



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

prof. Ing. Zuzana Masáková, Ph.D.

Katedra matematiky

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

České vysoké učení technické v Praze

Trojanova 13, 120 00 Praha 2

e-mail: zuzana.masakova@jfifi.cvut.cz

Posudek školitelky na diplomovou práci

Pavla Veselá:

Paralelní a online aritmetika v imaginárních kvadratických tělesech

Předložená práce se věnuje pozičním numeračním systémům s algebraickou bází určeným k reprezentaci reálných i komplexních čísel. Tento způsob reprezentace umožňuje přesnou aritmetiku v algebraických rozšířeních racionálních čísel, a to za použití efektivních algoritmů pro aritmetické operace, jako jsou paralelní sčítání, či on-line násobení a dělení. K danému číselnému systému přísluší tzv. spektrum, které je nástrojem pro rozhodování o vlastnostech tohoto systému.

U systému s bází β a množinou cifer A je podstatné, zda je možné konečným nebo nekonečným řetězcem reprezentovat všechna reálná, resp. komplexní čísla. Takové systémy jsou tzv. úplné. V reálném oboru, kde základem je reálné číslo β a cifry nabývají hodnot v konečné množině A po sobě jdoucích celých čísel, je platnost této vlastnosti rozhodnutelná pouze na základě velikosti množiny A . V komplexním oboru je otázka úplnosti mnohem složitější. Místo celočíselné abecedy cifer je totiž často výhodné uvažovat i cifry s nemulovou imaginární částí. Příkladem takových vhodných systémů jsou soustavy s Penneyho a Eisensteinovou bází a abecedou tvořenou čtvrtými, resp. šestými kořeny z jedničky. Ty spadají do třídy tzv. polygonálních systémů. Cílem zadané práce bylo popsat možnosti paralelní a online aritmetiky v úplných polygonálních systémech (β, A) v případě, kde β i A leží ve stejném imaginárním kvadratickém tělese. Tyto systémy byly dříve charakterizovány v publikaci

T. Safer, *Polygonal radix representations of complex numbers*, Theoret. Comput. Sci. 210, (1999), 159–171.

Ukázalo se ovšem, že tento popis obsahuje chyby jak ve formulaci, tak i v důkazu hlavního teorému. Proto je nakonec stěžejní částí práce právě nová charakterizace úplných polygonálních systémů v imaginárních kvadratických tělesech. K popisu přitom nebylo možné pouze přímo použít metodu z uvedeného článku. Studentka musela nastudovat výsledky z řady dalších prací a odvodit i nová pomocná tvrzení. Jedním z nástrojů je studium geometrických vlastností spektra daných číselných soustav.

V další části práce studentka popisuje podle literatury algoritmy pro paralelní sčítání a metodu určení vhodné abecedy pro tzv. neighbour-free paralelní sčítání, i tzv. Extending Window Method (EWM) pro návrh paralelních algoritmů. Dále pak prezentuje algoritmy pro on-line násobení a dělení a pojem předzpracování dělitele v souvislosti se spektrem číselného systému. V páté kapitole pak všechny získané systémy studentka podrobila studiu vzhledem k jejich aritmetickým vlastnostem. Použila EWM pro nalezení paralelního algoritmu pro sčítání. V případě, že daný systém splňoval nutnou podmínku pro dostatečnou redundanci, zkoumala tzv. vlastnost OL, která umožňuje konstrukci online algoritmu pro násobení a dělení. U systémů, které tuto podmínku splňují, pak aplikovala vlastní implementaci programu pro předzpracování dělitele. Výstupem jsou přehledné tabulky obsahující parametry všech algoritmů.

Během celého roku studentka pracovala pečlivě a i přes ztížené podmínky způsobené nouzovým stavem dospěla k textu, který je ucelený, přehledný a srozumitelný, na mnoha místech doplněný vysvětlujícími obrázky. Práce Pavly Veselé představuje nezanedbatelný příspěvek k identifikaci nejvhodnějších číselných soustav pro efektivní aritmetiku. Diplomová práce rozhodně splňuje požadované standardy, proto ji doporučuji k obhajobě a navrhuji udělit známku **A – výborně**.

V Praze dne 10. května 2021

Prof. Ing. Zuzana Masáková, Ph.D.