



České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská



Vývoj alternativních metod výpočtu hustoty a
analýza jejich dopadů na fundamentální diagram

Development of alternative methods for density
calculation and analysis of their impact to the
fundamental diagram

Diplomová práce

Autor: Bc. Marina Džabarjan

Vedoucí práce: Ing. Marek Bukáček

Akademický rok: 2020/2021

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student:	Bc. Marina Džabarjan
Studijní program:	Aplikace přírodních věd
Studijní obor:	Aplikované matematicko-stochastické metody
Název práce (česky):	Vývoj alternativních metod výpočtu hustoty a analýza jejich dopadů na fundamentální diagram
Název práce (anglicky):	Development of alternative methods for density calculation and analysis of their impact to the fundamental diagram

Pokyny pro vypracování:

- 1) Proveďte rešerši metod výpočtu hustoty používaných pro výzkum pohybu chodců.
- 2) Proveďte rešerši efektu zorného pole a dalších fyziologických či psychologických jevů ovlivňujících pohyb jedince.
- 3) Navrhněte alternativní varianty výpočtu hustoty včetně metodiky pro jejich porovnávání.
- 4) Analyzujte trajektorie chodců z experimentu E4 z pohledu detekce standardizovaných úseků
- 5) Aplikujte vybrané metody výpočtu hustoty na vybrané úseky trajektorií.
- 6) Vyhodnoňte obdržené výsledky z pohledu předpokládané změny rychlosti chodce v důsledku změn lokální hustoty.

Doporučená literatura:

- 1) A. Schadschneider, D. Chowdhury, K. Nishinari; Stochastic Transport in Complex Systems: From Molecules to Vehicles, Elsevier Science; 2010
- 2) M. Bukáček, P. Hrabák, M. Krbálek; Microscopic Travel Time Analysis of Bottleneck Experiment; Transportmetrica A: Transportation Science 14/5-6 (2018) 375-391
- 3) M. Bukáček, J. Vacková; Evacuation of Pedestrian Density Distribution with Respect to the Velocity Response; Traffic and Granular Flow; Washington, DC; 2017

Jméno a pracoviště vedoucího diplomové práce:

Ing. Marek Bukáček

Katedra matematiky, FJFI ČVUT v Praze, Trojanova 13, 120 00 Praha 2

Jméno a pracoviště konzultanta:

Datum zadání diplomové práce: 28.2.2020

Datum odevzdání diplomové práce: 6.1.2021

Doba platnosti zadání je dva roky od data zadání.

Poděkování:

Chtěla bych poděkovat svému školiteli Ing. Markovi Bukáčkovi za pečlivost, ochotu, vstřícnost a odborné i lidské zázemí při vedení mé diplomové práce.

Čestné prohlášení:

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracovala samostatně a uvedla jsem všechnu použitou literaturu.

V Praze dne 5. ledna 2021

Bc. Marina Džabarjan

Název práce:

Vývoj alternativních metod výpočtu hustoty a analýza jejich dopadů na fundamentální diagram

Autor: Bc. Marina Džabarjan

Obor: Aplikované matematicko-stochastické metody

Druh práce: Diplomová práce

Vedoucí práce: Ing. Marek Bukáček, Katedra matematiky, FJFI ČVUT v Praze, Trojanova 13, 120 00 Praha 2

Abstrakt: Daná diplomová práce v první teoretické části nejdříve obecně uvádí čtenáře do problematiky modelování pohybu chodců. Popisuje psychologické a fyziologické jevy (zorné pole člověka) ovlivňující vlastnosti pohybu jedince. Následuje rešerše metod výpočtu lokální hustoty. Práce přibližuje experiment realizovaný v rámci skupiny GAMS při katedře matematiky, FJFI ČVUT v Praze, který poskytl data pro analýzu v dané práci. Zavádí se pojem fundamentální diagram a definují se veličiny, které hrají primární roli. Práce využila různé alternativní varianty pro výpočet hustoty: od dříve již použité metody s kuželovým přístupem, následně s využitím Gaussove funkce či Voroného diagramů či v neposlední řadě alternativní veličiny k hustotě - námi zavedená veličina minimální vzdálenost. K variantám pro individuální hustotu byla aplikována tzv. výseč, která rozšířila možnosti pro analýzu vlivu lokální hustoty na rychlost chodce. Analyzoval se též globální přístup k trajektorií chodců, která se rozdělila na tři sektory. Druhá část práce, analytická, aplikovala metody výpočtu vysvětlující proměnné a metodiky pro studium výsledků a analyzovala dopady zvolených přístupů na fundamentální diagram.

Klíčová slova: dynamika pohybu chodců, fundamentální diagram, zorné pole, lokální hustota

Title:

Development of alternative methods for density calculation and analysis of their impact to the fundamental diagram

Author: Bc. Marina Džabarjan

Abstract: The theoretical part of the thesis firstly introduces the reader to the general issue of modeling pedestrian movement. It describes psychological and physiological phenomena (human field of view) affecting the movement characteristics of an individual. The thesis continues with a search of methods for calculating local density. It also presents an experiment carried out within the GAMS group at the Department of Mathematics, FNSPE CTU in Prague, which provided data analyzed in the given work. The concept of fundamental diagram is introduced and the quantities that play the primary role are defined. The work uses various alternatives for density calculation: from the previously used method with a conical approach, to using the Gaussian function or Voronoi diagrams or, last but not least, an alternative quantity to density - the minimum distance introduced by us. The circular sector was applied to the variants for local density, which expanded the possibilities for the analysis of the influence of the local density

on the pedestrian speed. Then work also analyzed a global approach to pedestrian trajectories, which were divided into three sectors. The second analytical part of the work applied methods explanatory variables and methodologies for the study of results and analyzed the impacts of selected approaches on the fundamental diagram.

Key words: dynamics of pedestrian movement, fundamental diagram, field of view, local density

Obsah

Úvod	11
1 Modelování pohybu chodců	13
1.1 Přístupy a modely	14
1.2 Vzájemné působení vícero proudů chodců	17
1.3 Psychologický vliv	22
1.4 Zorné pole	25
1.5 Experiment	28
2 Definice veličin a metodiky analýzy	31
2.1 Rychlost	31
2.2 Minimální vzdálenost	31
2.3 Hustota	32
2.3.1 Kuželová a Gaussova distribuční funkce	35
2.3.2 Hustota pomocí Voroného diagramu	38
2.3.3 Výseč	40
2.4 Fundamentální diagram	41
2.4.1 V teorii modelování dopravy	41
2.4.2 V teorii modelování pohybu chodců	42
2.4.3 Kongesce a fundamentální diagram	44
2.5 Dělení trajektorie	46
2.6 Statistiky	47
2.6.1 Lineární model	47
2.6.2 Koeficient determinace	48
2.6.3 Korelační koeficient	48
2.6.4 Krabicový diagram	49
2.7 Přehled značení	50
3 Analýza	51
3.1 Hledání optimálních parametrů	52
3.1.1 Pro minimální vzdálenost a nastavení výseče	53
3.1.2 Pro lokální hustotu ve 3D	54
3.1.3 Pro lokální hustotu “Kužel” při fixaci jednoho z parametrů	57
3.1.4 Pro lokální hustotu ve 2D	58
3.2 Vliv faktorů na korelační koeficient	60
3.2.1 Zvolená trajektorie	61
3.2.2 Obsazenost v místnosti	62

3.2.3	Relativní travel time	63
3.2.4	Kombinace faktorů	63
3.3	Výsledky analýzy	65
3.3.1	Shrnutí analýzy	67
	Závěr	73

Úvod

Tato diplomová práce se snaží shrnout a vytyčit hlavní přínos provedeného výzkumu v oblasti modelování pohybu chodců, který se uskutečňoval v průběhu tří studií: bakalářská práce, výzkumný úkol a daná diplomová práce autorky.

Dokument je dělen na dvě části: na oddělení teoretické a analytické. V teoretické části čtenář má možnost nahlédnout do zkoumaného tématu, objevit tím široké spektrum oblasti, které ještě nebyly v rozsáhlé míře dotčeny vědeckou myslí a disponují dostatečným potenciálem pro následující využití ve společnosti. Zorientuje se v zavedených základních veličinách a vzájemných předpokládaných závislostech mezi nimi, prostuduje si přiložené rešerše (obzvláště pro metody výpočtu hustoty, efekt zorného pole či psychologické jevy ovlivňující pohyb chodce) a projde si předložené přístupy k proměnným (tři varianty výpočtu hustoty a využití pouze určité výseče osobního prostoru jedince) či metody analýzy (např. dělení trajektorie chodců na úseky). Dozví se něco o experimentu, který byl proveden na půdě fakulty výzkumnou skupinou katedry matematiky GAMS a z něhož jsou dostupná data, která byla poskytnutá k analýze při využití softwaru Matlab, v kterém proběhla veškerá implementace a v kterém byl autorkou vybudován class se všemi potřebnými funkcemi pro tuto práci.

V části analytické dojde k aplikaci alternativních variant výpočtu hustoty, ke studiu míry ovlivnění rychlosti chodce lokální hustotou, hledání optimálních parametrů v každém z vybraných způsobů výpočtu hustoty, analýze obdržенých výsledků a vyvození závěrů. Velkým cílem celého studia je zájem vytvořit v budoucnu model pohybu chodců, který by mohl chování lidí v davu predikovat.

Obecně, cíl vytvořit predikční model nějakého jevu, jenž lidská mysl se snaží transformovat do určitého systému se svými platícími zákony, je motivován vnitřní potřebou člověka se zbavit (strachu z) velkého neznámá a přeměnit to na jev pochopitelný, obecně známý a, nejlépe, dobře využitelný pro člověka a lidskou společnost. K tomu je třeba jev prozkoumat (tj. provést dostatečný počet experimentů), výsledky průzkumu zaznamenat (vytvořit strukturu s výzkumnými kategoriemi), tyto údaje zanalyzovat (na řadu přichází statistika) a na základě analýzy vyvodit pravidla, dle kterých daný jev (pravděpodobně) funguje. Právě tato pravidla umožňují vzniknout myšlenkové představě, modelu, s pomocí kterého člověk může dosáhnout svého cíle - 1) zbavit se neznámá a 2) využít studovaný jev (aby zpohodnil svůj život).

Přejdeme-li k výzkumu dynamiky pohybu chodců, je nutné konstatovat, že zkoumání tohoto tématu je přirozeným následkem vývoje lidské společnosti z pohledu techniky a technologie v oblastech - město, doprava, architektura a bezpečnost. Predikce chování člověka při různých situacích, které se v daných studovaných oblastech projevuje jako fyzické přemísťování v určitém

prostředí, by zjednodušilo, vyjasnilo a mohlo předpovědět mnoho situací, kterým by se dalo případně předejít.

Aby byla vytvořena jasná pravidla chování člověka za různých podmínek prostředí, je třeba najít závislosti mezi veličinami, které se dají přímo změřit či následně z naměřených dat vypočítat. Tj. propojit množinu kategorií ovlivňující systém a tím zmenšit počet proměnných parametrů tohoto systému, tím se model stává stabilnější a schopnější předpovědi. V důsledku, cílem je najít vztahy, neboli funkce, kterými jsou (předpokládaně) spojeny formulované veličiny.

Jádrem celého studia je hypotéza vzájemné závislosti rychlosti chodce a lokální hustoty (či jiné veličiny, kterou se dá lokální hustota zaměnit) a snaha tuto hypotézu dokázat, případně zjistit za jakých konkrétních okolností daná závislost nastává, což bude ověřováno na základě přístupných dat z experimentu popsaného v Sekci 1.5.

Kapitola 1

Modelování pohybu chodců

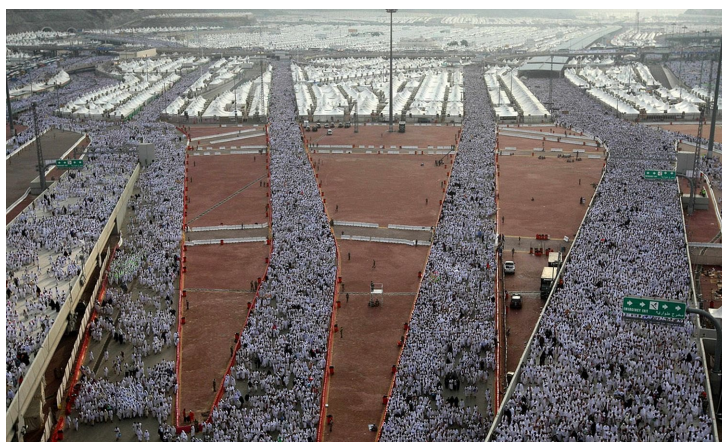
Chtěla bych začít úplným úvodem do tématu, motivací, která zrodila danou oblast výzkumu.

Zájem o studium a modelování pohybu chodců se vzbudil na konci 80. a na začátku 90. let minulého století, kdy po zkoumání následku katastrof a havárií byly zjištěné nedostatky v konstrukcích (budov, dopravních prostředků), které vedly k velkým lidským oběťm. Byla též snaha zefektivnit plánování uzlu v dopravních sítích měst.

Chování davu lidí je samo o sobě netriviálním procesem, a proto je vhodné provádět experimenty a modelovat různé situace, ke kterým by mohlo docházet (např. při projektování objektu s vysokou koncentrací lidí a omezeným prostorem k pohybu) s cílem optimalizovat chodecké proudy, tzn. snížit počet případů, kdy by docházelo ke zpomalení či dokonce k zácpě proudu, a zvýšit tak komfort a bezpečnost pohybu.

Výzkum a modelování v oblasti pohybu chodců je nezbytný k vyřešení takových úloh jako:

- interakce chodeckých proudů s infrastrukturou a různými druhy dopravy,
- pořádání různorodých akcí a událostí s vysokou koncentrací lidí (např. jako na Obr.1.1),
- masová evakuace,
- kontrola a funkčnost propustnosti systému.



Obr. 1.1: Muslimští poutníci nedaleko Mekky, Saudská Arábie, 27.11.2009 [57].

1.1 Přístupy a modely

Nyní čtenář má možnost nahlédnout na různé způsoby, přístupy a modely, pomocí kterých vědci se snažili vzniklou potřebu popsanou výše řešit.

Hlavním problémem vznikajícím při modelování pohybu chodců je náročnost rekonstrukce pravděpodobného chování člověka (podněty, motivace). Dají se vyčlenit tři úrovně, viz Obr. 1.2. Na úrovni strategie si člověk určuje, jakých cílů chce dosáhnout. Dále následuje rozhodování na kratším časovém úseku, kdy se volí optimální trasa s ohledem na vlastnosti terénu a intenzitu pohybu ostatních. V poslední řadě dochází k samotnému pohybu a reakci na okamžité změny v systému – snaha vyhnout se srážce atd. Pro práci s prvními dvěma úrovněmi je zapotřebí zpracování velkého objemu znalosti z jiných disciplín – sociologie a psychologie, zatímco pro třetí úroveň se modelování může zakládat na různorodých fyzikálních modelech. Obecně, je snaha nalézt takový model, jenž bude jednoduchý na realizaci (nakolik je to vůbec možné), ale zároveň bude důvěryhodně popisovat chování chodeckého proudu (blízké k výsledkům experimentu).



Obr. 1.2: Úrovně motivace pohybu chodců.

Rozlišují se následující přístupy, na bázi kterých pracují modely pohybu:

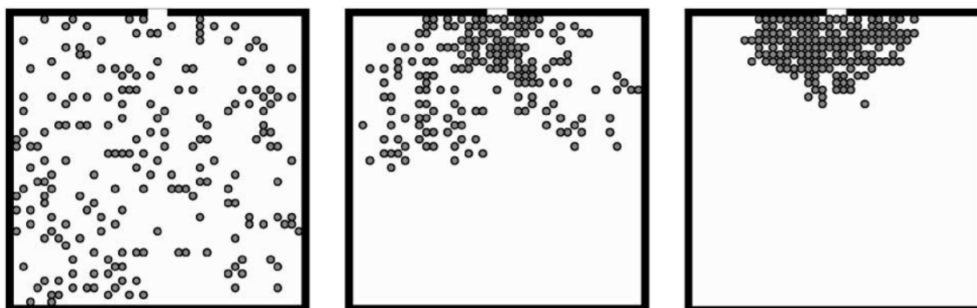
- Mikroskopický vs makroskopický přístup: v prvním případě se dá vyčlenit několik chodců a zkoumat jejich vlastnosti, trajektorie. V makroskopickém modelu se na dav nahlíží jako na spojitý shluk, proudy (chodců).
- Diskrétní vs spojitý model: čas je v modelu diskrétní či spojitou veličinou.
- Deterministický vs stochastický model: všechny možné reakce jsou jednoznačné, předem dané a nedají se změnit, či chodec může reagovat na jednu a tutéž situaci různě, s určitou pravděpodobností.
- Model založený na pravidlech vs na silách: rozhodnutí spočívá na informaci o současné situaci a cílech chodce, na rozdíl od modelu, který je založen na silách, kde člověk "cítí" na sobě působení sil jiných chodců či infrastruktury a rozhoduje se dle výslednice sil.

- Vysoká vs nízká přesnost modelu: v prvním případě se model maximálně přibližuje k reálným datům provedeného experimentu, ale tím je značně složitější a narůstá jak rozměr dat, tak i čas na jejich zpracování, zatímco model s nízkou přesností bude jednodušší a rychlejší, ale je nutné si uvědomit, že přesnost zde bude vzdálenější od ideální.

Uveďme si několik existujících modelů.

1.1.1 Celulární automat

Celulární model je nejpoužívanější - jednoduchý a rychlý - způsob, jakým můžeme modelovat pohyb chodců. Tady je celý zkoumaný prostor rozdělen na síť buněk. Každá buňka může mít pouze dva stavy: je buď obsazena (jedním chodcem) či prázdná.



Obr. 1.3: Znárodnění celulárního modelu, kde se částice postupně shlukují kolem východu [1].

Jeden z druhů celulárního modelu je tzv. TASEP, neboli totally asymmetric simple exclusion proces. Byl navržen poprvé v roce 1968 [2]. Dnes je to jeden z nejzákladnějších modelů např. pro modelování dopravního provozu. Princip fungování se zakládá na tom, že po jednorozměrné síti o rozměru m v diskretním čase se N částic pohybuje zleva doprava, $N \leq m$. V každém kroku diskretního času t částice má na výběr, jestli s pravděpodobností p se posune o jedno políčko (o jeden krok) dopředu, nebo s pravděpodobností $1 - p$ zůstane stát na místě. Rozhodování je připuštěno, pokud následující políčko v daném čase t je prázdné, a tedy částice může na něj "skočit" v čase $t + 1$. Pokud ale následující políčko není prázdné, tzn. stojí na něm jiná částice, pak naše částice zůstane na svém místě s pravděpodobností 1. Počáteční stav může být nastaven tak, že v síti už jsou na jednotlivých pozicích rozmístěny částice, nebo systém je prázdný. Dalším z nastavení je, zda částice mají možnost vkročit či opustit systém - pokud ano, pak vstoupení do sítě (obsazení prvního políčka) se uskuteční s pravděpodobností α a vystoupení ze systému (uvolnění posledního políčka) proběhne s pravděpodobností β . Jednou z dalších variací nastavení TASEPu je možnost jednorozměrnou síť zacyklit do kruhu.

Zkoumáním pohybu chodců na bázi TASEPu jsem se zabývala v rámci své bakalářské práce při modelování situace křížení dvou jednorozměrných proudů částic.

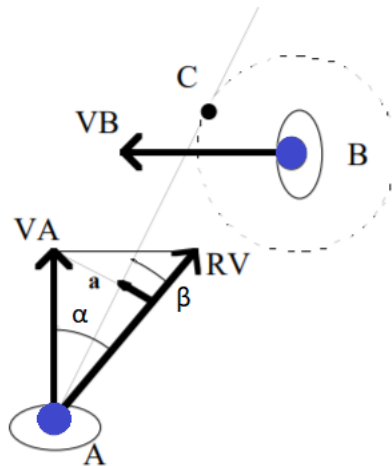
1.1.2 Magnetický model

Tento spojený model s mikroskopickým přístupem byl vyvinut prof. S.Okazakim spolu s S.Matsushitou v letech 1979-1993 (Japonsko)[4]. Každý chodec a všechny překážky jsou nabitě kladně, zatímco záporný náboj je koncentrován v cíli, kam míří všichni chodci se snahou

vyhnout se srážkám. Na každého chodce působí dvě síly: Síla magnetická, která se řídí Coulombovým zákonem a závisí na velikosti elektrického náboje chodců a jejich vzájemné vzdálenosti

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1q_2}{r^3} \mathbf{r},$$

kde ϵ_0 je permitivita vakua, ϵ_r relativní permitivita, q_1 a q_2 jsou velikosti nábojů chodců, vektor \mathbf{r} je vzdálenost mezi nimi. Druhou silou je síla, která působí na jednotlivce, aby se předešlo srážce s jiným chodcem či s překážkou, vyvine zrychlení popsané jako vektor $\mathbf{a} = V \cos \alpha \tan \beta$, kde α, β jsou úhly znázorněné na dolním Obr.1.4.



Obr. 1.4: Písmeny A a B označeni chodci. Přímka AC je tečnou ke kružnici okolo chodce B. Tato kružnice představuje zónu osobního prostoru, do které cizím lidem by nebylo radno vstupovat a jejíž poloměr závisí na kulturní příslušnosti jedince (S.Okazaki pracoval s kružnicí o poloměru 60 cm [4]). VA je vektor rychlosti pohybu chodce A, obdobně VB náleží chodci B. RV je relativní rychlost chodce A k chodci B (tj. rychlost chodce A v pohybujícím se systému souřadnic chodce B), α je úhel mezi RV a VA, β je úhel mezi RV a AC. Vektor \mathbf{a} je už výše popsané zrychlení, které je kolmé na tečnu AC. [5].

Výhodou modelu je, že je prostý pro realizaci, dochází k rychlému zpracování, ale z druhé strany chodec se nedá individualizovat (přidat závislost na růstu, váze atd.), nemůžeme modelovat mimořádné situace, kde se chování člověka stává nepředvídatelným (např. v důsledku vyvolané paniky, agrese) a nedá se stanovit žádný jiný cíl kromě snahy mířit k východu a zároveň se vyhnout všem překážkám.

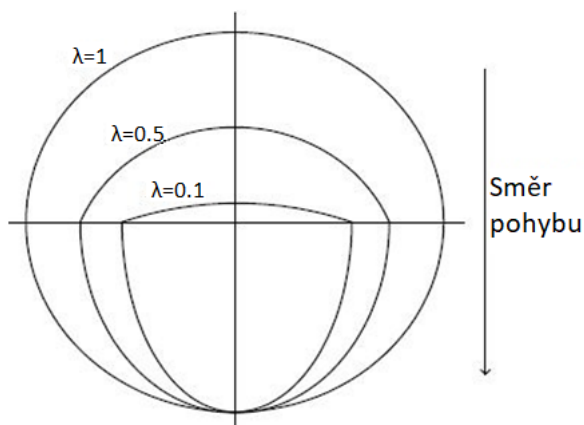
1.1.3 Queueing model

Dalším příkladem je tzv. queueing model, kde chodci vstupují s určitou pravděpodobností do fronty, která funguje dle principu FIFO (first-in, first-out). G.G. Lovas [6] navrhl v roce 1994 stochastický model, kde proud chodců do budovy se dá modelovat jako proces tvoření sítě front. Během pohybu se pracuje s každým chodcem jednotlivě, jenž interaguje s jinými objekty. Uzly jsou tu zastoupeny jednotlivými místnostmi a hrany mezi uzly představují dveře. Během pohybu člověk vybírá další uzel v souladu s určitou pravděpodobností.

1.1.4 Model sociálních sil

Model sociálních sil, navržený D.Helbingem a P.Molnarem (Německo)[7], používá Newtonovy pohybové zákony. Sociální síly reprezentují různé podněty, které můžou motivovat či ovlivnit chování a pohyb člověka. Výslednice sociálních sil závisí na poloze a rychlosti chodce. Tento model zachycuje přirozené jevy, ke kterým dochází během pohybu v davu, a autoři modelu došli k následujícím závěrům:

1) Chodci vybírají obvykle nejkratší cestu k cíli. 2) Chodci se pohybují svou individuální rychlostí, která závisí na situaci, terénu, pohlaví, věku atd. 3) Nejzjevnější silou je ta, která pobízí člověka pohybovat se k cíli. 4) Nejdůležitější vzájemné působení mezi chodci je snaha udržovat si určitou vzdálenost mezi sebou. Tato snaha se popíše jako vzájemné odpuzování, jejíž hodnota závisí na vzdálenosti mezi chodci. Odpuzování nabývá nejvyšších hodnot při krátké distanci a blíží se k nule, čím víc se od sebe lidí vzdalují. 5) Pohyb člověka v místnosti je obvykle anizotropní - pokud λ je menší než 1, viz Obr. 1.5 - což znamená, že veličiny jsou závislé na volbě směru, tj. i vlastnosti v různých směrech se liší. Při pohybu člověk přidává víc na důležitosti ději, který se odehrává před ním než za ním. To jest děj, který vidí před sebou, ho bude ovlivňovat mnohem víc než to, co se odehrává mimo jeho zorné pole. (Právě tato charakteristická vlastnost, kterou si můžeme povšimnout nejen na chování lidí okolo při chůzi či řízení motorového vozidla, ale i na chování nás samotných, vedla k vytvoření alternativního způsobu výpočtu osobního prostoru pro lokální hustotu, zavedení tzv. výseče, viz Sekce 2.3.3.)

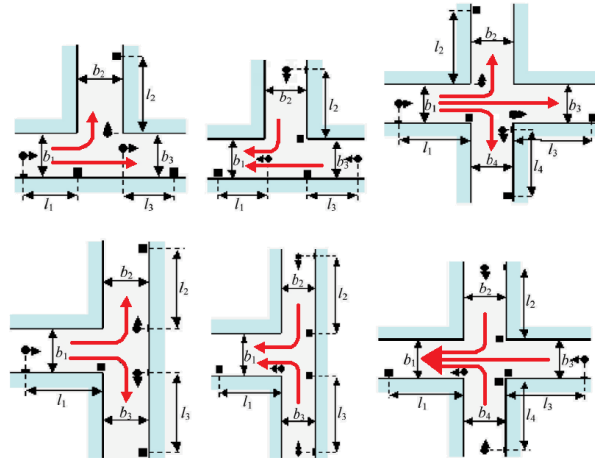


Obr. 1.5: Pokud λ je menší než 1, pak pohyb nazveme anizotropním.

6) Lidí se často druzí do skupinek (synchronizují se). Pokud došlo k odpojení jedince od skupinky (např. v důsledku předejití srážce), člověk se snaží opět do skupinky dostat. Což zachycují přitažlivé síly mezi lidmi. 7) Každý člověk se chová individuálně, a proto jeho pohyb nemusí ideálně zapadat do stanovených zákonů. Tyto výchylky (oscilace) se jeví jako vlnění kolem hlavního směru pohybu. Mají normální rozdělení a jsou kolmé k tomuto pohybovému vektoru.

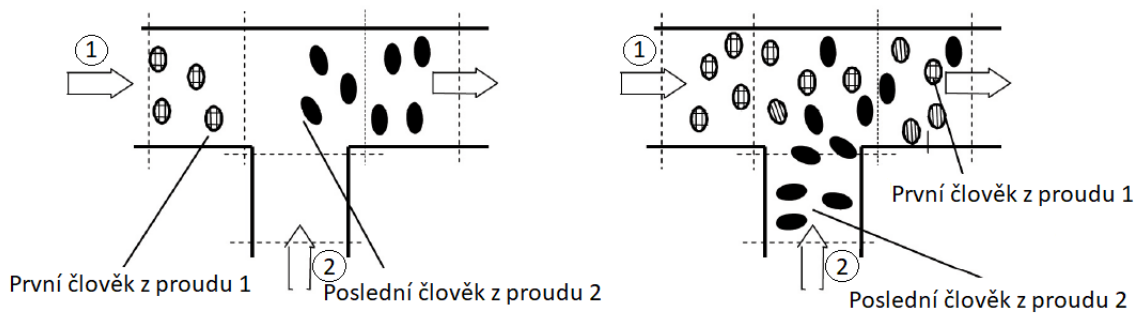
1.2 Vzájemné působení vícero proudů chodců

Teď se podíváme na různé situace, ke kterým by mohlo docházet při pohybu davu, a zvlášť na ty případy, kterých se účastní vícero proudů - viz Obr.1.6.



Obr. 1.6: Schematické znázornění případu pomocí červených šipek, ke kterým by mohlo docházet při slučování či rozdělování proudu [8].

Ke sloučení několika chodeckých proudů dochází často v úsecích sloučení chodeckých cest (např. jako na Obr.1.7, kde je popsána podmínka, dle které můžeme rozhodnout, zda se opravdu jedná o sloučení dvou proudů, či ne), po čemž proudy pokračují v pohybu společně. Tzn. proces sloučení je vždy doprovázen překročením hranic společně sdílených pásem. Pokud dojde ke sloučení proudu a propustnost nového společného koridoru je nepostačující, pak se před tímto koridorem se začne tvořit zácpa (neboli kongesce) s maximální hustotou za daných podmínek.



Obr. 1.7: Sloučení chodeckých proudů. Na levém obrázku je ukázán případ, kde ke slučování nedochází, jelikož poslední chodec proudu číslo 2 projde sdíleným pásmem dříve, než do něj vstoupí první chodec z proudu číslo 1. Na pravém obrázku, při zohlednění výše napsaného, ke slučování dochází - čas vstupu do sdíleného pásma prvního chodce proudu číslo 1 je menší než čas vstupu posledního chodce proudu číslo 2 [8].

Když se chodci přibližují k “hranici” (například ke dveřím z místnosti), při které budou nuceni změnit své chování, tak každý člověk dopředu začíná korigovat svůj pohyb a směr pohybu, aby pozvolna přešel do nového stavu. Dochází pak ke vzájemnému přibližování chodců (a tedy i zvýšení hustoty) a vytváří se útvar připomínající spojitý ohnutý řetěz. Čím je menší šířka otvoru, tím pak těsněji k sobě lidé stojí.

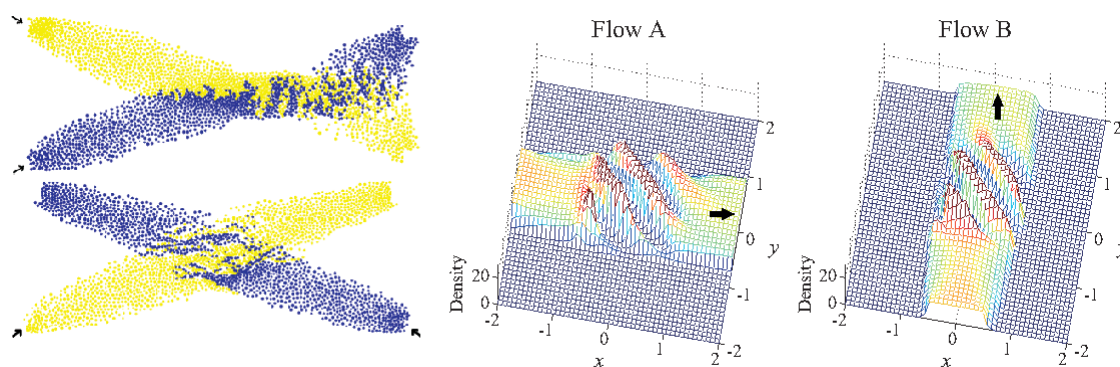
1.2.1 Samoorganizované jevy

V roce 1977 byl japonským vědce Y.Naka [9] objeven pozoruhodný efekt, ke kterému docházelo na křižovatce proudu chodců, a to že na samotném křížení (společně sdíleném pásmu dvou proudů zmíněném výše) vznikají pruhy, které jsou ortogonální vůči součtu dvou původních směrů proudu (znázorněno na Obr.??). Toto bylo potvrzeno v roce 1988 vědci Ando, Ota a Oki [10]. Y.Naka měl tyto pruhy načrtnuté ve formě oblaku bublinek (viz Obr.1.8), které se později začaly zobrazovat jako zřetelné rovné linie oddělující chodce pro dva směry - např. takto tyto pruhy znázorňovali D.Helbing, L.Buzna, A.Johansson, T.Werner ve své práci [11], díky čemuž se to stalo populárním, i když se nevědělo, zda se jedná opravdu o rovné linie či jestli oblak nepopisuje situaci přece jenom lépe. Y.Naka se také domníval, že tok výsledného proudu při křížení dvou proudů může prakticky dosáhnout maxima toku pro jednosměrný proud.

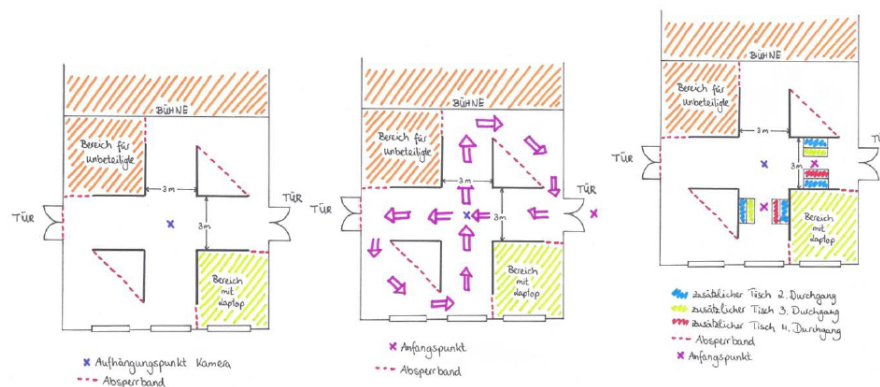
Uveďme si experiment [12] - studentský projekt při výměnném vědeckém program mezi středními školami Shanghai a Karlsruhe. Prováděl se experiment pro potvrzení či vyvrácení výše zmíněných domněnek ohledně vznikajících efektů na křižovatce (schematický náčrtek na Obr.1.9). V závěru došli k tomu, že opravdu na křížení proudů tok a hustota ukazují vysoké hodnoty. Co se týče vznikajících pruhů, tak pozorovali spíše oscilaci bublinek kolem Nakim deklarovaného směru. Občas vznikaly přímé čisté pruhy, ale jen na pár sekund. Připouští, že vliv můžou mít různé parametry jako např. velikost průchodové plochy nebo kulturní faktor. Dopouští, že evropská populace je více individualistická, a proto má menší tendence k přizpůsobení se davu než jiné kultury.

Vrátíme-li se k rozebírání pruhů vznikajících na křižovatce, tak stavu, kde diagonály neodpovídají čistým liniím, se říká chevron effect neboli efekt švu (viz Obr.1.10). Jak se tvoří:

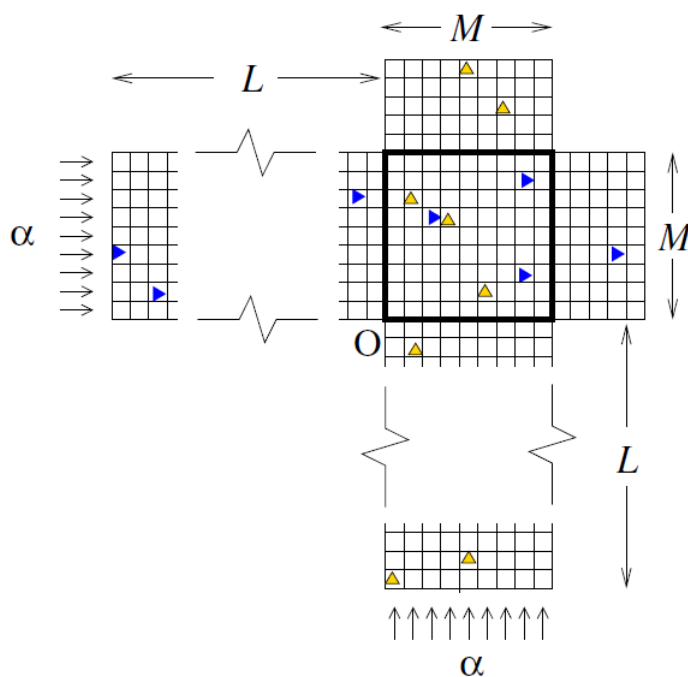
- Pokud se budou pohybovat dva chodci paralelně na dostatečné vzdálenosti, tak se vzájemně nedotýkají a vůbec se navzájem neovlivňují.
- Pokud přidáme chodce pohybujícího se v kolmém směru, vznikne už určitě působení mezi dvěma paralelními chodci – dochází k odklonění chodce od svého původního směru. Analýzou bylo ukázáno, že úhel charakterizující chevron effect by měl být úměrný hustotě.[15]



Obr. 1.8: Vlevo: ilustrační obrázek ze simulace v [11], který dobře reprezentuje fenomén vznikajících pruhů v oblasti křížení dvou proudů, které jsou ortogonální k součtu dvou původních směrů. Obrázek vpravo je výsledek simulace rozložení hustoty v prostoru při křížení dvou proudů (proudu A a proudu B) při použití spojitěho modelu [13].



Obr. 1.9: Geometrie místnosti pro experiment [12] je zobrazená zleva – je ve tvaru 8 a sdílené pásmo má rozměry 3 m x 3 m. Uprostřed – v prvním kole koridory měly stejnou šířku, a to 3 m. Zprava – dále, ve druhém kole pomocí stolu se šířka zmenšila na 2 m (stoly jsou vyznačeny modře); ve třetím kole na 1.5 m (pomocí stolů zelené barvy) a ve čtvrtém na 1 m (červená barva).



Obr. 1.10: Zjednodušený model pro zkoumání chevron effect při křížení dvou kolmých chodeckých proudů. Zde jsou chodci reprezentováni pomocí trojúhelníků, kde příslušnost k určitému proudu se rozlišila barevně. α tu zastupuje rychlost pohybu; M délku strany čtverce, ve kterém dochází ke křížení; L je uvažovaná délka koridoru, po kterých se chodci blíží ke křižovatce.[14].

Zkoumalo se také protínání tří a více proudů (např.[16], [18]) a zatím, z dosud provedených výzkumu, se zdá, že pro ně neexistuje žádný stabilní vzorec, možná jen krátkodobé vzory, které se vzájemně ničí, kvůli čemuž křížení nabývá chaotické povahy.

V roce 2014 M.Imanishu a T.Sano [17] zkoumali vzájemnou závislost hustoty, úhlu křížení proudů a míru vzájemného se vyhýbání chodcům z opačného proudů. Došli k závěru, že chodci upravují svoji rychlost a úhel těla vůči hlavnímu směru pohybu proudu natolik, aby nedošlo k nárazu do ostatních. Experiment byl prováděn ve čtyřech různých úhlech křížení (45° , 90° , 135° , 180°) s využitím tří úrovní hustoty:

1. $0.25 \text{ chodec}/m^2$,
2. $1 \text{ chodec}/m^2$,
3. $2 \text{ chodec}/m^2$.



Obr. 1.11: Ilustrační obrázek z experimentu, kde hustota odpovídá 2 a úhel 135° [17].

Vytváření pruhů kolmých na součet dvou křížících se proudů se dá zařadit pod tzv. samoorganizované či spontánní jevy, ke kterým dochází při pohybu lidí v davu. Tyto jevy nejsou plánované, předepsané či organizované zvenčí. Tyto reakce jsou podvědomé a nezakládají se na nějaké promyšlené strategii člověka nebo komunikaci mezi lidmi. Pokud by tomu tak nebylo, nedaly by se takové situace lehce namodelovat. Další jevy, které se sem dají zařadit, jsou např.:

- vytváření vln v hustých davech,
- rotační toky na křižovatce,
- ucpání nebo oscilace u úzkých míst (bottleneck).

A v neposlední řadě: Pokud máme dokonce i nerovnoměrně rozložené chodce v prostoru s opačnými směry pohybu, tak po nějaké době pohybu se vytvářejí proudy i v jednom, i ve druhém směru, což umožňuje snížit počet srážek (interakcí) a v důsledku snížit brzdění nebo vyhýbání se. Tím se zvýší účinnost chůze v každém směru – maximalizuje se průměrná rychlost [18]. Počet vytvořených proudů závisí na šířce a délce koridoru.

Ze začátku při setkávání opačných proudů vznikají malé pruhy, které se později slučují do širších, tím se sníží počet rozhraní, kde by mohlo docházet ke "tření" mezi protisměry. Při extrémních hustotách nebo vysoké nervozitě davu se pruhy rozpadají (v důsledku velkého počtu různorodě směřovaných krátkodobých pohybů) a může vzniknout zácpa, ke které dochází např. v panickém stavu davu.

Zajímavé je, dle čeho lidé vybírají, z jaké strany mají obejít člověka z protiproudu. Ukazuje se, že v Evropě se preferuje obcházení z pravé strany (včetně Velké Británie, i přesto že tam mají levostranně orientovanou dopravu). V Japonsku lidé vybírají levý směr (levostranná doprava), ale třeba v Jižní Korei, kde je pravostranné řízení, lidí upřednostňují též levou stranu. Preference jedné ze stran je tzv. fenomén lámání symetrie, který dovoluje zefektivnit chůzi, jelikož většina lidí bude volit jeden směr obcházení.

Také se zjistilo, že protiproudy vykazují lepší účinnost než jednosměrný proud, což je překvapující. Důvodem může být, že dochází-li ke zvýšení kapacity a zároveň lidé vidí pohyb v opačném směru, donutí to člověka k lepší koordinaci v prostoru. Při jednosměrném pohybu se jedinec totiž málo věnuje (či vůbec nevěnuje) tomu, co se odehrává mimo jeho zorné pole, v důsledku čehož může docházet ke konfliktům, a jako závěr ke snížení účinnosti [11].

1.3 Psychologický vliv

Jedno z témat, které jsem nemohla opomenout, je vliv psychologického stavu člověka a stavu davu na chování jedince v proudu chodců. Rychlost jednotlivců a rychlost proudu závisí na hustotě, trajektorii, fyzických možnostech lidí, jejich emocionálním stavu (jak jednotlivců, tak i jako davu), a dalších parametrech. Čím vyšší je hustota a psychologické napětí davu při dané situaci, tím více převládá nad individuálním vědomím celkový psychický stav davu jako celku, jako jediného organismu, který vznikl na relativně krátkou dobu. Přesouváme se nyní o úroveň výše v motivaci pohybu chodců, které byly zmíněny na začátku Sekce 1.1, Obr. 1.2.

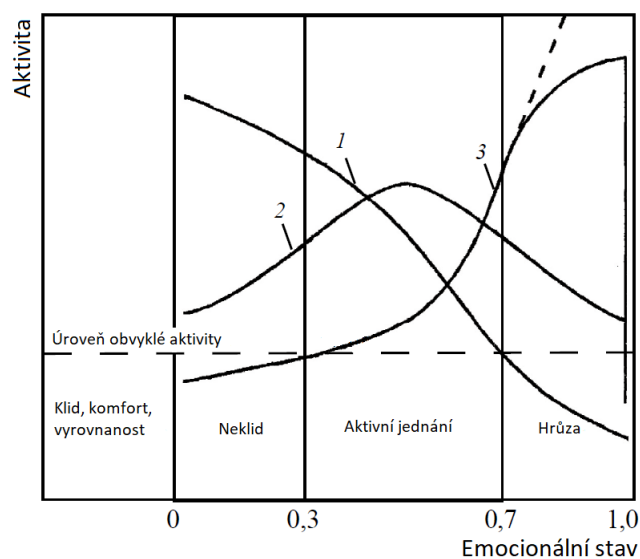
Dosažení určité rychlosti je ovlivněné délkou kroku a jeho frekvencí. Víme, že vyšší hustota bude omezovat chodce v pohybu, ale pokud se podíváme na situaci, v níž hustota odpovídá 2-2.5 člověka/ m^2 , tak zjistíme, že fyzický prostor k pohybu jednotlivci mají, ale rychlost se i přesto snižuje (více o propojení rychlosti a hustoty v Sekci 2.4). Tj. je neomezuje přímo možnost fyzického pohybu, ale omezuje se možnost (a rozmanitost) manévrování. Tedy hustota toku je ovlivněná komplexním fyzickým a psychologickým faktorem, vliv kterého se s rostoucí hustotou zvyšuje [8].

Z psychologie: Jednotlivě vzatí lidé (individua) a davy jsou jako dva póly na škále socio-psychologických znalostí. V souladu s tímto faktem mezi nimi existuje velké množství rozdílů, jelikož dav představuje nový celek, který se nedá (dle vlastností jeho chování) vnímat jako součet jednotlivců, ze kterých se skládá. Individuum nepocituje na sobě přímý vliv ostatních. Jen na základě vnímání jejich chování se “nakazí” tímto chováním, podřídí se mu a následuje [8].

Úroveň emocionální situace se může měnit od nejméně komfortní do velice stresové, vyjádříme si tento fakt pomocí číselné stupnice od 0 do 1, díky čemuž se dají rozlišit tři stádia negativního emocionálního stavu [8].

- $\langle 0, 0.3 \rangle$ - člověk detekuje jen slabé signály o potenciálně možném ohrožení, organismus se připravuje k setkání s neočekávanou hrozbou,
- $\langle 0.3, 0.7 \rangle$ - dá se označit za aktivní fázi, protože se zvyšuje aktivita organismu, která je doprovázená racionálním chováním s cílem eliminovat hrozbu - pokud se to nedaří, vzniká pocit bezmoci a přechází se do třetí fáze,
- $\langle 0.7, 1 \rangle$ - prudký spád racionální aktivity a nárůst neracionálního pohybu.

Emocionální stav člověka různým způsobem ovlivňuje funkčnost jeho centrálního nervového systému, důsledek působení kterého se dá popsat grafem na Obr.1.12. Jak je vidět, pohybová činnost u člověka vzrůstá při zvyšujícím se emocionálním stavu.



Obr. 1.12: Vliv emocionálního stavu člověka na jeho chování: 1 – rozumné rozhodování: Se zvyšujícím se pocitem ohrožení pozornost a schopnost přijímat rozumná rozhodnutí postupně klesá, jelikož čas pro tyto rozhodnutí se zkracuje a emocionální nervozita narůstá. 2 – ovládání se: Se zvyšujícím se pocitem ohrožení schopnost se ovládat nejdříve narůstá (člověk se mobilizuje a je připraven čelit hrozbám), ale později, po překročení nějaké určité hranice, klesá a jedinec v krajních situacích prakticky není schopen se ovládat a nechá se unášet davem. 3 – pohyb: Se zvyšujícím se pocitem ohrožení pohybová aktivita stále narůstá. (Možná pod vlivem klesajícího rozumného rozhodování.) [8]

Nyní bych chtěla věnovat následující část krátkému přehledu chování člověka v davu a psychologii samotného davu. Daná oblast mi přijde velice zajímavá, obzvláště, pokud by bylo možné propojit znalosti z psychologie a sociologie a prolnout je s vědou exaktní - transformovat určité poznatky do jazyka matematiky - do hypotéz, či dokonce následně aplikovat dokázané hypotézy do tvorby predikčního modelu. Myslím si, že právě na křížení různých oblastí vědy (zvláště kontrastních - matematika a technologie vs biologie a psychologie) se může skrývat nejvíce přínosných objevů. Ale samozřejmě chápu, že integrace daných oblastí by potřebovala o hodně více času a výzkumu, proto se zatím omezíme pouze úvodem do problematiky.

Obecně zájem a studium psychologie davu nevznikl z ničeho nic, protože dav může velice snadno přejít do nekontrolovaného, agresivního stavu a způsobit hromadu majetné či fyzické škody nevyklučující lidské násilí. Samotné poslední století skýtá tomu spousty potvrzení [19].

Výzkum psychologie davu a masových nepokojů se dělí na pět kategorií: 1) Studium vlastnosti davu: rozdíly v chování davu s jedincem; změny v chování v závislosti na složení davu, vnitřních a vnějších okolnostech; za jakých situací vznikají masové nepokoje. 2) Analýza chování jedince v davu: jak se mění charakter chování jedince pod vlivem davu; jaké vlastnosti v jedinci jsou davem aktivizované a které potlačeny; jak to závisí od typu davu a jeho složení; jak jedinec může čelit vlivu davu. 3) Výzkum podmínek vzniku, udržování, vývoje a rozpadu davu; okolností, při kterých dav své pasivní chování mění na aktivní, agresivní či přejde do paniky apod. 4) Zkoumání psychologických mechanismů ovládnutí davu: jak dav může být ovlivněn jedincem; jak funguje řízení davu; způsoby ovlivňování davu jedincem či skupinou lidí a požadavky pro efekti-

vitě. 5) Studium socio-psychologických podmínek vzniku masových nepokojů; příčiny vzniku a technologie pro organizaci a předejití vzniku nepokojů. (Nutné připomenout, že úmyslná účast či organizace masových nepokojů doprovázených násilím je v řadě zemí trestné a vede až k odnětí svobody.) [19]

Obyčejný obyvatel vnímá dav jako množství lidí, které se někde hromadí nebo někam pohybuje (ulice města, zastávky hromadné dopravy, v metru, na trzích, v nákupních centrech, fandící na stadionech, poslouchající koncert, účastníci se karnevalu, veřejných shromáždění či politických demonstrací apod.). Jak píše Gustave Le Bon (ve svém díle *The Crowd: A Study of the Popular Mind*, vydané v Moskvě: Akademický projekt v roce 2012, str. 36-37) - "Za určitých podmínek nabývá uskupení lidí zcela nové rysy, které se liší od těch, které charakterizují každého jednotlivce tohoto uskupení... bez ohledu na to, jací jsou lidé sami o sobě, jaké jsou jejich styly života, činnosti, jejich charakter a um, pouhá transformace uskupení jednotlivých lidí do davu postačí k vytvoření jakési "kolektivní duše" nutící dav se cítit, myslet a jednat jako samostatný organismus, a to zcela odlišně od tohoto, jak by to dělal každý člověk jednotlivě." [19]

Je vícero způsobů definovat pojem dav, pokud tyto přístupy sjednotíme, tak dostáváme, že dav - je dočasné sjednocení jednotlivců, které je zapříčiněno společnou potřebou, zájmem, myšlenkou, vírou, uvědomění se své jednotnosti ("My") odlišující se od ostatních, v jeden formální neorganizovaný celek, který získává na čas sjednocení jednotu myšlenek, pocitů, emocí a činu. (Nestačí fyzicky seskupit na jednom místě lidi, aby se začali chovat, myslet a cítit jako jeden organismus.) Příklady: zákazníci v obchodě s potravinami, kteří se tlačí a rozebírají pod vlivem slev zboží; měšťané v lékárnách snažící se co nejdříve nakoupit roušky a vitamíny či léky pod vlivem zpráv o epidemii; fotbaloví fanoušci podporující svůj tým a řešící s jinými diváky, čím je tým lepší; dělníci a zaměstnanci, kteří vyhlásili stávkou; obdivovatelé, kteří čekají na vystoupení svého idola; účastníci flashmobů či nepokojů organizovaných s pomocí sociálních sítí (např. tzv. twitter revolutions). Aby se tyto davy vytvořily, je třeba příčina pro jednotu pozornosti, myšlenek, pocitů, emocí, cílů, chování a činů. To vše vzniká na základě společného zájmu, společné potřeby, idey, víry a stavění proti sobě členů jedné skupiny ("My") a nějaké jiné ("Oni"). Spojení mezi účastníky davu má emocionální a ideologický charakter s vlastností afektu. Co se týče podkladů a důvodů k samotnému vzniku davu, tak všechno tkví v bázevých životních potřebách a příčinách - hlad, strach, zvědavost apod. - které nutí lidi se dočasně sjednocovat a spojovat svá úsilí pro řešení životně důležitých problémů v extrémních situacích [19].

Typy davů lze rozlišit například dle následujících charakteristik [19]:

1. dle způsobu vzniku: spontánní vznik (náhodný, neorganizovaný, reakce na nějaké události), umělý (organizovaný nějakou skupinou, v podstatě v důsledku jde o imitaci davu), kombinace (počátek je organizovaný, ale dále se spouští samoorganizace);
2. dle stádia: tvořící se dav, utvořený, rozpadající se;
3. dle složení účastníků: reálné či fiktivní; homogenní (lidí z jedné sociální vrstvy, věku, pohlaví apod.) či heterogenní (představitelé z různých sociálních vrstev sjednocené dle nějakého faktoru, myšlenky apod.);
4. dle chování: inertní (dav, který vyjadřuje své emoce a požadavky, ale je pasivní), aktivní (od emocí a požadavku už přešel k činům);
5. dle potřeb davu: biologické životní potřeby, sociální, kombinace;
6. dle emocí: panika, agrese, extáze, dav, který se dere o nějaké cennosti (např. potraviny);

7. dle struktury: amorfní, strukturovaný dav;
8. dle hranic: nezmazané hranice, zřetelné hranice (např. při kontrole na vstupu a omezeném prostoru);
9. dle trvání: krátkodobé (několik minut - flashmob), obyčejné (několik hodin), dlouhodobé (den a více).

Jeden a ten samý člověk v a mimo dav se může chovat naprosto odlišně - po řadě pozorování by se daly vyzdvihnout následující psychologicko-sociologické charakteristiky [19]:

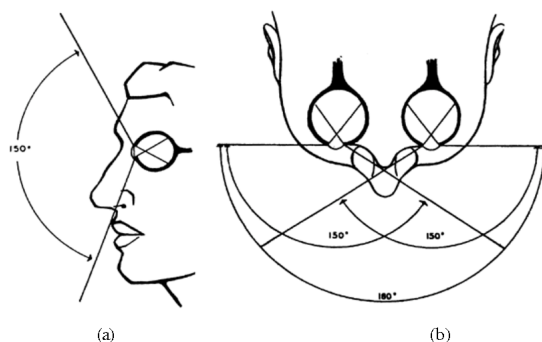
1. snížení sebeovládání, zesílení závislosti od davu, vysoká impulzivnost, neuváženost v chování, rychlé a kvapné reakce;
2. deindividualizace, různí lidé (sociální vrstvou, národností, pohlavím, kulturou apod.) se chovají obdobným způsobem;
3. snížení udržování a rychle přepínání pozornosti mezi vícero objekty, snížení intelektuálních schopností, rychle pohlcení a předání informace (častokrát zkreslené);
4. podléhání ovlivňování zvenku, zvýšená důvěra, sledování za davem, potřeba v jednoduchých, prostých řešeních;
5. zvýšená fyzická a psychická aktivita, mobilizace možnosti lidského organismu (zvednout něco těžkého, rychle běžet apod.);
6. netypické, nepředvídatelné chování, emocionální nestabilita, střídání nálad, prudké propadnutí do stavu vzteku, hněvu, nadšení atd.

Na závěr této části bych chtěla říct, že je třeba více času a možnosti pro studium psychologických jevů ovlivňujících pohyb jedince, pak by bylo možné vytyčit aplikovatelné poznatky pro převedení do hypotéz a provést analýzy.

1.4 Zorné pole

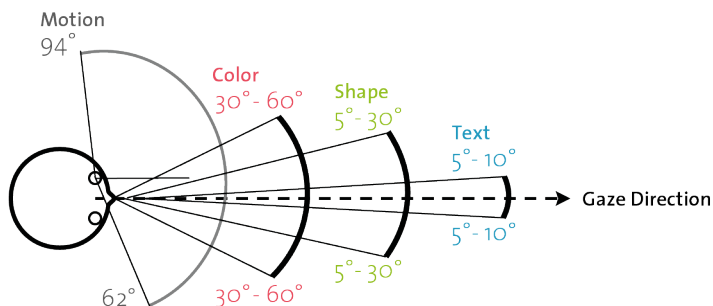
Dalším tématem, které bych chtěla přiblížit, je zorné pole člověka, což je jeden z fyziologických rysů, který se jasně projevuje během pohybu chodce - lidský organismus zpracovává tu vizuální informaci, kterou mu poskytují oči. Je zároveň i omezen možností oka - jeho zorným polem. Veličina beroucí v úvahu zorné pole, která bude zavedena v Sekci 2.2, je alternativou k lokální hustotě. Taktéž Sekce 2.3.3 je touto tematikou inspirována. Ale nejprve je třeba říct něco k dané problematice obecně.

Člověk získává informaci (na základě které se následně rozhoduje, jak bude dále jednat) od svých pěti smyslů. Vklad údajů každého ze smyslů je přibližně následující: 70% zrak, 20% sluch, 5% čich, 4% hmat, 1% chuť [21]. Tj. právě zrak je hlavním zdrojem informace a nejvíce ovlivňuje chování člověka (mluvíme-li o lidech se standardně fungujícími smysly). Co se týče velikosti pole, jeho úhlů (v různých zdrojích se uvádějí trochu odlišná čísla rozsahu možnosti vidění lidského oka), tak ve vertikální ose lidský zrak dokáže zabrat až 150° vizuální reality. V horizontální ose je rozsah každého oka též omezen cca 150°, viz Obr. 1.13.

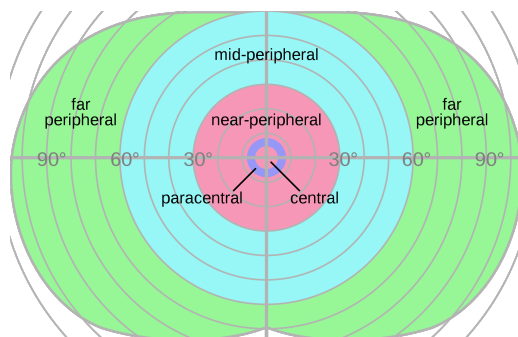


Obr. 1.13: Lidské zorné pole: a) vertikální osa, b) horizontální osa. Převzato z [21].

Těchto 150° se dělí přibližně na 60° směrem k nosu a 90° směrem ven, k uchu. To ale mluvíme o celkově viděném spektru, nikoliv o kvalitě toho obrazu, protože jenom $30^\circ - 60^\circ$ vidíme barevně, ještě v menším rozsahu dokážeme vnímat tvary a formy, $5^\circ - 30^\circ$, a samotný nejkvalitnější fokus, kde dokážeme rozpoznat nejjemnější detaily, tvoří jen $5^\circ - 10^\circ$ viděného spektra, viz Obr. 1.14. Na Obr. 1.15 je vidět zorné pole člověka, ale už jako propojení obrazu z obou očí. Přibližné rozdělení na sféry, které jsou už zmíněny výše: zelená barva - celkový rozsah, modrá barva - barevný rozsah, růžová barva - vnímání tvarů a forem, centrální kolečko - nejkvalitnější fokus našeho zraku.

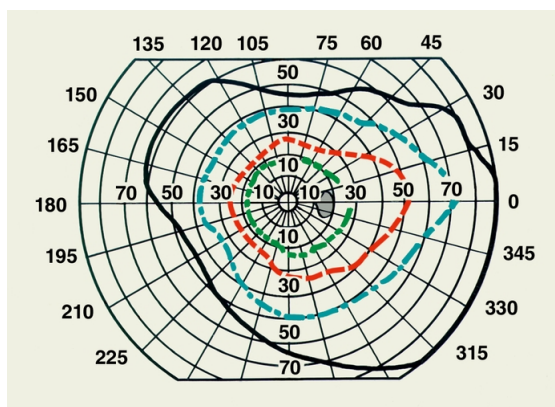


Obr. 1.14: Horizontální zorné pole člověka. Šipka značí směr pohledu a označené sféry (zleva doprava): celkový rozsah, barvy, tvary, text [61].



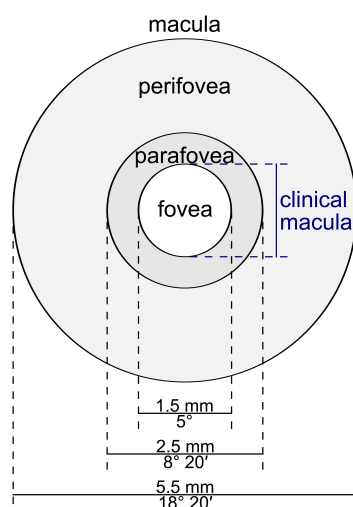
Obr. 1.15: Zorné pole člověka, propojení obrazu z obou očí. Přibližné rozdělení na sféry: zelená barva - celkový rozsah, modrá barva - barevný rozsah, růžová barva - vnímání tvarů a forem, centrální kolečko - nejkvalitnější fokus našeho zraku [62].

Pokud se ponoříme ještě více do hloubky problematiky ([20]), tak zjistíme, že oči vnímají různé barvy v různém rozsahu. Viz Obr. 1.16. To za první, a za druhé, křivka vnímané reality neodpovídá kružnici, ale přibližně takovému tvaru, který je zobrazen na Obr. 1.16 černou křivkou (pro pravé oko).



Obr. 1.16: Zorné pole pravého oka člověka pro optimální zdravý zrak. Pokud obraz viděný pravým okem zafixujeme a nakreslíme kružnici, kterou klasicky popíšeme příslušnými stupni, tak získáme tento graf, na němž jsou zobrazeny oblasti, které lidské oko dokáže vnímat, na základě barvy. Největší oblast zaujímá barva modrá, dále červená a až pak zelená. Černá křivka značí přibližnou hranici viděné reality pro pravé oko [63].

Při výzkumu problematiky, jak zorné pole člověka a funkce periferního vidění se mění pod vlivem denního osvětlení - ve dne a v noci [23], figuruje tzv. useful visual field (UVF), čímž se pojmenovala určitá vizuální oblast, ze které lze získat informace bez pohybu očí nebo hlavy. Velikost UVF není pevně daná, je obecně menší než zorné pole a může být ovlivněná několika faktory, přičemž je rozhodující pro analýzu prostředí a závisí na množství a kvalitě vizuální informace [24]. Je zajímavé, že velikost UVF klesá, když množství informací, které je třeba zpracovat ve vizuálních poli, je velké [25], [26].



Obr. 1.17: Schematický diagram žluté skvrny sítnice zobrazující perifovea, parafovea, fovea a tzv. clinical macula [27].

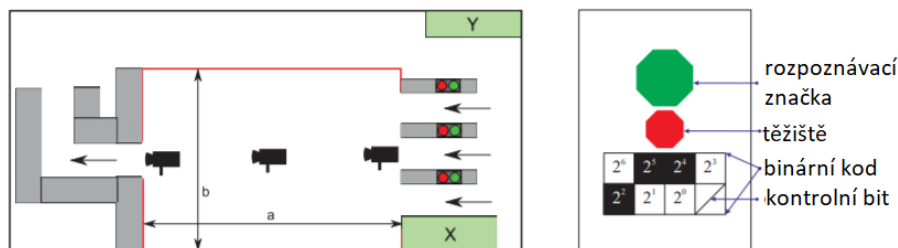
Celé zorné pole člověka je možné rozdělit na periferní a centrální oblast, kde periferní oblast pokrývá většinu zorného pole. Centrální část o rozměru $18^{\circ}12'$ zorného úhlu zahrnuje tzv. fovea, parafovea a perifovea [27], viz Obr. 1.17 níže. Následně po tom, jak v periferní oblasti bude zachycen nějaký objekt, který vzbudí zájem a který může poskytnout více informace po vizuálním prozkoumání, tak na něj bude obrácená část zorného pole fovea pro získání více detailů [28].

Zatímco centrální zorné pole má funkci rozpoznávání a zabývá se rozlišením jemných detailů, čtením a vnímáním barev, periferní vidění hraje dominantní roli v prostorové orientaci. Snížení osvětlení snižuje i citlivost kontrastu a drobné úkoly (např. čtení) při nízkém úrovní osvětlení není možné provádět, ale prostorová orientace probíhá bez potíží. Centrálního zorného pole člověk používá vědomě, zatímco orientace v prostoru se provádí reflexivně nebo s minimálním vědomím (příklad: schopnost většiny jedinců číst při chůzi) [29].

1.5 Experiment

Než přejdu k definicím konkrétních veličin, necht' mi čtenář dovolí popsat experiment, protože v této práci se budeme opírat o jeho data, viz [47], která mi byla poskytnuta.

Následující text je čerpán z bakalářské práce autorky [40]. Experiment proběhl 29.04.2014 ve studovně v budově fakulty v Trojanove ulici 13, zúčastnilo se ho 75 studentů FJFI ČVUT v Praze a celkově se pořádalo 10 kol, kde každé trvalo od tří do pěti minut. Celkem bylo zafixováno 2163 trajektorií chodců. Díky tomu, že vstup do místnosti se rozdělil do třech nezávislých vstupů o šířce 60 cm, každý se svým vlastním signalizačním zařízením, vyřešilo to problémy s interakcemi vznikajícími ve dvojicích či trojicích, které výrazně deformovaly měření. Nastavení pravděpodobnosti zeleného signálu na signalizačních systémech, konkrétně $p_{zelená} = \frac{\alpha \cdot h}{3}$, kde h je minimální časový interval mezi dvěma následujícími chodci (volilo se $h = 0.6$), α se generovala geometrickým rozdělením, již jednotkou je $[\frac{\#chodcu}{s}]$. Pomocí α se dal nastavit tok do místnosti. Po tom, jak chodec opustil místnost, tak místnost obešel a opět se vrátil k semaforům.



Obr. 1.18: Experimentální místnost (o rozměrech $a = 7.2$ m, $b = 4.5$ m) byla snímána 3 kamerami. Technické zajištění bylo umístěno v místech označený X a Y. Napravo je znázorněné schéma čepiček [47], [54].

K detekci chodců sloužily čepičky – pomocí binárního kódu se dalo identifikovat jednotlivce v davu, viz Obr.1.18. K záznamu byly použité tři kamery, které monitorovaly místnost a snímaly 48 snímků za vteřinu (výřezy z kamer na Obr.1.19) [42], [47]:

- centrální byla využita jen pro synchronizaci a makroskopický záznam,
- zbylé dvě (nad vstupem a výstupem) sloužily pro automatickou detekci a také pro identifikaci chodců.

V Tab. 1.1 jsou uvedeny všechny stavy, které během provozu systému nastaly, a související nastavení parametrů. ID zaznamenává název kola experimentu.



Obr. 1.19: Pohled z kamer [47].

ID	α	J_{in}	J_{out}	kategorie
#2	1.20	0.99	0.99	volný tok
#5	1.35	1.22	1.20	volný tok
#4	1.50	1.37	1.30	stabilní cluster
#3	1.50	1.43	1.33	stabilní cluster
#6	1.65	1.39	1.31	stabilní cluster
#7	1.95	1.55	1.37	přechod
#11	1.94	1.61	1.38	přechod
#9	2.25	1.78	1.37	kongesce
#8	2.25	1.79	1.38	kongesce
#10	2.40	1.78	1.37	kongesce

Tab. 1.1: Nastavení parametru α pro každý běh a výstupy s tím spojené (J_{in} je tok na vstupu, J_{out} tok na výstupu). Jednotka pro α , J_{in} a J_{out} je $[\frac{\#chodcu}{s}]$. Převzato z [46].

Kapitola 2

Definice veličin a metodiky analýzy

Class pro modelování různých situací, zkoumání odlišných přístupů k výpočtu hustoty (či alternativní veličiny) pro studium závislosti s rychlostí (viz Podkapitola 2.4) a celá struktura funkcí potřebných pro analýzu přístupných dat (viz Sekce 1.5) byly postaveny autorkou v programovacím prostředí Matlab.

Nejdříve jsou popsány zkoumané veličiny (rychlost 2.1, minimální vzdálenost 2.2 a různé druhy hustoty 2.3), dále dělení trajektorie 2.5, jako zavedený faktor mající vliv na závislost mezi veličinami, a nakonec statistiky 2.6 (zejména korelační koeficient 2.6.3), díky kterým bylo možné závislost analyzovat. V závěru dané kapitoly čtenář si může prohlédnout přehled značení používaného v práci 2.7.

2.1 Rychlost

Výpočet rychlosti pohybu chodce proběhl v dané práci následujícím způsobem. Rychlost i -tého chodce, ozn. v_i , se počítala pro každou časovou změnu Δt a vzdálenost, kterou i -tý chodec ušel za tu dobu, dle klasického vzorce:

$$v_i = \frac{s_{\Delta t}}{\Delta t}, \quad (2.1)$$

kde časovou změnu ozn. jako $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ a vzdálenost $s_{\Delta t}$ se spočítala z dat pomocí x-ové a y-ové souřadnice umístění i -tého chodce v časovém intervalu Δt :

$$s_{\Delta t} = \sqrt{|x_{k+1} - x_k|^2 + |y_{k+1} - y_k|^2}. \quad (2.2)$$

Dále se hodnoty rychlosti dvakrát vyhladily pomocí funkce `smooth`, která využívá tzv. klouzavý průměr s výchozím rozsahem 5, tzn. využívá předešlých 5 hodnot, které zprůměruje. Vyhlazení bylo třeba použít, jelikož, jak bylo uvedeno v Sekci 1.5, za sekundu bylo pořízeno 48 snímků, což způsobovalo značné “skoky” za krátký časový úsek a neplynulý průběh veličiny - aplikace funkce `smooth` s malým rozsahem vůči počtu snímků za vteřinu značně situaci optimalizovala.

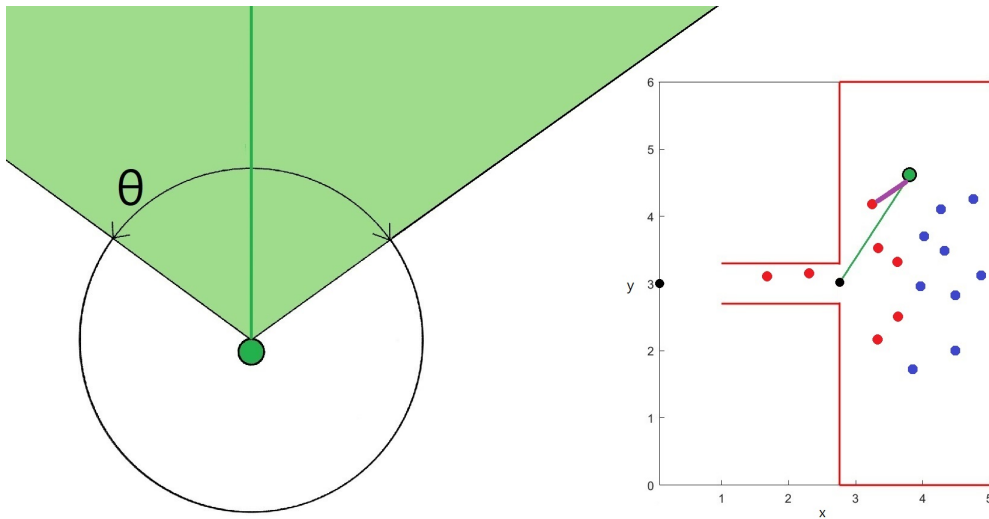
2.2 Minimální vzdálenost

V souvislosti s popsanou problematikou v Podkapitole 1.4 byla zavedena nová veličina, která nadále v práci bude označována jako minimální vzdálenost a která byla definována následovně:

Minimální vzdálenost je veličina, ozn. jako $\mathcal{D}_i(\theta)$, která odpovídá vzdálenosti dle eukleidovské metriky k nejbližšímu chodci v zorném poli daného i -tého chodce. Zorné pole chodce definujeme jako kruhovou výseč s neomezeným poloměrem, kde střed je aktuální umístění daného chodce. Středový úhel výseče θ , tj. úhel zorného pole chodce, leží v intervalu od 0° do 180° . Pokud se ještě chodec nachází v místnosti, před výstupem, osa zorného pole je orientována na střed výstupu, bod $[2.76, 3]$ v souřadném systému experimentu a přístupných dat. Pokud je už chodec za výstupem, osa je orientována na konec koridoru, bod $[0, 3]$. Pokud v zorném poli chodce není žádný člověk, minimální vzdálenost je vzdálenost mezi umístěním chodce a bodem, kam je orientována osa zorného pole. Viz Obr. 2.1. Tj. minimální vzdálenost $\mathcal{D}_i(\theta)$ i -tého chodce odpovídá vzorci:

$$\mathcal{D}_i(\theta) = \min_{\forall [x_{ped}, y_{ped}] \in P(\theta)} \|[x_{ped}, y_{ped}] - s\|_2, \quad (2.3)$$

kde $\|\cdot\|_2$ je eukleidovská norma, $P(\theta)$ je množina chodců taková, že $P(\theta) = \{[x_{ped}, y_{ped}] \mid \text{chodci nacházející se v zorném poli s úhlem } \theta \text{ } i\text{-tého chodce}\}$, $[x_{ped}, y_{ped}]$ je x-ová a y-ová souřadnice umístění konkrétního chodce a s je bod, na který se orientuje osa zorného pole, tj. $s \in \{[2.76, 3], [0, 3]\}$, kde platí, že $s = [2.76, 3]$ (souřadnice středu výstupu) pokud i -tý chodec je před výstupem z místnosti, $s = [0, 3]$ pokud i -tý chodec je za výstupem z místnosti.



Obr. 2.1: Na obrázku vlevo je zobrazen chodec sytě zelenou barvou a jeho zorné pole světle zelenou barvou s úhlem zorného pole θ a osou výseče uprostřed. Na obrázku vpravo si lze prohlédnout část místnosti, v které probíhal experiment. Sytě zelenou barvou je označen vybraný chodec a jeho osa zorného pole. Červená kolečka - chodci, které vybraný chodec "vidí", tj. ti, kteří se nacházejí v jeho zorném poli; modrá kolečka - chodci mimo jeho zorné pole. Černé body - body orientace osy zorného pole, $\{[2.76, 3], [0, 3]\}$. Úhel zorného pole θ je tu stanoven na hodnotu 60° . Fialová barva - minimální vzdálenost $\mathcal{D}_{ZelenyChodec}(60^\circ)$.

2.3 Hustota

Tato sekce se skládá z provedené rešerše a též čerpá z mé bakalařské práce [40] opírající se o příslušnou část v diplomové práci [42].

V dynamice pohybu chodců hustota je počet osob na jednotku plochy. Hustota v bodě je matematická abstrakce, protože lidé rozmístění v prostoru jsou brány diskrétně. A hustotu je dobré definovat pouze v měřítku dostatečně velkém, aby bylo možné ignorovat diskrétnost, ale z druhé strany dostatečně malém, aby bylo možné diskrétní prvky považovat za homogenní “oblak”. Tyto dvě podmínky nejsou v rozporu v mechanice tekutin, kde je cca 10^{18} částic na mm^3 , ale při použití téhož přístupu pro chodce - je to problémem [32].

Všechny přístupy se odvíjí od základního vzorce:

$$\rho = \frac{N}{|A|}, \quad (2.4)$$

kde N je počet chodců v dané oblasti A z celého systému A_{all} , $A \subseteq A_{all}$, $|A|$ značí plochu vybrané oblasti A , ve které chceme spočítat hustotu za zvolený časový úsek. Funkce hustoty může být funkcí závislou na dvou základních proměnných: na poloze chodců a na čase. Měřicí oblast A může být fixována na nějakém místě, například je to výstup z místnosti. Změnou velikosti oblasti měření nebo délky časového intervalu měření bude ovlivněna spolehlivost odhadu hustoty [30]. Tuto základní definici lze uplatnit jak konkrétně k chodcům, tak i k částicovým systémům obecně.

Standardní definice hustoty ρ vykazuje velké rozptyly, když chodci vstupují a opouštějí měřicí oblast, pokud je oblast stejného řádu jako velikost chodců, tj. velikost používané oblasti je srovnatelná s velikostí chodců. Pak tyto odchylky jsou obvykle stejného řádu jako samotná naměřená hustota. Zprůměrováním času lze tyto výchyly odstranit na úkor sníženého časového rozlišení [30].

Ze základního vzorce (2.4) plyne, že pojem globální hustota je chápána hustota v nějaké větší oblasti, přičemž tato oblast je fixovaná a většinou není závislá na nějakém parametru. Ale v některých případech je výhodnější používat lokální hustotu i přes to, že bývá náročnější ji vypočítat, tj. oblast, na které počítáme hustotu, už nebude nezávislá, bude (s jistou pravděpodobností) menší než pro globální hustotu a bude přiřazená nějakému subjektu (např. chodci), kde může nabýt už i nějakého významu (např. prostor, který člověk může vnímat pro korigování svého chování a pohybu - viz dále).

Jednou z možností, jak upravit vzorec (2.4) a zlepšit tím jeho vlastnosti, je průměrování hustoty v prostoru či čase [33]:

$$\langle v \rangle_i = \frac{\Delta x}{t_{out} - t_{in}}, \quad \langle \rho \rangle_i = \frac{1}{t_{out} - t_{in}} \int_{t_{in}}^{t_{out}} \frac{N(t)}{b_{cor} \cdot \Delta x} dt,$$

kde t_{in} a t_{out} jsou časy, kdy i -tý chodec vstoupí a vystoupí z oblasti měření. b_{cor} je šířka obdélníkové oblasti měření a Δx délka (šířka koridoru b_{cor} a zvolený její segment o délce Δx). $N(t)$ je počet chodců v zvolené oblasti v čase t v intervalu mezi t_{in} a t_{out} .

Vraťme se ale k původnímu vzhledu vzorce a zkusme ho rozepsat jinak:

$$\rho = \frac{N}{|A|} = \frac{\int_A p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{|A|} = \frac{\int_A \sum_{j=1}^N p_j(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{|A|} = \sum_{j=1}^N \frac{\int_A p_j(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{|A|}. \quad (2.5)$$

Přestaneme vnímat chodce jako N diskrétních bodů na ploše A a nahradíme je integrálem hustotní distribuce $p(\mathbf{x})$ přes námi požadovanou oblast A , tj. zachycuje fakt přítomnosti všech chodců (v daný okamžik) v prostoru A , tj.

$$\int_A p(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = N.$$

Dále můžeme v (2.5) rozepsat $p(\mathbf{x})$ pomocí součtu hustotních distribucí každého chodce j , tj. $\sum_{j=1}^N p_j(\mathbf{x})$, kde zároveň musí platit pro každé j následující vztah:

$$\int_A p_j(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1.$$

Ten říká, že pravděpodobnost výskytu chodce j (pokud se v daný okamžik nachází v místnosti) je stoprocentní (neboli, dle teorie pravděpodobnosti, integrál hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p_j(\mathbf{x})$ přes celý definiční obor A se má rovnat jedničce).

Příklady funkcí pro hustotní distribuci $p_j(\mathbf{x})$:

- Diskrétní hustotní distribuce: definujeme pomocí Diracovy δ -funkce

$$p_j(\mathbf{x}) = \delta_{\mathbf{x}, \mathbf{x}_j},$$

kde $\delta_{\mathbf{x}, \mathbf{x}_j} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)$ a zároveň požadujeme platnost:

$$\int_A \delta_{\mathbf{x}, \mathbf{x}_j} d\mathbf{x} = \begin{cases} 1 & \text{pokud } \mathbf{x}_j \in A, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Chodci tu vystupují jako diskrétní body, tedy je to jen jiný zápis základní definice (2.4).

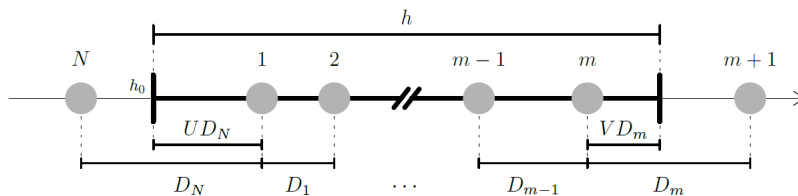
- Skoková funkce:

$$p_j(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{r^2\pi} & \text{pokud } \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\| < r, \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

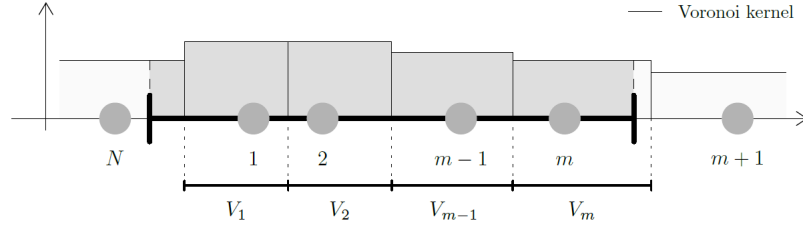
kde chodec j zabírá kruhové okolí o poloměru r . Z předpisu můžeme vidět, že hustota na každém okolí zůstává konstantní.

Existují i další varianty pro $p_j(\mathbf{x})$, ale než je podrobně popíšu, chtěla bych, aby se čtenář podíval na případ 1D, který je uveden v práci [35], kde se autoři snaží zhodnotit přesnost odhadů hustoty v jednosměrných proudech. Tento případ není pro nás zajímavý, protože se pohybujeme v trojrozměrném prostoru, ale přesto uvedu ilustračně.

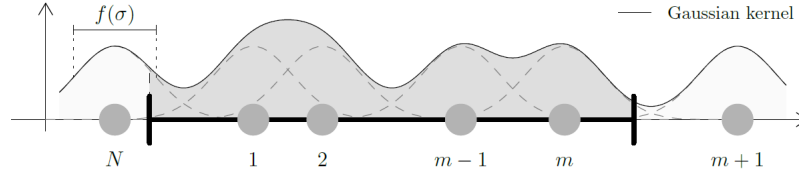
Analýza se prováděla v kontrolovatelných systémech, kde je hustota homogenní a jsou známy všechny vlastnosti. Cílem bylo odhadnout globální hustotu pomocí místních měření nebo hustotního profilu při vysokém prostorovém rozlišení bez zkreslení a nízkých odchylek. Klasický odhad využívající diskrétní počty pozorovaných chodců (počet chodců v měřené oblasti, viz Obr. 2.2) je porovnáván s kontinuálními odhady pomocí např. tzv. Voronoiho diagramu (viz Obr. 2.3) či gaussovského jádra (viz Obr. 2.4) - přístupy jsou popsány níže. Střední kvadratická chyba a zkreslení odhadů se následně počítala z empirických dat a experimentů Monte Carlo [35].



Obr. 2.2: Diskrétní přístup v jednorozměrném proudu. h je měřená oblast, částice 1 až m se nacházejí v uvažovaném intervalu h , intervaly D_1 až D_m jsou vzdálenosti mezi aktuální částicí a následující [35].



Obr. 2.3: Přístup s Voronoiho diagramu v jednorozměrném proudu. Částice 1 až m se nacházejí v uvažovaném intervalu h , intervaly V_1 až V_m jsou Voronoiho buňky pro příslušnou částici 1 až m [35].



Obr. 2.4: Přístup s Gaussovou funkcí v jednorozměrném proudu. Částice 1 až m se nacházejí v uvažovaném intervalu h , každé částici je přiřazena Gaussova funkce. V místech překryvu se funkce sčítají [35].

2.3.1 Kuželová a Gaussova distribuční funkce

Lokální či jinak řečeno individuální hustotu jsme dostali tak, že integrál hustotní distribuce přes kruhové okolí aktuálního umístění i -tého chodce se vydělil plochou tohoto okolí (v daný časový okamžik), neboli individuální hustota i -tého chodce v čase t je:

$$\rho_i = \frac{\int_A \sum_{j=1}^N p_j(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{|A|}, \quad (2.6)$$

kde N je celkový počet chodců v místnosti, $\sum_{j=1}^N p_j(\mathbf{x})$ odpovídá hustotní distribuci v celé místnosti a pomocí integrálu $\int_A \sum_{j=1}^N p_j(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$ vybereme z celé místnosti jen hodnoty v požadované oblasti A . Toto se provede pro každé t během celé doby pohybu i -tého chodce.

Ještě musím zmínit, že do individuální hustoty jsem započítávala i hustotní distribuci samotného chodce. Otázkou je, jestli je správné (či v jakých případech) započítávat do individuální hustoty hustotu samotného chodce, protože hustota (a tedy vyskytování kolem jedince dalších lidí) má vliv na jeho chování, zatímco člověk sebe samého takhle nevnímá.

Byly využité a mnou naprogramované dvě individuální hustoty pro j -tého chodce v daný časový okamžik t využívající definici (2.6). Pro snazší orientaci v následujících částech práce jsem každé přiřadila svůj název:

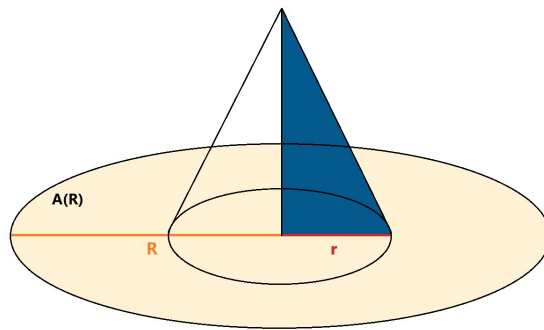
- Lokální hustota “Kužel” s hustotní distribuci používající kuželový přístup:

$$p_j(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{3}{\pi r^3} \cdot (r - \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|_2) & \text{pokud } \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|_2 < r, \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases} \quad (2.7)$$

kde $\frac{3}{\pi r^3}$ vystupuje jako normovací konstanta a $\|\cdot\|_2$ je eukleidovská norma. Funkce přiřadí j -tému chodci kruhové okolí a výsledné hodnoty odpovídají klesající lineární funkci, tzn. hustotní distribuce pro jednoho chodce je ve tvaru kužele, viz Obr. 2.5.

U “Kužele” lze volit poloměr kruhové podstavy kužele r , pomocí kterého se pak tvoří hustotní distribuce, a poloměr kruhového okolí R , na kterém počítáme individuální hustotu. V důsledku máme dva parametry, které můžeme měnit a dostávat ve výsledku různé hodnoty, a to:

- r ... poloměr podstavy kužele pro hustotní distribuci (2.7),
- R ... poloměr kruhového okolí A , přes které počítáme hustotu, tj. $A(R)$.



Obr. 2.5: Ilustrace pro distribuční funkci s kuželovým přístupem obsahující parametr r odpovídající poloměru podstavy. Parametr R je poloměrem kruhového okolí A označeného bledě žlutou barvou. Umístění chodce z dat odpovídá středu podstavy kužele.

Dalším ze způsobu přístupu k hustotní distribuci v (2.6) je použití Gaussove funkce [31], [34].

- Lokální hustota “Gauss” s Gaussovou funkcí pro hustotní distribuci:

$$p_j(\mathbf{x}) = \frac{1}{\pi r^2} \cdot \exp\left(\frac{-\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|_2}{r^2}\right), \quad (2.8)$$

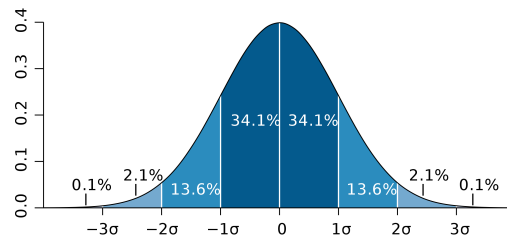
kde $\frac{1}{\pi r^2}$ je normovací konstanta a $\|\cdot\|_2$ je eukleidovská norma. Funkce přiřadí j -tému chodci Gaussovou funkcí ve trojrozměrném prostoru.

Obdobně jako “Kužel”, “Gauss” má dva parametry: r a R , kde R je poloměrem pro okolí A , kde počítáme hustotu, tj. $A(R)$. V klasickém vzorci gaussovská funkce má následující tvar:

$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$, kde σ ovlivňuje šířku “zvonu”. Neboli σ je směrodatná odchylka, odchylka od střední hodnoty, viz Obr. 2.6 - v našem případě ve středu gaussovské funkce je umístěn chodec. Pokud položíme do rovnosti jmenovatel uvnitř exponenciály z výše použitého vzorce (2.8) a z klasického, tak dostaneme (bereme jen kladnou hodnotu, jelikož hovoříme o rozměru), že:

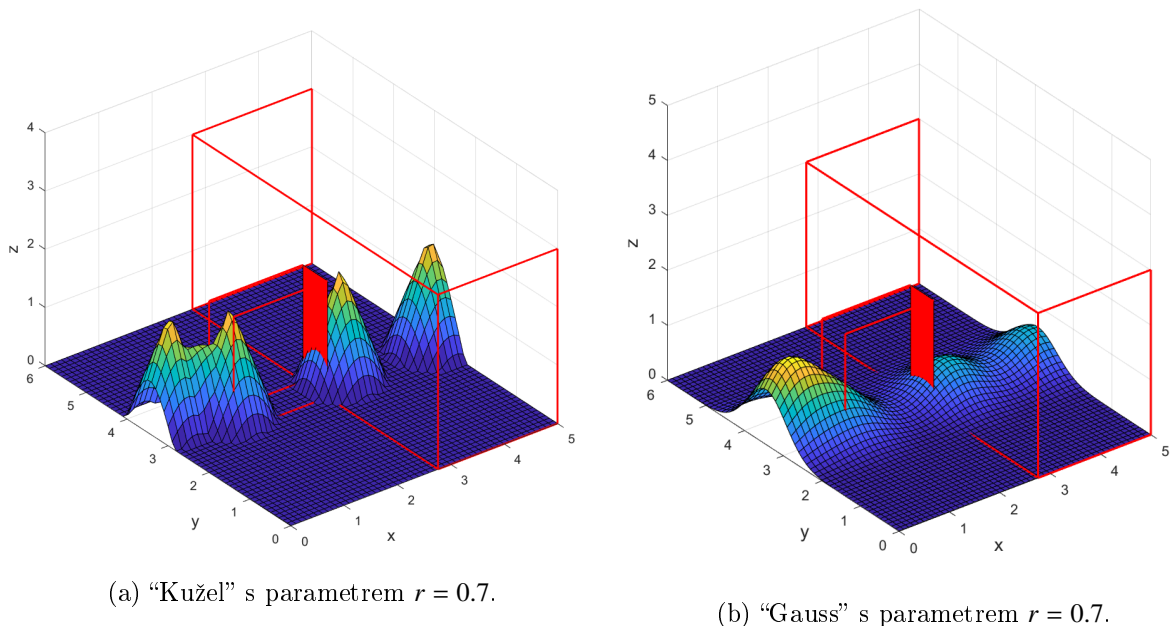
$$r = \sqrt{2}\sigma,$$

tj. zavedený parametr r je odmocnina ze dvou směrodatné odchylky pro normální rozdělení.



Obr. 2.6: Hustota normálního rozdělení pravděpodobnosti s parametrem σ [64].

Co se týče praktické implementace, tak byly v Matlabu vytvořeny funkce, které spočítaly individuální hustotu i -tého chodce: nejdříve se vybrali chodci ze stejného kola jako i -tý chodec. Zjistil se počet chodců, kteří se v daný okamžik t vyskytují v místnosti. Dále se fakt přítomnosti každého z chodců zafixoval pomocí jedné z distribučních funkcí. V podstatě se na každého chodce “nasadil” kužel či gaussovská funkce v daný časový okamžik. Jelikož v nějakých situacích chodci stojí k sobě natolik blízko, že se jejich kužely či gaussovské funkce překrývají, tak potom v těchto místech došlo k vysčítání hodnot. Ve výsledku byly obdrženy hustotní distribuce $p(\mathbf{x})$ napříč celou místností v daný okamžik t . Pro lepší ilustraci si prohlédněte Obr. 2.7.



(a) “Kužel” s parametrem $r = 0.7$.

(b) “Gauss” s parametrem $r = 0.7$.

Obr. 2.7: Náhled naprogramovaných funkcí pro analýzu hustoty s použitými daty z experimentu v softwarovém prostředí Matlab.

Pokud shrnu vše výše popsané, tak máme individuální hustotu, ozn. jako $\rho_i(r, R)$:

$$\rho_i(r, R) = \frac{\int_{A(R)} \sum_{j=1}^N p_j(r, \mathbf{x}) d\mathbf{x}}{|A(R)|}, \quad (2.9)$$

která v nezávislosti na výběru jedné či druhé distribuční funkce ((2.7), (2.8)) má dva parametry: r a R , kde r odpovídá za “šířku” útvaru, kterým se chodec aproximuje, taktéž tento

parametr se dá interpretovat jako “šířka” osobního prostoru člověka (tuto myšlenku si, prosím, zapamatujte, vrátíme se k ní níže). Parametr R značí poloměr kruhového okolí A , na kterém se vypočítává hustota - interpretace: šířka okolí, na které člověk při vzniklých okolnostech bere ohled a na základě informace získané z tohoto prostoru buduje své vlastní chování (taktéž, bude ještě zmíněno později).

2.3.2 Hustota pomocí Voroného diagramu

Jedním ze způsobů, jak zmenšit rozptyly při měření, je použít pro výpočet tzv. Voronoiovy diagramy. Tato metoda také umožňuje vyšetření na měřítku menším než chodci [30]. Každému chodci je přiděleno rozdělení hustoty a právě toto rozdělení využívá Voronoiho diagramy [32]. V daném čase t_i máme sadu pozic pro každého chodce, vypočítáme Voronoiho diagram pro tyto body a pro každého chodce $i \in \{1, \dots, N\}$ dostaneme buňku A_i . Buňky lze považovat za osobní prostor jednotlivých chodců. S pomocí těchto buněk následně lze definovat distribuci hustoty v celé experimentální oblasti. To jest:

$$p_k(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{|A_k|} & \text{pokud } \mathbf{x} \in |A_k|, \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

kde A_k jsou si navzájem disjunktní, $\sum_{k=1}^W |A_k| = |A_{all}|$, tj. W buněk $|A_k|$ dělí celou místnost $|A_{all}|$.

Celková hustotní distribuce v místnosti se spočítala jako:

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M p_k(\mathbf{x}),$$

kde $p_k(\mathbf{x})$ je hodnota pro vybranou k -tý bod v prostoru a M je celkový počet bodů ($M > W$), tj. $p(\mathbf{x})$ je suma přes všechny body v prostoru.

Problémy nastávají u osob na okraji skupiny, u nichž se Voronoiova buňka může rozšířit do nekonečna (pokud A_{all} není ohraničená oblast). Omezení velikosti jednotlivých buněk pomáhá, ale konkrétní volba podmínek je poněkud libovolná. V postupu měření hustoty v dané oblasti autoři [32] použili omezení na $2m^2$. V přítomnosti zdí je Voronoiova buňka omezena na oblast uvnitř.

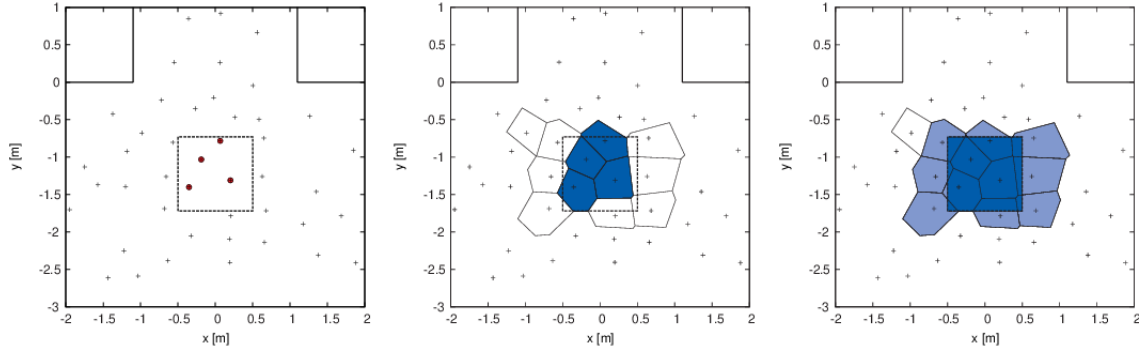
Pro výpočet hustoty lze použít vzorec

$$\rho_{v_1} = \frac{\int_A p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{|A|}$$

nebo vzorec níže, který zahrne do $|A|$ všechny osobní prostory (buňky) chodců, kteří se nacházejí v oblasti $|A|$ (viz Obr. 2.8):

$$\rho_{v_2} = \frac{N}{\sum_{k=1}^N |A_k|}$$

Tato metoda s využitím Voronoiových diagramů má jednu důležitou nevýhodu: hustota závisí na přesném umístění měřicí oblasti, čímž vznikají velké skoky pro malou plochu. Tyto skoky lze snížit pomocí průměrování v čase a/nebo polohy oblasti za cenu rozlišení [32].

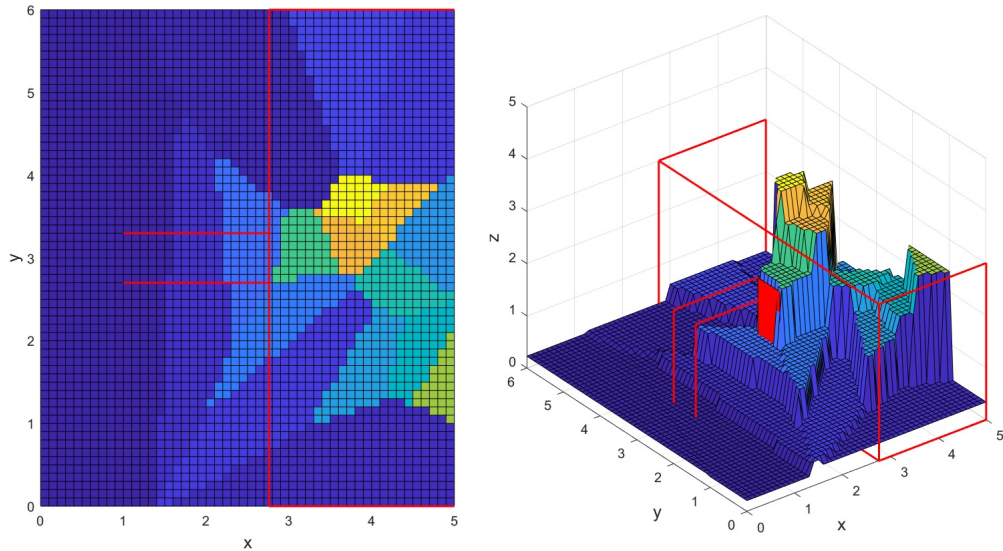


Obr. 2.8: Zde můžeme vidět srovnání klasické hustoty (vlevo) a dvou přístupů voronoiské hustoty. Obrázek uprostřed ukazuje voronoiskou hustotu jen pro ty částice, jejichž jádra se nacházejí uvnitř naše označené oblasti A , tj. ρ_{V_2} , zatímco obrázek vpravo započítává do hustoty i části osobního prostoru chodců, kteří svými buňkami jen zasahují do vybrané oblasti A , tj. ρ_{V_1} . Tmavě modré oblasti přísluší ρ_{V_1} či ρ_{V_2} [32].

Při použití ρ_{V_1} ve výsledku dostáváme lokální hustotu, kterou jsem pro danou práci pojmenovala “Voronoi”, s jediným parametrem R , jako poloměr pro kruhovou oblast A :

$$\rho_i(R) = \frac{\int_{A(R)} p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{|A(R)|} = \frac{\int_{A(R)} \sum_{k=1}^M p_k(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{|A(R)|}, \quad (2.10)$$

kde s pomocí $\int_{A(R)} p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$ bylo možné vybrat ze všech bodů pouze ty, kteří se nacházejí v kruhové oblasti $A(R)$ i -tého chodce.



Obr. 2.9: Ilustrace hustoty “Voronoi” naprogramované v prostředí Matlab. Levý obrázek může poskytnout informaci o buňkách, které dělí celý prostor, na pravém obrázku vidíme tu samou situaci ale už v trojrozměrném prostoru. Škála hodnot je tu implementovaná pomocí výšky jednotlivých buňek (viz pravý obrázek) či barev: tmavě modrá barva vypovídá o nízké hustotě v dané buňce, žlutá - o vysoké hodnotě.

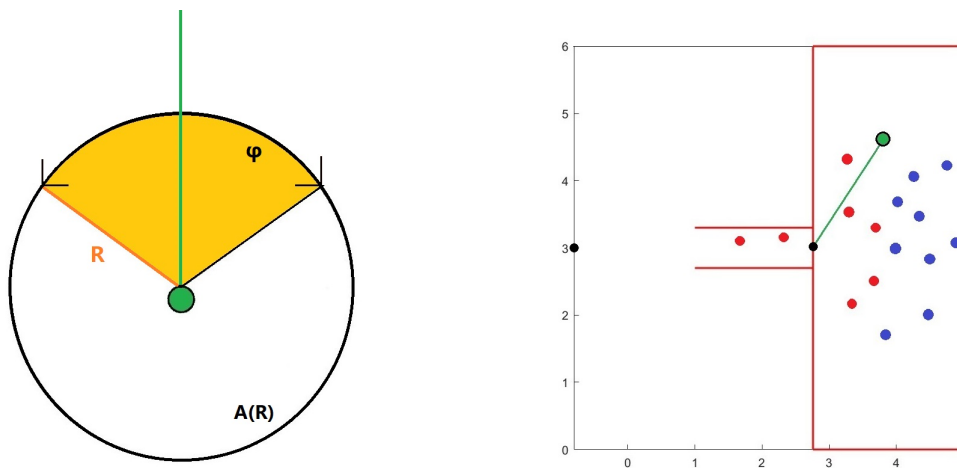
Obr. 2.9 demonstruje napsanou funkci “Voronoi” při počítání hustoty v softwaru Matlab.

Proč jsem “Voronoi” a “Kužel” s “Gaussem” nedala do jedné sekce, když v obou částech se jedná v podstatě jen o rozdílném vzorci pro $p_j(\mathbf{x})$? Protože za prvé funkce “Kužel” a “Gauss” mají dva parametry, zatímco “Voronoi” pouze jeden, a za druhé u “Kužele” a “Gausse” se distribuční funkce tvoří pomocí součtu individuálních aproximovaných chodců, ale u “Voronoi” musím nejdřív zjistit celou situaci v místnosti (kolik je lidí a kde se přesně nachází), aby bylo možné až následně každému bodu přiřadit odpovídající hodnotu pro přidělenou buňku. Tzn. u “Kužele” a “Gausse” postupuju od jednotlivců k davu, zatímco u “Voronoi” přesně naopak - od celku v detailu, proto v jednom případě jsem použila $p_j(\mathbf{x})$ a součet přes celkový počet chodců v místnosti N a ve druhém $p_k(\mathbf{x})$ se součtem přes celkový počet bodů M v naprogramované místnosti (jednotlivým bodům odpovídá síť složená z malých čtverečků na Obr. 2.9).

2.3.3 Výseč

Po zkoumání zorného pole člověka a pokusu aplikace získané informace v podobě zavedení nové veličiny - tzv. minimální vzdálenosti, viz Sekce 2.2, byla položena otázka, zda vliv zraku při pohybu člověka lze použít i nějak jinak, např. přímo při výpočtu hustoty. Odpověď byla nalezena - v této práci zavádíme další faktor pro výpočet hustoty tzv. výseč s parametrem φ .

Použijeme-li při výpočtu hustoty “Kužel”, “Gauss” (Sekce 2.3.1) či “Voronoi” (Sekce 2.3.2), tak u všech variant ve vzorci figuruje kruhová oblast $A(R)$ o poloměru R , kterou lze vnímat jako okolí, ze kterého člověk získává údaje o aktuální situaci a následně na jejich základě má možnost upravovat své chování. Při takové interpretaci $A(R)$ přirozeně se nabízí možnost se pokusit tuto oblast přiblížit reálným fyziologickým možnostem člověka.



Obr. 2.10: Ilustrace zavedeného faktoru výseč při výpočtu individuální hustoty. Na obrázku vlevo žlutou barvou je označena výseč s parametrem φ a zelenou osou, která z původní celé kruhové oblasti $A(R)$ vybere jen část, kterou jsme v analýze interpretovali jako zorné pole člověka při pohybu. Osa výseče je orientována na střed výstup či na bod na konci koridoru (černé tečky) v závislosti na tom, zda chodec je ještě před dveřmi, či už na nimi. Obrázek vpravo ukazuje, že vybraný chodec zelené barvy s nastavenou výsečí na úhel φ má možnost vnímat červené chodce a zároveň nevnímá chodce modré.

Pohledte na Obr. 2.10 - kruh vlevo odpovídá $A(R)$, z kterého jsme se rozhodli použít při výpočtu hustoty pouze žlutou výseč o úhlu φ , přičemž střed výseče označeny zelenou barvou, pomocí kterého lze orientaci zorného pole člověka určit, funguje s využitím toho samého mechanismu jako zelená osa na Obr. 2.1 v Sekci 2.2, tj. před výstupem, osa výseče je orientována na střed výstupu, bod [2.76, 3] v souřadném systému experimentu, a pokud je už chodec za výstupem, osa je orientována na konec koridoru, bod [0, 3] (černé tečky na Obr. 2.10). Obrázek vpravo nám ukazuje, že vybraný chodec zelené barvy s nastavenou výsečí na úhel φ má možnost vnímat červené chodce (všechny či jen ve své blízkosti - záleží na poloměru R) a zároveň nevnímá chodce modré.

Co se týče nastavení úhlu φ , tak jsme se rozhodli zafixovat zavedený parametr, jelikož počet variant výpočtu hustoty (“Kužel”, “Gauss”, “Voronoi”) s jednou alternativou (minimální vzdálenost) při zahrnutí všech možných variací nastavení parametrů pro jednotlivé vzorce se zdál být už dostatečným pro možnosti této diplomové práce. Fixace proběhla na hodnotě $\varphi = 140^\circ$, jelikož právě daná hodnota byla v minulém zkoumání problematiky zorného pole označena za optimální.

V analytické části mimo označení “Kužel”, “Gauss”, “Voronoi” se čtenář setká s “doplňky” k těmto názvům - a to “S” a “Bez”, což znamená, že uvedené výsledky využily hustotu spočítanou s výsečí či bez ní. Ve výsledku doposud všech výše uvedených definic nám vzniklo sedm možných variant: hustoty “Kužel”, “Gauss”, “Voronoi” s či bez výseče, plus alternativa k hustotě minimální vzdálenost, kde nebylo třeba výseč zavádět.

2.4 Fundamentální diagram

Po tom, jak jsme se zorientovali v samotné tématice pohybu chodců a používaných veličinách, je třeba rozebrat vzájemné vztahy základní trojice veličin, na kterou se opírá celá teorie modelování dopravních systému. V oblasti modelování pohybu chodců je snaha využít znalosti z teorie modelování dopravy a přizpůsobit je svým podmínkám.

2.4.1 V teorii modelování dopravy

[39] Představme si přímku, po které se pohybuje N částic, aut. Pro následující vysvětlení a použití ponecháme částice bezrozměrné. Zavedeme jednotku *veh*, která bude vyjadřovat počet aut. Trojici zmíněných veličin jsou: dopravní tok $J(x, \tau)$, dopravní hustota $\rho(x, \tau)$ a rychlost dopravního proudění $v(x, \tau)$, kde x je aktuální umístění vozidla či skupiny vozidel v čase τ . Dané veličiny jsou vyjádřeny pomocí následujících vztahu. Nejprve rychlost:

$$v(x, \tau) = \frac{\Delta x}{\Delta \tau} \quad [km \cdot h^{-1}], \quad (2.11)$$

kde Δx značí změnu umístění, tj. vzdálenost, kterou zdolala částice či skupina částic, a $\Delta \tau$ změnu času. Dále je to hustota:

$$\rho(x, \tau) = \frac{\Delta N}{\Delta x} \quad [veh \cdot km^{-1}], \quad (2.12)$$

kde ΔN je změřený počet částic na úsečce o délce Δx v čase τ . Tj. hustota je počet částic na jednotku délky. A nakonec tok:

$$J(x, \tau) = \frac{\Delta N}{\Delta \tau} \quad [veh \cdot h^{-1}], \quad (2.13)$$

kde ΔN je změřený počet částic za čas $\Delta\tau$. Tj. tok je počet částic, který proteče určitým místem za jednotku času.

Vztah, který byl odvozen z dynamiky kapalin:

$$J(x, \tau) = \frac{\Delta N}{\Delta\tau} = \frac{\Delta N}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta\tau} = \rho \cdot v. \quad (2.14)$$

V matematickém modelování dopravních systému byl zaveden pojem fundamentální dopravní zákonitost, čímž je chápáno $J = J(\rho)$ či $v = v(\rho)$. Grafy těchto závislostí jsou pojmenovány jako fundamentální diagramy.

Právě druhý vztah $v = v(\rho)$, tj. rychlost jako funkce odvozená od hustoty neboli závislost rychlosti na hustotě, je předmětem zkoumání dané práce. A závislost mezi veličinami byla vyjádřena pomocí lineárního modelu, viz. Kapitola 2.6.

Toto platí pro teorii modelování dopravy. Jak se to převedlo do modelování pohybu chodců? O tom následující část (převzatá z mé bakalářské práce [40] čerpající z diplomových prací [41] a [42]).

2.4.2 V teorii modelování pohybu chodců

Nejdříve si zavedeme tok J , kteří se definuje jako počet chodců N_{out} , které projdou určitým průřezem (detektorem) v měřeném časovém intervalu.

$$J(t_s, t_e) = \frac{N_{out}(t_s, t_e)}{t_e - t_s}, \quad (2.15)$$

kde ve jmenovateli odečítáme počáteční čas měření t_s od konečného času t_e , přičemž $t_e > t_s$, tj. $t_e - t_s$ je měřený časový interval.

Opět konkrétní $N_{out}(t_s, t_e)$ lze vyjádřit následujícími způsoby.

- Skoková funkce – diskretizace spojitého toku:

$$N_{out}^{(1)}(t_s, t_e) = \#\{t_\alpha | t_s \leq t_\alpha \leq t_e\},$$

kde čas průchodu t_α detektorem je omezen počátečním a konečným časem.

Získáme počet chodců, které prošly detektorem v měřeném intervalu. Tato funkce dává lepší výsledky, pokud vezmeme větší časový interval (např. i dobu celého procesu), protože v malém časovém úseku tok může být s větší pravděpodobností nulový (zapříčiněn třeba i malou hustotou, tzn. v tomto malém časovém intervalu detektorem neprojde žádný chodec).

Vzorec pro tok:

$$J^{(1)}(t_s, t_e) = \frac{\#\{t_\alpha | t_s \leq t_\alpha \leq t_e\}}{t_e - t_s},$$

- Lineární interpolace z časů odchodu postupujeme analogicky, akorát po získání bodů tyto body lineárně spojíme, čímž získáme spojitý tok:

$$N_{out}^{(2)}(t_s, t_e) = N_{out}^{(1)}(t_s, t_e) + \frac{t_e - t_{\alpha_{end}}}{t_{\alpha_{end+1}} - t_{\alpha_{end}}},$$

kde $t_{\alpha_{end}}$ je čas poslední částice, která prošla detektorem před časem t_e . Tudiž máme vztah pro tok ve tvaru:

$$J^{(2)}(t_s, t_e) = J^{(1)}(t_s, t_e) + \frac{t_e - t_{\alpha_{end}}}{(t_{\alpha_{end+1}} - t_{\alpha_{end}})(t_e - t_s)}.$$

- S pomocí hustotních distribucí

Máme chodce α , který se v čase t nachází na detektoru – část jeho buňky je před detektorem (označíme tuto plochu jako A_t^{in}) a část za (označíme A_t^{out}). Takové plochy zjistíme pro časy t_s a t_e . Počet chodců spočteme jako:

$$N_{out}(t_s, t_e) = \sum_{\alpha} \frac{A_{t_e}^{out}(\alpha)}{A_{t_e}(\alpha)} - \frac{A_{t_s}^{out}(\alpha)}{A_{t_s}(\alpha)}.$$

Dostáváme tedy tok:

$$J_v(t_s, t_e) = \frac{\sum_{\alpha} \frac{A_{t_e}^{out}(\alpha)}{A_{t_e}(\alpha)} - \frac{A_{t_s}^{out}(\alpha)}{A_{t_s}(\alpha)}}{t_e - t_s}. \quad (2.16)$$

Známe-li rozdíly časů u každých dvou chodců, které za sebou prošli detektorem, pak můžeme upravit rovnici toku a dostaneme, že tok se rovná převrácené hodnotě času, během kterého je chodec průměrně schopný opustit systém (Δt_{α} je rozdíl času průchodu dvou po sobě jdoucích chodců).

$$J^{(1)}(t_s, t_e) = \frac{\#\{t_{\alpha} | t_s \leq t_{\alpha} \leq t_e\}}{t_e - t_s} = \frac{1}{\frac{1}{\#\alpha}(t_e - t_s)} = \frac{1}{\langle \Delta t_{\alpha} \rangle}.$$

Také můžeme spočítat tok přes oblast A pomocí hustoty ρ :

$$J(t_s, t_e) = \frac{N_{out}(t_s, t_e)}{t_e - t_s} = \frac{N_{out}(t_s, t_e)}{|A|} \frac{|A|}{t_e - t_s} = \rho \frac{lb}{t_e - t_s},$$

kde l a b jsou rozměry A (podélný, respektive příčný směr pohybu). Za předpokladu, že uvažujeme laminární pohyb¹ a zároveň doba měření je ekvivalentní střední době průchodu, pak

$$\frac{l}{t_e - t_s} = v,$$

a tedy

$$J(t_s, t_e) = \rho \langle v_{eff} \rangle b, \quad (2.17)$$

kde v_{eff} vyjadřuje efektivní rychlost (udávající velikost rychlosti ve směru k východu), a $\langle v_{eff} \rangle$ pak odpovídá průměrné rychlosti v intervalu (t_s, t_e) . Vztah (2.17) představuje hydrodynamickou aproximaci. Budeme zanedbávat fluktuace kolem ideální laminární dráhy u každého jedince, tj. započítáváme pouze velikost rychlosti ve směru k východu v .

¹Laminární pohyb - pojem z dynamiky kapalin, při kterém jsou proudy částic rovnoběžné a nemísí se.

Následně definujeme specifický tok $J_s(t_s, t_e)$ udávající tok na jednotku šířky oblasti A :

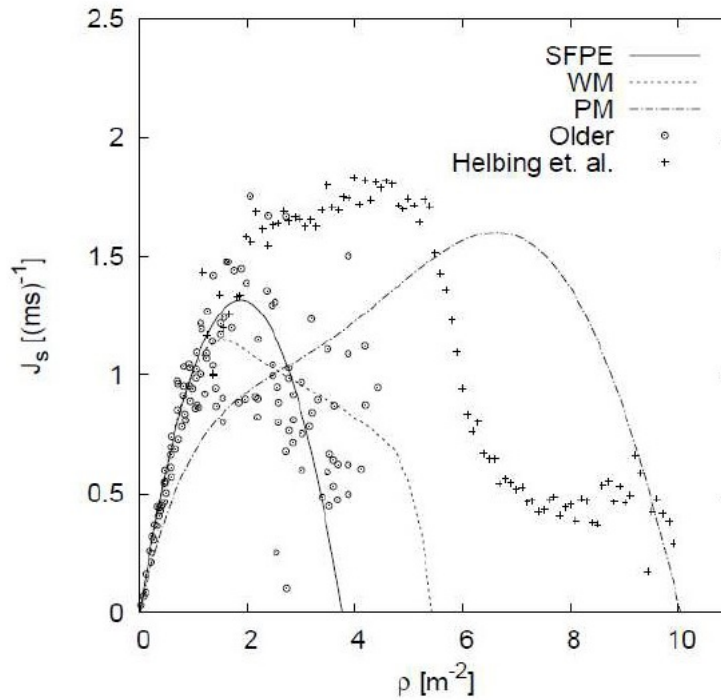
$$J_s = \frac{J}{b}.$$

Dosadíme-li za J naši hydrodynamickou aproximaci, dostáváme závislost, kde její graf nazveme fundamentální diagram, tj.

$$J_s = \frac{J}{b} = \frac{\rho \cdot v \cdot b}{b} = \rho \cdot v. \quad (2.18)$$

2.4.3 Kongesce a fundamentální diagram

Fundamentálním diagramem nazýváme graf závislosti toku na hustotě, toku na rychlosti či rychlosti na hustotě, používá se k detekci kongesce. Kongesce (neboli zácpa) bude vznikat při vysokých hustotách (tudíž čím vyšší hustota, tím nižší rychlost), a tedy v takových situacích tok může klesnout až k nule. Z grafu na Obr. 2.11 vidíme zřejmé poznatky: při nízké hustotě jsou dostupný vysoký tok (od nejnižší po nejvyšší - tj. i vysoké rychlosti), zatímco pro vysokou hustotu - ne, pouze nízký (tj. i rychlost je nízká).



Obr. 2.11: Fundamentální diagram, který ukazuje souvislost toku a hustoty [43].

Definujme dále $J_{in}(t)$ a $J_{out}(t)$, kde v čase t $J_{in}(t)$ značí aktuální tok do místnosti, zatímco $J_{out}(t)$ aktuální tok z místnosti. Uvažujme místnost s jedním vstupem na jedné straně a jedním výstupem na druhé. Definujme tak zvaný ustálený stav, ve kterém stavové veličiny systému, takové jako například počet částic, střední rychlost, zůstávají konstantní. V takovém případě J_{in} a J_{out} fluktuují v okolí stejné střední hodnoty. Označme si pro zjednodušení $J_{in} = J_{out}$. Teď můžeme klasifikovat systém.

1. Pohyb chodců – lze dělit podle jejich rychlostí či lokální hustoty do tří různých stavů.

- Volný stav – Hustoty ρ_α (hustota v oblasti okolo chodce α) jsou velmi nízké. Chodci se pohybují bez nutnosti reagovat na pohyb ostatních chodců, sami si volí nejpříjemnější cestu. Směřují svou vlastní ideální rychlostí v_α^{opt} k východu. Prakticky žádné konflikty nenastávají. Platí podmínky, že $J_{in} < J_M$, kde J_M označuje maximální tok výstupu (neboli kapacity východu).
- Synchronizovaný stav – Hustota systému vzrostla, a tak se chodci musí přizpůsobovat pohybu ostatních, tudíž i rychlostí i cestou k cíli. Rychlost je teď menší než ideální. Platí tu $J_{in} > J_M$, z čehož plyne, že místnost se postupně zaplňuje.
- Přechný stav – Nastává mezi dvěma výše zmíněnými stavy, vyznačuje se nízkou hustotou ρ_α a nízkou rychlostí v_α (rychlost chodce α). Takový stav vzniká, buď když se celý systém rychle změnil (změna původních rychlostí, hustot a drah) nebo se taková změna teprve očekává a chodci se k ní připravují. Přejed z volného stavu do synchronizovaného - znamená, že pokud chodec vidí u zúžení tvořící se kongesci, začíná přizpůsobovat své chování (rychlost) systému, do kterého, jak očekává, se v nejbližší době dostane (a to i přesto, že nemá kolem sebe třeba žádného dalšího chodce). Tento jev je zcela psychologický. Naopak při přechodu ze synchronizovaného stavu do volného je tok dovnitř menší než ven, tj. $J_{in} < J_{out}$, takže počet chodců v místnosti se zmenšuje, ale lidé nejsou schopni reagovat dostatečně rychle (i přesto, že hustota kolem nich není už tak velká), takže rychlost narůstá postupně – až do optimální.

2. Fáze systému – dle předchozího dělení lze definovat tři fáze.

- Volná fáze: Nevzniká kongesce. $J_{in} \leq J_M$. Většina chodců je ve volném stavu.
- Fáze kongesce: Na zúžení vznikla kongesce. Na začátku je $J_{in} \geq J_M$, po zaplnění místnosti J_{in} klesá a nastane opět rovnováha, tj. $J_{in} = J_M$. Chodci jsou v synchronizovaném stavu.
- Metafáze: Nepravidelně se střídají fáze. Mezi J_{in} a J_M se střídají nerovnosti. Systém je v přechném stavu.

Pojem kongesce se dá definovat vícero způsoby: Kongesce je ta oblast fázového prostoru, ve které je průměrná rychlost menší než v okolních oblastech. Též se dá použít definice pro teorii dopravy z [44]: Kongesce je stav, při kterém je hustota skoro maximální a rychlost je blízká 0. Kongesce může vzniknout z různých důvodů, nejběžnější jsou následující dva:

1) Kongesce při zúžení: Zúžení jsou oblasti prostoru, kde je kapacita pro pohyb zmenšena. Když je příchozí tok do takovéto oblasti větší, než její kapacita, vzniká kongesce. Typicky kongesce vzniká a přetrvává na začátku zúžení. Délka kongesce je závislá na velikosti přicházejícího toku. Dynamika délky kongesce je popsána rovnicí kontinuity. 2) Spontánní kongesce: Spontánní kongesce se objevuje bez zdánlivé příčiny dokonce i v homogenním systému. Typické jsou lokální kongesce. Z fyzikálního hlediska jsou to důležité poznatky, které indikují relevantnost kolektivního chování [44].

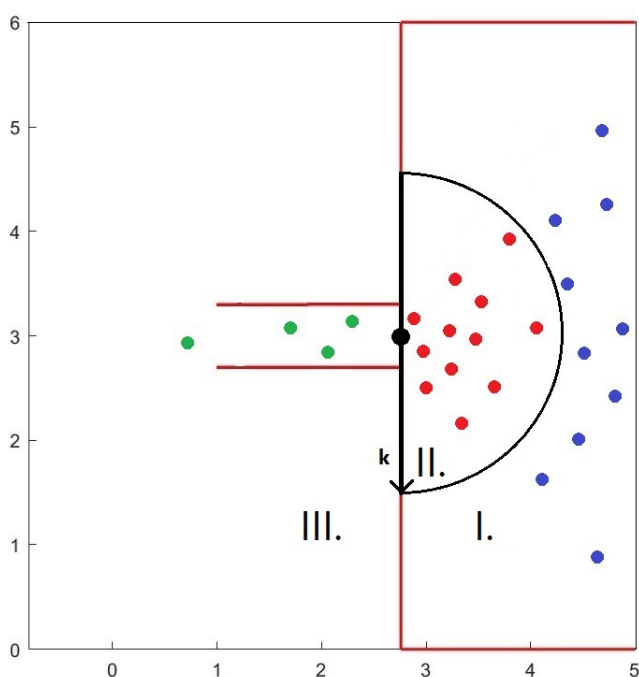
Je nepravděpodobné, aby spontánní kongesce nastala ve světě dynamiky pohybu chodců, protože člověk mnohem lépe dokáže reagovat na náhlé, nečekané změny než automobil a jeho pohyb se v nejhorším případě v nějaké míře jen krátkodobě omezí.

Shrnutím celé Sekce 2.4 je, že:

- veličiny tok J , hustota ρ a rychlost v jsou vzájemně propojené vztahem (2.18);
- fundamentálním diagramem nazýváme graf závislosti toku na hustotě $J = J(\rho)$, toku na rychlosti $J = J(v)$ či rychlosti na hustotě $v = v(\rho)$;
- pro nízkou hodnotu hustoty můžou být vysoké rychlosti, ale při vysoké hustotě chodci se pohybují velice pomalu - tj. nízká rychlost.

Z posledního bodu plyne logický otázka: Je dvojice rychlost - hustota na sobě nepřímo závislá?

2.5 Dělení trajektorie



Obr. 2.12: Znázornění místnosti, kde chodci jsou rozdělené na tři kategorie dle sektoru, v kterém se nacházejí: sektor I - modří - ti, kteří teprve vstoupili do místnosti, sektor II - červení - ti, kteří se snaží projít výstupem z místnosti, sektor III - zelení - ti, kteří tento problém už vyřešili a z místnosti vystoupili. Půlkruh se středem v centru výstupu a s fixovaným poloměrem $k = 1.5$ m odděluje druhý sektor od ostatních.

Dalším přínosem, a též dalším v podstatě parametrem, který jsme zavedli a který může ovlivnit hodnotu korelačního koeficientu v modelu závislosti rychlosti a hustoty (viz Podkapitola 2.6), je rozdělení trajektorie chodce na úseky. Co se tím myslí a proč to bylo zavedeno?

V minulých pracích autorky při analýze závislosti rychlosti na individuální hustotě chodce se nedařilo nalézt faktory příslušící určitým podmínkám pohybu v experimentální místnosti, o kterých by se dalo jasně tvrdit, že takové a takové hodnoty těchto faktorů pozitivně ovlivňují závislost mezi zkoumanými veličinami, tj. korelační koeficient je v uvedených případech v absolutní hodnotě vyšší než při jiném nastavení, neboli jinak - vzájemná závislost rychlosti a lokální hustoty (či její alternativy) je silnější.

Jednou z možných variant pro zlepšení situace je rozdělit celou zkoumanou trajektorii pohybu chodce místností na části, protože korelační koeficient pro každého jedince byl vypočítán pro celý úsek, tj. i když člověk během průchodu od vstupu k výstupu z místnosti a pohybu po koridoru za výstupem se v každý okamžik mohl nacházet v různých podmínkách (např. byla zaznamenána různá hustota) a mohl se pohybovat různou rychlostí ovlivněny těmito podmínkami (tj. i vzájemná závislost rychlosti a hustoty se mohla lišit), tak získaná hodnota korelačního koeficientu tyto rozdíly absolutně nezohledňuje a poskytuje k analýze jakási průměrné hodnoty - tj. pokud během pohybu jedince by byla zpozorovaná jasná silná ovlivnitelnost mezi zkoumanými veličinami za určitých podmínek, ale za jiných podmínek během té samé trajektorie závislost by byla nulová, tak tuto informaci není šance získat, jelikož algoritmus pro výpočet korelačního koeficientu tyto situace nerozliší a poskytne jen střední hodnotu koeficientu během celého pohybu místností.

Díky výše popsaným úvahám celá trajektorie každého chodce z experimentu byla rozdělena na tři sektory: sektor I. u vstupu do místnosti, sektor II. kolem výstupu a sektor III. za výstupem. Viz Obr. 2.12, na kterém jsou barevně rozlišeny chodci nacházející se v jednotlivých sektorech - ti, kteří jsou v prvním sektoru, jsou zbarveny modře, ti, kteří se pohybují ve druhém sektoru - červeně, a nakonec chodci ze třetího sektoru - zeleně. Při dělení, jak by bylo možné očekávat, se opět neobešlo bez parametru - tímto parametrem je poloměr půlkruhu k (viz Obr. 2.12), s pomocí kterého se odlišil sektor II. od ostatních. Poloměr byl zafixován, protože parametrů, které se dají nastavovat v samotném způsobu výpočtu různých druhů hustot či alternativy k ní, je dostatek. Celá analytická část pracovala s hodnotou $k = 1.5$ metru, kde středem půlkruhu je centrum výstupu z místnosti (označeno černou tečkou na Obr. 2.12). Pro detailní prozkoumání míry vlivu daného parametru na závislost rychlost - hustota je třeba další analýzy.

2.6 Statistika

2.6.1 Lineární model

Jak již bylo řečeno v úvodu či zmíněno v jiných částech této diplomové práce, jádrem studia je analýza vzájemného vztahu, závislosti mezi rychlostí chodce a jeho lokální hustotou, případně veličinou, kterou může být hustota nahrazena. Pro tyto potřeby je třeba nejprve zvolit model obsahující veličiny, který následně bude zkoumán, a určit metodiky a statistiky, s pomocí kterých zvolený model bude podroben analýze a kvalita vztahu mezi veličinami bude ohodnocena.

Pro výše uvedeny záměr byl vybrán lineární model tvaru:

$$Y = a \cdot X + b, \quad (2.19)$$

kde za Y , tj. vysvětlovanou proměnnou, se dosadila rychlost, a X , tj. vysvětlující proměnná, označuje individuální hustota chodce či její alternativu. Písmena $a, b \in \mathbb{R}$ jsou konstanty, jejichž konkrétní hodnoty nejsou předmětem výzkumu této práce. Předmětem zájmu je, zda data z experimentu (viz Sekce 1.5) odpovídají danému modelu. Pro zjištění kvality modelu pro různé hodnoty parametrů použitých veličin se použil tzv. koeficient determinace (neboli R^2) a korelační koeficient.

2.6.2 Koeficient determinace

Hodnoty koeficientu determinace neboli R^2 leží v intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ a koeficient dává informaci o tom, na kolik procent jedna proměnná dobře vysvětluje druhou proměnnou. Odpovídá vzorci:

$$R^2 = 1 - \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (Z_k - \hat{Z}_k)^2}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (Z_k - \bar{Z})^2} = \frac{\sum_{k=1}^N (\hat{Z}_k - \bar{Z})^2}{\sum_{k=1}^N (Z_k - \bar{Z})^2} = \frac{ESS}{TSS}, \quad (2.20)$$

kde za Z_k jsme položili jednotlivé hodnoty rychlosti chodce v průběhu pohybu místnosti, \bar{Z} je průměrná rychlost chodce v průběhu pohybu místnosti a \hat{Z}_k jsou hodnoty, které odpovídají vzorci lineárního modelu (2.19), tj. \hat{Z}_k je rychlost ve vzorci (2.19) označena jako Y a vypočítána pomocí X , kde za X jsou dosazeny hodnoty individuální hustoty či alternativní veličiny. Co se pojmenování a označení týče, tak ESS je tzv. explained sum of squares a TSS je tzv. total sum of squares. Čerpáno z [58].

2.6.3 Korelační koeficient

Korelační koeficient může ukázat, zda mezi veličinami je (resp. není) závislost, tzn. mění-li se jedna veličina, tak se mění (resp. nemění) druhá. Tento koeficient ale neříká nic o tom, která z veličin je příčinou a která následkem změny, jen poukazuje na vzájemnou závislost. Korelační koeficient se pohybuje v intervalu $\langle -1, 1 \rangle$, kde:

- 1 ... vypovídá o přímé závislosti,
- -1 ... o závislosti odpovídající nepřímé závislosti a
- 0 ... o nezávislosti mezi veličinami.

Pro výpočet se použil tento vzorec² :

$$\text{corr}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\delta_X \delta_Y} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X) \cdot \text{var}(Y)}}, \quad (2.21)$$

kde $\text{cov}(X, Y)$ je kovariance definovaná s použitím střední hodnoty:

$$\text{cov}(X, Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])],$$

a δ_X, δ_Y značí směrodatné odchylky veličin, přičemž

$$\delta_X = \sqrt{E[X^2] - (E[X])^2} = \sqrt{\text{var}(X)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (X_k - \bar{X})^2},$$

kde $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k$. Čerpáno z [45].

Pro lepší orientaci ve výsledcích analýzy, kde nepřehlednost byla způsobena velkým počtem grafů a možnostem kombinace nastavených parametrů v několika zohledněných variantách výpočtu

²Korelační koeficient jsem označila jako *corr*, jelikož značení ρ či r , které se obvykle používá, je už v dané práci využité pro jiné veličiny či parametry.

vysvětlující veličiny, bylo rozhodnuto brát v úvahu pouze jednu statistiku - tou byl zvolen korelační koeficient. Poznamenejme, že při šikovních transformacích může korelační koeficient být převeden na R^2 , viz níže.

$$\begin{aligned}
 (corr(Y, \hat{Y}))^2 &= \left(\frac{cov(Y, \hat{Y})}{\sqrt{var(Y) \cdot var(\hat{Y})}} \right)^2 = \frac{cov(Y, \hat{Y}) \cdot cov(Y, \hat{Y})}{var(Y) \cdot var(\hat{Y})} = \frac{cov(\hat{Y} + e, \hat{Y}) \cdot cov(\hat{Y} + e, \hat{Y})}{var(Y) \cdot var(\hat{Y})} = \\
 &= \frac{[cov(\hat{Y}, \hat{Y}) + cov(e, \hat{Y})] \cdot [cov(\hat{Y}, \hat{Y}) + cov(e, \hat{Y})]}{var(Y) \cdot var(\hat{Y})} = [cov(e, \hat{Y}) = 0] = \frac{cov(\hat{Y}, \hat{Y}) \cdot cov(\hat{Y}, \hat{Y})}{var(Y) \cdot var(\hat{Y})} = \\
 &= \frac{var(\hat{Y}) \cdot var(\hat{Y})}{var(Y) \cdot var(\hat{Y})} = \frac{var(\hat{Y})}{var(Y)} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\hat{Y}_k - \bar{\hat{Y}})^2}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (Y_k - \bar{Y})^2} = \frac{\sum_{k=1}^N (\hat{Y}_k - \bar{\hat{Y}})^2}{\sum_{k=1}^N (Y_k - \bar{Y})^2} = \frac{ESS}{TSS} = R^2
 \end{aligned}$$

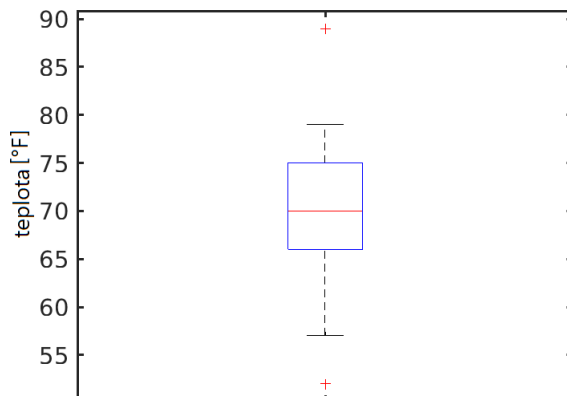
kde ESS je explained sum of squares a TSS - total sum of squares. Tj. druhá mocnina korelačního koeficientu je koeficient determinace:

$$(corr(Y, \hat{Y}))^2 = R^2. \quad (2.22)$$

2.6.4 Krabicový diagram

Boxplot neboli krabicový diagram je založen na vizualizaci kvantilů souboru dat (viz ukázka na Obr. 2.13):

- dolní hrana obdélníku označuje dolní kvartil (ozn. Q_1) (neboli 25 % prvků má hodnoty menší než dolní kvartil),
- horní hrana obdélníku označuje horní kvartil (ozn. Q_3) (neboli 75 % prvků má hodnoty menší než horní kvartil),
- červená čára uvnitř, dělicí obdélník, označuje medián (hodnota rozdělující soubor na dvě stejně početné množiny),
- tzv. vousy obdélníku vyjadřují variabilitu dat pod prvním a nad třetím kvantilem: $u_1 = Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$, $u_3 = Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$.
- červené body nad či pod krabicovým diagramem zobrazují odlehlé body.



Obr. 2.13: Ilustrační graf pro boxplot. Svislá osa uvádí absolutní hodnoty dat zkoumaných pomocí tohoto krabicového diagramu - v daném případě se jedná o teplotu ve stupních Fahrenheita $^{\circ}F$. [60]

Čerpáno z [59].

2.7 Přehled značení

Tato Tab. 2.1 je určena pro rychlou orientaci v práci. Ke zkoumanému i -tému chodci může být vztažené následující značení, které již bylo zmíněno v předchozích kapitolách či teprve bude použité v kapitolách následujících:

Značení	Vysvětlení
v_i	rychlost chodce i , [$\frac{m}{s}$], viz 2.1
$\rho_i(r, R)$ či $\rho_i(R)$	hustota v okolí chodce i , [$\frac{\#chodcu}{m^2}$], viz 2.3
r	parametr hustotní distribuce pro hustotu “Kůžel” a “Gauss”, [m], viz 2.3.1
R	poloměr okolí A , na kterém počítáme hustotu, [m]
φ	úhel pro výseč při výpočtu hustoty v okolí chodce i , [$^{\circ}$], viz 2.3.3
$\mathcal{D}_i(\theta)$	minimální vzdálenost pro chodce i , [m], viz 2.2
θ	úhel zorného pole chodce i , [$^{\circ}$]
$v_i = v_i(\rho_i)$	lineární model pro závislost rychlosti na hustotě
$v_i = v_i(\mathcal{D}_i)$	lineární model pro závislost rychlosti na minimální vzdálenosti
c_i	kolik času i -tý chodec strávil za pásmem 1.5 m od osy výstupu během pohybu, viz 3.2.1
\mathcal{M}_i	maximální vzdálenost od osy výstupu během pohybu, viz 3.2.1
\bar{N}_i	obsazenost v místnosti pro i -tého chodce, viz 3.2.2
TT_i	travel time neboli doba pohybu i -tého chodce místností, [s]
$relTT_i$	relativní travel time i -tého chodce, viz 3.2.3
$corr$	korelační koeficient, viz 2.6.3

Tab. 2.1: Přehled použitého značení v práci.

Kapitola 3

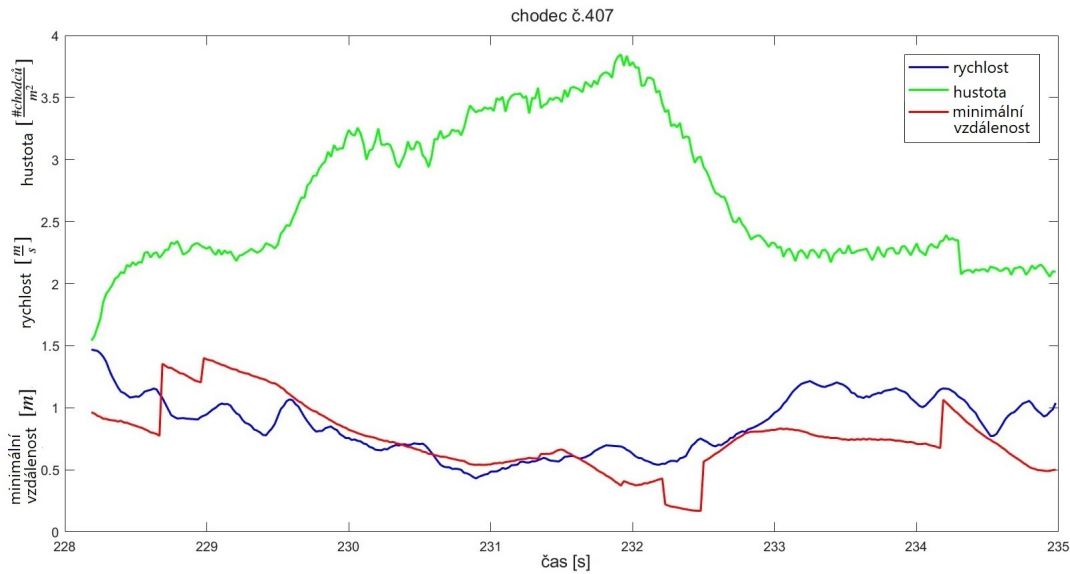
Analýza

V bakalářské práci a výzkumném úkolu jsem se zabývala pouze hustotou s kuželovým přístupem a také byla námi zavedená a analyzován dopad na závislost s rychlosti veličiny minimální vzdálenost (viz Sekce 2.2). Cílem své diplomové práce jsem pokládala snahu rozšířit spektrum používaných a využívaných metod pro výpočet lokální hustoty chodce pro obdržení statistických hodnot, s pomocí kterých by se dala provést analýza a zjistit, jaký dopad různé přístupy k hustotě a metodiky pro analýzu mají na fundamentální diagram - v našem případě na korelovanost mezi individuální rychlosti a hustotou chodce při využití modelu popsaného v Sekci 2.6.1. Teoretickým úvodem je už to v první části práce podloženo, pojďme se podívat na aplikaci.

Pro daný cíl byl mnou od konce bakalářského studia v softwaru Matlab postupně postaven class obsahující 21 vnitřních funkcí (samotný objekt chodce, funkce pro vypočítání hustotních distribucí pro “Kužel”, “Gauss”, celkové hustoty včetně přístupu “Voronoi”, dále rychlost, minimální vzdálenost, výseč pro hustotu v podobě “masky”, která se aplikuje na hustotní distribuci a další funkce, např. pro grafické znázornění veličin či vykreslení situace v místnosti), který spolupracuje se 16 vnějšími funkcemi vytvořenými pro sběr statistických dat a následnou analýzu (funkce aplikující na výpočet různě nastavených hodnot parametrů a následně ukládající získané korelační koeficienty pro lineární model a jiné údaje do datových struktur, případně převádí statistiky do vizuální podoby).

Pro lepší následující přehlednost se nejprve podíváme na samotné veličiny a jejich časový průběh pro jednoho zvoleného chodce během jeho pohybu místností v provedeném experimentu. Na Obr. 3.1 v časovém intervalu $t \in (228, 232)$ s chodce vstupuje a prochází místností; v intervalu $t \in (232, 232)$ s chodce mívá výstup, před kterým byla navýšena individuální hustota kvůli vzniklé kongesci; a dále postupně opouští místnost se snižující se hustotou a narůstající rychlostí, jelikož počet chodců se před ním zmenšil a nic mu nebrání plynule pokračovat v pohybu.

Vidíme, že, jak individuální hustota s kuželovým přístupem - nepřímo úměrně, tak i minimální vzdálenost - přímo úměrně, může dostatečně vhodně popsat průběh individuální rychlosti pro daného chodce. Můžeme toto tvrdit i pro všechny ostatní chodce? Za každých podmínek (volný stav, kongesce,...)? Jsou námi zvolené parametry r , R , θ optimální? Budeme na tyto otázky hledat odpovědi.



Obr. 3.1: Průběh individuální rychlosti, hustoty “Kužel” a minimální vzdálenosti zvoleného chodce pro parametry $r = 0.5$, $R = 0.7$, $\theta = 60$.

3.1 Hledání optimálních parametrů

Nejdříve popíšu plnou škálu možných nastavení, v jejichž kombinaci bylo snahou nalézt nejprve optimální parametry pro každou variantu a následně vybrat určité nastavení z obdržených výsledků, analyzovat a vyvodit nějaké závěry. Nutné poznamenat, že tato diplomová práce se soustředila na širší možných přístupů, ne na hloubku, tj. získání přehledu a teoretických poznatků a následná aplikace do podoby funkcí pro objekt v Matlabu tu převládá nad závěry analýzy nejen díky docela objemnému pojetí samotného tématu, ale převážně zásluhou počtu všech dostupných parametrů pro nastavení (i přesto, že řada z nich byla pro analýzu zafixována), viz dále.

Následující tabulka by mohla napomoci čtenáři k lepší přehlednosti v následujících částech práce v množství kombinací nastavení či využitých prostředků:

Způsob výpočtu	Výšeč	Přístup k trajektorií	Počet kombinací
“Kužel” $\rho_i(r, R)$	“S” vs “Bez”	celá vs dělení na sektory	4
“Gauss” $\rho_i(r, R)$	“S” vs “Bez”	celá vs dělení na sektory	4
“Voronoi” $\rho_i(R)$	“S” vs “Bez”	celá vs dělení na sektory	4
Minimální vzdálenost $\mathcal{D}_i(\theta)$	“Bez”	celá vs dělení na sektory	2

Tab. 3.1: Varianty pro vysvětlující proměnnou v modelu popsaného v Sekci 2.6.1.

Tj. z Tab. 3.1 vidíme, že za použití přístupu “Kužel” k výpočtu vysvětlující proměnné v lineárním modelu se nám naskytne až 4 varianty: s výšečí celá trajektorie, s výšečí trajektorie dělena na sektory, bez výšeče celá trajektorie, bez výšeče trajektorie dělena na sektory. Dle stejné analogie počet možných kombinací je uveden v tabulce pro “Gausse”, “Voronoi” a minimální vzdálenost.

Jak již ale bylo popsáno v teoretické části, samotné veličiny (použité jako vysvětlující proměnnou v modelu) mají též své parametry, což znamená, že máme další možnosti pro kombinaci s už výše zmíněnými v Tab. 3.1, viz Tab. 3.2. Parametr φ pro výšeč se zafixoval na hodnotu 140° , viz 3.1.1.

Parametr	Hodnoty	Počet hodnot
r	{0.1, 0.2, 0.3, ..., 2}	20
R	{0.4, 0.6, 0.8, ..., 2}	9
θ	{ $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, \dots, 180^\circ$ }	7

Tab. 3.2: Hodnoty parametrů pro různé varianty výpočtu hustoty či pro minimální vzdálenost.

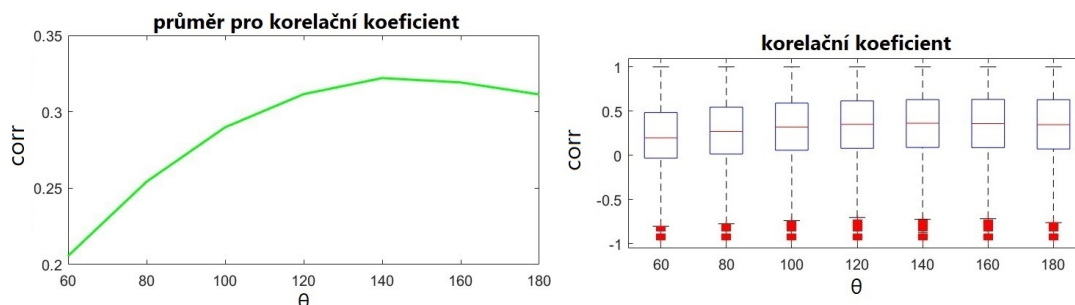
Než budu pokračovat, chtěla bych ujistit čtenáře ve správnosti výběru nastavení φ a ukázat nalezení optimální hodnoty θ pro minimální vzdálenost a individuální hustoty s přístupem “Kužel” pro celou trajektorii bez použití výšeče.

3.1.1 Pro minimální vzdálenost a nastavení výšeče

Jak již bylo výše napsáno - výzkumný úkol se zabýval analýzou hustoty s kuželovým přístupem a dopadem nově zavedené veličiny minimální vzdálenost \mathcal{D} na fundamentální diagram, a právě důsledek poslední analýzy vedl k tomu, že parametr φ pro výšeč v dané práci jsem zafixovala na 140° .

Minimální vzdálenost má jeden proměnlivý parametr, viz Tab. 3.2, tj. $\theta \in \{60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ, 140^\circ, 160^\circ, 180^\circ\}$. Po dosazení do modelu z Sekce 2.6.1 minimální vzdálenosti \mathcal{D} se všemi možnými hodnotami θ dostáváme průměrné hodnoty korelačního koeficientu pro každé θ , viz Obr. 3.2. Vidíme, že se jedná o přímo úměrnou závislost individuální rychlosti na minimální vzdálenosti chodce, jelikož *corr* nabývá kladných hodnot.

Obecná poznámka k *corr* na Obr. 3.2: Vidíme, že průměr (a i medián) korelačního koeficientu se ve všech případech nachází pod hodnotou 0.5, což se pokládá za dolní hraniční hodnotu, která poukazuje na vhodnost popisu daným modelem dat, pro které je model vytvořen. Ale jelikož v práci je snahou teprve najít a srovnat různé možné modely, které dokážou popsat rychlost chodce, budou se získané hodnoty *corr* pokládat za postačující pro zkoumané modely.



Obr. 3.2: Statistika pro parametr θ minimální vzdálenosti \mathcal{D} .

Po zhlednutí grafů na Obr. 3.2 lze udělat závěr: Optimální hodnota úhlu zorného pole chodce θ hledána pro předpokládanou lineární závislost individuální rychlosti na minimální vzdálenosti

je nalezena v okolí $\theta = 140^\circ$, kde korelační koeficient má své maximum a nabývá hodnoty cca 0.325.

Právě toto nastavení, tj. $\theta = 140^\circ$, se vybralo jako optimální pro $v_i = v_i(\mathcal{D}_i)$. Tj. vybral se model $v_i = v_i(\mathcal{D}_i(140^\circ))$. V důsledku i pro nově zavedený parametr pro výpočet hustoty výseč jsem volila úhel $\varphi = 140^\circ$.

3.1.2 Pro lokální hustotu ve 3D

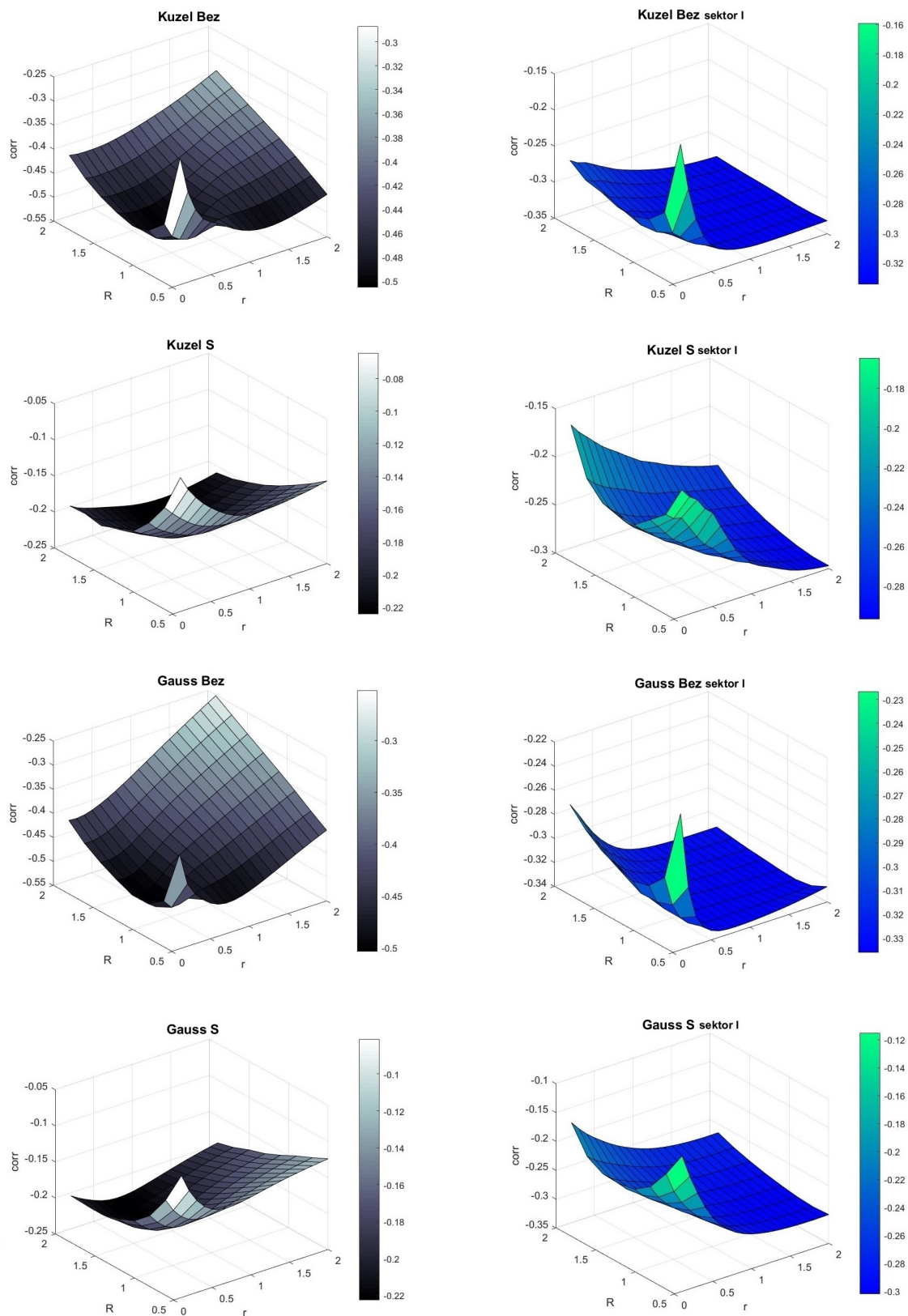
Podívejme se nejprve obecně na “Kůžel” a “Gausse” pro jejich parametry r a R v trojrozměrném prostoru - jako celkový přehled pro každý přístup k trajektorií, viz Obr. 3.3 a Obr. 3.4: grafy zbarveny černobíle znázorňují *corr* pro celou trajektorií, grafy obarveny do modrá - sektor I - vstup do měřicí oblasti, grafy s červenou barvou - sektor II - oblast kolem výstupu, a grafy zelené zobrazují situaci pro sektor III - oblast za výstupem. Pravá osa je přiřazená parametru r , levá - parametru R , vertikální hodnoty odpovídají korelačnímu koeficientu, kde pro lepší přehlednost slouží zbarvení grafu, jehož význam je uveden vpravo od schématu. Obr. 3.8 přináší nám lepší přehled o průběhu statistiky *corr* v trojrozměrném prostoru pro sektor II a III pro zvolené přístupy k hustotě.

Pokud srovnáme všechny grafy mezi sebou na Obr. 3.3 a Obr. 3.4, tak zjistíme, že “Kůžel Bez” a “Gauss Bez” pro celkovou trajektorií a sektor II jsou velice obdobné. Také celý sektor I se jistým způsobem podobá černobílých grafům, zatímco sektor III je od zbývajících přístupů nejvíce vzdálen. Plus k tomu pozorujeme zhoršení hodnot korelačního koeficientu pro varianty “S” při porovnání s variantou “Bez”, jediné sektor III nevykazuje hmatatelné rozdíly mezi variantami. Při porovnání variant “Bez” a “S” pro přístup k trajektorií jako k celku pozorujeme pro “S” zlepšení *corr* při vysokých hodnotách parametrů r a R vzhledem k celému útvaru korelačního koeficientu - v těchto místech už nezaznamenáme maxima ve srovnání s variantou “Bez”.

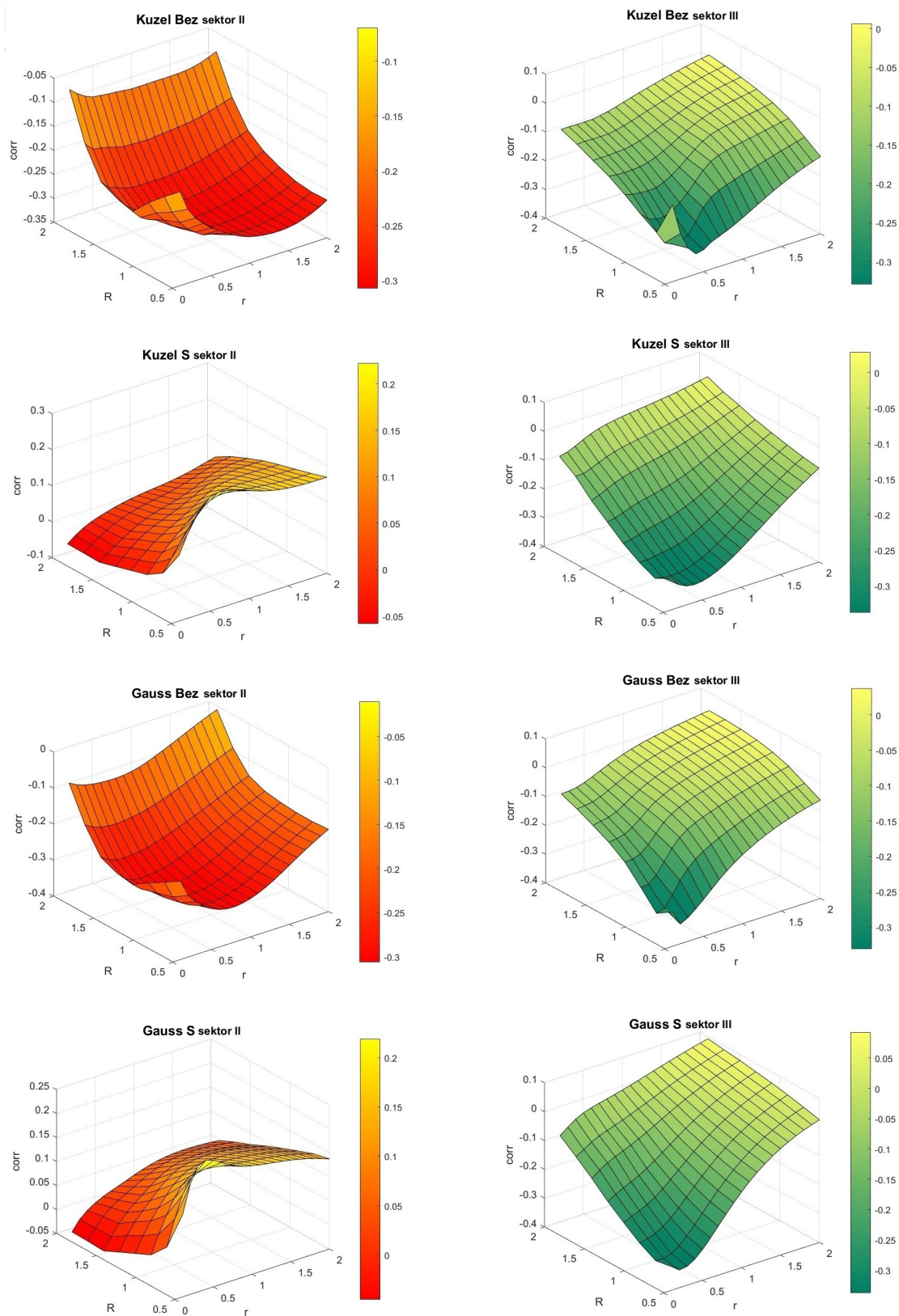
Je zajímavé, že pro sektor I v okolí nuly pro oba parametry pozorujeme lokální (někde i globální) maximum útvaru - v těchto místech bychom mohli chodce označit za “slepé”, jelikož “šířka” obrazce r , kterým se chodec aproximuje, se blíží nule, a i poloměr R pro oblast A , kde dochází k výpočtu hustoty, taktéž nepředává člověku to nebohaté množství informace o hustotní distribuci kolem něho. Tj. chodec je ohraničen jak malým osobním prostorem vyjádřeném pomocí aproximujícího útvaru, tak i velikosti pole, které mu neposkytuje dostatek informace k následnému přizpůsobení svého chování situaci (viz zmínka v Sekci 2.3.1). V důsledku se jedinci neovlivňují, rychlost přestává být tak závislá na hustotě kolem chodce jako předtím, a proto dochází k navýšení hodnot pro *corr*, tj. zeslabnutí vztahu individuální rychlosti s lokální hustotou chodce. Tzn. pro sektor I je lepší volit dalekodosáhové parametry (kolem chodce je nižší hustota a více prázdného místa), jelikož v nich *corr* nabývá svých extrémů.

Pro sektor III je naopak lepší zvolit parametry nejvíce lokalizované, které mají krátký dosah, jelikož *corr* tu dopadá nejlépe. Chodec v oblasti za výstupem má malý prostor k pohybu, pouze následuje chodce před sebou, a není nutné pro pohyb dalekosáhlé množství informace.

Pro celý sektor II není možné udělat jednoznačné závěry o výběru optimálních hodnot. Povšimněme si ale, že varianty s využitím výseče nabývají kladných hodnot korelačního koeficientu *corr*. Toto zjištění níže ještě prostudujeme.



Obr. 3.3: Přístupy k hustotě “Kuzel” a “Gausse” s jejich parametry r a R v trojrozměrném prostoru. Přítomnost výseče (ozn. v názvu “S”, její absence - “Bez”) byla použita s parametrem zafixovaném na $\varphi = 140^\circ$. Přístup k trajektorií je taktěž uveden v názvu: černobílá barva útvaru na grafu označuje přístup k trajektorií jako k celku, zatímco modrá barva obrazce přísluší sektoru I.



Obr. 3.4: Přístupy k hustotě “Kuzel” a “Gausse” s jejich parametry r a R v trojrozměrném prostoru. Přítomnost výšeče (ozn. v názvu “S”, její absence - “Bez”) byla použita s parametrem zafixovaném na $\varphi = 140^\circ$. Přístup k trajektorii je taktéž uveden v názvu: červená barva útvaru na grafu označuje sektor II, zatímco zelená barva obrazce přísluší sektoru III.

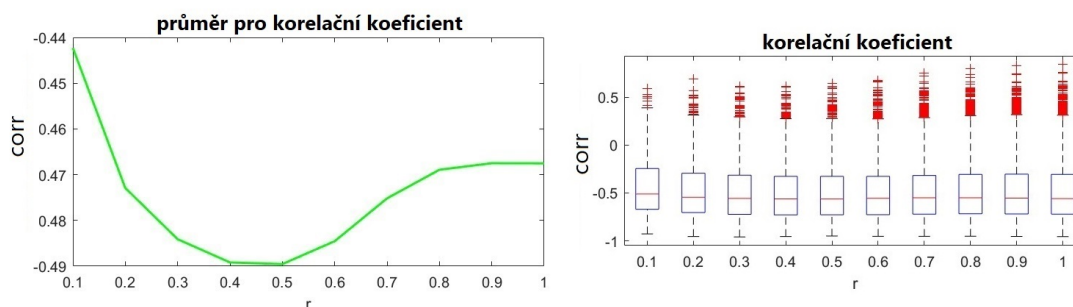
3.1.3 Pro lokální hustotu “Kužel” při fixaci jednoho z parametrů

Nyní přecházíme k nahlédnutí optimalizace lokální hustoty “Kužel” ve dvou řezech - při fixaci jednoho či druhého parametru na určité hodnotě.

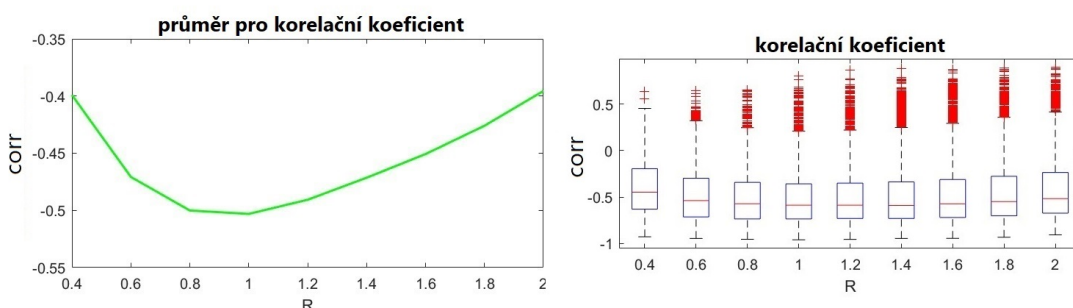
Individuální hustota “Kužel” má dva parametry, a to (uvažujeme omezený počet možností pro r , srovnejte s Tab. 3.2):

- při fixovaném $R = 0.7$: r ... poloměr kužele pro hustotní distribuci - zkoumal se interval 0.1 až 1 m, kde krok odpovídal 0.1 m, tj. $r \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1\}$,
- při fixovaném $r = 0.5$: R ... poloměr okolí, na kterém počítáme hustotu - zkoumal se interval 0.4 až 2 m, kde krok odpovídal 0.2 m, tj. $R \in \{0.4, 0.6, 0.8, 1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2\}$.

Jak již bylo zmíněno výše, veličina individuální hustota může nepřímo úměrně popsat závislost s individuální rychlostí chodce - průměrný korelační koeficient nabývá, jak pro různá r , tak i pro různá R , záporných hodnot. Viz Obr. 3.5 a Obr. 3.6. Pozorujeme, že $corr$ v místech extrému nabývá v absolutní hodnotě čísel vyšších než minimální vzdálenost v Sekci 3.1.1, což nám vypovídá o lepší důvěryhodnosti analyzované závislosti při použití daného způsobu výpočtu.



Obr. 3.5: Statistika pro parametr r individuální hustoty “Kužel”. Poloměr okolí je tu stanoven na hodnotu: $R = 0.7$.



Obr. 3.6: Statistika pro parametr R individuální hustoty “Kužel”. Poloměr kužele pro hustotní distribuci je tu stanoven na hodnotu: $r = 0.5$.

Po dané analýze a získání výsledků můžeme dojít k závěrům (viz Obr. 3.5 a Obr. 3.6):

- Optimální poloměr kužele pro hustotní distribuci r hledaný pro předpokládanou lineární závislost individuální rychlosti na individuální hustotě je nalezen v okolí $r = 0.5$ (kde korelační koeficient má své minimum), při fixovaném $R = 0.7$. Korelační koeficient nabývá hodnoty -0.49 .

- Optimální poloměr okolí R hledaný pro předpokládanou lineární závislost individuální rychlosti na individuální hustotě je nalezen v okolí $R = 1$ (kde korelační koeficient má své minimum), při fixovaném $r = 0.5$. Korelační koeficient nabývá hodnoty těsně pod -0.50 .

Shrnutí: pro řez s fixovaným $R = 0.7$ se vybralo $r = 0.5$ a pro řez s fixovaným $r = 0.5$ se vybrala hodnota $R = 1$.

3.1.4 Pro lokální hustotu ve 2D

Nyní využijeme kombinace popsané s pomocí Tab. 3.1 a Tab. 3.2. Podíváme se na individuální hustotu v různých jejích variantách výpočtu ve 2D.

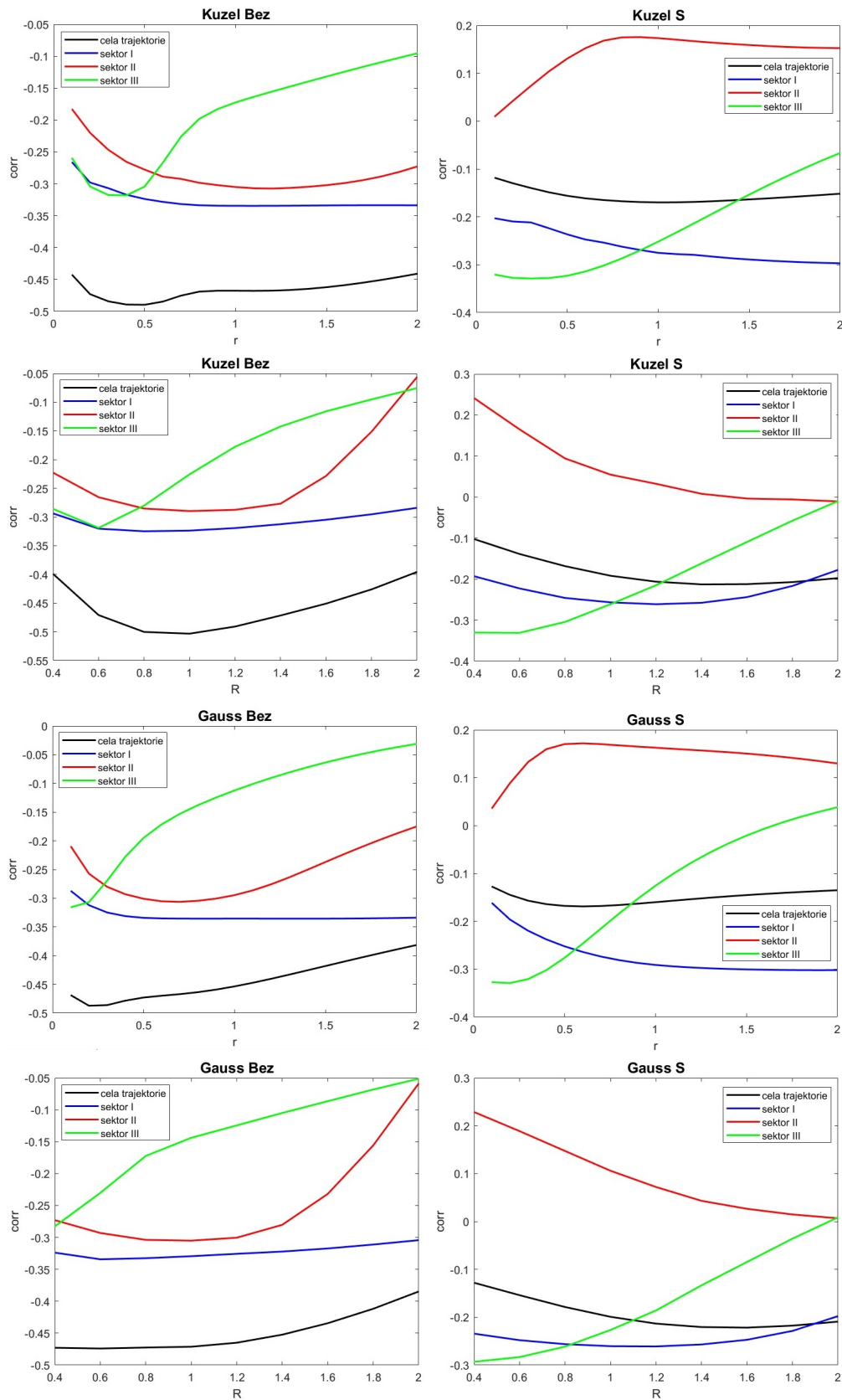
Obr. 3.7 a Obr. 3.8 ukazují výslednou statistiku, tj. *corr*, pro výše zmíněné druhy výpočtu hustoty označeny “Kůžel”, “Gauss”, “Voronoi”, s doplňky k názvům znamenající přítomnost výseče - “S”, či její absenci - “Bez”. Pro “Kůžel”, “Gauss” dané grafy byly obdrženy při fixaci $R = 0.7$ pro proměnlivé r a při fixaci $r = 0.5$ pro proměnlivé R (viz podpisy os na obrázcích), tj. díváme se v tomto případě na dva řezy prostoru parametrů. Řezy byly voleny tak, aby se fixované hodnoty nacházely v oblasti optim pro přístup k trajektorií jako k celku bez použití výseče, viz černobílé grafy pro “Kůžel Bez” a “Gauss Bez” na Obr. 3.3. Varianta “Voronoi” nepotřebovala žádnou doplňující fixaci parametrů.

Taktéž v každé konkrétně zvolené variantě na Obr. 3.7 a Obr. 3.8 si můžeme prohlédnout průběh křivky *corr* pro různé přístupy k trajektorií chodců: černou barvou je označen *corr* pro trajektorií branou jako celek, barvou modrou - sektor I u vchodu do místnosti, červená barva - značí oblast u výstupu, kde se při vyšších hustotách začíná tvořit kongesce, a nakonec zelená barva zastupuje korelační koeficient pro část trajektorie chodce v koridoru za dvěma (více o sektorech v Sekci 2.5).

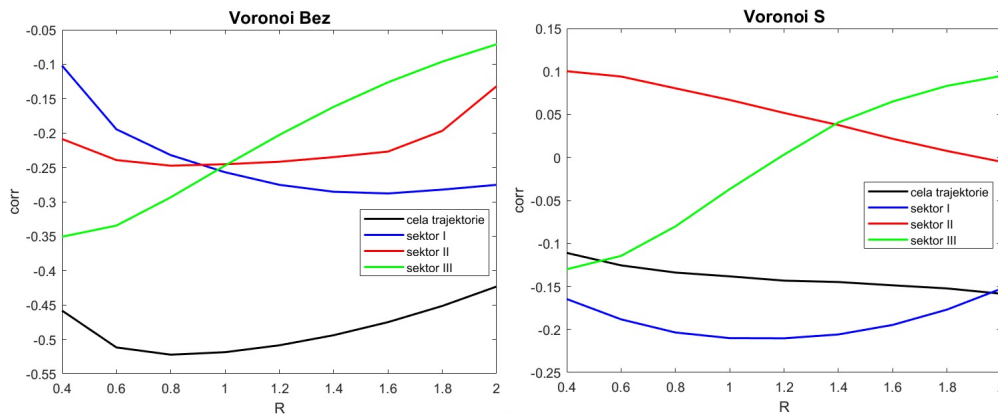
Vidíme, že všechny varianty výpočtu lokální hustoty při využití přístupu k trajektorií jako k celku (černá barva křivky) nabývají záporných hodnot korelačního koeficientu, tj. závislost individuální hustoty s individuální rychlosti chodce není přímá - tzn. nezáleží, jaký vybereme přístup a zda využijeme či nevyužijeme vyseč. Logicky předpokládáme, že se situace nebude výrazně lišit, pokud rozdělíme celou trajektorií na části - někde může nastat silnější závislost, někde naopak se křivka přiblíží k nulové hodnotě zezdola. Co ale pozorujeme na Obr. 3.8 a Obr. 3.7 při využití sektorů?

Všimněte si, jak ovlivňuje přítomnost výseče (označeno jako “S” v nadpisu) červenou křivku, tj. sektor II. Její hodnoty korelačního koeficientu se zde objeví v kladné poloose, tj. vztah mezi hustotou a rychlosti tu získává vlastnost přímé závislosti, což nebylo očekáváno - tzn. zavedení faktoru výseče při výpočtu individuální hustoty nám ovlivnilo charakter vztahu mezi vysvětlovanou a vysvětlující veličinou při průzkumu půlkruhového sektoru okolo výstupu o poloměru 1.5 metru (viz Sekce 2.5).

Též na grafech můžeme postřehnout, že sektor I (modrá křivka) se nejvíce blíží křivce pro trajektorií jako celek, zatímco sektor II a III vybírají odlišnější od černé křivky průběh skrz parametry. Zelená křivka pro třetí sektor nám ukazuje, že při nízkých hodnotách parametru vztah mezi rychlosti a hustotu je možné označit za nepřímou závislost, ale pro vyšší hodnoty souvislost mezi nimi ztrácí na svém významu - jelikož po “zdolání” výstupu se chodci pohybují v přímém směru za sebou, vysoké hodnoty pro r či R nutí člověka zahrnovat informaci o pohybu jiných vzdálených chodců, ale tato informace nepřináší nic nového a užitečného pro aktuální situaci, jelikož jedince ve skutečnosti ovlivňují pouze nejbližší chodec/chodci, proto vztah ρ_i a v_i se stává nevýznamným.



Obr. 3.7: Statisticky pro různé varianty výpočtu vysvětlující proměnné v modelu (2.19). Pro “Kuzel”, “Gauss” se hodnoty zafixovaly na $R = 0.7$ pro proměnné r a na $r = 0.5$ pro proměnné R . Přítomnost výseče (ozn. v názvu “S”, její absence - “Bez”) byla použita s parametrem zafixovaným na $\varphi = 140^\circ$.



Obr. 3.8: Statistika pro variantu “Voronoi” vysvětlující proměnné v modelu (2.19). Přítomnost výšece (ozn. v názvu “S”, její absence - “Bez”) byla použita s parametrem zafixovaným na $\varphi = 140^\circ$.

Také z Obr. 3.7 a Obr. 3.8 lze odbržet předpokládaný poznatek, že průběhy všech křivek pro “Kužel” a “Gausse” jsou velice obdobné, jelikož vzorec se liší pouze v hustotní distribuci - v útvaru, kterým se aproximuje každý z chodců (ale i ty se podobají). Srovnajte příslušné varianty pro každou z kombinací.

Přístup “Voronoi” používá náhled “od celku k detailu” (viz závěr Sekce 2.3.2), k čemuž je nutná detailní informace o umístění všech lidí ve zkoumaném prostoru, což v reálu není dosti aplikovatelné při rozhodování člověka nacházejícího se v davu či na rozlehlém prostranství. Co se týče rozdílu mezi “Kuželem” a “Gaussem”, tak hlavní odlišnost tkví ve vzorci výpočtu hustotní distribuce, kde “Kužel” dostává omezený útvar (funkce má omezený nosič), zatímco “Gauss” má neomezený support.

V nadcházejících částech analýzy se budeme věnovat vybraným hodnotám pro “Kužel”, “Gausse” a “Voronoi”, které se vyskytují v oblastech extrému korelačního koeficientu *corr*. Jelikož sektor II poskytl nepředvídatelné výsledky - právě ten prozkoumáme podrobněji: pro případy “Bez” bereme minimum, pro případy “S” volíme maximum korelačního koeficientu. Na Obr. 3.7 a Obr. 3.8 jsem zvolila grafy s fixovaným $R = 0.7$ a proměnlivým r , na kterých vybrala optima pro tři přístupy k lokální hustotě pro sektor II: pro “Kužel Bez” je extrém v $r = 1.2$, pro “Kužel S” jsem vybrala maximum v $r = 0.8$, pro “Gauss Bez” $r = 0.7$ a pro “Gauss S” $r = 0.6$. Pro “Voronoi Bez” se volilo $R = 0.8$, pro “Voronoi S” $R = 0.4$.

Chceme zjistit, co mohlo zapříčinit přepnutí z nepřímé závislosti veličin na přímou. Které podmínky příslušící okolnostem či vlastnostem pohybu člověka ovlivnily korelační koeficient v místě půlkruhového výstupu o poloměru 1.5 metr? Abychom dokázali sektor II pro vybrané přístupy k hustotě prostudovat, potřebujeme sadu nástrojů, tj. faktorů, jimiž korelační koeficient (jak předpokládáme) může být ovlivněn. O tom následující sekce.

3.2 Vliv faktorů na korelační koeficient

Po rozebrání všech možných způsobů, jak vypočítat vysvětlující proměnnou, si pokládáme otázku: Můžeme na základě znalosti různých faktorů (takových jako obsazenost v místnosti, travel time, relativní travel time či další veličiny, které jsme schopné vypočítat přímo z dat), predikovat (dostatečně pro nás) vysokou korelaci mezi vysvětlovanou a vysvětlující proměnnou? Neboli,

kteřé faktory mají vliv na korelační koeficient? Tj. ptáme se, za jakých podmínek vzniklých v místnosti, které můžeme změřit či zpozorovat, je možnost následně předpokládat, že závislost mezi individuální rychlostí a hustotou existuje, a že daná určitá metoda výpočtu nám to zajišťuje pro konkrétní situaci.

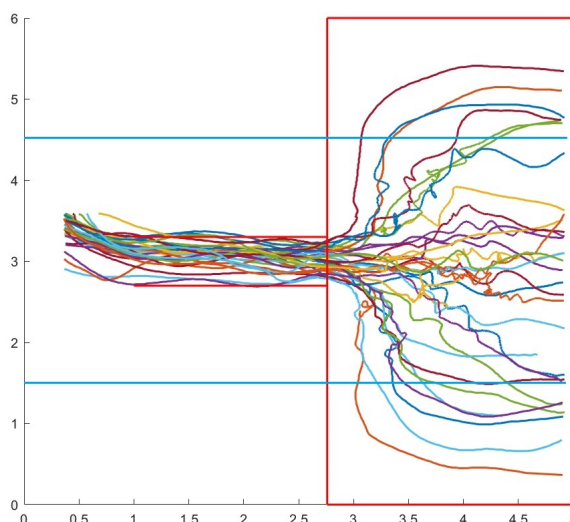
Pro tyto potřeby pojďme zavést několik faktorů.

3.2.1 Zvolená trajektorie

Prvním faktorem, na který se obrátila pozornost, byla možnost specifické volby trajektorie chodcem.

V případě, kdy tok do místnosti je větší než tok z místnosti, vzrůstá globální hustota a před výstupem začíná vznikat fronta, tj. systém přechází z volného stavu do stavu kongesce. Za přítomnosti davu u výstupu chodec (podvědomě či vědomě) volí jednu z následujících strategií chování (za předpokladu, že jeho počátečním cílem je v co nejkratší časový interval odejít z místnosti):

- “Agresivní” chování: “využívá lokty” a prodírá se skrze dav bez ohledu na nepohodlí druhých. Jako následek, křivka jeho individuální rychlosti má více skoků.
- Drží se svého cíle, ale rozhoduje se pro taktnější chování - obchází dav a snaží se projít výstupem v nějakém volném rozestupu mezi těmi chodci, kteří vystáli frontu. Logicky plyne, že bude patrný rozdíl mezi rychlostí, kdy jedinec obchází dav, a rychlostí, kdy se snaží vniknout do pohybujícího se proudu skrz výstup.
- Samozřejmě, existuje i třetí typ lidí, a to ti, kteří se z nějakého důvodu vzdali svého cíle co nejrychleji opustit místnost a netečně vystáli frontu. Takoví mívají celkem hladkou křivku své rychlosti bez závažných skoků.



Obr. 3.9: Zobrazení trajektorií chodců s maximálními korelačními koeficienty pro model “Kužel” $v_i = v_i(\rho_i(0.5, 1))$: pro korelační koeficient $|-0.9|$ a víc vzniklo 35 trajektorií. Modré čáry ohraničují pásmo 1.5 m od středu výstupu.

Byla navržena hypotéza, že ti, kteří volí druhou variantu chování, tj. obcházejí dav, by mohli mít dobrou korelaci mezi individuální hustotou a rychlostí. Tito chodci se musí všimnout chování jiných chodců a přizpůsobovat se mu, ale zároveň si udržují svůj původní cíl co nejrychleji odejít z místnosti, v důsledku křivky veličin by měly být s mnohým menším počtem skoků (na rozdíl od prvního typu chování) a závislost rychlosti na hustotě by tu mohla být vidět lépe, tj. i korelační koeficient a R^2 by pro tuto skupinu chodců mohly být vyšší. Byla zvolena určitá vzdálenost od osy středu místnosti (tj. od hodnoty 3 metry na ose y) - konkrétně 1.5 metru (jako střední vzdálenost mezi středem výstupu a okrajem místnosti, viz Obr. 3.9), a vypočítalo se kolik času daný i-tý chodec strávil za touto hranicí za dobu svého pohybu místností, tj. $c_i = \#\{y_k < 1.5 \vee y_k > 4.5, \forall k\}$, kde y_k je souřadnice i-tého chodce v čase t_k dle y-ové osy.

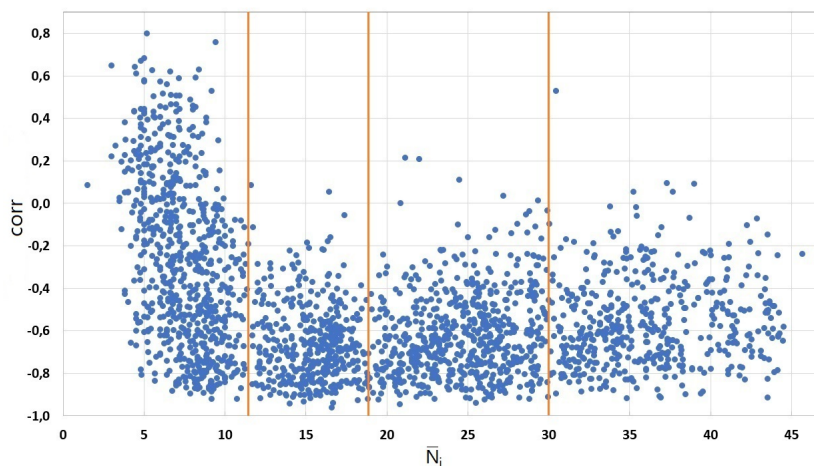
Využijeme vše výše uvedené následujícím způsobem: rozdělíme chodce na dvě skupiny dle překročení zavedené hranice. Tj. pokud i-tý chodec během své trajektorie překročil nastavenou hranici 1.5 metrů od osy výstupu, tj. alespoň jednou vkročil na pásma mimo koridor označeny modrými čarami na Obr. 3.9, a tudíž c_i není 0, pak je přiřazen do druhé skupiny. Jinak - patří do první skupiny. Tento faktor označíme jako \mathcal{M}_i , který říká, kolik maximálně metrů se i-tý chodec vzdálil od osy výstupu: 1.5 m a méně, či více než 1.5 m.

3.2.2 Obsazenost v místnosti

Jedním z dalších zkoumaných faktorů vlivu na kvalitu závislosti veličiny individuální hustota s rychlosti chodce byla obsazenost v místnosti. Obsazenost v místnosti pro i-tého chodce je průměrný počet lidí v místnosti během jeho doby pohybu (travel time, ozn. TT_i) [48]:

$$\bar{N}_i = \frac{1}{TT_i} \int_{t_i^{in}}^{t_i^{out}} N(t) dt, \quad (3.1)$$

kde t_i^{in} , t_i^{out} jsou časy vstupu a výstupu z místnosti i-tého chodce a $N(t)$ počet lidí během TT_i .



Obr. 3.10: Graf, který uvádí údaje pro zkoumanou závislost $v_i = v_i(\rho_i(0.5, 1))$ pro "Kužel". Vodorovná osa udává hodnoty obsazenosti v místnosti. Svislá osa - korelační koeficient. Oranžové čáry dělí chodce na 4 skupiny.

Na Obr. 3.10 si můžeme všimnout, že vynesené body na grafech se sdružují do určitých skupinek - v okolí hodnoty 12 obsazenosti vzniká dělicí hranice, dále v hodnotě 19 se dá také proložit dělení skupinek a též hodnota 30. Tj. může vzniknout 4 skupiny dělené dle obsazenosti v místnosti:

- Skupina 1. - $\bar{N}_i \in (0, 12)$.
- Skupina 2. - $\bar{N}_i \in (12, 19)$.
- Skupina 3. - $\bar{N}_i \in (19, 30)$.
- Skupina 4. - $\bar{N}_i \in (30, 50)$.

3.2.3 Relativní travel time

A posledním využitým faktorem je tzv. relativní travel time. Relativní travel time pro i -tého chodce (ozn. $relTT_i$) je veličina, která se vypočítala jako podíl doby pohybu místností (travel time TT_i) ku průměrné době pohybu chodců, kteří měli stejnou obsazenost v místnosti ($TT_{\bar{N}_i}$), viz [47]:

$$relTT_i = \frac{TT_i}{TT_{\bar{N}_i}}. \quad (3.2)$$

Dle $relTT_i$ se data rozdělila na 3 skupiny: $relTT_i \leq 0.8$, $relTT_i \in (0.8, 1.2)$ a $relTT_i > 1.2$. Chodce s $relTT_i < 1$ označujeme jako rychlejší, chodce s $relTT_i > 1$ označujeme jako pomalejší.

3.2.4 Kombinace faktorů

Popsala jsem výše faktory, s kterými budu nyní operovat - s pomocí nich zavedu Group 1, která využije kombinací faktorů a vytvoří 24 kategorií, které pojmenuji jako G1, G2, ..., G24. Vlastnost zvolené trajektorie \mathcal{M}_i i -tým chodcem rozdělí data na 2 skupiny, viz Sekce 3.2.1. Obsazenost \bar{N}_i na 4 skupiny, viz Sekce 3.2.2. A faktor relativní travel time (viz Sekce 3.2.3) podělí chodce na 3 skupiny. Všechno přehledně je uvedeno v tabulkách níže, Tab. 3.3. Ve výsledku dostáváme 24 kombinací pro Group 1, které jsou detailně zobrazeny vlevo v Tab. 3.4. Políčka jsou zbarveny dle skupin faktorů z Tab. 3.3.

G1, G2, ..., G24 je základní dělení dat na 24 skupiny. Rozhodla jsem se dále vytvořit Group 2, Group 3 a Group 4 podle odebrání nějakého z faktorů neboli sjednocení určitých skupin z Group 1. V Group 2 jsem odstranila faktor \mathcal{M}_i , a tudíž se sjednotily skupiny se stejnou obsazeností \bar{N}_i a $relTT_i$ pro různé \mathcal{M}_i . V Group 3 jsem pracovala pouze s \mathcal{M}_i a \bar{N}_i . A Group 4 využila jen \mathcal{M}_i a $relTT_i$. Prohlédněte si prosím Tab. 3.4 a Tab. 3.5.

Na základně těchto čtyř grup jsem seskupila data a vytvořila pro ně statistiky - konkrétně, krabicové diagramy (viz Sekce 2.6.4) z korelačních koeficientů. Opírajíc právě o tyto krabicové diagramy zkusíme si vytvořit představu o vlivu faktorů na korelační koeficient. O tom následující sekce.

Skupina	\mathcal{M}_i
1	$\mathcal{M}_i \leq 1.5$
2	$\mathcal{M}_i > 1.5$

Skupina	\bar{N}_i
1	$\bar{N}_i \in (0, 12)$
2	$\bar{N}_i \in (12, 19)$
3	$\bar{N}_i \in (19, 30)$
4	$\bar{N}_i \in (30, 50)$

Skupina	$relTT_i$
1	$relTT_i \leq 0.8$
2	$relTT_i \in (0.8, 1.2)$
3	$relTT_i > 1.2$

Tab. 3.3: Dělení dat z experimentu (viz Sekce 1.5) na skupiny dle zvoleného faktorů.

Group 1	Název	\mathcal{M}_i	\bar{N}_i	$relTT_i$
1	G1	1	1	1
2	G2	1	2	1
3	G3	1	3	1
4	G4	1	4	1
5	G5	2	1	1
6	G6	2	2	1
7	G7	2	3	1
8	G8	2	4	1
9	G9	1	1	2
10	G10	1	2	2
11	G11	1	3	2
12	G12	1	4	2
13	G13	2	1	2
14	G14	2	2	2
15	G15	2	3	2
16	G16	2	4	2
17	G17	1	1	3
18	G18	1	2	3
19	G19	1	3	3
20	G20	1	4	3
21	G21	2	1	3
22	G22	2	2	3
23	G23	2	3	3
24	G24	2	4	3

Group 2	Skupiny z Group 1	\bar{N}_i	$relTT_i$
1	G1 + G5	1	1
2	G2 + G6	2	1
3	G3 + G7	3	1
4	G4 + G8	4	1
5	G9 + G13	1	2
6	G10 + G14	2	2
7	G11 + G15	3	2
8	G12 + G16	4	2
9	G17 + G21	1	3
10	G18 + G22	2	3
11	G19 + G23	3	3
12	G20 + G24	4	3

Tab. 3.4: Group 1 a zavedená Group 2 dle sjednocení určitých skupin z Group 1.

Group 3	Skupiny z Group 1	\mathcal{M}_i	\bar{N}_i
1	G1 + G9 + G17	1	1
2	G2 + G10 + G18	1	2
3	G3 + G11 + G19	1	3
4	G4 + G12 + G20	1	4
5	G5 + G13 + G21	2	1
6	G6 + G14 + G22	2	2
7	G7 + G15 + G23	2	3
8	G8 + G16 + G24	2	4

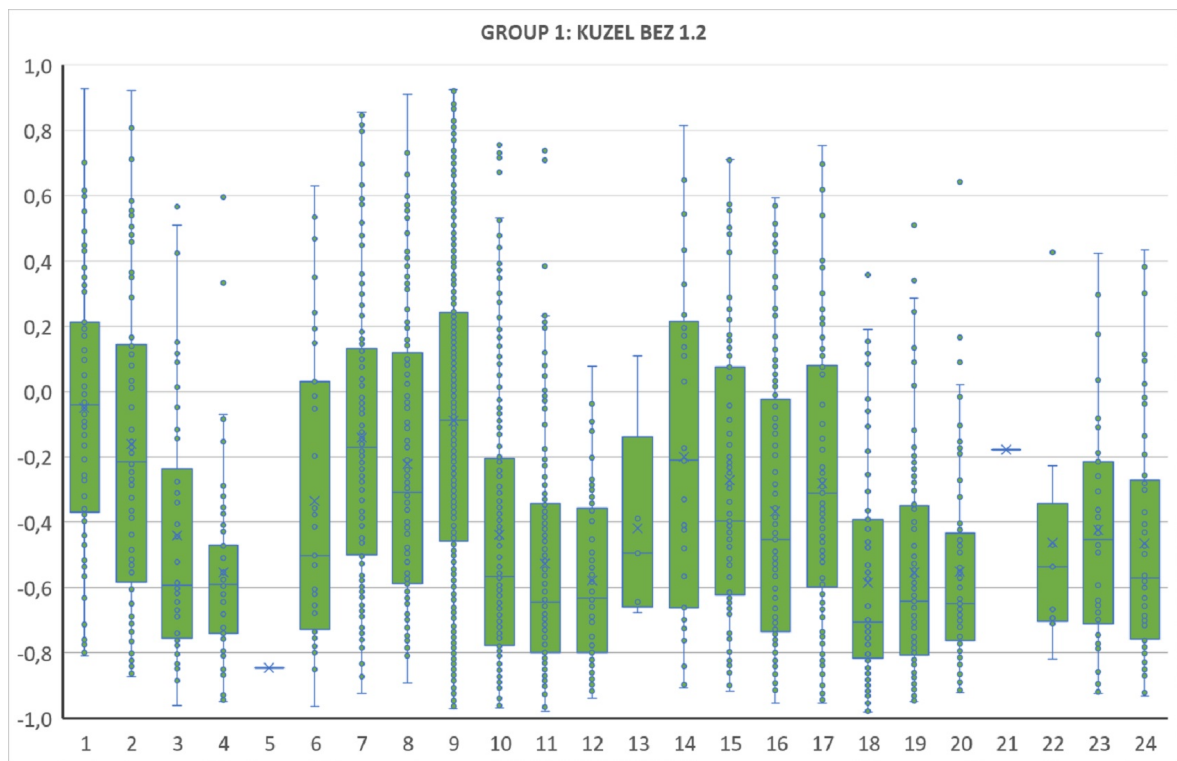
Group 4	Skupiny z Group 1	\mathcal{M}_i	$relTT_i$
1	G1 + G2 + G3 + G4	1	1
2	G5 + G6 + G7 + G8	2	1
3	G9 + G10 + G11 + G12	1	2
4	G13 + G14 + G15 + G16	2	2
5	G17 + G18 + G19 + G20	1	3
6	G21 + G22 + G23 + G24	2	3

Tab. 3.5: Zavedení Group 3 a Group 4 dle sjednocení určitých skupin z Group 1.

3.3 Výsledky analýzy

Jak již bylo řečeno o sekci výše, využijeme dále grupy, které jsem vytvořila, a podíváme se, jak se liší korelační koeficienty v závislosti na kategorii, kam spadají trajektorie splňující podmínky. Jelikož počet možností, které bylo možné detailně analyzovat, se naskytl dostatečně (viz Sekce 3.1, Tab. 3.1 a Tab. 3.2), bylo nutné vybrat pro varianty výpočtu hustoty konkrétní nastavení. Na konci Sekce 3.1.4 jsme došli k závěru, že prozkoumáme sektor II (o sektorech a dělení trajektorie v Sekci 2.5) pro přístupy “Kuzel”, “Gauss” a “Voronoi” v určitých řezech prostoru parametrů, jelikož při prvním pohledu se korelační koeficient liší od ostatních sektorů a v závislosti na absenci či přítomnosti výseče pro hustotu a mění závislost individuální rychlosti a hustoty z nepřímé na přímou (korelační koeficient pro hustotu s výsečí nabývá kladných hodnot, na rozdíl od všech ostatních případů, kde je záporný).

Vraťme se k Sekci 3.1.4, Obr. 3.7 a Obr. 3.8. Pro “Kuzel” a “Gausse” parametr R byl fixován na hodnotě $R = 0.7$ pro proměnlivé r : v těchto případech sektor II pro “Kuzel Bez” nabývá své minimum pro $r = 1.2$, “Kuzel S” má svůj extrém v $r = 0.8$ (jelikož hodnoty *corr* se nacházejí v kladné poloose, beru maximum, a ne minimum - taktéž se zachovám u “Gauss S” a “Voronoi S”), u “Gauss Bez” minimum je v $r = 0.7$ a “Gauss S” má v $r = 0.6$ svůj extrém. U přístupu “Voronoi Bez” pro sektor II stanovujeme extrém v $R = 0.8$, pro “Voronoi S” v $R = 0.4$. Tyto volené řezy pro “Kuzel”, “Gausse” a “Voronoi” použiju pro analýzu dle Group 1, Group 2, Group 3 a Group 4.



Obr. 3.11: Krabicové diagramy pro *corr*. Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Kuzel Bez” (nastavení $R = 0.7$, $r = 1.2$) pro skupiny z Group 1 (viz Tab. 3.4).

Začneme s Group 1. První, co je nutné poznamenat, je, že G5, G13, G21 a G22 obsahuje velice málo dat, proto výsledné statistiky těchto skupin nemůžou být zásadní pro nějaké závěry. To jsou lidé, pro něž je obsazenost \bar{N}_i nízká, ale přiřazujeme je ke skupině chodců, kteří “obchází dav” ($\mathcal{M}_i > 1.5$), což se samo o sobě logicky vylučuje - pokud obsazenost místnosti je nízká, tzn. v místnosti je prakticky prázdná, je málo lidí, není koho obcházet (pokud toto bylo motivací volby takové specifické trajektorie, která se vzdaluje od osy místnosti procházející výstupem). Nejpočetnější skupinou je G9, dále G10 a G11, tj. chodci, kteří “neobchází dav” (i při vyšší obsazenosti) a mají střední hodnoty pro $relTT_i$. Pro případ výseče “Bez” hledáme minima, pro případ “S” hledáme maxima. S ohledem na tento fakt si prohlédněte Obr. 3.11, Obr. 3.12, Obr. 3.13 a Obr. 3.14.

Pro první 4 skupiny (G1, G2, G3 a G4) na Obr. 3.11 pro případ “Kůžel Bez” vidíme, že hodnoty korelačního koeficientu klesají, tj. pozorujeme pozitivní vliv zvyšování obsazenosti na $corr$ při nastavení $\mathcal{M}_i \leq 1.5$ a $relTT_i \leq 0.8$. Pro nízkou obsazenost $\bar{N}_i \in (0, 12)$ je korelovanost rychlosti a hustoty chodce velmi slabá - medián se pohybuje v okolí nuly, zatímco pro obsazenost vysokou $\bar{N}_i \in (30, 50)$ se hodnota mediánu $corr$ dostala do okolí -0.6 .

Obdobný trend, akorát v kladné poloose korelačního koeficientu, pozorujeme pro případ “Kůžel S” na Obr. 3.12 vpravo: medián skupiny G1 se pohybuje dokonce pod nulovou hladinou, zatímco $corr$ pro G4 se vyšplhal k hodnotě 0.5, což vypovídá o zvýšení míry závislosti mezi individuální rychlostí a lokální hustotou při navýšení obsazenosti v místnosti.

Totéž lze říct i o “Gaussovi” na Obr. 3.13 i o přístupu “Voronoi” na Obr. 3.14 při využití obou variant použití výseče - “Bez” i “S”. Tedy Group 1 nám pro všechny přístupy k výpočtu lokální hustoty ukázala totožnou tendenci vlivu obsazenosti v místnosti na druhy trajektorií, které splňují $\mathcal{M}_i \leq 1.5$ a $relTT_i \leq 0.8$.

Pokud přihlédneme i k Group 2, Group 3 či Group 4 na obrázcích dole a zahrneme je do analýzy vlivu obsazenosti na $corr$, tak zjistíme, že obecně nízká obsazenost nepřináší vysokou korelovanost mezi rychlostí a hustotou, ba naopak medián korelačního koeficientu se pohybuje v blízkosti nuly či (pro vyšší $relTT_i$) na horších pozicích než vyšší obsazenost se stejným nastavením jiných faktorů, a to jak při využití výseče, tak i bez ni. Viz u Group 1 skupiny G1, G9, G17 (skupiny G5, G13 a G21 jsou maločetné, a proto je nebereme v úvahu). U Group 2 to jsou skupiny 1, 5, 9, viz Obr. 3.15, Obr. 3.16 a Obr. 3.17. U Group 3 je to jen skupina 1, protože skupina 5 se skládá z G5, G13 a G21, které jsou maločetné a i při složení dat dohromady nám nemůžou poskytnout kvalitní výstup. Viz Obr. 3.18, Obr. 3.19 a Obr. 3.20.

Vraťme se k Group 1 a podívejme se, co ještě lze konstatovat z krabicových diagramů. Na Obr. 3.12 vidíme, že skupiny s nejvyššími hodnotami pro $relTT_i$ (G17 až G24) mají více vyrovnané mediány, ukazují přibližně na stejnou úroveň $corr$, než skupiny s nižšími $relTT_i$, a samotné $corr$ pro celou tuto vybranou množinu ukazují nejlepší výsledky z celé Group 1, zřejmě je to více pro případ bez výseče. Mějme ale pořad na paměti, že G21 je maločetná skupina, a proto málo vypovídající, a také díky odstavcům výše o obsazenosti nás nepřekvapí, že G17 v případech “Bez” obsadí nejhorší pozici z celé pozorované množiny - medián $corr$ je více přiblížen k nule. Srovnejte pozorování i u “Gausse” a “Voronoi” na Obr. 3.13 a Obr. 3.14.

Pro potvrzení domněnky opět využijeme Group 2, Group 3 či Group 4. Na Obr. 3.15, Obr. 3.16 a Obr. 3.17 skupiny 9, 10, 11, 12 odpovídají nejvyššímu $relTT_i$, díky kterým konstatujeme nejkvalitnější vztah individuální rychlosti a hustoty z celé Group 2 (skupina 9 zahrnuje chodce s nejnižší obsazeností). Taktéž, pokud se obrátíme k Group 4 ke skupinám 5 a 6 využívajícím nejvyšší $relTT_i$, zpozorujeme znova nejlepší hodnoty pro korelační koeficient z celé sady. Viz Obr. 3.21, Obr. 3.22 a Obr. 3.23.

Vlastně teď jsem popsala dva krajní případy pro korelační koeficient *corr*. Nejnižší obsazenost \overline{N}_i negativně ovlivňuje závislost individuální rychlosti a lokální hustoty chodce, dodává nejhorší hodnoty ve srovnání s vyššími obsazenostmi za stejných podmínek, což bez výjimek platí pro případ “Bez” výseče. Z druhé strany jsme zpozorovali, že nejvyšší *relTT_i* naopak pozitivně ovlivňuje vztah rychlost-hustota. A tím jsem zahrнула dva faktory ze tří. Lze něco jasného prohlásit o faktoru \mathcal{M}_i ?

Pokud v Group 1 srovnáme skupiny 1 až 4 se skupinami 5 až 8, skupiny 9 až 12 se skupinami 13 až 16, skupiny 17 až 20 se skupinami 21 až 24, tak bohužel nemůžeme konstatovat žádné významné tendence, které by platily všeobecně. Též v Group 3 nepozorujeme rozdíl mezi skupinami 1 až 4 a skupinami 5 až 8. Informace z Group 4 na Obr. 3.15, Obr. 3.16 a Obr. 3.17 také nic nepřinesla. Uzavíráme, že pro \mathcal{M}_i jsme s pomocí Group 1, Group 2, Group 3 a Group 4 nenalezli žádné ovlivnění korelačního koeficientu.

Můžeme srovnat výsledky z pozice absence či přítomnosti výseče ve výpočtu hustoty? První zřejmý a již zmíněný rozdíl je, že “Bez” výseče pozorujeme nepřímou závislost individuální hustoty s rychlostí, “S” výseči se vztah mění na závislost přímou. Jak ovlivňují faktory hustotu “S” výseči? Pro které podmínky nastavení má výseč smysl? Ukazuje se, že při použití výseče vysoké hodnoty korelačního koeficientu *corr* se dosahuje pro nejvyšší *relTT_i*, viz Group 1, Group 2 a Group 4. V jiných případech nastavení kombinací faktorů nemůžeme konstatovat závažný zásah na korelační koeficient *corr*.

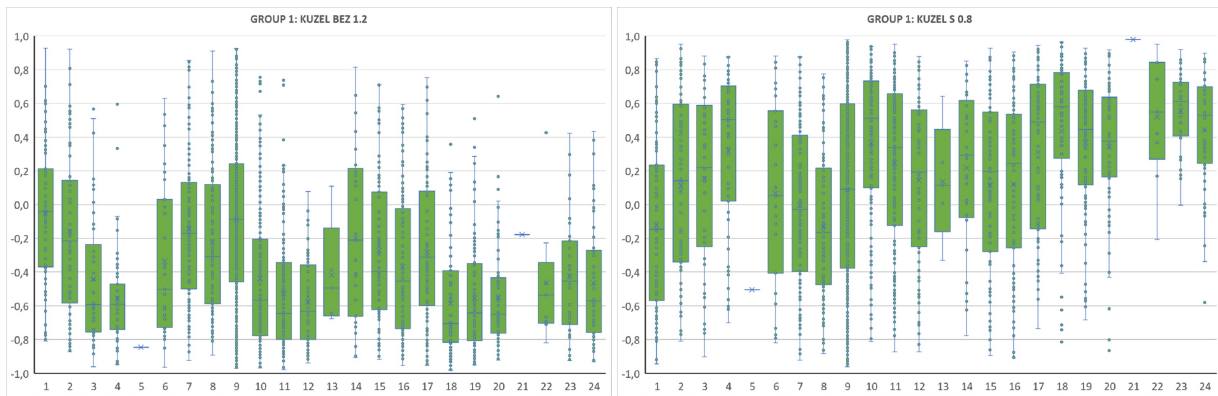
Srovnáme-li v tomhle tom závěrečném stádiu analýzy obecně přístupy “Kužel”, “Gauss” a “Voronoi” mezi sebou na základě Group 1, 2, 3 a 4, tak dojdeme k závěru, že výsledné statistiky dle skupin v grupách nevykazují zřejmé rozdíly mezi variantami výpočtu hustoty. Liší se v způsobu výpočtu hustotní distribuce (součet přes počet chodců v místnostech vs součet přes všechny body sítě, na kterou je dělena experimentální místnost) a přístup “Voronoi” je složitější na výpočet v reálných modelovacích podmínkách, viz závěr Sekce 2.3.2. Rozdíl mezi “Kuželem” a “Gaussem” pozorujeme v nosiči funkce pro výpočet individuální hustotní distribuce: “Kužel” má support omezený, zatímco “Gauss” ne.

Tímto jsme dokončili analytickou část. Shrňme závěry analýzy v následující sekci a přesuneme se k závěru diplomové práce.

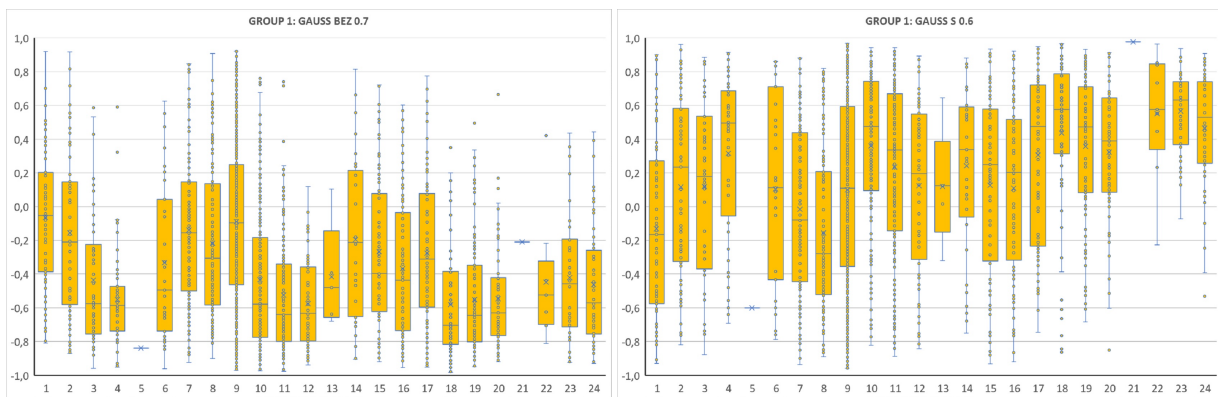
3.3.1 Shrnutí analýzy

Následující body byly vyvozené pro sektor II:

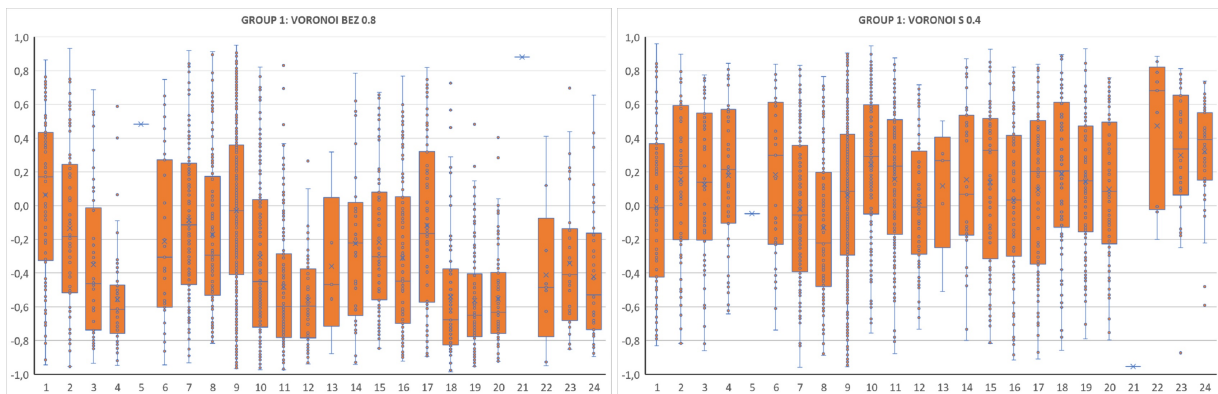
- Nízká obsazenost \overline{N}_i snižuje korelační koeficient v absolutní hodnotě pro individuální rychlost a lokální hustotu.
- Vysoké hodnoty *relTT_i* zvyšuje korelační koeficient v absolutní hodnotě pro individuální rychlost a lokální hustotu.
- Výseč má smysl jen pro vysoké *relTT_i*, tedy pro pomalé chodce, pak individuální rychlost a lokální hustota jsou korelované.
- Účinnost metod “Kužel”, “Gauss” a “Voronoi” pro výpočet lokální hustoty pro vztah s individuální rychlosti je z pohledu provedené analýzy stejná.



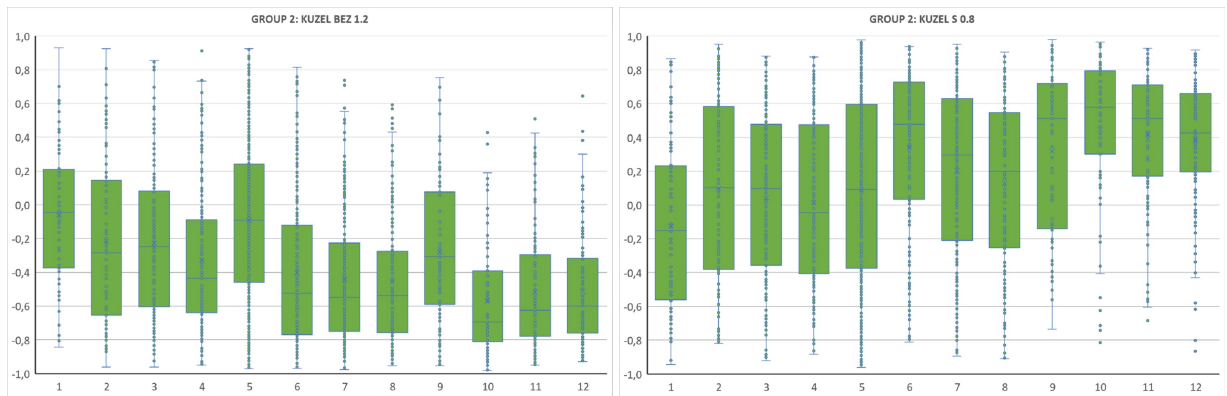
Obr. 3.12: Krabicové diagramy pro *corr*. Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Kůžel Bez” (nastavení $R = 0.7$, $r = 1.2$) a “Kůžel S” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.8$) pro skupiny z Group 1 (viz Tab. 3.4).



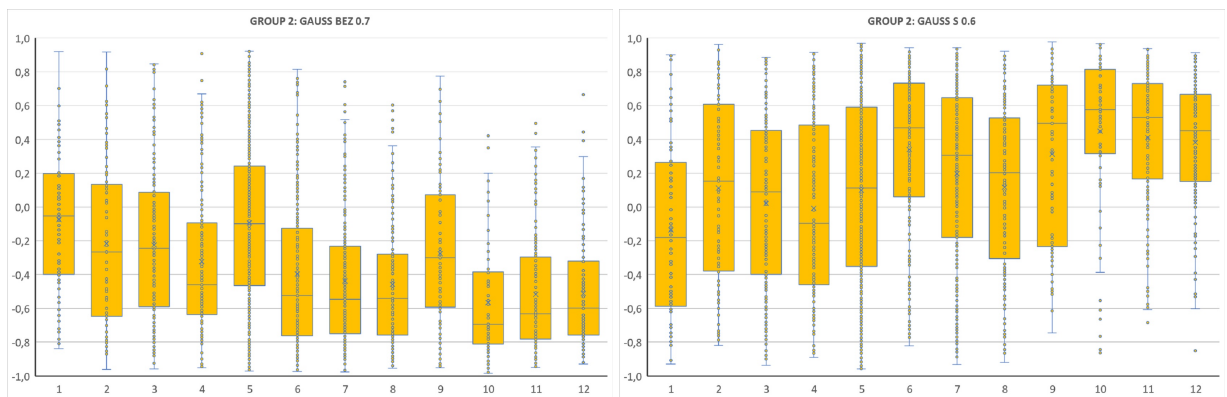
Obr. 3.13: Krabicové diagramy pro *corr*. Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Gauss Bez” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.7$) a “Gauss S” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.6$) pro skupiny z Group 1 (viz Tab. 3.4).



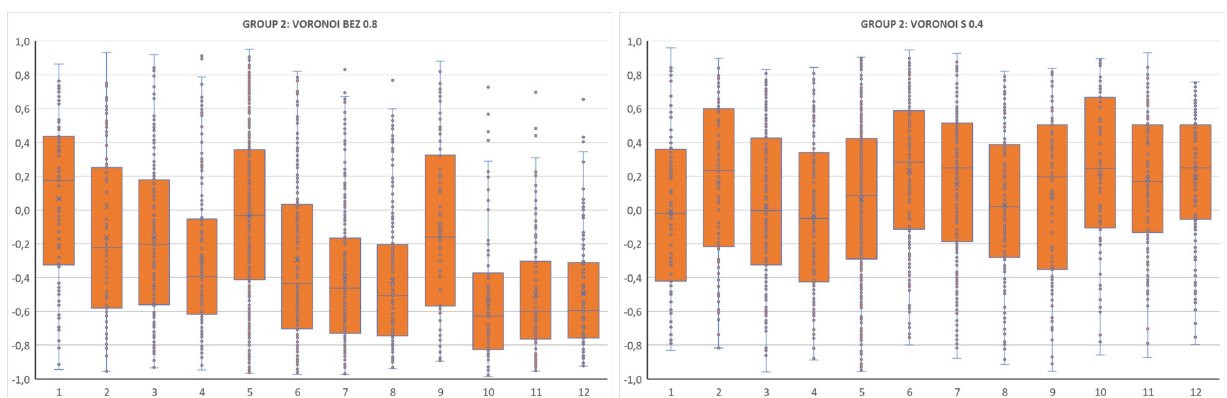
Obr. 3.14: Krabicové diagramy pro *corr*. Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Voronoi Bez” (nastavení $R = 0.8$) a “Voronoi S” (nastavení $R = 0.4$) pro skupiny z Group 1 (viz Tab. 3.4).



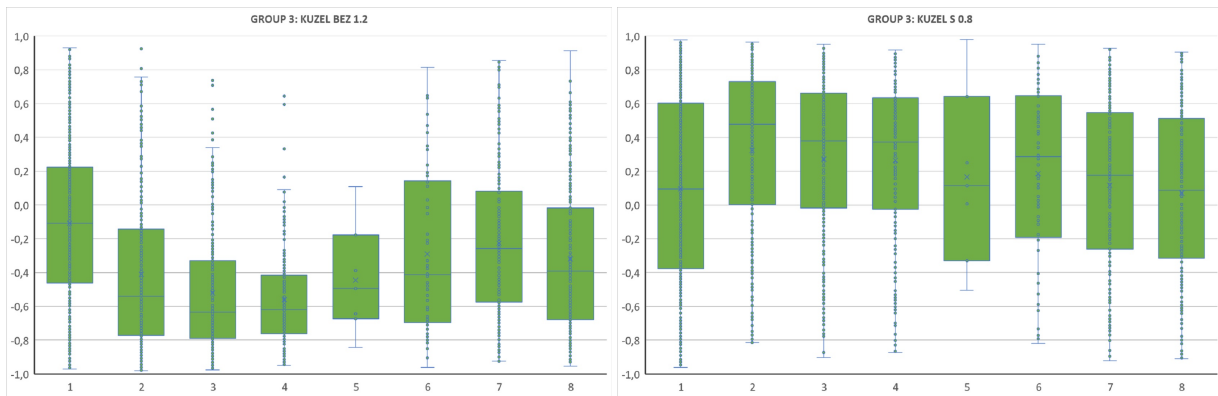
Obr. 3.15: Krabicové diagramy pro *corr*. Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Kůžel Bez” (nastavení $R = 0.7$, $r = 1.2$) a “Kůžel S” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.8$) pro skupiny z Group 2 (viz Tab. 3.4).



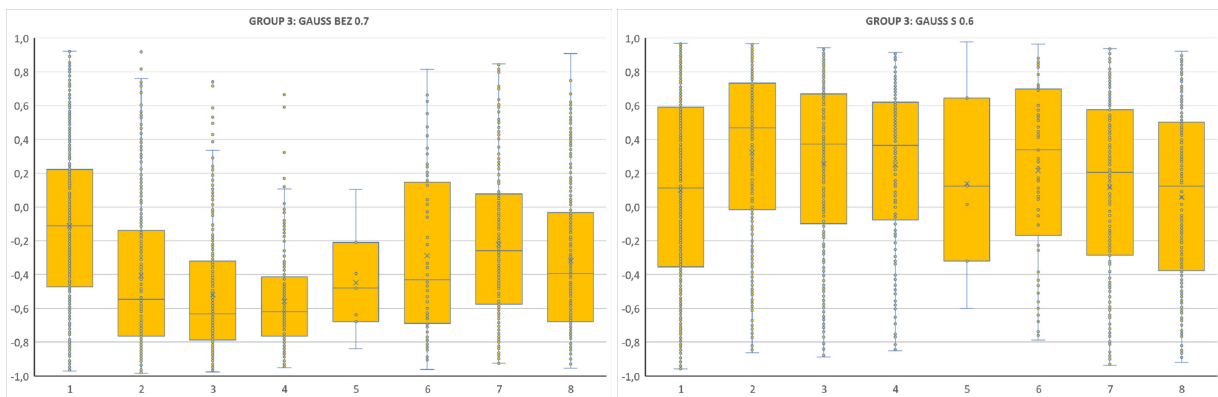
Obr. 3.16: Krabicové diagramy pro *corr*. Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Gauss Bez” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.7$) a “Gauss S” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.6$) pro skupiny z Group 2 (viz Tab. 3.4).



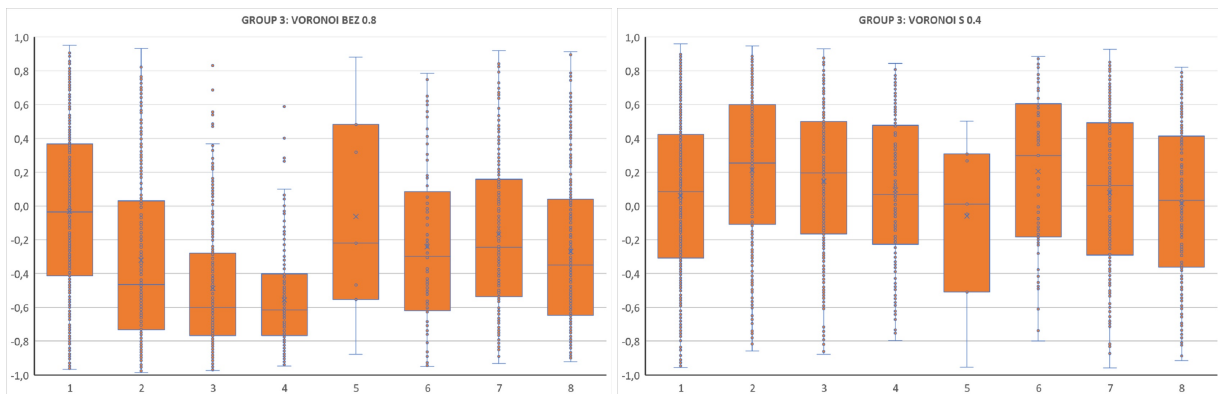
Obr. 3.17: Krabicové diagramy pro *corr*. Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Voronoi Bez” (nastavení $R = 0.8$) a “Voronoi S” (nastavení $R = 0.4$) pro skupiny z Group 2 (viz Tab. 3.4).



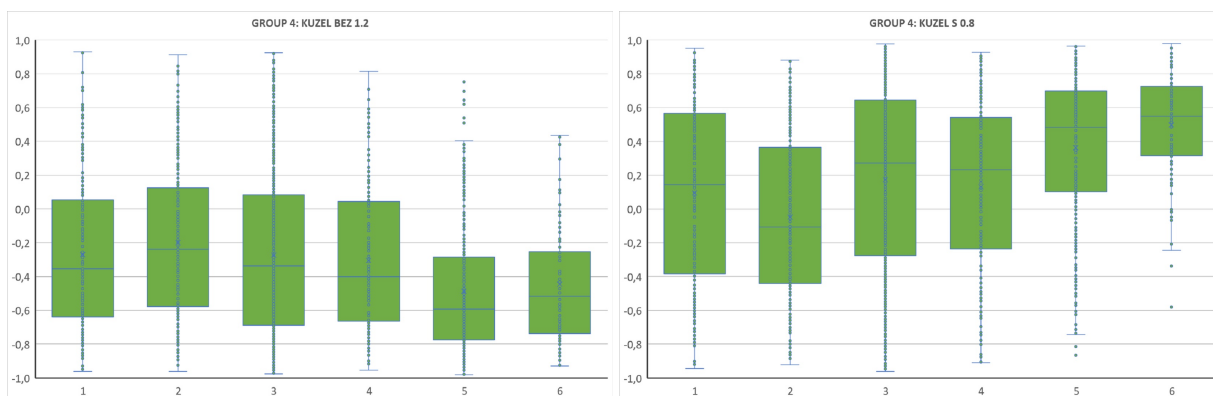
Obr. 3.18: Krabicové diagramy pro *corr.* Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Kůžel Bez” (nastavení $R = 0.7$, $r = 1.2$) a “Kůžel S” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.8$) pro skupiny z Group 3 (viz Tab. 3.5).



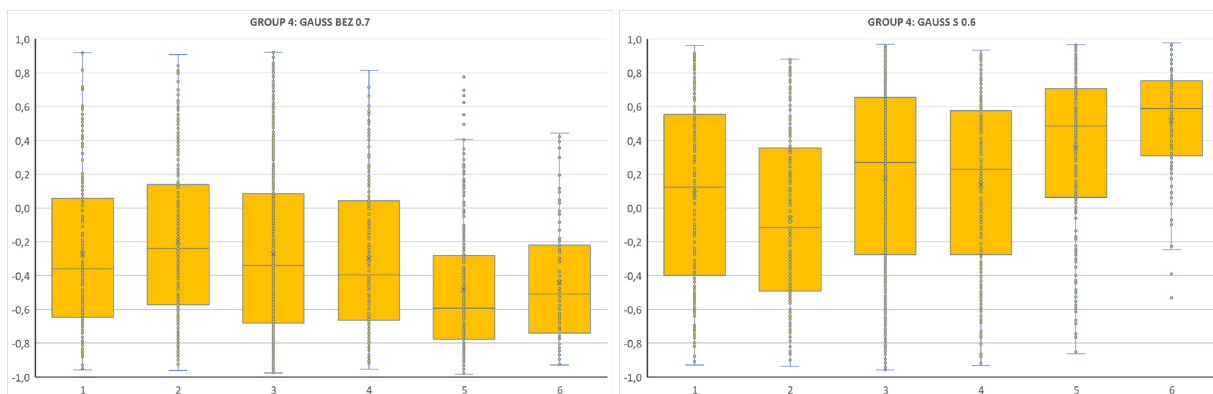
Obr. 3.19: Krabicové diagramy pro *corr.* Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Gauss Bez” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.7$) a “Gauss S” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.6$) pro skupiny z Group 3 (viz Tab. 3.5).



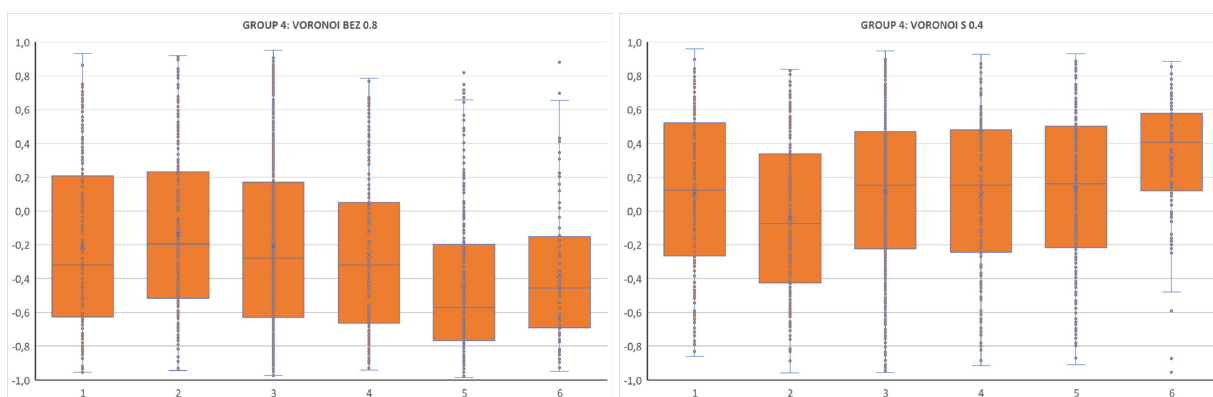
Obr. 3.20: Krabicové diagramy pro *corr.* Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Voronoi Bez” (nastavení $R = 0.8$) a “Voronoi S” (nastavení $R = 0.4$) pro skupiny z Group 3 (viz Tab. 3.5).



Obr. 3.21: Krabicové diagramy pro *corr.* Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Kůžel Bez” (nastavení $R = 0.7$, $r = 1.2$) a “Kůžel S” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.8$) pro skupiny z Group 4 (viz Tab. 3.5).



Obr. 3.22: Krabicové diagramy pro *corr.* Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Gauss Bez” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.7$) a “Gauss S” (nastavení $R = 0.7$, $r = 0.6$) pro skupiny z Group 4 (viz Tab. 3.5).



Obr. 3.23: Krabicové diagramy pro *corr.* Zvolené řezy prostorem parametrů pro přístup “Voronoi Bez” (nastavení $R = 0.8$) a “Voronoi S” (nastavení $R = 0.4$) pro skupiny z Group 4 (viz Tab. 3.5).

Závěr

Daná diplomová práce započala předáním motivace ke zkoumání problematiky modelování pohybu chodců a poskytla všeobecné uvedení do tématu v prvních sekcích Kapitoly 1, po nichž následovaly části věnované psychologickým (viz Sekce 1.3) či fyziologickým jevům (zorné pole člověka, viz Sekce 1.4) ovlivňujících vlastností pohybu jedince. Poté došlo k popisu experimentu v Sekci 1.5, z kterého mi byla poskytnutá data ke studiu.

Ve 2. Kapitole se pokračovalo seznámením s veličinami, které hrají primární roli nejen v teorii modelování pohybu chodců, ale berou své kořeny v teorii modelování dopravy, kde taktéž se čtenář dozvěděl o existenci tzv. fundamentálního diagramu, neboli závislostech mezi základními veličinami, viz Sekce 2.4. Následovala rešerše metod výpočtu hustoty používaných pro výzkum pohybu chodců (viz Sekce 2.3), na kterou se opírala a vycházela celá analytická část práce - využily se metody, o nichž byla sesbírána informace. Zavedené veličiny byly mnou naprogramované a zapojené do struktury v softwaru Matlab pro následující analýzu. Práce využila různé alternativní varianty pro přístup k výpočtu hustoty: od dříve již použité metody s kuželovým přístupem, následně s využitím Gaussove funkce či Voroného diagramu či v neposlední řadě alternativní veličiny k hustotě - námi zavedená veličina minimální vzdálenost, viz Sekce 2.2. K variantám vzorcům s hustotou byla aplikována tzv. výseč, viz Sekce 2.3.3, která rozšířila možnosti pro analýzu vlivu lokální hustoty na rychlost chodce. V Sekci 2.5 jsme se podívali na globální přístup k trajektoriím chodců a rozdělili ji na tři sektory, které byly následně zakomponovány do metodiky analýzy. Pokračovalo se se statistikami, které se využily k vyhodnocení výsledků testovaného lineárního modelu (2.19), kde individuální rychlost chodce se dosadila za vysvětlovanou proměnnou, a lokální hustota či alternativní veličina k ní obsadila místo vysvětlující veličiny. Pro metodiky pro porovnání obdržených výsledků se našel vztah, který je propojil a díky kterému bylo možné využívat následně pouze jednu statistiku, viz Sekce 2.6.3.

Druhá část práce, analytická, ve své Kapitole 3 přiblížila čtenáři rozmanitost možnosti pro nastavení a volbu konkrétních variant výpočtu vysvětlující proměnné, tj. aplikovala metody výpočtu vysvětlující proměnné a metodiky pro studium výsledků na zkoumaný lineární model. Ukázali jsme si postupy hledání optimálních hodnot parametrů a upozornili na rozdíly či shody mezi určitými volbami nebo pověděli o dopadu na fundamentální diagram zvolených přístupů, viz Sekce 3.1. Byla zavedená sada faktorů a jejich kombinace v Sekci 3.2, které dovolily následnou analýzu a vyhodnocení výsledků v Sekci 3.3.

Analýza vlastností metod výpočtu lokální hustoty přinesla závěry, že hodnotu korelačního koeficientu v sobě nese celá trajektorie jako celek, a ne její konkrétní části. I když se nejvíce průběhu *corr* pro celou trajektorii přibližuje sektor II (v případech "Bez"), kde u výstupu z místnosti jsou chodci nuceni při zvyšující se hustotě zpomalovat a přizpůsobovat tím svou rychlost vnější si-

tuaci, a ve všech případech pozorujeme podobnou tendenci (viz Obr. 3.3, Obr. 3.4, Obr. 3.7, Obr. 3.8), tak hodnoty korelačního koeficientu jsou pro sektor II slabší, tj. musíme konstatovat horší závislost mezi rychlostí a hustotou chodce než pro celkovou trajektorii. Tzn. *corr* nabývá vyšších hodnot díky celkovému trendu pohybu chodce místností. Rozdělení na sektory má smysl pro podrobnou analýzu, ale kvalitu vztahu individuální rychlosti a hustoty chodce tím ztrácíme.

Co se týče výšeče při aplikaci na výpočet lokální hustoty, tak pozorujeme zhoršení hodnot korelačního koeficientu pro varianty “S” při porovnání s variantou “Bez” ve všech případech kromě sektoru III, který nevykazuje hmatatelné rozdíly mezi variantami (opět viz Obr. 3.3, Obr. 3.4, Obr. 3.7, Obr. 3.8). Po analýze sektoru II pomocí kombinací různých faktorů, které mohou ovlivnit *corr*, lze nalézt jediné použití výšeče, a to při vysokých hodnotách *relTT_i*, jinak její uplatnění není vhodné.

A také se došlo k tomu, že účinnost metod “Kružel”, “Gauss” a “Voronoi” pro výpočet lokální hustoty pro vztah s individuální rychlostí pro sektor II je z pohledu provedené analýzy pomocí kombinace faktorů stejná. Metoda “Kružel” se ale jeví pro využití jako nejvhodnější, jelikož samotná funkce má omezený support (na rozdíl od “Gausse”, tedy chodci jsou podobnou aproximací jasně lokalizované) a dovoluje do výpočtu hustotní distribuce zahrnout jen nezbytně nutné množství chodců, kteří se nacházejí v měřené oblasti a jejím okolí, a zahodit fakt přítomnosti ostatních (což nelze při využití “Voronoi”).

Jednou z možností dalšího vývoje daného výzkumu je prověřit a podložit stanovené závěry statisticky - zamítnout či nezamítnout zformulované hypotézy. Na bázi potvrzení závěrů ohledně vlivu obsazenosti \bar{N}_i a *relTT_i* na *corr* bylo by možné začít sestavovat model, který by dokázal predikovat hodnotu korelačního koeficientu náležící určitému intervalu pro lineární model závislosti rychlosti chodce na jeho lokální hustotě. V takovém případě by bylo nutné velké množství dat, které by mohly poskytnout vyšší přesnost výsledkům. Až po vytvoření modelu, který dokáže predikovat míru závislosti mezi veličinami, by bylo možné uvažovat o modelu poskytujícím absolutní hodnoty veličin a nalezení propojení mezi nimi při určitém nastavení faktorů.

Literatura

- [1] Burstedde C., Klauck K., Schadschneider A., Zittartz J. Simulation of pedestrian dynamics using a two-dimensional cellular automaton. *Physica A* 295, 507–525. 2001.
- [2] MacDonald C.T., Gibbs J.H., Pipkin A.C. Kinetics of Biopolymerization on Nucleic Acid Templates. *Biopolymers* 6: 1-25. 1968.
- [3] Derbyshev A.E., Poghosyan S.S., Povolotsky A.M., Priezhev V.B. The totally asymmetric exclusion process with generalized update. Bogolubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Russia. 2012.
- [4] Okazaki S., Matsushita S. A study of simulation model for pedestrian movement with evacuation and queuing. In *Architectural Space, Part 3: Along the Shortest Path, Taking Fire, Congestion and Unrecognized Space into Account*, Transactions of Architectural Institute of Japan. 1979.
- [5] Teknomo K., Takeyama Y., Inamura H. Review on Microscopic Pedestrian Simulation Model. Proceedings Japan Society of Civil Engineering Conference, Morioka, Japan. March 2000.
- [6] Lovas G.G. Modeling and simulation of pedestrian traffic flow. *Transportation Research B* vol. 28, no. 6, pp. 429–443. 1994.
- [7] Helbing D., Molnár P. Social force model for pedestrian dynamics. *Physical Review E*, Vol. 51, No. 5, pp. 4282-4286, 1995.
- [8] Холщевников В. В., Самошин Д. А., Парфененко А. П., Кудрин И. С., Истратов Р. Н., Белосохов И. Р. Эвакуация и поведение людей при пожарах: Учебное пособие (Evacuation and behavior of people in case of fires: textbook). Академия Государственной противопожарной службы МЧС России. Москва, Россия. 2009.
- [9] Naka Y. Mechanism of Cross Passenger Flow - Study on Complicated Passenger Flow in Railway Station (Part 1). *Transactions of the Architectural Institute of Japan* 258 93-102. in Japanese language. 1997.
- [10] Ando K., Ota H., Oki T. Forecasting the flow of people. *Railway Research Review* 45 no. 8, 8-14. In Japanese language. 1988.
- [11] Helbing D., Buzna L., Johansson A., Werner T. Self-organized pedestrian crowd dynamics: Experiments, simulations, and design solutions. *Transportation science* 39 no. 1, 1-24. 2005.
- [12] Bamberger J. et al., Crowd Research at School: Crossing Flows. In: Chraïbi M., Boltes M., Schadschneider A., Seyfried A. (eds) *Traffic and Granular Flow '13*, Springer, Cham, 137–144. 2015.

- [13] Yamamoto K., Okada M. Continuum model of crossing pedestrian flows and swarm control based on temporal/spatial frequency. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). pp. 3352-3357. Shanghai, China. 2011.
- [14] Cividini J., Appert-Rolland C. Wake-mediated interaction between driven particles crossing a perpendicular flow. *J. Stat. Mech.*, P07015., 2013.
- [15] Appert-Rolland C., Cividini J., Hilhorst H.J., Degond P. Pedestrian flows: from individuals to crowds. *Proceedings PED2014 (Delft 22-24 Oct. 2014)*, *Transportation Research Procedia* 2, 468-476. 2014.
- [16] Helbing D., Molnár P. Self-organization phenomena in pedestrian crowds. In *Self-Organization of Complex Structures: From Individual to Collective Dynamics*, pp. 569–577, F. Schweitzer (Ed.). Gordon and Breach, London, U.K. 1997.
- [17] Imanishi M., Sano T. Level of avoidance in crossing pedestrian flow. *Proceedings PED2014 (Delft 22-24 Oct. 2014)*, *Transportation Research Procedia* 2, 367–375. 2014.
- [18] Helbing D., Vicsek T. Optimal self-organization. *New J. Physics* 1 13.1–13.17. 1999.
- [19] Николаев Л. А., Трифонов С. А. Психология толпы и массовых беспорядков: Учебно-методическое пособие (Psychology of crowds and riots: textbook). Ярославский государственный университет. Ярославль, Россия. 2019.
- [20] Маринчев В.Н. Поле зрения. Большая медицинская энциклопедия, под редакцией Петровского Б.В., 3-е издание, том 20 (Great medical encyclopedia, edited by Petrovsky B.V., 3rd edition, volume 20). 1983.
- [21] Mazuryk T., Gervautz M. *Virtual Reality - History, Applications, Technology and Future*. 1999.
- [22] Schadschneider A., Chowdhury D., Nishinari K. *Stochastic transport in complex systems: From Molecules to Vehicles*. Elsevier Science. 2010.
- [23] Davoodian N., Raynham P. Does pedestrian useful visual field change at night? In: *Proceedings of the Lux Europa 2017*. (pp. pp. 239-244). Lighting Engineering Society of Slovenia: Ljubljana, Slovenia
- [24] Ball K.K., Wadley V.G., Edwards J.D. Advances in technology used to assess and retrain older drivers. *Gerontechnology*. 2002. 1(4): p. 251-261.
- [25] Rogé J., et al. Influence of age, speed and duration of monotonous driving task in traffic on the driver's useful visual field. *Vision research*. 2004. 44(23): p. 2737-2744.
- [26] Mackworth N.H. Visual noise causes tunnel vision. *Psychonomic Science*, 1965. 3(1-12): p. 67-68.
- [27] Riordan-Eva P., Whitcher J. *Vaughan and Asbury's general ophthalmology*. 2008: Wiley Online Library.
- [28] Inditsky B., Bodmann H., Fleck H. Elements of visual performance Contrast metric—visibility lobes—eye movements. *Lighting Research and Technology*. 1982. 14(4): p. 218-231.

- [29] Leibowitz H. Recent advances in our understanding of peripheral vision and some implications. In Proceedings of the Human Factors and Ergonomics Society Annual Meeting. 1986. SAGE Publications.
- [30] Liddlea J., Seyfrieda A., Steffena B., Klingschb W., Rupprechtb T., Winkensb A., Boltesa M. Microscopic insights into pedestrian motion through a bottleneck, resolving spatial and temporal variations. ArXiv e-prints. May 2011.
- [31] Helbing D., Johansson A., Al-Abideen H. Z. The Dynamics of Crowd Disasters: An Empirical Study. *Physical Review E* 75, 046109. April 2007.
- [32] Steffen B., Seyfried A. Methods for measuring pedestrian density, flow, speed and direction with minimal scatter. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, vol. 389(9), pages 1902-1910. November 2009.
- [33] Zhang J., Klingsch W., Schadschneider A., Seyfried A. Transitions in pedestrian fundamental diagrams of straight corridors and T-junctions. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, Vol. 2011. June 2011.
- [34] Johansson A., Helbing D., Al-Abideen H. Z., Al-Bosta S. From Crowd Dynamics to Crowd Safety: A Video-Based Analysis. *Advances in Complex Systems* 11(04): 497-527. August 2008.
- [35] Tordeux A., Zhang J., Steffen B., Seyfried A. Quantitative comparison of estimations for the density within pedestrian streams. *Journal of Statistical Mechanics Theory and Experiment*. June 2015.
- [36] Marana N., Costa L. da F., Lotufo R. A., Velastin S. A. Estimating crowd density with Minkowski fractal dimension. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings. ICASSP99 (Cat. No.99CH36258)*. 1999
- [37] Jiang M., Huang J., Wang X., Tang J., Wu Ch. An Approach for Crowd Density and Crowd Size Estimation. *Journal of software*, Vol. 9, No. 3. March 2014.
- [38] Fradi H., Dugelay J.-L. Crowd Density Map Estimation Based on Feature Tracks. *IEEE 15th International Workshop on Multimedia Signal Processing (MMSP)*. 2013.
- [39] Helbing D. Traffic and Related Self-Driven Many-Particle Systems. *Reviews of Modern Physics*. 73. 10.1103/RevModPhys.73.1067. 2000.
- [40] Džabarjan M. Popis pohybu davu v komplexních situacích. Bakalářská práce. FJFI ČVUT v Praze. Praha. 2018.
- [41] Bukáček M. Celulární model pohybu chodců s adaptivní časovou škálou. Diplomová práce. FJFI ČVUT v Praze. Praha. 2013.
- [42] Kotrba M. Studie makroskopických a mikroskopických veličin popisujících pohyb chodců. Diplomová práce. FJFI ČVUT v Praze. Praha. 2017.
- [43] Schadschneider A. , Seyfried A. Empirical Results for Pedestrian Dynamics and Their Implication for Cellular Automata Models. In *Pedestrian Behavior: models, data collection and applications*, Emerald Group Publishing. 2009.

- [44] Schadschneider A., Chowdhury D., Nishinari K. *Stochastic Transport in Complex Systems*. Elsevier, 2011.
- [45] Anděl J. *Matematická statistika*. Státní nakladatelství technické literatury. Praha. 1985.
- [46] Bukáček M., Hrabák P., Krbálek M. Experimental Analysis of Two-Dimensional Pedestrian Flow in front of the Bottleneck. In: *Traffic and Granular Flow '13*, 93 – 101, Springer. 2014.
- [47] Bukáček M., Hrabák P., Krbálek M. Experimental Study of Phase Transition in Pedestrian Flow. In: *PED 2014 Proceedings, Transportation Research Procedia* 2, 105–113. 2014.
- [48] Bukáček M., Hrabák P., Krbálek M. Microscopic Travel Time Analysis of Bottleneck Experiments. In: *Transportmetrica A: Transport Science*. Volume 14. 2018.
- [49] Bukáček M., Vacková J. Evaluation of Pedestrian Density Distribution with Respect to the Velocity Response. *Traffic and Granular flow*. Washington, DC. 2017.
- [50] Hrabák P., Bukáček M., Krbálek M. Cellular Model of Room Evacuation Based on Occupancy and Movement Prediction, Comparison with Experimental Study. *JCA* 8, 383 – 395. 2013.
- [51] Bukáček M., Hrabák P., Krbálek M. Cellular Model of Pedestrian Dynamics with Adaptive Time Span. In: *PPAM 2013 Proceedings, LNCS* 8385, 669 – 678. 2014.
- [52] Bukáček M., Najmanová H., Hrabák P. The Effects of Synchronization of Pedestrian Flow through Multiple Bottlenecks – Train Egress Study. In: *PED 2016 Proceedings*, accepted. 2016.
- [53] Kielar P.M., Hrabák P., Bukáček M., Borrmann A. Using Raspberry Pi for Measuring Pedestrian Visiting Patterns via WiFi-Signals in Uncontrolled Field Studies. https://www.cms.bgu.tum.de/publications/2017_Kielar_TGF.pdf. [online][cit. 2018-06-22].
- [54] Bukáček M., Hrabák P., Krbálek M. Individual Microscopic Results of Bottleneck Experiments. In: Knoop V., Daamen W. (eds) *Traffic and Granular Flow '15*, Springer, Cham, 105–112. 2016.
- [55] Schadschneider A., Chowdhury D., Nishinari K. *Stochastic Transport in Complex Systems*. Elsevier Science, 2010.
- [56] Steffen B., Seyfried A. Methods for Measuring Pedestrian Density, Flow, Speed and Direction with Minimal Scatter. *Physica A* 389(9), 1902–1910. 2010.
- [57] <https://islamgreatreligion.wordpress.com/2009/11/28/eid-al-adha-and-hajj-2009-pictures/comment-page-2/>[online][cit. 2018-06-22].
- [58] https://cs.wikipedia.org/wiki/Koeficient_determinace#cite_ref-1[online][cit. 2019-12-08].
- [59] <https://cs.wikipedia.org/wiki/Boxplot>[online][cit. 2019-12-08].
- [60] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/9b/Boxplot_with_outlier.png[online][cit. 2019-12-08].
- [61] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Visual_Perception_Human_FOV.png?uselang=cs[online][cit. 2019-12-08].

- [62] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Field_of_view.svg?uselang=cs[online][cit. 2019-12-08].
- [63] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Goldmann_visual_field_record_sheet.svg?uselang=cs[online][cit. 2019-12-08].
- [64] https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_deviation#/media/File:Standard_deviation_diagram.svg[online][cit. 2020-12-08].