

## I. IDENTIFIKAČNÍ ÚDAJE

<b>Název práce:</b>	<b>Connections on Differentiable Manifolds</b>
<b>Jméno autora:</b>	<b>Martin Šimák</b>
<b>Typ práce:</b>	bakalářská
<b>Fakulta/ústav:</b>	Fakulta elektrotechnická (FEL)
<b>Katedra/ústav:</b>	Katedra radioelektroniky
<b>Oponent práce:</b>	Doc. RNDr. Martin Bohata, Ph.D.
<b>Pracoviště oponenta práce:</b>	Katedra matematiky (FEL)

## II. HODNOCENÍ JEDNOTLIVÝCH KRITÉRIÍ

<b>Zadání</b>	<b>náročnější</b>
<i>Hodnocení náročnosti zadání závěrečné práce.</i>	
Diferenciální geometrie a teorie kategorií nejsou probírány ve standardních kurzech na ČVUT FEL. Nastudování potřebných partií z těchto matematických oblastí navíc není jednoduché.	

<b>Splnění zadání</b>	<b>splněno</b>
<i>Posuďte, zda předložená závěrečná práce splňuje zadání. V komentáři případně uveďte body zadání, které nebyly zcela splněny, nebo zda je práce oproti zadání rozšířena. Nebylo-li zadání zcela splněno, pokuste se posoudit závažnost, dopady a případně i příčiny jednotlivých nedostatků.</i>	
Práce měla za cíl zkoumat vztah mezi různými způsoby zavedení konexe na diferencovatelné varietě. Tento cíl byl splněn.	

<b>Zvolený postup řešení</b>	<b>správný</b>
<i>Posuďte, zda student zvolil správný postup nebo metody řešení.</i>	
Zvolený postup řešení této teoretické práce je standardního matematického charakteru.	

<b>Odborná úroveň</b>	<b>C - dobře</b>
<i>Posuďte úroveň odbornosti závěrečné práce, využití znalostí získaných studiem a z odborné literatury, využití podkladů a dat získaných z praxe.</i>	
Úroveň práce je dobrá. Bohužel se v práci občas vyskytují chyby a některé důkazy jsou neúplné. Postrádám zdůvodnění několika tvrzení a také mnohem podrobnější ilustraci řady pojmů. Nerozumím také tomu, proč student zavádí pojmy, které dále vůbec nevyužije (viz například nosič vektorového pole, ...). Podrobnější námitky jsou uvedeny v sekci „Další komentáře a hodnocení“.	

<b>Formální a jazyková úroveň, rozsah práce</b>	<b>C - dobře</b>
<i>Posuďte správnost používání formálních zápisů obsažených v práci. Posuďte typografickou a jazykovou stránku.</i>	
Kladně hodnotím sepsání práce v anglickém jazyce. Po jazykové stránce mi práce přijde kvalitní. Některé formulace však mohou čtenáře mást. Očekával bych také jednotnější symboliku a v některých případech i přesnější zápis. Podrobnější námitky jsou uvedeny v sekci „Další komentáře a hodnocení“.	

<b>Výběr zdrojů, korektnost citací</b>	<b>A - výborně</b>
<i>Vyjádřete se k aktivitě studenta při získávání a využívání studijních materiálů k řešení závěrečné práce. Charakterizujte výběr pramenů. Posuďte, zda student využil všechny relevantní zdroje. Ověřte, zda jsou všechny převzaté prvky řádně odlišeny od vlastních výsledků a úvah, zda nedošlo k porušení citační etiky a zda jsou bibliografické citace úplné a v souladu s citačními zvyklostmi a normami.</i>	
Zdroje jsou vybrány a citovány správně.	

<b>Další komentáře a hodnocení</b>
<i>Vyjádřete se k úrovni dosažených hlavních výsledků závěrečné práce, např. k úrovni teoretických výsledků, nebo k úrovni funkčnosti technického nebo programového vytvořeného řešení, publikačním výstupům, experimentální zručnosti apod.</i>

Níže uvádím komentáře a některé nalezené nedostatky:

- Str. 5: Při důkazu bodu (i) nemá být v části (b) poslední věta. Tu je možné pronést až po důkazu hladkosti. Není zřejmé, jak je myšlen důkaz v části (c) bodů (i) a (ii), neboť není jasné, co autor myslí pod hladkostí jednotlivých zobrazení v kompozici.
- Str. 6, Claim 1.2.4: Část (b) je hodně odbytá. V bakalářské práci bych takové věci rozhodně neprohlašoval za zřejmé. Podrobnější důkazy lze nalézt dokonce i v monografiích o topologii.
- Str. 7, Remark 1.2.9: Opět velmi stručné. Vhodný by byl mnohem podrobnější rozbor.
- Str. 9, Claim 1.2.15 a jeho důkaz: Subatlas není definován. Nikde není definováno, co znamená, že topologie je indukovaná atlasem (což působí problémy i dále v práci). Autor si nejspíše myslí (viz důkaz bodu (ii)), že to je topologie, jejíž báze je dána definičními obory zobrazení z jednotlivých map. Takový systém množin ale nemusí tvořit bázi topologie. Pokud ji náhodou tvoří, pak se nemusí jednat o Hausdorffovu topologii (viz Example 1.3.1). Kromě toho není důkaz bodu (ii) správný.
- Konec str. 15: Zde se vyskytuje symbol  $DF|_p$  ve dvou významech.
- Str. 16, Claim 2.2.3 a jeho důkaz: Místo  $TM$  a  $TN$  by mělo být  $T_pM$  a  $T_pN$ . V předposlední rovnosti pak chybí stříška nad  $F$  a  $p$ .
- Str. 17: „Definice“  $n$ -dimenzionální hladké variety v  $R^N$  je divná (viz má otázka v závěru tohoto posudku). Kromě toho není jasné, proč lokální mapy vedou k hladké varietě, když jednotlivá zobrazení jsou obecně jen homeomorfismy.
- Str. 18, Example 2.3.1: Není jasné, proč je  $\text{graph}(f)$  hladká varieta (nejsou ověřeny podmínky z předchozí definice).
- Str. 18: Symbol  $\text{graph}(f)$  je používán pro dva různé matematické objekty. Také nerozumím poznámce pod čarou. Mám si ji vykládat tak, že v uvedených třech bodech je teoreticky možné vyjádřit  $f$  jako funkci  $u$ ?
- Str. 20: První část důkazu není zřejmá. Je zde snaha využít „definici  $n$ -dimenzionální hladké variety“ ze strany 17?
- Str. 21: Není zřejmé, proč  $T_pM$  and  $T_qM$  jsou disjunktní (Remark 2.1.3 pouze říká, že  $T_pM$  tvoří lineární prostor). Dále bych psal prvek z tečného bundlu spíše ve tvaru  $(p, v)$ , kde  $v$  je prvek z  $T_pM$ .
- Str. 22: Autor používá Claim 1.2.15 aniž ověří předpoklady. V definici trivializace mi chybí fundamentální požadavek, který říká, že dané zobrazení je difeomorfismus zachovávající vlákna.
- Str. 24, Definition 2.5.3: Křivka byla v práci definována jen jako spojitě zobrazení nějakého intervalu do hladké variety. To působí problémy, neboť zde bychom potřebovali zobrazení dvou hladkých variet (tj. hladkou křivku jejíž definiční obor je otevřený interval). Obtíže se zvolenou definicí křivky se projevují i v dalších částech práce.
- Str. 25, Corollary 2.5.8 a odstavec výše: Vektor  $v$  by měl být vektor  $v_p$ .
- Str 28: Symbol označující Euklidovský prostor je v práci značen různě (viz Example 1.3.1). Nevidím k tomu žádný relevantní důvod.
- Str. 29: V plochem prostoru nesplyvá obecně kovariantní derivace s parciální derivací (záleží na souřadnicích).
- Str. 30: Hladká regulární podvarieta není v práci definována. Kromě toho nepovažuji za šťastné derivovat  $\Phi$  podle  $X, Y, Z$ , když se jedná o zobrazení dvou proměnných. Tato nešťastná notace se objevuje v práci na více místech.
- Str. 33, poslední věta před sekci 3.3: Zobrazení  $v$  není definováno v bodech  $0$  a  $\pi/2$ .
- Str. 34, řádek 1: Velikost  $b_{\varphi_0}$  závisí na  $r_0$  a ne na  $\varphi_0$ .
- Str. 36:  $DF|_0$  označuje dvě různá zobrazení. Místo  $(k, v) \mapsto DF|_0(k, u)$  by mělo být  $(k, v) \mapsto DF|_0(k, v)$ . Kromě toho by bylo vhodné podrobněji komentovat zobrazení  $C_p$ .
- Str. 38, Remark 4.1.3: Parciální derivace podle  $X^i$  by měly být spíše podle  $x^i$ .
- Str. 39, Remark 4.1.7: „on smooth functions“ by mělo být „on smooth vector fields“. V  $(D1)$  by místo  $B(X_1+X_2)$  mělo být  $B(X_1+X_2, Y)$ .
- Str. 39, poznámka pod čarou: Obecné multilineární zobrazení není možné rozložit na součet symetrické a antisymetrické části.
- Str. 40: Rovnost Christoffelových symbolů by měla být podrobněji zdůvodněna.
- Str. 41, Theorem 4.1.13: V důkazu chybí zdůvodnění toho, že  $\tilde{\nabla}$  je kovariantní derivace a že kovariantních derivací s nulovou torzí není více.
- Str. 42: Myslím, že kategoriální pojmy jako pullback by měly být v textu explicitně definovány.
- Str. 43, Remark 4.2.3: Zde bych očekával podrobné zdůvodnění nebo odkaz na literaturu.

- Str. 47:  $\Gamma_{ij}^i$  by mělo být  $\Gamma_{ij}^k$ . Dále zobrazení  $K$  asi nesplňuje vlastnosti z definice formy konexe, jedná se o jiné zobrazení. Nemělo se spíše jednat o splnění vlastností (a) a (b) ze strany 45? Kromě toho netuším, co chtěl autor zdůvodnit poslední větou v sekci 5.1.

### III. CELKOVÉ HODNOCENÍ, OTÁZKY K OBHAJOBĚ, NÁVRH KLASIFIKACE

*Práce je rešeršního charakteru. Bohužel v ní není řada pojmů dostatečně vysvětlena, což je dle mého názoru velký nedostatek. Bakalářská práce by měla konkrétní téma podrobně (nad rámec běžných monografií) rozebrat.*

*Otázky k obhajobě:*

- 1. Můžete podrobně vysvětlit, zda je přímka jednodimenzionální hladkou varietou v rovině podle definice na straně 17?*
- 2. Musím znát pro definici zobrazení  $K$  ze strany 45 formu konexe  $C$  (abych získal zobrazení  $\Gamma_p$ ), nebo lze zobrazení  $K$  definovat i bez její znalosti?*

Předloženou závěrečnou práci hodnotím klasifikačním stupněm **C - dobře**.

Datum: 30.5.2022

Podpis: