

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

K132 – Katedra mechaniky



Experimentální dynamická analýza historické věže kostela

The experimental dynamic analysis of the historic bell tower

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Matěj Šach

Praha 2022

Studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Konstrukce a dopravní stavby

Akademický rok: 2021/2022

Vedoucí práce: prof. Ing. Michal Polák, CSc.

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Šach	Jméno: Matěj	Osobní číslo: 483978
Zadávací katedra: K132 - katedra mechaniky		
Studijní program: SI - stavební inženýrství		
Studijní obor/specializace: K - konstrukce a dopravní stavby		

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce: Experimentální dynamická analýza historické věže kostela.

Název bakalářské práce anglicky: The Experimental Dynamic Analysis of the Historic Bell Tower.

Pokyny pro vypracování:
Součástí bakalářské práce bude příprava, realizace a vyhodnocení dynamického experimentu provedeného na historické věži kostela, který bude zaměřen na stanovení úrovně vynuceného kmitání věže způsobeného zvoněním zvonu a na ověření charakteristik vlastního kmitání věže.

Seznam doporučené literatury:
[1] Solař, J. - Lunga, R. Kostelní věže a zvonice: kampanologie, navrhování, poruchy, rekonstrukce a sanace. Grada 2010.
[2] DIN 4178 Glockenturme: Beruchnung and Ausführung. DIN 2005.
[3] ČSN 73 2044 Dynamické zkoušky stavebních konstrukcí. ČNI 2019.
[4] Ivorra, S. - Pallarés, F.J. - Adam, J.M. Masonry bell towers: dynamic considerations. Proceeding of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings, 2011, 164(1): p. 3-12.
[5] Pirner, M. - Fischer, O. Dynamika ve stavební praxi. ČKAIT, Praha, 2010.
[6] Pirner, M. a kolektiv Dynamika stavebních konstrukcí TP33. SNTL - Nakladatelství technické literatury, Praha, 1989.

Jméno vedoucího bakalářské práce: prof. Ing. Michal Polák, CSc.

Datum zadání bakalářské práce: 22.2.2022 Termín odevzdání BP v IS KOS: 15.5.2022
Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku

Podpis vedoucího práce _____ Podpis vedoucího/katedry _____

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v bakalářské práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

22.2.2022

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)

Prohlašuji, že jsem předloženou bakalářskou práci na téma „Experimentální dynamická analýza historické věže kostela“ vypracoval samostatně, pod odborným vedením prof. Ing. Michala Poláka, CSc. a veškeré použité zdroje, ze kterých jsem čerpal informace, jsem uvedl v seznamu použité literatury a citovány v textu podle normy ČSN ISO 690.

V Praze dne

Matěj Šach

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval prof. Ing. Michalu Polákovi, CSc. za odborné vedení, trpělivost, čas a rady, které mi při zpracování práce poskytl. Dále bych rád poděkoval Ing. Tomáši Plachému, Ph.D. a doc. Ing. Petru Fajmanovi, CSc. za odbornou pomoc při experimentu. Tímto také děkuji mé přítelkyni a rodině za podporu při psaní této práce.

ABSTRAKT

Předmětem této práce je dynamický experiment realizovaný na existující historické věži kostela. V první části je shrnuta základní problematika dynamiky konstrukcí, experimentální dynamická analýza konstrukcí a problematika dynamických účinků zvonů na konstrukce. V druhé části práce je popsána příprava, realizace a vyhodnocení experimentu uskutečněného na historické věži kostela sv. Jakuba v Kutné Hoře. V rámci experimentu byla provedena experimentální modální analýza, při které byly vyhodnoceny vlastní frekvence a vlastní tvary severní věže kostela. Dále byla realizována dynamická zkouška zatěžovací, při které byla sledována dynamická odezva konstrukce na zvonění zvonu Jakub Maria, umístěného v horní úrovni věže. Získané výsledky byly na závěr posouzeny podle vhodných norem, předpisů a doporučení.

KLÍČOVÁ SLOVA

dynamická analýza, experiment, kostelní věž, zvon, dynamická zkouška informativní, experimentální modální analýza, dynamická zkouška zatěžovací, frekvence, základní frekvence zvonění, perioda, zvonová stolice, rezonance

ABSTRACT

The aim of this thesis is a dynamic experiment carried out on the existing historic church tower. The first part summarizes the basic problems of structural dynamics, experimental dynamic analysis of structures and the issue of dynamic effects of swinging bells on structures. The second part of the work describes the preparation, implementation and evaluation of the experiment carried out on the historic bell tower of the church sv. Jakuba in Kutná Hora. The experimental modal analysis was carried out within the experiment, during which the natural frequencies and modes of the north tower of the church were evaluated. Furthermore, a dynamic load testing was carried out, during which the dynamic response of the structure to the ringing of the Jakub Maria bell, located on the upper floors of the tower, was monitored. The obtained results were finally assessed according to appropriate standards, regulations, and recommendations.

KEYWORDS

dynamic analysis, experiment, church tower, bell, experimental modal analysis, dynamic load testing, frequency, fundamental frequency of ringing, period, bell frame, resonance

OBSAH

1	ÚVOD	1
2	CÍLE PRÁCE	2
3	ZÁKLADNÍ PRINCIPY DYNAMIKY	3
3.1	KMITÁNÍ SOUSTAV S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI.....	3
3.1.1	Vlastní netlumené kmitání hmotného bodu.....	4
3.1.2	Vlastní tlumené kmitání	5
3.1.3	Vynucené kmitání hmotného bodu.....	6
3.2	KMITÁNÍ SOUSTAV S VÍCE STUPNI VOLNOSTI.....	7
3.2.1	Vlastní netlumené kmitání soustav s více stupni volnosti.....	7
3.2.2	Vynucené tlumené kmitání soustav s více stupni volnosti.....	8
4	EXPERIMENTÁLNÍ ZKOUŠENÍ KONSTRUKCÍ	9
4.1	FOURIEROVA TRANSFORMACE	10
4.2	DYNAMICKÉ ZKOUŠKY	11
4.2.1	Dynamické zkoušky informativní	11
4.2.1.1	Modální analýza (MA)	11
4.2.2	Dynamická zkouška zatěžovací.....	13
5	PROBLEMATIKA KOSTELNÍCH VĚŽÍ A ZVONIC	14
5.1	ZÁKLADNÍ POJMY	14
5.1.1	Kostelní věž	14
5.1.2	Zvonice	14
5.1.3	Zvonové patro.....	14
5.1.4	Zvonová komora.....	15
5.1.5	Zvonová stolice	15
5.1.6	Zvon.....	15
5.1.6.1	Části zvonu	16
5.2	SYSTÉMY ZVONĚNÍ ZVONU.....	17
5.3	SÍLY VYVOLANÉ POHYBEM ZVONU	18
5.3.1	Pravidla pro navrhování nových kostelních věží a zvonice	22
5.3.2	Technická opatření na existujících konstrukcích.....	23

5.4	MĚŘICÍ PŘÍSTROJE POUŽÍVANÉ PŘI DYNAMICKÝCH EXPERIMENTECH NA KOSTELNÍCH VĚŽÍCH A ZVONICÍCH.....	24
5.4.1	Piezoelektrické snímače	24
5.4.2	Měřicí linka	25
5.5	VYHODNOCENÍ DAT	26
5.6	PŘÍKLADY PROVEDENÝCH EXPERIMENTŮ NA KOSTELNÍCH VĚŽÍCH A ZVONICÍCH.....	27
5.6.1	Chrám sv. Petra a Pavla [1]	28
6	DYNAMICKÝ EXPERIMENT NA VĚŽI KOSTELA SV. JAKUBA V KUTNÉ HOŘE	29
6.1	ÚVOD K EXPERIMENTU.....	29
6.2	POPIS OBJEKTU	29
6.3	MĚŘICÍ LINKA.....	31
6.4	TEPLOTNÍ PODMÍNKY PŘI PROVÁDNĚNÍ EXPERIMENTU	32
6.5	POPIS EXPERIMENTU	33
6.6	ROZMÍSTĚNÍ SNÍMAČŮ ZRYCHLENÍ PŘI EXPERIMENTU	34
6.7	DYNAMICKÁ ZKOUŠKA INFORMATIVNÍ.....	38
6.7.1	Průběh zkoušky	38
6.7.2	Vyhodnocení dynamické zkoušky informativní.....	38
6.8	ZVONY V KOSTELE SV. JAKUBA.....	45
6.8.1	Zvon Jakub Maria a jeho charakteristiky	45
6.9	DYNAMICKÁ ZKOUŠKA ZATĚŽOVACÍ.....	50
6.9.1	Průběh zkoušky	50
6.9.2	Předpoklady	50
6.9.3	Princip vyhodnocení dynamické odezvy konstrukce na zatížení zvonem ...	51
6.9.4	Charakteristiky vynuceného kmitání kostela.....	52
6.9.5	Vyhodnocení dynamické odezvy konstrukce věže na zatížení zvonem.....	54
6.9.6	Posouzení vynuceného kmitání konstrukce věže	61
6.9.6.1	Posouzení z hlediska DIN 4178 [14].....	61
6.9.6.2	Posouzení z hlediska normy ČSN 73 0040 (březen 1996) [40]	62
6.9.6.3	Posouzení z hlediska normy ČSN 73 0032 [41].....	62
6.9.7	Vyhodnocení dynamické odezvy zvonové stolice na zatížení zvonem.....	63

7	ZÁVĚR.....	68
8	SEZNAM LITERATURYCHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.	
9	SEZNAM OBRÁZKŮ	75
10	SEZNAM TABULEK.....	78

1 ÚVOD

Kostelních věží a zvonů je po celém světě mnoho, a to platí i pro Českou republiku. Často se jedná o historické konstrukce, které prošly mnoha opravami a představují významné kulturní dědictví.

Historicky byly v kostelních věžích zvony nemalých hmotností, což se změnilo během první a druhé světové války, kdy byly z velké části zrekvírovány. Dnes je ovšem trend navracet zvony na jejich původní místa, případně dávat do kostelních věží zvony nové.

Zvonění zvonů představuje pro jejich podpůrné stavební konstrukce velké dynamické zatížení, které by mohlo mít vliv na člověka a na trvanlivost těchto konstrukcí. Důležitým parametrem kostelních věží ovlivňujícím jejich reakci na dynamické zatížení jsou vlastní frekvence těchto věží, které by se neměly dostat do rezonance s dynamickými účinky zvonu. U historických konstrukcí musí být před novým osazením zvonu věnována vlastními frekvencím a jim příslušným vlastním tvarům pozornost, aby byl zavěšen zvon, který nebude s konstrukcí rezonovat, a aby kmital ve správném směru, ve kterém budou jeho dynamické účinky na podpůrnou konstrukci nejmenší, protože v závažných případech může docházet až k viditelnému kmitání konstrukce nebo její části, jak tomu bylo například u chrámu sv. Petra a Pavla na Vyšehradě [1].

První část této práce obsahuje shrnutí základů dynamiky, experimentální analýzy a dynamických účinků zvonů na stavební konstrukce. K této problematice neexistují české normy, ale existuje německá norma DIN 4178 zaměřená právě na zvonice a kostelní věže.

Druhá část práce je věnována přípravě, realizaci a vyhodnocení dynamického experimentu, který byl proveden 24. března 2022 na severní věži kostela sv. Jakuba v Kutné Hoře. Do této věže byl v roce 2017 umístěn nový zvon a experiment měl posoudit jeho dynamické účinky na konstrukci. V rámci experimentu byla provedena experimentální modální analýza metodou AVT (Ambient Vibration Testing), při které byly vyhodnoceny důležité vlastní frekvence a vlastní tvary konstrukce věže. Dále byla realizována dynamická zkouška zatěžovací, při které byla sledována odezva konstrukce věže a zvonové stolice na dynamické zatížení zvonem Jakub Maria. Naměřené kmitání bylo následně vyhodnoceno. Nakonec byla odezva konstrukce na dynamické zatížení zvonem Jakub Maria posouzena podle norem omezujících rychlost a zrychlení kmitání stavebních konstrukcí, a to zejména podle normy DIN 4178.

2 CÍLE PRÁCE

Předmětem této práce bylo provedení dynamického experimentu na historické věži kostela se zaměřením na stanovení charakteristik vlastního kmitání a úrovně dynamické odezvy konstrukce na účinky zvonu. Dílčí cíle práce lze rozdělit do následujících bodů:

- příprava experimentu,
- realizace experimentu,
- vyhodnocení charakteristik vlastního kmitání,
- vyhodnocení dynamické odezvy konstrukce na dynamické zatížení od zvonu,
- vyhodnocení dynamické odezvy zvonové stolice na dynamické zatížení od zvonu,
- posouzení úrovně vynuceného kmitání konstrukce věže vyvolaného dynamickým zatížením od zvonění zvonu.

3 ZÁKLADNÍ PRINCIPY DYNAMIKY

Statika i dynamika se snaží popsat zatížení a jím vyvolanou odezvu určité stavební konstrukce (reakci v podpoře, průhyby, natočení, vnitřní síly) a tu porovnat s přípustnou hodnotou. Zatímco u statiky jde o ustálenou hodnotu odezvy na konstantní zatížení, dynamika bere v úvahu časovou variabilitu zatížení. Při řešení dynamického problému budou jak působící zatížení, tak i následná odezva konstrukce funkcí času.

Zatímco při teoretickém řešení statického problému předpokládáme, že je teoretický model konstrukce v klidu, a řešíme rovnováhu vnějších a vnitřních sil (co na konstrukci působí, musí konstrukce přenést), tak v dynamice je zatížení v čase proměnné, tedy teoretický model konstrukce je v pohybu. Pohyb hmotného bodu popisuje D'Alambertův princip: „Vnější síly působící na hmotný bod a jeho setrvačné síly jsou v každém okamžiku v rovnováze.“

$$\sum_i \mathbf{F}_i - \sum_i m_i \mathbf{a}_i = \mathbf{0}, \quad (1)$$

kde \mathbf{F}_i je vnější síla, m_i hmotnost tělesa a \mathbf{a}_i zrychlení. D'Alambertův princip vychází z druhého Newtonova pohybového zákona [2].

3.1 KMITÁNÍ SOUSTAV S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI

Je možné zkoumat dvě základní alternativy kmitání soustav s jedním stupněm volnosti, jedná se o posuvné kmitání a otáčivé kmitání. V následujících kapitolách bude popsáno pouze posuvné kmitání. Počet stupňů volnosti udává, kolik je složek vektoru posunutí, kterým byla přiřazena nenulová hmota [3]. V případě soustavy s jedním stupněm volnosti provádíme diskretizaci hmoty do jednoho bodu.

3.1.1 Vlastní netlumené kmitání hmotného bodu

Za vlastní kmitání uvažujeme kmitání, které není buzeno vnější silou (pohybová rovnice má nulovou pravou stranu). Ze statiky vyplývá základní rovnice pro výpočet vnitřních sil:

$$F = ku, \quad (2)$$

kde F je vnější síla, která je rovna vratné síle úměrné deformaci zatížené soustavy, k je tuhost soustavy a u posunutí. Tuhost soustavy k je definovaná, jako síla, která vznikne při jednotkovém posunutí hmotného bodu [3]. Dosazením vratné síly do D'Alambertova principu dostáváme základní rovnici dynamiky pro vlastní netlumené kmitání s jedním stupněm volnosti:

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + ku(t) = 0, \quad (3)$$

dále psáno jen jako:

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = 0, \quad (4)$$

kde m je hmotnost hmotného bodu.

Obecné řešení diferenciální rovnice (4) popisuje časový průběh posunutí $u(t)$ v čase:

$$u(t) = A \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}(t)\right) + B \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}(t)\right) = v_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi_0\right). \quad (5)$$

Z tohoto vztahu lze spočítat posunutí hmotného bodu v čase. Po jeho derivaci také jeho rychlost a zrychlení. Integrační konstanty A a B , případně fázový posun φ_0 a amplitudu v_0 lze určit z počátečních podmínek. Dále zavádíme, že

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (6)$$

kde ω_0 nazýváme vlastní kruhová frekvence. Na základě znalosti vlastní kruhové frekvence definujeme vlastní frekvenci f_0 a periodu vlastního kmitání T_0 [3]:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}, \quad (7)$$

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (8)$$

3.1.2 Vlastní tlumené kmitání

U netlumeného kmitání při uvážení nenulové alespoň jedné počáteční podmínky (nenulové počáteční rychlosti nebo výchylky) by hmotný bod v čase kmital do nekonečna s konstantní amplitudou u_0 . Reálné kmitání je ovšem vždy tlumené.

Pokud je zaveden předpoklad viskózního útlumu, pak je velikost tlumící síly uvažována přímo úměrná rychlosti kmitání hmotného bodu. Velikost tlumící síly je charakterizována součinitelem tlumení c [2]. Tlumení kmitání se projevuje poklesem amplitudy kmitu hmotného bodu v čase. Pohybová rovnice tlumeného kmitání soustavy s jedním stupněm volnosti má tvar:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0. \quad (9)$$

Diferenciální rovnici (9) vyhovuje obecné řešení:

$$u(t) = Ce^{\alpha t}. \quad (10)$$

Po dosazení obecného řešení do diferenciální rovnice (9) získáváme rovnici:

$$(m\alpha^2 + c\alpha + k)Ce^{\alpha t} = 0, \quad (11)$$

kde α jsou kořeny charakteristické rovnice. Pro kořeny α hledáme netriviální řešení rovnice (11), které spočítáme podle rovnice:

$$\alpha_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega_0^2}. \quad (12)$$

Obecné řešení diferenciální rovnice (11) je:

$$u(t) = C_1 e^{\left(-\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega_0^2}\right)t} + C_2 e^{\left(-\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega_0^2}\right)t}. \quad (13)$$

Toto řešení můžeme rozdělit podle hodnoty pod odmocninou na tři případy. Pro výraz pod odmocninou větší než 0 ponecháváme obecné řešení ve tvaru:

$$u(t) = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t}, \quad (14)$$

protože jsou exponenty exponenciálních funkcí reálné. Tento případ označujeme jako nadkritické kmitání. Pro výraz pod odmocninou rovný 0 se řešení zjednoduší na:

$$u(t) = e^{-\omega_0 t} (C_1 + C_2 t) \quad (15)$$

a označujeme ho jako kritický útlum. V případě, že výraz pod odmocninou je menší než 0, jsou exponenty komplexní čísla a mají tedy imaginární část. Řešení je pak možné upravit do tvaru:

$$u(t) = e^{\frac{c}{2\sqrt{km}}\omega_0 t} (u_{DC} \cos \omega_D t + u_{DS} \sin \omega_D t) \quad (16)$$

s reálnými argumenty. ω_D je v této rovnici vlastní kruhová frekvence tlumeného kmitání a ω_0 vlastní kruhová frekvence netlumeného kmitání. Tento případ označujeme jako podkritický útlum, a právě tento případ, kdy výraz pod odmocninou je záporný, popisuje dynamické chování standardních stavebních konstrukcí [3].

3.1.3 Vynucené kmitání hmotného bodu

Při vynuceném kmitání na soustavu působí budící síla $F(t)$ a platí pohybová rovnice:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = F(t). \quad (17)$$

Obecné řešení diferenciální rovnice (17) pro harmonickou budící sílu:

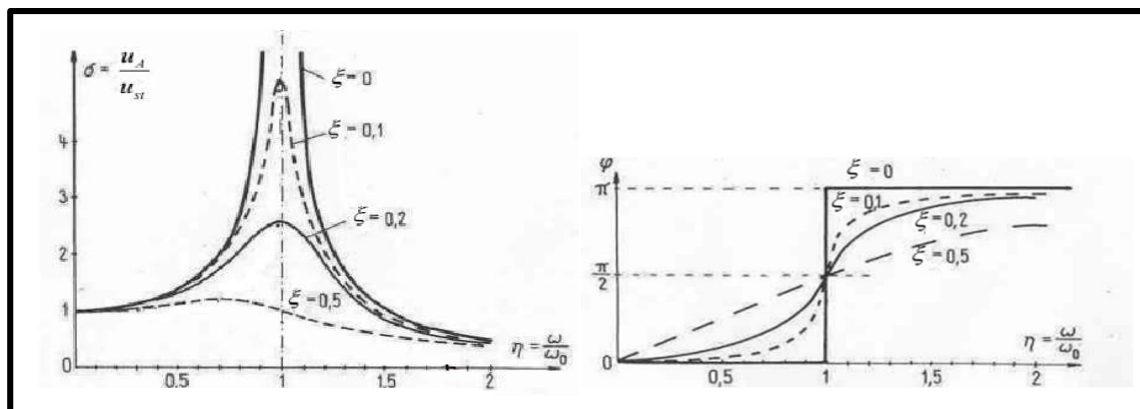
$$F(t) = F_A \sin(\Omega t) \quad (18)$$

má tvar:

$$u(t) = u_D e^{-\xi\omega_0 t} \sin(\omega_D t + \varphi_D) + u_A \sin(\Omega t + \varphi). \quad (19)$$

První člen této rovnice popisuje vlastní kmitání s vlastní frekvencí tlumeného kmitání ω_D , druhý člen potom popisuje vynucené kmitání s frekvencí budící síly Ω , které se nazývá vynucené ustálené kmitání [3].

Při vynuceném kmitání na počátku vyvolané vlastní kmitání soustavy v důsledku útlumu s časem zaniká a soustava potom v případě působící harmonické budící síly (18) kmitá s kruhovou frekvencí budící síly Ω a konstantní amplitudou [2]. Stav, při kterém se frekvence budící síly blíží vlastní frekvenci soustavy, se říká rezonance a posunutí (výchylka) hmotného bodu při netlumeném kmitání by se v rezonanci blížila nekonečnu. Vlivem tlumení toto nenastane, ale obecně platí, že při navrhování konstrukcí se tomuto stavu snažíme vyhnout [2]. Na Obr. 1 je zobrazena rezonanční křivka a fázová charakteristika pro tlumené vynucené kmitání, kde δ je dynamický součinitel a η součinitel naladění. Oba tyto součinitele jsou bezrozměrné.



Obr. 1: Rezonanční křivka a fázová charakteristika ustáleného vynuceného tlumeného kmitání (obrázek byl převzat z publikace [3]).

Ve starší literatuře [2] se výchylka, která je značená v této práci u , značí v a součinitel tlumení značí b . Statická výchylka u_{st} (v_{st}) vychází z rovnice (2):

$$u_{st} = \frac{F_0}{k}, \quad (20)$$

kde F_0 je amplituda budící síly.

3.2 KMITÁNÍ SOUSTAV S VÍCE STUPNI VOLNOSTI

Za soustavy s více stupni volnosti uvažujeme soustavy se soustředěnými hmotami do vybraných bodů a soustavy s tuhými prvky se spojitě rozdělenou hmotnou. Kmitání je popsáno soustavou obyčejných diferenciálních rovnic a často k jejich zapsání využíváme maticový a vektorový zápis.

3.2.1 Vlastní netlumené kmitání soustav s více stupni volnosti

Řešení soustavy s více stupni volnosti lze řešit dvěma metodami: metodou konstant tuhosti a metodou konstant poddajnosti [3]. Dále bude v práci popsána pouze metoda konstant tuhosti, která k popisu deformačních vlastností modelované konstrukce využívá matici tuhosti soustavy. Pohybové rovnice soustavy s n stupni volnosti při zanedbání útlumu je možné zapsat v maticovém zápisu:

$$K\mathbf{u}(t) + M\ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{0}, \quad (21)$$

kde K je matice tuhosti o rozměrech $n \times n$, M je matice hmotnosti o stejných rozměrech, $\mathbf{u}(t)$ je vektor posunutí o n řádcích a n je uvažovaný počet stupňů volnosti soustavy. Matice tuhosti je symetrická a pozitivně definitní. Matice hmotnosti je také symetrická [3]. Soustavě pohybových rovnic (21) vyhovuje řešení ve tvaru:

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\phi}(A \cos \omega t + B \sin \omega t). \quad (22)$$

Po dosazení řešení (22) do soustavy pohybových rovnic (21) dostáváme rovnici:

$$(K - \omega_n^2 M)\boldsymbol{\phi}_n(A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) = \mathbf{0}. \quad (23)$$

Rovnice (23), která popisuje vlastní kmitání, je splněna, pokud platí:

$$(K - \omega_n^2 M)\boldsymbol{\phi}_n = \mathbf{0}. \quad (24)$$

Triviální řešení rovnice (24) je z hlediska dynamiky nezajímavé, protože toto řešení odpovídá statickému rovnovážnému stavu soustavy, proto budou hledána netriviální řešení rovnice (24). Pak v této rovnici vystupují jako neznámé vlastní kruhové frekvence ω_n a vlastní tvary kmitání $\boldsymbol{\phi}_n$. Až na výjimky, jako jsou soustavy s vícenásobnými vlastními frekvencemi, má soustava tolik vlastních frekvencí a vlastních tvarů, kolik má stupňů volnosti. Tato soustava homogenních rovnic bude mít netriviální řešení právě tehdy, když matice $(K - \omega_n^2 M)$ bude singulární [2]. Matematicky se jedná o problém vlastních čísel a platí:

$$\det(K - \omega_n^2 M) = 0. \quad (25)$$

Rozvedením determinantu (25) získáme algebraickou rovnicí n -tého stupně (charakteristický polynom), z které lze určit vlastní frekvence ω_n . Vypočtené vlastní kruhové frekvence se řadí vzestupně stylem $0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n$. Ke každé vlastní frekvenci ω_n můžeme dopočítat dosazením do původní soustavy rovnic (24) příslušný vlastní tvar ϕ_n . Jednu ze složek jednotlivých vektorů vlastních tvarů volíme a na základě toho dopočítáváme ostatní. Složky každého vektoru vlastního tvaru budou tedy jako vzájemné poměry [2]. Tento způsob řešení je nejjednodušší, ale je nepoužitelný pro soustavy s větším počtem stupňů volnosti. Další používané metody, jak získat vlastní frekvence a vlastní tvary, jsou například metoda inverzní iterace, metoda iterace podprostoru, Jacobiho metoda či Lanczosova metoda. Vypočtené vlastní tvary následně normujeme, nejčastěji vzhledem k matici hmotnosti. Dva různé vlastní tvary odpovídající dvěma různými vlastními frekvencím ω_n a ω_m splňují podmínku ortogonality [3]:

$$\phi_n^T M \phi_m = 0. \quad (26)$$

3.2.2 Vynucené tlumené kmitání soustav s více stupni volnosti

Pohybové rovnice vynuceného tlumeného kmitání soustavy s n stupni volnosti jsou ve tvaru:

$$M\ddot{\mathbf{u}}(t) + C\dot{\mathbf{u}}(t) + K\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t), \quad (27)$$

kde C je matice útlumu a $\mathbf{f}(t)$ je vektor vnějších budících sil.

Pro buzení soustavou harmonických budících sil ve tvaru $\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}_s \sin \omega t + \mathbf{f}_c \cos \omega t$ vyhovuje soustavě pohybových rovnic (27) hledaný vektor posunutí $\mathbf{u}(t)$ ve tvaru [3]:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_s \sin \omega t + \mathbf{u}_c \cos \omega t. \quad (28)$$

Po dosazení řešení do pohybových rovnic získáme soustavu $2n$ algebraických rovnic:

$$\begin{pmatrix} (K - \omega^2 M)u_s - \omega C u_c = f_s \\ \omega C u_s + (K - \omega^2 M)u_c = f_c \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$u_{iA} = \sqrt{u_{is}^2 + u_{ic}^2}, \quad (30)$$

kde u_{iA} je celková amplituda stupně volnosti číslo i .

Výpočet odezvy soustavy s n stupni volnosti na budící síly lze také spočítat metodou rozkladu do vlastních tvarů kmitání, která je také nazývána modální analýza. Pro tuto metodu je potřeba znát základní vlastní frekvence a vlastní tvary soustavy [3].

4 EXPERIMENTÁLNÍ ZKOUŠENÍ KONSTRUKCÍ

Při výpočtech dynamické odezvy konstrukcí na časově proměnné vnější síly, podobně jako u statiky, zavádíme předpoklady vyjádřené matematicky, vycházíme z geometrie, materiálových charakteristik, hmotnosti a útlumu konstrukce [1].

Výpočtové schéma zkoumané konstrukce se ale pravděpodobně bude lišit od jejího reálného působení. Zavádíme různé předpoklady, které mohou zjednodušovat geometrii konstrukce, okrajové a počáteční podmínky. Někdy nemáme dostatečné informace o použitých materiálech (například u starších budov), takže musíme materiálové charakteristiky odhadnout [1].

Proto při navrhování a posuzování konstrukcí užíváme experimentální metody, které nám dokážou doplnit a upřesnit předpokládané hodnoty veličin a okrajových podmínek, které teorie bude popisovat velmi těžko. Experimentální metody využíváme na skutečných konstrukcích nebo na fyzikálních modelech [1]. Výsledkem experimentu může být rozhodnutí, zda lze navržený projekt realizovat, posouzení skutečného stavu díla, nebo vytvoření podkladů pro matematický model. Nejčastěji experimentálně sledujeme chování skutečné konstrukce [1].

4.1 FOURIEROVA TRANSFORMACE

Užitečným nástrojem při dynamických experimentech na skutečných konstrukcích i na fyzikálních modelech je Fourierova transformace (FT). Fourierova transformace je integrální transformace převádějící funkci nebo signál o dané proměnné na alternativní zápis, který je charakterizován pomocí sinů a cosinů o různých argumentech [4]. Při dynamických měřeních, kde naměřená dynamická odezva konstrukce je závislá na čase, můžeme tedy pomocí FT převést naměřený signál do frekvenční oblasti [5]. FT vychází z Fourierovy řady periodické funkce [6]:

$$f(t) = B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_1 t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(n\omega_1 t), \quad (31)$$

kde koeficienty A_n a B_n jsou definovány jako:

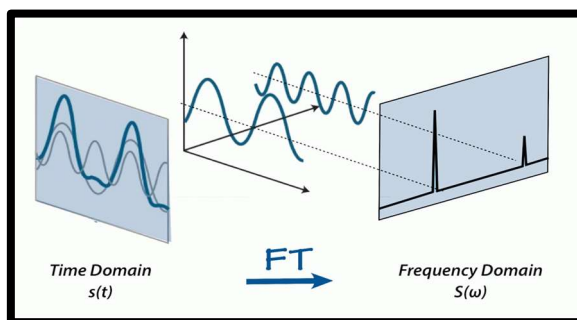
$$A_n = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} f(t) \sin(n\omega_1 t) dt \quad (32)$$

$$B_n = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} f(t) \cos(n\omega_1 t) dt \quad (33)$$

$$B_0 = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} f(t) dt. \quad (34)$$

Diskrétní funkce (nebo jinak řečeno bodová funkce) vznikne při převodu měřeného analogového signálu ze snímačů do digitální formy, kterou je možné ukládat a zpracovávat na počítači. V dnešní době je nejpoužívanějším druhem DFT rychlá Fourierova transformace (FFT), která operaci transformace zrychluje minimalizací počtu potřebných matematických operací [7]. Je ale vázána na počet bodů transformované části diskrétní funkce, který musí být rovný celočíselné mocnině dvojky.

FFT využíváme při měření na skutečných konstrukcích, kdy pomocí snímačů změříme výchylky, rychlosti nebo zrychlení určitého místa konstrukce v závislosti na čase. Pomocí Fourierovy transformace můžeme tento signál převést do frekvenční oblasti, jak je znázorněno na Obr. 2.



Obr. 2: Fourierova transformace (obrázek byl převzat z publikace [5]). Naměřený signál v čase, z kterého můžeme získat pomocí Fourierovi transformace jeho frekvenční složení.

4.2 DYNAMICKÉ ZKOUŠKY

Dynamické zkoušky stavebních konstrukcí popisuje norma ČSN 73 2044 „Dynamické zkoušky stavebních konstrukcí“ [8], jejíž revize byla vydána v roce 2019. Tato norma platí pro provádění a vyhodnocování dynamických zkoušek na všech druzích stavebních konstrukcí, ale neplatí pro mosty a konstrukce jim podobné, které se zkouší podle ČSN 73 6209 [9]. Účelem dynamických zkoušek na stavebních konstrukcích je prověření jejich dynamických vlastností, ověření spolehlivosti z hlediska odpovídajících mezních stavů, popřípadě získání podkladů pro teoretický výpočet [8].

Norma [8] rozděluje dynamické zkoušky na čtyři druhy: dynamické zkoušky informativní, zatěžovací, zatěžovací dlouhodobé a zatěžovací na únavu.

4.2.1 Dynamické zkoušky informativní

Při dynamické zkoušce informativní se vyhodnocují vlastní frekvence a jim příslušné vlastní tvary (modální charakteristiky) a logaritmický dekrement útlumu konstrukce, která není zatížena, případně je zatížena pouze zdrojem buzení [8].

Ke zkoušce můžeme využít libovolné zatížení za předpokladu, že vybudí dostatečně velkou odezvu konstrukce a neohrozí spolehlivost celé konstrukce (případně nezpůsobí lokální poškození. Pokud je konstrukce rozkmitaná působením přirozených vnějších sil (vítr, technická seismicita), můžeme modální charakteristiky stanovit bez budícího zatížení [8].

Dynamickou zkoušku informativní můžeme použít pro ověření výsledků teoretického výpočtu. Norma [8] mimo jiné definuje kritéria pro posouzení, zda bylo dosaženo shody mezi oběma typy porovnávaných výsledků.

4.2.1.1 Modální analýza (MA)

Při provádění dynamické informativní zkoušky provádíme takzvanou modální analýzu (MA) [9]. Tu děláme, abychom získali základní přirozené dynamické vlastnosti konstrukce (modální charakteristiky – frekvence a tvary vlastního kmitání). MA je obecně experimentální a numerická. Numerická MA se provádí na vhodném matematickém modelu, experimentální modální analýza (EMA) se provádí na nové nebo stávající konstrukci [10]. Při EMA se používají dva základní principy: forced vibration testing (FVT) a ambient vibration testing (AVT) [10].

4.2.1.1.1 Forced vibration testing (FVT)

Při FVT je konstrukce rozkmitávána známou budící silou působící v jednom bodě (ve světě se občas používá současné buzení řízenými budícími silami ve dvou odlišných bodech konstrukce). Tento budící bod se umísťuje tak, aby se z naměřených dat daly zjistit všechny významné vlastní frekvence a s nimi svázané vlastní tvary. Každý hledaný vlastní tvar by tedy v tomto budícím bodě měl mít co nejvyšší pořadnici a bod nesmí ležet v uzlu kmitání některého z těchto vlastních tvarů. Dynamické vlastnosti této budící síly jsou v průběhu měření zaznamenávány spolu s dynamickou odezvou konstrukce. Naměřené kmitání konstrukce je dále normováno k této budící síle [10] a jsou vyhodnocovány tzv. frekvenční přenosové funkce (Frequency Response Functions (FRF)).

K buzení konstrukce se při FVT nejčastěji používají budiče, které mohou být různého charakteru. V současné době používáme nejčastěji budiče, které umožňují spojité buzení ve zvoleném frekvenčním pásmu (frekvenčně omezený bílý šum). Měření provádíme pomocí snímačů kmitů umístěných na konstrukci tak, aby bylo možné výstižně popsat měřené vlastní tvary. Tyto snímače jsou připojeny k měřicí ústředně připojené k výkonnému počítači, kde jsou naměřená data mimo jiné zpracovávána pomocí FFT [10].

4.2.1.1.2 Ambient vibration testing (AVT)

Při AVT není konstrukce rozkmitávána pomocí budiče, k jehož budící síle je normována odezva konstrukce, ale neznámými budícími silami, které mohou vznikat i přirozeně (např. vítr, technické seismicita). Dynamické vlastnosti těchto sil není možné sledovat. Metoda AVT může být použita pouze u dynamicky citlivých konstrukcí s malým útlumem, jinak výsledky nejsou dostatečně vypovídající [10].

Stejně jako při FVT naměřené kmitání konstrukce normujeme. Nenormujeme ale dynamickou odezvu k budící síle, nýbrž k dynamické odezvě změřené v referenčním bodu ležícím na sledované konstrukci, do kterého je při experimentu umístěn referenční snímač [10]. Tento bod by měl být ve stejném místě jako budič u FVT. Měření pomocí snímačů kmitů provádíme obdobně jako v případě FVT, odpadá ale měření budící síly.

4.2.2 Dynamická zkouška zatěžovací

Dynamickou zkoušku zatěžovací provádíme v případě, že chceme znát odezvu sledované konstrukce na dynamické zatížení. Zkoušku provádíme tak, aby zkušební zatížení odpovídalo proměnnému nebo provoznímu zatížení, případně aby se mu co nejvíce blížilo. Vyhodnocujeme poté různé parametry naměřeného kmitání, např. maximální výkmity, efektivní hodnoty nebo frekvenční spektra měřených veličin [8]. V případě, že zkušební zatížení je harmonické, zjišťujeme frekvence, tvary a amplitudy vynuceného ustáleného kmitání. Při posuzování výsledků dynamické zatěžovací zkoušky podle [8] musí být maximální naměřené hodnoty kmitání při zkoušce nejvýše takové, jaké byly stanoveny teoretickým výpočtem, případně naměřená úroveň kmitání musí být nižší než mez stanovená jiným předpisem.

5 PROBLEMATIKA KOSTELNÍCH VĚŽÍ A ZVONIC

Kostelní věže a zvonice patří mezi velmi zatěžované konstrukce. Nejen že musí přenést statické zatížení od jejich vlastní tíhy, staticky spolupůsobit s kostelní lodí a zvládnout dynamické zatížení od větru, ale musejí také spolehlivě přenést dynamické účinky od zvonů umístěných v jejich horní části, které vyvolávají nezanedbatelná dynamická zatížení [11].

Navíc nemusí splňovat pouze požadavky z hlediska stavebně-technického, ale i z hlediska dosažení optimálního hudebně-akustického účinku zvonů. Chybný návrh tedy neznamená jen nutnost realizace dodatečných nápravných opatření, nebo v horším případě vznik poruch, které mohou vyžadovat sanaci, ale může vést také k snížení hudebních charakteristik zvonů [11].

Nejstarší studie týkající se dynamických problémů spojených s bitím zvonů jsou již z roku 1914 z Anglie. Od té doby vzniklo mnoho článků zabývajících se interakcí mezi pohybem zvonů, frekvencí tohoto pohybu a vlastní frekvencí zvonice [12, 13]. V Německu v roce 1978 byla napsána norma DIN 4178, která byla v roce 2005 revidována [14] a která se týká právě zvonice a kostelních věží.

5.1 ZÁKLADNÍ POJMY

5.1.1 Kostelní věž

Kostelní věž je vysoká stavba spojená s kostelem, tradičně sloužící k zavěšení zvonů. Kostel může mít jednu i více věží a k zavěšení zvonů zpravidla slouží všechny [11].

5.1.2 Zvonice

Zvonice je samostatně stojící stavba, která vždy slouží ke zvonění zvony, které jsou v ní zavěšené [11]. Kostel může mít věž i zvonici a důvod k postavení zvonice byl ten, že se zvony do kostelní věže nevešly. Pojmy kostelní věž a zvonice jsou často zaměňovány.

5.1.3 Zvonové patro

Zvonové patro je patro v kostelní věži nebo zvonici, v kterém jsou zavěšeny zvony [11]. Zvony mohou být rozděleny i do více zvonových pater.

5.1.4 Zvonová komora

Zvonové komora je prostor zvonového patra, v kterém jsou umístěny zvony [11]. Komora by měla mít plnou podlahu a strop, aby tvořila uzavřenou akustickou jednotku, kde se mísí všechny tóny zvonů a společně rezonují.

5.1.5 Zvonová stolice

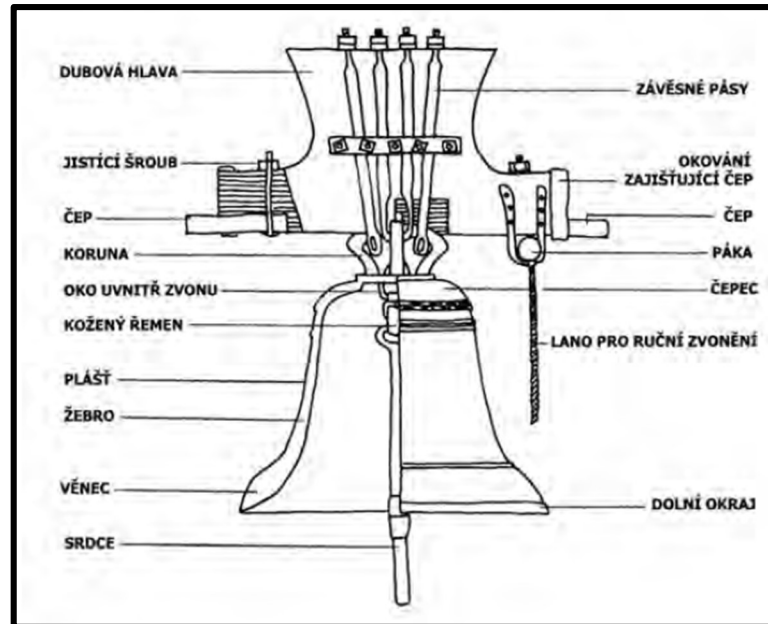
Zvonová stolice je konstrukce sloužící pro zavěšení zvonů a pro přenos zatížení od zvonů do nosné konstrukce kostelní věže nebo zvonice. Je obvykle umístěna ve zvonovém patře a zpravidla je položena na podlahových trámech, protože by měla být pružně oddělena od svíslé nosné konstrukce a neměla by mít přímý kontakt se zdivem, aby se do něj nepřenášely otřesy [11]. Zvonové stolice bývají nejčastěji dřevěné z masivních trámů, ale mohou být i ocelové.

5.1.6 Zvon

Zvon je hudební nástroj používaný od ranně křesťanských dob ke svolávání věřících k bohoslužbám. Počet všech zvonů v České republice je zhruba 14 000 [11], ale stále to nedosahuje kapacit věží, protože mnoho zvonů bylo z kostelů sundáno při válečných rekvizicích během obou světových válek. Největší zvon v České republice je Zikmund umístěný v katedrále svatého Víta, Václava a Vojtěcha v Praze. Jeho hmotnost dosahuje 13 až 14 tun [15].

5.1.6.1 Části zvonu

Na Obr. 3 jsou znázorněny části zvonu starého typu. Zvony nového typu mají shodné části jako zvon starého typu s tím rozdílem, že hlava zvonu může být ocelová.



Obr. 3: Zvon starého typu (obrázek byl převzat z publikace [11]).

5.2 SYSTÉMY ZVONĚNÍ ZVONU

System pro rozpohybování zvonu není všude ve světě stejný. Nejčastěji se vyskytující systémy zvonění jsou anglický, středoevropský a španělský [12]. Anglický systém zvonění je charakteristický pohybem zvonu, který opisuje celou kružnici (360°) [13]. Každé kývnutí zvonu je v opačném směru než to předchozí [12]. Zvonící mohou zvon pozdržet v nejvyšší poloze a tím mohou měnit pořadí zvonění jednotlivých zvonů. Tímto se vytvářejí harmonické kombinace zvonění více zvonů.

Při středoevropském systému zvonění, který se v České republice vyskytuje ve většině případů, je typický výkyv zvonu od svislé osy pod úhlem mezi 40° až 90° na jednu stranu [11]. Tento systém zvonění je charakteristický pro celou střední Evropu a popisuje jej Německá norma DIN 4178 [14]. V dnešní době je trend co nejvíce snižovat úhel výkyvu kvůli menšímu opotřebení zvonu. Toto je možné u zvonů, ve kterých je použit typ srdce s dlouhou výpustí. Historicky byly obvyklé výkyvy zvonů až 85° [11].

U španělského systému zvonění jsou zvony umístěny převážně do oken kostelní věže nebo zvonice a jsou doplněny velkým protizávažím. Navíc jsou ve většině případů uloženy přímo na konstrukci [12].

Výjimečná je tradice ortodoxní východní církve, kterou můžeme najít například v Rusku, Bulharsku nebo Řecku. U tohoto systému se zvony nehoupají, ale zvonící pohybují pouze srdcem zvonu. Vedení provazu mohou ovládat rukama i nohama, čímž dokáží rozeznět až devět zvonů najednou [11].

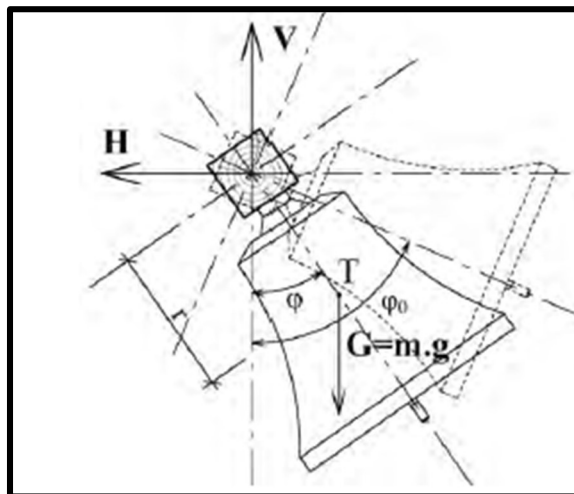
Dnes je moderní ruční zvonění nahrazovat automatickým pohonem, ale dlouholeté zkušenosti a teoretické výpočty ukázaly, že ruční zvonění je pro tón zvonu nejoptimálnějším způsobem pohonu [11].

5.3 SÍLY VYVOLANÉ POHYBEM ZVONU

Roku 1913 E. H. Lewis poprvé provedl experiment na historické kostelní věži a snažil se popsat a změřit síly, které vyvolá zvonění zvonu. Popsal, že při anglickém systému zvonění zvonu vznikají horizontální síly dvakrát větší a vertikální síly čtyřikrát větší, než je tíha zvonu [13].

Toto je empirický způsob, jak popsat síly vyvolané pohybem zvonu. Při tomto přístupu uvažujeme pouze tíhu zvonu a horizontální a vertikální síly od zvonění vyjadřujeme jako násobek této tíhy.

Lepší přístup je vyjádřit síly pomocí úhlu φ , který popisuje okamžitou výchylku zvonu [16]. Uvažuje se při tom, že zvon se chová jako dvojitě fyzikální kyvadlo, ale pro odhad zatížení zvonové stolice se zanedbává hmota srdce [2]. Velikost dynamických účinků při zvonění narůstá s hmotností zvonu, se vzdáleností těžiště zvonu od osy otáčení a s maximálním úhlem rozkyvu [11].



Obr. 4: Schéma zatížení závěsu pohybem zvonu (převzato z publikace [11]).

Reakce v závěsu zvonu lze vypočítat například z rovnic popsaných v [1, 2, 11]. Pro svislou složku reakce V platí:

$$V(t) = \frac{mg}{1+\kappa^2} (\kappa^2 + 3\cos^2\varphi(t) - 2\cos\varphi(t)\sin\varphi_0). \quad (35)$$

Pro vodorovnou složku reakce v závěsu H platí:

$$H(t) = \frac{mg}{1+\kappa^2} \left(2 \frac{\cos\varphi_0}{\cos\varphi(t)} - 3 \right) \cos\varphi(t)\sin\varphi(t). \quad (36)$$

κ je definované jako:

$$\kappa = \frac{i_s}{r}. \quad (37)$$

Jednotlivé veličiny popsané ve vztazích (35) - (37) značí:

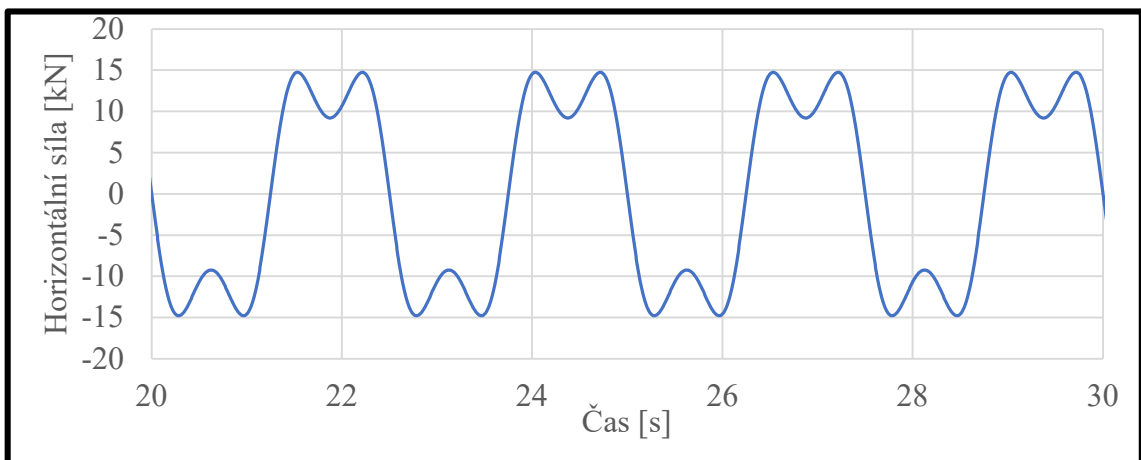
- m - hmotnost zvonu,
- r - vzdálenost těžiště zvonu od osy otáčení,
- φ_0 - maximální rozkyv zvonu,
- φ - okamžitou výchylku zvonu,
- g - tíhové zrychlení,
- i_s - poloměr setrvačnosti k těžišti zvonu.

Pro vyjádření reakcí v závěsu zvonu jako funkcí času lze přibližně použít harmonického vztahu pro úhel $\varphi(t)$ [1]:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right), \quad (38)$$

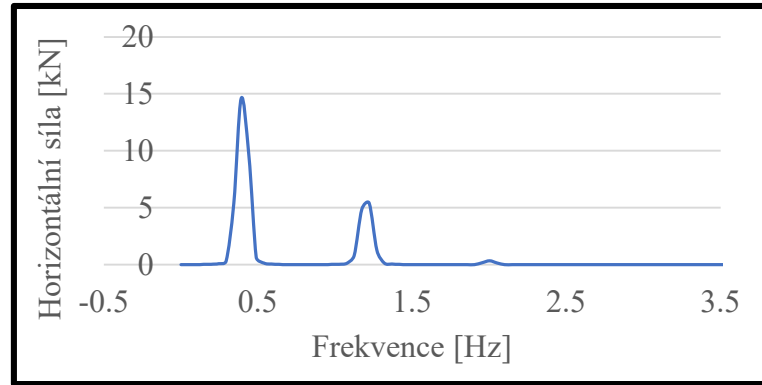
kde T_0 [s] je skutečná doba jednoho kmitu.

Pro kmitání svislé nosné konstrukce kostelní věže bude více hrát roli vodorovná složka reakce v závěsu H, protože právě horizontální síla bude nejvíce konstrukci rozkmitávat. Bude se jednat o vynucené kmitání způsobené právě pohybem zvonu. Příklad průběhu horizontální reakce v závěsu zvonu je zobrazen na Obr. 5 [12].



Obr. 5: Příklad časového průběhu horizontální síly v závěsu zvonu.

Pro středoevropský systém zvonění je charakteristické, že horizontální budící síla je složena zejména ze tří harmonických složek, jejichž frekvence jsou liché násobky základní vlastní frekvence kyvu zvonu. Příklad frekvenčního spektra horizontální síly v závěsu zvonu je vykreslen na Obr. 6.



Obr. 6: Frekvenční spektrum horizontální síly v závěsu zvonu vykreslené na Obr. 5.

Při vynuceném kmitání kostelní věže může nastat jev rezonance. Při rezonanci se některá z dominantních frekvencí budící síly blíží některé z vlastních frekvencí konstrukce věže a výchylka konstrukce při dynamickém zatížení pak výrazně roste. V případě zanedbání tlumení, pokud by se frekvence limitně blížily, výchylka konstrukce teoreticky roste nade všechny meze (viz. kapitola 3.1.3.). Tento případ ale ve skutečnosti nemůže nastat, protože každá stavební konstrukce má útlum, i tak může být v nepříznivém případě vyvoláno výrazné kmitání věže. A proto se tomuto stavu snažíme jak u kostelních věží, tak i u dalších stavebních konstrukcí vyhnout.

Použitím rovnice (38) a zavedením $\gamma(t)$ lze horizontální reakci H vyjádřit jako funkci času podle rovnice převzaté z [17]:

$$H(t) = \frac{mg}{1+\kappa^2} \gamma(t). \quad (39)$$

Funkce $\gamma(t)$ je funkcí času a je bezrozměrná. Funkce bude rozvedena do Fourierovy řady (31). Protože je funkce lichá budou ve Fourierově řadě nenulové pouze liché členy:

$$\gamma(t) = A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) + A_3 \sin\left(\frac{6\pi}{T_0} t\right), \quad (40)$$

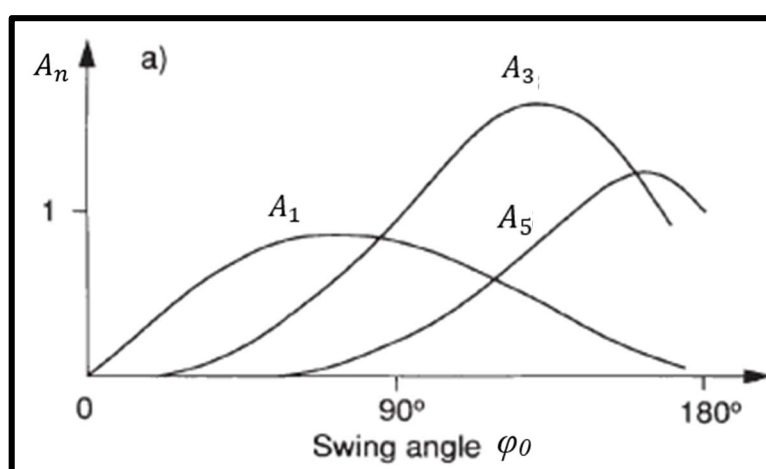
kde konstanty A_1 a A_3 spočítáme z rovnice (32):

$$A_1 = \frac{2}{T_0} 4 \int_0^{T_0/4} \gamma(t) \sin\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right) dt, \quad (41)$$

$$A_3 = \frac{2}{T_0} 4 \int_0^{T_0/4} \gamma(t) \sin\left(\frac{6\pi t}{T_0}\right) dt. \quad (42)$$

Konstanty A_5 až A_n budou při střeoevropském systému zvonění oproti předchozím složkám velmi malé a můžeme je tedy zanedbat.

Velikosti konstant členů Fourierovy řady popisujících horizontální reakci v závěsu při zvonění definuje také norma DIN 4178 [14]. Velikost konstant je zde vyjádřena na základě maximálního rozkvyvu zvonu φ_0 . Na Obr. 7 je tato závislost zobrazena. Na vodorovné ose je vykreslen maximální rozkvyv zvonu a na svislé ose je zobrazena velikost konstanty. V grafu jsou znázorněny velikosti konstant odpovídajících prvnímu, třetímu a pátému členu Fourierovy řady. Pokud je maximální rozkvyv zvonu větší než 80° , třetí harmonická složka horizontální budící síly $H(t)$ začne převládat nad tou první, která odpovídá frekvenci kmitání zvonu [18].



Obr. 7: Velikost konstant na základě maximálního rozkmitu (převzato z publikace [14]).

Jak již bylo řečeno výše, horizontální budící síla při zvonění zvonu ve střeoevropském systému má typicky tři nezanedbatelné budící frekvence. První odpovídá frekvenci kývání zvonu, velikost druhé je trojnásobkem a velikost třetí je pětinasobkem první budící frekvence. V praxi se ukazuje, že právě druhá budící frekvence, která je trojnásobná oproti základní frekvenci, může být při pohybu zvonu nebezpečná, protože se může blížit vlastní frekvenci kostelní věže a mohla by tedy nastat rezonance [18].

5.3.1 Pravidla pro navrhování nových kostelních věží a zvoníc

Při navrhování nových konstrukcí kostelních věží a zvoníc by měl být nejprve proveden výpočet jejich základních vlastních frekvencí a vlastních tvarů. Cílem návrhu je, aby všechny vlastní frekvence spočtené ve výpočetním modelu byly alespoň o 20 % větší než trojnásobek základní frekvence kývání zvonu [18]. Toto je důležité právě z toho důvodu, že tato trojnásobná frekvence se obvykle nejvíce přibližuje nejnižším vlastním frekvencím kostelní věže. Stejně opatření by se mělo provést i u ostatních frekvencí budící horizontální síly [18].

Pokud byly vlastní frekvence konstrukce změřeny při experimentu, měl by být rozdíl naměřených vlastních frekvencí konstrukce a frekvencí horizontální budící síly alespoň 10 % (při osazování nového zvonu) [18].

5.3.2 Technická opatření na existujících konstrukcích

Na existujících konstrukcích může dojít k problémům spojeným právě s dynamickými účinky zvonů. Tyto problémy mohou být převážně dvojího charakteru: výrazné kmitání kostelní věže vyvolávající neblahý vliv na lidi nebo nadměrné kmitání způsobující vznik trhlin ve zdivu věže. Těmto stavům můžeme zabránit technickými opatřeními provedenými na zvonu či na konstrukci zvonové stolice nebo kostelní věže:

1. **Změna vlastní frekvence nosné konstrukce věže** [11, 18]

Toto opatření můžeme provést například zlepšením vlastností základové půdy, vyztužením dřívku věže nebo změnou hmotnosti konstrukce (odstraněním obkladů, nášlapných vrstev) apod.

2. **Změna vzdálenosti mezi těžištěm zvonu a osou otáčení** [18]

Opatření vede ke změně frekvence zvonění zvonu a ke změně momentu setrvačnosti zvonu.

3. **Změna momentu setrvačnosti zvonu** [11, 18]

Obvykle provádíme toto opatření přidáním kompenzačního zařízení v úrovni zvonu (přidáme hmotu kývající se v protipohybu vůči zvonu).

4. **Snížení maximálního rozkvyvu zvonu φ_0** [11]

Vede ke snížení velikosti výkmitu horizontální síly.

5. **Změna směru kývání zvonu, osazení jiného zvonu** [11]

Změna směru kývání zvonu změní vlastní tvar a tím pádem i vlastní frekvenci konstrukce věže, na kterou budící síla účinně působí. Osazení jiného zvonu změní celkové parametry zvonu, a tedy i frekvence budící síly.

6. **Osazení pohlcovače kmitů** [11, 18]

Osazení zařízení kmitajícího v jiné fázi než zvon. Může být řešeno jako kyvadlo mechanicky propojené se zvonem, které kmitá v opačné fázi nebo jako koule valící se v nádobě se dnem tvaru kulové úseče sloužící jako pasivní pohlcovač kmitů [11].

5.4 MĚŘICÍ PŘÍSTROJE POUŽÍVANÉ PŘI DYNAMICKÝCH EXPERIMENTECH NA KOSTELNÍCH VĚŽÍCH A ZVONICÍCH

Při měření dynamického chování stavebních konstrukcí se dnes obecně nejčastěji využívají snímače zrychlení (akcelerometry). Ty lze použít i při experimentech prováděných na kostelních věžích a zvonících [19, 20]. V dnešní době jsou při dynamickém měření nejčastěji využívány piezoelektrické snímače zrychlení.

5.4.1 Piezoelektrické snímače

Piezoelektrické snímače jsou založeny na principu piezoelektrického jevu. Na povrchu piezoelektrického krystalu se hromadí elektrický náboj přímo úměrný síle působící na krystal [21].

Piezoelektrické akcelerometry nemusí být připojeny ke zdroji elektrického proudu, protože se v nich napětí generuje aktivně. Měření zrychlení vychází z prvního Newtonova pohybového zákona:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}. \quad (43)$$

Vzhledem k tomu, že známe hmotnost setrvačné hmoty snímače, která působí při kmitání konstrukce silou F na piezoelektrický krystal, ke kterému je hmota uvnitř snímače připojena, tak s využitím toho, že generované napětí na krystalu je přímo úměrné setrvačné síle, můžeme měřit kmitání konstrukce v měřítku zrychlení [22]. Piezoelektrické materiály jsou například oxid křemičitý (SiO_2), lithium niobát (LiNbO_3), titaničitan barnatý (BaTiO_3) nebo zirkoničitan olovnatý (PbZrO_3) [23].

Výhodou těchto snímačů je jejich široký frekvenční rozsah, který se může pohybovat od 0,2 Hz až do 180 kHz (běžně do 30 kHz) a jejich vysoká citlivost [22]. Jejich horní frekvenční hranice je ovlivněna vlastní frekvencí snímače. Tyto snímače nelze použít pro měření statické složky signálu a pohybů s velmi nízkými frekvencemi. Akcelerometry jsou často využívány u strojírenských výrobků. Pro účely měření v mostním stavitelství a pro kostelní věže a zvonice musí být použity speciální piezoelektrické snímače, které jsou schopné zachytit i nízké frekvence vyskytující se právě u těchto typů stavebních konstrukcí.

Piezoelektrické akcelerometry měří vždy zrychlení v jednom směru (v jedné ose). Musíme vždy dbát na správné uchycení snímače ke sledované konstrukci, protože nesprávné uchycení může vést k znehodnocení výsledků. Častým řešením uchycení snímače je použití neodymového magnetu k upevnění snímače přímo na ocelové části konstrukce nebo na ocelová závaží, která jsou umísťována do sledovaných bodů konstrukce [22]. Při kmitání, u kterého zrychlení překročí gravitační zrychlení, bude závaží nadskakovat a snímače v takovém případě musíme upevnit na konstrukci jiným způsobem. Při uchycení snímače na zdivo často využíváme epoxidových lepidel, kterými se na konstrukci do sledovaných bodů přilepí ocelové podložky, ke kterým se pak může přichytit magnet snímače.

5.4.2 Měřicí linka

Měřicí linka je soustava přístrojů, která při dynamických experimentech zaznamenává časové průběhy určitých fyzikálních veličin popisujících především kmitání (výchyly, rychlosti, zrychlení). Měřicí linka standardně používaná v dnešní době sestává ze snímačů, měřicí ústředny a počítače [10].

Měřicí ústředna slouží pro sběr dat ze snímačů. Jádro ústředny je tvořeno jednotkou s procesorem, který čte data ze vstupních kanálů, ke kterým jsou připojeny snímače [24]. Součástí každého kanálu měřicí ústředny běžně bývá i zesilovač a A/D převodník, který umožňuje převod analogového signálu na diskrétní (digitální), s kterým dále umí pracovat počítač.

Důležitou součástí převodu je vzorkování, při kterém se časová osa vstupního analogového signálu rozdělí na rovnoměrné úseky a z každého úseku je zaznamenán jeden vzorek. Tímto dostáváme množinu bodů, které mají interval odpovídající konkrétně použité vzorkovací frekvenci. Počítač umí pracovat pouze s čísly s omezenou přesností, proto musíme při převodu z analogové do digitální podoby upravit zaznamenávané vzorky i na svislé ose. Tomuto se říká kvantování [25]. Tyto dvě charakteristiky jsou určeny základními vlastnostmi A/D převodníku, a tedy i měřicí ústředny.

5.5 VYHODNOCENÍ DAT

Při dynamickém experimentu na stavební konstrukci jsou ze snímačů pomocí měřicí ústředny sbírány analogové časové záznamy kmitání této konstrukce. Následně jsou tato data v měřicí ústředně převedena do digitální podoby a potom ukládána, zobrazována a předběžně zpracovávána řídicím počítačem. Často je prováděna rychlá Fourierova transformace, čímž jsou naměřená data převedena z časové do frekvenční oblasti [20].

Při vyhodnocování výsledků experimentální modální analýzy jsou naměřené záznamy standardně převedeny pomocí FFT z časové do frekvenční oblasti a zde následně zpracovávány. V případě, že se jedná o metodu AVT, jsou v jednotlivých sledovaných bodech vyšetřované konstrukce vyhodnoceny tzv. frekvenční přenosové funkce $ODSH_{KR}(if)$. Z funkce $ODSH_{KR}(if)$ jsou určeny vlastní frekvence a následně jsou pro tyto vlastní frekvence z naměřených dat vyhodnoceny odpovídající vlastní tvary. Potom je provedena kontrola vzájemné nezávislosti vyhodnocených tvarů vlastního kmitání pomocí koeficientu korelace modální analýzy $MAC_{(i,j)}$ (Modal Assurance Criterion). Toto kritérium vychází z podmínky ortogonalitativy vlastních tvarů a lze jej spočítat podle vzorce:

$$MAC_{(i,j)} = \frac{|\{\mathbf{r}_{(i)}^*\}^T \{\mathbf{r}_{(j)}\}|^2}{(\{\mathbf{r}_{(i)}^*\}^T \{\mathbf{r}_{(i)}\})(\{\mathbf{r}_{(j)}^*\}^T \{\mathbf{r}_{(j)}\})}. \quad (44)$$

Koeficient $MAC_{(i,j)}$ popisuje míru shody dvou porovnávaných tvarů vlastního kmitání $\{\mathbf{r}_{(i)}\}$ a $\{\mathbf{r}_{(j)}\}$ přes všechny jejich pořadnice. Jsou-li dva porovnávané vlastní tvary totožné, je $MAC_{(i,j)}$ roven 1 a jsou-li nezávislé, je roven 0 [20].

Podobně postupujeme i v případě vynuceného kmitání od zvonění zvonu. Časové záznamy ze snímačů zrychlení jsou pomocí FFT převedeny do frekvenčních spekter a z nich následně vyhodnocujeme ustálenou odezvu konstrukce na dynamické účinky budící síly [26].

5.6 PŘÍKLADY PROVEDENÝCH EXPERIMENTŮ NA KOSTELNÍCH VĚŽÍCH A ZVONICÍCH

Provádění dynamických experimentů na kostelních věžích a zvonících není nic výjimečného. Dynamické informativní zkoušky se dělají běžně před osazením zvonu, aby se zjistily vlastní frekvence konstrukce a aby se ověřilo, že nenastane rezonance. Po osazení zvonu se dělají dynamické zkoušky zatěžovací, při kterých se kontrolují úrovně kmitání při zatěžování pohybem zvonu. V případě, že by kmitání bylo velké, realizují se dodatečná opatření na zvonu nebo na konstrukci zvonové stolice nebo věže směřující ke snížení úrovně vyvolaného kmitání.

Dynamické zkoušky se dělají také na starých kostelních věžích, aby se zjistil jejich skutečný stav. Po provedení dynamické informativní zkoušky se může sestrojít 3D model, který je validován nebo případně identifikován na základě výsledků zkoušky. Tímto můžeme prohloubit znalosti o chování těchto věží a o jejich konstrukčních řešeních [27]. Dynamické zkoušky provádíme také z důvodu, že u starých kostelních věží se těžko získávají informace o materiálu, z kterých byly postaveny (malta, zdivo). Ne každý kámen zabudovaný ve zdivu má stejné vlastnosti a ne každá spára je stejně vyplněná maltou.

Takovéto modely, při jejichž sestavování byly využity výsledky experimentu, byly vytvořeny například v Itálii na kostelní věži Torre Grossa patřící do seznamu světového dědictví UNESCO [27] a na Torre Matilde v klášteře v San Miniato [28]. Ve Španělsku se problematikou zabývá Salvador Ivorra, který popisuje chování kostelních věží a zvoníc zatížených španělským systémem zvonění zvonů. Ten provedl dynamický experiment například na kostele de Nuestra Señora de la Misericordia ve Valencii [29].

V České republice se problematikou zabývali především pánové Fischer a Pirner. Jedno ze zajímavých měření bylo realizováno na chrámu sv. Petra a Pavla v Praze na Vyšehradě v roce 2002 [1].

5.6.1 Chrám sv. Petra a Pavla [1]

V chrámu svatého Petra a Pavla na Vyšehradě jsou v jižní věži osazeny dva staré zvony na společné stolici s hmotnostmi 1,0 a 0,6 t. V severní věži jsou osazeny čtyři v té době nové menší zvony o hmotnostech 150 až 650 kg. Frekvence kývání starých zvonů je 0,44 Hz a frekvence nových se pohybuje mezi 0,50 až 0,60 Hz.

Během zvonění bylo pozorováno kývání štítové stěny a z okna věže v úrovni zvonů bylo pozorováno pouhým okem odklánění štítu od střechy kostela. Byl uspořádán experiment, který ukázal, že při zvonění všech zvonů byla amplituda výchylky ve vrcholu štítu 17,6 mm. Kmitání štítové stěny bylo způsobeno kmitáním paty štítu, které se přeneslo z věže do štítové stěny. Závěrem tedy bylo štít vyztužit a jeho zdivo renovovat [1].

Při kontrole vlivu opravy na vibrace štítu a věže bylo naměřeno, že opravená a vyztužená štítová zeď kmitá stejně jako okolní zdivo s frekvencí odpovídající trojnásobku frekvence kmitání starých zvonů a že amplitudy kmitání této zdi se výrazně zmenšily. Při měření v jižní věži byly ale vibrace způsobené dvěma starými zvony dobře identifikovatelné osobami přítomnými při experimentu a vyhodnocení výsledků potvrdilo, že se amplitudy kmitů věže v těchto místech zvětšili na dvojnásobek oproti stavu před úpravami štítové zdi. Dodavatelem zvonů byl tedy instalován ověřený systém, při kterém se vyvažuje kmitání zvonu závažím kmitajícím v opačné fázi [1].

Domněnkou o příčině zvětšení amplitud jižní věže po opravě štítové zdi je, že velké kmity štítové zdi dokázaly odebrat určitou část kinetické energie dodávané houpáním zvonů, takže pro kmitání věže jí původně zbylo méně. Štítová zeď se tedy chovala jako jakýsi pasivní pohlcovač kmitů [1].

6 DYNAMICKÝ EXPERIMENT NA VĚŽI KOSTELA SV. JAKUBA V KUTNÉ HOŘE

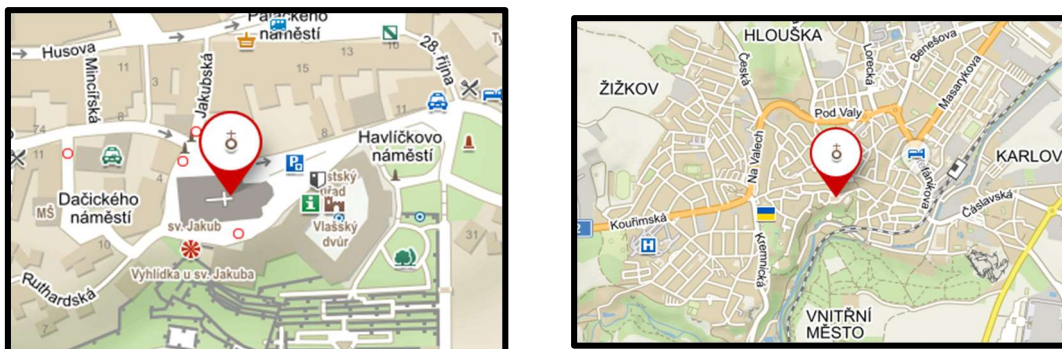
6.1 ÚVOD K EXPERIMENTU

Předmětem této práce je experimentální dynamická analýza historické věže kostela. V následujících kapitolách bude popsána příprava, realizace a vyhodnocení dynamického experimentu na severní věži kostela sv. Jakuba v Kutné Hoře. Cílem experimentu bylo ověřit vlastní frekvence a vlastní tvary konstrukce a následně zjistit dynamické chování kostelní věže při zvonění nově osazeného zvonu.

Realizace experimentu proběhla v jediném dni a to 24. 3. 2022. Pro přípravu experimentu byl k dispozici protokol z experimentu na stejné konstrukci [19], který byl proveden v listopadu 2016 a který sloužil jako podklad pro teoretický výpočet provedený před osazením nového zvonu. Experiment, který je předmětem této práce, slouží jako ověření správnosti teoretického výpočtu uskutečněného doc. Ing. Petrem Fajmanem CSc. v roce 2016 [30]. Dynamický experiment byl proveden za asistence prof. Ing. Michala Poláka, CSc., Ing. Tomáše Plachého, Ph.D. a doc. Ing. Petra Fajmana, CSc.

6.2 POPIS OBJEKTU

Kostel sv. Jakuba, na kterém byl realizován experiment, se nachází v historickém centru Kutné Hory. Jedná se o gotický kostel, jehož výstavba začala v první polovině 14. století a byla dokončena v první polovině 15. století. Kostel má dvě věže, severní a jižní, přičemž severní je vyšší a jižní dosahuje do zhruba její poloviny [31]. Severní věž byla často opravována, roku 1602 byla stažena ocelovými táhly. Rozsáhlá oprava probíhala v letech 1941 až 1946 a poslední rekonstrukce započala roku 2010 [32]. Jižní věž nebyla nikdy dostavěna, zřejmě z důvodu nestabilního podloží. Kostel patří do seznamu světového dědictví UNESCO [31].



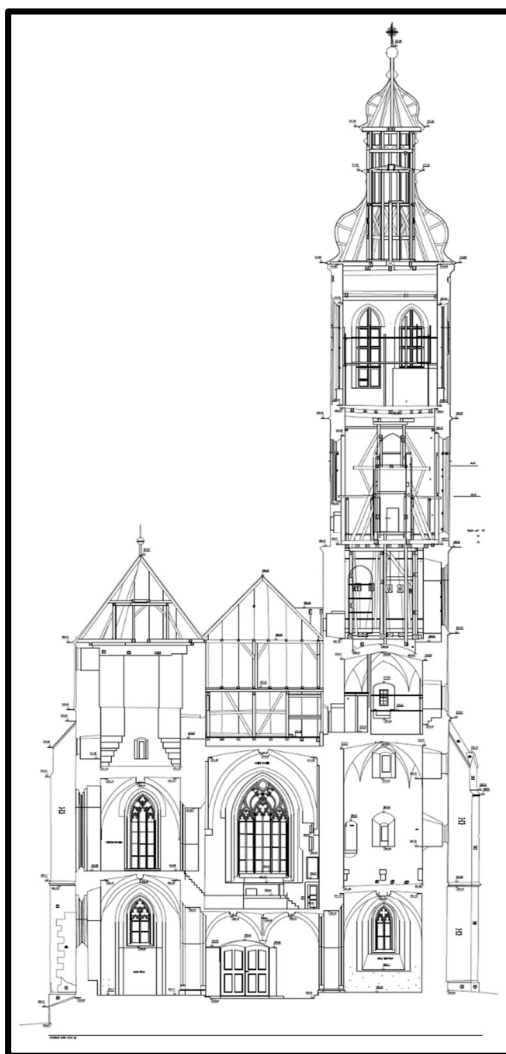
Obr. 8: Přesná poloha zkoušeného objektu – kostel sv. Jakuba (zdroj: mapy.cz)

V roce 2008 byl kostel geodeticky zaměřen a z výkresů z tohoto zaměření bylo v této práci čerpáno [33]. Severní věž je vysoká 75 m a je v ní ve výšce zhruba 43 m umístěn zvon. Půdorysné rozměry věže jsou 9x10m, přičemž tloušťka zdi je proměnná po výšce věže. Věž je zakončena cibulovitou věžičkou.

Věž kostela je z rádkového kvádrového zdiva na vnějším líci a z hrubého rádkového zdiva na vnitřním líci. Materiál zdiva je mušlový vápenec. Materiálové charakteristiky takového zdiva se velmi těžko určují [30].



Obr. 9: Kostel sv. Jakuba jihozápadní pohled (převzato z publikace [31]).



Obr. 10: Kostel sv. Jakuba řez (převzato z publikace [33]).

6.3 MĚŘÍCÍ LINKA

Měřicí linka použitá při experimentu se skládala z dvanácti akcelerometrů od firmy Brüel & Kjær typu 8344, dvou měřících ústředěn SIRIUS 6xACC – 2xACC+ a SIRIUS 8xACC od firmy DEWESoft s.r.o a řídicího počítače. Ústředny byly navzájem synchronizovány, pomocí USB portu byly připojeny k řídicímu počítači a ovládány pomocí programu DEWESoft. Tento program rovněž umožnil on-line vyhodnocení FFT.

Použité snímače zrychlení byly piezoelektrické snímače s pracovním rozsahem od 0,2 Hz do 3 kHz, pracovním teplotním rozsahem od -50 °C do 100 °C a s citlivostí cca 2500 mV/g [34]. Tyto snímače byly speciálním koaxiálním kabelem připojeny k měřícím ústřednám. Příklad akcelometru typu 8344 od firmy Brüel & Kjær je zobrazen na Obr. 11.



Obr. 11: Akcelerometr od firmy Brüel & Kjær typu 8344 připevněný k ocelovému závaží.

Měřicí ústředny byly použity dvě, protože obě mají pouze osm kanálů a snímačů bylo při experimentu použito dvanáct. Tyto ústředny lze řídit pouze pomocí programu DEWESoft z řídicího počítače. Měřicí ústředny SIRIUS mají osm napěťových vstupů, přičemž všechny kanály mají svůj vlastní 2×24bitový A/D převodník, tzv. DualCore, který je schopen měřit s dynamickým rozsahem až 160 dB. Pro zajištění současného měření na všech aktivních kanálech jsou A/D převodníky navzájem synchronizovány. [35].



Obr. 12: Měřicí ústředny SIRIUS a řídicí počítač.

6.4 TEPLOTNÍ PODMÍNKY PŘI PROVÁDNĚNÍ EXPERIMENTU

Měření probíhalo ve čtvrtek 24. 3. 2022 od cca 11:30 do 15:00 za zcela jasného počasí. Teplota vzduchu uvnitř kostelní věže a teplota zdiva byla zaznamenávána po celou dobu experimentu pomocí odporových teploměrů Ni1000 připojených k měřicí ústředně Comet MS5D. Teplotní podmínky byly příznivé a minimálně proměnné. Teplota uvnitř kostelní věže byla $15 \pm 0,2$ °C a teplota zdiva $14 \pm 0,2$ °C.

Teplota při provádění experimentu byla uvnitř definovaného teplotního pracovního intervalu snímačů, který udává výrobce a neměla tedy na nejistotu měření vliv.

6.5 POPIS EXPERIMENTU

Plán experimentu, který se uskutečnil 24. 3. 2022 na severní věži kostela sv. Jakuba v Kutné Hoře, byl následující:

- příprava experimentu,
- dynamická zkouška zatěžovací od pohybu zvonu,
- dynamická zkouška informativní (experimentální modální analýza),
- určení charakteristik kmitání zvonu (maximální rozkmit a frekvence).

Příprava experimentu na místě probíhala v dopoledních hodinách tak, aby vše bylo připraveno ve 12:00, kdy je každý den automaticky spuštěn systém motorů, který rozpohybuje zvon. Při zvonění, byl pohyb zvonu natáčen video kamerou a z pořízeného videozáznamu byly vyhodnoceny jeho charakteristiky, jako je maximální rozkmit a frekvence kývání zvonu. Po konstrukci byly rozmístěny akcelerometry, které měřily odezvu nosné konstrukce kostelní věže a zvonové stolice na dynamické účinky pohybujícího se zvonu.

Následně byla provedena dynamická zkouška informativní a v jednu hodinu se opakovalo zvonění zvonu z důvodu získání většího objemu dat.

Na závěr byly dva snímače ze zvonové stolice přesunuty na žebro a srdce zvonu a následovaly zkoušky zaměřené na stanovení podrobnějších parametrů zvonu a jeho srdce, měřeny byly frekvence jejich kývání při rozpohybování o malé výchylky a frekvence jeho tónu vyvolaného silovým impulzem, který byl způsoben úderem gumové paličky do žebra zvonu.

Celý experiment se stihl během jednoho dne a byl ukončen v cca 15:00.

6.6 ROZMÍSTĚNÍ SNÍMAČŮ ZRYCHLENÍ PŘI EXPERIMENTU

Počet použitých snímačů a počet kanálů dvou ústředen SIRIUS umožňoval osazení všech akcelerometrů současně, bez nutnosti jejich přesouvání v průběhu dynamické zkoušky zatěžovací a dynamické zkoušky informativní. Snímače byly na nosné konstrukci věže umístěny ve dvou úrovních: v první a ve druhé úrovni 7. NP. V každé úrovni byly rozmístěny čtyři akcelometry. V popisech měřeného bodu (např. 11X) značí číslo na první pozici první nebo druhou výškovou úroveň měření a na druhé pozici je číslo označující polohu bodu v půdorysu. Písmeno X nebo Y určuje orientaci snímače, a tedy vodorovný směr měření. Směr X je směr kmitání zvonu.

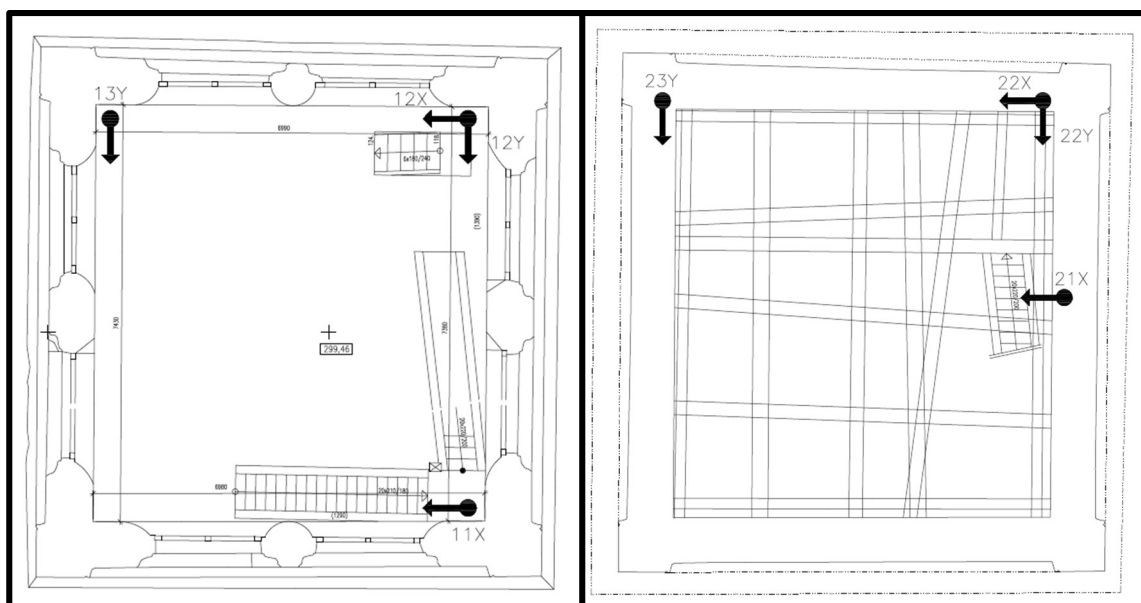
Další čtyři akcelometry byly připevněny na zvonovou stolicí. Na stolicí byly rozmístěny do tří poloh: nahoře, ve středu a v patě. Nahoře na zvonové stolicí byly umístěny snímače měřící zrychlení v ose X i Y, zatímco ve středu a dole byl měřen pohyb stolice pouze ve směru X. Akcelometry ze středu a paty stolice byly v závěru experimentu přesunuty na žebro zvonu a na srdce pro měření charakteristik kmitání zvonu. U označení těchto akcelometrů (např. SHX) písmeno S na první pozici určuje, že se jedná o snímač umístěný na zvonové stolicí. Druhé písmeno definuje polohu (H = nahoře, S = ve středu, D = dole) a poslední písmeno vodorovný směr měření. Snímače zrychlení použité při experimentu jsou shrnuty v Tab. 1.

Tab. 1: Celkový přehled snímačů zrychlení použitých při dynamické zkoušce

Měř. bod	Snímač		Sledovaná veličina
	Typ snímače	Výrobní číslo snímače	
11X	8344	30230	Vodorovné zrychlení věže ve směru kývání zvonu
12X	8344	30826	Vodorovné zrychlení věže ve směru kývání zvonu
12Y	8344	30241	Vodorovné zrychlení věže ve směru kolmém na kývání zvonu
13Y	8344	30336	Vodorovné zrychlení věže ve směru kolmém na kývání zvonu
21X	8344	30690	Vodorovné zrychlení věže ve směru kývání zvonu
22X	8344	30828	Vodorovné zrychlení věže ve směru kývání zvonu
22Y	8344	30829	Vodorovné zrychlení věže ve směru kolmém na kývání zvonu
23Y	8344	30830	Vodorovné zrychlení věže ve směru kolmém na kývání zvonu
SHX	8344	30337	Vodorovné zrychlení zvonové stolice ve směru kývání zvonu
SHY	8344	30643	Vodorovné zrychlení zvon. stol. ve směru kol. na kývání zvonu
SSX	8344	30688	Vodorovné zrychlení zvonové stolice ve směru kývání zvonu
SDX	8344	30686	Vodorovné zrychlení zvonové stolice ve směru kývání zvonu

Body obsahující pouze jeden snímač (11X, 13Y, 21X, 23Y) byly při posledním záznamu realizovaném v rámci dynamické zkoušky informativní pootočený o 90° tak, že snímače směřovaly v kladném směru kolmé osy na původní osu. Po pootočení je můžeme popsat jako 11Y, 13X, 21Y a 23X. Toto bylo provedeno z důvodu přesnějšího vyhodnocení vlastních tvarů.

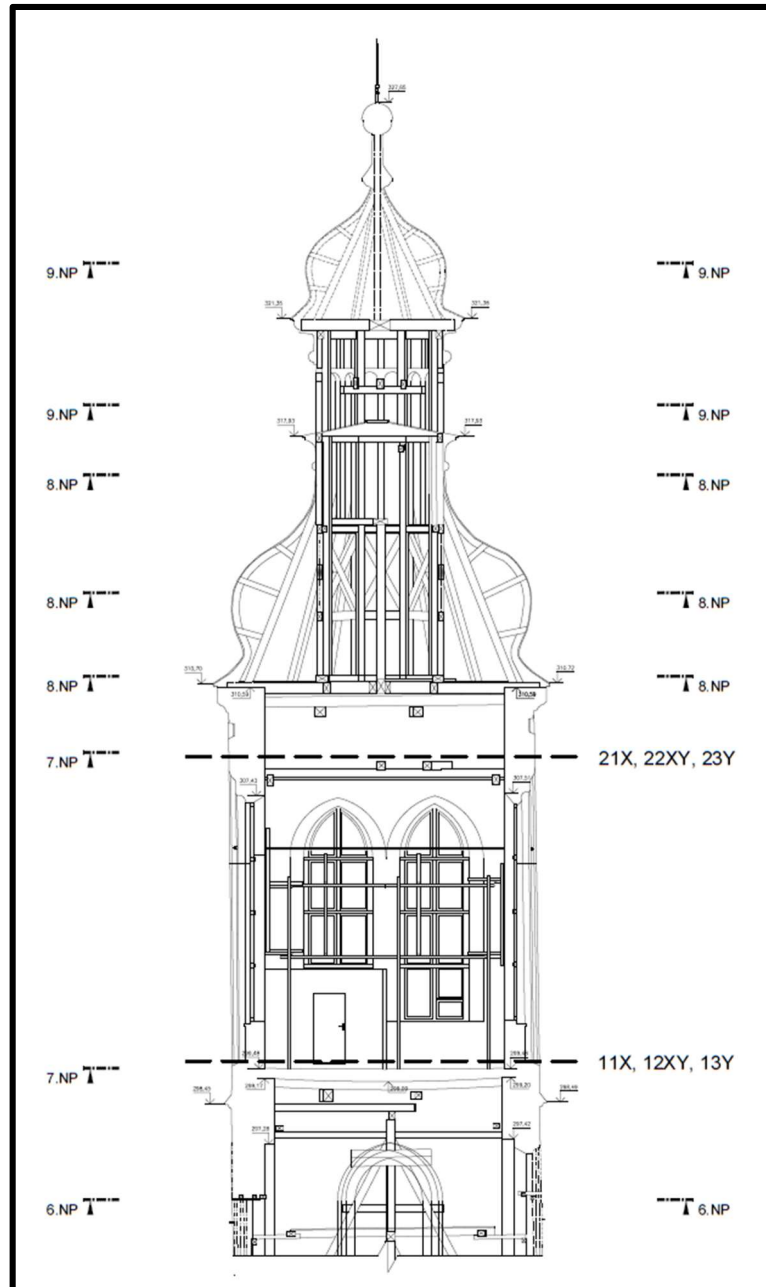
Na Obr. 13 a 14 je znázorněno v půdorysu věže umístění a orientace jednotlivých použitých akcelerometrů v jednotlivých sledovaných úrovních. Na Obr. 15 je svislý řez horní části věže, na kterém jsou vyznačeny dvě úrovně měření. Směr X vyznačený v obrázcích značí směr kývání zvonu a směr Y značí směr kolmý na kývání zvonu.



Obr. 13: Rozmístění snímačů- 1. úroveň, 7.NP (převzato z publikace [33]).

Obr. 14: Rozmístění snímačů- 2. úroveň, 7.NP (převzato z publikace [33]).





Obr. 15: Umístění dvou úrovní měření ve svislém řezu horní části severní věže (převzato z publikace [33]).

6.7 DYNAMICKÁ ZKOUŠKA INFORMATIVNÍ

Pro provádění dynamické zkoušky informativní byla zvolena metoda AVT, především z důvodu, že by bylo těžké na konstrukci instalovat budič kmitání. Měřicí linka a rozmístění akcelerometrů je popsáno v kapitolách 4.3. a 4.6. Jako referenční snímač při dynamické zkoušce informativní byl zvolen akcelerometr 12X s výrobním číslem 30826.

6.7.1 Průběh zkoušky

Konstrukce byla rozkmitávána různými způsoby, aby bylo zaznamenáno co největší množství dat. Nejprve byly pořízeny záznamy kmitání, kdy konstrukce věže byla buzena pouze větrem a technickou seismicitou. Další použité způsoby rozkmitávání věže byly silové impulzy způsobené narážením figurantů do zdi kostelní věže, vodorovné silové impulzy vyvolané údery gumové paličky do zdi a posledním způsobem bylo chození všech figurantů po podestě v první úrovni 7. NP. Program DEWESoft, který byl použit k řízení měření, umožňoval provádět Fourierovu transformaci online, na jejímž základě proběhlo předběžné vyhodnocení vlastních frekvencí zkoumané věže.

6.7.2 Vyhodnocení dynamické zkoušky informativní

Nejvhodnější záznam kmitání věže pro vyhodnocení vlastních frekvencí a vlastních tvarů byl pořízen během chození figurantů po podestě kostela. Tento způsob buzení byl použit pro dva záznamy. Jednou pro snímače osazené tak, jak je vykresleno na Obr. 13 a 14, a podruhé s prohozenými osami na bodech 11, 13, 21 a 23. Každý záznam trval přibližně pět minut. Vzorkovací frekvence měřících ústředen byla nastavena na 250 Hz. Při vyhodnocení byla FFT analýza nastavena na 8192 čar s diferencí mezi jednotlivými čarami 0,031 Hz, což umožnilo z pořízených zpracovávaných záznamů získat výsledky průměrované z dvanácti časových intervalů s jejich překrytím 66,6 %. K vyhodnocení vlastních frekvencí a vlastních tvarů byl použit program ME'scopeVES od firmy Vibrant Technology, Inc.

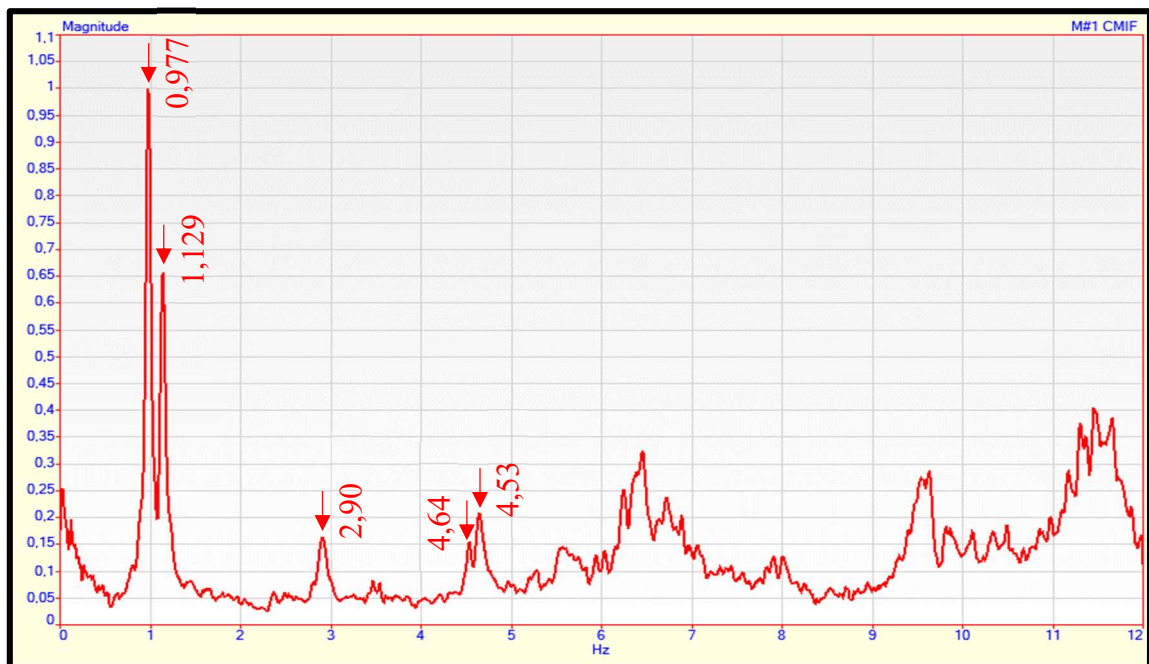
Naměřené záznamy kmitání kostelní věže v čase byly pomocí FFT převedeny z časové do frekvenční oblasti. Jelikož se jednalo o metodu AVT nebyly velikosti budících sil měřeny a byly tedy v jednotlivých sledovaných bodech věže vyhodnoceny tzv. frekvenční přenosové funkce $ODSH_{kR}(if)$. Tato funkce je komplexní, skládající se z reálné a imaginární složky a obvykle se udává v goniometrickém vyjádření pomocí magnitudy a fáze. Magnituda je vyjádřena jako magnituda frekvenční funkce kmitání konstrukce naměřená v daném bodě.

Při vyhodnocení fázového posunu funkce $ODSH_{KR}(if)$ je fáze frekvenčního spektra odezvy v daném bodě vztažena k fázi frekvenčního spektra odezvy v referenčním bodě.

Jak již bylo řečeno výše, pro určení přesnějších vlastních tvarů konstrukce byla provedena dvě měření, přičemž při druhém měření byly prohozeny na některých bodech osy, v jejichž směru byly orientovány snímače zrychlení. Jelikož úroveň budících sil nebyla při obou měřeních shodná, byla stanovena i funkce Transmisibility $T_{KR}(if)$. Pomocí této funkce byly odezvy konstrukce v jednotlivých měřicích sestavách na základě kmitání zaznamenaného v referenčním bodu upraveny tak, že byly vzájemně vždy ve stejném poměru bez ohledu na velikost budících sil. Při znalosti hodnot vlastních frekvencí umožňuje funkce Transmisibility $T_{KR}(if)$ zpřesnění vyhodnocovaných tvarů vlastního kmitání.

Na Obr. 16 je vykreslena integrální frekvenční funkce vyhodnocovacího programu „Complex Mode Indicator Function“ (CMIF), ve které jsou vyznačeny vyhodnocené vlastní frekvence kostelní věže.

Z funkce CMIF bylo možné s jistotou určit pouze pět prvních vlastních frekvencí. Funkce není hladká a jednotlivé frekvenční špičky se pro vyšší frekvence určují velmi špatně. Zvolený způsob rozkmitávání věže nebyl schopen dostatečně vybudit vyšší frekvence a tvary vlastního kmitání tak, aby je bylo možné spolehlivě vyhodnotit. Prvních pět vyhodnocených vlastních frekvencí a popis charakteru odpovídajících vlastních tvarů jsou shrnuty v Tab. 2.

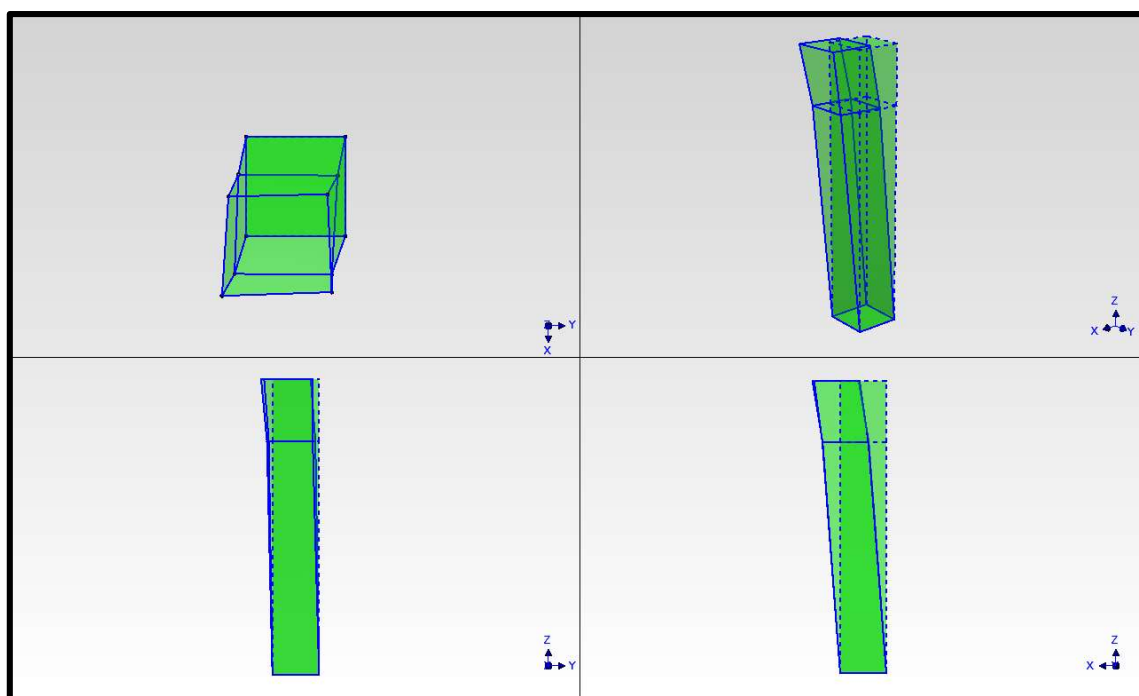


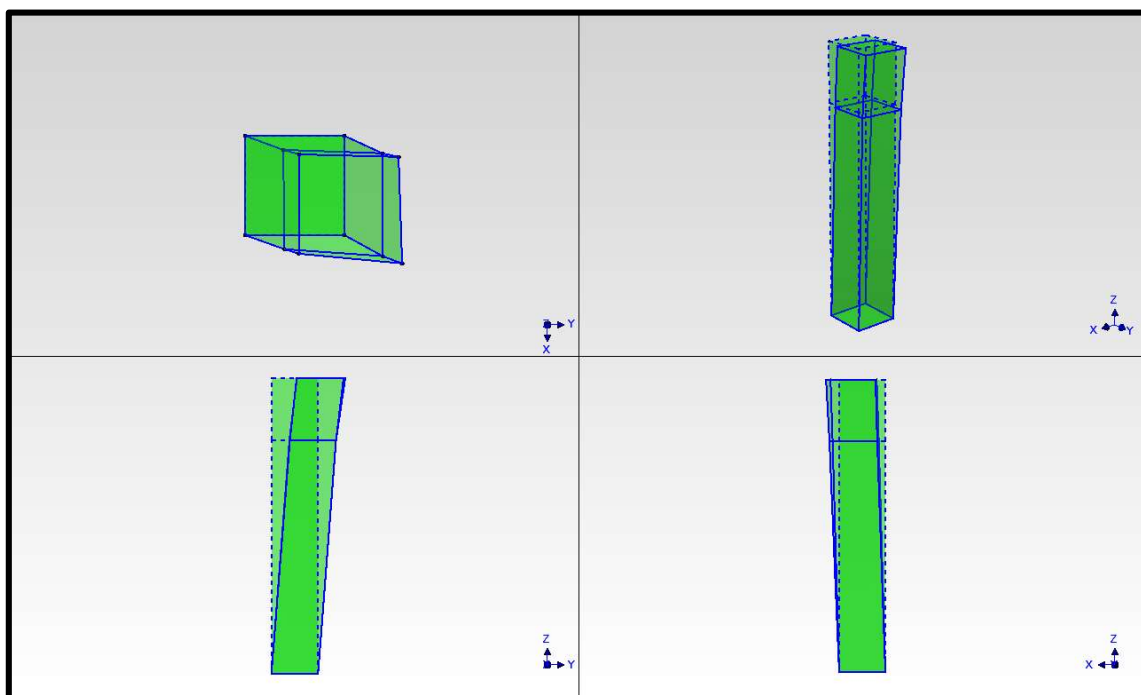
Obr. 16: Funkce CMIF (Complex Mode Indicator Function) s vyznačenými vlastními frekvencemi příslušnými ke globálním vlastním tvarům věže.

Tab. 2: Vyhodnocené vlastní frekvence a popis charakteru odpovídajících vlastních tvarů

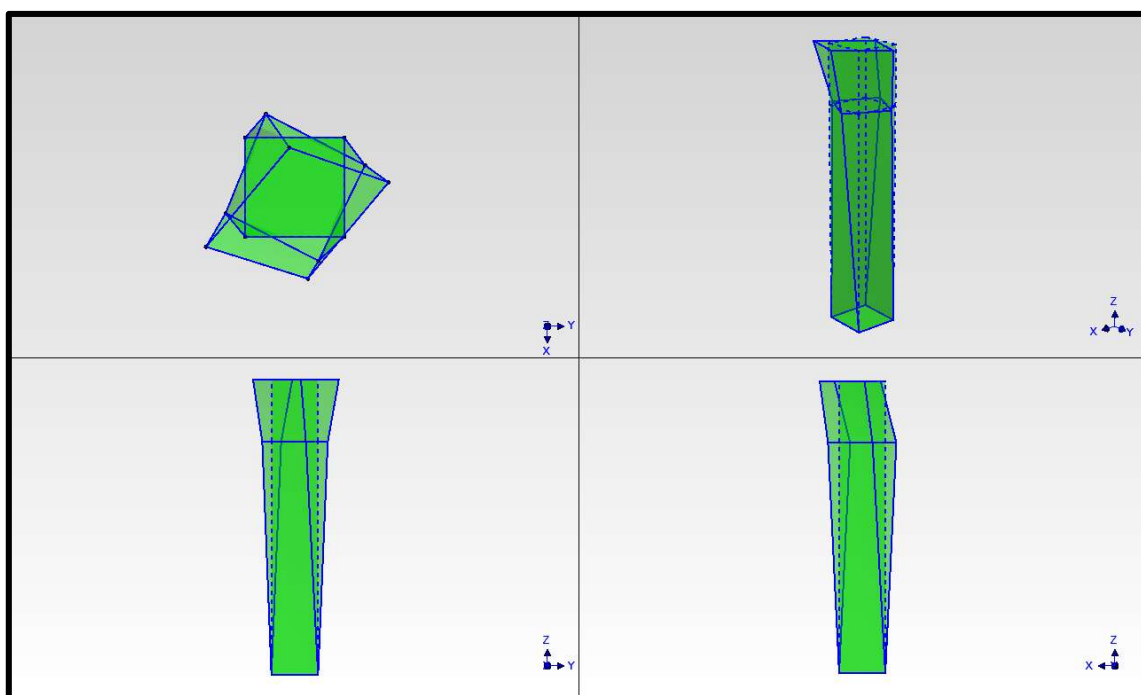
Pořadové číslo (j)	Vlastní frekvence f_j (Hz)	Převládající charakter vlastního tvaru kmitání
(1)	0,977	Tvar vodorovného ohybového kmitání ve směru X
(2)	1,129	Tvar vodorovného ohybového kmitání ve směru Y
(3)	2,90	Tvar krouživého kmitání
(4)	4,53	Tvar kmitání příčného řezu
(5)	4,64	Tvar kmitání příčného řezu

Na následujících obrázcích jsou vykresleny vlastní tvary kmitání severní věže kostela sv. Jakuba. Zobrazené dva řezy odpovídají první a druhé úrovni měření. V prvních třech vlastních tvarech konstrukce věže kmitá jako celek. Čtvrtý a pátý vlastní tvar jsou neobvyklé, převládá v nich vlastní kmitání příčného řezu.

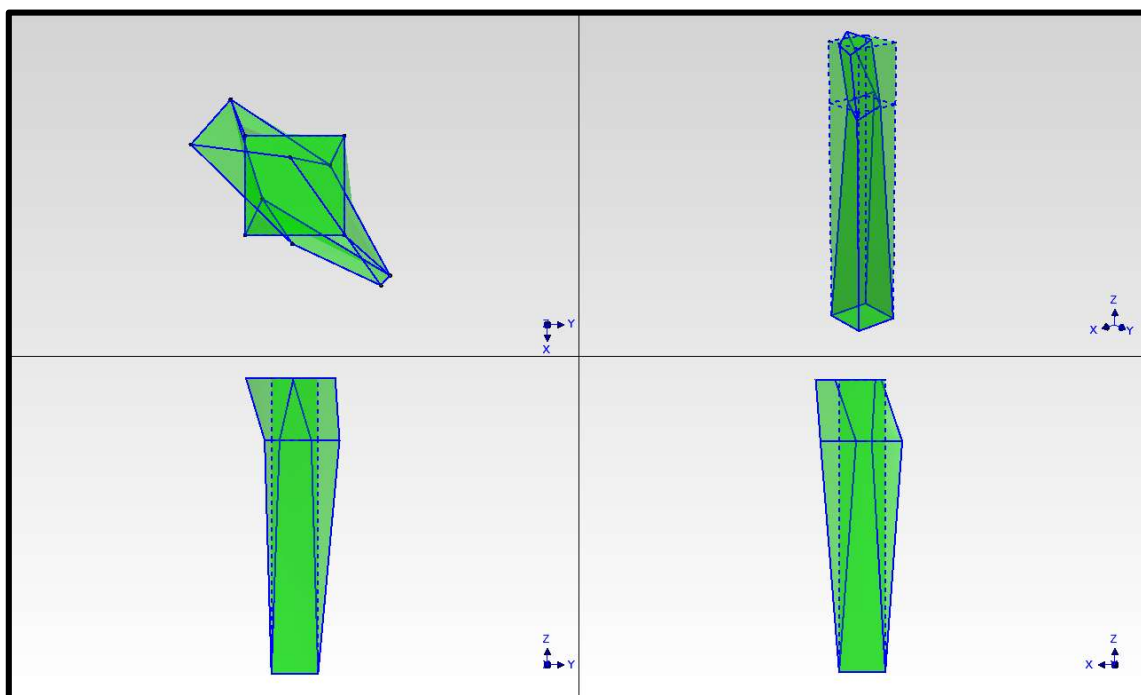
Obr. 17: Vlastní tvar kmitání spjatý s vlastní frekvencí $f_{(1)} = 0,977$ Hz.



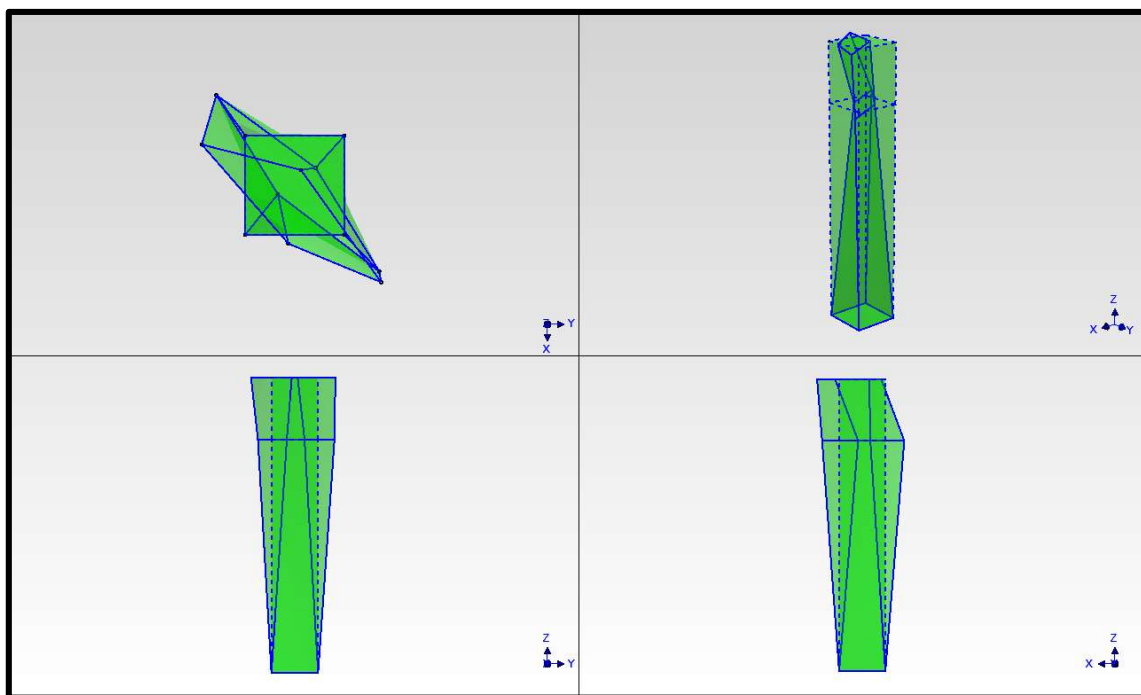
Obr. 18: Vlastní tvar kmitání spjatý s vlastní frekvencí $f_{(2)} = 1,129$ Hz.



Obr. 19: Vlastní tvar kmitání spjatý s vlastní frekvencí $f_{(3)} = 2,90$ Hz.



Obr. 20: Vlastní tvar kmitání spjatý s vlastní frekvencí $f_{(4)} = 4,53$ Hz.



Obr. 21: Vlastní tvar kmitání spjatý s vlastní frekvencí $f_{(5)} = 4,64$ Hz.

Hodnoty první, druhé a třetí vyhodnocené vlastní frekvence a charaktery jim příslušících vlastních tvarů se shodují s výsledky měření, které proběhlo před osazením zvonu v roce 2016 [30]. Vyšší vlastní tvary a vlastní frekvence vyhodnocené v rámci popisovaného experimentu se neshodují. Experiment v roce 2016 proběhl v situaci, kdy na kostele probíhala rekonstrukce krovu a zvonové stolice a zvon ještě nebyl osazen, s čímž může tato skutečnost souviset.

Vzájemná nezávislost vyhodnocených vlastních tvarů kmitání byla ověřena pomocí koeficientu korelace modální analýzy $MAC_{(i,j)}$. Porovnání vlastních tvarů je shrnuto v Tab. 3.

Tab. 3: Nosná konstrukce věže – porovnání vyhodnocených vlastních tvarů pomocí korelačního koeficientu modální analýzy $MAC_{(i,j)}$

Číslo vlastního tvaru	1	2	3	4	5
1	1.00	0.01	0.15	0.06	0.08
2	0.01	1.00	0.03	0.01	0.02
3	0.15	0.03	1.00	0.02	0.00
4	0.06	0.01	0.02	1.00	0.91
5	0.08	0.02	0.00	0.91	1.00

Jak ukazují výsledky uvedené v Tab. 3, první tři vyhodnocené vlastní tvary jsou nezávislé. Naopak, vyhodnocené vlastní tvary číslo 4 a 5 vykazují vysokou míru shody.

Charakter čtvrtého a pátého vlastního tvaru, který byl vyhodnocen z naměřených dat při tomto experimentu, je neobvyklý a na základě výsledků z měření v roce 2016 [19] bylo očekáváno, že se bude jednat o vyšší vlastní tvary ohybového kmitání. Protože koeficient korelace $MAC_{(i,j)}$ navíc prokázal, že tyto dva vlastní tvary vykazují velmi vysokou míru shody, je tedy možné, že kolem frekvence 4,55 Hz je pouze jedna vlastní frekvence a jeden vlastní tvar. Dvě špičky viditelné ve funkci CMIF (viz Obr. 16) můžou být způsobeny tím, že snímače při měření v první úrovni nebyly položeny na svislém nosném zdivu věže ale na podlaze, která mohla měřená data zkreslit svým vlastním kmitáním.

Na základě výsledků experimentu, který byl proveden v rámci této bakalářské práce, bude na severní věži kostela sv. Jakuba proveden ještě jeden navazující experiment. Autor této práce na základě získaných poznatků doporučuje při navazujícím experimentu osadit více snímačů v první úrovni měření, aby byly ověřeny charaktery čtvrtého a případného pátého vlastního tvaru. Snímače by neměly být osazeny na podlaze ale na svislém nosném zdivu věže a neměly by být umístěny pouze v rozích věže ale rovnoměrně po celé délce stěn.

Znalost základních vlastních frekvencí a vlastních tvarů věže je pro osazování zvonů zásadní. V tomto případě je potenciálně nebezpečná první vlastní frekvence a první vlastní tvar, protože se jedná o ohybové kmitání ve směru zvonění zvonu. Tato vlastní frekvence se nesmí dostat do rezonance s vlastními frekvencemi horizontální reakce v závěsu zvonu, která závisí na charakteristikách zvonu, jako je především perioda nebo frekvence kývání a rozkmit zvonu při zvonění.

Při experimentu bylo provedeno i měření charakteristik kmitání nového zvonu, a to bylo zaměřeno právě na frekvenci kývání zvonu a na maximální rozkmit.

6.8 ZVONY V KOSTELE SV. JAKUBA

Zvony v kostele sv. Jakuba mají dlouhou tradici. Před rokem 1916 byly v kostelní věži celkem 4 historické zvony: Vavřinec, Jakub, Václav a Marie a ještě dva, nebo tři další malé zvony. Zvony Jakub a Václav byly zrekvírovány v první světové válce roku 1916 a zbylé dva zvony při druhé světové válce roku 1942.

Jako náhrada za rekvizice byly do severní věže převezeny dva nepojmenované zvony z kostela svatého Bartoloměje v Kutné Hoře. V roce 2015 bylo rozhodnuto o pořízení nového zvonu do kostela sv. Jakuba, byla vytvořena sbírka a 7. října 2017 byl nový zvon za pomoci historické metody vytažen nahoru do kostelní věže [32].

6.8.1 Zvon Jakub Maria a jeho charakteristiky

Nový zvon byl pojmenován Jakub Maria a byl odlit v květnu 2017 v Nizozemsku. Poprvé se v Kutné Hoře rozezněl 15. října 2017. Zvon i s hlavou má hmotnost 2,736 t, bez hlavy 2,425 t. V průměru má 1,503 m a jeho výška s hlavou je 2,420 m, bez hlavy pak 1,523 m [32].

Při provádění experimentu byl na zvon umístěn terčik s QR kódem, který byl snímán pomocí kamery a z jeho pohybu byl následně vyhodnocen maximální rozkmit zvonu a perioda kývání.



Obr. 22: Kamera sledující pohyb zvonu.

Obr. 23: Terčik na zvonu.

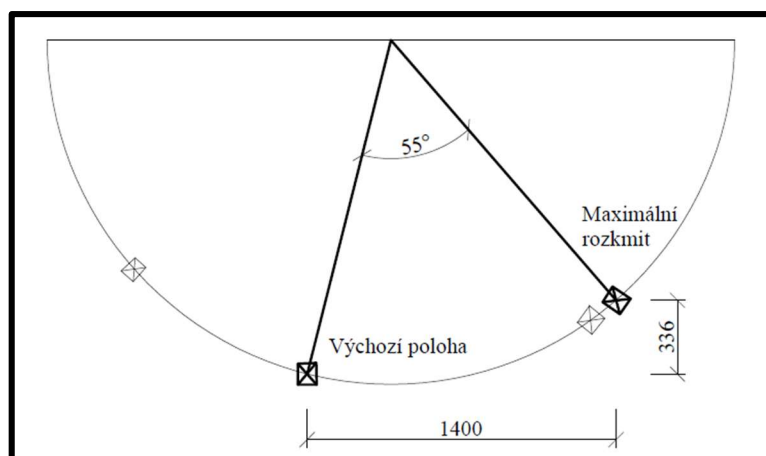
Obr. 24: Zvon Jakub Maria.

Vyhodnocení rozkmitu bylo provedeno analýzou pořízeného video záznamu. Z videa byly použity 3 pozice terčíku při pohybu zvonu, které byly proloženy kružnicí, v jejímž středu se nacházel střed otáčení. Dále byla z videa zjištěna pozice terčíku, když byl zvon v klidu a pozice při maximálním rozkmitu. Ze znalosti těchto dvou bodů a středu otáčení byl naměřen maximální rozkmit. Na Obr. 25 jsou zobrazeny jednotlivé pozice zvonu. Levý horní obrázek je výchozí pozice a pravý dolní je pozice při maximálním rozkmitu zvonu.



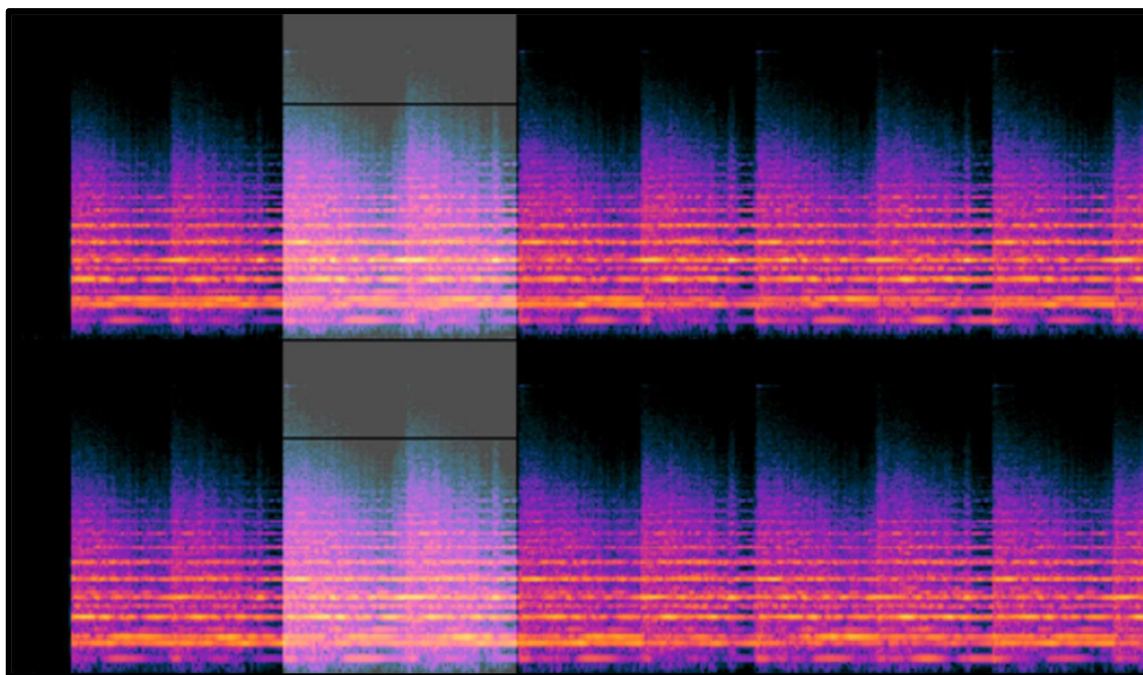
Obr. 25: Pozice zvonu zaznamenané kamerou.

Jednotlivé pozice terčíku byly zaznamenány v programu Autocad a následně byl určen rozkmit zvonu o velikosti 55° (Obr. 26).



Obr. 26: Vyhodnocení maximálního rozkmitu zvonu.

Perioda kmitání zvonu byla určena ze zvukového záznamu, protože náraz srdce na žebro zvonu má stejnou periodu, jako jeho kmitání. K tomuto byl využit program Audacity, v kterém byl časový záznam zvuku zpracován a byla odečtena perioda 2,50 s. Na Obr. 27 je zobrazen zvukový záznam a označen časový úsek záznamu použitý ke stanovení periody. Odpovídající frekvence kmitání zvonu byla tedy stanovena $f = 0,40$ Hz.



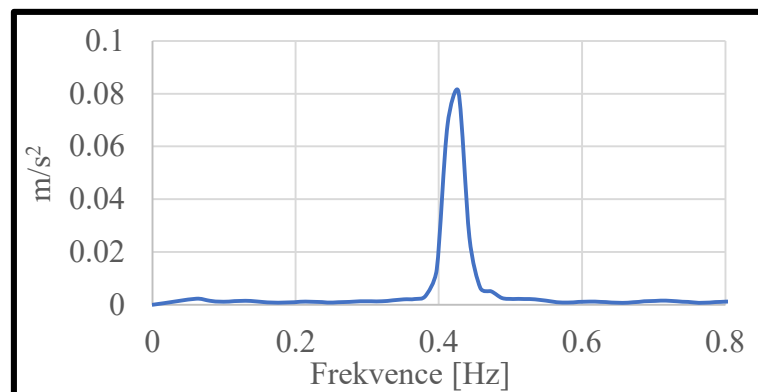
Obr. 27: Zvukový záznam nárazu srdce o žebro zvonu s vyznačenou periodou.

Frekvence kývání zvonu byla stanovena nezávisle při poslední části experimentu, při které byly na zvon a jeho srdce připevněny snímače zrychlení a následně byl zvon ručně rozhoupán tak, aby kmital s malými výchylkami. Snímač zrychlení umístěný na zvonu je zachycen na Obr. 28.



Obr. 28: Akcelerometr umístěn na zvonu.

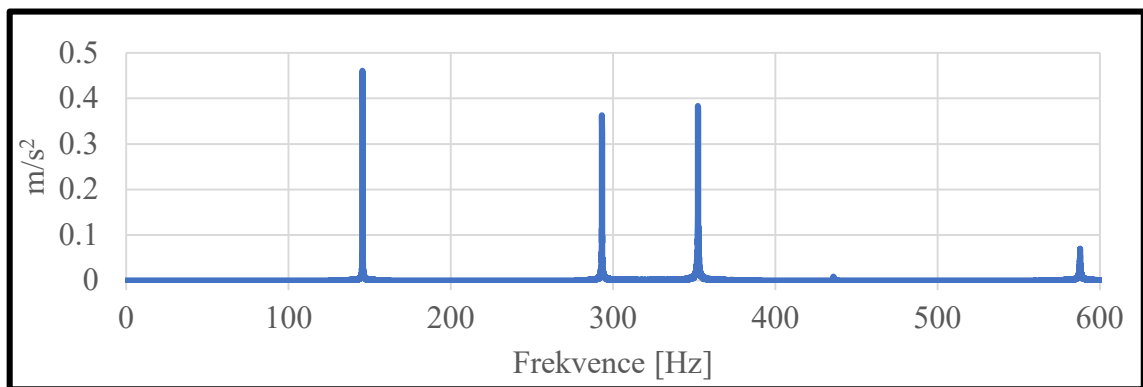
Jelikož se zvon zjednodušeně chová jako matematické kyvadlo [2], perioda jeho kmitání nezávisí na amplitudě kmitání [36]. V tomto případě byla naměřena frekvence 0,42 Hz, která odpovídá periodě 2,38 s. Rozdíl mezi touto hodnotou a odečtenou hodnotou 2,50 s může být způsoben strojovým poháněním zvonu a pohybem srdce při větších výchylkách. Z dat získaných při měření buzeného kmitání pohybem zvonu, které bude popsáno v dalších kapitolách, bylo zjištěno, že přesnější pro kmitání zvonu je naměřená perioda 2,50 s a jí odpovídající frekvence 0,40 Hz. Získané frekvenční spektrum je ukázáno na Obr. 29.



Obr. 29: Frekvenční spektrum při rozkmitání zvonu o malé výchylky.

V knize *Zvon pro Jakuba: historie kutnohorských zvonů* pokračuje [32] je uvedeno, že ladění zvonu Jakub Maria je D. V normě DIN 4178 [14] je tabulka, z které lze odečíst maximální rozkmit, průměr zvonu, tíhu a frekvenci úderů srdce na žebro zvonu, při znalosti jeho ladění. Pro zvon laděný na tón D je zde uvedeno, že jeho tíha je 22 kN, průměr 1510 mm, rozkmit 55° a srdce udeří o žebro 48krát za minutu, což odpovídá frekvenci pohybu zvonu 0,4 Hz. Tíha zvonu Jakub Maria se lehce liší od uváděné hmotnosti v normě, ale ostatní údaje o zvonu, především ty získané z video nahrávky, odpovídají.

Poslední částí experimentu, zaměřeného na charakteristiky zvonu, byla analýza naměřených vibrací zvonu po silovém impulzu vyvolaném pryžovou paličkou. Při tomto měření byl snímač zrychlení také připevněný na zvon (viz Obr. 28). Bylo zjištěno, že dominantní frekvence takto vyvolaných vibrací těla zvonu jsou 145,8 Hz, 293,1 Hz a 587,8 Hz. Tyto vibrace skutečně odpovídají tónům D3, D4 a D5, což jsou jednotlivé oktávy tónu D. Další vyhodnocená dominantní frekvence byla 352,2 Hz, která odpovídá tónu F4 [37], což je malá tercie k tónu D4. Při experimentu bylo tedy zjištěno, že zvuk zvonu je molový, protože malá tercie se vyskytuje u molových akordů. Vyhodnocené frekvenční spektrum kmitání těla zvonu je vykresleno na Obr. 30.



Obr. 30: Frekvenční spektrum kmitání těla zvonu vyvolaného silovým impulzem.

6.9 DYNAMICKÁ ZKOUŠKA ZATĚŽOVACÍ

Cílem dynamické zkoušky zatěžovací bylo změřit dynamickou odezvu kostelní věže na zatížení zvonem Jakub Maria. Vyhodnoceny následně byly maximální hodnoty rozkmitů a maximální RMS hodnoty kmitání v měřítku zrychlení, rychlosti a výchylek.

6.9.1 Průběh zkoušky

Měřicí linka byla stejná jako při dynamické zkoušce informativní a rozmístění akcelerometrů bylo také obdobné. Na rozdíl od dynamické zkoušky informativní bylo sledováno také kmitání zvonové stolice ve třech úrovních.

Byly pořízeny dva záznamy vynuceného kmitání, přičemž první trval přibližně 5 minut a druhý přibližně dvě minuty. Oba záznamy byly zahájeny v okamžiku, kdy byl zvon v klidové poloze a byly ukončeny až po dokmitání zvonu. Při prvním záznamu nebyl funkční snímač 12X a pro druhý záznam byl nahrazen.

6.9.2 Předpoklady

Jak je popsáno v kapitole 5.3, tak budící síla pro zvon charakterizovaný střeoevropským systémem zvonění obsahuje nejen základní frekvenci vynuceného kmitání, s kterou se pohybuje zvon, ale také její liché násobky. Při přípravě experimentu bylo předpokládáno, že nejvýraznější budící frekvence budou základní frekvence kmitání zvonu, její trojnásobek a pětinasobek. Právě trojnásobek základní frekvence bývá často blízký vlastní frekvenci konstrukce věže.

V tomto případě zvon kmital s frekvencí 0,40 Hz, která není blízká ani jedné vlastní frekvenci, ale trojnásobek k této základní frekvenci je 1,20 Hz, který se blíží k druhé vlastní frekvenci věže. Vlastní tvar odpovídající 2. vlastní frekvenci 1,129 Hz je ohybový vlastní tvar, ve kterém věž kmitá kolmo na směr kmitání zvonu, takže při pohybu zvonu věž v této vlastní frekvenci není rozkmitávána a nehrozí nebezpečí. Kdyby byl ovšem zvon zavěšen o 90° jinak, pohyboval by se právě ve směru tohoto vlastního tvaru a docházelo by k rezonanci a možnému nadměrnému dynamickému namáhání věže.

Předpoklad byl, že i přesto, že je zvon zavěšen správně, tak bude v ose Y dominovat dynamická odezva věže na budící sílu odpovídající trojnásobku základní frekvence zvonu. V ose X odpovídající směru kývání zvonu, byl předpoklad, že dominantní frekvence při vynuceném kmitání věže bude 1,20 Hz, protože je nejbližší k 1. vlastní frekvenci věže 0,977 Hz, ale že výrazná frekvenční špička bude i u frekvence 0,40 Hz.

6.9.3 Princip vyhodnocení dynamické odezvy konstrukce na zatížení zvonem

Naměřené záznamy z experimentu byly zpracovány v programu Dyn_anal v. 04.2 vytvořeném na katedře mechaniky na Fakultě stavební ČVUT v Praze. Pro potřeby posouzení úrovně kmitání věže bylo kmitání naměřené v měřítku zrychlení převedeno pomocí numerické integrace v čase na měřítko rychlosti a výchylky kmitání. Pro výpočet hodnoty integrálu bylo použito Simpsonovo pravidlo.

Následně byla vyhodnocena maximální hodnota zrychlení, rychlosti a výchylky. K popisu úrovně naměřeného kmitání byla také použita maximální efektivní hodnota (RMS hodnota) zrychlení, rychlosti a výchylky kmitání věže ve sledovaných bodech. RMS hodnota rychlosti byla vyhodnocena podle vzorce (45) a obdobně byly vyhodnoceny RMS hodnoty zrychlení a výchylky [38]. Vzorec popisující výpočet RMS hodnoty rychlosti má tvar:

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}, \quad (45)$$

kde $v(t)$ je časový průběh rychlosti kmitání a T je časová délka vybrané části zpracovaného záznamu kmitání. Efektivní hodnoty, které byly stanoveny podle rovnice (45) a které jsou uvedeny v této práci, byly vyhodnoceny z časové délky 5 s.

RMS hodnoty rychlosti vyhodnocené v časové oblasti podle rovnice (45) byly zkontrolovány výpočtem celkové hodnoty RMS ve frekvenční oblasti. Část záznamu s největší úrovní kmitání byla převedena pomocí FFT do frekvenční oblasti a z ní následně byla vyhodnocena efektivní hodnota rychlosti kmitání podle vzorce [38]:

$$v_{RMS} = \sqrt{\sum_{n=p}^N \left(\frac{a_n}{2\pi f_n} \right)^2}, \quad (46)$$

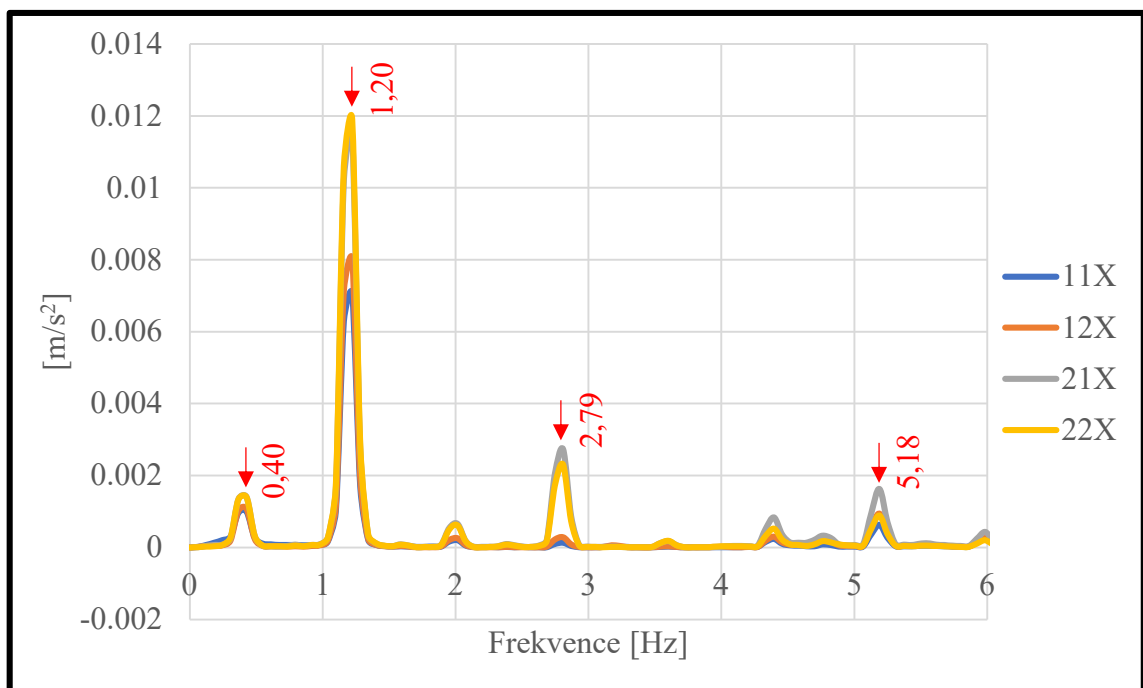
kde N je počet harmonických členů použitých při FFT a a_n jsou pořadnice (amplitudy) jednotlivých harmonických členů řady v měřítku zrychlení spočítané podle vzorce:

$$a_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}, \quad (47)$$

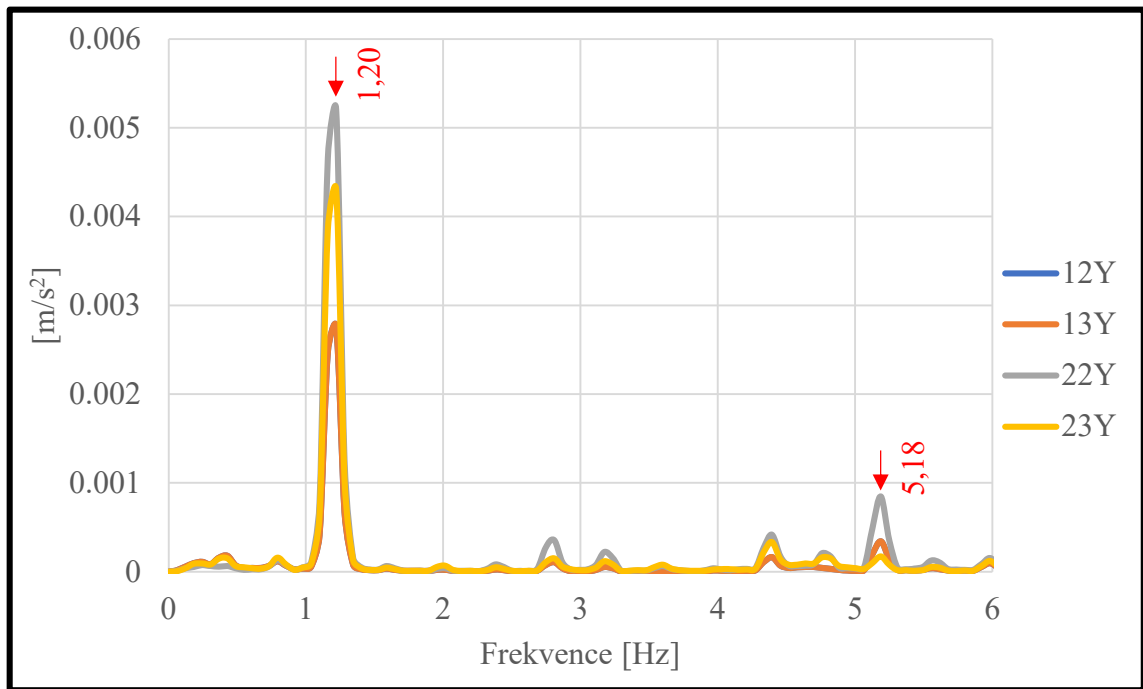
kde koeficienty A_n a B_n jsou definovány ve vzorcích (32) a (33). f_n jsou frekvence jednotlivých harmonických členů řady. Z výpočtu, jehož výsledky jsou uvedeny v této práci, bylo vyloučeno p statických a kvazistatických složek odezvy do frekvence přibližně 0,2 Hz.

6.9.4 Charakteristiky vynuceného kmitání kostela

Vynucené kmitání severní věže kostela sv. Jakuba v Kutné Hoře bylo vyvoláno dynamickými účinky zvonění zvonu Jakub Maria. Jak je uvedeno v kapitole 5.3, budící síla pro středoevropský systém zvonění obsahuje vedle základní frekvence kmitání zvonu také její liché násobky. Tyto základní složky budící síly se nejvíce podílejí na rozkmitávání věže kostela. Naměřená frekvence kývání zvonu (popsaná v kapitole 6.8.1.), která je základní frekvencí budící síly, je 0,40 Hz. Frekvenční spektra odezvy konstrukce věže při vynuceném kmitání, z kterých byly vyhodnoceny dominantní frekvenční složky podílející se na tomto vynuceném kmitání, jsou vykreslena na Obr. 31 a 32.



Obr. 31: Frekvenční spektrum vynuceného ustáleného kmitání věže vyhodnocené z odezvy změřené na akcelerometrech osazených ve směru kývání zvonu.



Obr. 32: Frekvenční spektrum vynuceného ustáleného kmitání věže vyhodnocené z odezvy změřené na akcelerometrech osazených ve směru kolmém na kývání zvonu.

Na Obr. 31 a 32 je vidět, že v obou směrech je dominantní odezva konstrukce na složku síly s budící frekvencí 1,20 Hz, která je trojnásobkem základní frekvence 0,40 Hz. Menší špičky jsou u dalších lichých násobků základní frekvence.

Z Obr. 32 je patrné, že u snímačů umístěných ve směru kolmém na pohyb zvonu je nejvýraznější frekvence 1,20 Hz, protože se tato složka budící síly dostává do rezonance s druhou vlastní frekvencí věže. Frekvenční špička v 0,40 Hz zde téměř není viditelná. Zajímavá je frekvence 5,18 Hz, pro kterou je frekvenční špička při vynuceném kmitání dobře zřejmá i přesto, že jí není blízka žádná vlastní frekvence věže a že se jedná až o třináctý násobek základní frekvence budící síly v závěsu zvonu a tedy o sedmou frekvenční složku budící síly. Toto může být způsobeno například rezonancí této frekvence s vlastní frekvencí zvonové stolice, což má za důsledek i větší přenos sil ze stolice do zbytku nosné konstrukce. Vyhodnocené frekvence vynuceného ustáleného kmitání věže kostela jsou shrnuty v Tab. 4.

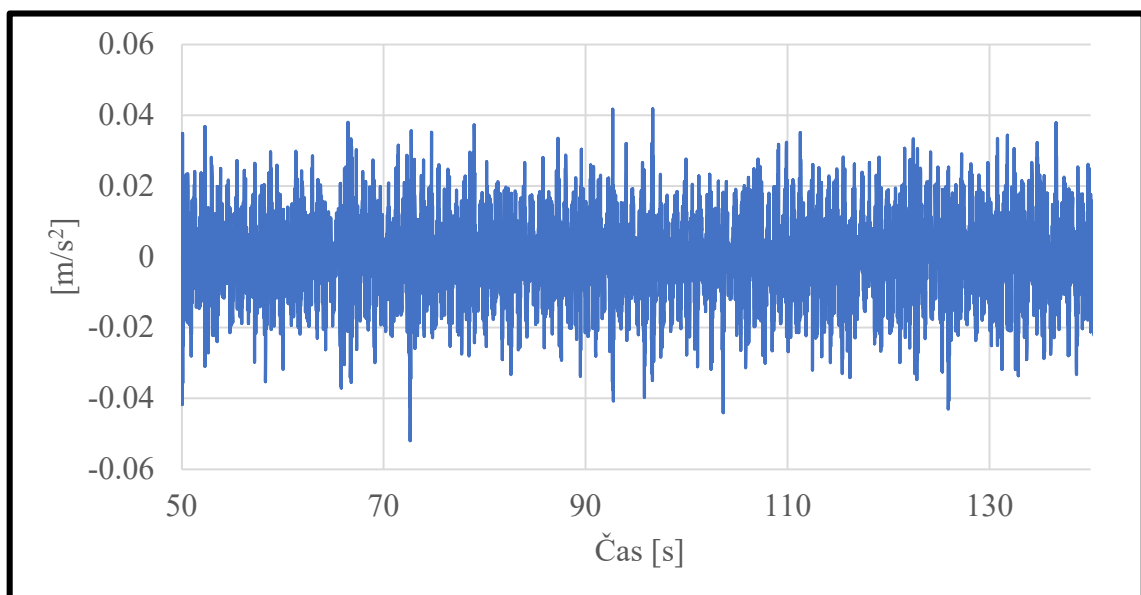
Tab. 4: Vyhodnocené frekvence ustáleného vynuceného kmitání

Velikost frekvence vynuceného kmitání [Hz]	Poznámka
0,40	Základní frekvence vynuceného kmitání
1,20	Trojnásobek základní frekvence
2,79	Sedminásobek základní frekvence
5,18	Třináctinásobek základní frekvence

6.9.5 Vyhodnocení dynamické odezvy konstrukce věže na zatížení zvonem

Pro oba záznamy odezvy konstrukce věže na buzení kmitání způsobené zvonem Jakub Maria byly vyhodnoceny maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylky. RMS hodnoty rychlosti vyhodnocené v časové oblasti byly kontrolovány ve frekvenční oblasti podle vzorce (46).

Při vyhodnocování výsledků byla naměřená zrychlení upravena pomocí filtrace. Nejprve byl použit pouze filtr s horní propustí 0,2 Hz a nebyl aplikován filtr s dolní propustí. Časový průběh takto upraveného záznamu zrychlení na snímači 11X je zobrazen na Obr. 33. Vyhodnocené maximální hodnoty ze všech snímačů jsou shrnuty v Tab. 5 a 6. V tabulkách jsou žlutě zvýrazněny zjištěné extrémní hodnoty.



Obr. 33: Časový průběh druhého zaznamenaného vynuceného ustáleného kmitání severní věže v bodu 11X v měřítku zrychlení při zvonění zvonem Jakub Maria.

Tab. 5: Vyhodnocené maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylek při vynuceném ustáleném kmitání bez aplikace filtru s dolní propustí – první záznam vynuceného kmitání

Bod a směr	Max. výkmit zrychlení	Max. RMS zrychlení	Max. výkmit rychlost	Max. RMS rychlost	Max. RMS rychlost z FFT	Max. výkmit výchylky	Max. RMS výchylky
	[ms ⁻²]	[ms ⁻²]	[mms ⁻¹]	[mms ⁻¹]	[mms ⁻¹]	[mm]	[mm]
11X	0.0506	0.0114	2.26	0.96	0.65	0.78	0.41
12X	-	-	-	-	-	-	-
21X	0.0302	0.0106	2.51	1.31	1.07	0.61	0.28
22X	0.0274	0.0104	2.46	1.34	1.11	0.59	0.27
12Y	0.0235	0.0054	0.15	0.33	0.24	0.26	0.15
13Y	0.0216	0.0052	0.69	0.44	0.34	0.28	0.16
22Y	0.0208	0.0060	0.96	0.55	0.46	0.22	0.11
23Y	0.0166	0.0041	0.93	0.47	0.38	0.25	0.15

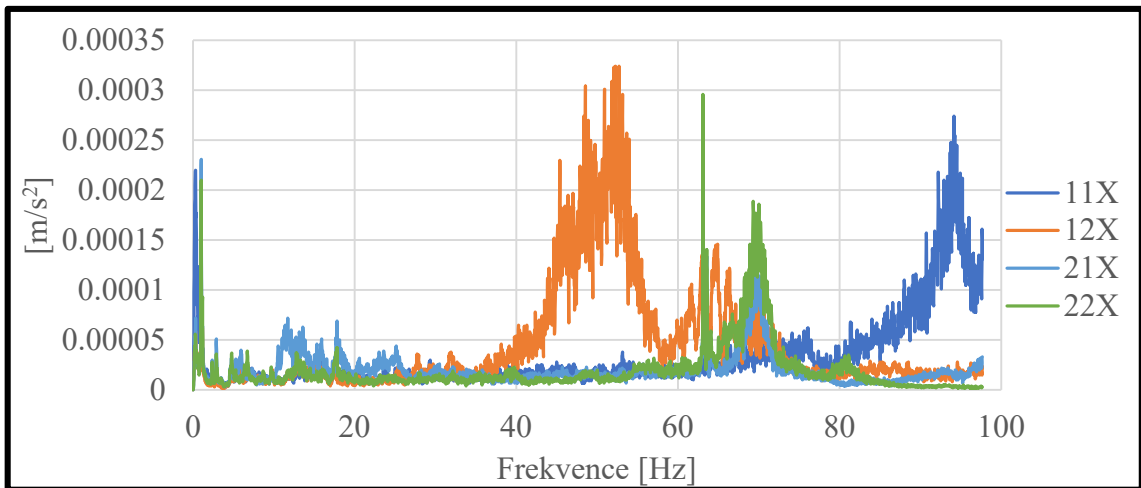
Tab. 6: Vyhodnocené maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylek při vynuceném ustáleném kmitání bez filtru s dolní propustí – druhý záznam

Bod a směr	Max. výkmit zrychlení	Max. RMS zrychlení	Max. výkmit rychlost	Max. RMS rychlost	Max. RMS rychlost z FFT	Max. výkmit výchylky	Max. RMS výchylky
	[ms ⁻²]	[ms ⁻²]	[mms ⁻¹]	[mms ⁻¹]	[mms ⁻¹]	[mm]	[mm]
11X	0.0529	0.0124	1.82	0.90	0.67	0.59	0.27
12X	0.0480	0.0111	1.83	0.94	0.76	0.43	0.22
21X	0.0293	0.0107	2.65	1.33	1.09	0.62	0.28
22X	0.0267	0.0105	2.52	1.37	1.13	0.57	0.27
12Y	0.0254	0.0059	0.76	0.35	0.26	0.26	0.15
13Y	0.0202	0.0052	0.89	0.43	0.36	0.26	0.12
22Y	0.0229	0.0061	1.00	0.57	0.49	0.22	0.11
23Y	0.0169	0.0043	0.98	0.49	0.41	0.25	0.12

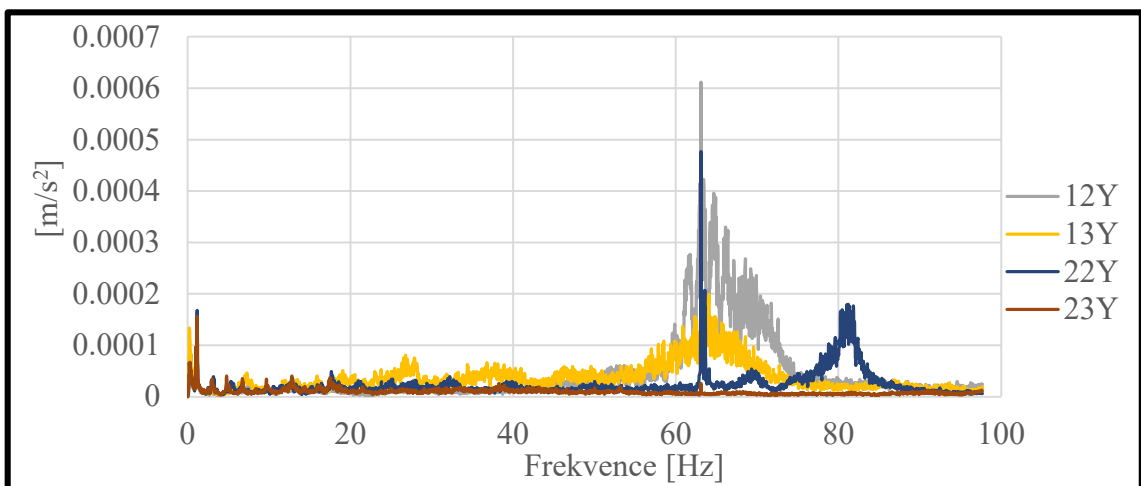
Z Tab. 5 a Tab. 6 je zřejmé, že maximální hodnoty neodpovídají předpokladu. Výchozí předpoklad byl, že u snímačů v horní úrovni měření budou maximální výkmity a efektivní hodnoty větší než u snímačů v dolní úrovni měření. Při analýze příčin bylo zjištěno, že tyto maximální hodnoty jsou spjaté s frekvencemi nad 50 Hz, které jsou podstatně vyšší než frekvence, které ovlivňuje pohyb zvonu Jakub Maria.

Na Obr. 33 je patrné, že časový záznam kmitání není dostatečně ustálený a že se občas vyskytuje hodnota zrychlení s vyšší pořadnicí než okolní hodnoty.

Proto byl prověřen záznam seismického neklidu a z FFT bylo zjištěno, že se vyšší frekvence vyskytují i u tohoto záznamu kmitání a že skutečně nesouvisí se zvoněním zvonu. Frekvenční spektrum získané ze záznamu seismického neklidu pro snímače ve směru X je zobrazeno na Obr. 34 a pro snímače ve směru Y na Obr. 35.



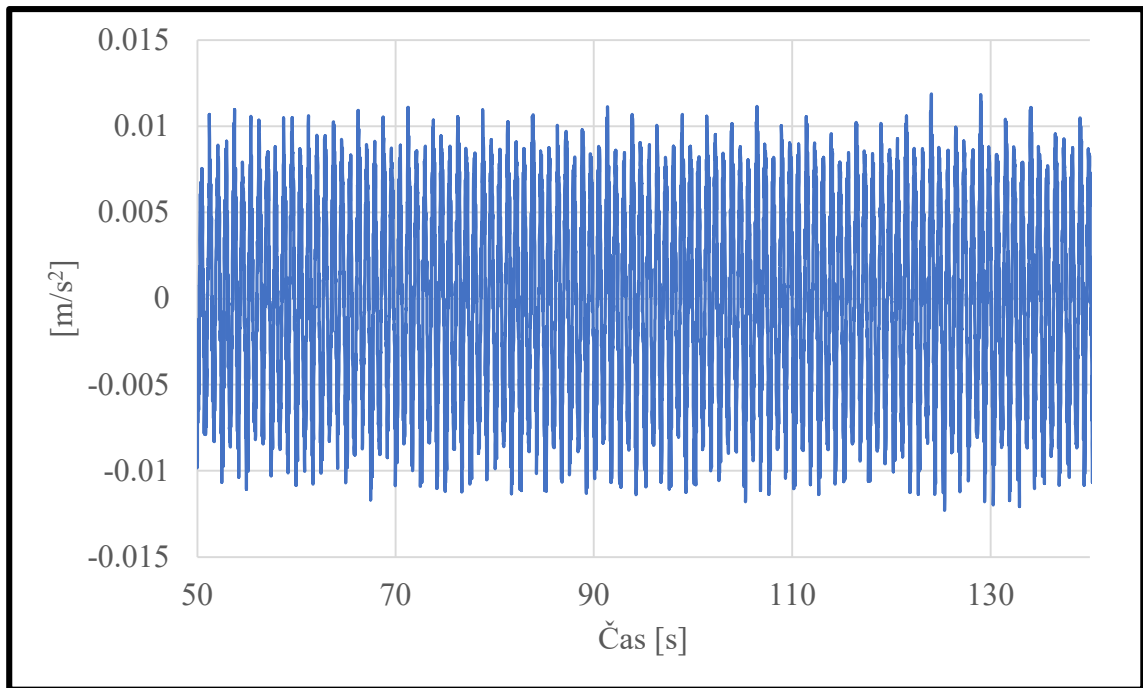
Obr. 34: Frekvenční spektrum při seismickém neklidu, snímače orientované ve směru osy X.



Obr. 35: Frekvenční spektrum při seismickém neklidu, snímače orientované ve směru osy Y.

Zajímavé jsou ostré špičky nacházející se v okolí 63 Hz vyskytující se u všech snímačů. Tato frekvence mimo jiné odpovídá bouracímu kladivu, které má frekvenci okolo 3900 úderů za minutu [39]. V okolí věže tedy mohly být v den realizace experimentu prováděny stavební práce bouracím kladivem a vibrace se mohly přes základ přenášet až do horní části věže, kde byly měřitelné. Frekvenční šum pohybující se u všech snímačů různě v hodnotách nad 50 Hz (viz Obr. 34 a Obr. 35) není v tuto chvíli vysvětlen a jeho zdroj bude ověřen při navazujícím experimentu, který ve věži kostela sv. Jakuba proběhne.

Po vyhodnocení seismického neklidu bylo rozhodnuto, že při zpracování dat z vynuceného kmitání bude použit filtr s dolní propustí 20 Hz, aby byly vyšší frekvence odfiltrovány a záznam se tím vyčistil. Časový průběh zrychlení na snímači 11X po použití filtru s dolní propustí je vykreslen na Obr. 36.



Obr. 36: Časový průběh druhého zaznamenaného vynuceného ustáleného kmitání severní věže v bodu 11X v měřítku zrychlení při zvonění zvonem Jakub Maria po použití filtru s dolní propustí 20 Hz

Z Obr. 36 je patrné, že použití filtru s dolní propustí odfiltrovalo vysoké frekvence a zřetelně vyčistilo časový průběh. Z takto vyčištěného průběhu byly následně vyhodnoceny maximální rozkmity a RMS hodnoty podobně jako v předchozím případě. Tyto hodnoty jsou shrnuty v Tab. 7 a 8.

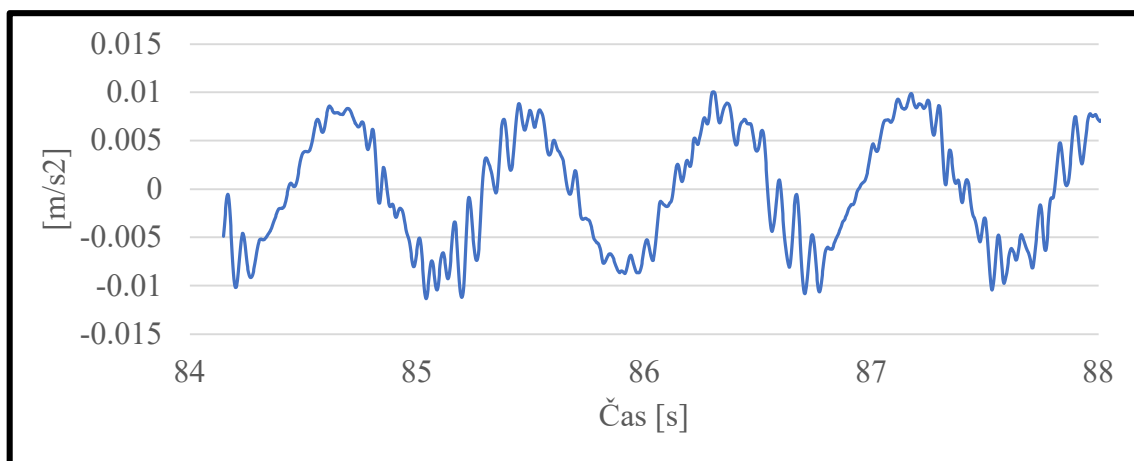
Tab. 7: Vyhodnocené maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylek při vynuceném ustáleném kmitání po úpravě filtrem s dolní propustí – první záznam

Bod a směr	Max. výkmit zrychlení	Max. RMS zrychlení	Max. výkmit rychlost	Max. RMS rychlost	Max. RMS rychlost z FFT	Max. výkmit výchylky	Max. RMS výchylky
	[ms ⁻²]	[ms ⁻²]	[mms ⁻¹]	[mms ⁻¹]	[mms ⁻¹]	[mm]	[mm]
11X	0.0134	0.0059	2.25	1.02	0.65	0.69	0.32
12X	-	-	-	-	-	-	-
21X	0.0241	0.0100	2.51	1.32	1.07	0.61	0.28
22X	0.0190	0.0097	2.46	1.35	1.11	0.55	0.27
12Y	0.0060	0.0024	0.69	0.33	0.25	0.26	0.15
13Y	0.0116	0.0035	0.99	0.47	0.34	0.28	0.16
22Y	0.0123	0.0045	0.96	0.54	0.47	0.22	0.11
23Y	0.0103	0.0036	0.92	0.47	0.38	0.25	0.15

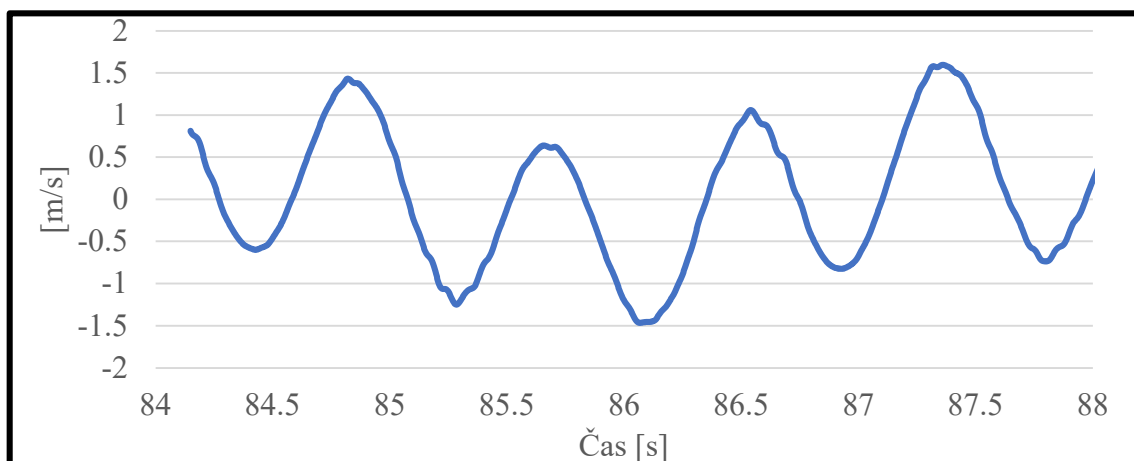
Tab. 8: Vyhodnocené maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylek při vynuceném ustáleném kmitání po úpravě filtrem s dolní propustí – druhý záznam

Bod a směr	Max. výkmit zrychlení	Max. RMS zrychlení	Max. výkmit rychlost	Max. RMS rychlost	Max. RMS rychlost z FFT	Max. výkmit výchylky	Max. RMS výchylky
	[ms ⁻²]	[ms ⁻²]	[mms ⁻¹]	[mms ⁻¹]	[mms ⁻¹]	[mm]	[mm]
11X	0.0123	0.0060	1.81	0.86	0.64	0.44	0.22
12X	0.0147	0.0067	1.80	0.94	0.73	0.43	0.22
21X	0.0236	0.0102	2.65	1.33	1.05	0.62	0.28
22X	0.0180	0.0099	2.52	1.36	1.09	0.57	0.27
12Y	0.0061	0.0025	0.76	0.35	0.25	0.26	0.15
13Y	0.0105	0.0036	0.86	0.43	0.34	0.26	0.12
22Y	0.0117	0.0047	1.00	0.56	0.47	0.24	0.11
23Y	0.0101	0.0037	0.98	0.48	0.39	0.25	0.12

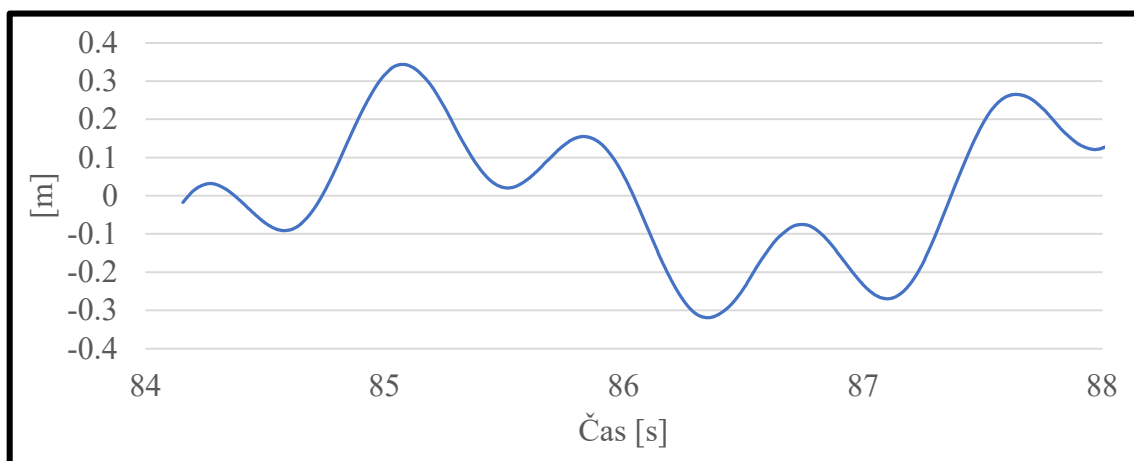
Po odfiltrování vyšších frekvencí z naměřeného kmitání vyhodnocené hodnoty uvedené v Tab. 7 a Tab. 8 splňují předpoklad, že ve vyšší úrovni měření budou větší vyhodnocené parametry kmitání věže. U prvního záznamu zvonění toto neplatí pro maximální výkmit a RMS hodnotu výchylek (viz bod a směr 11X v Tab. 7) a to pravděpodobně z toho důvodu, že se na snímačích projevovalo rušení od pohybu osob přítomných při experimentu v části věže, kde se nacházela první úroveň měření. Tento projev byl velmi pravděpodobně zapříčiněn tím, že snímače byly umístěny na podlaze, a ne na zdivu. Na Obr. 37, 38 a 39 jsou zobrazeny detaily časového průběhu zrychlení, rychlosti a výchylky z druhého záznamu vynuceného ustáleného kmitání, který byl upraven filtrem s dolní propustí 20 Hz.



Obr. 37 Detail časového průběhu zrychlení po použití filtru s dolní propustí 20 Hz – druhý záznam vynuceného ustáleného kmitání.



Obr. 38: Detail časového průběhu rychlosti po použití filtru s dolní propustí 20 Hz – druhý záznam vynuceného ustáleného kmitání.



Obr. 39: Detail časového průběhu výchylky po použití filtru s dolní propustí 20 Hz – druhý záznam vynuceného ustáleného kmitání.

6.9.6 Posouzení vynuceného kmitání konstrukce věže

Na vyhodnocení účinku zvonů na stavební konstrukci neexistuje česká norma. Nabízí se tedy výsledky posoudit z hlediska německé normy DIN 4178 [12], případně pomocí jiných českých norem týkajících se posuzování úrovně vynuceného kmitání stavebních konstrukcí na základě rychlosti a zrychlení kmitání.

6.9.6.1 Posouzení z hlediska DIN 4178 [14]

V normě DIN 4178 je definovaná orientační maximální hodnota rychlosti kmitání v nejvyšším patře kostelní věže nebo zvonice, při které dle dosavadních zkušeností nejsou vyžadovány žádné další dynamické výpočty ani měření. Překročení této hodnoty neznamená, že lze obratem očekávat poškození nosné konstrukce věže, ale naměřené hodnoty kmitání by se měly dále prověřit. Orientační mezní hodnoty pro rychlost kmitání pro jednotlivé typy konstrukcí věží jsou uvedeny v Tab. 9.

Tab. 9: Orientační limitní hodnoty rychlosti kmitání konstrukce (převzato z publikace [12])

Řádek	Typ budovy	Orientační hodnota v
		mms^{-1}
1	Historické věže, všeobecné	3
2	Historické dřevěné věže	5
3	Věže z moderního zdiva	5
4	Moderní dřevěné věže	8
5	Věže z železobetonu	8
6	Ocelové věže	10

Kostel sv. Jakuba v Kutné Hoře spadá do kategorie historických věží a limitní hodnota rychlosti kmitání je tedy $3 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Při popisovaném experimentu byl vyhodnocen maximální výkmit rychlosti $2,65 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ (viz. Tab. 8) a ten nepřekračuje limitní hodnotu. Zjištěná rychlost kmitání konstrukce věže je tedy z hlediska normy DIN 4178 bezpečná a není potřebné provádět další dynamické výpočty ani experimenty.

6.9.6.2 Posouzení z hlediska normy ČSN 73 0040 (březen 1996) [40]

V normě ČSN 73 0040 z března roku 1996 je tabulka kategorizující odezvu stavební konstrukce podle maximální RMS hodnoty rychlosti kmitání na referenčním stanovišti. Je zde uvedena i RMS hodnota rychlosti kmitání určitého místa vyšetřované nosné konstrukce, při které nastává možnost vzniku poruch 1. stupně. Pro konstrukci kostelní věže je definovaná jako $4,5 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Maximální naměřená RMS hodnota rychlosti kmitání konstrukce byla $1,37 \text{ mms}^{-1}$ (viz. Tab. 6) a tato hodnota je z hlediska normy ČSN 73 0040 vydané roku 1996 také bezpečná. Norma [40] z roku 1996 je dnes již neplatná a je nahrazena revizí z roku 2019, ze které bylo výše provedené posouzení rizika vzniku poruch vypuštěno.

6.9.6.3 Posouzení z hlediska normy ČSN 73 0032 [41]

V normě ČSN 73 0032 je tabulka definující mezní hodnoty rychlosti a zrychlení kmitání stavebních konstrukcí, které je možné použít pro posouzení úrovně kmitání zpravidla na konstrukce v okolí konstrukcí nesoucí stroje. Hodnoty z této tabulky by se také daly použít jako mezní hodnoty pro posouzení zatížení konstrukce kostelní věže dynamickým zatížením od zvonu. Mezní hodnoty z normy [41] jsou uvedeny v Tab. 10.

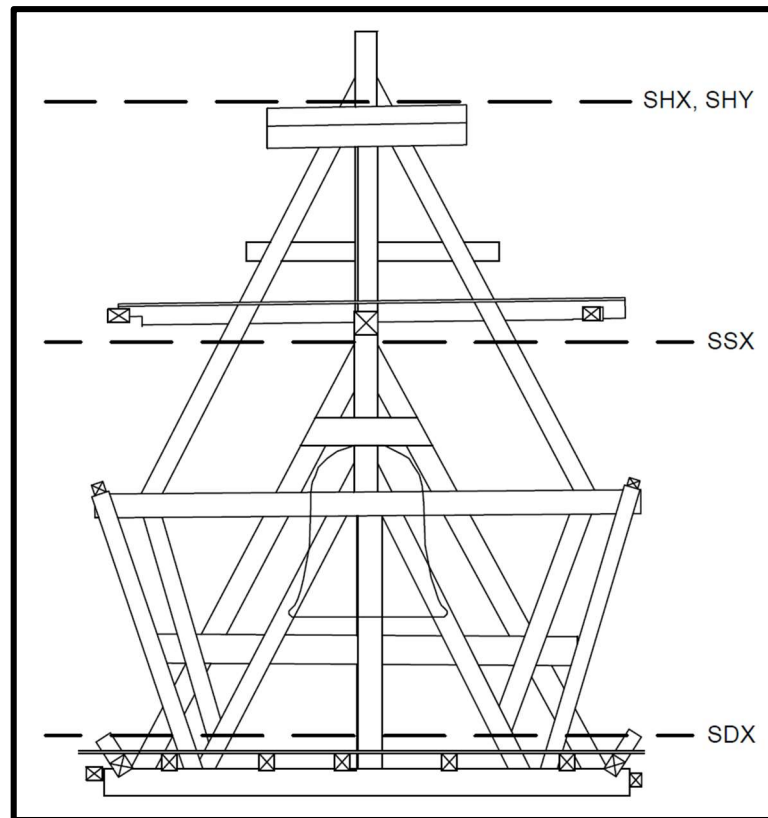
Tab. 10: Mezní hodnoty rychlosti a zrychlení kmitání konstrukcí (převzato z publikace [41])

Typ konstrukce	Při občasném rázovém zatížení		Při ustáleném periodickém kmitání nebo déle působícím rázovém zatížení	
	Zrychlení [mms ⁻²]	Rychlost [mms ⁻¹]	Zrychlení [mms ⁻²]	Rychlost [mms ⁻¹]
	1 až 10 Hz	10 až 100 Hz	1 až 10 Hz	10 až 100 Hz
Běžné cihelné stavby, stavby z bloků, hrázděného zdiva, z opracovaného kamene. Budovy bez poruch v dobrém stavebně technickém stavu	250	4	150	2,5
Dobře ztužené stavby (např. kvalitně provedené železobetonové rámy, kovové konstrukce, dokonale zhotovené dřevěné konstrukce)	630	10	380	6

Při zatížení konstrukce dynamickými účinky od zvonu se frekvence budících sil pohybovaly maximálně do 6 Hz. Bude tedy rozhodovat maximální hodnota zrychlení od účinků zvonu. Maximální naměřená hodnota zrychlení kmitání konstrukce byla $24,1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-2}$ po aplikaci filtru s dolní propustí 20 Hz (viz Tab. 7) a $52,9 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-2}$ před použitím filtru s dolní propustí (viz Tab. 6). Obě tyto hodnoty jsou z hlediska normy ČSN 73 0032 menší než limitní hodnota i pro ustálené periodické kmitání, které je v normě definované jako kmitání trvajícím déle než 1 hodinu za pracovní směnu, což při zvonění nenastává.

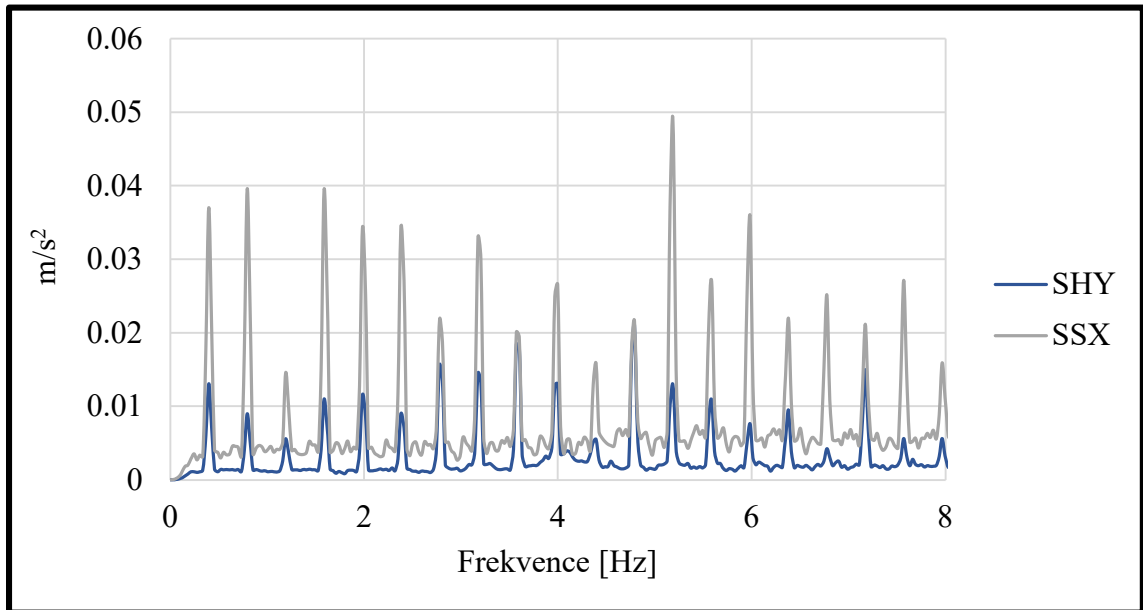
6.9.7 Vyhodnocení dynamické odezvy zvonové stolice na zatížení zvonem

Při provádění této části experimentu byly čtyři akcelerometry připevněny na zvonovou stolicí a následně byla vyhodnocena odezva zvonové stolice na dynamické zatížení zvonem Jakub Maria. Na Obr. 40 je zobrazeno schéma rozmístění akcelerometrů. V horní části stolice bylo měřeno v ose X i Y, ve středu a v patě zvonové stolice pouze v ose X.

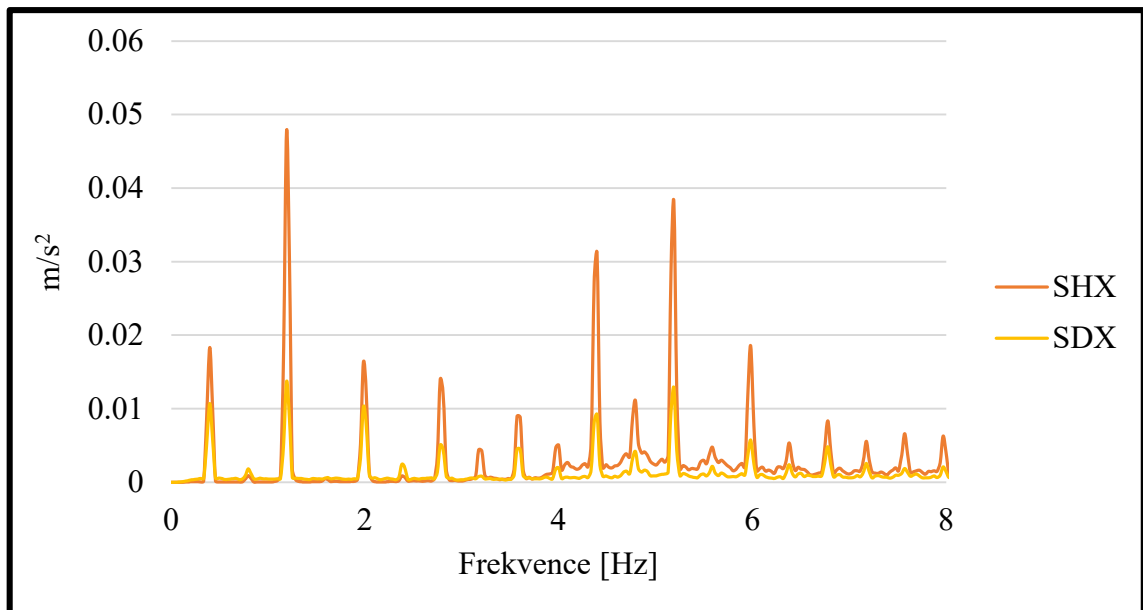


Obr. 40: Schéma rozmístění akcelerometrů na zvonové stolici.

Měření dynamické odezvy zvonové stolice na účinky zvonění zvonu probíhalo současně s měřením dynamické odezvy konstrukce kostelní věže. Celkem byly tedy pořízeny dva záznamy. Pro oba záznamy byla následně vyhodnocena frekvenční spektra a hodnoty maximálních rozkmitů a maximálních RMS hodnot zrychlení, rychlosti a výchylky. Frekvenční spektra jsou rozdělena do dvou grafů. V prvním grafu jsou vykreslena společně frekvenční spektra ze snímačů SHY a SSX (Obr. 41), v druhém ze snímačů SHX a SDX (Obr. 42).



Obr. 41: Frekvenční spektrum vynuceného ustáleného kmitání změřeno akcelerometry SHY a SSX osazenými na zvonové stolici.



Obr. 42: Frekvenční spektrum vynuceného ustáleného kmitání změřeno akcelerometry SHX a SDX osazenými na zvonové stolici.

U snímačů SHY a SSX se vyskytují i sudé násobky základní frekvence zvonu 0,4 Hz. Sudé násobky základní frekvence se vyskytují u vertikální reakce v závěsu zvonu. Je tedy možné, že tyto snímače byly osazeny šikmo a částečně zaznamenávaly kmitání stolice i ve vertikálním směru.

Hodnoty maximálních výkmitů a maximálních RMS hodnot zrychlení, rychlosti a výchylek jsou shrnuty v Tab. 11. Při obou záznamech kmitání vycházely parametry kmitání zvonové stolice přibližně stejně.

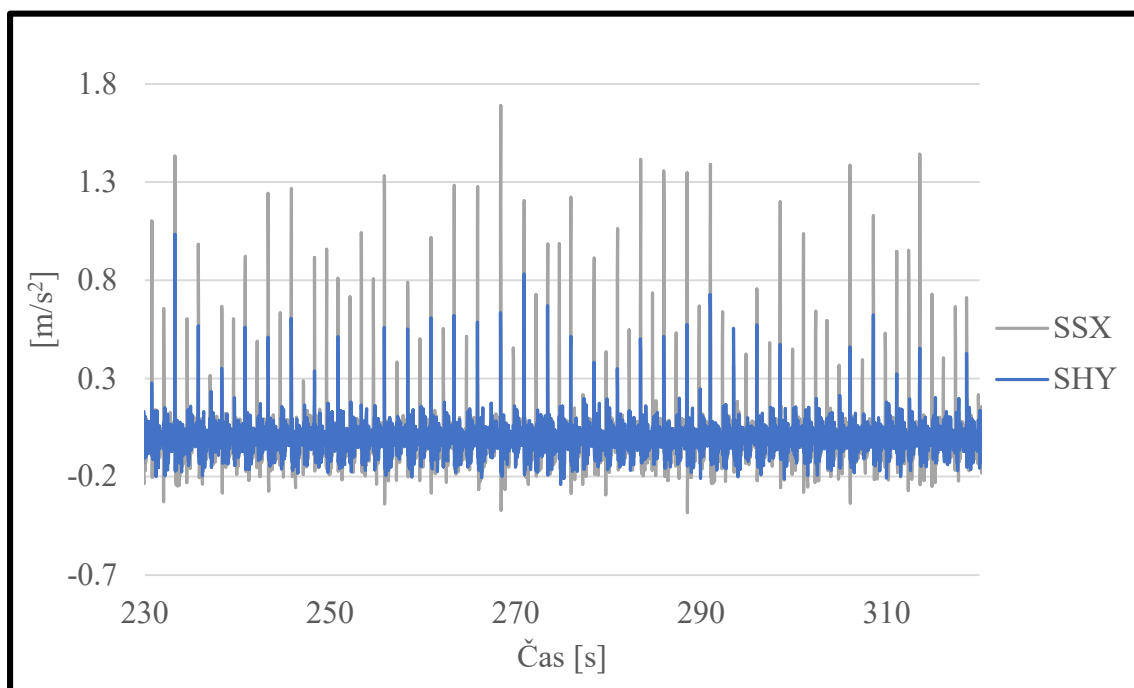
Tab. 11: Vyhodnocené maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylek ze snímačů na zvonové stolici

Bod a směr	Max. výkmit zrychlení	Max. RMS zrychlení	Max. výkmit rychlost	Max. RMS rychlost	Max. výkmit výchylky	Max. RMS výchylky
	[ms ⁻²]	[ms ⁻²]	[mms ⁻¹]	[mms ⁻¹]	[mm]	[mm]
SHY	1.014	0.099	23.613	6.007	3.988	1.772
SHX	0.458	0.124	14.681	6.729	3.108	1.845
SSX	1.811	0.202	66.177	19.673	13.422	5.965
SDX	0.271	0.070	7.618	3.592	2.150	1.272

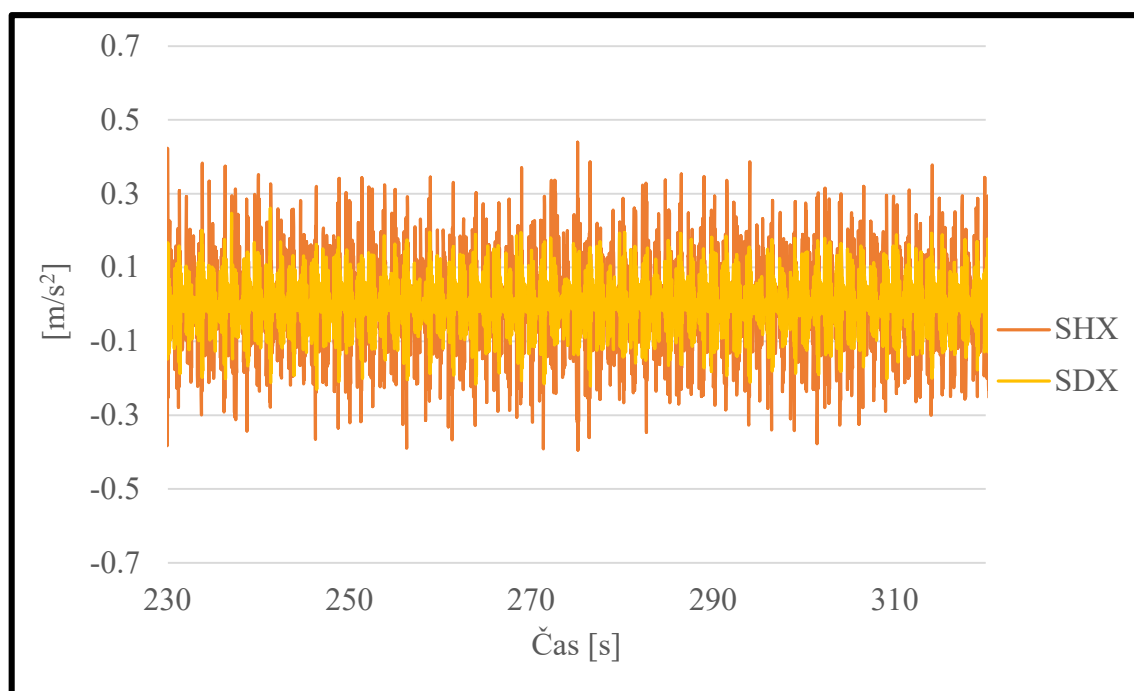
V Tab. 11 je vidět, že největší hodnoty kmitání byly změřeny na snímači SSX, který byl umístěn nejbliže závěsu zvonu. Velikosti maximálních výkmitů výchylek na snímači SHY jsou větší než na snímači SHX, při zvonění tedy zřejmě docházelo ke kroucení zvonové stolice.

Bylo očekáváno, že maximální změřené výkmity budou zaznamenány snímačem SHX. Toto nenastalo a může to být způsobeno vysokým útlumem spojů jednotlivých částí zvonové stolice. Naměřené hodnoty budou dále vyhodnocovány, ale to již není předmětem této práce.

Zajímavé jsou také změřené časové průběhy kmitání na jednotlivých snímačích. Zatímco časový záznam vynuceného ustáleného kmitání ze snímačů SHX a SDX se chová podle předpokladu a stolice kmitá symetricky kolem rovnovážné polohy (viz Obr. 44), na snímačích SHY a SSX je patrné, že kladné a záporné hodnoty jsou nesymetrické. Jednotlivé extrémní kladné hodnoty jsou od sebe vzdáleny 2,5 s, což odpovídá frekvenci kývání zvonu 0,4 Hz. Toto by mohlo být zapříčiněno tím, že stroj, který uvádí zvon do pohybu, zabírá pouze v jednom směru a při zpětném pohybu zvonu na něj nepůsobí. To by vysvětlovalo, že výkmity zrychlení jsou v jednom směru podstatně větší (viz Obr. 43), a příčinu kroucení zvonové stolice. Příčinou kroucení zvonové stolice mohlo být také nedokonalé vycentrování srdce zvonu, které bylo opraveno v dubnu 2022. Časové průběhy zaznamenané na jednotlivých snímačích jsou zobrazeny na Obr. 43 a 44.



Obr. 43: Časový průběh prvního zaznamenaného vynuceného ustáleného kmitání zvonové stolice v bodech SSX a SHY v měřítku zrychlení při zvonění zvonem Jakub Maria.



Obr. 44: Časový průběh prvního zaznamenaného vynuceného ustáleného kmitání zvonové stolice v bodech SHX a SDX v měřítku zrychlení při zvonění zvonem Jakub Maria.

7 ZÁVĚR

V první části této bakalářské práce jsou shrnuty informace týkající se základních principů dynamiky, experimentální analýzy konstrukcí a charakteristik dynamického zatížení konstrukcí zvonů.

Předmětem této práce byla příprava, realizace a vyhodnocení dynamického experimentu na historické věži kostela. Experiment proběhl 24. 3. 2022 na severní věži kostela sv. Jakuba v Kutné Hoře. Při experimentu byla provedena dynamická zkouška informativní metodou AVT (Ambient Vibration Testing), při které byly vyhodnoceny základní vlastní frekvence a vlastní tvary kmitání konstrukce věže. Při experimentu byl k řízení použité měřicí linky používán program DEWESoft, který zároveň umožňoval vyhodnocení FFT online.

Dále bylo provedeno měření charakteristik zvonění zvonu Jakub Maria se zaměřením na maximální rozkmit a periodu kmitání. Následně byl změřen a vyhodnocen tón zvonu. V normě DIN 4178 byly na základě znalosti tónu a naměřeného průměru zvonu ověřeny vyhodnocené hodnoty periody a maximálního rozkmitu zvonu.

Nakonec byla realizována dynamická zkouška zatěžovací se zaměřením na dynamické účinky zvonění na nosnou konstrukci kostelní věže. Zvonění v den experimentu proběhlo dvakrát, v poledne a v jednu hodinu odpoledne. Snímače byly umístěny také na zvonové stolici a byly sledovány účinky od dynamického zatížení kmitáním zvonu i na tuto jeho podpůrnou konstrukci.

Naměřené záznamy z dynamické zkoušky informativní byly zpracovány v programu MEscopeVES od firmy Vibrant Technology, Inc, byla vyhodnocena funkce CMIF (Complex Mode Indicator Function), z které bylo odečteno prvních pět vlastních frekvencí. K těmto vlastním frekvencím byly vyhodnoceny vlastní tvary kmitání. První dvě vlastní frekvence leží v oblasti frekvencí, které by teoreticky mohly rezonovat s budícími frekvencemi dynamické síly vyvolané kýváním zvonu. Ze znalosti charakteru horizontální síly v závěsu zvonu víme, že frekvence této síly neodpovídají pouze základní frekvenci kývání zvonu, ale také jejím lichým násobkům. Trojnásobek základní frekvence zvonu by potenciálně mohl rezonovat s jednou z nižších vlastní frekvencí věže. Po vyhodnocení vlastních tvarů kmitání bylo zjištěno, že druhý vlastní tvar věže, jehož vlastní frekvence má nejbližší k trojnásobku základní frekvence zvonu, je ohybový vlastní tvar kolmý na osu kývání zvonu. V tomto případě tedy nehrozí nebezpečí nadměrného namáhání kostelní věže, jak by tomu naopak bylo v případě, kdyby byl zvon zavěšen tak, že osa jeho kývání by oproti stávajícímu stavu byla pootočena o 90°.

Záznamy z dynamické zkoušky zatěžovací byly vyhodnoceny v programu Dyn_anal v.04.2. Při zpracování naměřených záznamů kmitání severní věže kostela způsobeného zvoněním zvonu Jakub Maria byly v každém měřeném místě vyhodnoceny maximální výkmity (největší špičkové hodnoty) zrychlení a maximální RMS hodnoty zrychlení pro časovou délku vybrané části záznamu $T = 5$ s.

Následně byl signál zrychlení převeden na rychlost pomocí numerické integrace v čase. Pro výpočet integrálu bylo použito Simpsonovo pravidlo. Podobně byl signál zrychlení dvojitou integrací převeden na výchylku. Z takto získaných signálů byly vyhodnoceny maximální výkmity a maximální RMS hodnoty pro časovou délku $T = 5$ s. Maximální RMS hodnoty rychlosti byly zkontrolovány na základě hodnot vyhodnocených ve frekvenční oblasti. Kontrolní RMS hodnoty vyšly blízké hodnotám získaným z časového záznamu a vyšly nižší, protože byly vyhodnocovány z delšího časového intervalu dlouhého cca 8 s.

Maximální vyhodnocené hodnoty charakterizující vynucené kmitání byly shrnuty do tabulek. Pro úpravu naměřených signálů byl nejprve použit pouze filtr s horní propustí 0,2 Hz, ale výsledné hodnoty nevycházely podle předpokladu, že maximální výkmity a maximální RMS hodnoty budou větší ve vyšší úrovni měření na nosné konstrukci věže. Ze záznamu seismického neklidu bylo zjištěno, že se ve frekvenčním spektru objevují frekvence vyšší než 50 Hz, které mají nezanedbatelné amplitudy. Tyto vyšší frekvence záznam z vynuceného kmitání vyvolaného kýváním zvonu znehodnocovaly. Při opakovaném vyhodnocení byl tedy následně použit filtr s dolní propustí 20 Hz. Hodnoty vyhodnocené při opakovaném zpracování naměřených dat byly opět shrnuty do tabulek. Vyhodnocené hodnoty byly následně posouzeny podle norem DIN 4178, ČSN 73 0040 a ČSN 73 0032. Rychlosti a zrychlení kmitání severní věže kostela sv. Jakuba v Kutné Hoře podle všech použitých norem nedosahovaly mezních hodnot a vyhověly. Kmitání konstrukce věže kostela sv. Jakuba je tedy možné považovat za bezpečné.

Měření proběhlo i na zvonové stolici. V této práci jsou shrnuty maximální hodnoty výkmitů a RMS hodnot zrychlení, rychlosti a výchylky ve sledovaných bodech stolice.

V severní věži kostela sv. Jakuba v Kutné Hoře bude probíhat další experiment. Autor této práce doporučuje prověřit vyšší frekvence naměřené při seismickém neklidu a zaměřit se na jejich původ. Dále autor doporučuje umístit snímače v co největší míře na nosné zdivo věže, aby nedošlo k znehodnocení záznamu vynuceného kmitání vibracemi stropu, na kterém byly snímače rozmístěny. S tímto souvisí doporučení omezení pohybu osob během zvonění zvonu. Při další dynamické zkoušce informativní autor doporučuje prověřit čtvrtý a pátý vlastní tvar

konstrukce, a to zejména proto, zda se nejedná o jeden vlastní tvar. Dále autor doporučuje podrobnější prověření chování příčného řezu konstrukce věže při čtvrtém a případném pátém vlastním tvaru. Při experimentu 24. 3. byly snímače umístěny pouze do rohů konstrukce a nebyl tedy získán dostatek informací pro zjištění chování stěn a nebylo možné ověřit, jestli se ve zmíněných vlastních tvarech stěny věže chovají tuze nebo poddajně.

8 SEZNAM LITERATURY

- [1] Pirner, M. a Fischer, O., *Dynamika ve stavební praxi*. 2010, Praha: ČKAIT.
- [2] Pirner, M. a kolektiv, *Dynamika stavebních konstrukcí TP33*. 1989, Praha: Nakladatelství techn. lit.
- [3] Máca, J. *přednášky Dynamika stavebních konstrukcí 1*. Praha: ČVUT, 2021 [citováno 2021 28.5.]; [online]
Dostupné z: <https://mech.fsv.cvut.cz/student>.
- [4] *The Fourier Transform*. [online]. *Thefouriertransform.com*, 2010 [citováno 2022 3.2.]; [online]
Dostupné z: <https://www.thefouriertransform.com>.
- [5] *Fourier transform*. [online]. *AAVOS*, 2014 [citováno 2022 3.2.]; [online]
Dostupné z: <https://aavos.eu/glossary/fourier-transform/>.
- [6] *(Diskrétní) Fourierova transformace*. [online]. Olomouc: *UPOL*, 2003 [citováno 2022 4.2.]; [online]
Dostupné z: <http://apfyz.upol.cz/ucebnice/down/>.
- [7] *Rychlá Fourierova transformace (FFT)*. Brno: *Masarykova univerzita*, 2010 [citováno 2022 4.2.]; [online]
Dostupné z: <https://portal.matematickabiologie.cz/>.
- [8] ČSN 73 2044. *Dynamické zkoušky stavebních konstrukcí*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2019.
- [9] ČSN 73 6209. *Zatěžovací zkoušky mostních objektů*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví 2019.
- [10] TP 215. *Využití modální analýzy pro návrh, posouzení, opravy, kontrolu a monitorování mostů pozemních komunikací*. Praha: Stavební fakulta ČVUT v Praze, 2010.
- [11] Lunga, R. a Solař, J., *Kostelní věže a zvonice : kampanologie, navrhování, poruchy, rekonstrukce a sanace*. Stavitel (Grada). 2010, Praha: Grada.

- [12] Ivorra, S., Pallarés, F.J. a Adam, J.M., *Masonry bell towers: dynamic considerations*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings, 2011. **164**(1): p. 3-12.
- [13] Nochebuena-Mora, E., Mendes, N., Lourenço, P.B. a Greco, F., *Dynamic behavior of a masonry bell tower subjected to actions caused by bell swinging*. Structures, 2021. **34**: p. 1798-1810.
- [14] DIN 4178. *Glockentürme*. Deutsches Institut für Normung, 2005.
- [15] *Zvon*. [online]. San Francisco (CA): *Wikipedia: the free encyclopedia*, 2021 [citováno 2022 18.2.]; [online]
Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Zvon>.
- [16] Wilson, J.M. a Selby, A.R., *Durham Cathedral tower vibrations during bell-ringing*, in *Engineering a cathedral*. 1993. p. 77-100.
- [17] Pirner, M. a Fischer, O. *Návrh na omezení kmitů štíhlé ocelové zvonice*. [online]. Svratka: *Inženýrská mechanika*, 2002 [citováno 2021 6.12.]; [online]
Dostupné z: <https://www.engmech.cz/improc/2002/Fischer.pdf>.
- [18] Bachmann, H., *Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines*. 1991: CEB.
- [19] Polák, M., *Stanovení základních charakteristik vlastního kmitání severní věže kostela svatého Jakuba v Kutné Hoře na Havlíčkově náměstí*. 2016, Praha: Fakulta stavební ČVUT Praha.
- [20] Polák, M., *Stanovení základních charakteristik vlastního kmitání věže románského kostela svatého Jakuba v Církvici*. 2017, Praha: Fakulta stavební ČVUT Praha.
- [21] Litoš, J. *přednášky Experimentální metody*. Praha: ČVUT, 2021 [citováno 2022 17.3.]; [online]
Dostupné z: <http://ecentrum.fsv.cvut.cz/cz/vyuka/kestazeni.html>.
- [22] Brüel&Kjær. *Piezoelectric Accelerometers*. Nærum, Denmark: 2022 [citováno 2022 17.3.]; [online]
Dostupné z: <https://www.bksv.com/en/knowledge/blog/vibration/piezoelectric-accelerometers>.

- [23] *přednášky Fyzikální základy moderních technologií*. Praha: ČVUT FS Ústav fyziky, 2013 [citováno 2022 17.3.]; [online]
Dostupné z: <https://fyzika.fs.cvut.cz/subjects/fzmt/lectures/>.
- [24] *Měřicí ústředna*. Praha: ČVUT Laboratoř měřicích systémů, 2013 [citováno 2022 17.3.]; [online]
Dostupné z: http://pck338-242.feld.cvut.cz/tacr/merici_ustredna-dokumentace.pdf.
- [25] *A/D převodníky, D/A převodníky, modulace*. Ostrava: VŠB-TU FS, [citováno 2022 17.3.]; [online]
Dostupné z: <http://352lab.vsb.cz/Podklady/PrevodnikyModulace.pdf>.
- [26] Polák, M., *Měření dynamického chování konstrukce zvonice v Praze 8 - Kobylisích*. 2001, Praha: Fakulta stavební ČVUT Praha.
- [27] Bartoli, G., Betti, M. a Giordano, S., *In situ static and dynamic investigations on the "Torre Grossa" masonry tower*. Engineering Structures, 2013. **52**: p. 718-733.
- [28] Bennati, S., Nardini, L. a Salvatore, W., *Dynamic Behavior of a Medieval Masonry Bell Tower. Part I: Experimental Measurements and Modeling of Bell's Dynamic Actions*. Journal of Structural Engineering, 2005. **131**(11): p. 1647-1655.
- [29] Ivorra, S. a Pallarés, F.J., *Dynamic investigations on a masonry bell tower*. Engineering Structures, 2006. **28**(5): p. 660-667.
- [30] Fajman, P. a Polák, M., *Statický výpočetní model věže kostela Sv. Jakub v Kutné Hoře – vliv frekvence zvonění na věž 2016*, Praha: Fakulta stavební ČVUT Praha.
- [31] *Kostel svatého Jakuba Staršího (Kutná Hora)*. San Francisco (CA): *Wikipedia: the free encyclopedia*, 2022 [citováno 2022 30.3.]; [online]
Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Kostel_svat%C3%A9ho_Jakuba_Star%C5%A1%C3%ADho_\(Kutn%C3%A1_Hora\)](https://cs.wikipedia.org/wiki/Kostel_svat%C3%A9ho_Jakuba_Star%C5%A1%C3%ADho_(Kutn%C3%A1_Hora)).
- [32] *Zvon pro Jakuba: historie kutnohorských zvonů pokračuje*. 2017, Kutná Hora: Římskokatolická farnost- Arciděkanství Kutná Hora.

- [33] Sankot, P., Nosková, D. a Mlázovský, V., *Geodetické zaměření: KUTNÁ HORA, KOSTEL sv. JAKUBA STARŠÍHO*. 2008, Praha: GEONET Praha V.O.S.
- [34] Brüel&Kjær. *Product data: Accelerometer Types 8344, 8344-B-001 and 8344-B-002*. Nærum, Denmark: 2022 [citováno 2022 1.4.]; [online]
Dostupné z: <https://www.bksv.com/-/media/literature/Product-Data/bp2262.ashx>.
- [35] DEWESoft. *SIRIUS Tech specs*. Slovenia: 2022 [citováno 2022 1,4.]; [online]
Dostupné z: <https://dewesoft.com/products/daq-systems/sirius/tech-specs>.
- [36] *Kyvadlo*. Praha: MFF Univerzita Karlova, [citováno 2022 31.3.]; [online]
Dostupné z: <https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/>.
- [37] Suits, B.H. *Physics of Music- Notes*. Michigan: Michigan Technological University, 1998 [citováno 2022 31.3.]; [online]
Dostupné z: <https://pages.mtu.edu/~suits/notefreqs.html>.
- [38] Polák, M. a Plachý, T., *Stanovení základních charakteristik vlastního vynuceného kmitání věže kostela sv. Jakuba většího v Jihlavě*. 2019, Praha: Fakulta stavební ČVUT v Praze.
- [39] *Einhell Kladivo vrtací TH-RH 1600*. Praha: ALZA.cz, 2022 [citováno 2022 28.4.]; [online]
Dostupné z: <https://www.alza.cz/hobby/einhell-th-rh-1600-classic-d4897968.htm>.
- [40] ČSN 73 0040. *Zatížení stavebních objektů technickou seismicitou a jejich odezva*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 1996.
- [41] ČSN 73 0032. *Navrhování stavebních konstrukcí zatížených dynamickými účinky strojů*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2020.

9 SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Rezonanční křivka a fázová charakteristika ustáleného vynuceného tlumeného kmitání (obrázek byl převzat z publikace [3]).	6
Obr. 2: Fourierova transformace (obrázek byl převzat z publikace [5]). Naměřený signál v čase, z kterého můžeme získat pomocí Fourierovi transformace jeho frekvenční složení.	10
Obr. 3: Zvon starého typu (obrázek byl převzat z publikace [11]).	16
Obr. 4: Schéma zatížení závěsu pohybem zvonu (převzato z publikace [11]).	18
Obr. 5: Příklad časového průběhu horizontální síly v závěsu zvonu.	19
Obr. 6: Frekvenční spektrum horizontální síly v závěsu zvonu vykreslené na Obr. 5.	20
Obr. 7: Velikost konstant na základě maximálního rozkmitu (převzato z publikace [14]).	21
Obr. 8: Přesná poloha zkoušeného objektu – kostel sv. Jakuba (zdroj: mapy.cz).	29
Obr. 9: Kostel sv. Jakuba jihozápadní pohled (převzato z publikace [31]).	30
Obr. 10: Kostel sv. Jakuba řez (převzato z publikace [33]).	30
Obr. 11: Akcelerometr od firmy Brüel & Kjær typu 8344 připevněný k ocelovému závaží.	31
Obr. 12: Měřicí ústředny SIRIUS a řídicí počítač.	32
Obr. 13: Rozmístění snímačů- 1. úroveň, 7.NP (převzato z publikace [33]).	36
Obr. 14: Rozmístění snímačů- 2. úroveň, 7.NP (převzato z publikace [33]).	36
Obr. 15: Umístění dvou úrovní měření ve svislém řezu horní části severní věže (převzato z publikace [33]).	37
Obr. 16: Funkce CMIF (Complex Mode Indicator Function) s vyznačenými vlastními frekvencemi příslušnými ke globálním vlastním tvarům věže.	39
Obr. 17: Vlastní tvar kmitání spjatý s vlastní frekvencí $f_{(1)} = 0,977$ Hz.	40
Obr. 18: Vlastní tvar kmitání spjatý s vlastní frekvencí $f_{(2)} = 1,129$ Hz.	41
Obr. 19: Vlastní tvar kmitání spjatý s vlastní frekvencí $f_{(3)} = 2,90$ Hz.	41

Obr. 20: Vlastní tvar kmitání spjatý s vlastní frekvencí $f_{(4)} = 4,53$ Hz.....	42
Obr. 21: Vlastní tvar kmitání spjatý s vlastní frekvencí $f_{(5)} = 4,64$ Hz.....	42
Obr. 22: Kamera sledující pohyb zvonu.....	45
Obr. 23: Terčík na zvonu.....	45
Obr. 24: Zvon Jakub Maria.....	45
Obr. 25: Pozice zvonu zaznamenané kamerou.....	46
Obr. 26: Vyhodnocení maximálního rozkmitu zvonu.....	46
Obr. 27: Zvukový záznam nárazu srdce o žebro zvonu s vyznačenou periodou.....	47
Obr. 28: Akcelerometr umístěn na zvonu.....	48
Obr. 29: Frekvenční spektrum při rozkmitání zvonu o malé výchylky.....	48
Obr. 30: Frekvenční spektrum kmitání těla zvonu vyvolaného silovým impulzem.....	49
Obr. 31: Frekvenční spektrum vynuceného ustáleného kmitání věže vyhodnocené z odezvy změřené na akcelerometrech osazených ve směru kývání zvonu.....	52
Obr. 32: Frekvenční spektrum vynuceného ustáleného kmitání věže vyhodnocené z odezvy změřené na akcelerometrech osazených ve směru kolmém na kývání zvonu.....	53
Obr. 33: Časový průběh druhého zaznamenaného vynuceného ustáleného kmitání severní věže v bodu 11X v měřítku zrychlení při zvonění zvonem Jakub Maria.....	54
Obr. 34: Frekvenční spektrum při seismickém neklidu, snímače orientované ve směru osy X.	56
Obr. 35: Frekvenční spektrum při seismickém neklidu, snímače orientované ve směru osy Y.	56
Obr. 36: Časový průběh druhého zaznamenaného vynuceného ustáleného kmitání severní věže v bodu 11X v měřítku zrychlení při zvonění zvonem Jakub Maria po použití filtru s dolní propustí 20 Hz.....	57

Obr. 37 Detail časového průběhu zrychlení po použití filtru s dolní propustí 20 Hz – druhý záznam vynuceného ustáleného kmitání.	60
Obr. 38: Detail časového průběhu rychlosti po použití filtru s dolní propustí 20 Hz – druhý záznam vynuceného ustáleného kmitání.	60
Obr. 39: Detail časového průběhu výchylky po použití filtru s dolní propustí 20 Hz – druhý záznam vynuceného ustáleného kmitání.	60
Obr. 40: Schéma rozmístění akcelerometrů na zvonové stolici.	63
Obr. 41: Frekvenční spektrum vynuceného ustáleného kmitání změřeného akcelerometry SHY a SSX osazenými na zvonové stolici.	64
Obr. 42: Frekvenční spektrum vynuceného ustáleného kmitání změřeného akcelerometry SHX a SDX osazenými na zvonové stolici.	64
Obr. 43: Časový průběh prvního zaznamenaného vynuceného ustáleného kmitání zvonové stolice v bodech SSX a SHX v měřítku zrychlení při zvonění zvonem Jakub Maria.	67
Obr. 44: Časový průběh prvního zaznamenaného vynuceného ustáleného kmitání zvonové stolice v bodech SHX a SDX v měřítku zrychlení při zvonění zvonem Jakub Maria.	67

10 SEZNAM TABULEK

Tab. 1: Celkový přehled snímačů zrychlení použitých při dynamické zkoušce	35
Tab. 2: Vyhodnocené vlastní frekvence a popis charakteru odpovídajících vlastních tvarů ...	40
Tab. 3: Nosná konstrukce věže – porovnání vyhodnocených vlastních tvarů pomocí korelačního koeficientu modální analýzy $MAC(i,j)$	43
Tab. 4: Vyhodnocené frekvence ustáleného vynuceného kmitání	54
Tab. 5: Vyhodnocené maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylek při vynuceném ustáleném kmitání bez aplikace filtru s dolní propustí – první záznam vynuceného kmitání.....	55
Tab. 6: Vyhodnocené maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylek při vynuceném ustáleném kmitání bez filtru s dolní propustí – druhý záznam	55
Tab. 7: Vyhodnocené maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylek při vynuceném ustáleném kmitání po úpravě filtrem s dolní propustí – první záznam	58
Tab. 8: Vyhodnocené maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylek při vynuceném ustáleném kmitání po úpravě filtrem s dolní propustí – druhý záznam	58
Tab. 9: Orientační limitní hodnoty rychlosti kmitání konstrukce (převzato z publikace [12])	61
Tab. 10: Mezní hodnoty rychlosti a zrychlení kmitání konstrukcí (převzato z publikace [41])	62
Tab. 11: Vyhodnocené maximální výkmity a maximální RMS hodnoty zrychlení, rychlosti a výchylek ze snímačů na zvonové stolici.....	65