

I. IDENTIFIKAČNÍ ÚDAJE

Název práce:	Plánování trajektorií minimalizující energii při agilním letu bezpilotního vzdušného prostředku
Jméno autora:	Josef Král
Typ práce:	bakalářská
Fakulta/ústav:	Fakulta elektrotechnická (FEL)
Katedra/ústav:	Katedra kybernetiky
Vedoucí práce:	Ing. Robert Pěnička, Ph.D.
Pracoviště vedoucího práce:	Katedra kybernetiky

II. HODNOCENÍ JEDNOTLIVÝCH KRITÉRIÍ

Zadání	průměrně náročné
<i>Hodnocení náročnosti zadání závěrečné práce.</i>	
Zadání je aktuální a odpovídá úrovni bakalářské práce. Student se zabýval tématem optimalizace trajektorií s ohledem na minimalizaci energie pro UAV, což je prakticky i výzkumně relevantní problém.	

Splnění zadání	splněno
<i>Posuďte, zda předložená závěrečná práce splňuje zadání. V komentáři případně uveďte body zadání, které nebyly zcela splněny, nebo zda je práce oproti zadání rozšířena. Nebylo-li zadání zcela splněno, pokuste se posoudit závažnost, dopady a případně i příčiny jednotlivých nedostatků.</i>	
Zadání bylo formálně splněno. Práce obsahuje potřebné části, které se zabývají návrhem a vyhodnocením navržené metody. Nicméně některé části práce zůstaly nedotažené nebo nedostatečně rozpracované (např. diskuse výsledků, zdůvodnění zvolené metody).	

Aktivita a samostatnost při zpracování práce	D - uspokojivě
<i>Posuďte, zda byl student během řešení aktivní, zda dodržoval dohodnuté termíny, jestli své řešení průběžně konzultoval a zda byl na konzultace dostatečně připraven. Posuďte schopnost studenta samostatně tvůrčí práce.</i>	
Student pracoval poměrně samostatně, nicméně celkový postup byl velmi pomalý a pokrok byl vždy tlačěn spíše školitelem nežli iniciován studentem. Ačkoliv zpočátku spolupráce probíhala v pořádku, v klíčové fázi ke konci semestru při sepisování práce student přestal reagovat a až do poslední chvíle neposkytl verzi textu k připomínkám. To znemožnilo včasnou zpětnou vazbu a odrazilo se to na kvalitě výsledného textu.	

Odborná úroveň	C - dobře
<i>Posuďte úroveň odbornosti závěrečné práce, využití znalostí získaných studiem a z odborné literatury, využití podkladů a dat získaných z praxe.</i>	
Práce je v celku na dobré úrovni, avšak chybí hlubší metodické zdůvodnění – například proč byl zvolen numerický gradient, jak byly zvoleny parametry metody, nebo proč je výpočetní čas výrazně vyšší než u srovnávaných přístupů. Diskuse výsledků je povrchní a chybí ucelené vyhodnocení experimentů. Některé proměnné v rovnicích nejsou definovány.	

Formální a jazyková úroveň, rozsah práce	C - dobře
<i>Posuďte správnost používání formálních zápisů obsažených v práci. Posuďte typografickou a jazykovou stránku.</i>	
Text obsahuje řadu formálních nedostatků. Například v grafech je velmi malé písmo, text je místy nejasný a struktura výsledků nejednoznačná. I přes základní přehlednost práce je odevzdaný text spíše minimalistický až strohý.	

Výběr zdrojů, korektnost citací

F - nedostatečně

Vyjádřete se k aktivitě studenta při získávání a využívání studijních materiálů k řešení závěrečné práce. Charakterizujte výběr pramenů. Posuďte, zda student využil všechny relevantní zdroje. Ověřte, zda jsou všechny převzaté prvky řádně odlišeny od vlastních výsledků a úvah, zda nedošlo k porušení citační etiky a zda jsou bibliografické citace úplné a v souladu s citačními zvyklostmi a normami.

Zcela zásadním problémem předložené bakalářské práce je porušení citační etiky. Kapitoly 3.1, 3.2 a 3.3 jsou de facto převzaté z diplomové práce [5] „K. Teissing, Replanning of Collision-Free Trajectories for Unmanned Aerial Vehicles, Available at <http://hdl.handle.net/10467/108685>, Czech Technical University in Prague, 2023.“. Student sice na tuto diplomovou práci tematicky navazoval, ale zmíněné kapitoly student pouze přeložil a mírně upravil (viz. Příložené porovnání kapitoly 3.1). Tyto části nejsou správně citovány a nejsou jednoznačně označeny jako převzatý text, což je v hrubém rozporu s akademickými pravidly. Vedoucí práce na tuto skutečnost přišel až při vypracovávání posudku.

■ 3.1 Point mass model trajektorie

Nejprve si popíšeme jeden segment z multi-waypoint trajektorie, který je definován jen počátečním a koncovým stavem. K popisu použijeme Point mass model, který soustředí všechnu hmotnost UAV do jednoho bodu, na nějž působí gravitační síla, odporová síla a tah motorů. Pro náš model uvažujeme bang-bang policy s omezením na akceleraci.

Počáteční a koncový stav jednoho segmentu jsou určeny pozicemi p_0 a $p_2 \in \mathbb{R}^n$ a rychlostmi v_0 a $v_2 \in \mathbb{R}^n$, kde n je dimenze prostoru, ve kterém jsou trajektorie počítány. V této práci předpokládáme $n = 3$. Řídicím vstupem Point mass modelu je zrychlení $a \in \mathbb{R}^n$, které je omezeno pro každou osu akceleračními limity a_{min} a $a_{max} \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, kde $a_{min} \leq a \leq a_{max}$. Neuvažujeme $a = 0$, neboť neuvažujeme nulovou trajektorii $p_0 = p_2$.

Pro jednoduchost popíšeme kinematiku jednoho segmentu trajektorie pro jednu dimenzi. Segment trajektorie je popsán rovnicemi

$$\begin{aligned} p_1 &= p_0 + v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2, \\ p_2 &= p_1 + v_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2, \\ v_1 &= v_0 + a_1 t_1, \\ v_2 &= v_1 + a_2 t_2, \end{aligned} \quad (3.1)$$

kde p_0 a $v_0 \in \mathbb{R}$ definují počáteční stav, p_2 a $v_2 \in \mathbb{R}$ definují koncový stav, $t_1, t_2 \in \mathbb{R}^+$ jsou časy jednotlivých částí segmentu a $a_1, a_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ jsou zrychlení, které nabývají hodnot

$$a_i \in \{a_{min}, a_{max}\}, \quad i = 1, 2. \quad (3.2)$$

Nepředpokládáme $a_1 = a_2$, protože to odpovídá $t_1 = 0$, nebo $t_2 = 0$.

Známymi veličinami segmentu jsou počáteční a koncový stav, tedy pozice p_0, p_2 , rychlosti v_0, v_2 a akcelerace a_1 a a_2 . Neznámými veličinami jsou časy podsegmentů t_1 a t_2 , pozice p_1 a rychlost v_1 .

Algebraické řešení časů t_1 a t_2 jsou

$$t_1 = -\frac{v_0 \pm \sigma}{a_1} \quad (3.3)$$

$$t_2 = \frac{v_2 \pm \sigma}{a_2} \quad (3.4)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{a_2 v_0^2 - a_1 v_2^2 - 2 a_1 a_2 p_0 + 2 a_1 a_2 p_2}{a_1 - a_2}} \quad (3.5)$$

Given the reduced kinematics of a point-mass model, we shall define the start and end state of a given trajectory segment as positions $p_0, p_2 \in \mathbb{R}^n$ and velocities $v_0, v_2 \in \mathbb{R}^n$, respectively, where n is the number of dimensions of the space in which the trajectory is computed. In our case of a UAV flight, we are considering $n = 3$. The control input of the simplified point-mass model is the acceleration $a \in \mathbb{R}^n$, which is bounded by the per-axis acceleration limits $a_{min}, a_{max} \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, where $a_{min} \leq a \leq a_{max}$. We are also considering $a \neq 0$ for a non-zero trajectory with $p_0 \neq p_2$.

As we will describe in the following sections, the per-axis acceleration limits for a multitor UAV are bound together by the limited thrust force of the UAV. However, we will consider only per-axis acceleration limits first to make the trajectory computation as general as possible and deal with the bounded acceleration limits later.

First, we will study the kinematics of a single trajectory axis (dimension) and then generalize it for a multi-dimensional trajectory in the following section. Given the Pontryagin's maximum principle [24] applied on a point-mass model, a time-optimal trajectory segment can be described by the following equations:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_0 + v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2, \\ v_1 &= v_0 + a_1 t_1, \\ p_2 &= p_1 + v_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2, \\ v_2 &= v_1 + a_2 t_2, \end{aligned} \quad (4.1)$$

where $p_0, v_0 \in \mathbb{R}$ are the start position and velocity, $p_2, v_2 \in \mathbb{R}$ are the end position and velocity, $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$ are the time durations of the corresponding sub-segments of the bang-bang policy trajectory and $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ are the optimal control inputs such that

$$a_i \in \{a_{min}, a_{max}\}, \quad i = 1, 2. \quad (4.2)$$

We also omit the case where $a_1 = a_2$ as this is equivalent to either $t_1 = 0$ or $t_2 = 0$ which leaves us with only two combinations of possible values for accelerations a_1 and a_2 .

Given the start state, end state, and limits on the acceleration, the remaining unknowns are the sub-segment durations t_1, t_2 , velocity v_1 and position p_1 at time $t = t_1$. It can be shown

CTU in Prague

Department of Cybernetics

4. METHODOLOGY

15/63

that analytical solutions to the equations (4.1) exist, which are as follows:

$$\begin{aligned} t_1 &= -\frac{v_0 \pm \sigma}{a_1}, \\ t_2 &= \frac{v_2 \pm \sigma}{a_2}, \\ p_1 &= \frac{-v_0^2 + v_2^2 + 2 a_1 p_0 - 2 a_2 p_2}{2 (a_1 - a_2)}, \\ v_1 &= \pm \sigma, \\ \sigma &= \sqrt{\frac{-a_2 v_0^2 - a_1 v_2^2 - 2 a_1 a_2 p_0 + 2 a_1 a_2 p_2}{a_1 - a_2}}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

III. CELKOVÉ HODNOCENÍ A NÁVRH KLASIFIKACE

Shrňte aspekty závěrečné práce, které nejvíce ovlivnily Vaše celkové hodnocení.

Zadání práce bylo splněno, ale výsledná práce trpí řadou nedostatků. Student nepracoval průběžně a závěrečnou fází přípravy práce podcenil, což vedlo k neúplné a metodicky slabé práci. Nejzásadnějším problémem je však porušení citačních pravidel, kde části práce jsou převzaty bez řádného citování převzaného textu. Z tohoto důvodu nemohu jinak než práci hodnotit klasifikačním stupněm **F - nedostatečně**.

Datum: 4.6.2025

Podpis: