

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ
Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní
DRTA sondy pomocí numerických simulací

MASTER THESIS

Improvement of thermodynamic properties of a high-speed
DRTA probe by numerical simulations

Autor práce: Bc. Josef Krubner

Vedoucí práce: Ing. Michal Schmirler, Ph.D.

Konzultant: doc. Ing. Jan Halama, Ph.D.

Akademický rok 2021/2022

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Krubner** Jméno: **Josef** Osobní číslo: **473541**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky**
Studijní program: **Aplikované vědy ve strojním inženýrství**
Specializace: **Matematické modelování v technice**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní DRTA sondy pomocí numerických simulací

Název diplomové práce anglicky:

Improvement of thermodynamic properties of a high-speed DRTA probe by numerical simulations

Pokyny pro vypracování:

- 1) Popište problematiku měření teplot plynů proudících při vysokých podzvukových rychlostech, tedy s uvažováním jejich stlačitelnosti.
- 2) Popište princip fungování v názvu zmiňované DRTA sondy. Představte geometrii sondy, která bude výchozí pro další kroky v rámci návrhu zlepšení jejích termodynamických vlastností.
- 3) Popište CFD model, který budete pro simulaci termodynamických vlastností sondy používat (fyzikální model, okrajové podmínky, numerické schéma, způsoby diskretizace atd.).
- 4) Proveďte simulace vlivu jednotlivých vybraných konstrukčních úprav na termodynamické parametry sondy (hodnoty restitučních faktorů v závislosti na rychlosti nabíhajícího proudu, směrová citlivost, rozložení proudového a teplotního pole atd.)
- 5) Na základě výsledků provedených numerických simulací vyberte nejvhodnější geometrii sondy a vyhodnoťte její termodynamické vlastnosti.

Seznam doporučené literatury:

Dle pokynů vedoucího práce či konzultanta.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Michal Schmirler, Ph.D. ústav mechaniky tekutin a termodynamiky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

doc. Ing. Jan Halama, Ph.D. ústav technické matematiky FS

Datum zadání diplomové práce: **25.04.2022**

Termín odevzdání diplomové práce: **29.07.2022**

Platnost zadání diplomové práce: _____

Ing. Michal Schmirler, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

Ing. Michal Schmirler, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní DRTA sondy pomocí numerických simulací“ vypracoval samostatně. Veškerá použitá literatura a podkladové materiály jsou uvedeny v příloženém seznamu literatury.

V Praze, dne

.....
Josef Krubner

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat Ing. Michalu Schmirlerovi, Ph.D., a doc. Ing. Janu Halamovi, Ph.D., za cenné rady a připomínky, které mi byly nápomocny při vypracování této diplomové práce. Dále bych rád poděkoval své rodině a své přítelkyni za podporu při studiu.

Anotační list

Název práce:	Zlepšení termodynamických vlastností vysokorychlostní DRTA sondy pomocí numerických simulací
Title:	Improvement of thermodynamic properties of a high-speed DRTA probe by numerical simulations
Autor:	Bc. Josef Krubner
Studijní program:	Aplikované vědy ve strojním inženýrství
Druh práce:	Diplomová
Vedoucí práce	Ing. Michal Schmirler, Ph.D.
Konzultant	doc. Ing. Jan Halama, Ph.D.
Abstrakt:	Práce se zaměřuje na vývoj DRTA sondy pro měření vysokých podzvukových rychlostí plynů, která je založena na principu měření rovnovážných teplot pomocí odporových teplotních snímačů s rozdílnými restitučními faktory. Zkoumán byl vliv dílčích konstrukčních úprav prototypu na jeho termodynamické vlastnosti s využitím CFD simulací. Z nabytých poznatků byla navržena nová geometrie sondy, jejíž chování bylo taktéž simulováno.
Abstract:	This work focuses on the design of high subsonic gas speed DRTA probe, which is based on the principles of recovery temperature measurement using two RTD sensors with different recovery factors. Using CFD simulations, analysis of constructional changes' influence on the probe's thermodynamic properties were made. With the use of acquired knowledge new probe's prototype geometry was presented and analysed as well.
Klíčová slova:	návrh sondy pro měření rychlosti, měření rychlosti plynů, podzvukové proudění, restituční faktor, rovnovážná teplota, CFD simulace
Keywords:	velocimetry probe design, gas velocimetry, subsonic flow, recovery factor, recovery temperature, CFD simulation

Obsah

Seznam použitých symbolů	9
Seznam symbolů a indexů	9
Seznam použitých indexů	9
Seznam obrázků	10
Úvod	12
1 Měření teplot při vysokých podzvukových rychlostech	13
1.1 Dynamický ohřev	13
1.2 Restituční faktor	14
1.3 Měření stagnační teploty	15
1.3.1 Rovnovážná teplota	15
1.3.2 Měřicí sondy	16
1.4 Měření statické teploty	16
2 DRTA sonda	17
2.1 Princip fungování	17
2.2 Výchozí geometrie	18
2.3 Cíle numerických simulací	19
3 CFD model	20
3.1 Základní systém rovnic	20
3.1.1 Rovnice kontinuity	20
3.1.2 Pohybová rovnice	20
3.1.3 Energetická rovnice	20
3.1.4 Konstitutivní vztahy	20
3.2 Model turbulence	22
3.3 Výpočetní geometrie	24
3.3.1 Výpočetní oblast	24
3.3.2 Využití symetrie	25
3.3.3 Materiály	26
3.4 Okrajové podmínky	27
3.4.1 Hranice výpočetní oblasti	27
3.4.2 Stěny	27
3.5 Výpočetní síť	28
3.5.1 Povrchová síť	28
3.5.2 Zjemnění v mezní vrstvě	28
3.5.3 Objemová síť	29

3.6	Numerický řešič	30
3.6.1	Odhad gradientu	30
3.6.2	Aproximace hodnot na stěnách	31
3.6.3	Numerické schéma	32
3.6.4	Inicializace výpočtu	32
3.6.5	Určení restitučních faktorů	32
4	CFD analýza konstrukčních úprav	33
4.1	Studie citlivosti výpočetní sítě	33
4.2	Sonda bez stínění čidla B	34
4.2.1	Chování při různých rychlostech proudění	35
4.2.2	Směrová citlivost v rovině symetrie	36
4.2.3	Směrová citlivost kolmo na rovinu symetrie	36
4.2.4	Zhodnocení	36
4.3	Sonda se stíněním čidla B	37
4.4	Sonda s rozšířeným stíněním čidla B	38
4.4.1	Chování při různých rychlostech proudění	39
4.4.2	Směrová citlivost v rovině symetrie	40
4.4.3	Směrová citlivost kolmo na rovinu symetrie	40
4.4.4	Zhodnocení	40
4.5	Vliv průměru stínění čidla B	41
4.6	Vliv průměru stínění čidla A	42
4.7	Vliv polohy odvětrání čidla A	44
4.8	Vliv průměru odvětrání čidla A	45
4.9	Vliv přidání divergentního vstupu pro čidlo A	46
4.10	Vliv přidání kavity do stínění	47
4.10.1	Čidlo A	47
4.10.2	Čidlo B	48
5	Návrh a analýza finální geometrie	49
5.1	Návrh konstrukčních úprav	49
5.2	CFD analýza	50
5.2.1	Chování při různých rychlostech proudění	50
5.2.2	Směrová citlivost v rovině symetrie	51
5.2.3	Směrová citlivost kolmo na rovinu symetrie	52
5.3	Zhodnocení	53
5.4	Volba materiálu trubice	54
	Závěr	56

Seznam použité literatury

57

Přílohy

58

Seznam použitých symbolů

Seznam symbolů

a	$\frac{m}{s}$	Rychlost zvuku
c_p	$\frac{J}{kgK}$	Měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku
f	1	Restituční faktor
h	$\frac{J}{kg}$	Měrná entalpie
k	$\frac{m^2}{s^2}$	Turbulentní kinetická energie
Ma	1	Machovo číslo
p	Pa	Tlak
Pr	1	Prandtlovo číslo
r	$\frac{J}{kgK}$	Měrná plynová konstanta
Re	1	Reynoldsovo číslo
T	K	Termodynamická teplota
T_r	K	Rovnovážná teplota
u	$\frac{m}{s}$	Rychlost proudění
ε	1	Chyba
κ	1	Poissonova konstanta
μ	$Pa \cdot s$	Dynamická viskozita
ν	$\frac{m^2}{s}$	Kinematická viskozita
ρ	$\frac{kg}{m^3}$	Hustota
ω	$\frac{1}{s}$	Specifická rychlost disipace

Seznam indexů

A	Čidlo A
B	Čidlo B
0	Stagnační

Seznam obrázků

1.1.1	Závislost dynamické teploty a poměru $\frac{T}{T_0}$ na Machově čísle proudění pro statickou teplotu 300 K.	14
1.3.1	Závislost rovnovážné teploty a chyby ε_{T0} na restitučním faktoru pro různé rychlosti proudění při statické teplotě 300 K.	15
1.3.2	Vybrané geometrie sond pro měření stagnačních teplot.	16
2.2.1	Výchozí geometrie DRTA sondy.	18
3.3.1	Výpočetní oblast s vyznačením souřadného systému a polohy měřených geometrií.	24
3.3.2	Výpočetní oblast pro řešení symetrických úloh.	25
3.4.1	Části hranice pro aplikování okrajových podmínek (v jednotlivých obrázcích označeny žlutou barvou).	27
3.5.1	Graf četností hodnot bezrozměrné vzdálenosti od stěny čidla A pro úlohu z Kapitoly 4.6. Průměrná hodnota byla pro tento případ rovna 0.945.	29
3.5.2	Pohled na výpočetní síť z Kapitoly 4.6 ze strany symetrie.	30
3.6.1	Schéma pro určení gradientu pomocí metody nejmenších čtverců.	31
3.6.2	Schéma s vyznačením oblasti odečtu teploty pro určení restitučního faktoru.	32
4.1.1	Závislost restitučních faktorů sondy bez stínění čidla B na jemnosti výpočetní sítě.	33
4.2.1	Sonda bez stínění čidla B.	34
4.2.2	Závislost restitučních faktorů sondy bez stínění čidla B na rychlosti proudění.	35
4.2.3	Vizualizace vypočtených dat pro sondu bez stínění čidla B v rovině symetrie pro rychlost proudění $250 \frac{m}{s}$	35
4.2.4	Závislost restitučních faktorů sondy bez stínění čidla B na natočení sondy v rovině symetrie.	36
4.2.5	Závislost restitučních faktorů sondy bez stínění čidla B na natočení kolmo na rovinu symetrie.	37
4.3.1	Sonda se stíněním čidla B.	37
4.3.2	Vizualizace vypočtených dat pro sondu se stíněním čidla B v rovině symetrie pro rychlost proudění $250 \frac{m}{s}$	38
4.4.1	Sonda se stíněním čidla B.	38
4.4.2	Závislost restitučních faktorů sondy s rozšířeným stíněním čidla B na rychlosti proudění.	39
4.4.3	Vizualizace vypočtených dat pro sondu s rozšířeným stíněním čidla B v rovině symetrie pro rychlost proudění $250 \frac{m}{s}$	39

4.4.4	Závislost restitučních faktorů sondy s rozšířeným stíněním čidla B na natočení sondy v rovině symetrie.	40
4.4.5	Závislost restitučních faktorů sondy s rozšířeným stíněním čidla B na natočení kolmo na rovinu symetrie.	41
4.5.1	Stínění čidla B.	41
4.5.2	Závislost restitučního faktoru čidla B na průměru stínění.	42
4.6.1	Stínění čidla A.	42
4.6.2	Závislost restitučního faktoru čidla A na průměru stínění.	43
4.7.1	Závislost restitučního faktoru čidla A na poloze odvětrání.	44
4.8.1	Závislost restitučního faktoru čidla A na průměru odvětrání.	45
4.9.1	Čidlo A s divergentním vstupem.	46
4.9.2	Závislost restitučního faktoru čidla A na vrcholovém úhlu divergentního vstupu.	46
4.10.1	Modely pro testování vlivu přidání kavity do stínění.	47
4.10.2	Závislost restitučního faktoru čidla A na tloušťce kavity uvnitř stínění.	48
4.10.3	Závislost restitučního faktoru čidla B na tloušťce kavity uvnitř stínění.	48
5.1.1	Finální model DRTA sondy.	49
5.1.2	Porovnání rozměrů finální (vlevo) a původní (vpravo) verze sondy.	49
5.2.1	Závislost restitučních faktorů upravené sondy na rychlosti proudění.	50
5.2.2	Vizualizace vypočtených dat pro upravenou sondu v rovině symetrie pro rychlost proudění $250 \frac{m}{s}$	51
5.2.3	Závislost restitučních faktorů upravené sondy na natočení v rovině symetrie.	51
5.2.4	Závislost restitučních faktorů upravené sondy na natočení kolmo na rovinu symetrie.	52
5.3.1	Porovnání závislostí rozdílů restitučních faktorů s vyznačením 2.5%, 5% a 10% odchylky od hodnoty v nevychýleném stavu a při rychlosti proudění $250 \frac{m}{s}$	53
5.3.2	Rozložení chyb měření rychlosti při uvažování konstantního rozdílu restitučních faktorů.	54
5.4.1	Vliv volby materiálu trubice na velikost restitučních faktorů.	55

Úvod

Měření parametrů proudění plynů je běžnou součástí průmyslových či výzkumných procesů a konkrétně stanovení rychlosti je samo o sobě velice širokou vědní disciplínou, k níž lze přistupovat mnoha způsoby v závislosti na charakteru proudění a proudícího média, či na povaze měřené rychlosti. V praxi se lze setkat například s měřením okamžité rychlosti, rychlostních profilů, či celých $2D/3D$ rychlostních polí pomocí optických metod.

Tato práce je zaměřena na vývoj anemometrické sondy využívající dvojici odporových teplotních snímačů, která je určena pro oblast vysokých podzvukových rychlostí. Jedná se o poměrně neprobádaný pohled na tuto problematiku, který by mohl konkurovat v praxi již ověřeným metodám, mezi které patří například Prandtlova sonda.

Hlavním cílem práce bylo zlepšení termodynamických vlastností sondy prostřednictvím vybraných konstrukčních úprav. Vliv dílčích změn geometrie byl zkoumán s využitím numerických simulací v prostředí software Ansys Fluent. Tento přístup byl zvolen s ohledem na předpokládáné vysoké množství zkoumaných konstrukčních úprav, což by jinak bylo při experimentálním testování problematické jak časově, tak i s ohledem na nutnost výroby jednotlivých prototypů.

Struktura práce je rozčleněna do pěti kapitol. První obsahuje úvod do metodiky měření teplot při vysokých podzvukových rychlostech. S ohledem na zkoumanou problematiku je zaměřena hlavně na využití teplotních snímačů. Druhá kapitola popisuje princip fungování zkoumané DRTA sondy a seznamuje čtenáře s výchozí geometrií, se kterou je v dalších kapitolách pracováno. Třetí kapitola představuje použitý výpočetní model, včetně uvedení fyzikálních rovnic a popisu výpočetní oblasti a numerického řešiče. Jejím cílem je umožnit v budoucnu realizaci dalších simulací konstrukčních úprav za stejných podmínek, za jakých byly prováděny v této práci. Čtvrtá, nejrozsáhlejší, kapitola se zabývá analýzou a zhodnocením vlivu dílčích konstrukčních úprav modelu sondy na jeho termodynamické vlastnosti. V páté kapitole je představen finální návrh modelu DRTA sondy spolu s analýzou termodynamických vlastností.

1 Měření teplot při vysokých podzvukových rychlostech

Teplota, jako stavová veličina, je jedním z důležitých parametrů proudění, které jsou sledovány během průmyslových procesů, nebo během provozu strojírenských zařízení, či výzkumných tratí. Její měření je obvykle bezproblémové, hovoříme-li o nízkých rychlostech proudění, nebo případně o kapalinách. Při přechodu do vyšších podzvukových rychlostí plynů (na které je zaměřena tato práce) dochází k nárůstu vlivu jejich stlačitelnosti a určení statické, potažmo stagnační, teploty proudění začíná být problematické. Hranice stlačitelnosti se obvykle uvažuje okolo $Ma = 0.3$.

1.1 Dynamický ohřev

Dobrym ukazatelem míry vlivu stlačitelnosti proudění na měření teploty je poměr statické a stagnační teploty, který lze odvodit z energetické rovnice při uvažování adiabatického výtoku z nádoby o klidových parametrech h_0 , T_0 a $u_0 = 0 \frac{m}{s}$ do obecného místa s parametry h , T a u :

$$h_0 = h + \frac{u^2}{2} \quad (1.1.1)$$

$$h = c_p T \quad (1.1.2)$$

$$c_p T_0 = c_p T + \frac{u^2}{2} \quad (1.1.3)$$

$$T_0 = T + \frac{u^2}{2c_p} = T + \frac{u^2}{2} \frac{a^2}{a^2} \quad (1.1.4)$$

$$a = \sqrt{\kappa r T} \quad (1.1.5)$$

$$c_p = \frac{\kappa r}{\kappa - 1} \quad (1.1.6)$$

$$T_0 = T \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \frac{u^2}{a^2} \right) \quad (1.1.7)$$

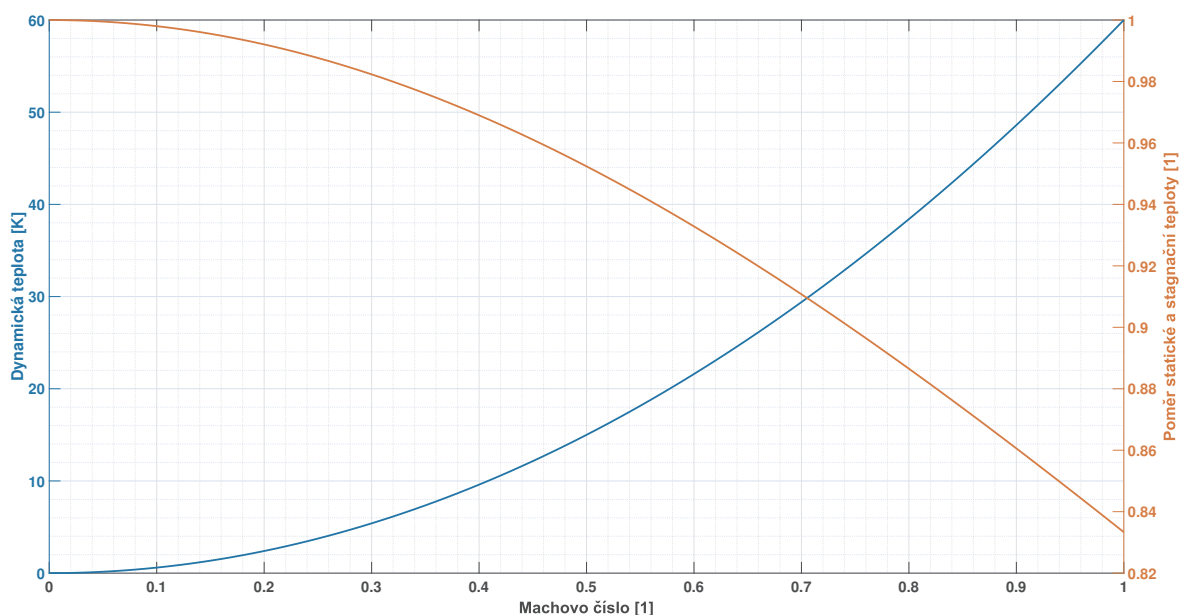
$$Ma = \frac{u}{a} \quad (1.1.8)$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2} \quad (1.1.9)$$

kde $h \left[\frac{J}{kg} \right]$ je měrná entalpie, $u \left[\frac{m}{s} \right]$ je rychlost proudění, $T [K]$ je termodynamická teplota, $c_p \left[\frac{J}{kgK} \right]$ je měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku, $a \left[\frac{m}{s} \right]$ je rychlost zvuku, $\kappa [1]$ je Poissonova konstanta, $r \left[\frac{J}{kgK} \right]$ je měrná plynová konstanta a $Ma [1]$ je Machovo číslo. Dolní index 0 označuje stagnační parametry.

Ze Vztahu 1.1.9 je patrné, že při nulové rychlosti proudění ($Ma = 0$) bude statická teplota rovna teplotě stagnační, neboli klidové. Dosažením rychlosti zvuku ($Ma = 1$) klesne poměr na hodnotu $\frac{1}{1 + \frac{\kappa - 1}{2}}$, což pro vzduch odpovídá 0.83 při uvažování $\kappa = 1.4$. Při $Ma = 0.3$ (zmiňovaná mez stlačitelnosti) tvoří statická teplota 98.2% stagnační teploty, zanedbáním rozdílu těchto teplot bychom se tak dopustili v tomto případě 1.8% chyby. Chybě 2.5% pak odpovídá Machovo číslo 0.358.

Člen $\frac{u^2}{2c_p}$ v Rovnici 1.1.4 se formálně nazývá dynamická teplota (ačkoliv se o teplotu nejedná) a je projevem stlačitelnosti proudění. Jeho průběh v závislosti na Machově čísle je společně s poměrem $\frac{T}{T_0}$ vyznačen na Obrázku 1.1.1.



Obrázek 1.1.1: Závislost dynamické teploty a poměru $\frac{T}{T_0}$ na Machově čísle proudění pro statickou teplotu 300 K .

1.2 Restituční faktor

Umístěním tělesa do proudu vzduchu dojde k jeho zahřívání vlivem zbrzdění proudění v mezní vrstvě. Budeme-li o tomto tělese dále hovořit jako o teplotním snímači, tak bude klíčové, jakou teplotu naměříme. Ve stagnačním bodě snímače bude plyn dosahovat klidové teploty, mimo něj však bude teplota nižší. Měřená teplota, značená obvykle jako rovnovážná T_r , se tak bude pohybovat mezi teplotou statickou a stagnační ($T < T_r < T_0$). Vztah mezi těmito teplotami popisuje takzvaný restituční faktor f :

$$f = \frac{T_r - T}{T_0 - T} \quad (1.2.1)$$

Restituční faktor je především funkcí Prandtlova čísla, závisí však i na geometrii snímače a na Machově a Reynoldsově čísle [7]. Jeho hodnota je tedy proměnlivá, nicméně v řadě aplikací jej lze pro definované podmínky považovat za konstantu: pro válcová tělesa umístěná rovnoběžně v proudu vzduchu byl při lokálním $\text{Re} < 5 \cdot 10^5$ restituční faktor roven $\sqrt{\text{Pr}}$, pro vzduch byla tato hodnota při $\text{Pr} = 0.72$ rovna 0.85 [12]. Obdobná hodnota restitučního faktoru (v tomto případě pro $\text{Pr} = 0.71$) byla použita s dostatečnou přesností při měřeních pomocí termočlánku [6].

1.3 Měření stagnační teploty

1.3.1 Rovnovážná teplota

Kombinací Vztahů 1.2.1 a 1.1.4 lze získat vztahy pro výpočet rovnovážné teploty:

$$f = \frac{T_r - T}{T + \frac{u^2}{2c_p} - T} \quad (1.3.1)$$

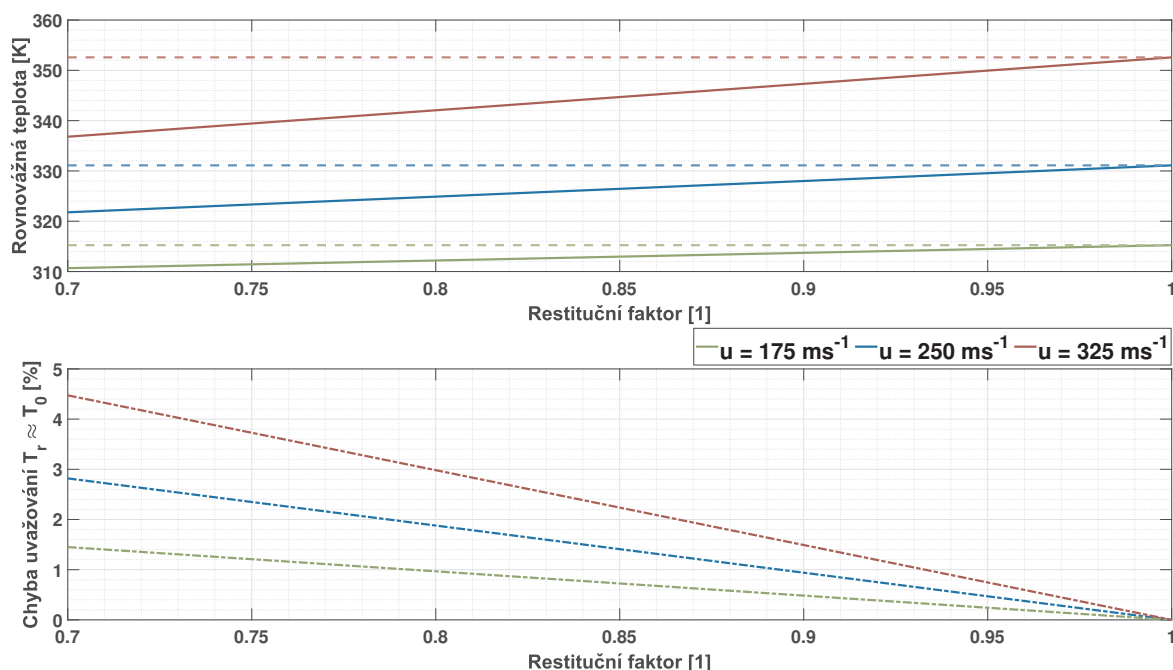
$$T_r = T + f \frac{u^2}{2c_p} \quad (1.3.2)$$

$$T_r = T \left(1 + f \frac{\kappa - 1}{2} \text{Ma}^2 \right) \quad (1.3.3)$$

Budeme-li hovořit o měření stagnační teploty při vysokých podzvukových rychlostech, nabízí se otázka, zda by nebylo možné použít sondu s dostatečně vysokým restitučním faktorem ($f \rightarrow 1$) a jaké bychom se dopustili chyby, pokud bychom naměřenou rovnovážnou teplotu považovali za stagnační. Chyba ε_{T_0} by v takovém případě byla pro dané proudění (vybraná rychlost u a statická teplota T) funkcí právě restitučního faktoru:

$$\varepsilon_{T_0} = 1 - \frac{T_r}{T_0} = 1 - \frac{T + f \frac{u^2}{2c_p}}{T + \frac{u^2}{2c_p}} \quad (1.3.4)$$

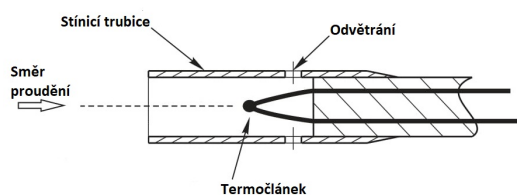
Závislosti velikosti chyby a rovnovážné teploty na restitučním faktoru jsou patrné z Obrázku 1.3.1. S narůstající rychlostí proudění dochází i ke zvětšování chyby ε_{T_0} , která pro restituční faktor ≥ 0.94 však nepřekračuje v rámci podzvukových rychlostí 1 % nezávisle na statické teplotě proudění (viz odvození v Příloze 1).



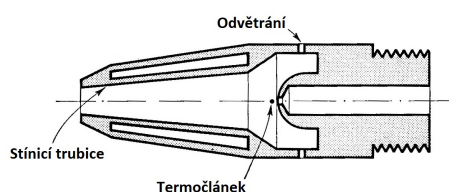
Obrázek 1.3.1: Závislost rovnovážné teploty a chyby ε_{T_0} na restitučním faktoru pro různé rychlosti proudění při statické teplotě 300 K .

1.3.2 Měřicí sondy

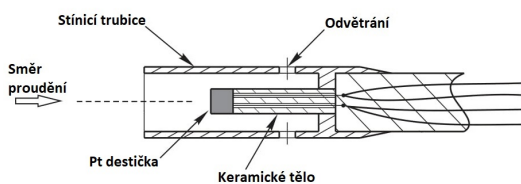
Konstrukce sond pro měření stagnačních teplot typicky obsahují tepelně citlivý prvek (obvykle termočlánek nebo odporový teplotní snímač) umístěný v trubici sodvětráním, která slouží ke zpomalení proudění okolo čidla obvykle pod hodnotu $Ma = 0.15$ [3]. Snížením rychlosti plynu dojde k nárůstu jeho měrné entalpie, což se projeví i vyšší naměřenou teplotou, která se tak bude blížit stagnační teplotě volného proudu. Příklady konstrukcí používaných pro měření stagnačních teplot jsou uvedeny na Obrázku 1.3.2. U všech uvedených geometrií byl restituční faktor vyšší než 0.97, v případě 1.3.2b a 1.3.2d byl dokonce 0.99.



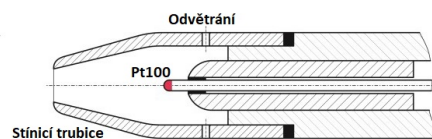
(a) Trubice s termočlánekem. Převzato z [3] a upraveno.



(b) Trubice s termočlánekem. Převzato z [12] a upraveno.



(c) Trubice s platinovou destičkou. Převzato z [3] a upraveno.



(d) Trubice s Pt100. Převzato z [11] a upraveno.

Obrázek 1.3.2: Vybrané geometrie sond pro měření stagnačních teplot.

1.4 Měření statické teploty

Při vysokých podzvukových rychlostech je přímé měření statické teploty proudění problematické. Jsou-li však známy další parametry proudění, lze potom statickou teplotu stanovit nepřímou. Příkladem může být využití Prandtlovy sondy, která měří celkový p_0 a statický tlak p . Ty jsou obvykle zpracovány pomocí diferenčního tlakového snímače, jelikož se tato sonda typicky používá k určování rychlosti proudění, k čemuž slouží dynamický tlak, tedy rozdíl $(p_0 - p)$ [4]. Ze znalosti absolutních hodnot tlaků a stagnační teploty lze nicméně při uvažování isoentropického proudění určit teplota statická:

$$T = T_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (1.4.1)$$

2 DRTA sonda

2.1 Princip fungování

Myšlenka stojící za DRTA sondou se opírá právě o měření rovnovážných teplot (viz předchozí Kapitola 1). Budeme-li uvažovat teplotní čidlo s restitučním faktorem f_A , pak bude měřená teplota T_{rA} dána následovně:

$$T_{rA} = T + f_A \frac{u^2}{2c_p} \quad (2.1.1)$$

Jednoduchou úpravou lze odvodit vztah pro určení rychlosti proudění:

$$u = \sqrt{2c_p \frac{T_{rA} - T}{f_A}} \quad (2.1.2)$$

Takový postup by však vyžadoval znalost statické teploty nabíhajícího proudu T , nebo potažmo teploty klidové T_0 – tuto metodiku lze najít v řadě aplikací (viz metoda RTA – *Recovery Temperature Anemometry* [5, 6]). Zde byl k měření použit termočlánek s restitučním faktorem uvažovaným jako \sqrt{Pr} a výsledná rychlost proudění byla stanovena ze vztahu:

$$u = \sqrt{\frac{2\kappa r}{\kappa - 1} \frac{T_0 - T_{rA}}{f_A}} \quad (2.1.3)$$

Nevýhodou výše uvedené RTA metody je právě nutnost měření dalších parametrů proudění (T , T_0), což značně omezuje možnosti jejího využití. Klíčovým krokem v návrhu DRTA sondy je proto eliminace statické teploty ze Vztahu 2.1.2. Toho lze docílit použitím odlišného teplotního čidla – odlišnost je zde reprezentovaná rozdílným restitučním faktorem, který označme f_B . Toto čidlo bude tedy indikovat teplotu T_{rB} :

$$T_{rB} = T + f_B \frac{u^2}{2c_p} \quad (2.1.4)$$

Rychlost proudění lze následně určit z rozdílu Vztahů 2.1.1 a 2.1.4:

$$T_{rA} - T_{rB} = (f_A - f_B) \frac{u^2}{2c_p} \quad (2.1.5)$$

$$u = \sqrt{\frac{2c_p (T_{rA} - T_{rB})}{(f_A - f_B)}} \quad (2.1.6)$$

Výhoda použití dvou teplotních snímačů s rozdílnými restitučními faktory spočívá navíc v tom, že lze obdobně odvodit i vztahy pro určení Machova čísla a statické teploty nabíhajícího proudu. Pro určení Ma je třeba nejprve upravit Vztahy 2.1.1 a 2.1.4:

$$\begin{aligned} T_{rA} &= T + f_A \frac{u^2}{2c_p} \frac{a^2}{a^2} = T \left(1 + f_A \frac{\kappa - 1}{2} \text{Ma}^2 \right) \\ T_{rB} &= T \left(1 + f_B \frac{\kappa - 1}{2} \text{Ma}^2 \right) \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

Výsledný vztah pro Ma vznikne z podílu měřených teplot:

$$\frac{T_{rA}}{T_{rB}} = \frac{1 + f_A \frac{\kappa-1}{2} \text{Ma}^2}{1 + f_B \frac{\kappa-1}{2} \text{Ma}^2} \quad (2.1.8)$$

$$\text{Ma} = \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \frac{T_{rA} - T_{rB}}{T_{rB} f_A - T_{rA} f_B}}$$

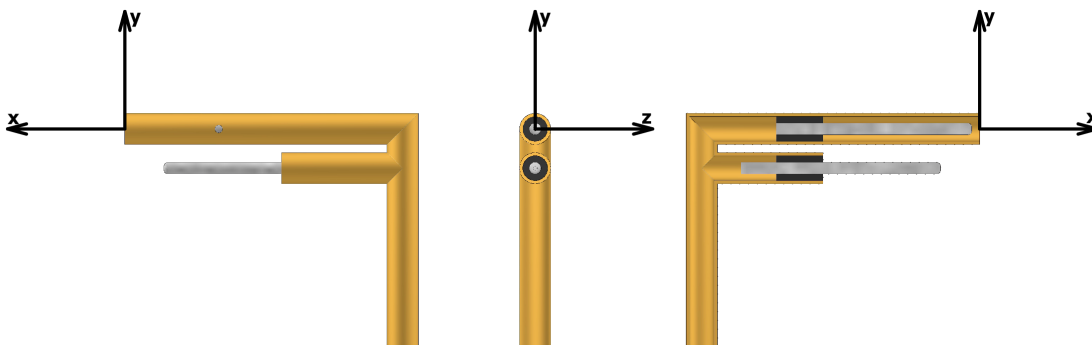
Určení statické teploty lze odvodit pomocí eliminace rychlosti proudění ze Vztahů 2.1.1 a 2.1.4:

$$\frac{u^2}{2c_p} = \frac{T_{rA} - T}{f_A} = \frac{T_{rB} - T}{f_B} \quad (2.1.9)$$

$$T = \frac{T_{rB} f_A - T_{rA} f_B}{f_A - f_B}$$

2.2 Výchozí geometrie

Jak již vyplývá z principu fungování DRTA sondy, klíčovými prvky konstrukce jsou dvě teplotní čidla. V tomto případě byly zvoleny odporové teplotní snímače Pt100 (model *1PT100K2515* značky Omega Engineering) o průměru 1.5 mm a délce 25 mm . Ty jsou uchyceny pomocí těsnění v mosazné trubici o vnějším průměru 4 mm a tloušťce stěny 0.4 mm . Výchozí geometrie sondy je patrná z Obrázku 2.2.1, detailní rozměry jsou poté uvedeny v Příloze 2.



Obrázek 2.2.1: Výchozí geometrie DRTA sondy.

Klíčový je zde rozdíl restitučních faktorů teplotních čidel. To je zajištěno opláštěním jednoho z nich – bude značeno jako čidlo A. Při proudění plynu stínící trubicí dochází k jeho výraznému zpomalení, což vede k nárůstu statické teploty a čidlo se tak zahřívá více, než kdyby bylo umístěné volně v proudě. Stínění je opatřeno dvěma ventilačními otvory o průměru 1 mm , které zajišťují proudění vzduchu trubicí. Konstrukce čidla A se tak podobá měření stagnační teploty (viz Kapitola 1), kdy je cílem se co nejvíce přiblížit stavu $f_A \rightarrow 1$.

2.3 Cíle numerických simulací

Hlavním cílem CFD simulací byla úprava geometrie sondy tak, aby byla zajištěna její co největší směrová necitlivost a zároveň použitelnost nezávisle na rychlosti proudění. Návrhy byly prováděny pro vysoké podzvukové rychlosti. Dalším cílem bylo dále dosažení co nejvyššího rozdílu restitučních faktorů s ohledem na další zvolené úpravy geometrie.

Charakter konstrukčních úprav se odvíjel také od snahy zachovat původní koncept sondy a měl umožnit pozdější snadnou konstrukci nového modelu pro experimentální testování.

3 CFD model

Během výpočtů byl použit předpoklad stacionárního vazkého proudění ideálního plynu, od čehož se odvíjí i forma níže uvedených rovnic.

3.1 Základní systém rovnic

3.1.1 Rovnice kontinuity

Zákon zachování hmotnosti je pro stlačitelné stacionární proudění popsán následující rovnicí:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (3.1.1)$$

kde ρ [$\frac{kg}{m^3}$] je hustota a \vec{u} [$\frac{m}{s}$] je rychlost proudění.

3.1.2 Pohybová rovnice

Přenos hybnosti je popsán Navier-Stokesovými rovnicemi pro stacionární proudění:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (3.1.2)$$

kde p [Pa] je statický tlak a $\vec{\tau}$ [$\frac{N}{m^2}$] je tenzor vazkých napětí daný následujícím vztahem:

$$\vec{\tau} = \mu \left[\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \vec{I} \right] \quad (3.1.3)$$

kde μ [$Pa \cdot s$] je dynamická viskozita a \vec{I} [1] je jednotková matice.

3.1.3 Energetická rovnice

Řešení stlačitelného proudění vyžaduje doplnění energetické rovnice, kterou lze zapsat následovně:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u} H + \vec{q} - \vec{\tau} \cdot \vec{u}) = 0 \quad (3.1.4)$$

kde H [$\frac{J}{kg}$] je celková měrná entalpie a \vec{q} [$\frac{W}{m^2}$] je vektor tepelného toku.

3.1.4 Konstitutivní vztahy

Stavová rovnice ideálního plynu

Rovnice popisuje vazbu mezi stavovými veličinami tekutiny:

$$\frac{p}{\rho} = rT \quad (3.1.5)$$

kde T [K] je termodynamická teplota a r [$\frac{J}{kgK}$] je měrná plynová konstanta, pro vzduch rovna $287.2 \frac{J}{kgK}$.

Celková měrná entalpie

Měrnou entalpii proudění $h \left[\frac{J}{kg} \right]$ lze určit ze vztahu:

$$h = c_p T = e + \frac{p}{\rho} = c_v T + \frac{p}{\rho} \quad (3.1.6)$$

kde $c_p, c_v \left[\frac{J}{kgK} \right]$ jsou měrné tepelné kapacity za konstantního tlaku, resp. konstantního objemu a $e \left[\frac{J}{kg} \right]$ je měrná energie. Přičtením měrné kinetické energie proudění dostáváme celkovou měrnou entalpii H :

$$H = h + \frac{\|\vec{u}\|^2}{2} \quad (3.1.7)$$

3.2 Model turbulence

Vzhledem k povaze řešených úloh byl zvolen dvourovnicový RANS (*Reynolds Averaged Navier Stokes*) model turbulence $k - \omega$ SST (*Shear Stress Transport*, viz Menter [8, 9]), který kombinuje výhody modelu $k - \varepsilon$ ve volném proudu a modelu $k - \omega$ ve vazké podvrstvě. Transportní rovnice pro $k - \omega$ SST mají následující tvar:

$$\nabla \cdot (\rho k \vec{u}) = P_k - \beta^* \rho \omega k + \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k] \quad (3.2.1)$$

$$\nabla \cdot (\rho \omega \vec{u}) = \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega \quad (3.2.2)$$

kde k $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$ je turbulentní kinetická energie, ω $\left[\frac{1}{s}\right]$ je specifická rychlost disipace, μ $[Pas]$ je dynamická viskozita a $\beta, \beta^*, \gamma, \sigma_k, \sigma_\omega, \sigma_{\omega 2}$ jsou konstanty. P_k představuje produkci turbulentní kinetické energie, která je s využitím limiteru dána vztahem:

$$P_k = \min \left(\vec{\tau} : \nabla \vec{u}, 20\beta^* \rho \omega k \right) \quad (3.2.3)$$

kde $\vec{\tau}$ je tenzor turbulentního napětí určený vztahem:

$$\vec{\tau} = \mu_t \left(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{u} \vec{I} \right) - \frac{2}{3} \rho k \vec{I} \quad (3.2.4)$$

Poslední člen rovnice 3.2.2 představuje příčnou difuzi, zajišťující přechod mezi modely $k - \omega$ a $k - \varepsilon$. Ten je zprostředkovaný funkcí F_1 :

$$F_1 = \tanh \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}, \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right) \right] \right\}^4 \quad (3.2.5)$$

kde y $[m]$ je vzdálenost od nejbližší stěny a $CD_{k\omega}$ odpovídá kladné části příčné difuze definované následujícím vztahem:

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega, 10^{-20} \right) \quad (3.2.6)$$

Turbulentní vazkost ν_t , respektive μ_t , je definována jako:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad \text{resp.} \quad \mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (3.2.7)$$

kde Ω představuje absolutní hodnotu vířivosti a F_2 je funkce daná vztahem:

$$F_2 = \tanh \left[\max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right) \right]^2 \quad (3.2.8)$$

Konstanty β, γ, σ_k a σ_ω jsou s ohledem na polohu (stěna/volný proud) definovány pomocí funkce F_1 :

$$\Phi = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2 \quad (3.2.9)$$

kde Φ představuje libovolnou z konstant. Pro úplnou reprezentaci modelu je tak třeba definovat pro všechny konstanty jejich hodnotu pro model $k - \omega$ (index 1) a pro model $k - \varepsilon$ (index 2):

Tabulka 3.2.1: Konstanty modelu k- ω SST [1].

σ_{k1}	$\sigma_{\omega1}$	β_1	σ_{k2}	$\sigma_{\omega2}$	β_2	β^*	χ	a_1
1.176	2	0.075	1	1.168	0.0828	0.09	0.41	0.31

Konstanty γ_1 a γ_2 jsou definovány následujícími vztahy:

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega1} \chi^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad (3.2.10)$$

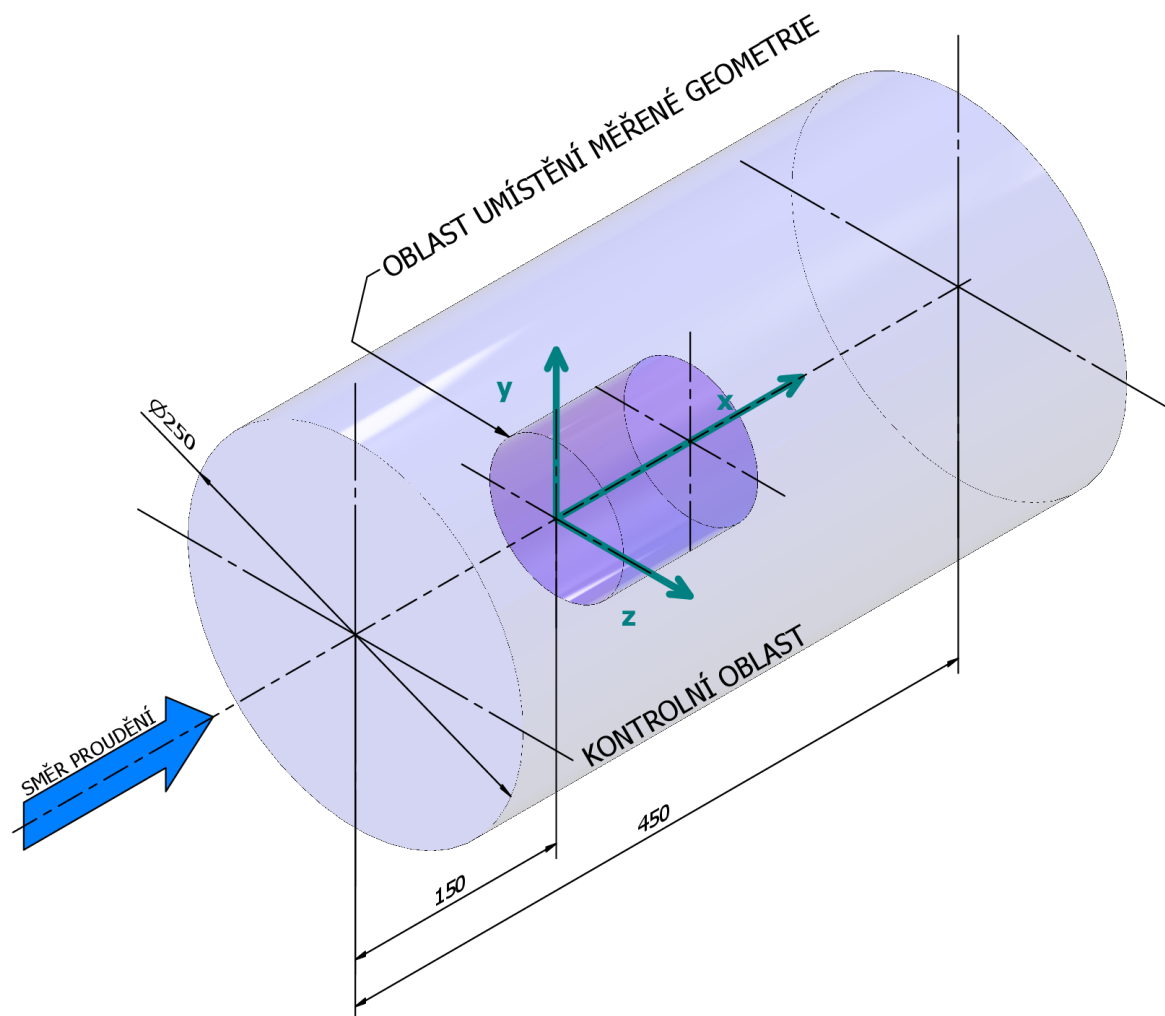
$$\gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega2} \chi^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad (3.2.11)$$

3.3 Výpočetní geometrie

Vzhledem k charakteru řešeného problému byla geometrie proměnlivá. Jednotícím prvkem byla přítomnost alespoň jednoho ze dvou teplotních čidel, jehož restituční faktor byl zkoumán. Podle aktuální simulace se však měnilo uspořádání a přítomnost dalších geometrických prvků, jako například stínění.

3.3.1 Výpočetní oblast

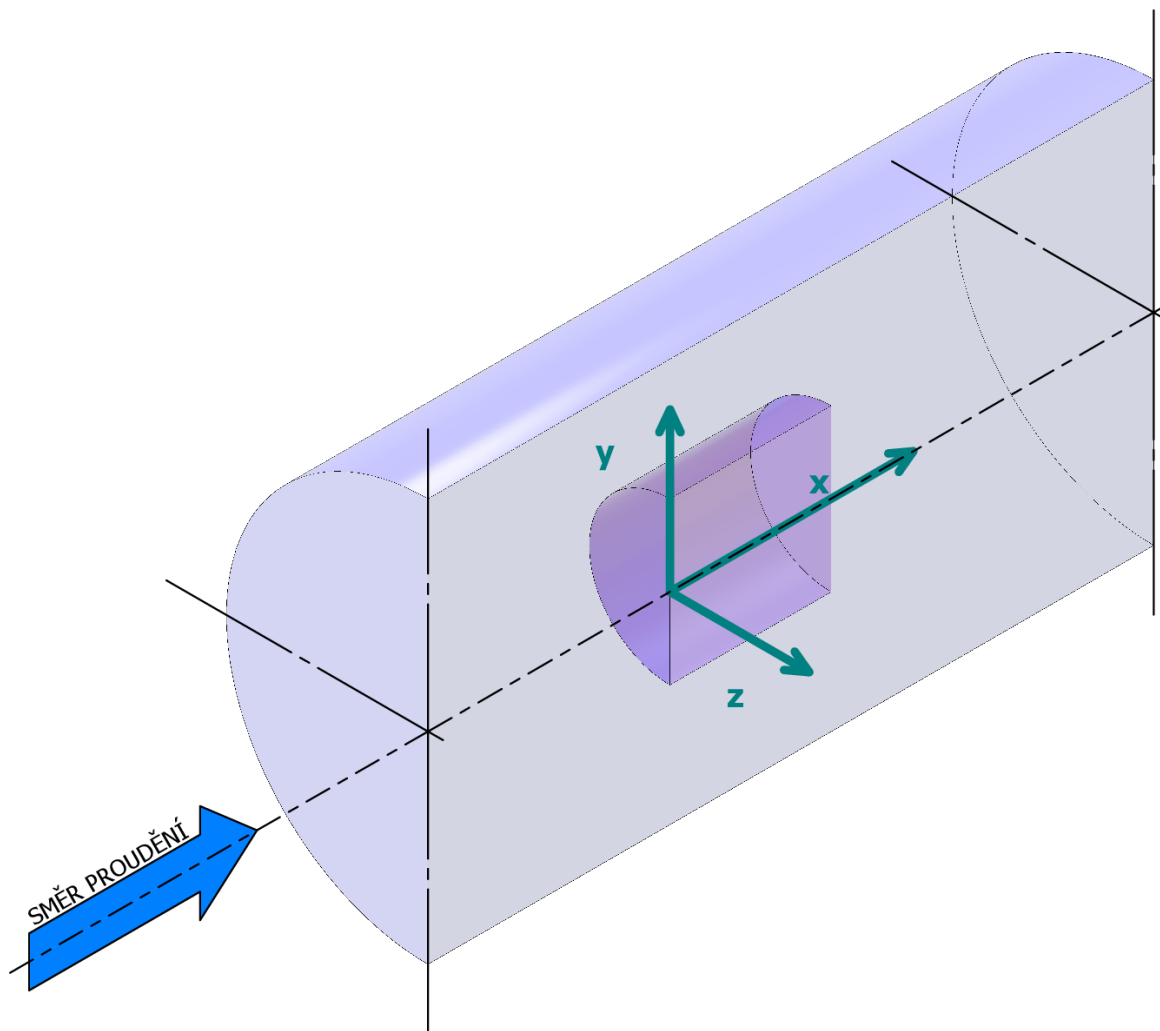
Výpočty byly prováděny na geometrii umístěné v kontrolní oblasti tvaru válce o průměru 250 mm a délce 450 mm . Vzhledem k rozměrům čidel, respektive celkové konstrukce, se jednalo o dostatečně velký kontrolní objem, jehož hranice neměly ovlivňovat proudění okolo sondy. Veškeré měřené geometrie byly ve válci umístěné 150 mm od vstupní oblasti, viz Obrázek 3.3.1, ze kterého je patrné i umístění souřadného systému, na který bude dále v práci odkazováno.



Obrázek 3.3.1: Výpočetní oblast s vyznačením souřadného systému a polohy měřených geometrií.

3.3.2 Využití symetrie

U všech zkoumaných geometrií se nacházela alespoň jedna rovina symetrie – bylo tedy možné využít této výhody pro úsporu výpočetního výkonu. Veškeré simulace uvedené v Kapitolách 4 a 5 s výjimkou analýzy směrové citlivosti v rovině XZ byly provedeny s využitím symetrie výpočetního modelu, viz Obrázek 3.3.2.



Obrázek 3.3.2: Výpočetní oblast pro řešení symetrických úloh.

3.3.3 Materiály

Během výpočtů byly uvažovány celkem tři materiály, ze kterých se skládala geometrie – trubice byla tvořena mosazí, čidla byla uvažována jako homogenní tělesa z keramiky Al_2O_3 a těsnění bylo reprezentováno pryží. Použité fyzikální vlastnosti jednotlivých materiálů jsou uvedeny v Tabulce 3.3.1.

Tabulka 3.3.1: Fyzikální vlastnosti použitých materiálů.

	Mosaz	Pryž	Keramika
Hustota $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	8730	1100	3500
Měrná tepelná kapacita $\left[\frac{J}{kgK}\right]$	400	1300	700
Tepelná vodivost $\left[\frac{W}{mK}\right]$	96	0.09	30

Jako proudící médium byl uvažován vzduch splňující stavovou rovnici ideálního plynu (viz Vztah 3.1.5) s následujícími vlastnostmi:

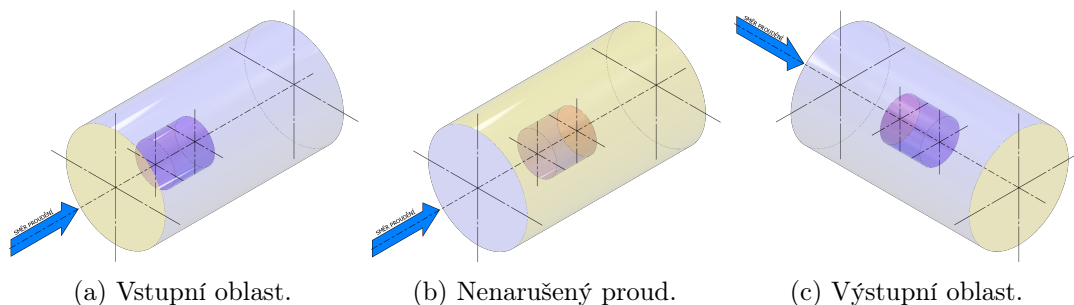
Tabulka 3.3.2: Fyzikální vlastnosti vzduchu.

Měrná plynová konstanta $\left[\frac{J}{kgK}\right]$	Poissonovo číslo [1]
287	1.4
Tepelná vodivost $\left[\frac{W}{mK}\right]$	Dynamická viskozita $[Pa \cdot s]$
$2.42 \cdot 10^{-2}$	$1.7894 \cdot 10^{-5}$

3.4 Okrajové podmínky

3.4.1 Hranice výpočetní oblasti

Hranice válcové kontrolní oblasti byla rozdělena na tři části s odlišnými okrajovými podmínkami – podstavy válce představovaly vstup a výstup a jeho plášť poté nenarušený proud (viz Obrázek 3.4.1). Ve všech oblastech byly předepsány hodnoty uvedené v Tabulce 3.4.1. Ve vstupní oblasti byla dále zadávána rychlost proudění, respektive velikost vektoru rychlosti a jeho směrové cosiny (využito při analýze směrové citlivosti). Hranice nenarušeného proudu měla předepisovanou hodnotu Machova čísla a směr proudění (opět ve formě směrových cosinů vektoru rychlosti).



Obrázek 3.4.1: Části hranice pro aplikování okrajových podmínek (v jednotlivých obrázcích označeny žlutou barvou).

Tabulka 3.4.1: Hodnoty předepisované na hranici kontrolní oblasti.

Statický tlak [Pa]	Statická teplota [K]
10^5	300
Intenzita turbulence [%]	Směšovací délka [m]
2.5	0.01

Výchozí rychlostí použitou pro testování bylo $250 \frac{m}{s}$, tomu odpovídá při teplotě $300 K$ Machovo číslo 0.72. Nebude-li dále uvedeno jinak, pak byly pro výpočet použity právě tyto hodnoty.

3.4.2 Stěny

Při numerických simulacích bylo pro vyhodnocení restitučních faktorů třeba počítat s přestupem tepla do pevných látek a s jeho šířením objemem. V místech kontaktu proudícího média se stěnami geometrie byla proto použita podmínka sdílené teploty – teplota na hranici tekutiny byla přenesena na hranici tělesa.

3.5 Výpočetní síť

Vytváření modelů probíhalo v prostředí software Autodesk Inventor (verze 2021 a 2022), odkud byly následně vyexportovány ve formátu *.dwg*. K přípravě pro síťování byl následně použit software Ansys SpaceClaim (verze 2020b-2021b), jehož účel spočíval primárně ve sdílení topologie modelu, vytváření jmenných sekcí a exportu do optimalizovaného formátu *.pmdb*. Samotné síťování poté probíhalo v software Ansys Fluent (verze 2020b-2021b).

3.5.1 Povrchová síť

Prvním krokem při vytváření výpočetní sítě pro řešič bylo importování geometrie (soubor *.pmdb*) a vysíťování jejích ploch pomocí triangulace. Zde bylo použito následující nastavení:

Tabulka 3.5.1: Předepisované hodnoty při vytváření povrchové sítě.

$\frac{\text{Minimální}}{\text{Maximální}}$ velikost elementů [mm]	Poměrný růst velikosti elementů [1]
$\frac{0.1}{15}$	1.2
Maximální úhel překlenutí [deg]	Minimální dělení hran [1]
10	3

Kvalita povrchové sítě byla následně kontrolována, aby šikmost žádného elementu nepřesáhla 0.5. Šikmost představuje odchylku geometrie buňky od optimálního tvaru (v případě triangulace se jedná o rovnostranný trojúhelník). Její hodnota se pohybuje mezi $0 \div 1$, kde 0 odpovídá nejlepší kvalitě. Pro správný průběh a konvergenci výpočtů je doporučeno, aby maximální šikmost nepřesahovala 0.95 a aby se průměrná šikmost pohybovala nejvýše okolo hodnoty 0.33 [2]. Tato doporučení platí pro konečnou objemovou síť, která se používá během výpočtů, nicméně počáteční kvalita povrchové sítě má zásadní vliv na jakost následujícího síťování.

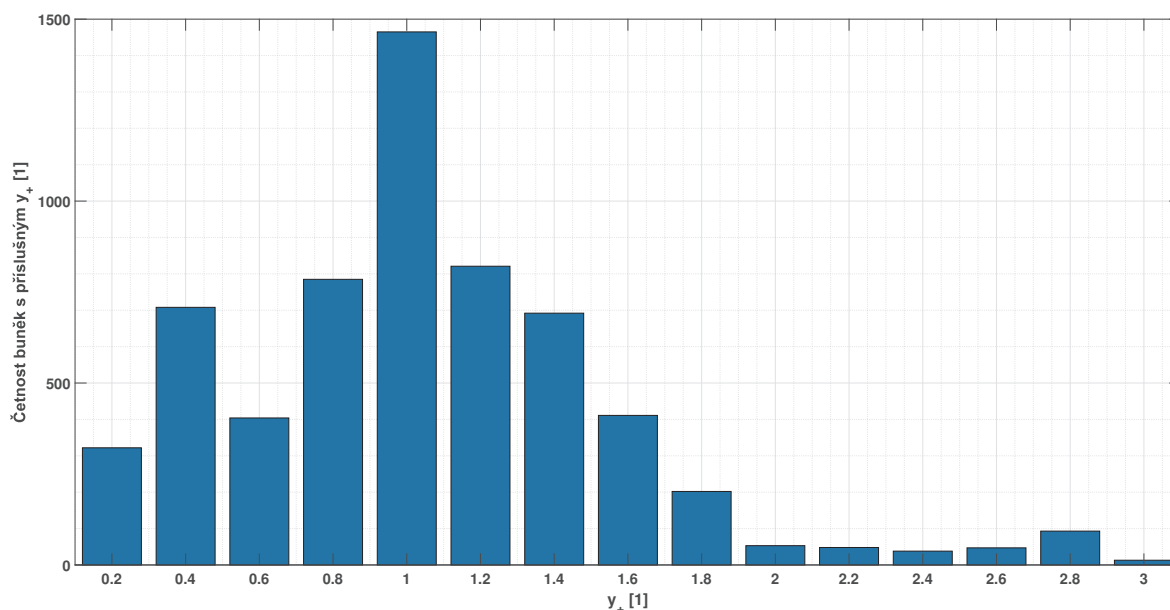
3.5.2 Zjemnění v mezní vrstvě

Pro dosažení přijatelné přesnosti výpočtu přestupu tepla ze vzduchu do těles bylo třeba, s ohledem na použitý model turbulence, vytvořit dostatečně jemnou síť v oblasti mezní vrstvy tak, aby se bezrozměrná vzdálenost od stěny y_+ ($y_+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$, kde u_τ [$\frac{m}{s}$] je třecí rychlost) pohybovala v oblasti vazké podvrstvy. K tomu byly využity prismatické buňky v místech kontaktu tekutiny s měřenou geometrií. Cílem bylo dosažení průměrné y_+ co nejbližší jedné. Toho bylo docíleno pomocí nastavení uvedeného v Tabulce 3.5.2. Příklad rozložení y_+ podél povrchu teplotního čidla je uveden na Obrázku 3.5.1.

Tabulka 3.5.2: Předepisované hodnoty při vytváření prismatických buněk.

Míra natažení prvního elementu (*aspect ratio*) [1]

6.2	
Poměrný růst velikosti elementů [1]	Počet prismatických vrstev [1]
1.2	10



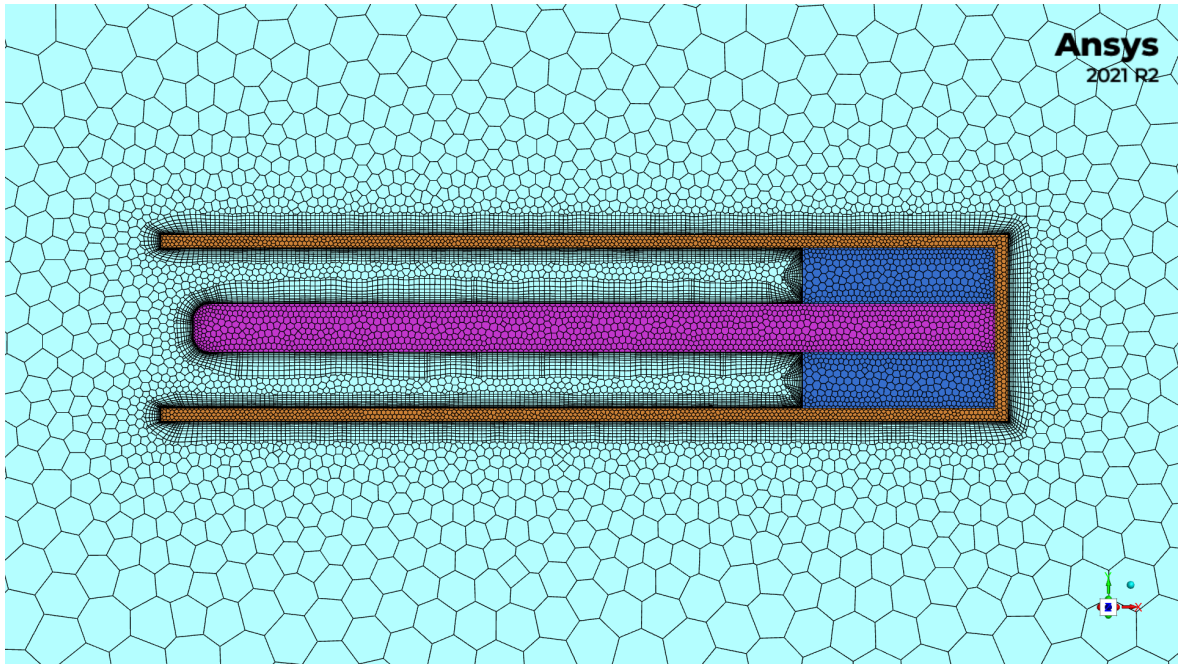
Obrázek 3.5.1: Graf četností hodnot bezrozměrné vzdálenosti od stěny čidla A pro úlohu z Kapitoly 4.6. Průměrná hodnota byla pro tento případ rovna 0.945.

3.5.3 Objemová síť

Při vytváření objemové sítě byly zvoleny polyhedrální buňky, které umožňují dosahovat přesnějších řešení oproti starším typům elementů při shodných počtech buněk. Umožňují navíc lepší odhad gradientu díky vyššímu počtu stěn a obecně lze s jejich použitím dosahovat lepší kvality sítě [13]. Postup generování objemové sítě byl následující:

1. konverze povrchové triangulace na polygonální síť;
2. vygenerování vrstev prismatických buněk;
3. iterační generování polyhedrální objemové sítě ve zbytku objemu.

Maximální šikmost hotové sítě se vždy pohybovala pod hodnotou 0.85. Počty buněk se pohybovaly v rozmezí 450 ÷ 550 tisíc pro symetrické úlohy a 850 ÷ 950 tisíc pro úlohy bez využití symetrie. Příklad výpočetní sítě je uveden na obrázku 3.5.2.



Obrázek 3.5.2: Pohled na výpočetní síť z Kapitoly 4.6 ze strany symetrie.

3.6 Numerický řešič

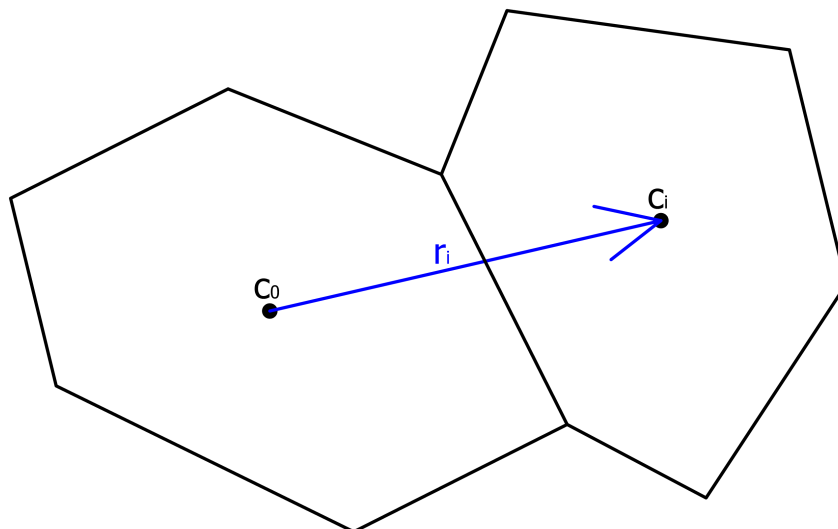
Veškeré výpočty byly provedeny v prostředí výpočetního software Ansys Fluent (verze 2020b-2021b). Ten využívá k řešení problémů metodu konečných objemů, která je pro úlohy počítačové dynamiky tekutin typická. Metoda spočívá v rozdělení kontrolní oblasti na vzájemně disjunktní kontrolní objemy, které ji kompletně pokrývají. Řešené rovnice jsou následně integrovány právě přes dané objemy a poté prostřednictvím diskretizace převedeny na soustavu lineárních rovnic. Způsoby diskretizace a odhadů popsané níže vycházejí z programové dokumentace pro Ansys Fluent 2020 [1].

3.6.1 Odhad gradientu

Pro určení gradientu ve středu buněk byla zvolena, s ohledem na použití polyhedrální sítě, metoda nejmenších čtverců. Ta spočívá v hledání váhové funkce mezi dílčími gradienty $(\nabla\varphi)_{c_0,i}$:

$$(\nabla\varphi)_{c_0,i} \cdot \vec{r}_i = \varphi_{c_i} - \varphi_{c_0} = (\Delta\varphi)_i \quad (3.6.1)$$

kde \vec{r}_i je vektor spojující středy buněk c_0 a c_i a φ_{c_0} , respektive φ_{c_i} , jsou jim odpovídající hodnoty libovolné veličiny (viz Obrázek 3.6.1). Počet takto vzniklých gradientů je roven počtu sousedních buněk n , je tak třeba najít váhovou funkci \vec{W} , jejíž aplikací na



Obrázek 3.6.1: Schéma pro určení gradientu pomocí metody nejmenších čtverců.

soustavu rozdílů $\Delta\vec{\varphi}$ získáme konečný gradient $(\nabla\varphi)_{c0}$, tedy:

$$(\nabla\varphi)_{c0} = \begin{pmatrix} (\nabla\varphi)_{c0}^x \\ (\nabla\varphi)_{c0}^y \\ (\nabla\varphi)_{c0}^z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{x1} & W_{x2} & \cdots & W_{xn} \\ W_{y1} & W_{y2} & \cdots & W_{yn} \\ W_{z1} & W_{z2} & \cdots & W_{zn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\Delta\varphi)_1 \\ (\Delta\varphi)_2 \\ \vdots \\ (\Delta\varphi)_n \end{pmatrix} = \vec{W}\vec{\Delta\varphi} \quad (3.6.2)$$

3.6.2 Aproximace hodnot na stěnách

Ansys Fluent využívá při výpočtech tzv. cell-centered formulaci metody konečných objemů – všechny veličiny jsou definovány ve středech buněk. Pro výpočet toků konečnými objemy je ale nutné znát také hodnoty veličin na jejich stěnách. K tomu byla zvolena metoda upwind druhého řádu přesnosti (*linear upwind*). Její princip je založen na určení buňky „proti proudu“ c_U , obvykle s využitím vnější normály stěny, a následné extrapolaci hodnot z jejího středu do středu příslušné stěny:

$$\varphi_f = \varphi_U + (\nabla\varphi)_U \cdot \vec{r}_f \quad (3.6.3)$$

kde φ_f je hodnota libovolné veličiny ve středu stěny, φ_U je hodnota ve středu buňky proti proudu, $(\nabla\varphi)_U$ je gradient buňky proti proudu (viz Kapitola 3.6.1) a \vec{r}_f je vektor spojující střed buňky proti proudu a střed stěny.

Určení tlaku na stěnách buněk se liší od všech ostatních veličin. V tomto případě byla namísto metody upwind použita centrální náhrada druhého řádu přesnosti:

$$p_f = \frac{p_{ci} + p_{c0}}{2} + \frac{(\nabla p)_{ci} + (\nabla p)_{c0}}{2} \quad (3.6.4)$$

3.6.3 Numerické schéma

Pro řešení bilančních rovnic bylo zvoleno sdružené schéma – narozdíl od sekvenčních algoritmů (například SIMPLE, PISO, ...), které řeší postupně rovnice pro rychlost a následně pro tlak, sdružený algoritmus sestavuje soustavu rovnic řešící zároveň rychlostní i tlakové pole. Ta je poté řešena buď pomocí Gauss-Seidelovy iterační metody nebo pomocí metod založených na LU dekompozici [1].

Výhoda sdruženého algoritmu spočívá u stacionárních úloh zejména v rychlosti konvergence [2] – při testování vhodného schématu pro výpočty prezentované v této práci bylo s využitím sdruženého schématu dosaženo konvergence po přibližně 10× méně iteracích, než tomu bylo u schématu SIMPLE.

3.6.4 Inicializace výpočtu

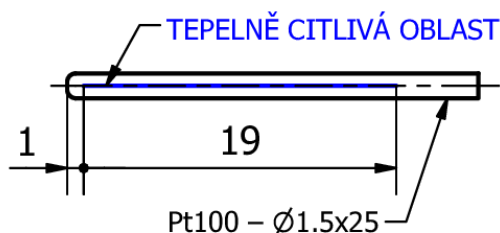
Iterační proces řešení vyžaduje počáteční vyplnění hodnot v kontrolních objemech. K tomu lze přistoupit několika způsoby, zde byla zvolena takzvaná hybridní inicializace. Ta spočívá v řešení Laplaceovy rovnice pro rychlostní potenciál φ a pro tlak p (viz Rovnice 3.6.5) se zjednodušenými okrajovými podmínkami. Ostatní veličiny (teplota, turbulentní parametry, ...) jsou v celém objemu voleny jako konstantní.

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= 0 \\ \Delta p &= 0\end{aligned}\tag{3.6.5}$$

Využití hybridní inicializace, podobně jako použití sdruženého algoritmu, vedlo během výpočtů k jejich rychlejší konvergenci a bylo tak preferováno.

3.6.5 Určení restitučních faktorů

Vnitřní geometrie teplotních čidel byla během výpočtů idealizována (uvažovány byly jako homogenní tělesa z keramiky, viz Kapitola 3.3.3), nicméně pro stanovení restitučních faktorů bylo třeba zvolit postup, který co nejvíce respektuje skutečnou stavbu snímačů. Tepelně citlivé součásti jsou u použitého modelu Pt100 navinuty po většině jeho délky – u výpočetního modelu byly reprezentovány úsečkou délky 19 mm, viz Obrázek 3.6.2.



Obrázek 3.6.2: Schéma s vyznačením oblasti odečtu teploty pro určení restitučního faktoru.

Rovnovážná teplota T_r čidla byla určena jako průměr hodnot teploty v buňkách, které úsečka protínala. Následně byl určen restituční faktor čidla s využitím Vztahu 1.3.2:

$$f = 2c_p \frac{T_r - T}{u^2}\tag{3.6.6}$$

kde T [K] je statická teplota nabíhajícího proudu a u [$\frac{m}{s}$] je jeho rychlost.

4 CFD analýza konstrukčních úprav

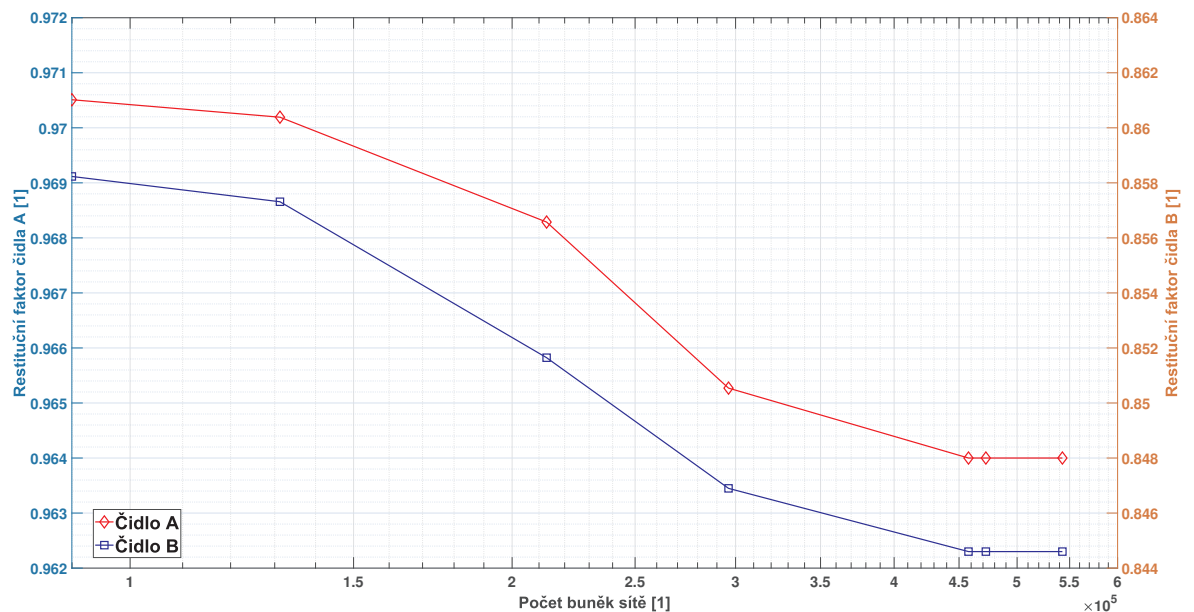
4.1 Studie citlivosti výpočetní sítě

Nutným předpokladem pro věrohodnost výpočtů je jejich dostatečná přesnost. Ta může být ovlivněna například vhodností použitého fyzikálního modelu, numerického schématu, ale také i kvalitou a jemností výpočetní sítě. Pro zahájení CFD testování konstrukčních úprav DRTA sondy bylo tak třeba se jako první zaměřit na vliv výpočetní sítě na výsledky výpočtů. Bylo testováno celkem sedm různých sítí s odlišně velkými elementy. Postup jejich tvorby odpovídá Kapitole 3.5, diverzity bylo dosaženo prostřednictvím změn parametrů povrchové sítě. Ty jsou společně s celkovými počty buněk uvedeny v Tabulce 4.1.1. Ostatní parametry sítě byly zachovány. Analýza byla provedena na výchozím modelu sondy s využitím roviny symetrie, viz Kapitola 4.2.

Tabulka 4.1.1: Parametry síťování pro citlivostní analýzu sítě.

	Sít 1	Sít 2	Sít 3	Sít 4	Sít 5	Sít 6	Sít 7
Minimální velikost elementů [mm]	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.005
Maximální velikost elementů [mm]	15	15	15	15	15	10	5
Výsledný počet buněk sítě [1]	89 968	131 245	212 916	296 188	457 783	472 442	542 825

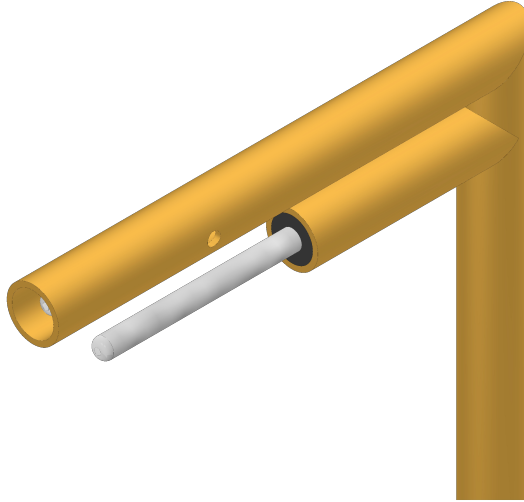
Vzhledem k cíli výpočtů byly jako sledované parametry zvoleny restituční faktory teplotních čidel. Jejich průběh v závislosti na použité síti je uveden na Obrázku 4.1.1. Zde je patrné, že u sítí 1 ÷ 4 docházelo k výraznému nárůstu hodnot restitučních faktorů, zatímco u sítí 5 ÷ 7 se hodnoty prakticky neměnily – bylo je tedy možné označit za vhodné kandidáty. Pro další výpočty byla zvolena síť 5, nejhrubší z přijatelných sítí.



Obrázek 4.1.1: Závislost restitučních faktorů sondy bez stínění čidla B na jemnosti výpočetní sítě.

4.2 Sonda bez stínění čidla B

Analýzu konstrukčních úprav zahájilo zkoumání výchozí (a zároveň nejjednodušší) varianty sondy – s původními rozměry stínění čidla A a bez jakéhokoli odstínění čidla B. Cílem bylo určit problematická místa, která bude vhodné zkoumat jako první. Použitý model je znázorněn na Obrázku 4.2.1, konkrétní rozměry jsou uvedeny v Příloze 2.

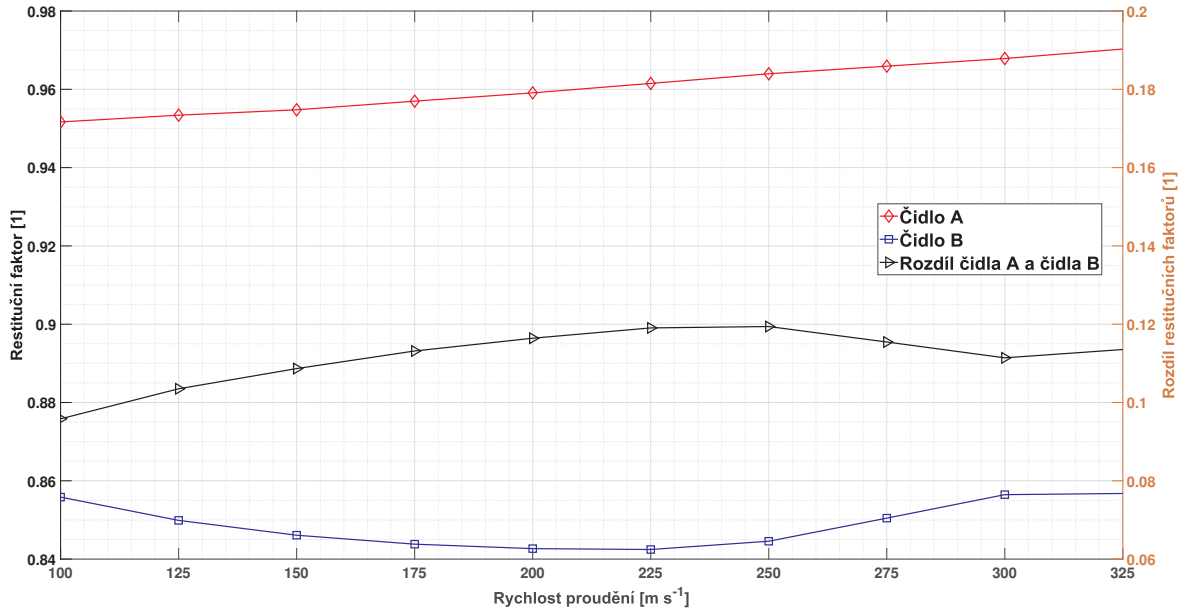


Obrázek 4.2.1: Sonda bez stínění čidla B.

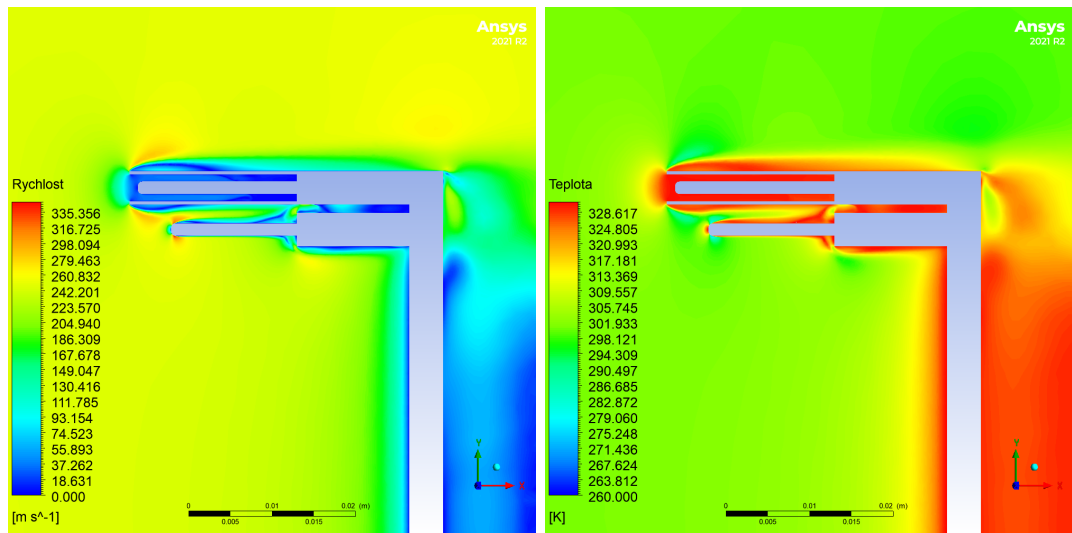
Zkoumáno bylo chování restitučních faktorů při různých rychlostech nabíhajícího proudu v rozmezí $100 \div 325 \left[\frac{m}{s} \right]$ s krokem $25 \frac{m}{s}$ a při vychýlení sondy ve dvou rovinách – v rovině symetrie XY (natočení značeno jako φ_Z) a poté kolmo na rovinu symetrie (rovinu XZ , značeno φ_Y), v obou případech s krokem 2.5° v rozmezí $\pm 15^\circ$.

4.2.1 Chování při různých rychlostech proudění

Výsledky výpočtu jsou znázorněny v Obrázku 4.2.2. Z průběhu restitučního faktoru čidla B lze usuzovat, že docházelo k výraznějšímu ovlivnění proudění v jeho blízkosti vlivem stínění čidla A. To je patrné i z Obrázku 4.2.3.



Obrázek 4.2.2: Závislost restitučních faktorů sondy bez stínění čidla B na rychlosti proudění.



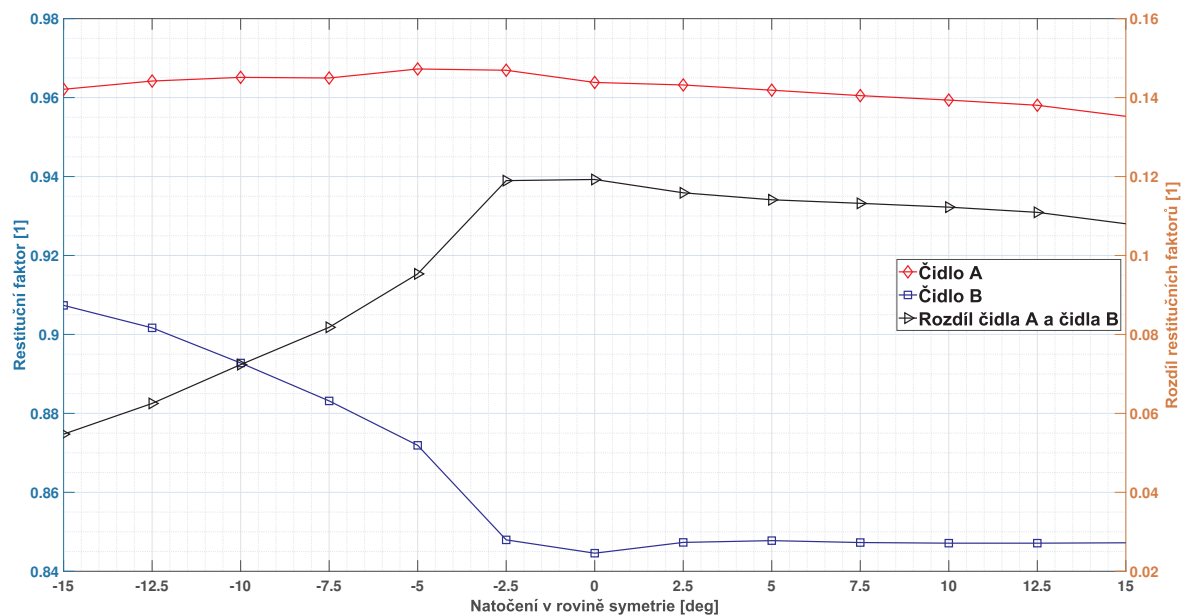
(a) Rychlostní pole.

(b) Teplotní pole.

Obrázek 4.2.3: Vizualizace vypočtených dat pro sondu bez stínění čidla B v rovině symetrie pro rychlost proudění $250 \frac{m}{s}$.

4.2.2 Směrová citlivost v rovině symetrie

Při natáčení sondy směrem dolů (tedy v záporném smyslu otáčení, kdy proud směřuje na vršek sondy) docházelo k zastínění čidla B, které se tak nacházelo částečně v úplavu trubice stínící čidlo A. To způsobilo výraznou změnu jeho restitučního faktoru, jak je patrné z Obrázku 4.2.4 – relativní odchylka od hodnoty nevychýlené sondy byla pro natočení -15° rovna 7.4 %. Při natočení sondy opačným směrem nedocházelo k výrazným výchylkám restitučních faktorů, zde relativní odchylka nepřekročila 0.2 %.



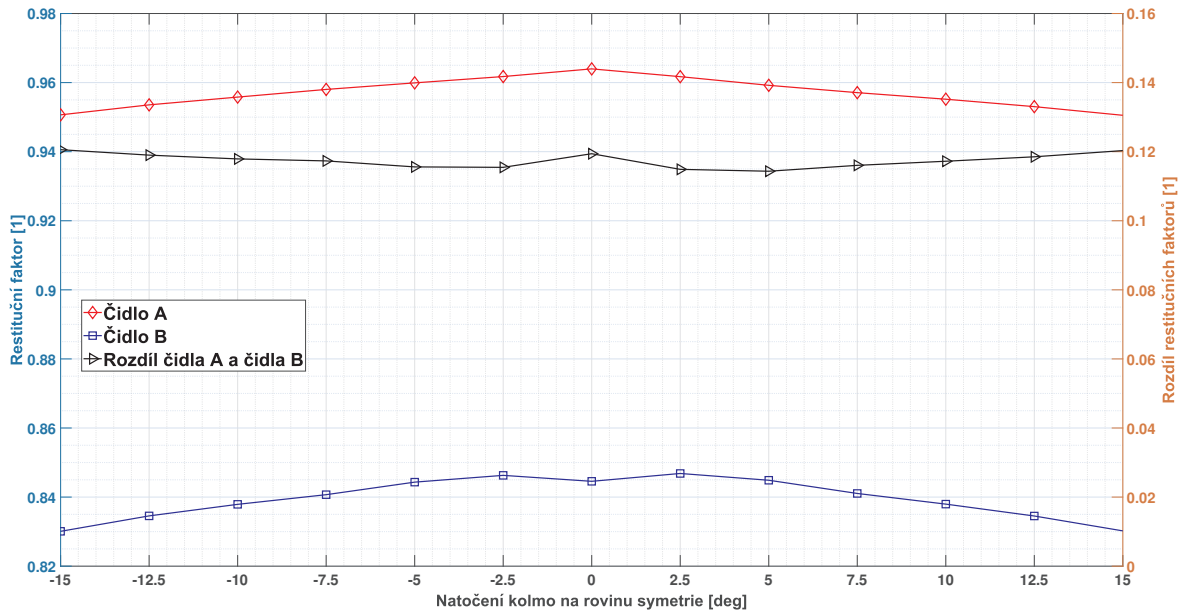
Obrázek 4.2.4: Závislost restitučních faktorů sondy bez stínění čidla B na natočení sondy v rovině symetrie.

4.2.3 Směrová citlivost kolmo na rovinu symetrie

Vychýlení sondy kolmo na rovinu symetrie neukázalo žádné vážné problémy (viz Obrázek 4.2.5). Nejvyšší relativní odchylka restitučních faktorů nepřekročila 1.4 % u čidla A a 1.8 % u čidla B.

4.2.4 Zhodnocení

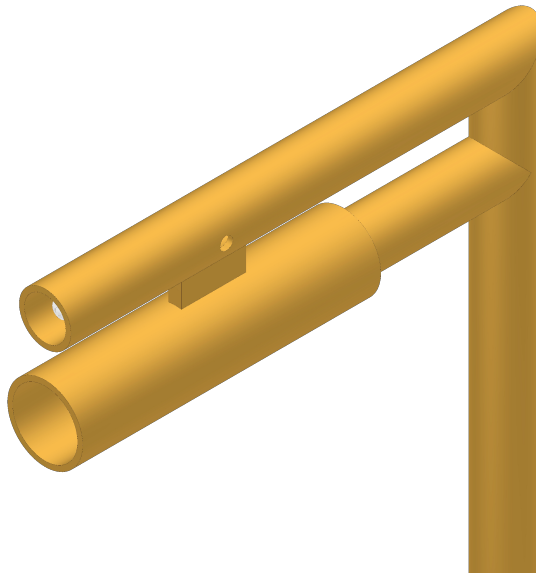
Problematickým místem první verze sondy se ukázalo čidlo B, které bylo ovlivňováno stíněním čidla A jak při změnách rychlosti proudění, tak při změnách natočení sondy. Prvním návrhem konstrukční úpravy tak bylo jeho odstínění.



Obrázek 4.2.5: Závislost restitučních faktorů sondy bez stínění čidla B na natočení kolmo na rovinu symetrie.

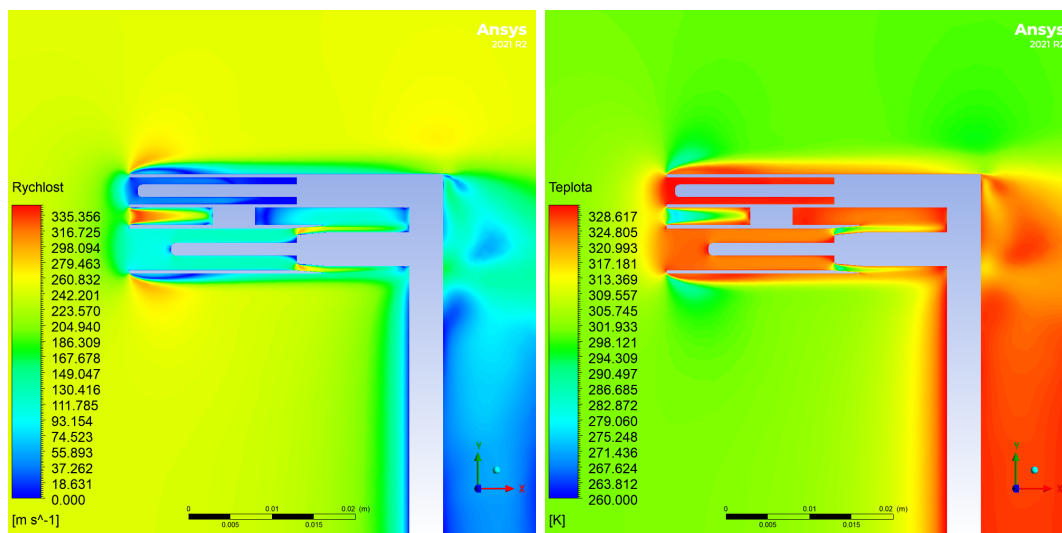
4.3 Sonda se stíněním čidla B

Odstínění čidla B bylo zajištěno pomocí trubice $5.8 \times 0.4 \text{ mm}$ uchycené ke stínění čidla A, viz Obrázek 4.3.1. Detailní geometrie spolu s použitými rozměry modelu jsou uvedeny v Příloze 3.



Obrázek 4.3.1: Sonda se stíněním čidla B.

Pro tuto geometrii byl proveden pouze jeden výpočet, a to pro rychlost $250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Důvodem byla volba příliš úzké stínící trubice, která způsobovala výrazně vyšší ohřev čidla B oproti původní verzi (restituční faktor narostl o 7.3%).



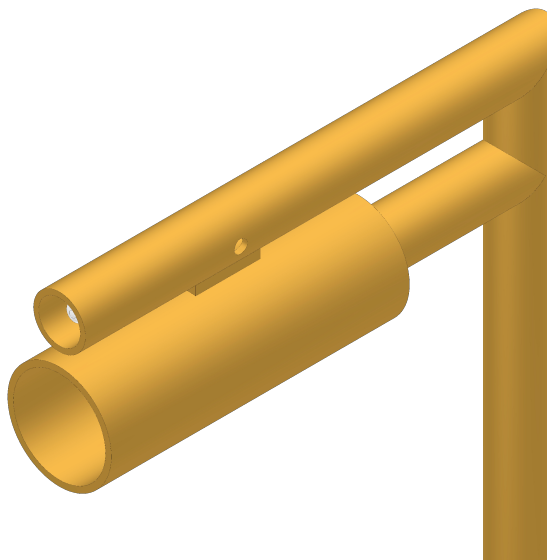
(a) Rychlostní pole.

(b) Teplotní pole.

Obrázek 4.3.2: Vizualizace vypočtených dat pro sondu se stíněním čidla B v rovině symetrie pro rychlost proudění $250 \frac{m}{s}$.

4.4 Sonda s rozšířeným stíněním čidla B

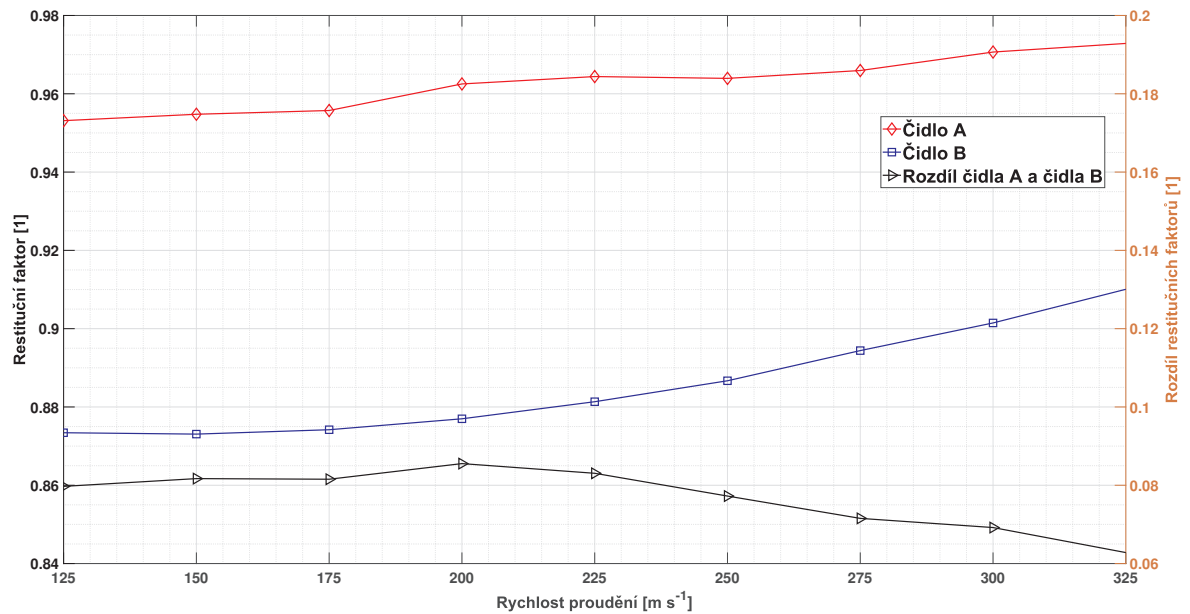
Oproti předchozí úpravě došlo pouze ke zvětšení trubice stínící čidlo B – místo původního rozměru bylo použito stínění o vnějším průměru 8 mm a tloušťce stěny 0.45 mm (geometrie podrobně popsána v Příloze 4). Zde byl již ohřev čidla B přijatelný a bylo tak analyzováno chování sondy obdobně, jako v Kapitole 4.2 – byla zkoumána závislost restitučních faktorů na rychlosti proudění v rozmezí $125 \div 325 \frac{m}{s}$ a na natočení v rovině symetrie a kolmo na ní, opět v rozsahu $\pm 15^\circ$.



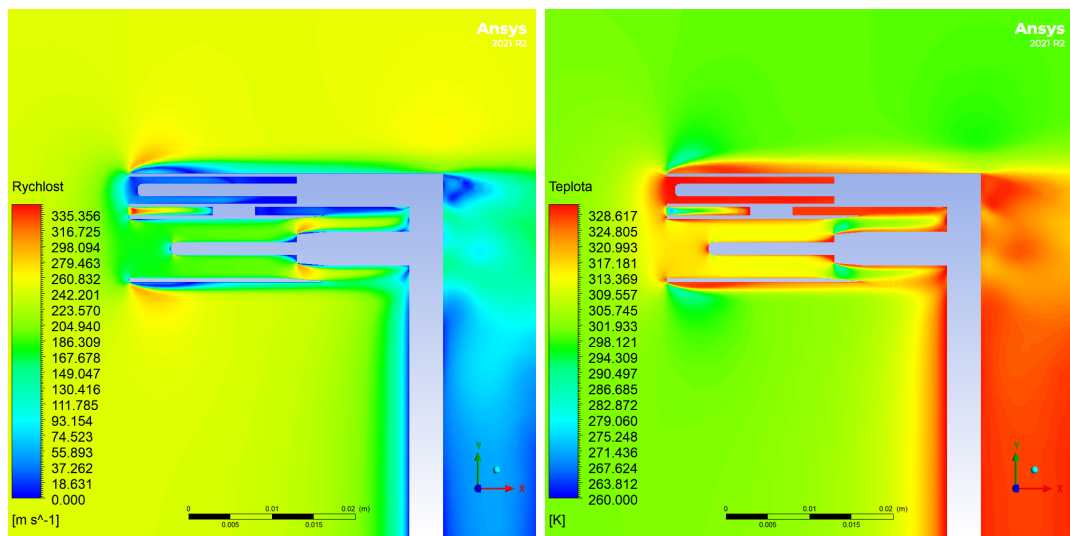
Obrázek 4.4.1: Sonda se stíněním čidla B.

4.4.1 Chování při různých rychlostech proudění

Výsledky výpočtu shrnuje Obrázek 4.4.2. Přidáním stínící trubice došlo ke snížení vlivu stínění čidla A za cenu zvýšení restitučního faktoru čidla B, a to o přibližně 5 %.



Obrázek 4.4.2: Závislost restitučních faktorů sondy s rozšířeným stíněním čidla B na rychlosti proudění.



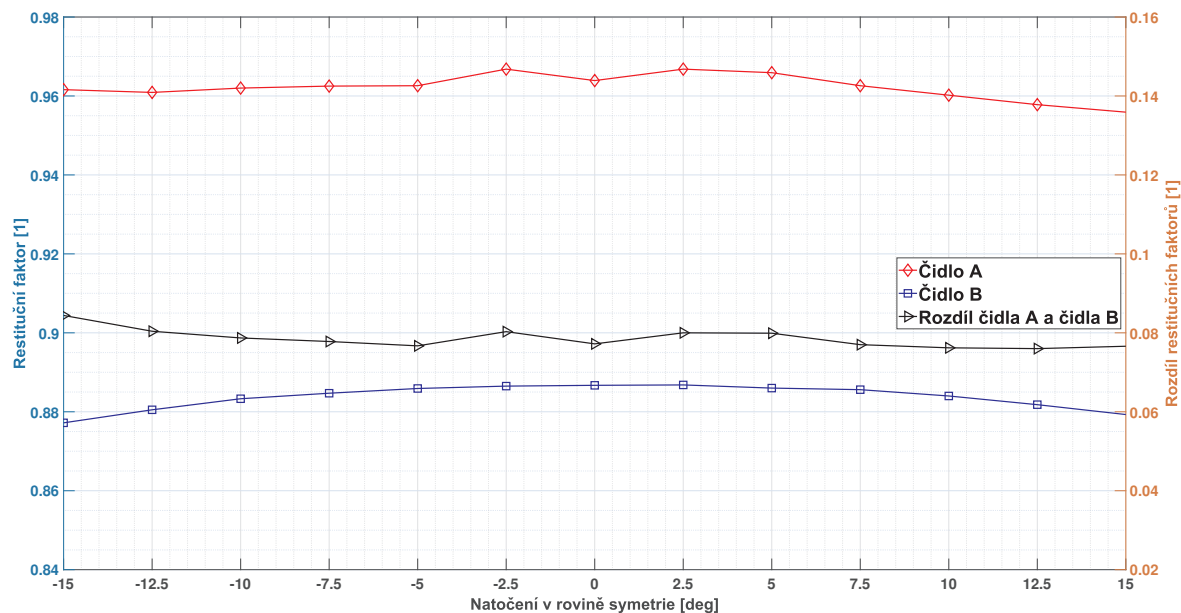
(a) Rychlostní pole.

(b) Teplotní pole.

Obrázek 4.4.3: Vizualizace vypočtených dat pro sondu s rozšířeným stíněním čidla B v rovině symetrie pro rychlost proudění $250 \frac{m}{s}$.

4.4.2 Směrová citlivost v rovině symetrie

Zde bylo zlepšení vlivem přidání stínění nejpatrnější. Restituční faktor čidla B se oproti variantě sondy bez stínění (Kapitola 4.2) vyrovnal a nedocházelo již k výraznému vlivu stínění čidla A, viz Obrázek 4.4.4.



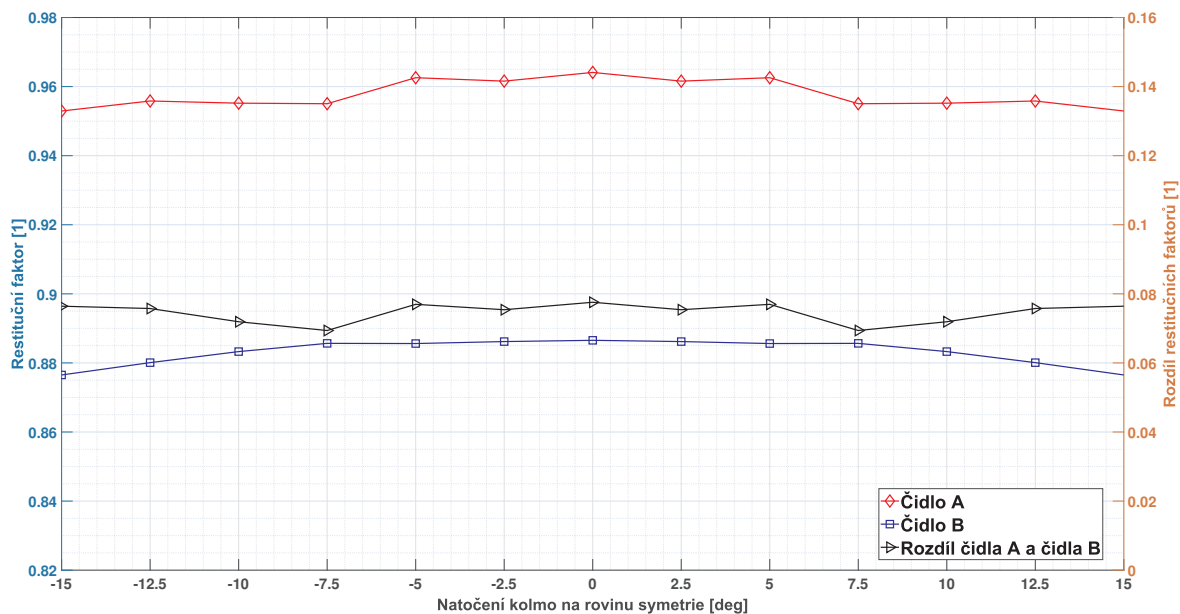
Obrázek 4.4.4: Závislost restitučních faktorů sondy s rozšířeným stíněním čidla B na natočení sondy v rovině symetrie.

4.4.3 Směrová citlivost kolmo na rovinu symetrie

Výsledky výpočtů, reprezentované Obrázkem 4.4.5, představovaly i v tomto případě zlepšení chování restitučního faktoru čidla B, nebylo však tak výrazné, jako při natáčení sondy v rovině symetrie.

4.4.4 Zhodnocení

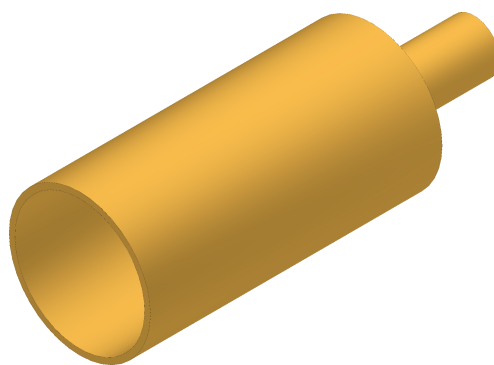
Přidáním stínění k čidlu B došlo ke snížení směrové citlivosti sondy a ke zmenšení vlivu stínění čidla A na restituční faktor čidla B. Negativním dopadem této úpravy geometrie byl vyšší ohřev čidla B, dalším krokem analýzy konstrukčních úprav tak bylo detailnější zkoumání vlivu průměru stínění čidla B na jeho restituční faktor.



Obrázek 4.4.5: Závislost restitučních faktorů sondy s rozšířeným stíněním čidla B na natočení kolmo na rovinu symetrie.

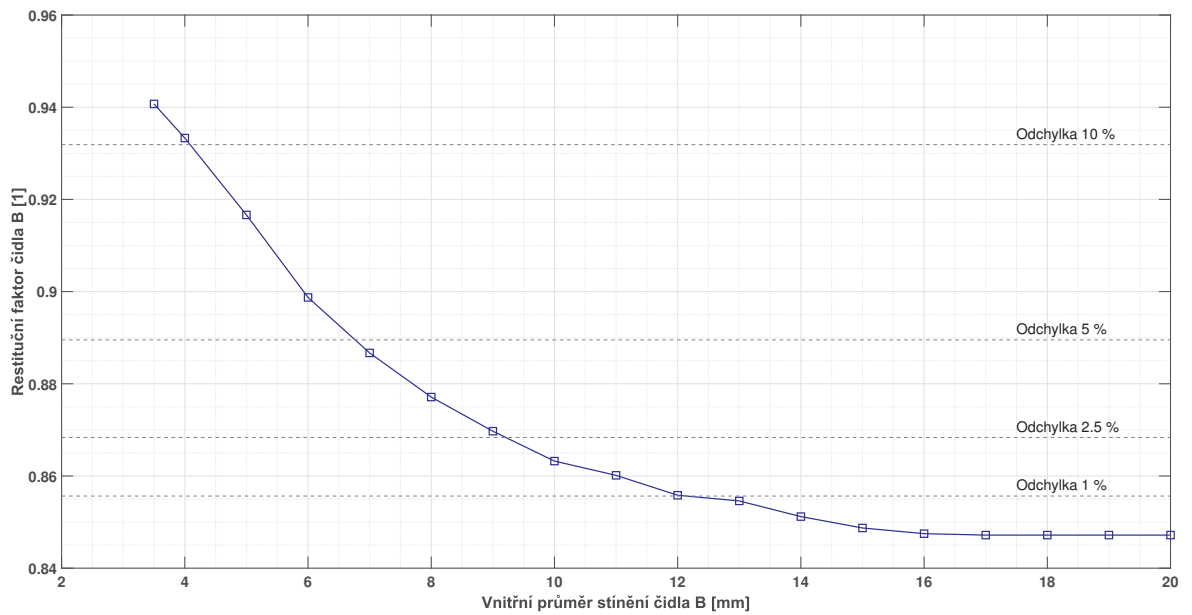
4.5 Vliv průměru stínění čidla B

Čidlo B vyžadovalo stínění kvůli snížení směrové citlivosti a eliminaci vlivu trubice stínící čidlo A, dalším krokem ve zkoumání konstrukčních úprav tak bylo analyzování, jaký rozměr stínění je dostačující a jaký naopak způsobuje příliš vysoký ohřev. Podrobnější znalost této závislosti by totiž umožnila oproti předešlým kapitolám určit s větší jistotou rozměr stínění, který bude optimální co do míry ohřevu čidla, tak i do rozměrů stínění, které by měly být co nejmenší.



Obrázek 4.5.1: Stínění čidla B.

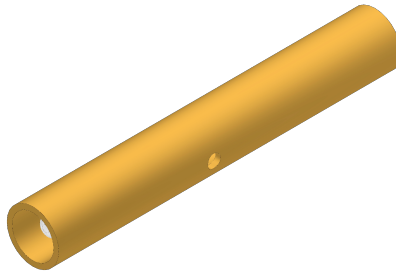
Zkoumáno bylo celkem 18 velikostí stínění s vnitřním průměrem v rozmezí $3.5 \div 20 \text{ mm}$, viz výkres v Příloze 5. Výpočty byly provedeny pro rychlost proudění $250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bez natočení. Chování restitučního faktoru je patrné z Obrázku 4.5.2. Od průměru 16 mm došlo k jeho ustálení, nicméně vzhledem ke snaze o zachování malých rozměrů sondy se jeví jako vhodnější průměry $7 \div 9 \text{ mm}$, které se nachází v pásmu $2.5 \div 5\%$ relativní odchylky od ustálené hodnoty.



Obrázek 4.5.2: Závislost restitučního faktoru čidla B na průměru stínění.

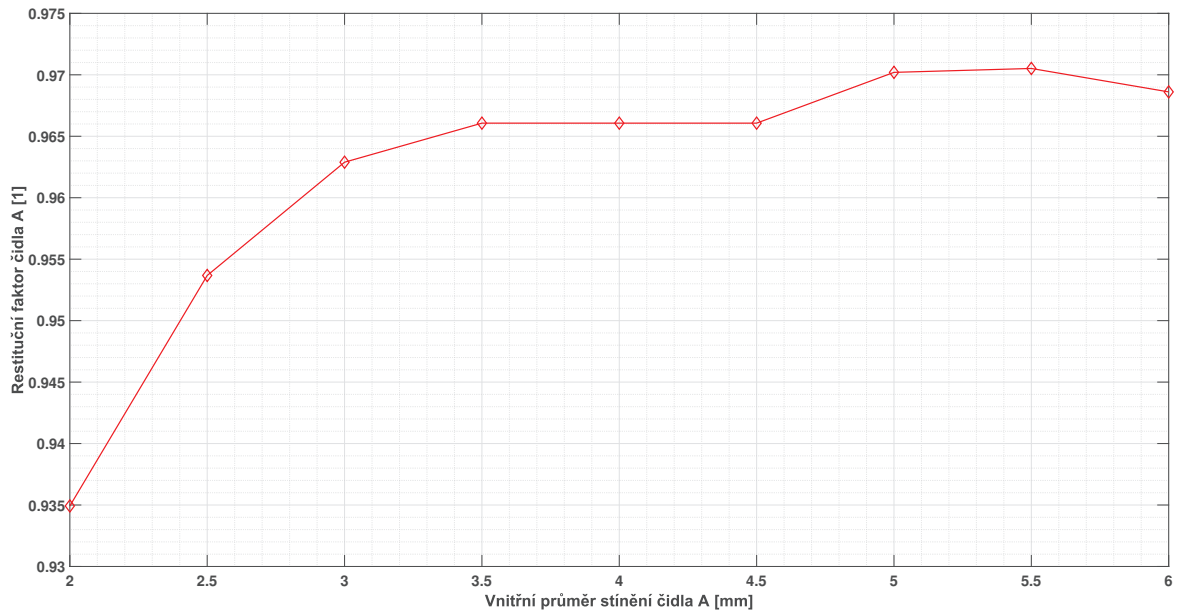
4.6 Vliv průměru stínění čidla A

Zatímco u čidla B byla snaha o dosažení co nejmenšího restitučního faktoru, pro čidlo A bylo naopak klíčové se co nejvíce přiblížit měření klidové teploty ($f_A \rightarrow 1$). První analýzou zkoumající možnosti zvýšení restitučního faktoru čidla A bylo, podobně jako v předešlé kapitole, testování vlivu průměru stínící trubice. Analýza byla provedena pro celkem devět rozměrů v rozmezí $2 \div 6 \text{ mm}$, viz Příloha 6, opět pro rychlost proudění $250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bez natočení.



Obrázek 4.6.1: Stínění čidla A.

Vzhledem k tomu, že rozměr i poloha odvětrání byly zachovány, docházelo při zvětšování průměru stínění ke zmenšování poměru výstupních a vstupních průřezů stínění (průměru 2 mm odpovídající poměr 0.500 oproti průměru 6 mm s poměrem 0.0556). Docházelo tak pravděpodobně k většímu zbrždění plynu uvnitř trubice, což způsobilo nárůst měřené teploty. Vypočítané hodnoty jsou reprezentovány Obrázkem 4.6.2. Zde, podobně jako u stínění čidla B, byly jako nejvhodnější (při zohlednění rozměrů a velikosti restitučního faktoru) vybrány průměry v rozmezí $3 \div 4.5\text{ mm}$.

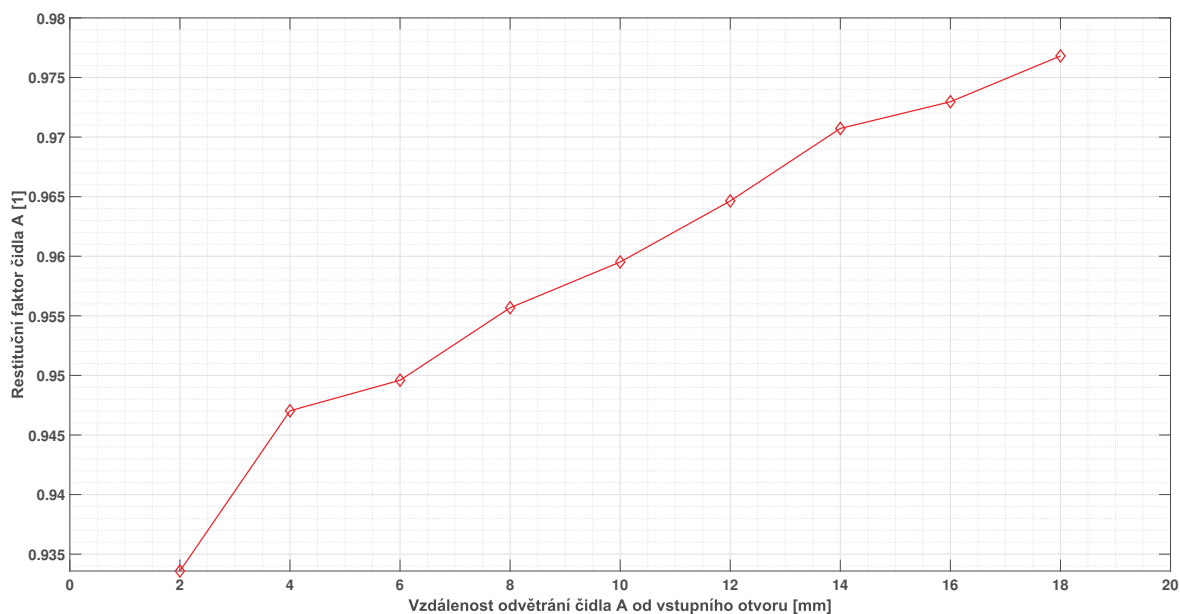


Obrázek 4.6.2: Závislost restitučního faktoru čidla A na průměru stínění.

4.7 Vliv polohy odvětrání čidla A

Idea stojící za analýzou umístění odvětrání spočívala v tom, že v prostoru za odvětráním nedocházelo prakticky k žádnému proudění a nemuselo tedy docházet k optimálnímu prohřátí čidla A, které má měřicí těleso (platinový drát) umístěné podél skoro celé své délky. Zkoumán byl tak vliv polohy odvětrání se vzdáleností od čela stínící trubice v rozmezí $2 \div 18 \text{ mm}$, viz Výkres 7. Průměr stínění byl shodný s původní verzí sondy, výpočty byly provedeny pro rychlost proudění $250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bez natočení.

Změna polohy odvětrání se ukázala v souvislosti s nárůstem restitučního faktoru čidla A jako významná, viz Obrázek 4.7.1. Nejvyšší hodnoty bylo dosaženo umístěním 18 mm od čela stínící trubice (2 mm před těsněním), kdy oproti původní poloze došlo k nárůstu restitučního faktoru o 1.25% .

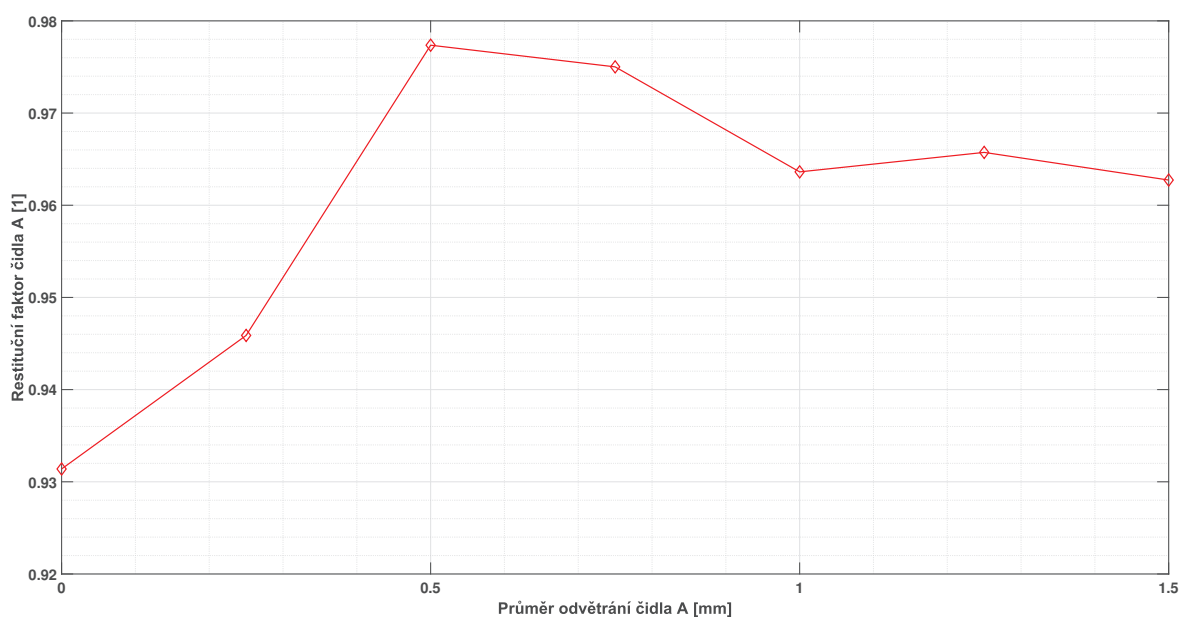


Obrázek 4.7.1: Závislost restitučního faktoru čidla A na poloze odvětrání.

4.8 Vliv průměru odvětrání čidla A

Jak již bylo zmíněno v Kapitole 4.6, restituční faktor čidla A byl pravděpodobně ovlivněn poměrem mezi výstupními a vstupními průřezy. Vedle změny průřezu stínící trubice lze tento poměr ovlivnit i prostřednictvím různých rozměrů odvětrání, což bylo zkoumáno v této kapitole. Byla použita shodná trubice jako v původní verzi sondy, rozměr odvětrání byl volen v rozmezí $0 \div 1.5 \text{ mm}$ (tedy včetně zaslepení odvětrávacích otvorů). Detailní rozměry modelu jsou uvedeny v Příloze 7. Analýza byla provedena pro rychlost proudění $250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bez natočení.

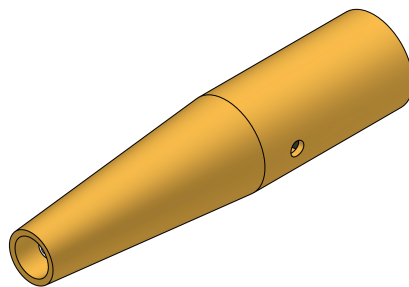
Výsledky výpočtů jsou uvedeny na Obrázku 4.8.1. Maximálního restitučního faktoru bylo dosaženo při zmenšení průměru odvětrání na 0.5 mm . Při dalším zmenšování docházelo pravděpodobně k výraznému narušení proudění trubicí, což vedlo ke značnému poklesu restitučního faktoru.



Obrázek 4.8.1: Závislost restitučního faktoru čidla A na průměru odvětrání.

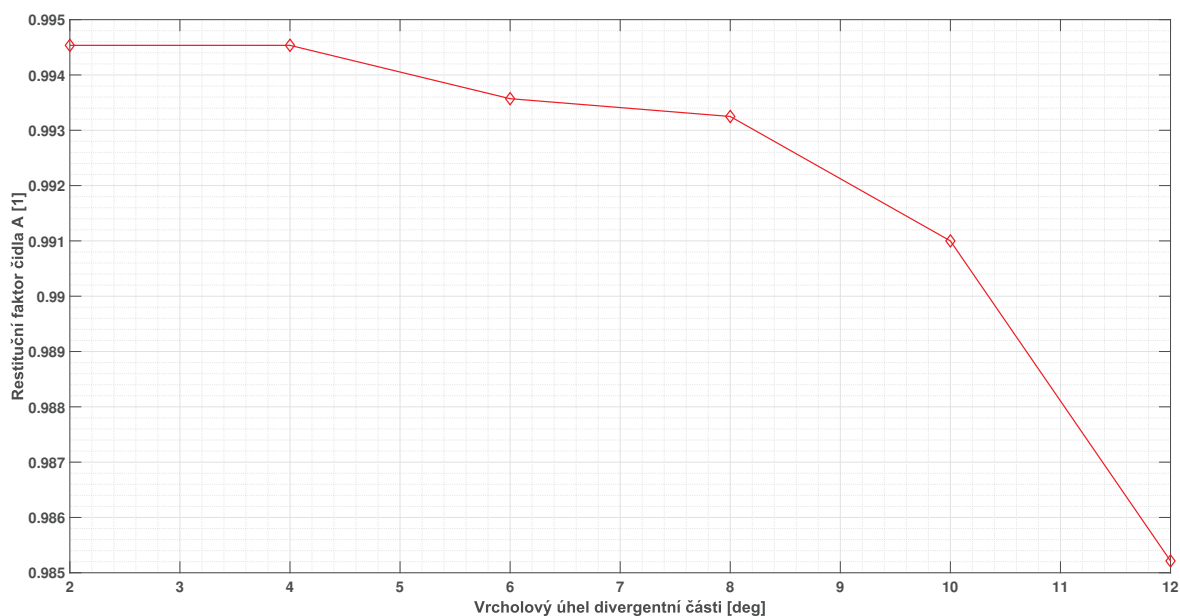
4.9 Vliv přidání divergentního vstupu pro čidlo A

Při měření klidových teplot pomocí termočlánků se lze setkat s konstrukcemi obsahujícími vstupní difuzor, který slouží ke zbrzdění proudění. Termočlánek je poté umístěn na jeho konci [12]. Vzhledem k charakteru geometrie čidel Pt100 nelze hovořit o bodovém měření teploty, takže jeho umístění by bylo v rámci konstrukce pro termočlánek problematické. Samotná myšlenka zpomalení proudění prostřednictvím difuzoru však představovala možnost, jak zvýšit restituční faktor čidla A. Testování této úpravy bylo provedeno pro vrcholové úhly difuzoru v rozmezí $2^\circ \div 12^\circ$, detailní popis geometrie je uveden v Příloze 8. Rychlost proudění byla shodná s předešlými simulacemi ($250 \frac{m}{s}$).



Obrázek 4.9.1: Čidlo A s divergentním vstupem.

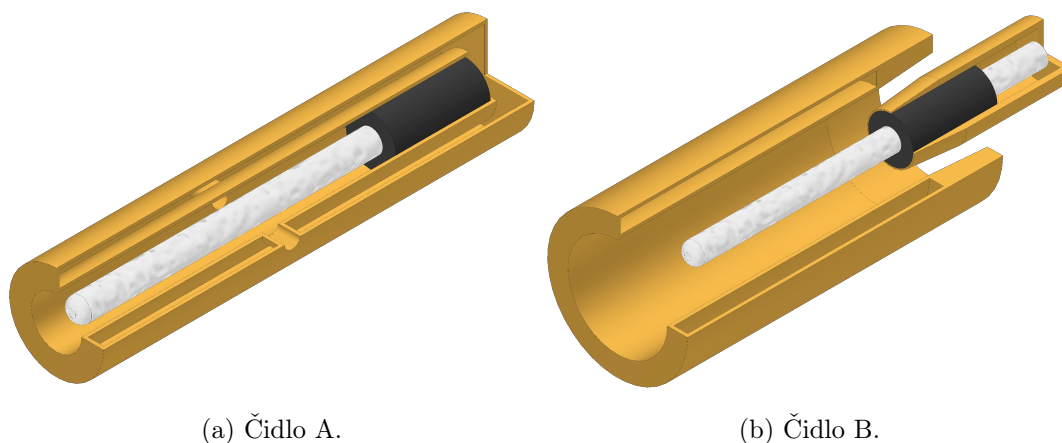
Výsledky simulací (viz Obrázek 4.9.2) nepotvrdily vhodnost přidání divergentní části ke stínění čidla A. S rostoucím vrcholovým úhlem docházelo k poklesu restitučního faktoru, jehož velikost (lišící se od předešlých kapitol) lze vysvětlit použitím větší trubice s odvětráním těsně před těsněním (oba faktory přispěly k nárůstu restitučního faktoru).



Obrázek 4.9.2: Závislost restitučního faktoru čidla A na vrcholovém úhlu divergentního vstupu.

4.10 Vliv přidání kavity do stínění

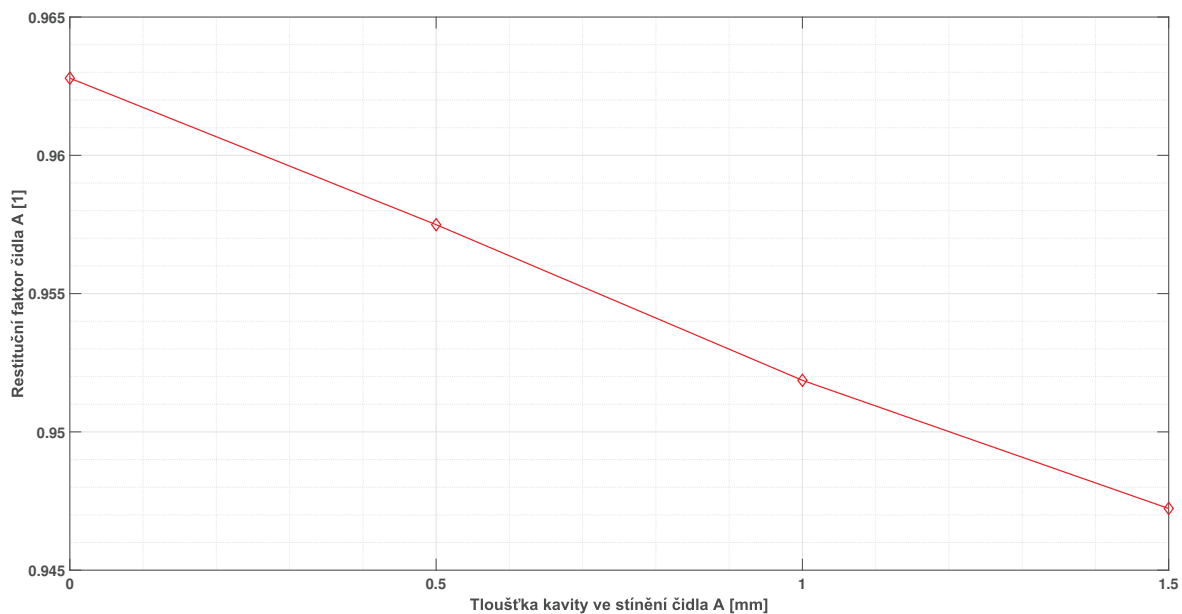
Poslední zkoumanou konstrukční úpravou před návrhem finální geometrie sondy bylo přidání kavity do stínění čidel – cílem bylo určit, jak moc dojde vlivem částečného odizolování od okolního proudění ke změně restitučních faktorů. Kavita ve stínění byla tvořena mezerou mezi vnitřní a vnější stěnou trubice, která byla proměnlivá v rozmezí $0 \div 1.5 \text{ mm}$, viz Přílohy 9 a 10 pro detailní geometrii konstrukce pro čidlo A, resp. pro čidlo B. Numerické testování probíhalo pro rychlost proudění $250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bez natočení.



Obrázek 4.10.1: Modely pro testování vlivu přidání kavity do stínění.

4.10.1 Čidlo A

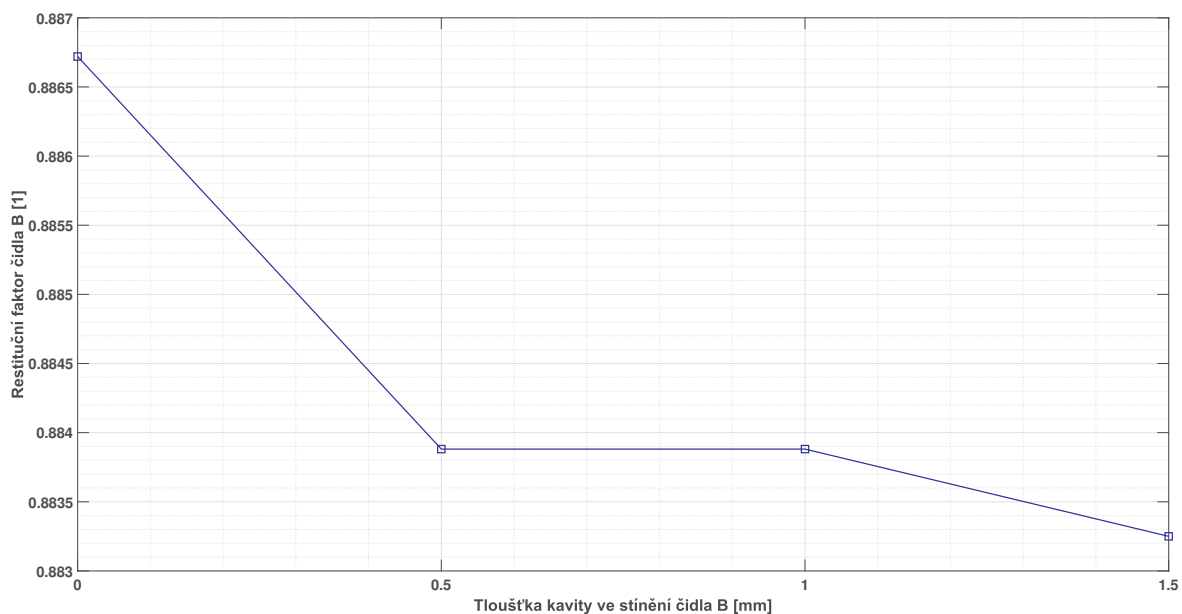
Chování restitučního faktoru, viz Obrázek 4.10.2, bylo přesně opačné oproti očekáváním – při odizolování vnitřního prostoru byl předpokládán pokles tepelného toku stěnou a tím pádem zachování vyšší teploty proudění. K rozporu s předpoklady mohlo dojít vlivem zvětšení geometrie, která tak více narušovala proudění v okolí čidla a jeho stínění.



Obrázek 4.10.2: Závislost restitučního faktoru čidla A na tloušťce kavity uvnitř stínění.

4.10.2 Čidlo B

V tomto případě výsledky odpovídají předpokladům – změna velikosti kavity ve stínění neměla prakticky žádný vliv na velikost restitučního faktoru čidla B, viz Obrázek 4.10.3 (změna restitučního faktoru nepřekročila 0.4 %).



Obrázek 4.10.3: Závislost restitučního faktoru čidla B na tloušťce kavity uvnitř stínění.

5 Návrh a analýza finální geometrie

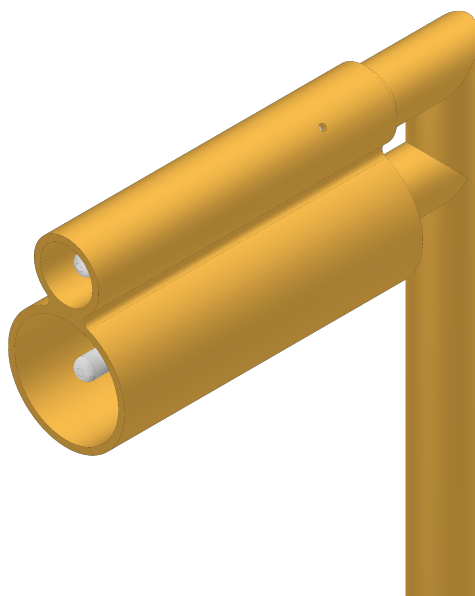
5.1 Návrh konstrukčních úprav

Změny v rámci konstrukce sondy se týkaly zejména rozměrů trubic a odvětrání čidla A. Vzhledem k malému přínosu přidání difuzoru nebo kavit nebyly tyto konstrukční úpravy ve finální verzi sondy implementovány. Zachována byla trubice tvořící tělo sondy (rozměr $4 \times 0.4 \text{ mm}$) a těsnění na koncích teplotních čidel. Čelo snímače B bylo posunuto na stejnou úroveň, jako čelo čidla A.

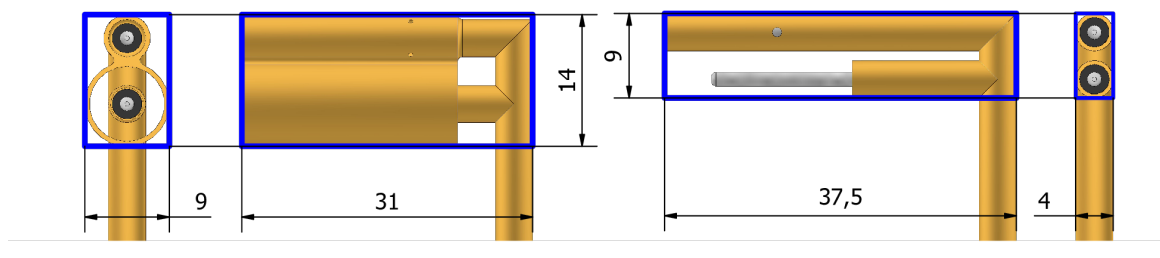
Stínící trubice čidla A byla zvětšena na rozměr $5 \times 0.5 \text{ mm}$ a odvětrání bylo posunuto na 18 mm od čela stínění. Odvětrávací otvory byly zmenšeny na průměr 0.5 mm a byl zvýšen jejich počet ze 2 na 4, rozmístěny byly rovnoměrně po obvodu stínění.

Čidlo B bylo, jako v Kapitolách 4.3 a 4.4, opatřeno stíněním, v tomto případě tvořeném trubicí o rozměrech $9 \times 0.5 \text{ mm}$, které bylo na koncích společně s trubicí uchycující čidlo B opatřeno zkosením 5° . Detailní rozměry modelu jsou uvedeny v Příloze 11.

Potřebný měřicí prostor se zvětšil z rozměru $37.5 \times 9 \times 4$ na $31 \times 14 \times 9$ ($x \times y \times z$), viz Obrázek 5.1.2.



Obrázek 5.1.1: Finální model DRTA sondy.



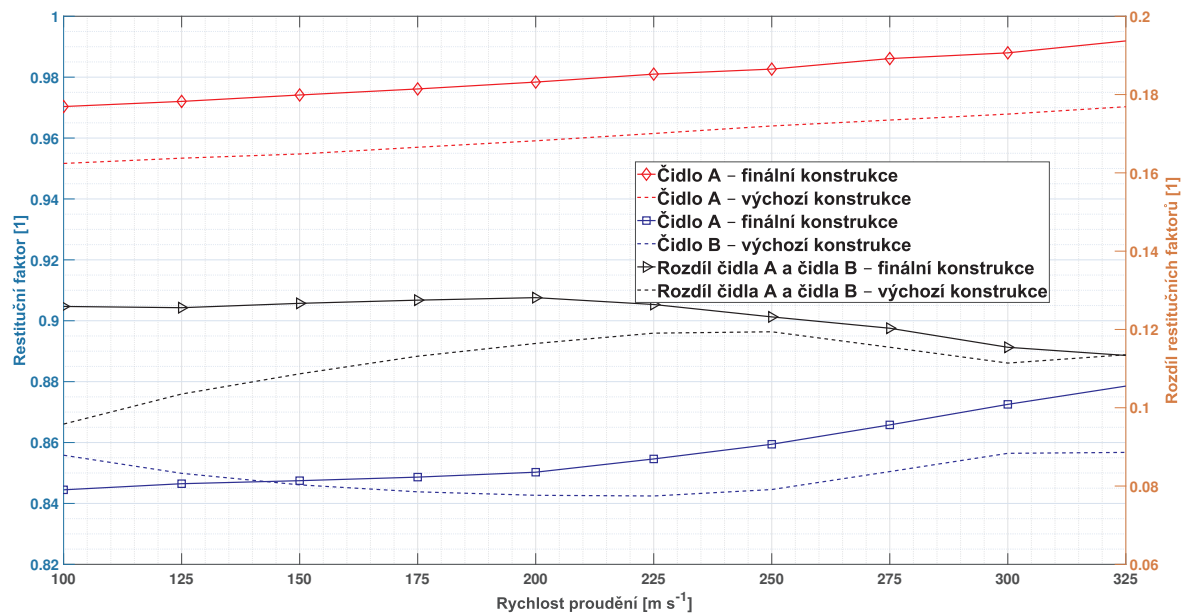
Obrázek 5.1.2: Porovnání rozměrů finální (vlevo) a původní (vpravo) verze sondy.

5.2 CFD analýza

Chování restitučních faktorů bylo analyzováno stejným postupem jako v Kapitolách 4.2 a 4.4 – byla zkoumána jejich závislost na rychlosti proudění ($100 \div 325 \frac{m}{s}$) a na natočení v rovině symetrie a kolmo na ní (v rozmezí $\pm 15^\circ$). Nakonec byl zkoumán vliv materiálu trubice, kde byla mosaz nahrazena ocelí a poté polykarbonátem.

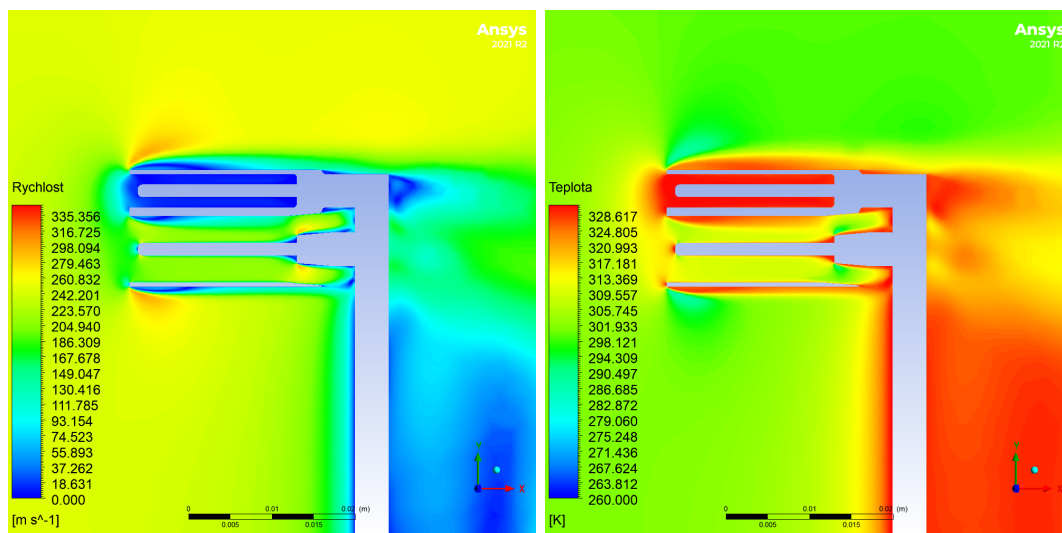
5.2.1 Chování při různých rychlostech proudění

Přidané stínění k čidlu B zajistilo částečné vyrovnání průběhu rozdílu restitučních faktorů, což je nejvíce patrné pro rychlosti proudění do $225 \frac{m}{s}$, viz Obrázek 5.2.1. Při dalším zvyšování Machova čísla docházelo k poklesu rozdílu až na 92 % hodnoty odpovídající rychlosti $250 \frac{m}{s}$, která byla rovna 0.1232.



Obrázek 5.2.1: Závislost restitučních faktorů upravené sondy na rychlosti proudění.

Restituční faktor čidla A vzrostl v průměru o přibližně 2.03 %, nárůst u čidla B byl 1.76 % pro rychlost $250 \frac{m}{s}$ a 2.54 % pro rychlost $325 \frac{m}{s}$. Při nejnižší zkoumané rychlosti restituční faktor poklesl o 1.33 %, došlo tedy ke zlepšení jeho výsledného průběhu (přiblížení k „rovnoběžným“ průběhům), což se promítlo do již zmíněného vyrovnání rozdílu restitučních faktorů.



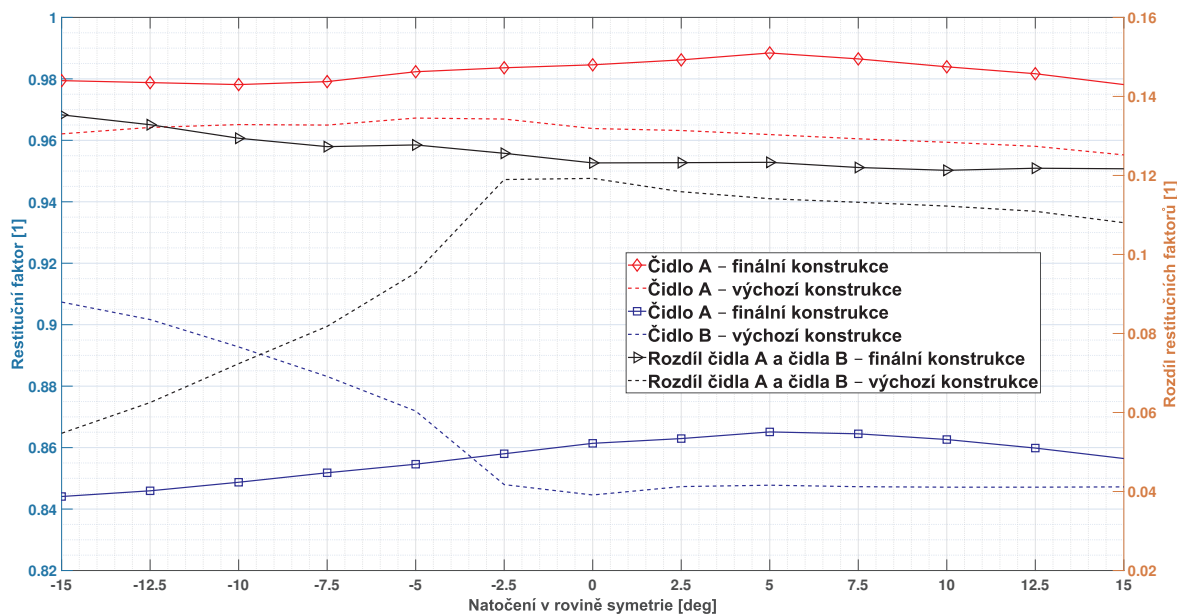
(a) Rychlostní pole.

(b) Teplotní pole.

Obrázek 5.2.2: Vizualizace vypočtených dat pro upravenou sondu v rovině symetrie pro rychlost proudění $250 \frac{m}{s}$.

5.2.2 Směrová citlivost v rovině symetrie

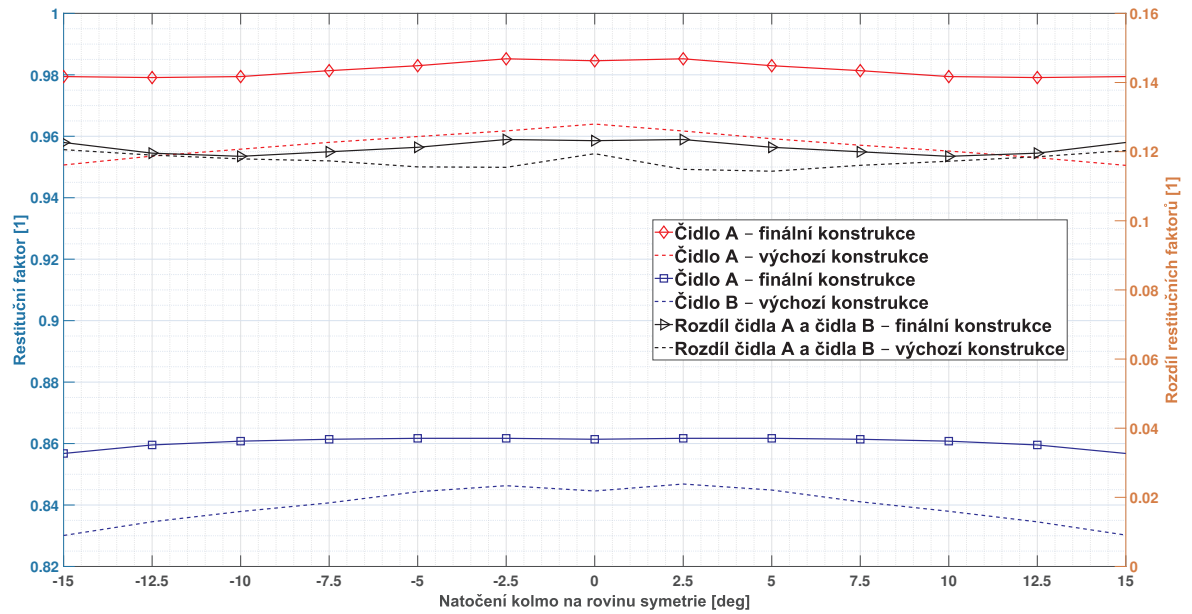
Oproti původní geometrii sondy nedocházelo k tak výraznému narušení proudění v okolí čidla B (viz Obrázek 5.2.3) – původní odchylka 45.9 % rozdílu restitučních faktorů při vychýlení -15° se zmenšila na 9.85 %. Došlo rovněž k vyrovnaní průběhu rozdílu při natočení sondy opačným směrem.



Obrázek 5.2.3: Závislost restitučních faktorů upravené sondy na natočení v rovině symetrie.

5.2.3 Směrová citlivost kolmo na rovinu symetrie

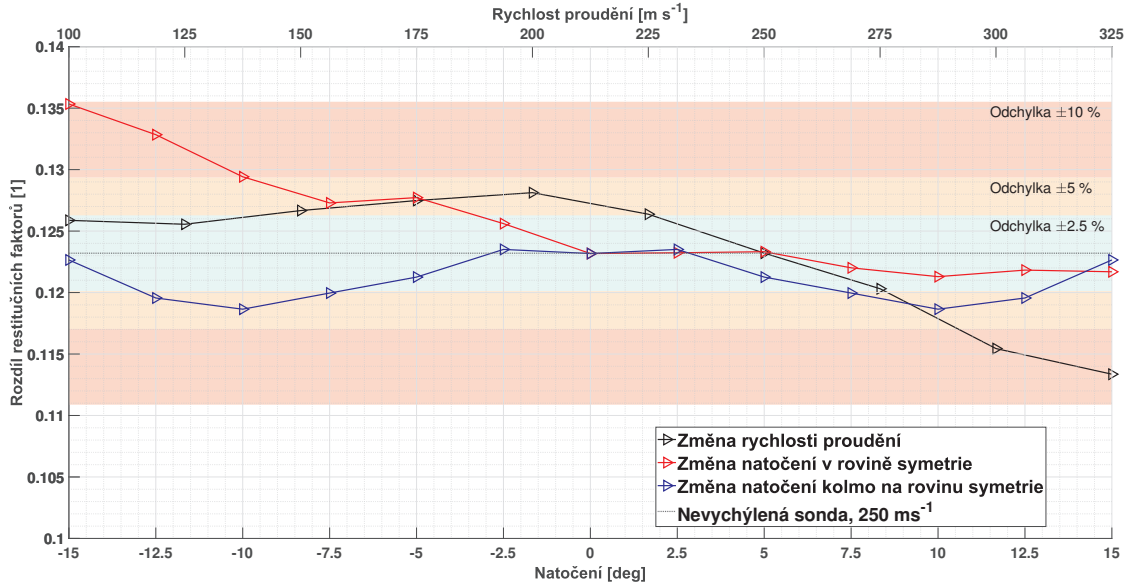
Změna restitučních faktorů při natočení sondy v rovině XZ zůstala podobná, jako v případě původní geometrie (došlo pouze ke změně jejich velikosti, viz Obrázek 5.2.4).



Obrázek 5.2.4: Závislost restitučních faktorů upravené sondy na natočení kolmo na rovinu symetrie.

5.3 Zhodnocení

Vybrané konstrukční úpravy se ukázaly jako prospěšné zejména v oblasti směrové citlivosti sondy. Pro rychlost proudění $250 \frac{m}{s}$ bez natočení sondy byl rozdíl restitučních faktorů roven 0.1232, nicméně tato hodnota se neukázala jako konstantní. Relativní odchylka rozdílu restitučních faktorů se v rámci vypočtených dat pohybovala v rozmezí $\pm 10\%$, viz Obrázek 5.3.1. Zde je patrné, že největší odchylka nastala při rychlostech nad $275 \frac{m}{s}$ a při natočeních v rovině symetrie menších, než -10° . Ostatní hodnoty se nacházely v pásmu $\pm 5\%$ odchylky.

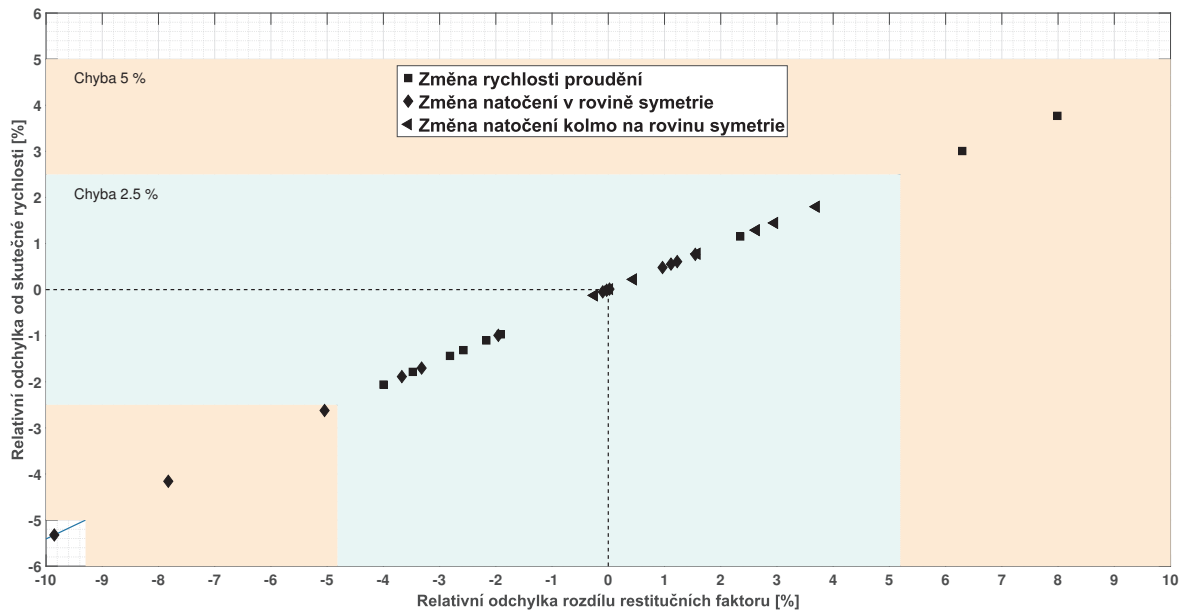


Obrázek 5.3.1: Porovnání závislostí rozdílů restitučních faktorů s vyznačením 2.5%, 5% a 10% odchylky od hodnoty v nevychýleném stavu a při rychlosti proudění $250 \frac{m}{s}$.

S využitím vztahu pro určení rychlosti proudění pomocí DRTA sondy (viz Kapitola 2.1) byla stanovena závislost mezi chybou měření ε_u a chybou uvažování konstantního rozdílu restitučních faktorů ε_f (viz odvození v Příloze 12):

$$\varepsilon_u = 1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon_f}} \quad (5.3.1)$$

Aplikací tohoto vztahu bylo získáno rozložení chyb měření pro jednotlivé počítané případy, viz Obrázek 5.3.2. Zde je patrné, že zatímco se relativní odchylka většiny rozdílů restitučních faktorů pohybovala v pásmu $\pm 5\%$, tak vzhledem k nelinearitě závislosti byla výsledná chyba měření ve většině případů v rozmezí $\pm 2.5\%$.



Obrázek 5.3.2: Rozložení chyb měření rychlosti při uvažování konstantního rozdílu restitučních faktorů.

5.4 Volba materiálu trubice

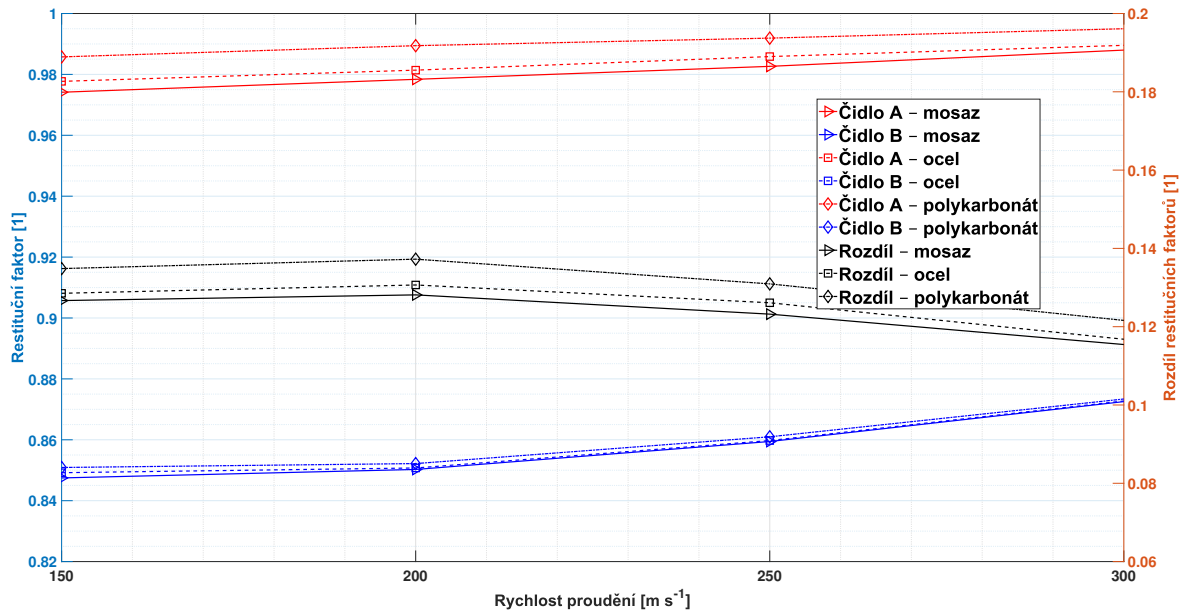
Vedle konstrukčních úprav sondy byla zkoumána také možnost změny materiálu trubice. Použitá mosaz má příznivé vlastnosti zejména ohledně konstrukčních možností – dobře se zpracovává a letuje, což v minulosti umožnilo výrobu prvního prototypu sondy pro experimentální testování. Při uvažování jejích fyzikálních vlastností se však nabízely i jiné materiály, které by v tomto ohledu mohly fungovat lépe. Mosaz vede dobře teplo, což mohlo ovlivnit zejména restituční faktor čidla A vlivem úniku tepla stíněním.

Alternativní materiály byly zvoleny dva: ocel, jakožto dobře dostupná náhrada mosazi, a následně polykarbonát (PC). Použití PC by znamenalo možnost využití 3D tisku při konstrukci sondy pro experimentální testování, což by poskytlo prostor složitějším konstrukčním úpravám. Použité vlastnosti materiálů trubice jsou popsány v Tabulce 5.4.1. Obě alternativy byly voleny i s přihlédnutím k jejich mechanickým vlastnostem, kdy zejména u PC je klíčová jeho dobrá pevnost i teplotní odolnost až do $145\text{ }^{\circ}\text{C}$ [10].

Tabulka 5.4.1: Zkoumané materiály trubice.

	Hustota $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$	Měrná tepelná kapacita $\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]$	Tepelná vodivost $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}\right]$
Mosaz	8730	400	96
Ocel	7700	466	45
Polykarbonát	1200	1250	0.2

Výsledky analýzy vlivu materiálu trubice jsou reprezentovány Obrázkem 5.4.1. Testováno bylo chování restitučních faktorů pro celkem čtyři rychlosti proudění. Největší rozdíl je patrný u čidla A, kde došlo k nárůstu o 0.29 % pro ocel a 0.99 % pro polykarbonát. V případě čidla B nedošlo k žádným výrazným změnám, což odpovídá předpokladům. Výsledný rozdíl restitučních faktorů se zvýšil o 1.74 % při použití oceli a o 6.29 % při použití polykarbonátu.



Obrázek 5.4.1: Vliv volby materiálu trubice na velikost restitučních faktorů.

Závěr

V rámci práce byla navržena nová geometrie DRTA sondy, která slouží k měření vysokých podzvukových rychlostí. Návrhu předcházela numerická analýza vlivu dílčích konstrukčních úprav na termodynamické vlastnosti sondy, konkrétně na restituční faktory jejích teplotních čidel.

První kapitola byla věnována problematice dynamického ohřevu spojeného s měřením teplot při vysokých podzvukových rychlostech. Byl zde popsán restituční faktor a s ním spojená rovnovážná teplota. S využitím těchto znalostí byl představen způsob určení stagnační teploty pomocí teplotních snímačů a dále bylo popsáno nepřímé měření statické teploty.

Ve druhé kapitole byl představen princip metody DRTA pro měření vysokých podzvukových rychlostí a byla popsána výchozí konstrukce prototypu sondy. V závěru kapitoly byly uvedeny cíle numerických simulací.

Cílem třetí kapitoly byl popis použitého výpočetního modelu. Byly představeny příslušné fyzikální rovnice a model turbulence. Následoval popis výpočetní geometrie a použitých materiálů, následovaný představením aplikovaných okrajových podmínek. Zbývající část této kapitoly byla věnována přípravě výpočtu – byl zde popsán postup tvorby výpočetní sítě a nastavení výpočtu.

Čtvrtá kapitola se věnovala analýze dílčích konstrukčních úprav, kterým předcházela studie vlivu jemnosti sítě na výsledky výpočtu, na základě čehož bylo zvoleno nastavení parametrů povrchové sítě, které bylo dále aplikováno ve všech dalších simulacích.

V poslední kapitole byla navržena nová konstrukce DRTA sondy. Vedle změn rozměrů a rozložení jednotlivých geometrických prvků konstrukce bylo dále přidáno stínění k čidlu B. Následně byla tato upravená geometrie zkoumána obdobně, jako dílčí konstrukční úpravy. Bylo zkoumáno chování restitučních faktorů při změně rychlosti proudění a při změně natočení sondy. Závěrem bylo simulováno chování pro různé materiály sondy. Zde se ukázal jako nejvhodější polykarbonát, zejména díky své nízké tepelné vodivosti.

Úprava geometrie měla největší přínos ohledně směrové necitlivosti sondy. Toho bylo dosaženo především díky přidanému stínění u čidla B. Zlepšení bylo patrné také při změně rychlosti proudění, kdy došlo k částečnému vyrovnání průběhu rozdílu restitučních faktorů sondy.

Jmenovitá hodnota rozdílu restitučních faktorů byla stanovena jako 0.1232, což odpovídá rychlosti proudění $250 \frac{m}{s}$. Chyba měření rychlosti při uvažování této hodnoty se ukázala ve většině případů (s výjimkou velkých natočení v rovině symetrie sondy a rychlostí překračujících $300 \frac{m}{s}$) menší než 2.5 %.

Výstupy této práce by bylo vhodné experimentálně ověřit, dalšími navazujícími kroky by tak mohla být výroba prototypu upravené DRTA sondy a její následné testování.

Seznam použité literatury

1. Ansys, Fluent Theory Guide. (2020).
2. Ansys, Fluent User's Guide. (2020).
3. C. Bonham, S. J. Thorpe, M. N. Erlund, R. D. Stevenson, Stagnation temperature measurement using thin-film platinum resistance sensors. *Measurement Science and Technology* **25**, 015101 (lis. 2013).
4. E. Houghton, P. Carpenter, S. H. Collicott, D. T. Valentine, in *Aerodynamics for Engineering Students* (Elsevier, 2013), s. 69–147.
5. M. Ishibashi, Probe RTA (Recovery Temperature Anemometry). *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers* **40**, 1163–1169 (2004).
6. M. Ishibashi, T. Morioka, Velocity field measurements in critical nozzles using Recovery Temperature Anemometry (RTA). *Flow Measurement and Instrumentation* **25**, 15–25 (čvn. 2012).
7. A. I. Leontiev, V. G. Lushchik, M. S. Makarova, The temperature recovery factor in a boundary layer on a permeable plate. *High Temperature* **55**, 246–252 (břez. 2017).
8. F. Menter, Zonal Two Equation k-w Turbulence Models For Aerodynamic Flows. (čvc. 1993).
9. F. R. Menter, Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal* **32**, 1598–1605 (srp. 1994).
10. R. J. Morgan, J. E. O'Neal, The relationship between the physical structure and the mechanical properties of polycarbonate. *Journal of Polymer Science: Polymer Physics Edition* **14**, 1053–1076 (čvn. 1976).
11. K. Sedlák, L. Fialová, Temperature measurement in the flowing medium. *MATEC Web of Conferences* **168**, ed. M. Malcho *et al.*, 01002 (2018).
12. A. H. Shapiro, *Dynamics of Thermodynamics and Compressible Fluid* (John Wiley Sons, 1954), s. 647, ISBN: 9780471068457.
13. M. Sosnowski, J. Krzywanski, K. Grabowska, R. Gnatowska, Polyhedral meshing in numerical analysis of conjugate heat transfer. *EPJ Web of Conferences* **180**, ed. P. Dančová, 02096 (2018).

Přílohy

Příloha 1 – Odvození limitního restitučního faktoru pro podzvukové rychlosti

Uvažujme vztah pro chybu odhadu stagnační teploty ε_{T0} :

$$\varepsilon_{T0} = 1 - \frac{T + f \frac{u^2}{2c_p}}{T + \frac{u^2}{2c_p}}$$

S rostoucí rychlostí proudění dochází i k nárůstu chyby, maxima tedy nabývá při dosažení rychlosti zvuku $a = \sqrt{\kappa r T}$. Označme tuto chybu $\varepsilon_{T0,max}$. Vztah pro její určení lze odvodit dosazením rychlosti zvuku do původní rovnice:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{T0,max} &= 1 - \frac{T + f \frac{\kappa r T}{2 \frac{\kappa-1}{\kappa}}}{T + \frac{\kappa r T}{2 \frac{\kappa-1}{\kappa}}} \\ \varepsilon_{T0,max} &= 1 - \frac{1 + f \frac{\kappa-1}{2}}{1 + \frac{\kappa-1}{2}}\end{aligned}$$

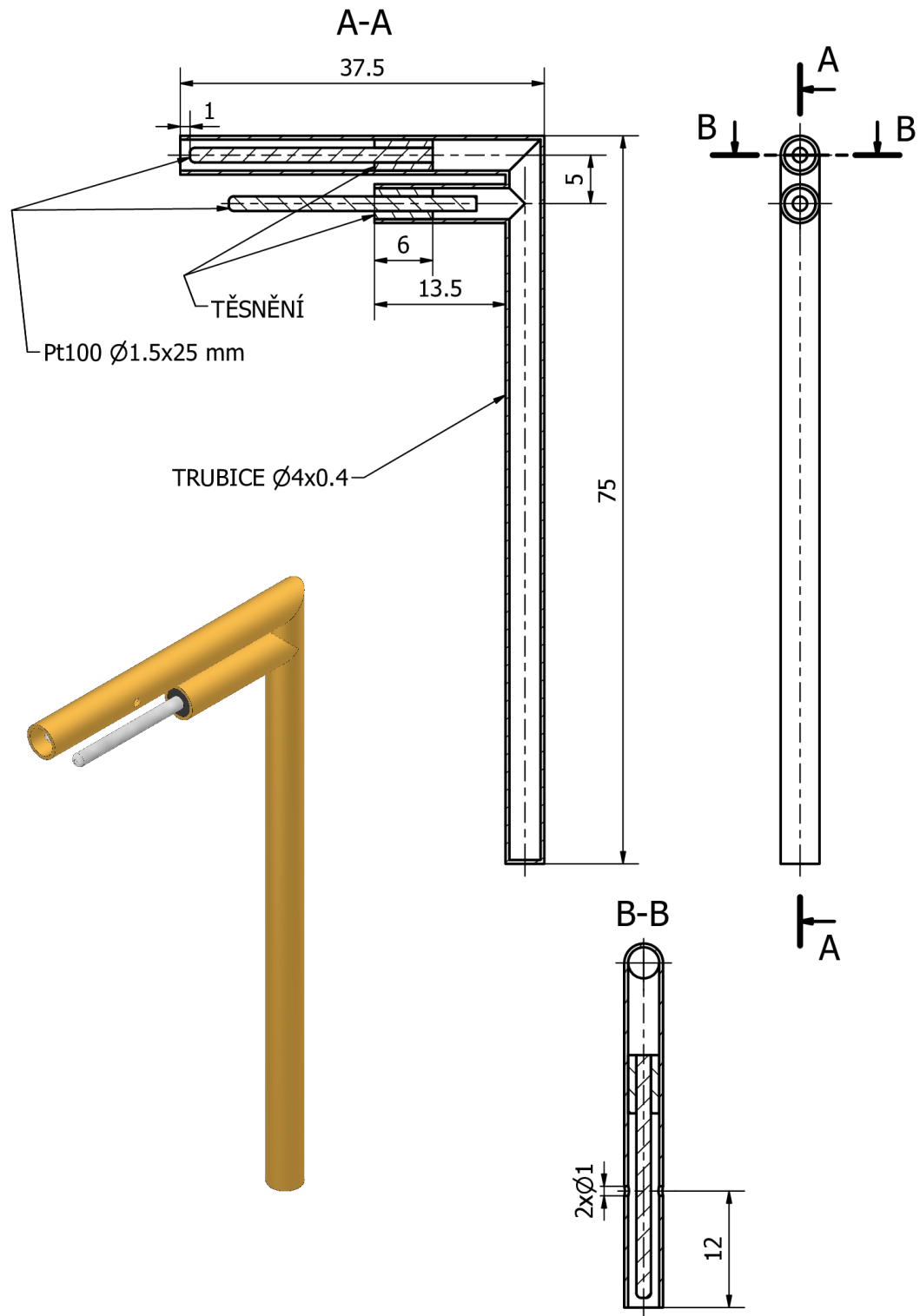
Maximální chyba je tedy pouze funkcí restitučního faktoru a Poissonovy konstanty. Budeme-li pro konkrétní κ požadovat, aby chyba nepřekročila limitní hodnotu $\varepsilon_{T0,lim}$, pak lze s využitím vztahu pro $\varepsilon_{T,max}$ odvodit i limitní restituční faktor f_{lim} :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{T0,lim} &= 1 - \frac{1 + f_{lim} \frac{\kappa-1}{2}}{1 + \frac{\kappa-1}{2}} \\ (1 - \varepsilon_{T0,lim}) \left(1 + \frac{\kappa-1}{2}\right) &= 1 + f_{lim} \frac{\kappa-1}{2} \\ f_{lim} &= \frac{2}{\kappa-1} \left[(1 - \varepsilon_{T0,lim}) \left(1 + \frac{\kappa-1}{2}\right) - 1 \right]\end{aligned}$$

Bude-li hodnota restitučního faktoru vybraného teplotního čidla $\geq f_{lim}$, potom bude splněna podmínka limitní chyby pro libovolnou podzvukovou rychlost i statickou teplotu.

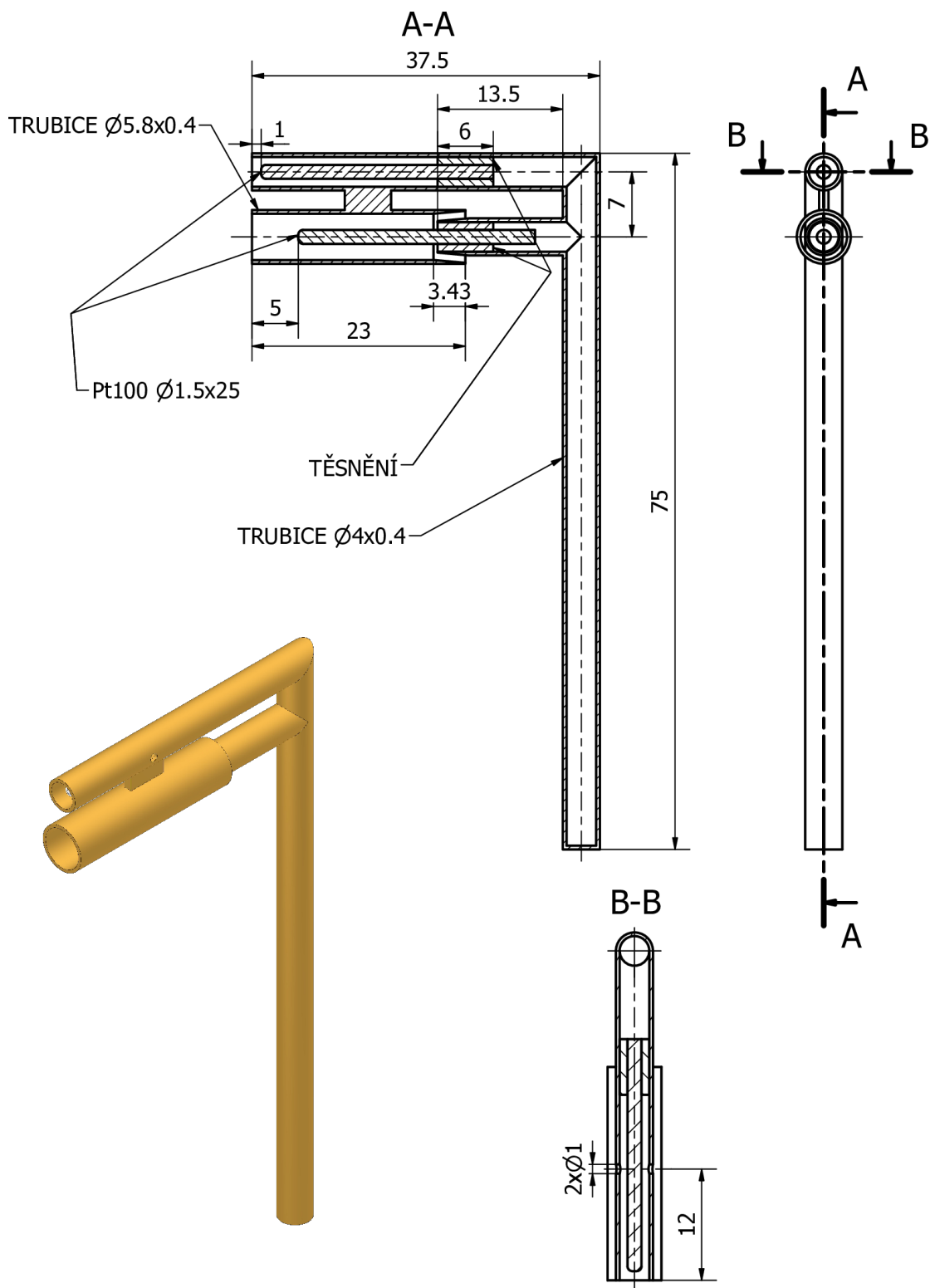
Příloha 2 – Sonda bez stínění čidla B

DRTA SONDA BEZ OPLÁŠTĚNÍ ČIDLA B



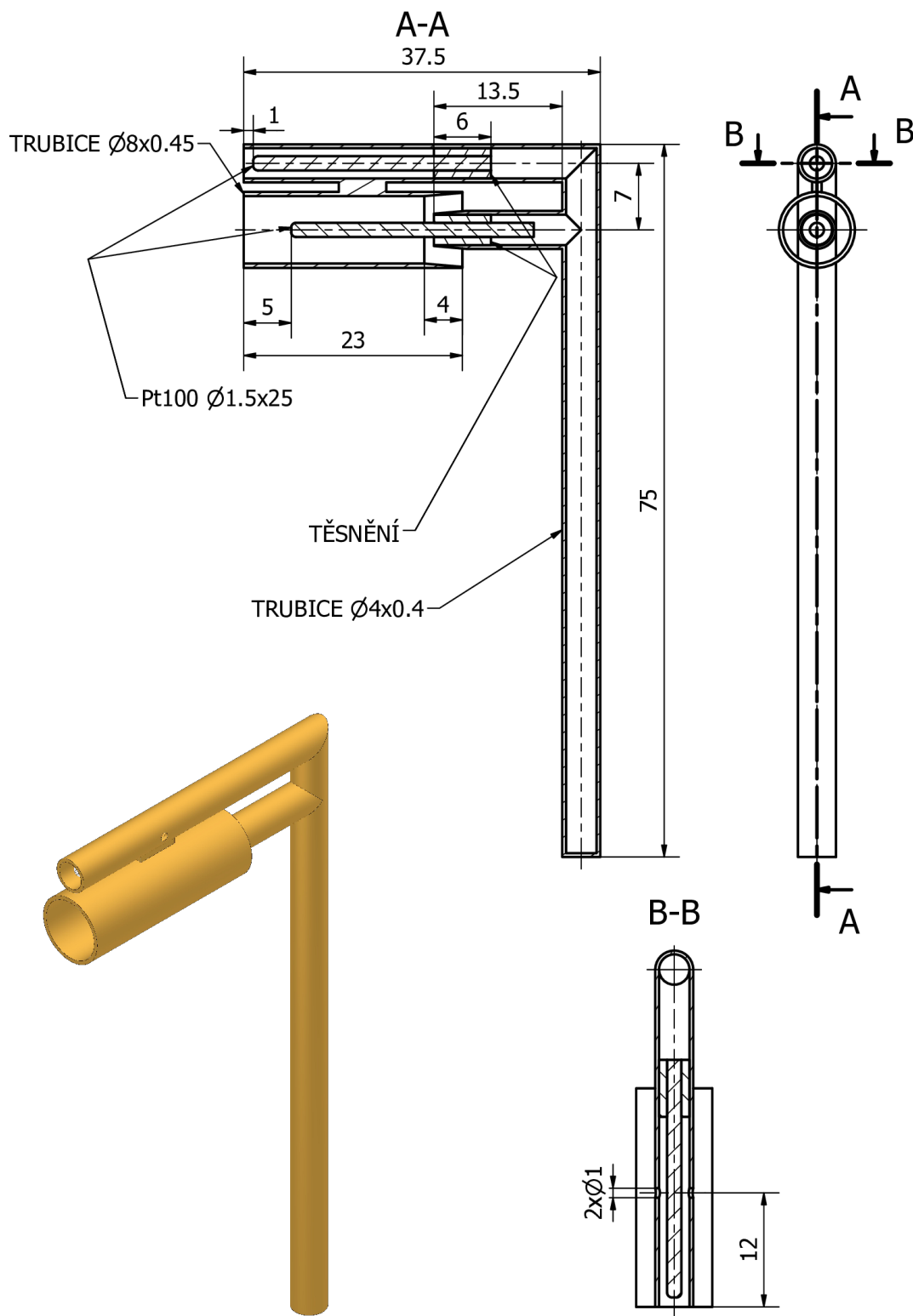
Příloha 3 – Sonda se stíněním čidla B

DRTA SONDA S OPLÁŠTĚNÍM ČIDLA B



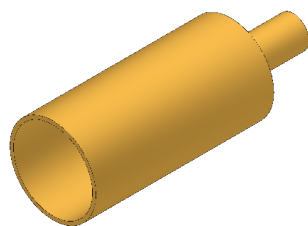
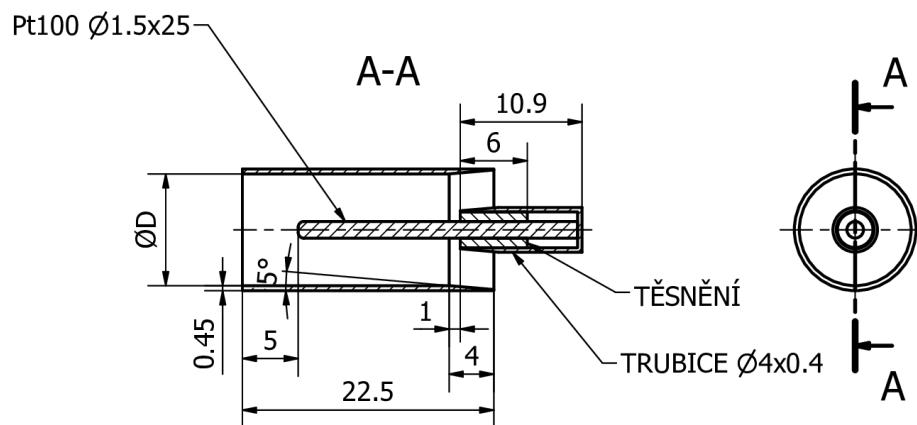
Příloha 4 – Sonda s rozšířeným stíněním čidla B

DRTA SONDA S ROZŠÍŘENÝM OPLÁŠTĚNÍM ČIDLA B



Příloha 5 – Stínění čidla B

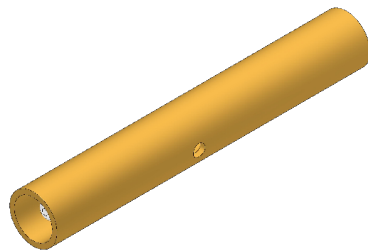
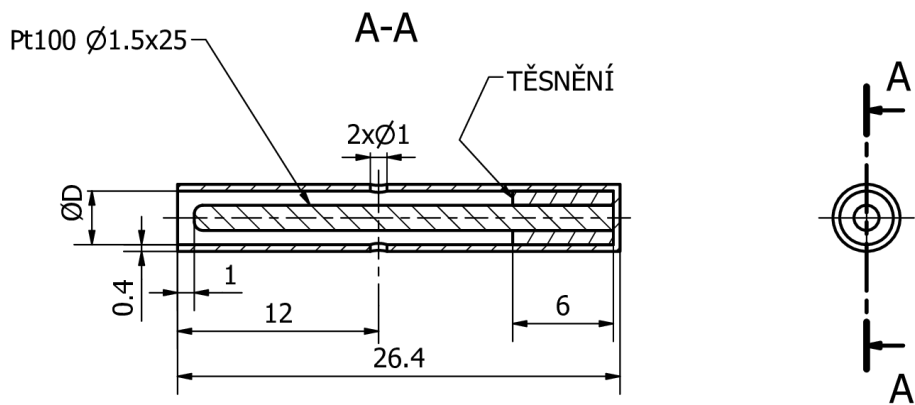
STÍNĚNÍ ČIDLA B



D [mm]
3.5
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20

Příloha 6 – Stínění čidla A

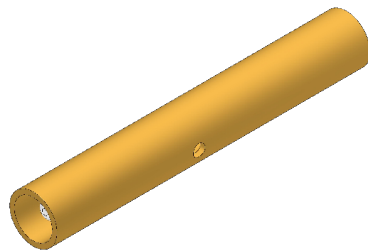
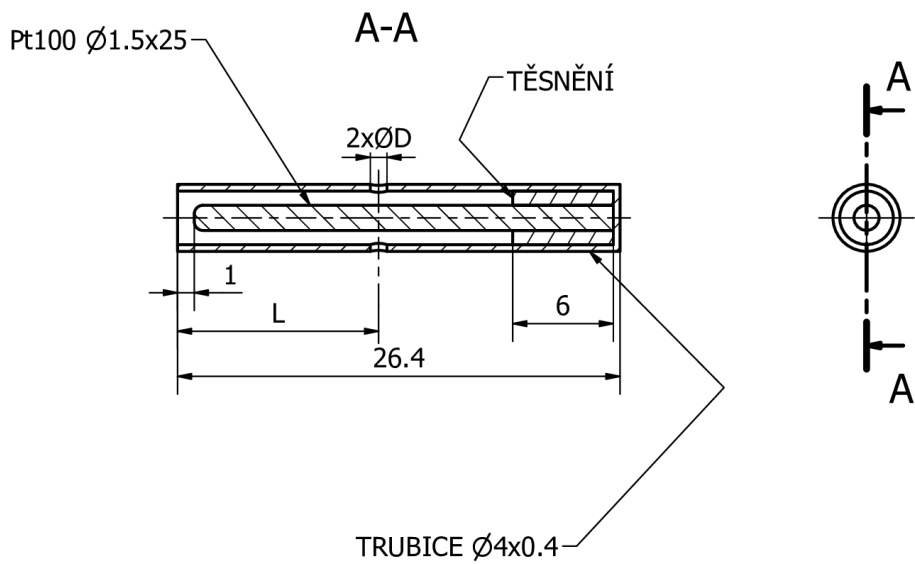
STÍNĚNÍ ČIDLA A



D [mm]
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6

Příloha 7 – Odvětrání čidla A

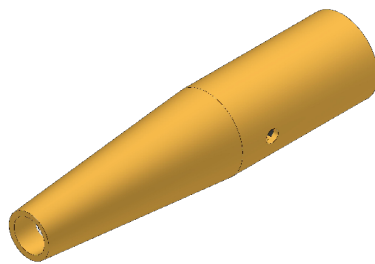
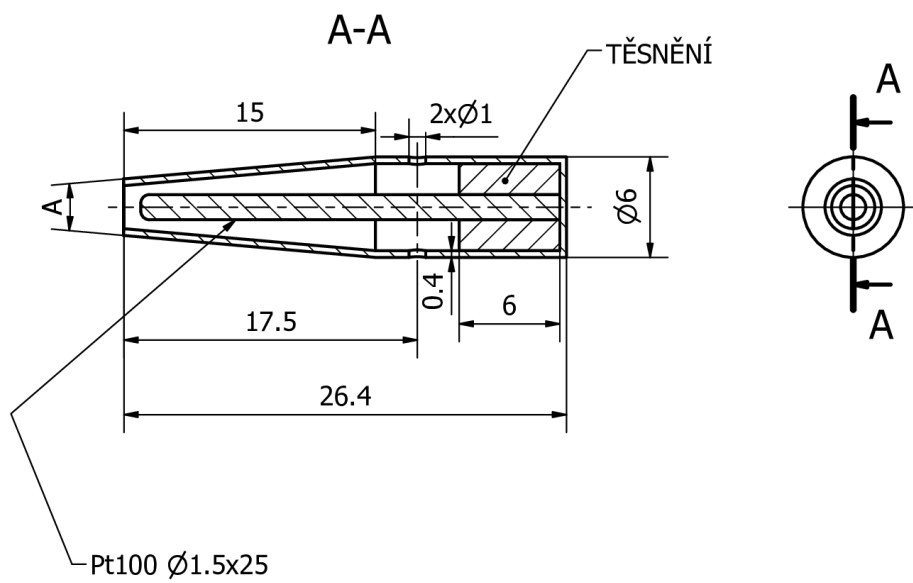
ODVĚTRÁNÍ ČIDLA A



D [mm] (L = 12)	L [mm] (D = 1)
0	2
0.25	4
0.5	6
0.75	8
1	10
1.25	12
1.5	14
	16
	18

Příloha 8 – Divergentní vstup čidla A

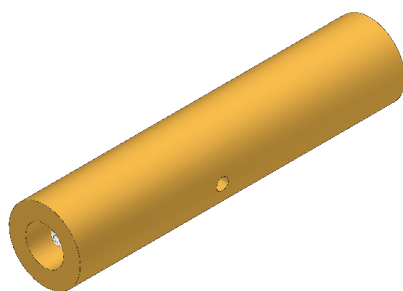
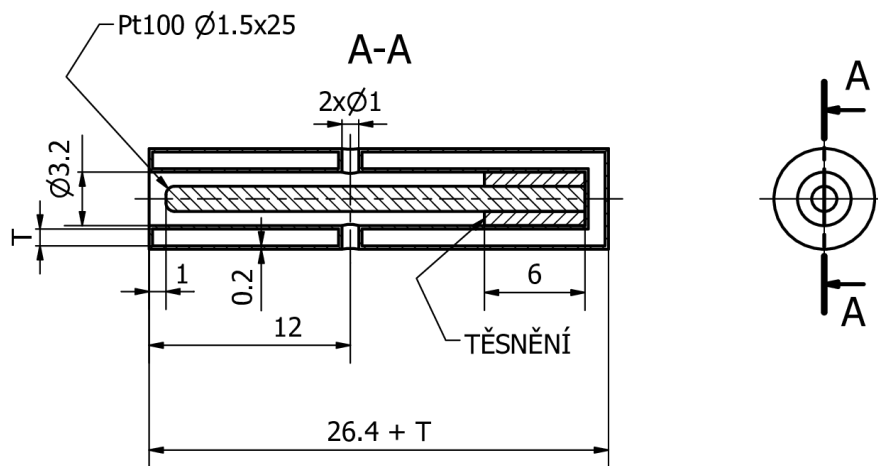
DIVERGENTNÍ VSTUP ČIDLA A



A [deg]
2
4
6
8
10
12

Příloha 9 – Kavita ve stínění čidla A

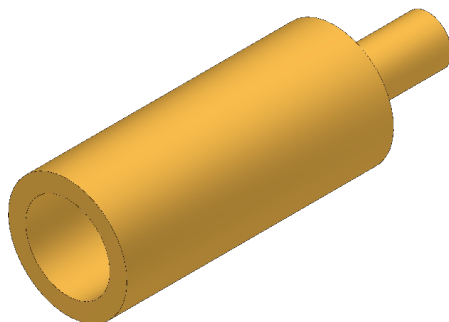
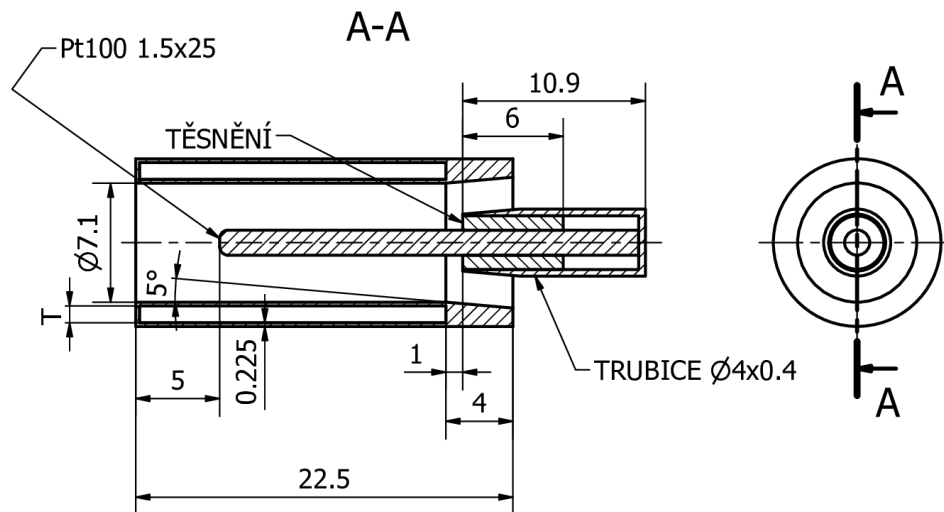
KAVITA VE STÍNĚNÍ ČIDLA A



T [mm]
0
0.5
1
1.5

Příloha 10 – Kavita ve stínění čidla B

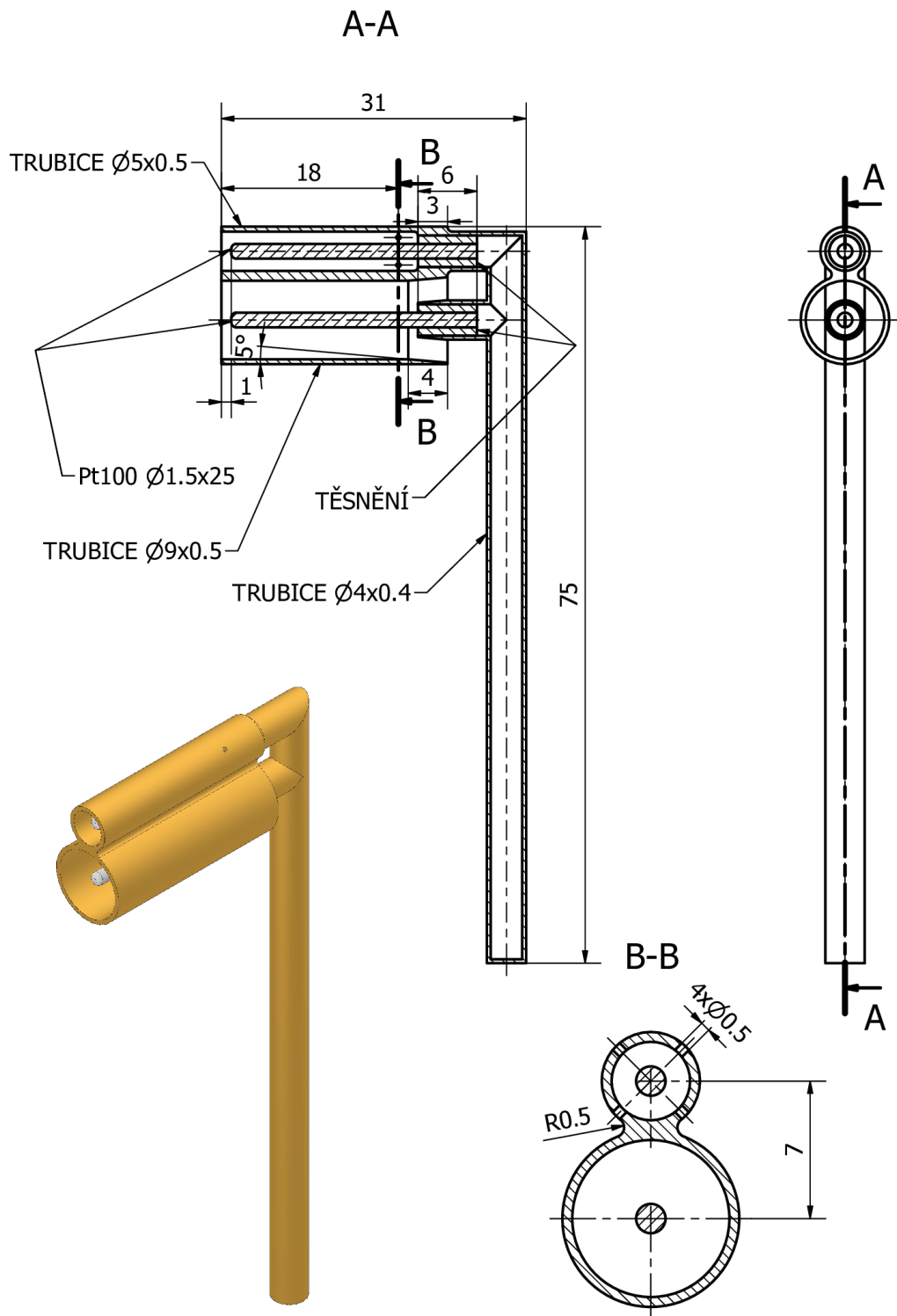
KAVITA VE STÍNĚNÍ ČIDLA B



T [mm]
0
0.5
1
1.5

Příloha 11 – Finální verze sondy

UPRAVENÁ DRTA SONDA



Příloha 12 – Odvození chyby určení rychlosti při uvažování konstantního rozdílu restitučních faktorů

Pro účely odvození uvažujme následující veličiny:

- Δf skutečný rozdíl restitučních faktorů
- Δf_n jmenovitý rozdíl restitučních faktorů
- $\delta f = \Delta f_n - \Delta f$ odchylku jmenovité a skutečné hodnoty rozdílu restitučních faktorů
- ΔT_f rozdíl měřených teplot
- $\bar{u} = \sqrt{\frac{2c_p \Delta T_f}{\Delta f_n}}$ odhad rychlosti pomocí Δf_n
- $u = \sqrt{\frac{2c_p \Delta T_f}{\Delta f}}$ skutečnou rychlost
- $\varepsilon_u = \frac{u - \bar{u}}{u}$ relativní chybu měření rychlosti
- $\varepsilon_f = \frac{\delta f}{\Delta f}$ relativní odchylku skutečného a jmenovitého rozdílu restitučních faktorů

Vyjádříme podíl odhadované a skutečné rychlosti jako funkce ε_f :

$$\frac{\bar{u}}{u} = \frac{\sqrt{\frac{2c_p \Delta T_f}{\Delta f_n}}}{\sqrt{\frac{2c_p \Delta T_f}{\Delta f}}} = \sqrt{\frac{\Delta f}{\Delta f + \delta f}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\delta f}{\Delta f}}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon_f}}$$

Nyní lze již jednoduše vyjádřit závislost $\varepsilon_u = \varepsilon_u(\varepsilon_f)$:

$$\varepsilon_u = \frac{u - \bar{u}}{u} = 1 - \frac{\bar{u}}{u} = 1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon_f}}$$