizontální rovině predikuje Matthewsova-Verletova varianta velmi dobře, je zde zcela patrná asymetrie hlavního proudového paprsku, která je zcela správně predikována jak nad osou, tak také pod osou, viz obr.5.48. Verletova varianta také předpokládá asymetrii, viz obr.5.49.



Obrázek 5.48: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Matthews-Verlet



Obrázek 5.49: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Integrační schéma: Verlet

Integrační schéma nemá vliv na velikosti ani na rozložení rychlostí, výsledky byly prakticky totožné. I proudové a vírové struktury ovlivňuje jen velmi málo. Zajímavým jevem je chybná predikce vzduchových bublin u variant s nižším rozlišením. Velkou nevýhodou Matthewsova-Verletova schématu je výrazné prodloužení celkové doby výpočtu. Zejména proto doporučujeme použití Verletova integračního schématu, protože kvalita výsledků je u obou interačních schémat velmi podobná.

## 5.6. Vyhlazovací délka

Vyhlazovací délka  $h$  je definována jako poloměr efektivní oblasti a jedná se o konstantní hodnotu. Zvýšením vyhlazovací délky, tj. zvětšením efektivní oblasti, dochází ke zvýšení počtu sousedících částic, které interagují se zkoumanou částicí, což vede k prodloužení celkového času výpočtu. Zvýšení počtu interagujících sousedů by ale také mohlo vést k přesnějšímu řešení.

Vyhlazovací délka se také vyskytuje u modelu umělé vazkosti, konkrétně v náhradě vazkého členu. Zvýšením vyhlazovací délky se přímo úměrně zvyšuje i celková umělá viskozita.

Hodnota vyhlazovací délky se obvykle pohybuje od  $\sqrt{2}dp$  až do  $2.5dp$  v závislosti na dané úloze, existují i případy, kdy je doporučeno použít i vyšší hodnoty  $h$  než zde uvedené. Původní varianta používala  $h = \sqrt{3}dp$ .

V programu DualSPHysics se vyhlazovací délka určuje poněkud nekonvenčně, a to následujícím způsobem:

$$h = h_{coef}h_{def}$$

kde  $h_{coef}$  je koeficient pro danou úlohu, který je obvykle roven jedné, pro úlohy se značným šířením vln se volí [1.2;1.5],  $h_{def}$  je výchozí hodnota vyhlazovací délky zadaná uživatelem.

Z časových důvodů bylo pro výpočet zvoleno rozlišení  $dp = 0.003$  m a byl použit model umělé viskozity  $s = 0.1$ . Veškeré vypočítané výsledky byly porovnány s již vypočítanou variantou  $dp = 0.003$  m,  $s = 0.1$  a  $h = \sqrt{3}dp$ .

Vliv vyhlazovací délky na celkovou dobu výpočtu je vyobrazen v následující tabulce tab.5.14.

Vyhlazovací délka $h$	Doba výpočtu <sup>2</sup> [hod]
$\sqrt{2}dp$	60
$\sqrt{3}dp$	80
$2dp$	96
$2.5dp$	83

Tabulka 5.14: Celkové doby výpočtu u různých vyhlazovacích délek počítaných na nVidia Tesla T4 16 GB.

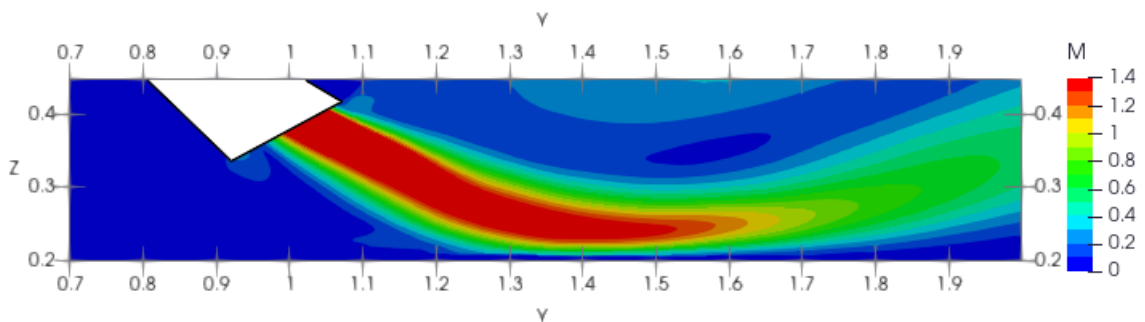
Při porovnání průměrných maximálních rychlostí, uvedených v tab.5.15, lze zjistit, že veškeré varianty predikují výrazně vyšší rychlosti ve vyšších řezech kanálu, kde relativní chyby neklesají pod 100 %, u vertikálních řezů jsou relativní chyby o poznání menší. Nicméně tyto výsledky byly pozorovány u různých variant s podobně vysokým rozlišením. Nejpřesnější hodnoty maximálních rychlostí predikuje varianta  $h = 2dp$ , nejméně přesná je varianta  $h = 2.5dp$ . Obecně lze konstatovat, že prodloužení vyhlazovací délky  $h$  snižuje velikosti rychlostí, nicméně snížení rychlostí je jen malé, možná až zanedbatelné.

<sup>2</sup>Veškeré výpočty byly provedeny na uzlu s RAM 4GB s grafickou kartou nVidia Tesla T4 o RAM 16GB. Při použití jiných grafických karet se celkové doby výpočtu mohou lišit - pro představu uvádíme, že při využití grafické karty nVidia A40 o RAM 48 GB byly totožné úlohy spočítány dvakrát až čtyřikrát rychleji.

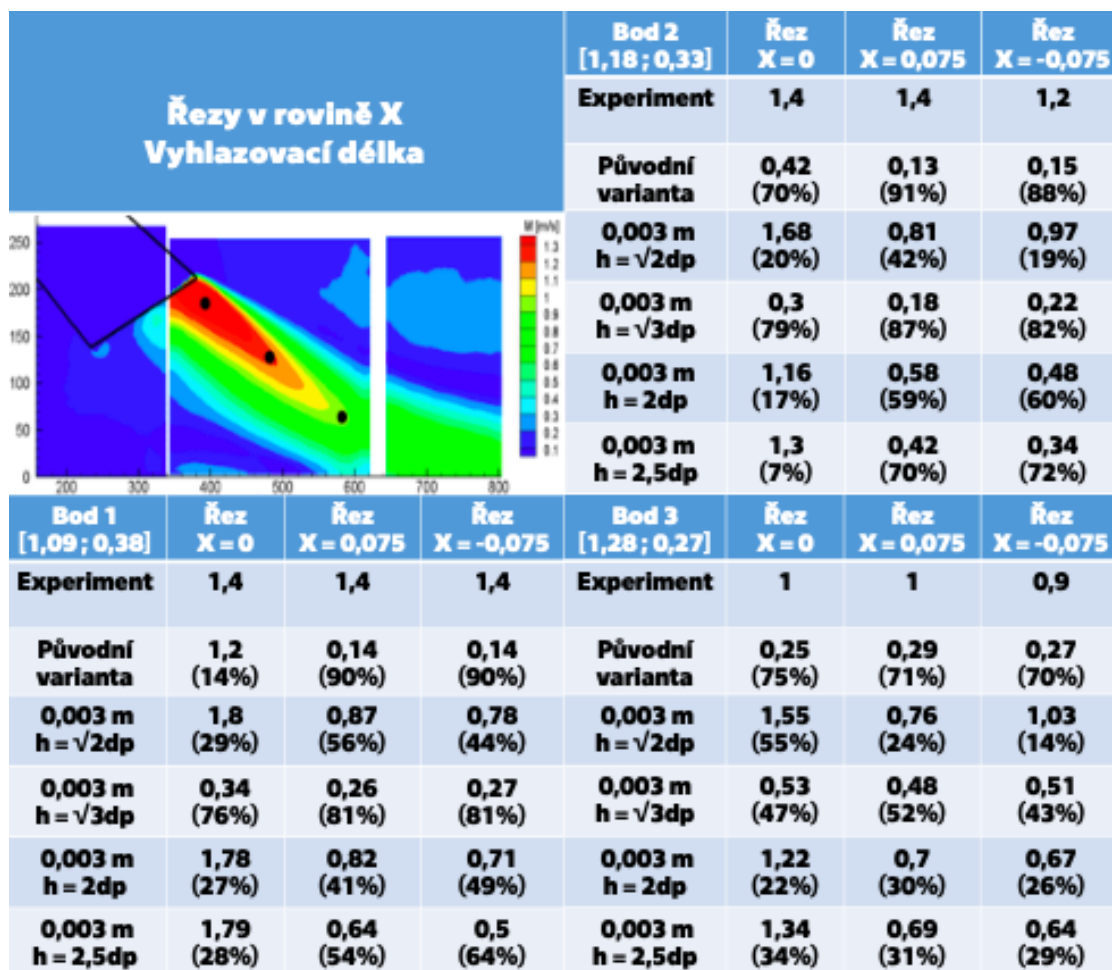
Průměrné maximální rychlosti Vyhlazovací délka					
	Řez X = 0	Řez X = 0,075	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Experiment</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>3,14 (124%)</b>	<b>2,46 (76%)</b>	<b>1,88 (98%)</b>	<b>3,17 (234%)</b>	<b>3,19 (236%)</b>
<b>0,003 m h = <math>\sqrt{2}dp</math></b>	<b>2,41 (72%)</b>	<b>1,16 (17%)</b>	<b>0,45 (53%)</b>	<b>2,04 (115%)</b>	<b>2,23 (135%)</b>
<b>0,003 m h = <math>\sqrt{3}dp</math></b>	<b>2,54 (82%)</b>	<b>1,5 (7%)</b>	<b>0,98 (3%)</b>	<b>2,39 (152%)</b>	<b>2,5 (163%)</b>
<b>0,003 m h = 2dp</b>	<b>2,2 (57%)</b>	<b>1,2 (14%)</b>	<b>0,58 (39%)</b>	<b>2,04 (115%)</b>	<b>2,14 (125%)</b>
<b>0,003 m h = 2,5dp</b>	<b>2,23 (135%)</b>	<b>0,95 (32%)</b>	<b>0,61 (36%)</b>	<b>2,03 (114%)</b>	<b>2,16 (127%)</b>

Tabulka 5.15: Srovnání numericky získaných průměrných maximálních rychlostí s experimentem v závislosti na vyhlazovací délce

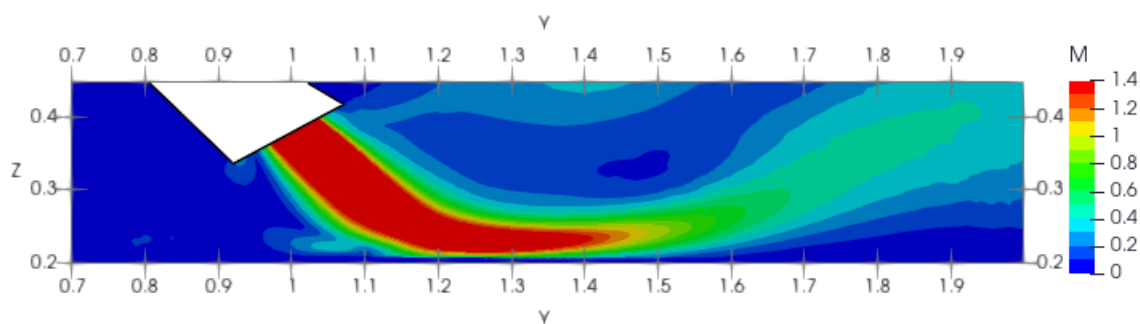
Zkrácení vyhlazovací délky vedlo ve vertikální rovině k prodloužení oblasti s nejvyššími rychlostmi, viz obr.5.50, na konci měřené oblasti jsou rychlosti u této varianty také vyšší. Prodloužení vyhlazovací délky na délku či šířku hlavního proudového paprsku vliv nemělo, viz obr.5.52 a 5.53. Nejlépe predikuje velikost průměrných rychlostí u výstupu sifonu varianta  $h = \sqrt{2}dp$ , mírně horších výsledků (v rámci jednotek %) dosáhly varianty s prodlouženou vyhlazovací délkou, viz porovnání průměrných rychlostí ve vybraných bodech v tab.5.16.



Obrázek 5.50: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ , Vyhlazovací délka:  $h = \sqrt{2}dp$

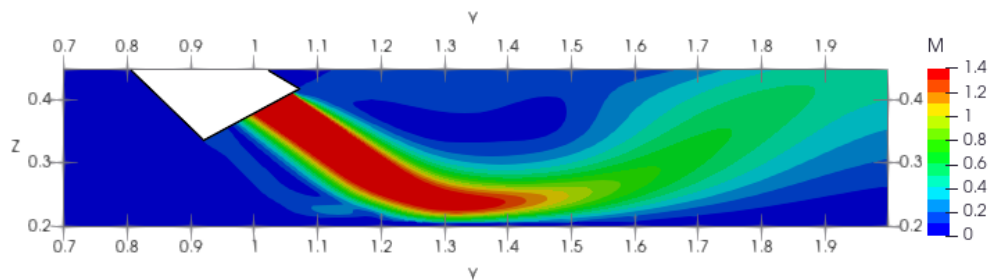


Tabulka 5.16: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech ve vertikální rovině s experimentem v závislosti na vyhlazovací délce

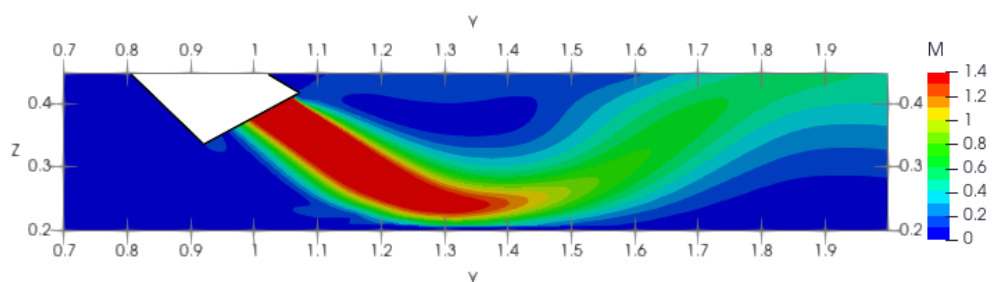


Obrázek 5.51: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ , Vyhlazovací délka:  $h = \sqrt{3}dp$

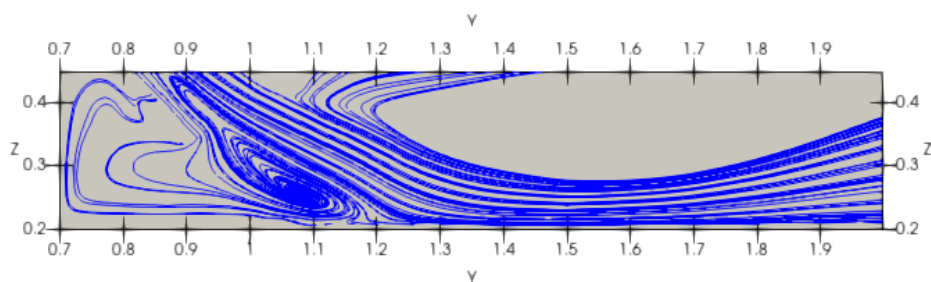
Proudové a vírové pole ve vertikální rovině se zkrácením vyhlazovací délky mírně zlepšilo, již nepredikuje velký vír nad hlavním proudovým paprskem, viz obr.5.54. Prodloužení vyhlazovací délky na proudové a vírové pole žádný vliv nemělo, pro ilustraci je přiložen obr.5.55.



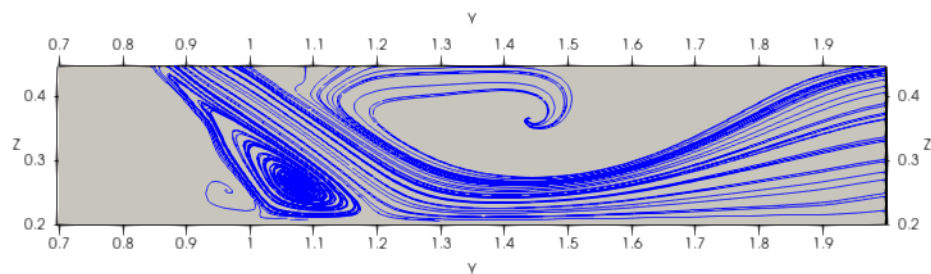
Obrázek 5.52: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ , Vyhlazovací délka:  $h = 2dp$



Obrázek 5.53: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ , Vyhlazovací délka:  $h = 2.5dp$



Obrázek 5.54: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ ,  $h = \sqrt{2}dp$



Obrázek 5.55: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ ,  $h = 2dp$



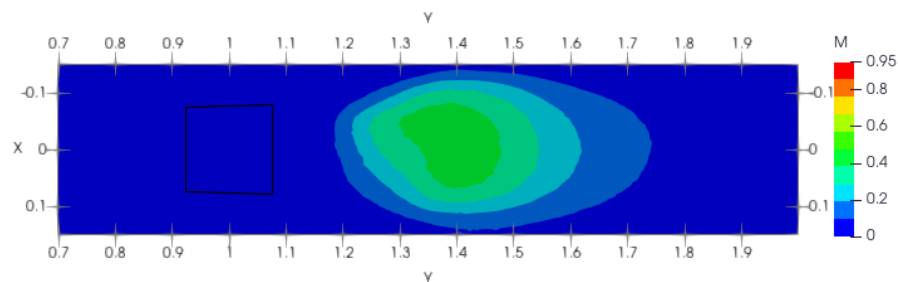
Varianty se zkrácenou i prodlouženou vyhlazovací délkou chybně predikují výrazné snížení rychlostí u dna kanálu, viz obr.5.56. Rychlostní rozložení v horizontální rovině je u všech výše zmíněných variant také velmi podobné. Rychlosti podobné experimentu jsou pouze u varianty  $h = \sqrt{3}dp$ , viz obr.5.57, rovněž proudový paprsek je oproti ostatním variantám širší a posunutý více vlevo. V tab.5.17 jsou uvedeny průměrné rychlosti ve vybraných bodech. Z těchto hodnot lze konstatovat, že zkrácení či prodloužení vyhlazovací délky nemá velký vliv na hodnoty rychlostí.

<b>Řezy v rovině Z Vyhlazovací délka</b>									
				<b>Bod 2 [1,45 ; 0]</b>	<b>Řez Z = 0,01</b>	<b>Řez Z = 0,135</b>	<b>Řez Z = 0,170</b>		
				<b>Experiment</b>	<b>0,95</b>	<b>0,2</b>	<b>0,3</b>		
				<b>Původní varianta</b>	<b>1,82 (92%)</b>	<b>0,33 (65%)</b>	<b>0,25 (17%)</b>		
				<b>0,003 m h = <math>\sqrt{2}dp</math></b>	<b>0,41 (57%)</b>	<b>0,11 (45%)</b>	<b>0,16 (47%)</b>		
				<b>0,003 m h = <math>\sqrt{3}dp</math></b>	<b>0,36 (62%)</b>	<b>0,1 (50%)</b>	<b>0,14 (53%)</b>		
				<b>0,003 m h = 2dp</b>	<b>0,31 (67%)</b>	<b>0,12 (40%)</b>	<b>0,04 (87%)</b>		
				<b>0,003 m h = 2,5dp</b>	<b>0,3 (68%)</b>	<b>0,25 (25%)</b>	<b>0,14 (53%)</b>		
<b>Bod 1 [1,15 ; 0]</b>	<b>Řez Z = 0,01</b>	<b>Řez Z = 0,135</b>	<b>Řez Z = 0,170</b>	<b>Bod 3 [1,45 ; 0,075]</b>	<b>Řez Z = 0,01</b>	<b>Řez Z = 0,135</b>	<b>Řez Z = 0,170</b>		
<b>Experiment</b>	<b>0,2</b>	<b>0,85</b>	<b>0,95</b>	<b>Experiment</b>	<b>0,95</b>	<b>0,15</b>	<b>0,25</b>		
<b>Původní varianta</b>	<b>0,76 (280%)</b>	<b>1,09 (28%)</b>	<b>0,1 (90%)</b>	<b>Původní varianta</b>	<b>1,81 (91%)</b>	<b>0,11 (27%)</b>	<b>0,18 (28%)</b>		
<b>0,003 m h = <math>\sqrt{2}dp</math></b>	<b>0,05 (75%)</b>	<b>1,92 (126%)</b>	<b>0,79 (17%)</b>	<b>0,003 m h = <math>\sqrt{2}dp</math></b>	<b>0,35 (63%)</b>	<b>0,18 (20%)</b>	<b>0,06 (76%)</b>		
<b>0,003 m h = <math>\sqrt{3}dp</math></b>	<b>0,53 (165%)</b>	<b>0,44 (48%)</b>	<b>0,21 (78%)</b>	<b>0,003 m h = <math>\sqrt{3}dp</math></b>	<b>0,23 (76%)</b>	<b>0,41 (173%)</b>	<b>0,22 (12%)</b>		
<b>0,003 m h = 2dp</b>	<b>0,05 (75%)</b>	<b>1,7 (100%)</b>	<b>0,41 (57%)</b>	<b>0,003 m h = 2dp</b>	<b>0,21 (78%)</b>	<b>0,29 (93%)</b>	<b>0,08 (68%)</b>		
<b>0,003 m h = 2,5dp</b>	<b>0,1 (50%)</b>	<b>1,74 (105%)</b>	<b>0,56 (41%)</b>	<b>0,003 m h = 2,5dp</b>	<b>0,16 (83%)</b>	<b>0,36 (140%)</b>	<b>0,14 (44%)</b>		

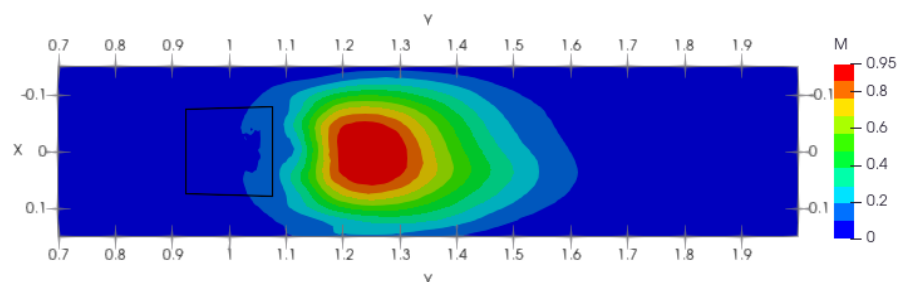
Tabulka 5.17: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech v horizontální rovině s experimentem v závislosti na vyhlazovací délce

Prodloužení vyhlazovací délky nemělo žádný vliv na proudové a vírové pole v horizontální rovině, zůstalo identické jako pro  $h = \sqrt{3}dp$ , asymetrie zde patrná není, viz obr.5.59. Snímky ostatních variant jsou přiloženy v příloze. Naopak u varianty se zkrácenou vyhlazovací délkou došlo ke vzniku zřetelné asymetrie hlavního proudového paprsku, který byl pozorován i v experimentu, viz obr.5.58.

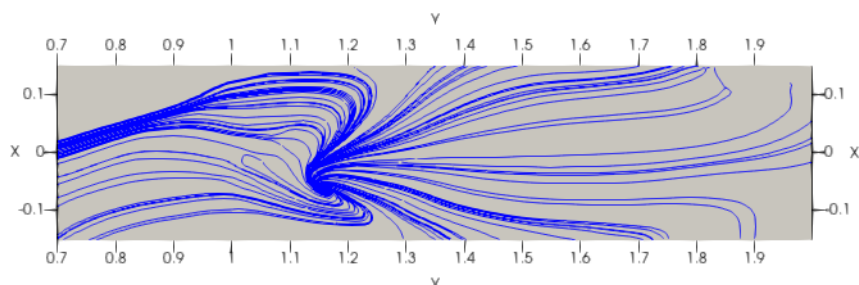




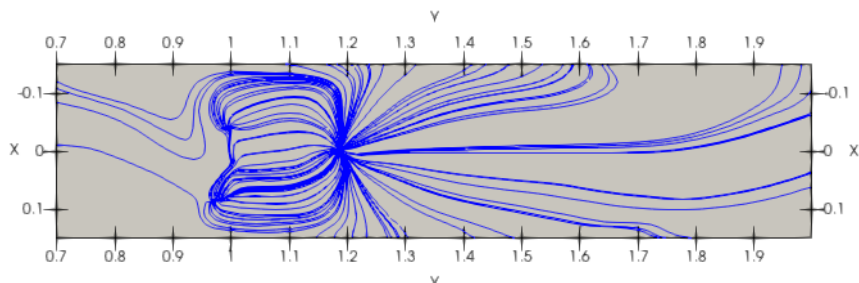
Obrázek 5.56: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ , Vyhlazovací délka:  $h = \sqrt{2}dp$



Obrázek 5.57: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ , Vyhlazovací délka:  $h = \sqrt{3}dp$



Obrázek 5.58: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ ,  $h = \sqrt{2}dp$



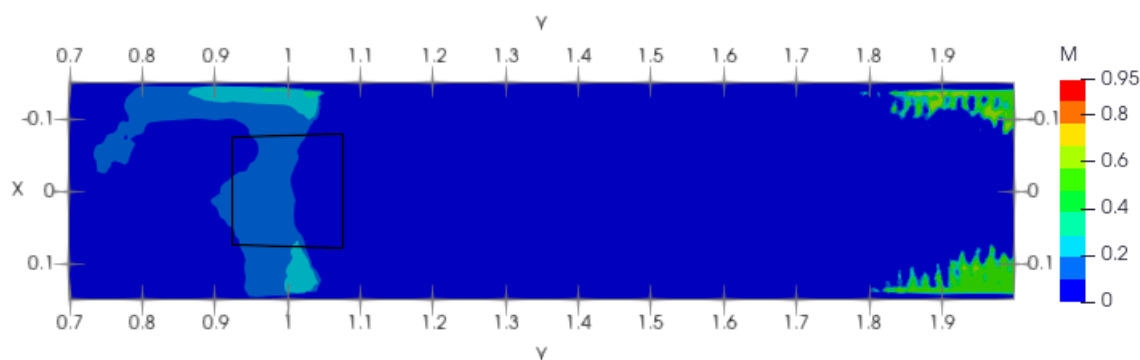
Obrázek 5.59: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\alpha = 0.1$ ,  $h = 2dp$

Prodloužení vyhlazovací délky mírně snížilo velikosti rychlostí, na proudové a vírové pole nemělo žádný vliv. Zkrácení vyhlazovací délky vedlo celkově k mírnému znepečnění rychlostního pole. U proudového a vírového pole došlo k vytvoření asymetrie hlavního proudového paprsku v horizontální rovině, ve vertikální rovině se zase naopak chybně ztratil velký vír u hladiny kanálu. Z vypočtených výsledků vyplývá, že vyhlazovací délka není kritickým parametrem pro zkoumanou úlohu, doporučujeme ponechat původně používanou hodnotu vyhlazovací délky  $h = \sqrt{3}dp$ .

## 5.7. Model LES

Při použití modelu LES byla použita kinematická viskozita vody, rovna  $\nu = 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ . Výsledky jsou porovnány s modelem umělé viskozity.

Z důvodu vyšší časové náročnosti výpočtu při použití modelu LES byly napočítány pouze varianty s  $dp = 0.002 \text{ m}$  a  $0.003 \text{ m}$ . Původně byla vypočítána i varianta  $dp = 0.005 \text{ m}$ . Nicméně se při takto nízkém rozlišení dle očekávání ukázalo úskalí použití modelu LES, kdy nedostatečné rozlišení vede k nezachycení již větších měřítek, čímž má model nedostatečné množství informací o vlastnostech celkového proudění. To vede ke značně nedokonalému modelování, které navíc modeluje příliš velkou část vírového spektra, což má za následek velmi nepřesné řešení. Toho si můžeme všimnout na obr. 5.60, který zobrazuje vypočtené průměrné rychlosti v horizontální rovině 10 mm nad dnem, kde můžeme pozorovat prakticky v celé měřené oblasti pouze vzduchové bubliny, což je fyzikálně nesmysl. Proto tuto variantu lze považovat při takto nízkém a nedostatečném rozlišení za nepoužitelnou. Dále tuto variantu nebudeme uvažovat.



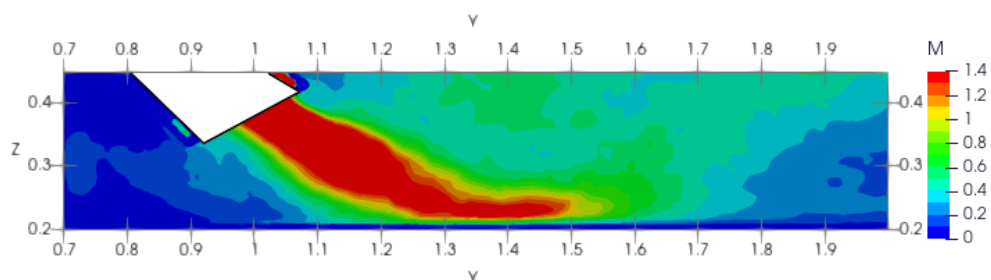
Obrázek 5.60: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10 \text{ mm}$ ), Rozlišení:  $dp = 0.005 \text{ m}$ ,  $\nu = 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ , Model: LES

Zvyšování rozlišení u modelu LES vede ke snížení maximálních rychlostí. Model LES předpokládá nižší maximální rychlosti než model umělé vazkosti ve všech zkoumaných řezech. Relativní chyba průměrných maximálních rychlostí je v průměru o 10 % nižší než u modelu umělé vazkosti, viz porovnání v tab.5.18.

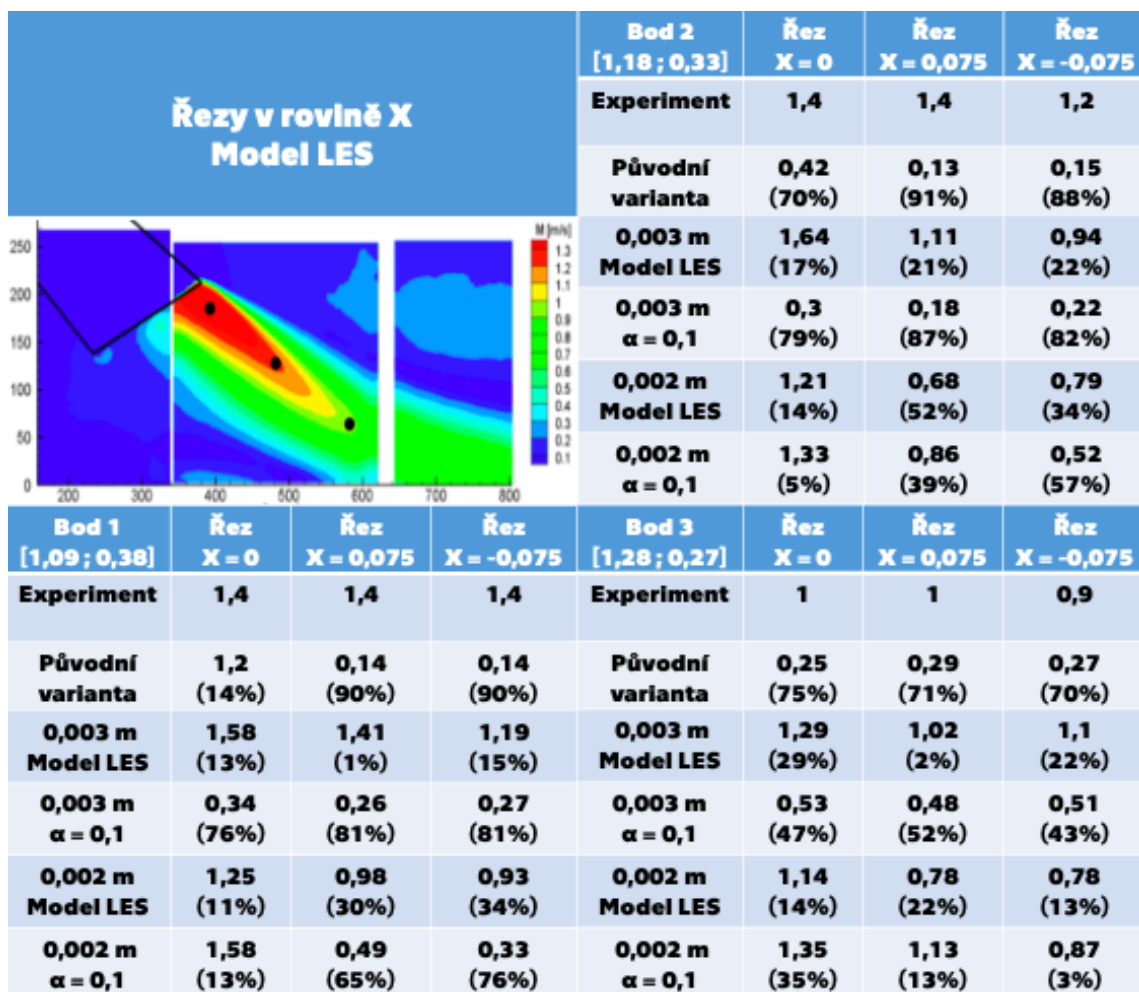
Průměrné maximální rychlosti Model LES					
	Řez X = 0	Řez X = 0,075	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Experiment</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>3,14</b> (124%)	<b>2,46</b> (76%)	<b>1,88</b> (98%)	<b>3,17</b> (234%)	<b>3,19</b> (236%)
<b>0,003 m Model LES</b>	<b>2,47</b> (76%)	<b>1,68</b> (20%)	<b>0,73</b> (23%)	<b>2,24</b> (136%)	<b>2,51</b> (164%)
<b>0,003 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>2,54</b> (82%)	<b>1,5</b> (7%)	<b>0,98</b> (3%)	<b>2,39</b> (152%)	<b>2,5</b> (163%)
<b>0,002 m Model LES</b>	<b>2,27</b> (62%)	<b>1,31</b> (6%)	<b>0,67</b> (29%)	<b>1,81</b> (91%)	<b>2,22</b> (134%)
<b>0,002 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>2,4</b> (71%)	<b>1,36</b> (3%)	<b>0,59</b> (38%)	<b>2,1</b> (121%)	<b>2,24</b> (136%)

Tabulka 5.18: Srovnání numericky získaných průměrných maximálních rychlostí s experimentem v závislosti na modelu tekutiny

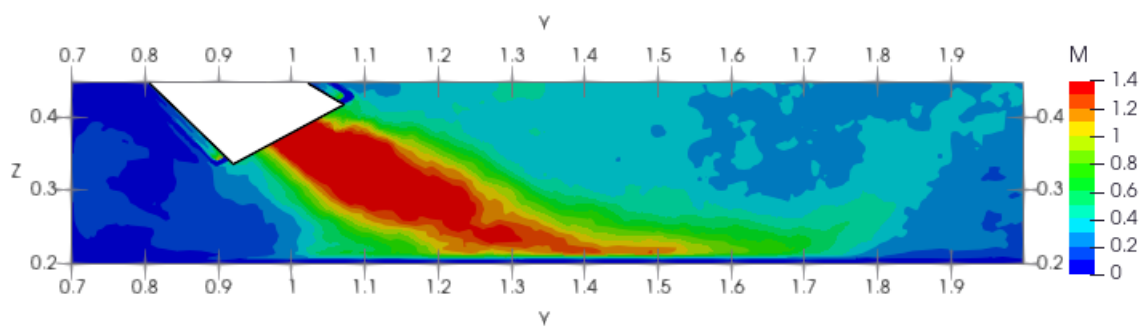
Z porovnání obr.5.61 a 5.62 vyplývá, že zvýšením rozlišení dochází ke snížení a zpřesnění rychlostí v celé výpočetní oblasti. Tento trend je výrazný i při porovnání hodnot průměrných rychlostí ve vybraných bodech, viz. tab.5.19, kdy v každém bodě v každém řezu je hodnota rychlosti nižší u vyššího rozlišení. Rychlosti predikované modelem LES jsou přesnější než u modelu umělé viskozity stejného rozlišení, relativní chyba se pohybuje okolo 20 %, u modelu umělé viskozity je relativní chyba větší přibližně o 10 %. Oblast nejvyšších rychlostí je oproti modelu umělé viskozity dvakrát širší, ale na druhou stranu také mírně kratší.



Obrázek 5.61: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>s, Model: LES

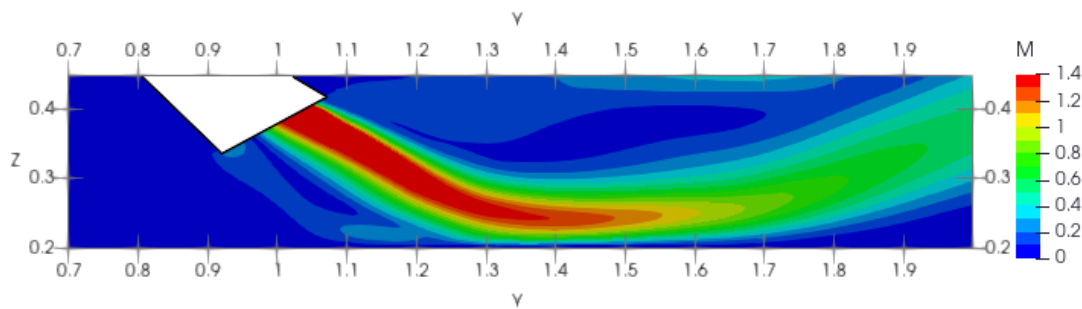


Tabulka 5.19: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech ve vertikální rovině s experimentem v závislosti na modelu tekutiny

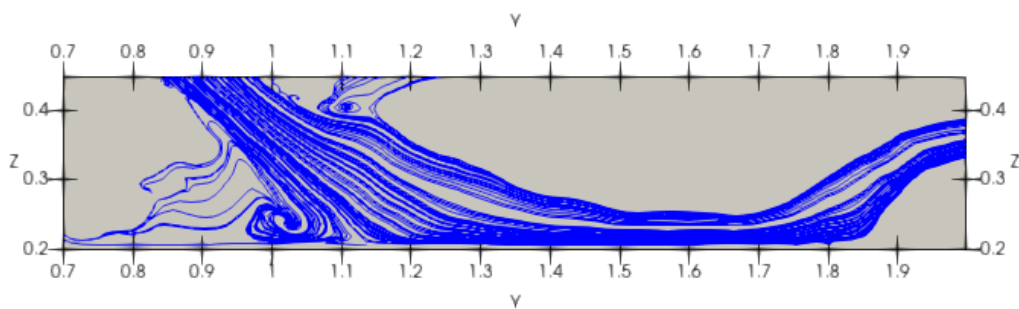


Obrázek 5.62: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\nu = 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ , Model: LES

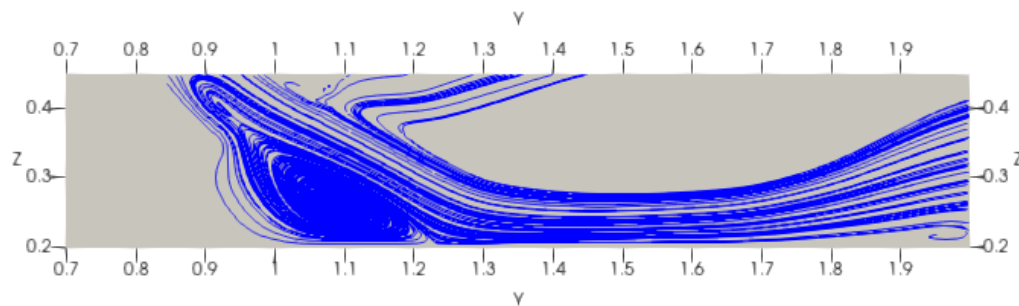
Snímky proudového pole dokazují výrazně širší hlavní proudový paprsek u modelu LES, viz obr.5.64. Model LES také chybně predikuje značně menší vír pod výstupem sifonu. Velký vír pod výstupem sifonu je dobře viditelný na snímku proudového pole u modelu umělé viskozity, viz obr.5.65.



Obrázek 5.63: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Model: Umělá viskozita



Obrázek 5.64: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině vzdálené v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\nu = 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ , Model: LES



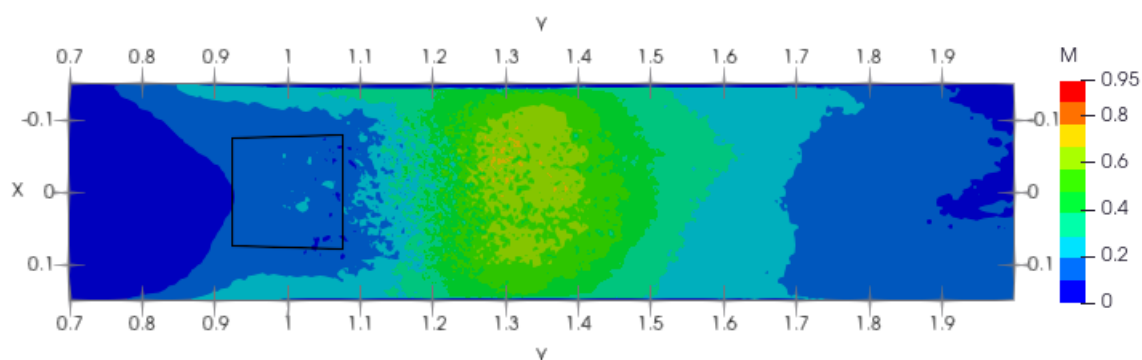
Obrázek 5.65: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Model: Umělá viskozita

V horizontální rovině se hodnoty rychlostí modelu LES i modelu umělé viskozity oproti experimentu značně liší, relativní chyba se pohybuje v průměru okolo 50 %, viz tab.5.20. Rozložení rychlosti je u modelu LES značně rozmazané a neodpovídá experimentu, viz obr.5.67.

Proudové a vírové pole u nižšího rozlišení je zcela rozmazané, model LES zde chybně nepředpokládá ani hlavní proudový paprsek, viz obr.5.68. U vyššího rozlišení již hlavní proudový paprsek znatelný je, viz obr.5.69. Lze také pozorovat začínající mírnou asymetrii hlavního proudového paprsku.

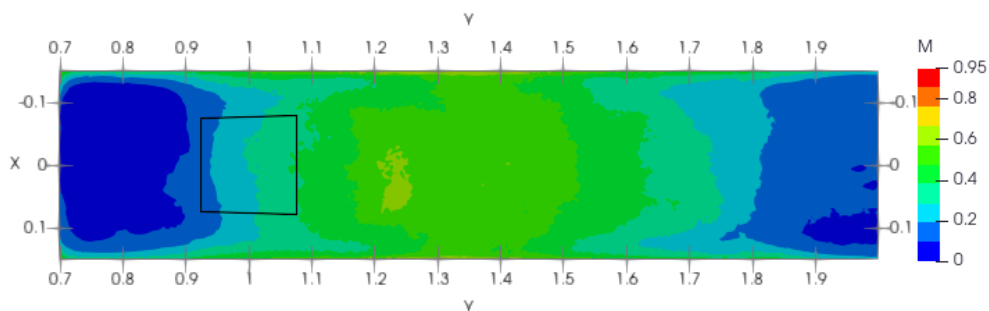
Řezy v rovině Z Model LES				Bod 2 [1,45 ; 0]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Původní varianta</b>	<b>1,82</b> (92%)	<b>0,33</b> (65%)	<b>0,25</b> (17%)				
<b>0,003 m Model LES</b>	<b>0,5</b> (47%)	<b>0,41</b> (105%)	<b>0,53</b> (77%)				
<b>0,003 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>0,36</b> (62%)	<b>0,1</b> (50%)	<b>0,14</b> (17%)				
<b>0,002 m Model LES</b>	<b>0,53</b> (44%)	<b>0,31</b> (55%)	<b>0,36</b> (20%)				
<b>0,002 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>0,37</b> (61%)	<b>0,09</b> (55%)	<b>0,05</b> (83%)				
Bod 1 [1,15 ; 0]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170	Bod 3 [1,45 ; 0,075]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Experiment</b>	<b>0,2</b>	<b>0,85</b>	<b>0,95</b>	<b>Experiment</b>	<b>0,95</b>	<b>0,15</b>	<b>0,25</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>0,76</b> (280%)	<b>1,09</b> (28%)	<b>0,1</b> (90%)	<b>Původní varianta</b>	<b>1,81</b> (91%)	<b>0,11</b> (27%)	<b>0,18</b> (28%)
<b>0,003 m Model LES</b>	<b>0,25</b> (25%)	<b>2,06</b> (142%)	<b>0,92</b> (3%)	<b>0,003 m Model LES</b>	<b>0,47</b> (51%)	<b>0,47</b> (213%)	<b>0,49</b> (96%)
<b>0,003 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>0,53</b> (165%)	<b>0,44</b> (48%)	<b>0,21</b> (78%)	<b>0,003 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>0,23</b> (76%)	<b>0,41</b> (173%)	<b>0,22</b> (12%)
<b>0,002 m Model LES</b>	<b>0,48</b> (140%)	<b>1,4</b> (39%)	<b>0,91</b> (4%)	<b>0,002 m Model LES</b>	<b>0,5</b> (47%)	<b>0,34</b> (127%)	<b>0,4</b> (60%)
<b>0,002 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>0,17</b> (15%)	<b>1,75</b> (105%)	<b>0,36</b> (62%)	<b>0,002 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>0,39</b> (59%)	<b>0,11</b> (27%)	<b>0,13</b> (48%)

Tabulka 5.20: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech v horizontální rovině s experimentem v závislosti na modelu tekutiny

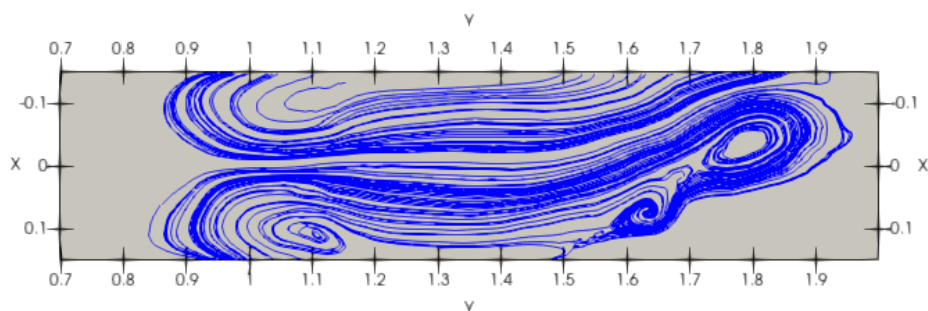


Obrázek 5.66: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s, Model: LES

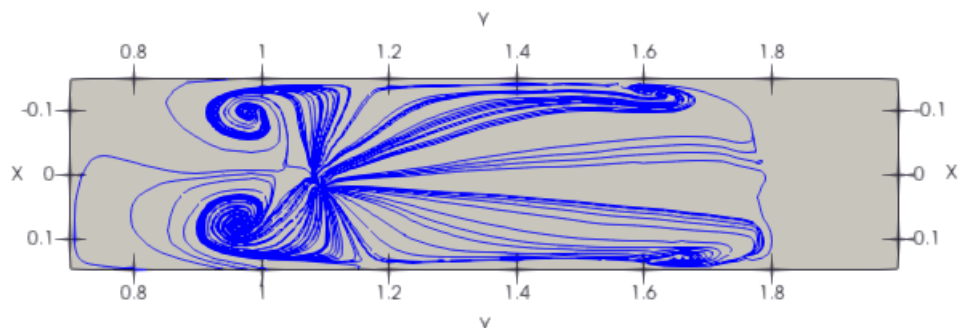




Obrázek 5.67: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>s, Model: LES



Obrázek 5.68: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>s, Model: LES



Obrázek 5.69: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>s, Model: LES

Ukázalo se, že varianta modelu LES s nízkým rozlišením ( $dp = 0.005$  m) je absolutně nevhodná, výsledky vůbec neodpovídaly experimentálním datům. Zvyšováním rozlišení docházelo ke snížení všech rychlostí. U varianty s nižším rozlišením ( $dp = 0.003$  m) došlo k rozmazání primárního proudového paprsku. Varianta s nejvyšším rozlišením ( $dp = 0.002$  m) již nepredikovala chybné rozmazání, nicméně zejména ve vertikální rovině se lišila poněkud výrazněji, jak v rozložení a velikostech rychlostí, tak v proudovém a vírovém poli. Model LES tak nelze doporučit při současném dosažitelném rozlišení pro řešení zkoumaného problému.

## 5.8. Model s fyzikální viskozitou

Model s fyzikální viskozitou není implementován v žádné z verzí DualSPHysics, byl proto doprogramován do zdrojového kódu DualSPHysics autorem práce. Následně byla implementace tohoto modelu otestována na testovacím případu problému protržení přehrady ve 3D, který je standardizován společností SPHERIC. Testovací případ ani proces programování a testování zde nebudou popsány, jelikož by došlo k přesáhnutí rozsahu práce.

Při použití modelu s fyzikální viskozitou byla použita kinematická viskozita vody, rovna  $\nu = 10^{-6} \text{m}^2 \text{s}$ . Výsledky jsou porovnány s modelem umělé viskozity.

Z důvodu vyšší časové náročnosti výpočtu při použití modelu s fyzikální viskozitou byly napočítány pouze varianty s  $dp = 0.002 \text{ m}$  a  $0.003 \text{ m}$ .

Průměrné maximální rychlosti se při použití modelu s fyzikální viskozitou bez ohledu na rozlišení liší jen minimálně, v řádu jednotek procent, viz srovnání v tab.5.21.

Průměrné maximální rychlosti Fyzikální viskozita					
	Řez X = 0	Řez X = 0,075	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Experiment</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>3,14 (124%)</b>	<b>2,46 (76%)</b>	<b>1,88 (98%)</b>	<b>3,17 (234%)</b>	<b>3,19 (236%)</b>
<b>0,003 m Fyzikální viskozita</b>	<b>2,42 (73%)</b>	<b>1,59 (14%)</b>	<b>0,59 (38%)</b>	<b>2,2 (132%)</b>	<b>2,45 (158%)</b>
<b>0,003 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>2,54 (82%)</b>	<b>1,5 (7%)</b>	<b>0,98 (3%)</b>	<b>2,39 (152%)</b>	<b>2,5 (163%)</b>
<b>0,002 m Fyzikální viskozita</b>	<b>2,26 (61%)</b>	<b>1,26 (10%)</b>	<b>0,75 (21%)</b>	<b>1,96 (106%)</b>	<b>2,18 (129%)</b>
<b>0,002 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>2,4 (71%)</b>	<b>1,36 (3%)</b>	<b>0,59 (38%)</b>	<b>2,1 (121%)</b>	<b>2,24 (136%)</b>

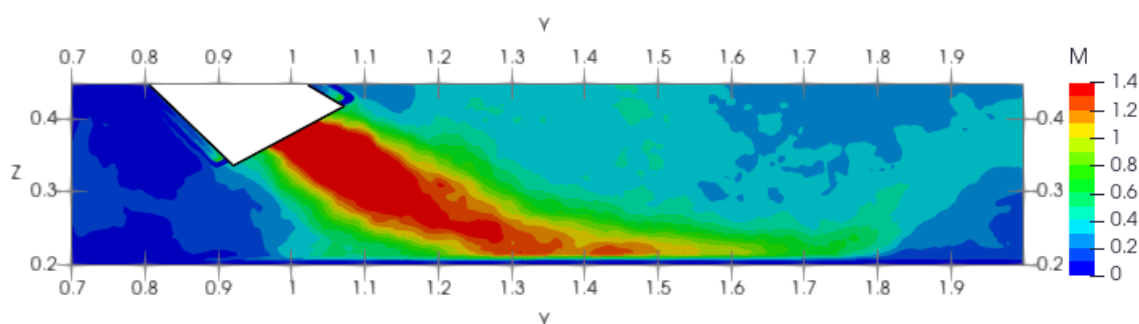
Tabulka 5.21: Srovnání numericky získaných průměrných maximálních rychlostí s experimentem v závislosti na modelu tekutiny

Hlavní proudový paprsek je ve vertikální rovině u variant s modelem s fyzikální viskozitou obecně výrazně rozmazanější, viz obr.5.70, mimo oblasti s nejvyššími rychlostmi jsou predikovány vyšší rychlosti než u modelu umělé viskozity, viz obr.5.71. V oblasti hlavního proudového paprsku jsou průměrné rychlosti u modelu s fyzikální viskozitou obecně mírně přesnější, z analýzy průměrných rychlostí ve vybraných bodech vychází překvapivě nejlépe varianta  $dp = 0.003 \text{ m}$  s modelem s fyzikální viskozitou, viz tab.5.22.



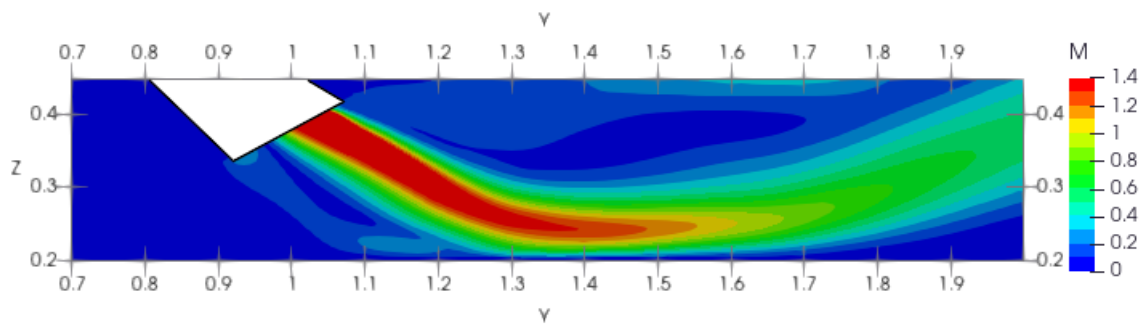
<b>Řezy v rovině X</b> <b>Fyzikální viskozita</b>				Bod 2	Řez	Řez	Řez
				[1,18 ; 0,33]	X = 0	X = 0,075	X = -0,075
				<b>Experiment</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>1,2</b>
				<b>Původní varianta</b>	<b>0,42</b> (70%)	<b>0,13</b> (91%)	<b>0,15</b> (88%)
				<b>0,003 m Fyz. visk.</b>	<b>1,6</b> (14%)	<b>1,1</b> (21%)	<b>1,07</b> (11%)
				<b>0,003 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>0,3</b> (79%)	<b>0,18</b> (87%)	<b>0,22</b> (82%)
				<b>0,002 m Fyz. visk.</b>	<b>1,08</b> (23%)	<b>0,81</b> (42%)	<b>0,7</b> (42%)
				<b>0,002 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>1,33</b> (5%)	<b>0,86</b> (39%)	<b>0,52</b> (57%)
				<b>Bod 1</b>	<b>Řez</b>	<b>Řez</b>	<b>Řez</b>
[1,09 ; 0,38]	X = 0	X = 0,075	X = -0,075	[1,28 ; 0,27]	X = 0	X = 0,075	X = -0,075
<b>Experiment</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>Experiment</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0,9</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>1,2</b> (14%)	<b>0,14</b> (90%)	<b>0,14</b> (90%)	<b>Původní varianta</b>	<b>0,25</b> (75%)	<b>0,29</b> (71%)	<b>0,27</b> (70%)
<b>0,003 m Fyz. visk.</b>	<b>1,76</b> (26%)	<b>1,25</b> (11%)	<b>1,25</b> (11%)	<b>0,003 m Fyz. visk.</b>	<b>1,31</b> (31%)	<b>1,21</b> (21%)	<b>1,08</b> (20%)
<b>0,003 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>0,34</b> (76%)	<b>0,26</b> (81%)	<b>0,27</b> (81%)	<b>0,003 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>0,53</b> (47%)	<b>0,48</b> (52%)	<b>0,51</b> (43%)
<b>0,002 m Fyz. visk.</b>	<b>1,3</b> (7%)	<b>1,03</b> (26%)	<b>1,05</b> (25%)	<b>0,002 m Fyz. visk.</b>	<b>1,15</b> (15%)	<b>0,76</b> (24%)	<b>0,68</b> (24%)
<b>0,002 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>1,58</b> (13%)	<b>0,49</b> (65%)	<b>0,33</b> (76%)	<b>0,002 m <math>\alpha = 0,1</math></b>	<b>1,35</b> (35%)	<b>1,13</b> (13%)	<b>0,87</b> (3%)

Tabulka 5.22: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech ve vertikální rovině s experimentem v závislosti na modelu tekutiny

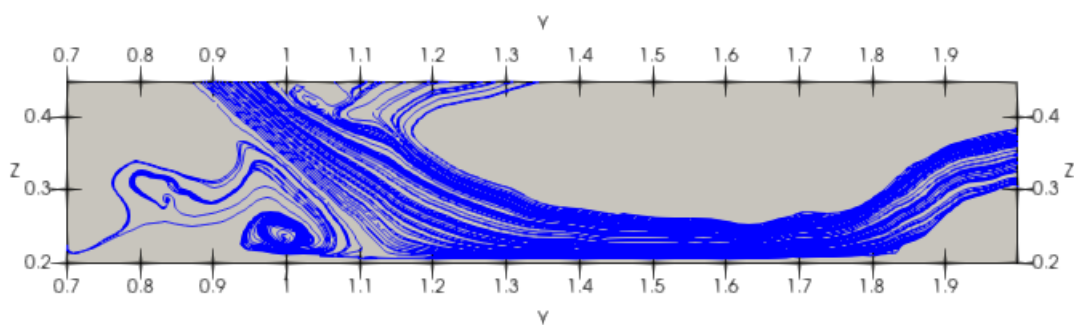


Obrázek 5.70: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s, Model: Fyzikální viskozita

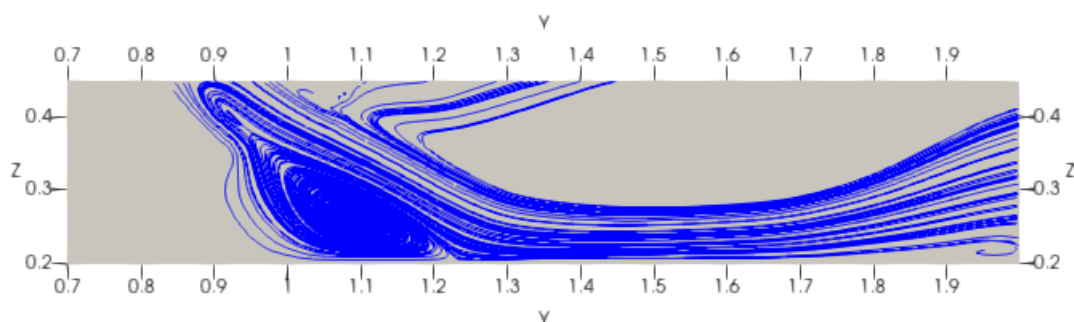
Tokové a vírové struktury jsou ve vertikální rovině obecně podobné, vír pod sifonem je u modelu s fyzikální viskozitou menší, jiné rozdíly znatelné nejsou, viz obr.5.71 a 5.72. Ani jedna z varianta chybně nepredikuje čelní vír nad hlavním proudovým paprskem.



Obrázek 5.71: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Model: Umělá viskozita



Obrázek 5.72: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>s, Model: Fyzikální viskozita

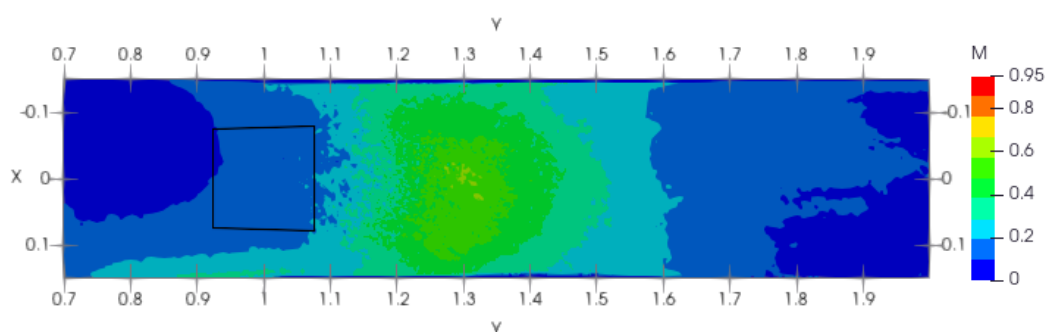


Obrázek 5.73: Simulace: Proudové a vírové struktury ve vertikální rovině v ose kanálu ( $x = 0$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Model: Umělá viskozita

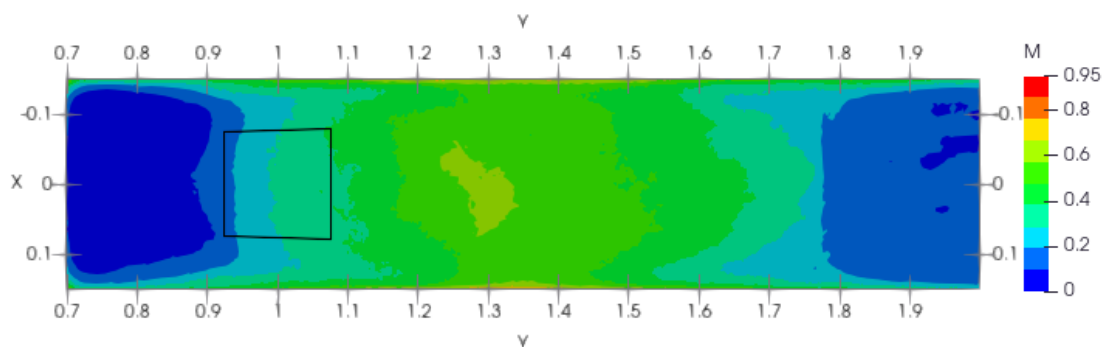
Z přiložených řezů u dna kanálu v horizontální rovině lze vidět, že chybný, rozmazaný charakter se se zvyšujícím rozlišením nemění, viz obr.5.74 a 5.75. Rychlostní rozložení se obecně od sebe značně liší, viz obr.5.71. Ze srovnání průměrných rychlostí ve vybraných bodech (tab.5.23) vyplývá, že relativní chyba je u modelu s fyzikální viskozitou vyšší přibližně o 15%. Mírně znepokujícím je skutečnost, že míst kde je relativní chyba větší než 100%, je třetina.

Řezy v rovině Z Fyzikální viskozita				Bod 2 [1,45 ; 0]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
				Experiment	0,95	0,2	0,3
Původní varianta	1,82 (92%)	0,33 (65%)	0,25 (17%)				
0,003 m Fyz. visk.	0,38 (60%)	0,43 (115%)	0,37 (23%)				
0,003 m $\alpha = 0,1$	0,36 (62%)	0,1 (50%)	0,14 (53%)				
0,002 m Fyz. visk.	0,52 (45%)	0,41 (105%)	0,36 (20%)				
0,002 m $\alpha = 0,1$	0,37 (61%)	0,09 (55%)	0,05 (83%)				
Bod 1 [1,15 ; 0]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170	Bod 3 [1,45 ; 0,075]	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
Experiment	0,2	0,85	0,95	Experiment	0,95	0,15	0,25
Původní varianta	0,76 (280%)	1,09 (28%)	0,1 (90%)	Původní varianta	1,81 (91%)	0,11 (27%)	0,18 (28%)
0,003 m Fyz. visk.	0,27 (35%)	1,92 (126%)	0,87 (8%)	0,003 m Fyz. visk.	0,3 (68%)	0,53 (253%)	0,49 (96%)
0,003 m $\alpha = 0,1$	0,53 (165%)	0,44 (48%)	0,21 (78%)	0,003 m $\alpha = 0,1$	0,23 (76%)	0,41 (173%)	0,22 (12%)
0,002 m Fyz. visk.	0,45 (125%)	1,34 (58%)	0,84 (12%)	0,002 m Fyz. visk.	0,5 (47%)	0,35 (133%)	0,36 (44%)
0,002 m $\alpha = 0,1$	0,17 (15%)	1,75 (105%)	0,36 (62%)	0,002 m $\alpha = 0,1$	0,39 (59%)	0,11 (27%)	0,13 (48%)

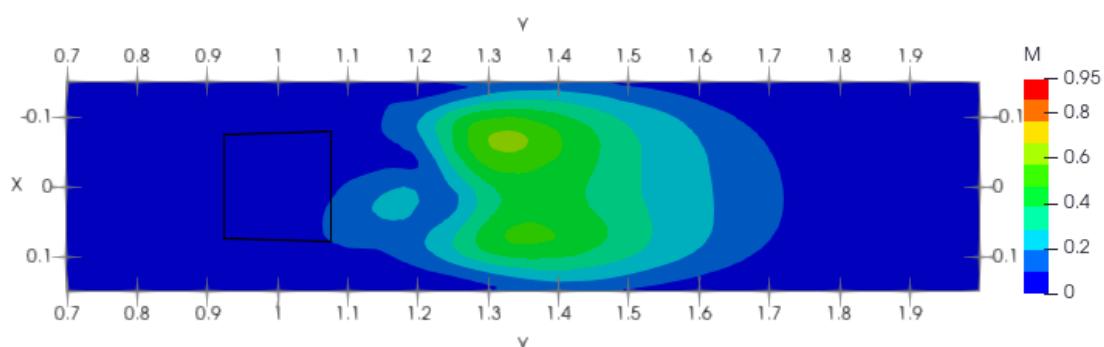
Tabulka 5.23: Srovnání numericky získaných průměrných rychlostí ve vybraných bodech v horizontální rovině s experimentem v závislosti na modelu tekutiny



Obrázek 5.74: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.003$  m,  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>s, Model: Fyzikální viskozita

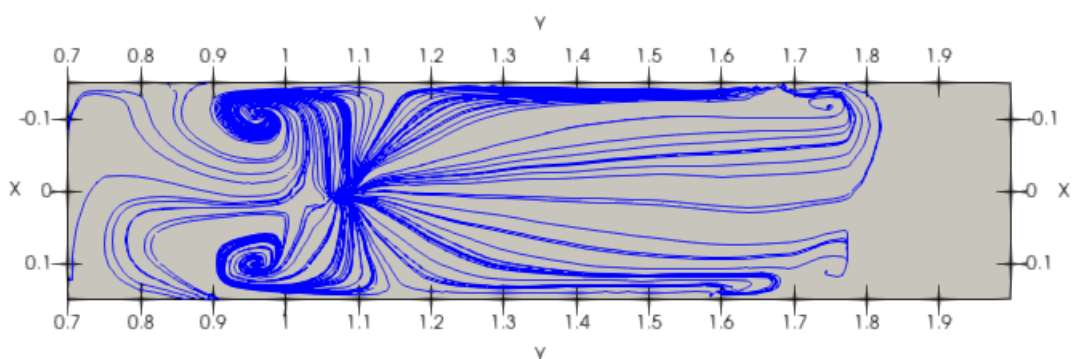


Obrázek 5.75: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\nu = 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ , Model: Fyzikální viskozita

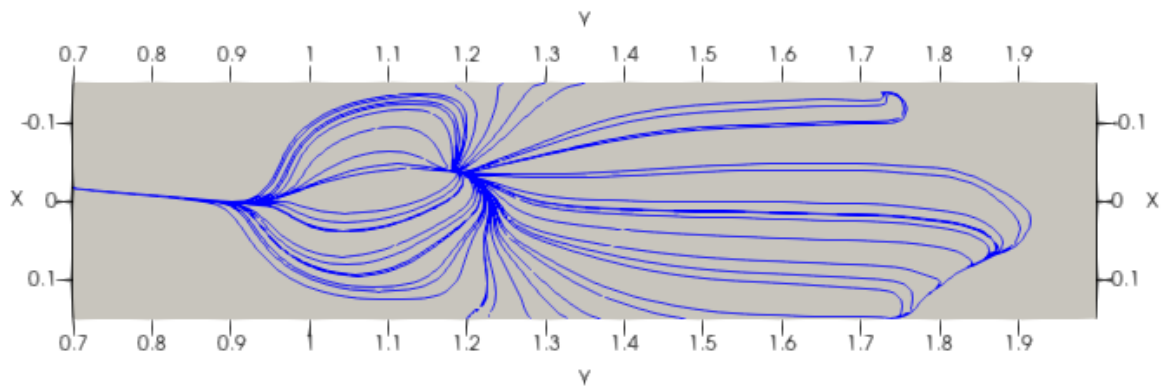


Obrázek 5.76: Simulace: Velikost časově zprůměrované rychlosti v horizontální rovině vzdálené 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Model: Umělá viskozita

V proudovém poli v horizontální rovině není patrná jakákoliv asymetrie dominantního proudového paprsku, viz obr.5.77. Obecně je proudové a vírové pole u variant s modelem s fyzikální viskozitou nepřesnější oproti modelu umělé viskozity, viz obr.5.78.



Obrázek 5.77: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\nu = 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ , Model: Fyzikální viskozita



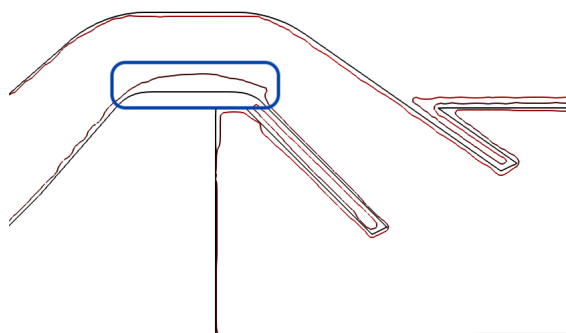
Obrázek 5.78: Simulace: Proudové a vírové struktury v horizontální rovině 10 mm ode dna kanálu ( $z = 10$  mm), Rozlišení:  $dp = 0.002$  m,  $\alpha = 0.1$ , Model: Umělá viskozita

Model s fyzikální viskozitou obecně rozmazává rozložení rychlostí v obou řezech, na velikosti rychlostí má jen omezený vliv. Proudová a vírová pole jsou také proti modelu umělé viskozity obecně více nepřesná, asymetrie hlavního proudového prasku nebyla predikována vůbec. Vezmeme-li i v úvahu prodloužení celkové doby výpočtu, nemůžeme při nám dostupném rozlišení doporučit řešit tuto úlohu s tímto fyzikálním modelem tekutiny.

# Kapitola 6

## Nefyzikální bublina

Posledním vyskytujícím se problémem v původní variantě je existence nefyzikální bubliny v koleni výtokového objektu, která je označena modrou barvou na obr.6.1.



Obrázek 6.1: Simulace: Nefyzikální bublina v koleni výtokového objektu (řez osou)

Byl vyhodnocován vliv jednotlivých numerických parametrů na tuto bublinu. Kromě numerických parametrů z předchozí kapitoly, byly přidány následující numerické parametry: numerická rychlost zvuku, viscoBound a shifting. Rovněž byly testovány ostatní modely tekutiny a veškeré typy difuzních členů. Následně byla úloha převedena z trojrozměrné na dvojrozměrnou. Snížení dimenze ale nemělo žádný efekt, naopak se objevily problémy nové. Podrobný popis provedené analýzy by ale výrazně přesáhl rozsah této práce.

Tento problém nebyl i přes rozsáhlou analýzu numerických parametrů zcela vyřešen, autor práce se má v plánu touto problematikou zabývat v navazujícím studiu. Možná cesta by mohla vést přes použití jiných okrajových podmínek (místo DBC se nabízí zvolit mDBC) či aplikaci TIC.

# Závěr

Úvod práce tvoří stručné představení metody SPH. Je zde zmíněna historie metody, zejména jsou shrnuty hlavní oblasti použití této metody a hlavní témata, která čekají na vyřešení.

Následnou kapitolu tvoří přehled teoretického základu metody, je zde uveden výchozí systém rovnic a jeho diskretizace. Dále jsou vysvětleny klíčové pojmy týkající se této práce.

Další kapitola pojednává o SPH řešiči DualSPHysics, pomocí kterého je řešena zkoumaná inženýrská úloha. Je zde popsán základní rámec SPH solveru, který platí pro jakýkoliv SPH řešič, nicméně nejsou tu opomenuty ani detaily charakteristické pro DualSPHysics. Jelikož ve výpočtové části práce se objevil problém ohledně funkčnosti vstupních a výstupních okrajových podmínek, je v této části podrobně popsán princip implementace vstupní a výstupní okrajové podmínky, včetně detailního popisu veškerých funkcí definujících vstupy a výstupy. Dále jsou zde shrnuty odlišnosti a novinky novějších verzí DualSPHysics.

V kapitole 4 je definován zkoumaný inženýrský případ, jsou představena experimentální data a výsledky získané jinými numerickými metodami. Následně byla porovnána data získaná původní simulací pomocí metody SPH s experimentem a jsou zde uvedeny použité numerické parametry původní varianty SPH. Jsou popsány rozdíly a problémy, které obsahují výsledky původní varianty SPH. Hlavními problémy bylo nepřesné rozložení rychlostí a vícenásobně vyšší hodnoty rychlostí, nepřesná predikce vírových a tokových struktur a výskyt nefyzikální bubliny v koleni výtokového objektu.

Od začátku řešení úlohy jsme narazili na problém nefunkčnosti vstupní okrajové podmínky. Bylo zjištěno, že vstupy v DualSPHysics verzi 5.0 při proudění do protitlaku nedodávají předepsaný objemový průtok. I přes rozsáhlou analýzu a testování jsme nebyli schopni tento problém odstranit a museli jsme k řešení úlohy zvolit starší verzi 4.4, kde již vstup při proudění do protitlaku funguje bez chyb.

V kapitole 5 jsou shrnuty a znázorněny vlastnosti proudění a rychlostní pole, na základě nichž bude vyhodnocován vliv jednotlivých numerických parametrů. Jsou zde představeny citlivostní analýzy zvolených numerických parametrů.

Nejprve byl zkoumán vliv konstanty umělé viskozity  $\alpha$ . Ukázalo se, že konstanta  $\alpha$  je kritickým parametrem, který ovlivňuje zejména proudové a vírové pole. Byla také zvolena vhodná hodnota konstanty,  $\alpha = 0.1$ .

Dalším zkoumaným numerickým parametrem bylo rozlišení, které se ukázalo jako zcela kritický parametr. Zvyšování rozlišení vede ke zpřesnění rychlostního rozložení i k výraznému snížení hodnot rychlostí v celé oblasti. Rozlišení také značně zpřesňuje proudové a vírové pole. Jako nejlepší hodnota mezičásticové vzdálenosti se ukázala  $dp = 0.0015$  m, v případě nižšího dostupného počítačového výkonu se i  $dp = 0.002$  m jeví jako dostačující varianta.

Citlivostní analýza jádra ukázala, že druh jádra nemá vliv na velikost rychlostí ani na proudové a vírové pole. Varianty s kubickým jádrem dosahovaly mírně horších rozložení rychlostí. Velkou nevýhodou použití kubického jádra je značné prodloužení celkové doby výpočtu. Doporučujeme zvolit Wendlandovo jádro pro tento typ úloh.

Také byla provedena citlivostní analýza dvou druhů integračních schémat. Bylo ukázáno, že druh integračního schématu nemá prakticky žádný vliv na velikosti rychlostí, na rychlostní rozložení ani na tokové a vírové struktury. Výsledky byly prakticky identické. Nevýhodou Matthewsova-Verletova schématu typu prediktor-korektor je až dvojnásobné prodloužení celkové doby výpočtu.

Posledním testovaným numerickým parametrem byla vyhlazovací délka. Zkrácení i prodloužení vyhlazovací délky vedlo k mírnému snížení rychlostí, rychlostní rozložení se po zkrácení vyhlazovací délky lehce zneřádkovalo, prodloužení na rozložení rychlostí vliv nemělo. Na proudové pole neměla změna vyhlazovací délky zřejmý vliv. Lze tak tvrdit, že vyhlazovací délka není kritickým parametrem pro tuto úlohu, proto nadále používáme původní vyhlazovací délku  $h = \sqrt{3}dp$ .

Nakonec byly zkoumány ostatní fyzikální modely tekutiny, model LES a model s fyzikální viskozitou, které byly porovnány s modelem umělé viskozity. Výsledky modelu LES dosahovaly obecně méně přesných výsledků ve všech zkoumaných oblastech. Je důležité zmínit, že pro použití modelu LES je zapotřebí obecně vyššího rozlišení. Horší výsledky tak mohou být dány nižším použitým rozlišením  $dp = 0.002$  m, které bylo nutné zvolit z důvodu vyšší časové náročnosti modelu. Při současném dostupném počítačovém výkonu tak nemůžeme model LES doporučit.

Model s fyzikální viskozitou, který byl autorem práce doprogramován do zdrojového kódu DualSPHysics, má jen omezený vliv na velikosti rychlostí, ale rychlostní rozložení byla nepřesnější a výrazně rozmazaná. Proudové a vírové struktury také byly méně přesné. Možným důvodem, proč byly výsledky horší, je stejně jako u modelu LES nižší použité rozlišení. Nedoporučujeme použít model s fyzikální viskozitou k řešení této úlohy.

Finální varianta se zvolenými numerickými parametry je zobrazena v tab.6.1.



$dp$ [m]	Počet částic [10 <sup>6</sup> ]	Jádro	Integrační schéma	Vyhlazovací délka
0.0015	80	Wendlandovo	Verletovo	$\sqrt{3}dp$
Difúzní člen	Shifting	Vazkost	$\alpha$	Koeficient numerické rychlosti zvuku $C_s$
Molteni	Ne	Umělá	0.1	20

Tabulka 6.1: Numerické parametry finální varianty

Porovnání průměrných maximálních rychlostí původní a finální varianty je v tab.6.2. Ve vertikální rovině se relativní chyba průměrně snížila o 65 %, v horizontální rovině se relativní chybu také podařilo snížit, průměrně o více než 50 %. Na druhou stranu průměrné maximální rychlosti ve vrchní části kanálu jsou oproti experimentu stále více než dvojnásobné.

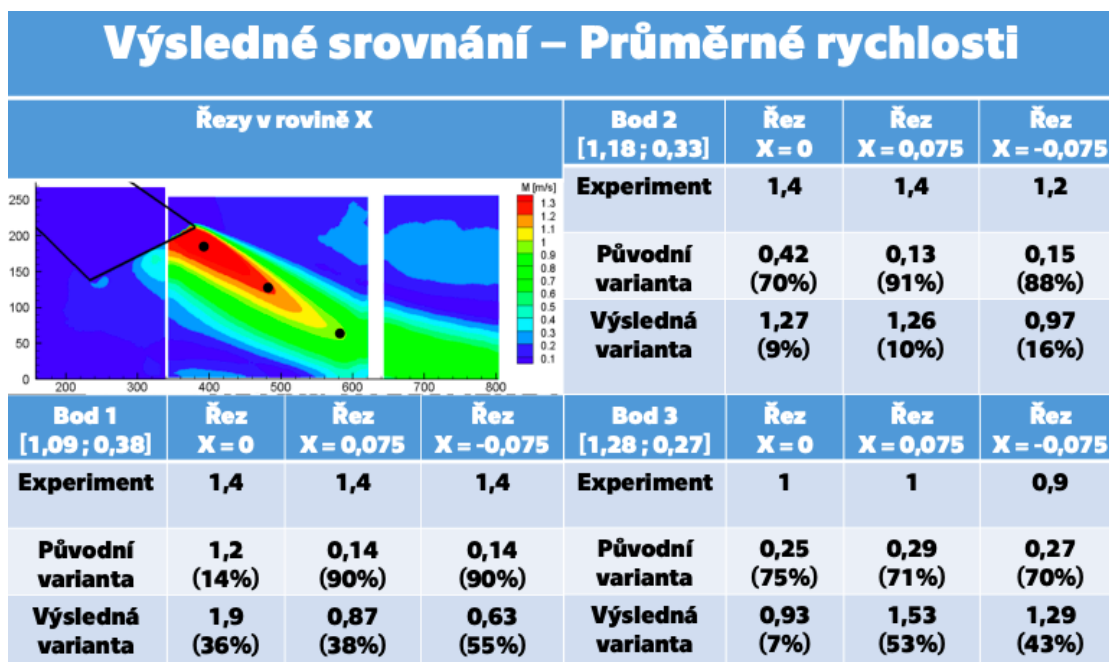
<b>Výsledné srovnání – Maximální rychlosti</b>					
	Řez X = 0	Řez X = 0,075	Řez Z = 0,01	Řez Z = 0,135	Řez Z = 0,170
<b>Experiment</b>	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>
<b>Původní varianta</b>	<b>3,14 (124%)</b>	<b>2,46 (76%)</b>	<b>1,88 (98%)</b>	<b>3,17 (234%)</b>	<b>3,19 (236%)</b>
<b>Výsledná varianta</b>	<b>2,27 (62%)</b>	<b>1,59 (14%)</b>	<b>0,68 (28%)</b>	<b>2,02 (113%)</b>	<b>2,18 (129%)</b>

Tabulka 6.2: Závěrečné porovnání velikostí průměrných maximálních rychlostí experimentu a simulace

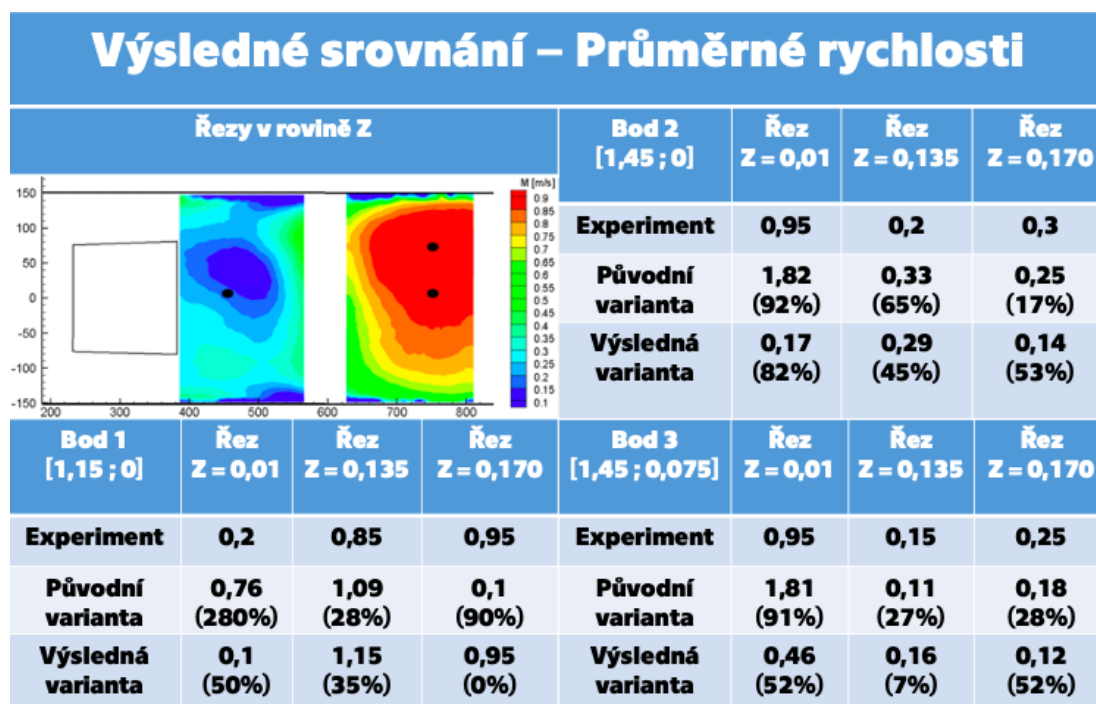
Výsledné porovnání průměrných rychlostí ve vertikální rovině je v tab.6.3, relativní chyba se v průměru snížila přibližně o 60 %. Relativní chyba se pohybuje okolo 30 %.

Shrnující porovnání průměrných rychlostí v horizontální rovině v tab.6.4 ukazuje, že se ve většině řezů povedlo velikosti rychlostí snížit, nicméně ve dvou bodech relativní chyba narostla. Obecně se ale rozložení rychlostí i jejich velikosti výrazně přiblížily experimentu, jak je vidět v tab.6.5. Proudová i vírová pole experimentu a simulace se již liší jen nepatrně, viz tab.6.6.

Poslední kapitola práce se zabývá nefyzikální bublinou, která se vyskytuje v koleni výtokového objektu. Byla provedena rozsáhlá analýza vícero numerických parametrů, která byla z důvodu rozsahu práce popsána jen velmi stručně. Tento problém



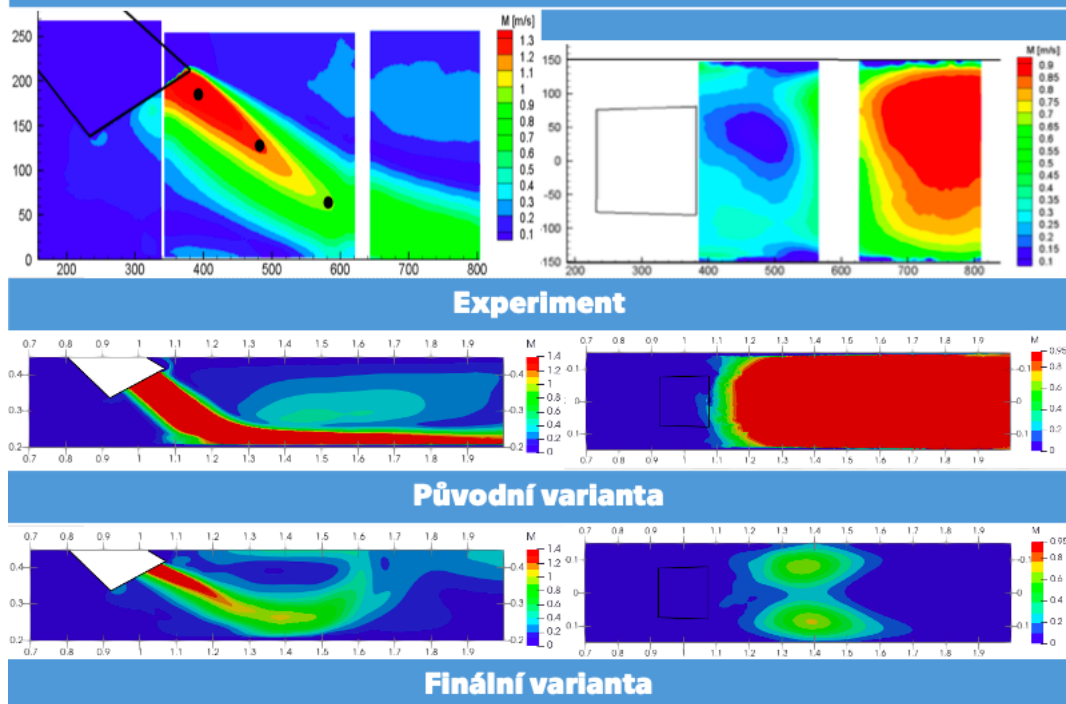
Tabulka 6.3: Závěrečné porovnání velikostí průměrných rychlostí experimentu a simulace ve vertikální rovině



Tabulka 6.4: Závěrečné porovnání velikostí průměrných rychlostí experimentu a simulace v horizontální rovině

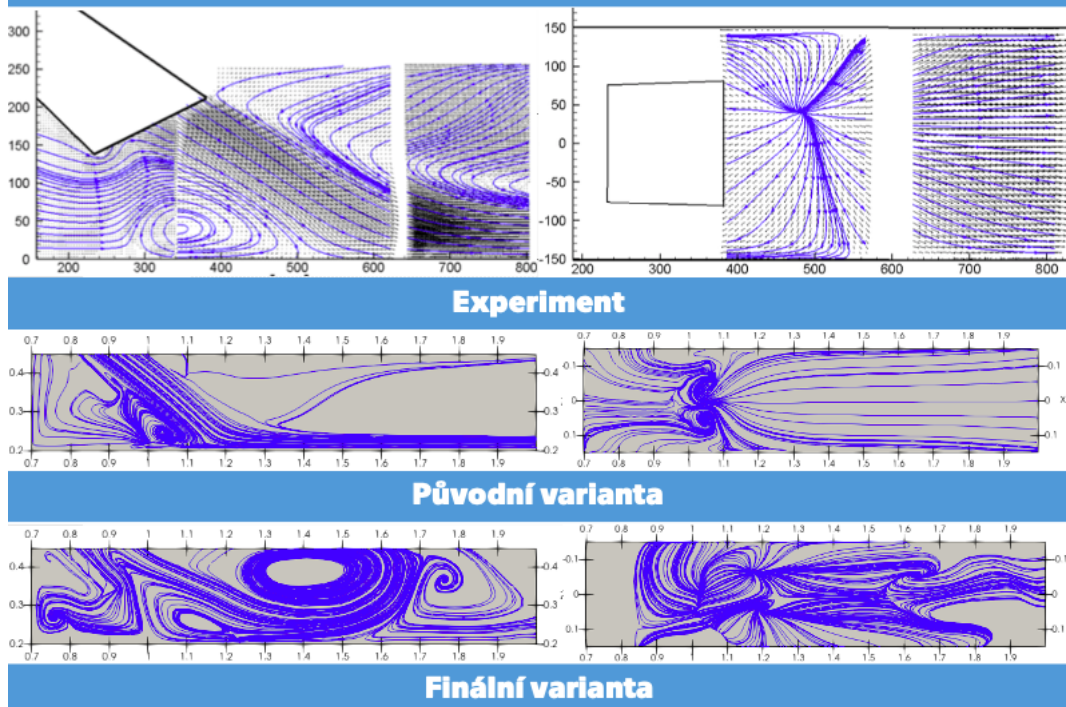
se dosud nepodařilo zcela vyřešit, autor práce se bude touto problematikou dále zabývat v navazujícím studiu.

## Výsledné srovnání – Rozložení rychlostí



Tabulka 6.5: Závěrečné porovnání rozložení rychlostí experimentu a simulace

## Výsledné srovnání – Proudové a vírové pole



Tabulka 6.6: Závěrečné porovnání proudového a vírového pole experimentu a simulace



# Seznam použitých symbolů

$\mathbf{a}_i$	vektor zrychlení
$\alpha$	koeficient umělé viskozity
$\alpha_D$	koeficient dimenze úlohy rovnice jádra
$b$	koeficient stavové rovnice slabě stlačitelné tekutiny
$c$	rychlost zvuku
$c_0$	numerická rychlost zvuku
$C_s$	koeficient numerické rychlosti zvuku
$D(\cdot)/Dt$	operátor materiálové derivace
$\delta$	Dirackova delta distribuce
$\Delta t$	časový krok
$\epsilon$	dostatečně malá kladná konstanta
$\varepsilon$	konstanta Matthewsova-Verletova integračního schématu
$f$	libovolná funkce (není-li uvedeno jinak)
$\mathbf{f}$	vektor vnějších sil
$\mathbf{g}$	gravitační zrychlení
$\gamma$	Poissonova konstanta
$\Gamma$	disipační členy
$h$	vyhlazovací délka (není-li uvedeno jinak)
$h_{coef}$	koeficient vyhlazovací délky pro danou úlohu
$h_{def}$	výchozí hodnota vyhlazovací délky zadaná uživatelem
$h_{swl}$	maximální výška volné hladiny
$i, j$	indexy jednotlivých částic (částice indexujeme malými písmeny latinky)
$\kappa$	konstanta efektivní oblasti
$n$	index časové hladiny
$m$	hmotnost
$\mu_{ij}$	člen umělé viskozity
$\mathbf{n}$	vektor normály plochy
$N$	celkový počet částic
$\nabla$	operátor nabra
$\Omega$	oblast
$p$	tlak

$\Pi_{ij}, \Pi^\alpha$	vazký člen, umělá viskozita
$q$	bezrozměrná částicová vzdálenost
$Q$	objemový průtok
$r$	vzdálenost mezi částicemi
$S$	plocha
$\vec{\tau}$	SPS tenzor napětí
$\rho$	hustota
$\rho_0$	referenční hustota
$\nu, \nu_0$	kinematická viskozita
$V$	objem
$\mathbf{v}$	vektor rychlosti
$W$	váhová funkce metody SPH
$x, \mathbf{x}$	proměnná, polohový vektor
$y$	souřadnice kartézské soustavy souřadnic
$\langle.\rangle$	SPH aproximační operátor
$\langle.\rangle_i$	diskrétní SPH aproximační operátor



# Seznam použitých zkratek

BI	Boundary Integral
CPU	Central processing unit (procesor)
DBC	Dynamic Boundary Conditions
DDT	Density Diffusion Term
Det	"determlimit"
DN	Diameter Nominal
DNS	Direct Numerical Simulation
GPU	Graphics Processing unit (grafická karta)
IT	"inputtreatment"
LBM	Lattice Boltzmann Method
LES	Large Eddy Simulation
max	maximální
mDBC	modified Dynamic Boundary Conditions
MPS	Moving Particle Semi-implicit method
MKO	Metoda Konečných Objemů
obr	obrázek
PIV	Particle Image Velocimetry
RAM	Random Access Memory
Rf	"refilling"
Rho	"imposerho"
SAS	Scale Adaptive Simulations
Sh	"Shifting"
SPH	Smoothed Particle Hydrodynamics
SPS	Sub-Particle Stress
SPHERIC	SPH rEaserch and engineeRing International Community
SST	Shear Stress Transport
tab	tabulka
TIC	Tensile Instability Control
URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes equations
var. vel.	variable velocity
VB	ViscoBound
Visc	Viscosity
XML	eXtensible Markup Language



# Bibliografie

- [1] R. A. Dalrymple A. J. C. Crespo M. Gómez-Gesteira. “Boundary Conditions Generated by Dynamic Particles in SPH Methods”. In: *Computers, Materials & Continua* 5.3 (2007), s. 173–184. ISSN: 1546-2226. DOI: [10.3970/cmc.2007.005.173](https://doi.org/10.3970/cmc.2007.005.173). URL: <http://www.techscience.com/cmc/v5n3/23429>.
- [2] Andrea Amicarelli et al. “A Smoothed Particle Hydrodynamics model for 3D solid body transport in free surface flows”. In: *Computers & Fluids* 116 (2015), s. 205–228. ISSN: 0045-7930. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2015.04.018>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793015001334>.
- [3] F. Caleyron et al. “Dynamic simulation of damage-fracture transition in smoothed particles hydrodynamics shells”. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 90.6 (2012), s. 707–738. DOI: <https://doi.org/10.1002/nme.3337>. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nme.3337>.
- [4] Andrea Colagrossi et al. “Discussion of Stokes’ hypothesis through the smoothed particle hydrodynamics model”. In: *Phys. Rev. E* 96 (2 2017), s. 023101. DOI: [10.1103/PhysRevE.96.023101](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.96.023101). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.96.023101>.
- [5] A.J.C. Crespo et al. “DualSPHysics: Open-source parallel CFD solver based on Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)”. In: *Computer Physics Communications* 187 (2015), s. 204–216. ISSN: 0010-4655. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2014.10.004>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465514003397>.
- [6] R.A. Dalrymple a B.D. Rogers. “Numerical modeling of water waves with the SPH method”. In: *Coastal Engineering* 53.2 (2006). Coastal Hydrodynamics and Morphodynamics, s. 141–147. ISSN: 0378-3839. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2005.10.004>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378383905001304>.

- [7] R. Das a P.W. Cleary. “Effect of rock shapes on brittle fracture using Smoothed Particle Hydrodynamics”. In: *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 53.1 (2010), s. 47–60. ISSN: 0167-8442. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2009.12.004>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167844209001219>.
- [8] Aaron English et al. “Modified dynamic boundary conditions (mDBC) for general-purpose smoothed particle hydrodynamics (SPH): application to tank sloshing, dam break and fish pass problems”. In: *Computational Particle Mechanics* 9 (dub. 2021). DOI: 10.1007/s40571-021-00403-3.
- [9] Martin Ferrand et al. “Unsteady open boundaries for SPH using semi-analytical conditions and Riemann solver in 2D”. In: *Computer Physics Communications* 210 (2017), s. 29–44. ISSN: 0010-4655. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.09.009>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465516302806>.
- [10] Georgios Fourtakas et al. “Local uniform stencil (LUST) boundary condition for arbitrary 3-D boundaries in parallel smoothed particle hydrodynamics (SPH) models”. In: *Computers & Fluids* 190 (2019), s. 346–361. ISSN: 0045-7930. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2019.06.009>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793019301859>.
- [11] J. Fürst et al. “Numerical Analysis of Flow Phenomena in Discharge Object with Siphon Using Lattice Boltzmann Method and CFD”. In: *Mathematics* 9.15 (2021). ISSN: 2227-7390. URL: <https://www.mdpi.com/2227-7390/9/15/1734>.
- [12] R. A. Gingold a J. J. Monaghan. “Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars.” In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 181 (1977), s. 375–389. DOI: 10.1093/mnras/181.3.375. URL: <https://doi.org/10.1093/mnras/181.3.375>.
- [13] H. Gotoh. “Sub-particle-scale turbulence model for the MPS method-Lagrangian flow model for hydraulic engineering”. In: *Comp. Fluid Dyn. J.* 9.4 (2001), s. 339–347. URL: <https://cir.nii.ac.jp/crid/1571980075216078336>.
- [14] Bouchra Haddad et al. “Smoothed particle hydrodynamic modeling of volcanic debris flows: Application to Huiloac Gorge lahars (Popocatepetl volcano, Mexico)”. In: *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 324 (2016), s. 73–87. ISSN: 0377-0273. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores>.

- 2016.05.016. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377027316301196>.
- [15] T. Halada. “Vliv okrajových podmínek v metodě SPH”. Diplomová práce. České vysoké učení v Praze, Fakulta strojní, 2022.
- [16] Manuel Hirschler et al. “Open boundary conditions for ISPH and their application to micro-flow”. In: *Journal of Computational Physics* 307 (2016), s. 614–633. ISSN: 0021-9991. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2015.12.024>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999115008438>.
- [17] Jihoe Kwon. “Smoothed particle hydrodynamics model for simulating miscible multi-fluid flow”. In: *Journal of Computational Physics* 384 (2019), s. 114–133. ISSN: 0021-9991. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.12.007>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999118307952>.
- [18] Martin Lastiwka, Mihai Basa a Nathan Quinlan. “Permeable and non-reflecting boundary conditions in SPH”. In: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 61 (lis. 2009), s. 709–724. DOI: 10.1002/flid.1971.
- [19] A. Leroy et al. “A new open boundary formulation for incompressible SPH”. In: *Computers & Mathematics with Applications* 72.9 (2016), s. 2417–2432. ISSN: 0898-1221. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2016.09.008>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0898122116305107>.
- [20] G.R. Liu a M.B. Liu. *Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method*. Singapore: World Scientific, 2003. ISBN: 9789812564405.
- [21] M.B. Liu a G.R. Liu. “Restoring particle consistency in smoothed particle hydrodynamics”. In: *Applied Numerical Mathematics* 56.1 (2006), s. 19–36. ISSN: 0168-9274. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apnum.2005.02.012>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168927405000565>.
- [22] L. B. Lucy. “A numerical approach to the testing of the fission hypothesis”. In: *The Astronomical Journal* 82 (1977), s. 1013–1024. DOI: 10.1086/112164. URL: <http://dx.doi.org/10.1086/112164>.
- [23] Fabricio Macià et al. “A boundary integral SPH formulation consistency and applications to ISPH and WCSPH”. In: *Progress of Theoretical Physics* 128 (zář. 2012), s. 439–462. DOI: 10.1143/PTP.128.439.

- [24] Joseph Monaghan. “Smoothed Particle Hydrodynamics”. In: *Reports on Progress in Physics* 68 (čvc. 2005), s. 1703. DOI: 10.1088/0034-4885/68/8/R01.
- [25] Milan Sedlář et al. “Experimental Research and Numerical Analysis of Flow Phenomena in Discharge Object with Siphon”. In: *Water* 12.12 (2020). ISSN: 2073-4441. DOI: 10.3390/w12123330. URL: <https://www.mdpi.com/2073-4441/12/12/3330>.
- [26] J. Smagorinsky. “General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment”. In: *Monthly Weather Review* 91.3 (1963), s. 99–164. DOI: [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1963\)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1963)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2). URL: [https://journals.ametsoc.org/view/journals/mwre/91/3/1520-0493\\_1963\\_091\\_0099\\_gcewtp\\_2\\_3\\_co\\_2.xml](https://journals.ametsoc.org/view/journals/mwre/91/3/1520-0493_1963_091_0099_gcewtp_2_3_co_2.xml).
- [27] Volker Springel. “Smoothed Particle Hydrodynamics in Astrophysics”. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 48.1 (2010), s. 391–430. DOI: 10.1146/annurev-astro-081309-130914. URL: <https://doi.org/10.1146/annurev-astro-081309-130914>.
- [28] Angelo Tafuni et al. “Accurate and efficient SPH open boundary conditions for real 3-D engineering problems”. In: čvn. 2017.
- [29] Edmond Y.M. Lo a Songdong Shao. “Simulation of near-shore solitary wave mechanics by an incompressible SPH method”. In: *Applied Ocean Research* 24.5 (2002), s. 275–286. ISSN: 0141-1187. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0141-1187\(03\)00002-6](https://doi.org/10.1016/S0141-1187(03)00002-6). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141118703000026>.