



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská



Inovativní přístup k metodice kapacitních výpočtů pro neřízenou stykovou křižovatku

Innovative Approach to Capacity Calculation Methodology for Unsignalized T-intersection

Diplomová práce

Autor: **Bc. Nikola Groverová**
Vedoucí práce: **Doc. Mgr. Milan Krbálek, Ph.D.**
Akademický rok: 2020/2021

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student:	Bc. Nikola Groverová
Studijní program:	Aplikace přírodních věd
Obor:	Aplikované matematicko-stochastické metody
Název práce (česky):	Inovativní přístup k metodice kapacitních výpočtů pro neřízenou stykovou křižovatku
Název práce (anglicky):	Innovative approach to capacity calculation methodology for unsignalized T-intersection

Pokyny pro vypracování:

1. Proveďte důkladnou a kritickou rešerši stávajících metod používaných při analýze průjezdu neřízenou křižovatkou typu T.
2. Nastudujte teorii Gap Acceptance.
3. Sestavte, optimalizujte a validujte vlastní numerický model pro zařazování vozidel podřazeného pruhu do pruhu nadřazeného.
4. Analyzujte datové vzorky získané z původního dopravního experimentu. Vyhodnoťte základní empirické charakteristiky těchto dat.
5. Analytickými prostředky využívajícími nejnovější poznatky o mikrostruktuře dopravních proudů prověřte existující teze o statistice a kapacitě křižovatek.
6. Odvoďte obecné vztahy pro tzv. procentuální rozpad a pro hustotu pravděpodobnosti mezer akceptovaných právě n vozidly. Výsledky validujte.

Doporučená literatura:

1. W. Brilon, Intersection without Traffic Signals, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1988.
2. B. Jorgensen, Statistical Properties of the Generalized Inverse Gaussian Distribution, Lecture Notes in Statistics 9, Springer-Verlag, New York, 1982.
3. R. Akcelik, A Review of Gap-Acceptance Capacity Models, 29th Conference of Australian Institutes of Transport Research, Adelaide, 2007.
4. M. Krbálek, M. Krbálková, 3s-Unification for Vehicular Headway Modeling, In 'Proceedings of SPMS 2018', Dobřichovice, 2018, ISBN 978-80-01-06501-3.
5. J. Vladař, Odhad kritických odstupů na neřízených úrovnových křižovatkách metodou maximální věrohodnosti, Diplomová práce, Západočeská univerzita v Plzni, 2009.

Jméno a pracoviště vedoucí diplomové práce:

Doc. Mgr. Milan Krbálek, Ph.D.
Katedra matematiky
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
České vysoké učení technické v Praze
Trojanova 13 120 00 Praha 2

Jméno a pracoviště konzultanta:

Datum zadání diplomové práce: 28.2.2020

Datum odevzdání diplomové práce: 4.1.2021

Doba platnosti zadání je dva roky od data zadání.

V Praze dne 1. března 2020

.....
garant oboru

.....
vedoucí katedry

.....
děkan

Poděkování:

Chtěla bych poděkovat především svému školiteli Doc. Mgr. Milanu Krbálkovi, Ph.D. za pečlivost, ochotu, vstřícnost a odborné i lidské zázemí při vedení mé diplomové práce.

Čestné prohlášení:

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracovala samostatně a uvedla jsem všechnu použitou literaturu.

V Praze dne 3. května 2021

Nikola Groverová

Název práce:

Inovativní přístup k metodice kapacitních výpočtů pro neřízenou stykovou křižovatku

Autor: Bc. Nikola Groverová

Obor: Aplikované matematicko-stochastické metody

Druh práce: Diplomová práce

Vedoucí práce: Doc. Mgr. Milan Krbálek, Ph.D., Katedra matematiky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, České vysoké učení technické v Praze, Trojanova 13, 120 00 Praha

Abstrakt: Tato práce se zabývá studiem odhadu kritických časových světlostí a jejich použití v kapacitních výpočtech pro neřízenou stykovou křižovatku. Nejprve je představen zkoumaný problém odhadu kritických světlostí. V souvislosti představujeme známé metody, z nichž se podrobněji věnujeme Sieglochově metodice, z níž vychází v praxi používané kapacitní výpočty. Ty později upravujeme na základě poznatků získaných v rámci této práce. Dále definujeme náš stochastický přístup a na něm založený numerický model a prezentujeme základní poznatky z teorie dopravního proudění se zvláštním zaměřením na jednotlivá pravděpodobnostní rozdělení a vztahu stochastické rezistivity na hustotě provozu ve městech. V teoretické části se věnujeme odvození vztahů nezávisle na rozděleních a pro jednodušší rozdělení nalézáme analytické formule, které odpovídají výsledkům našeho modelu. V poslední části práce analyzujeme tři sady dat a ukazujeme, že rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci je GIG. Dále při testování metodou bootstrap zjistíme, že dílčí rozdělení časových světlostí dle akceptačního řádu k odpovídá nejen rozdělení GIG, ale i Gamma rozdělení.

Klíčová slova: kritická světlost, kapacitní výpočet, styková neřízená křižovatka, Sieglochova funkce, rozpadový poměr, Gamma rozdělení, Exponenciální rozdělení, GIG rozdělení, statistická rezistivita, dílčí rozdělení časových světlostí

Title:

Innovative Approach to Capacity Calculation Methodology for Unsignalized T-intersection

Author: Bc. Nikola Groverová

Abstract: This thesis focuses on gap acceptance and its use in capacity calculation for unsignalized T-intersection. First we present the problem and existing methods used in gap acceptance theory. We focus on the Siegloch method, which is the basis for capacity calculation widely used in traffic engineering today. Then we define our stochastic approach and our numerical model. We present the foundation of traffic flow theory and distribution used for time clearances with a look into the dependance between stochastic resistivity and traffic flow density in urban areas. In the theoretical part, we derive general relations and we find analytical formulae for less complicated distributions, which we verify using our numerical model. Lastly, we analyze three sets of data. We show that time clearances on the main road have GIG distribution. For partial distributions of time clearances we find, using the bootstrap method, that time clearances with higher acceptance order can be considered to have Gamma distribution.

Key words: gap acceptance, unsignalized T-intersection, Siegloch function, decomposition ratio, partial distribution of time clearances, Gamma distribution, Exponential distribution, stochastic resistivity, GIG distribution

Obsah

Úvod	13
1 Popis zkoumaného problému a používané metody	15
1.1 Metody předpokládající saturevané podmínky	16
1.2 Metody nepředpokládající saturevané podmínky	20
1.2.1 Metoda intervalů	20
1.2.2 Raffova metoda	20
1.2.3 Metoda maximální věrohodnosti	21
1.2.4 Další metody	22
2 Stochastický přístup	23
2.1 Formulace úlohy	23
2.2 Numerický model	25
3 Základní poznatky o modelování dopravního proudění	27
3.1 Stochastický dopravní plyn	28
3.1.1 Vliv potenciální energie	29
3.1.2 Stochastická rezistivita β	29
3.2 Pravděpodobnostní rozdělení a jejich vlastnosti	31
3.2.1 Exponenciální rozdělení	31
3.2.2 Gamma rozdělení	32
3.2.3 Erlangovo rozdělení	33
3.2.4 Zobecněné inverzní Gaussovo rozdělení	33
4 Metodika sběru dat	37
4.1 Podmínky pro sběr	37
4.2 Čištění vzorků	38
4.3 Zkoumané lokace měření	38
4.3.1 Mnichov - první lokalita	38
4.3.2 Mnichov - druhá lokalita	40
4.3.3 Drážďany	41
4.4 Výběrový rozpadový poměr Δ_k	44
5 Teorie ke kritickým časovým světlostem	45
5.1 Základní definice	45
5.2 Rozpadový poměr a jeho vlastnosti	46
5.2.1 Exponenciální rozdělení kritických časových světlostí $h(y)$	46
5.2.2 Gamma rozdělení kritických časových světlostí $h(y)$	47
5.2.3 Vlastnosti	48
5.3 Dílčí pravděpodobnostní rozdělení $f_{k,U}(u)$	50
5.3.1 Exponenciální rozdělení kritických časových světlostí $h(y)$	51
5.3.2 Gamma rozdělení kritických časových světlostí $h(y)$	52

5.4	Sieglochova funkce $s(t)$	53
5.5	Speciální případ pro $\delta_0 < \delta_1$	58
5.5.1	Exponenciální rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci $g(x)$	58
5.5.2	Gamma rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci $g(x)$	58
6	Zkoumání kritických časových světlostí na dostupných datech	61
6.1	Pravděpodobnostní rozdělení časových světlostí řádu k	61
6.1.1	Testování pomocí metody bootstrap	61
6.1.2	První sada dat - první lokalita v Mnichově	62
6.1.3	Druhá sada dat - druhá lokalita v Mnichově	63
6.1.4	Třetí sada dat - třetí lokalita v Drážďanech	65
6.2	Sieglochova metodika výpočtu kapacity křižovatky	66
6.2.1	Kapacitní výpočet pro jednotlivá pravděpodobnostní rozdělení	68
6.2.2	Kapacitní výpočet pomocí výběrového rozpadového poměru Δ_k	69
	Závěr	71

Symbolika

Teorie kritických časových světlostí

k	Akceptační řád světlosti
δ_k	Rozpadový poměr k -tého řádu
Δ_k	Výběrový rozpadový poměr k -tého řádu
Y_i	Kritická časová světlost (náhodná veličina)
t_g	Kritická časová světlost (střední hodnota)
t_f	Následný časový odstup
t_0	Nulový časový odstup
t_c	Kritická časová světlost křižovatky
$g(x)$	Pravděpodobnostní rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci
$h(y)$	Pravděpodobnostní rozdělení kritické časové světlosti
$h_k(y)$	Pravděpodobnostní rozdělení k kritických časových světlostí
$f_k(x)$	Dílčí pravděpodobnostní rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci řádu k
C	Kapacita křižovatky
q_p	Intenzita proudu na hlavní komunikaci
$s(t)$	Sieglochova funkce
$s_{LIN}(t)$	Aproximace Sieglochovy funkce
A_i	Přijatá světlost i -tým vozidlem
R_i	Odmítnutá světlost i -tým vozidlem
$F_a(t)$	Kumulativní distribuční funkce přijatých časových světlostí
$F_r(t)$	Kumulativní distribuční funkce odmítnutých časových světlostí
$F_c(t)$	Distribuční funkce pro kritickou světlost (jako náhodnou veličinu)

Modelování dopravních systémů

β Rezistivita stochastického dopravního plynu

ρ Hustota dopravního proudu

I Intenzita dopravního proudu

Další symboly a funkce

A Normalizační konstanta

α_t Hladina významnosti testu

μ_n n -tý moment pravděpodobnostního rozdělení

$\hat{\sigma}_n^2$ Výběrový rozptyl

\bar{x}_n Aritmetický průměr

\tilde{x}_n Medián výběru

$\Gamma(x)$ Gamma funkce

$\Gamma(a, x)$ Horní neúplná Gamma funkce

$\gamma(a, x)$ Dolní neúplná Gamma funkce

$\theta(x)$ Heavisideova funkce

$\mathcal{K}_a(x)$ Macdonaldova funkce řádu a

Úvod

Kapacitní výpočty pro křižovatky jsou úzce spjaty s odhadem kritických časových světlostí, tedy časových světlostí na hlavní komunikaci, které průměrně stačí řidičům z vedlejší komunikace k tomu, aby se zapojili do hlavního proudu. Tuto úlohu řeší empiricky již desítky let dopravní inženýrství. Předkládaná práce bude k problematice přistupovat jako k stochastické úloze a pokusí se ukázat chování kritických světlostí v závislosti na jejich pravděpodobnostním rozdělení.

Nejprve budeme diskutovat jednotlivé přístupy a metody, které se k odhadům kritických světlostí užívají. Nejpodrobněji se budeme věnovat saturovaným podmínkám a Sieglochově metodice [13], která se doposud v dopravním inženýrství používá, avšak v rámci následujících šesti kapitol ukážeme úskalí jeho přístupu a navrhneme úpravy, kterými budeme schopni popsat situaci na vozovce přesněji. K tomu bude nutné přeformulovat celý problém na stochastický a představit numerický model, který budeme později používat při kontrole našich výpočtů. Práce též zahrnuje představení základních poznatků o dopravním proudění, ze kterých budeme v celém textu vycházet. Kromě představení základních rozdělení, která jsou používána při modelování dopravy (Exponenciální, Gamma, Erlangovo a GIG), popíšeme na dostupných městských datech z České republiky i chování vozidel. Budeme zkoumat závislost stochastické rezistivity β na hustotě provozu, která se doposud zkoumala pouze na empiricky získaných datech z rychlostních komunikací.

V teoretické části se zaměříme na rozpadové poměry a dílčí distribuce v závislosti na počtu vozidel, které dané světlosti akceptovaly, za předpokladu známých distribucí na hlavní i vedlejší komunikaci. Kromě obecných vztahů získáme pro jednodušší rozdělení, přesněji řečeno exponenciální a Gamma, analytické formule a výsledky zvalidujeme pomocí našeho numerického modelu. V rámci celé práce se opíráme o Sieglochův přístup, proto odvodíme tvar tzv. Sieglochovy funkce a ukážeme, zda je v praxi používána lineární aproximace dostačující.

Poslední část této práce tvoří analýza tří datových sad získaných na německých křižovatkách. Kromě jejich základních popisů a charakteristik budeme testovat, která rozdělení jim nejlépe odpovídají. Dále budeme metodou bootstrap a Pearsonovým χ^2 testem dobré shody testovat rozdělení dílčích distribucí k -tého akceptačního řádu. Díky lepší znalosti časových světlostí budeme schopni upravit stávající Sieglochův kapacitní výpočet a diskutovat jeho výsledek ve vztahu k současně používaného výpočtu.

Kapitola 1

Popis zkoumaného problému a používané metody

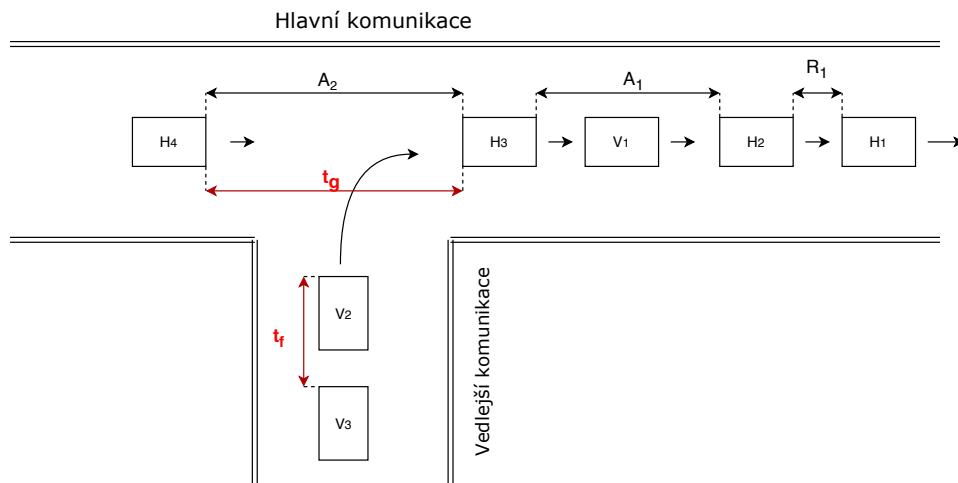
Odhad kritických časových světlostí je empirická úloha dopravního inženýrství [2], o niž prudce vzrostl zájem v sedmdesátých letech minulého století v Německu a Anglii. Kritické světlosti hrají významnou roli při stanovení kapacity křižovatek, a tím i kapacity celé komunikace. V rámci této práce se omezíme na příklad **neřízené stykové křižovatky**. Neřízenou stykovou křižovatkou rozumíme křižovátku, kde jeden jednosměrný proud vozidel určíme jako hlavní a druhý jako vedlejší, viz Obrázek 1.1. Vozidla v hlavním proudu mají přednost před vozidly z vedlejšího proudu, a projíždí tedy křižovatkou bez omezení. Vozidla z vedlejšího proudu se mohou do hlavního proudu napojit pouze pokud se mezi vozidly v hlavním proudu vytvoří dostatečně velká časová mezera, která dovolí, aby vozidlo bezpečně napojilo. Vozidla v hlavním proudu dále nemohou odbočit na vedlejší komunikaci. Mohou nastat i momenty, kdy je časová mezera dostatečně velká a jednu mezeru může využít více vozidel z vedlejšího proudu, a je tedy třeba zkoumat i chování řidičů ve vedleším dopravním proudu.

Pracujeme se dvěma typy mezer, které mohou mezi vozidly nastat:

- **časový odstup vozidel** - doba, která uplyne mezi okamžikem, kdy přední nárazník bezprostředně předcházejícího vozidla protne pevnou linii detektoru, a okamžikem, kdy stejnou linii protne přední nárazník referenčního vozidla,
- **časová světlost vozidel** - doba, která uplyne mezi okamžikem, kdy zadní nárazník bezprostředně předcházejícího vozidla protne pevnou linii detektoru, a okamžikem, kdy stejnou linii protne přední nárazník referenčního vozidla.

Na Obrázku 1.1 vidíme příklad situace na stykové křižovatce s vyznačenými veličinami. Zkoumaná veličina, kritická časová světlost t_g , je v inženýrském pojetí vnímána jako časová světlost, kterou 50 % řidičů z vedlejšího proudu vyhodnotí jako dostatečně velkou pro bezpečný vjezd do hlavního proudu, a je asociována s danou křižovatkou za neměnných vnějších podmínek. Veličina t_f , následný časový odstup, popisuje chování řidičů ve vedlejší komunikaci a určuje časový rozestup, který mezi sebou musí mít vozidla vjíždějící do hlavního proudu [17]. Při kapacitních výpočtech je dále nutná znalost nulového časového odstupu t_0 , tedy maximální délky světlosti, kterou nepřijme žádné vozidlo. Průměrné kritické světlosti t_g , v závislosti na počtu vozidel, jež danou světlost akceptují, slouží k odhadu, jakým způsobem akceptují řidiči z vedlejší komunikace nabízené světlosti. Na základě této závislosti můžeme získat veličiny t_0 a t_f , díky kterým jsme schopni vypočítat kritickou časovou světlost křižovatky t_c .

Jelikož se v rámci této práce soustředíme na kapacitní výpočty křižovatek, budeme každou z metod aplikovat na odhadování kritické časové světlosti křižovatky t_c .



Obrázek 1.1: Diagram stykové křižovatky se zkoumanými časovými veličinami pro odhad kritické časové světlosti. H_i a V_i značí vozidla na hlavní, resp. vedlejší komunikaci. Jako A_i , resp. R_i , označujeme přijatou, resp. odmítnutou světlost.

Určování kritické časové světlosti se provádí měření jednotlivých přijatých světlostí A_i i odmítnutých R_i světlostí na hlavní komunikaci. U každé časové světlosti navíc zapisujeme i počet vozidel, která ji využila. Mezi neplatné případy, které by měly správně být vyřazeny ze zpracování, patří instance: na hlavní komunikaci se vyskytla kongesce, světlost byla natolik dlouhá, že se všichni řidiči z vedlejší komunikace zařadili, nebo jakékoliv další externí vlivy, které by mohly ovlivnit výsledky. Průběhu sběru dat se budeme blíže věnovat ve čtvrté kapitole.

I přesto, že sběr dat je jednoznačně daný, rozhodování o světlostech, které jsou vhodné pro zahrnutí do datové sady, jednoznačné není a záleží na volbě metody pro odhad kritické světlosti. Jednotlivé metody se mohou lišit právě v tom, zda pracují s veškerými dostupnými odmítnutými světlostmi R_i , nebo pouze s maximální odmítnutou časovou světlostí a dalšími podmínkami pro přijetí světlosti do datové sady. Dále lze metody rozdělit například podle toho, zda předpokládají saturovanou dopravu, nebo nikoliv. V rámci všech zde představených metod vždy předpokládáme konzistentní chování řidiče z vedlejší komunikace, tedy pokud by řidiči byla nabídnuta časová světlost, kterou již využil, pak ji opět využije.

1.1 Metody předpokládající saturované podmínky

Předpoklad saturované dopravy je sice poměrně silný předpoklad, který v praxi nebude vždy splněn, ale díky němu můžeme tvrdit, že pokud budou časové světlosti v hlavním proudu odpovídat individuální kritické časové světlosti řidiče z vedlejší komunikace, pak budou vždy využity. Siegloch [13] mohl díky tomuto předpokladu představit následující metodu pro výpočet kapacity křižovatek, která se doposud hojně používá.

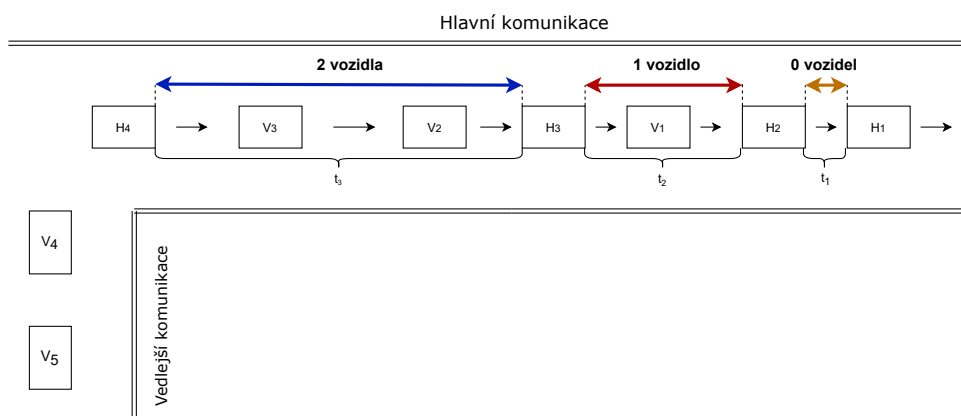
Sieglochova metoda

Metoda představená Wernerem Sieglochem, dále jako Sieglochova metoda, k odhadu kritické světlosti vychází z Grabeho [5] a následně i Harderse [6] a předpokládá, že vedlejší proud je saturovaný, tedy že na vjezd do hlavní komunikace neustále čeká dostatečně mnoho vozidel. Tento předpoklad je pro naše účely nutný. Na Obrázku 1.2 vidíme jednotlivé časové světlosti t_i na hlavní komunikaci. Ke každé z nich

získáváme údaj o počtu vozidel, která časovou světlost využila. Závislost počtu vozidel, která akceptují časovou světlost t na její velikosti označujeme jako **Sieglochovu funkci**

$$s(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} k \cdot p_k(t).$$

Funkce reprezentuje střední hodnotu počtu vozidel, které využijí nabídnutou světlost velikosti t a její průběh Siegloch na základě empirický získaných poznatků aproximuje lineární funkcí, kterou označíme jako $s_{LIN}(t)$.



Obrázek 1.2: Diagram popisující sběr dat k Sieglochově metodě. Vozidla na hlavní, resp. vedlejší komunikaci značíme jako H_i , resp. V_i a jednotlivé časové světlosti na hlavní komunikaci jako t_i .

Vznik této metody úzce souvisí se Sieglochovým kapacitním modelem, který staví výpočet kapacity právě na Sieglochově funkci $s(t)$ a hustotě pravděpodobnosti časových světlostí v hlavním proudu $g(t)$. Výslednou kapacitu křižovatky C pak získáme integrací přes všechny přípustné časové světlosti t

$$C = q_p \cdot \int_0^{\infty} g(t) \cdot s(t) dt, \quad (1.1)$$

kde q_p označuje intenzitu hlavního proudu. Tento kapacitní model je základem teorie kritických časových světlostí [2].

K nalezení aproximativního rozdělení počtu vozidel $s_{LIN}(t)$ navrhuje Siegloch použití lineární regrese na základě empiricky získaných dat z terénu. Měření může probíhat pouze za saturovaných podmínek, a tedy je obtížné získat údaje o časových světlostech, které přijalo více vozidel. V rámci dostupných dat byla detekována světlost, která byla přijata maximálně osmi vozidly. V Obrázku 1.4 můžeme vidět přibližnou lineární závislost středních hodnot kritických světlostí získanou analýzou dat z jedné z neřízených stykových křižovatek, které budou blíže analyzovány v pozdějších kapitolách. V praxi se metoda provádí následovně:

- vynesení jednotlivých měření do grafu, zobrazujícího závislost počtu vozidel, akceptujících danou časovou světlost, na velikosti časové světlosti t ,
- stanovení průměrné hodnoty kritické časové světlosti t_g dle počtu vozidel, co dané světlosti akceptovaly,
- provedení lineární regrese na jednotlivých t_g ,

- získaný předpis přímky je hledanou aproximací Sieglochovy funkce $s_{LIN}(t)$.

Předpis $s_{LIN}(t)$ lze zapsat využitím Heavisideovy funkce $\theta(t)$

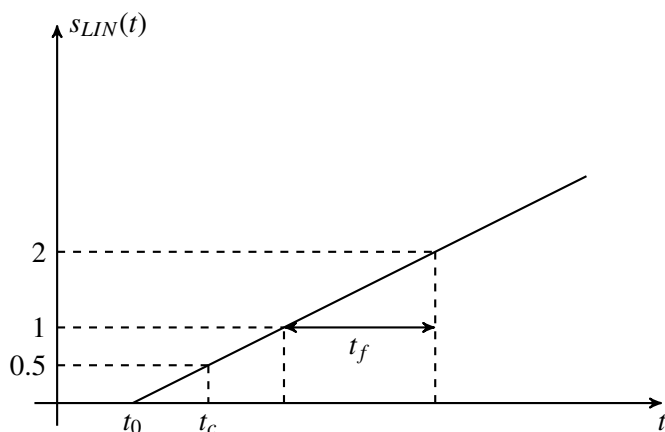
$$\theta(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

jako po částech lineární vztah

$$s_{LIN}(t) = \theta(t - t_0)(k \cdot t + q),$$

kde t_0 jsou nulový časový odstup.

Na Obrázku 1.3 je schématicky zachyceno, jak ze znalosti $s_{LIN}(t)$ získáme hodnoty parametrů t_0 , t_f a t_c . Následný časový odstup t_f je čas t , který uběhne, než se hodnota $s_{LIN}(t)$ navýší o 1. Ve schématu 1.3



Obrázek 1.3: Schéma výpočtu t_0 , t_f a t_c ze znalosti lineární aproximace Sieglochovy funkce $s(t)$.

je viditelný pravoúhlý trojúhelník, z jehož vlastností budeme schopni jednoduše získat závislost následného odstupu na směrnici. Víme, že směrnice přímky je tangens úhlu sevřeného s osou x a zároveň v pravoúhlém trojúhelníku lze tangens vypočítat jako poměr protilehlé a přilehlé přepony, čímž dostáváme vztah pro výpočet t_f

$$t_f = \frac{1}{k}.$$

Nulový časový odstup t_0 je průsečík lineární aproximace $s_{LIN}(t)$ s osou x , proto

$$t_0 = -q \cdot t_f.$$

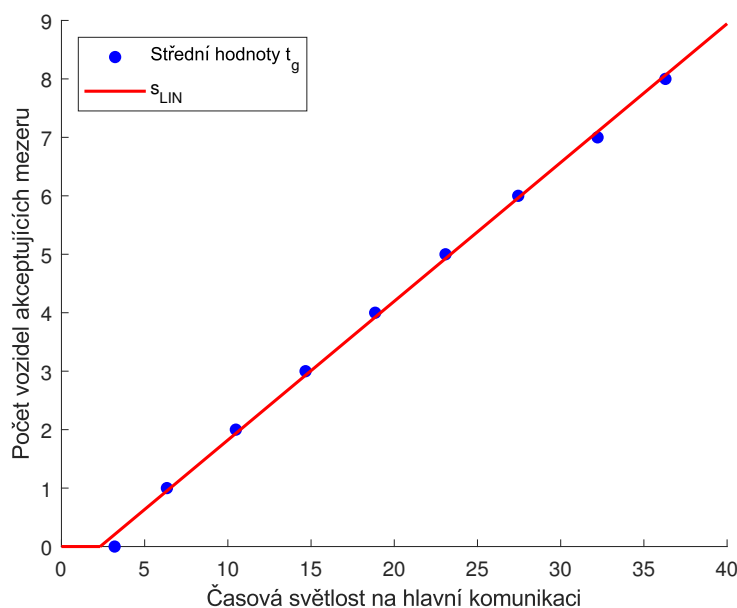
Kritická časová světlost křižovatky popisuje časovou světlost, kterou polovina řidičů využije a polovina nikoliv, z toho důvodu hledáme takové t_c , pro něž platí $s_{LIN}(t_c) = \frac{1}{2}$. Aproximace $s_{LIN}(t)$ je lineární funkce, tedy kritickou časovou světlost křižovatky můžeme získat jako

$$t_c = t_0 + \frac{t_f}{2}.$$

Sieglochova metoda je jednou z nejčastěji používaných metod pro výpočet kapacity křižovatek v dopravním inženýrství a to i přesto, že počítá s předpoklady, které neodpovídají realitě, nebo je velice složité jich docílit a nesouhlasí ani se současnými poznatky o chování dopravy. Mezi nejproblematictější zjednodušení Sieglochovy metody patří:

- Předpoklad saturovaných podmínek, bez kterého není možno nalézt aproximaci $s_{LIN}(t)$.
- Vztah (1.1) je obecný, avšak pro přesný výpočet kapacity C pracuje Siegloch s předpokladem exponenciálního rozdělení světlostí mezi vozidly na hlavní komunikaci, které je smysluplné pouze v případě volné dopravy (pod 5 vozidel na kilometr) a zdaleka neodpovídá rozdělení světlostí při obvyklé dopravní situaci, což ukážeme v rámci kapacitních výpočtů v šesté kapitole.
- Po částech lineární funkce $s_{LIN}(t)$ je značnou aproximací skutečné Sieglochovy funkce $s(t)$ a vede k problematickému určení nulového časového odstavu t_0 . Při použití po částech lineární funkce hraje t_0 roli jakéhosi prahu, do kterého je $s_{LIN}(t)$ nulová. Skutečná Sieglochova funkce $s(t)$ ovšem žádný takový práh nemá a funkce zůstává nenulová i pro časové světlosti menší než t_0 .

Výpočet aproximace vychází z Grabeho [5] a její využití na reálných datových sadách ukážeme v šesté kapitole u kapacitních výpočtů, kde budeme diskutovat, jak rozdílných výsledků dosáhneme za předpokladu různých rozdělení, která využívají znalosti o chování dopravy.



Obrázek 1.4: Odhad lineární aproximace Sieglochovy funkce získaný lineární regresí na středních hodnotách individuálních kritických světlostí t_g . Data byla získána v rámci sběru dat na drážďanské křižovatce a obsahují přes 30000 pozorování.

1.2 Metody nepředpokládající saturované podmínky

Předchozí Sieglochova metoda předpokládala sběr dat za saturovaných podmínek, což není situace, která je na reálných komunikacích častá. Z toho důvodu se nyní budeme věnovat několika metodám odhadu kritických světlostí, které se v praxi používají a nepředpokládají saturované podmínky.

Teorie kritických světlostí se netýká striktně akceptování světlostí při vjezdu do křižovatky. Jednotlivé modely vznikaly při modelování předjíždění vozidel, či chování vozidel při vjezdu do zúžení [11]. Právě díky odlišným situacím, které měly metody původně řešit, se mohou lišit ve formátu dat (například pracují s časovými odstupy, nikoliv světlostmi) či předpokladech. Z toho důvodu nebudou metody plně kompatibilní s řešením našeho problému, jelikož samotní řidiči mohou mít rozdílné individuální kritické časové světlosti v závislosti na úkonu, jež chtějí vykonat. Například při předjíždění zajisté budou existovat řidiči, kteří určitou světlost nevyužijí k předjíždění, avšak světlost stejné velikosti by v případě vjezdu do křižovatky využili.

1.2.1 Metoda intervalů

Tuto metodu [2] uvádíme spíše pro ilustraci, jak problém řešit, pokud máme nesaturované podmínky. Interval, v anglické literatuře *lag*, je časový interval mezi vjezdem vozidla z vedlejší komunikace do křižovatky a vjezdem vozidla z hlavní komunikace do křižovatky.

Podíl řidičů, kteří využijí časový interval o velikosti t , bude shodný s pravděpodobností, že řidičova individuální kritická časová světlost je menší než t , a tedy můžeme získat distribuční funkci kritické časové světlosti $F_c(t)$. Pro aproximaci kumulativní distribuční funkce kritické časové světlosti pro časový interval t_i bude platit

$$F_c(t_i) = \frac{A_i}{N_i}, \quad (1.3)$$

kde A_i je počet přijatých intervalů v časovém úseku i a N_i je počet všech intervalů v časovém úseku i . Výslednou kritickou časovou světlost křižovatky t_c můžeme vypočítat jako střední hodnotu všech t_i , kde t_i je střed intervalu i

$$t_c = \sum_{i=1}^W t_i \cdot [F_c(t_i) - F_c(t_{i-1})]. \quad (1.4)$$

Jednotlivé časové úseky i získáme ekvidistantním rozdělením celkové časové osy průběhu pozorování a celkový počet úseků označíme jako W .

Tato metoda má mnohá úskalí [2]. Nejvýraznějším problémem jsou podmínky, které musí na křižovatce nastat, aby bylo možné posbírat dostatečný vzorek. Potřebujeme totiž, aby doprava plynula a na hlavní komunikaci nebyla vysoká hustota provozu, jelikož to by vedlo k malému počtu záznamů A_i . Tato metoda nepracuje s možností, že by na vedlejší komunikaci čekalo víc vozidel a za saturovaných podmínek by nebyla aplikovatelná.

1.2.2 Raffova metoda

Raffova metoda [12] je jedna z prvních, která odhaduje kritickou časovou světlost za nesaturovaných podmínek. Na rozdíl od předchozí metody intervalů bere v úvahu i případy, kdy řidič z vedlejší komunikace využil světlost po stání ve frontě. Proto odhad kritické časové světlosti ovlivní i rozdělení časových světlostí v hlavním proudu. Je třeba si také uvědomit, že mezi řidiči se mohou vyskytovat takoví, kteří

potřebují pro bezpečný vjezd delší časovou světlost, a ve srovnání s troufalejšími řidiči nevyužijí větší množství světlostí.

Pro rozhodování řidiče tedy bude určitě platit, že jeho kritická světlost bude větší, než největší časová světlost, kterou odmítne, a zároveň bude menší, než nejmenší světlost, kterou přijme. Z toho důvodu platí pro empirické distribuční funkce přijatých světlostí $F_a(t)$, odmítnutých světlostí $F_r(t)$ a kritických světlostí $F_c(t)$ nerovnost

$$F_a(t) \leq F_c(t) \leq F_r(t) \quad \forall t.$$

Distribuční funkce $F_a(t)$ a $F_r(t)$ můžeme získat pozorováním křižovatky, zatímco $F_c(t)$ je třeba odhadnout.

Raffova metoda využívá tohoto pozorování a odhad kritické časové světlosti křižovatky t_c stanoví jako čas t , pro který nastane rovnost

$$1 = F_a(t_c) + F_r(t_c).$$

Tato metoda je poměrně jednoduchá a výpočet t_c vychází z úvahy, že kritická světlost je právě ta, pro kterou platí, že je stejně odmítnutých světlostech větších než t_c jako přijatých světlostí menších než t_c . Odhad t_c je ovšem velice závislý na hustotě provozu během pozorování a proto je vhodný pouze pro menší hustoty provozu [11].

1.2.3 Metoda maximální věrohodnosti

Poslední metodou, kterou zde samostatně představíme, je metoda maximální věrohodnosti [4, 11]. Na základě apriorní znalosti předpokládáme typ pravděpodobnostního rozdělení kritické časové světlosti, avšak s neznámými parametry. Parametry rozdělení určíme MLE odhadem (*Maximálně věrohodným odhadem*), ke kterému potřebujeme získat věrohodnostní funkci $L(r_i, a_i)$. Předpokládejme, že u jednotlivých řidičů z vedlejší komunikace známe r_i - maximální odmítnutou světlost a a_i - přijatou světlost. Víme, že se kritická časová světlost křižovatky t_c bude nacházet právě mezi r_i a a_i , a hledáme její pravděpodobnostní rozdělení.

Věrohodnostní funkci popisující pravděpodobnost, že se kritická světlost t_c nachází mezi r_i a a_i lze zapsat pomocí distribuční funkce $F_c(t)$ pro n řidičů z vedlejší komunikace jako

$$L(r_i, a_i) = \prod_{i=1}^n [F_c(a_i) - F_c(r_i)].$$

Pokud známe typ distribuční funkce kritické světlosti $F_c(t)$, můžeme maximalizací věrohodnostní funkce $L(r_i, a_i)$ získat odhady parametrů rozdělení $f_c(t)$. Střední hodnota pravděpodobnostního rozdělení

$$t_c = E[T] = \int_{\mathbb{R}} t \cdot f_c(t) dt$$

bude rovna hledané kritické časové světlosti křižovatky t_c .

V praxi se používá nejčastěji předpoklad log-normálního rozdělení kritické světlosti. K řešení výsledných rovnic je nutné využít numerické a iterační metody. Podrobný popis použití metody a získání jednotlivých rovnic je uveden v [16]. Odhady získané touto metodou jsou velice přesné, avšak je třeba apriorní znalosti rozdělení časových světlostí [11].

1.2.4 Další metody

Dosud bylo v této kapitole představeno několik základních typů metod. Existuje jich ovšem mnohem více, avšak do jisté míry používají již výše zmíněné metody, nebo pracují s již existujícími modely, například logitovými. Pro ucelenější představu dalších dostupných metod uvádíme dodatečně další čtyři metody, které ovšem nebudeme podrobně rozvádět.

Ashworthova metoda předpokládá exponenciální rozdělení světlostí v hlavním proudu, jejich nezávislost a normální rozdělení přijatých a individuálních kritických světlostí. Ashworth došel k odhadu

$$t_c = \hat{\mu}_a - q_p \cdot \hat{\sigma}_a^2,$$

kde $\hat{\mu}_a$ a $\hat{\sigma}_a^2$ jsou průměr a výběrová směrodatná odchylka přijatých světlostí a q_p je intenzita proudu na hlavní komunikaci. Výsledek by se zkomplikoval, pokud bychom předpokládali rozdělení odlišné od normálního, korekce pro Gamma rozdělení je dostupná v [11].

Logit a Probit metody aplikují logitové, popřípadě probitové modely, jejichž sestavení je podrobně popsáno v [2]. Tyto modely patří mezi zobecněné lineární modely, tedy jejich předpis lze transformací převést na lineární modely. Parametry modelu získáme opět pomocí MLE odhadu. Probitové a logitové modely mají rozdílné předpisy a navíc se liší v předpokládaném rozdělení svých náhodných složek. Zatímco logitové modely pracují s logistickým rozdělením, probitové modely předpokládají normální rozdělení (popřípadě log-normální rozdělení). Logitové modely umožňují zakomponování dalších externích vlivů vložením dalšího členu a používají se v dopravním plánování již od roku 1987. Probitové modely se používaly ještě dříve, a to od šedesátých let minulého století [14]. Vedou k podobným výsledkům jako metoda intervalů a právě kvůli této podobnosti je probitový model společně s metodou intervalů iteračně aplikován v následující Hewittově metodě.

Hewittova metoda pracuje s ekvidistantními úseky, podobně jako intervalová metoda. Jde o iterační metodu, jejíž inicializační stav získáme právě z metody intervalů. Z distribuční funkce $F_{c,lag}(t)$ získáme první posloupnost pravděpodobností pro jednotlivé úseky, že kritická časová světlost křižovatky t_c je právě v daném úseku. V každé iteraci vypočteme očekávaný počet přijatých a odmítnutých světlostí (předpisy k jejich výpočtu jsou opět dostupné v [2]), vypočteme další odhad pravděpodobností pomocí probit metody a odhad t_c . Iterace končí, jakmile se výsledné hodnoty kritické světlosti křižovatky t_c iteracemi nemění.

Kapitola 2

Stochastický přístup

V předchozí kapitole jsme kromě formulování problému představili i několik z často používaných metod k odhadu kritických světlostí křižovatek. Většina z nich částečně využívala teorii pravděpodobnosti, ať už výpočtem empirických distribučních funkcí (Metoda intervalů, Raff, MLE metoda, Hewitt), nebo předpokládáním pravděpodobnostního rozdělení světlostí a odhadováním parametrů na základě dat (Ashworth, Hewitt, logitové a probitové modely). I Sieglochova metoda předpokládá exponenciální pravděpodobnostní rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci při výpočtu kapacity křižovatky.

Nyní postoupíme k přeformulování problému na čistě stochastickou verzi, uvažující mikroskopickou strukturu dopravy. Individuální kritickou časovou světlost zde zavádíme jako náhodnou veličinu Y_i a jedná se o minimální časovou světlost na hlavní komunikaci, kterou je daný řidič při realizaci svého zařazovacího manévru z vedlejší komunikace ochoten akceptovat. [17].

O časových světlostech na hlavní komunikaci máme velké množství informací, jelikož je možné je změřit. Například na základě hustoty provozu můžeme předpokládat, jaké mají světlosti pravděpodobnostní rozdělení $g(x)$. Zatímco pro extrémně řídkou dopravu může být rozdělení světlostí exponenciální (nebo jemu blízké), pro jakýkoliv jiný případ dopravy exponenciální rozdělení hrubě neodpovídá realitě a pracuje se s *Zobecněným inverzním Gaussovým rozdělením*, známým pod zkratkou GIG. Dílčí pravděpodobnostní rozdělení $f_k(x)$ časových světlostí akceptovaných právě k vozidly můžeme též změřit, pokud si u každé časové světlosti na hlavní komunikaci zaznamenáme počet vozidel, která ji přijala. Oproti tomu o pravděpodobnostním rozdělení individuální kritické časové světlosti $h(y)$ nemáme žádné informace, jelikož jde o rozhodování, které probíhá v mysli daného řidiče. V rámci této práce předpokládáme, že jednotliví řidiči mají stejné rozdělení individuální kritické světlosti, ale v praxi tento předpoklad pravděpodobně nebude splněný.

Smysl zkoumání pravděpodobnostního rozdělení časových světlostí spočívá v podrobném popisu teoretických vlastností dílčích rozdělení $f_k(x)$ a dalších veličin v závislosti na volbě $g(x)$ a $h(y)$, a v následném podrobnějším prozkoumání pravděpodobnostního rozdělení $h(y)$, které vede k vytvoření lepší představy o rozhodování řidiče na vedlejší komunikaci.

2.1 Formulace úlohy

Na Obrázku 2.1 vidíme jednotlivé časové světlosti mezi vozidly v hlavním proudu, které budeme považovat za náhodné veličiny X_1, X_2, \dots, X_n s hustotou pravděpodobnosti $g(x)$. Náhodné veličiny Y_1, Y_2, \dots, Y_n s hustotou pravděpodobnosti $h(y)$ reprezentují minimální časovou světlost, kterou řidič z vedlejší komunikace potřebuje k tomu, aby se zařadil do hlavního proudu. Každý i -tý řidič se tedy rozhoduje dle

pravidla

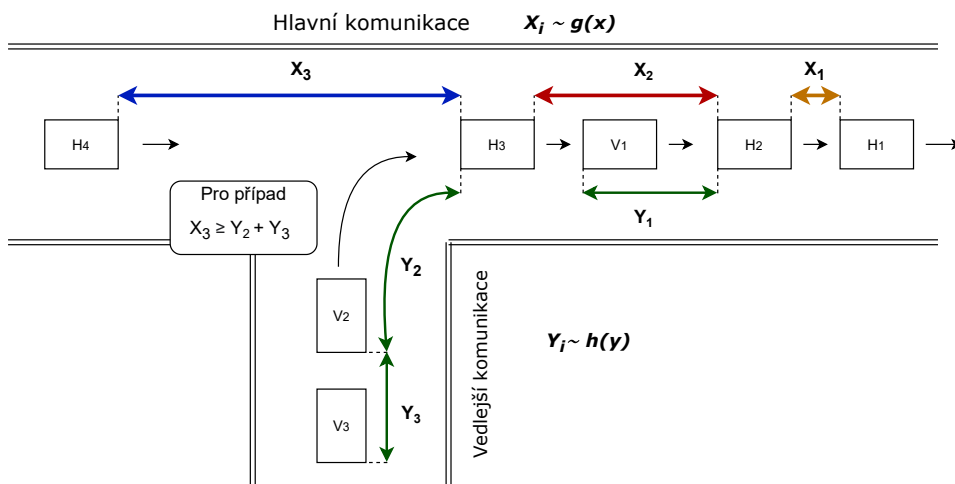
$Y_i \leq X_j \implies$ Řidič přijímá nabídnutou časovou světlost,

$Y_i > X_j \implies$ Řidič odmítá nabídnutou časovou světlost.

Předchozí rozhodovací pravidlo by bylo dostatečné, pokud by každou světlost mohlo využít nejvýše jedno vozidlo. Jelikož vycházíme ze Sieglochovy metodiky, počítáme s předpokladem, že existují časové světlosti, které mohou být bez problému využity dvěma a více vozidly a je tedy třeba rozhodovací pravidlo i -tého řidiče přepsat na

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{Y_i \leq X_j - \sum_{m=\ell}^{i-1} Y_m}^{\text{vždy kladné}} \implies \text{Řidič přijímá nabídnutou časovou světlost,} & (2.1) \\
 & Y_i > X_j - \sum_{m=\ell}^{i-1} Y_m \implies \text{Řidič odmítá nabídnutou časovou světlost,}
 \end{aligned}$$

kde ℓ -tý řidič byl první řidič, co akceptoval nabídnutou časovou světlost X_j . Maximální počet vozidel, která využila časovou světlost X_j , nazýváme **akceptační řád světlosti** a značíme k . Na Obrázku 2.1 vidíme, že pro časovou světlost X_1 je akceptační řád $k_1 = 0$ zatímco pro X_2 je akceptační řád $k_2 = 1$.



Obrázek 2.1: Diagram popisující stykovou křižovatku pomocí náhodných veličin X_i a Y_i .

Předpoklady

Při převádění úlohy na nejjednodušší verzi, kterou budeme uvažovat v celé práci, je třeba přijmout následující předpoklady o chování řidičů na hlavní i vedlejší komunikaci.

- **Saturovaná doprava ve vedlejším proudu** - na vedlejší komunikaci je neustále přítomno další vozidlo, které může využít světlost.
- Hustota provozu v nadřazeném proudu není příliš vysoká, netvoří se kongesce.

- Řidiči se chovají konzistentně - pokud se jim naskytne příležitost, vždy přijmou vhodnou světlost.
- Individuální kritické časové světlosti řidičů Y_i pocházejí ze stejného pravděpodobnostního rozdělení $h(y)$.
- Sousední časové světlosti jsou nezávislé, a to jak na hlavní tak vedlejší komunikaci.
- Následný časový odstup t_f mezi vozidly na vedlejší komunikaci je roven nule.

Předpoklad saturované dopravy umožňuje využití dostatečně veliké časové světlosti více vozidly. Předpoklad nezávislosti mezi řidiči na vedlejší komunikaci nám ulehčí pozdější výpočty, jelikož s náhodnými veličinami budeme moci pracovat jako s i.i.d. (*independent and identically distributed*). Víme, že pro dvě i.i.d. náhodné veličiny $U \sim f(u)$, $V \sim g(v)$ je hustota pravděpodobnosti jejich součtu rovna konvoluci jejich hustot pravděpodobností

$$U + V \sim (f \star g)(x) = \int_{\mathbb{R}} f(y)g(x - y)dy.$$

Použitím vícenásobné konvoluce a předpokladu stejného rozdělení pro řidiče na vedlejší komunikaci budeme moci jednoduše nalézt obecný předpis pravděpodobnostního rozdělení k kritických časových světlostí $h_k(y)$ v závislosti na akceptačním řádu k pro námi uvažované rozdělení $h(y)$.

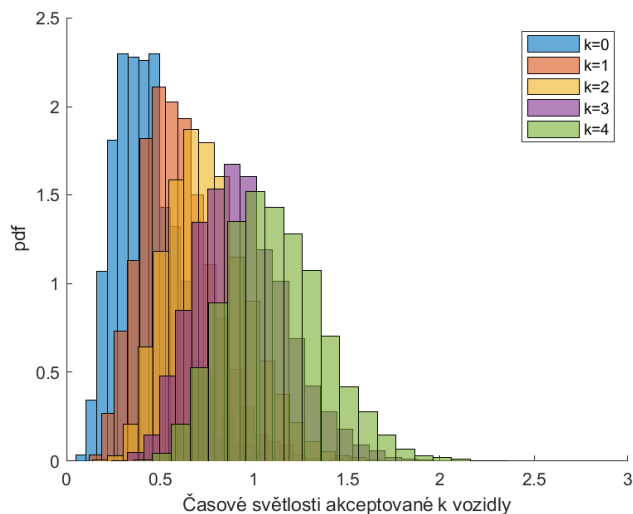
Posledním předpokladem je nulový následný časový odstup $t_f = 0$, který lze pro nenulové t_f jednoduše přidat do námi používaného rozhodovacího pravidla (2.1) jako

$$Y_i \leq X_j - \sum_{m=\ell}^{i-1} Y_m - (i - \ell) \cdot t_f \quad \implies \quad \text{Řidič přijímá nabídnutou časovou světlost.} \quad (2.2)$$

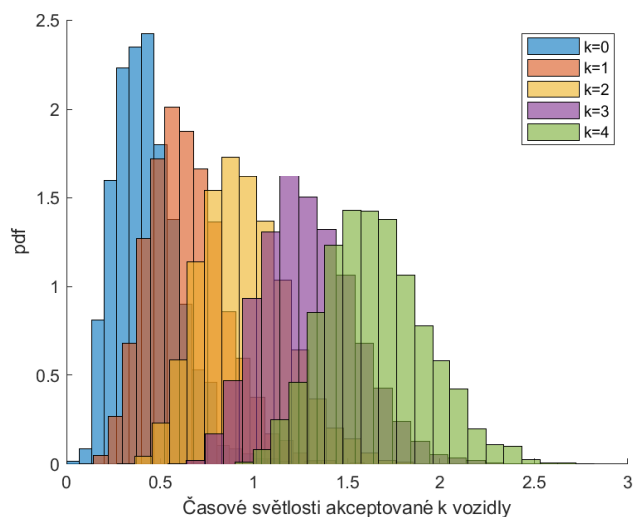
$$Y_i > X_j - \sum_{m=\ell}^{i-1} Y_m - (i - \ell) \cdot t_f \quad \implies \quad \text{Řidič odmítá nabídnutou časovou světlost.}$$

2.2 Numerický model

Model, který budeme používat při validování odvozených vztahů, je založen na rozhodovacím pravidlu (2.2). Poslední z výše stanovených předpokladů, tj. o nulovém následném časovém odstupu $t_f = 0$, je vhodný, jelikož nenulový odstup by vedl na změny v dílčích rozděleních $f_k(x)$, které jsou nad rámec této práce. Na Obrázku 2.2 vidíme dílčí histogramy pro akceptační řády $k = 0, \dots, 4$ získané pomocí našeho modelu. Při vizualizaci jsme použili škálované Gamma rozdělení časových světlostí $g(x)$ na hlavní komunikaci, neškálované Gamma rozdělení kritických světlostí řidičů na vedlejší komunikaci $h(y)$ a nulový následný časový odstup t_f . Celkový počet nabídnutých světlostí na hlavní komunikaci byl 30000. Pro srovnání uvádíme na Obrázku 2.3 dílčí histogramy z běhu s nenulovým $t_f = 0, 2$. Pro přehlednost byly u obou obrázků zobrazeny histogramy pouze do čtvrtého akceptačního řádu.



Obrázek 2.2: Dílčí histogramy časových světlostí na hlavní komunikaci řádu k numerického modelu s nulovým následným časovým odstupem. Pro účely vizualizace jsme volili Gamma rozdělení na hlavní $g(x) \sim \text{Gamma}(4, 5, 5, 5)$ i na vedlejší komunikaci $h(y) \sim \text{Gamma}(2, 11)$.



Obrázek 2.3: Dílčí histogramy časových světlostí na hlavní komunikaci řádu k numerického modelu s nenulovým následným časovým odstupem $t_f = 0,2$. Pro účely vizualizace jsme volili Gamma rozdělení na hlavní $g(x) \sim \text{Gamma}(4, 5, 5, 5)$ i na vedlejší komunikaci $h(y) \sim \text{Gamma}(2, 11)$.

Kapitola 3

Základní poznatky o modelování dopravního proudění

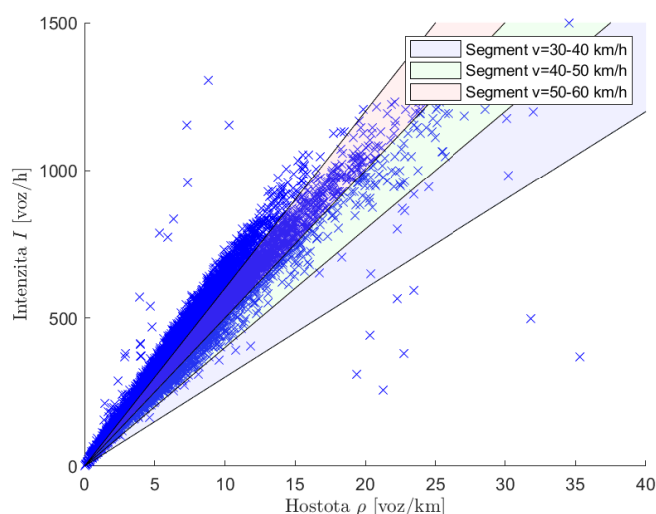
V předchozích dvou kapitolách jsme podrobně popsali situaci na křižovatce, kterou se v rámci této práce snažíme přiblížit. Pokud mluvíme o rozdělení světlostí na hlavní komunikaci, měli bychom věnovat pozornost i modelování dopravy obecně, jelikož křižovatky jsou nedílnou součástí dopravního systému. Když mluvíme o dopravě, máme na mysli systém nekonečně mnoha vozidel, který je třeba vždy ohraničit, abychom byli schopni jeho danou část modelovat. Navíc protože vždy dokážeme popisovat pouze jeho část, musíme nutně mluvit o dopravě jako o systému, který nikdy nedosáhne rovnováhy.

Dopravní modely můžeme rozdělit na makroskopické a mikroskopické, které se liší jak popisem tak veličinami [3, 15]. Zároveň jsou ovšem oba typy propojeny: například ze znalosti mikroskopické struktury dokážeme určit intenzitu v dopravním proudu, a bez znalosti hustoty provozu bychom nebyli schopni přesně rozhodnout o vhodném pravděpodobnostním rozdělení časových světlostí v dopravním proudu.

Makroskopické modely jsou určeny k hledání vztahů mezi hustotou provozu ρ , intenzitou toku I a průměrnou rychlostí vozidel. Závislosti těchto veličin jsou vyobrazovány ve **fundamentálních diagramech**. Na Obrázku 3.1 vidíme fundamentální diagram získaný z městských dat z 11 lokalit v České republice. Vidíme, že hustota provozu se povětšinou pohybuje v rozmezí (0, 30) vozidel na kilometr, což je výrazně menší rozpětí, než kdybychom měli data z rychlostní komunikace. Makroskopické modelování silně vychází z fyzikálního popisu kontinua, což je reálné těleso, u něhož může působením vnějších sil dojít k deformaci. Díky této analogii se při hledání fundamentálních závislostí využívá znalost rovnice kontinuity

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial x} = 0.$$

Mikroskopické modelování dopravy se oproti tomu snaží popisovat interakci jednotlivých vozidel na vozovce a pravděpodobnostní rozdělení rozestupů mezi nimi. Velká výhoda tohoto modelování je jeho schopnost predikovat dopravní situace, jelikož se nezajímá o průměrné hodnoty veličin, které můžeme získat analýzou empiricky získaných dat. Místo toho popisujeme rozestupy a světlosti na komunikaci v každém čase t pomocí teorie pravděpodobnosti. Pro dokončení analogie s fyzikálním chápáním kontinua se nyní přesuneme ke zkoumání pomyslných atomů, jež toto těleso tvoří.



Obrázek 3.1: Fundamentální diagram závislosti intenzity dopravního proudění na hustotě provozu. Data pochází z jedenácti lokalit v České republice. Pro výpočet makroskopických veličin byly brány vzorky o 50 vozidlech.

3.1 Stochastický dopravní plyn

K simulaci pohybu vozidel se používá částicový plyn o N částicích, které se v čase t nacházejí na jednodimenzionální křivce. V průběhu času se částice po křivce pohybují, jejich počet je pevně daný a nemohou se přeskokovat. Jde tedy o simulaci proudění na jednoproudové komunikaci bez možnosti předjíždění, či vjezdu dalších vozidel z křižovatek.

Křivku můžeme uvažovat libovolně, avšak pokud se chceme vyhnout řešení počátečních podmínek pro vjezd a výjezd vozidel, nabízí se jako vhodná volba uzavřená křivka. Dále pro nás bude stěžejní vzdálenost mezi jednotlivými vozidly a chtěli bychom křivku, na které bude výpočet co nejjednodušší. Proto přicházíme k variantě dopravního plynu, kde se částice pohybují na kruhu.

Takto popsany plyn je deterministický a pro přechod k stochastické verzi využijeme poznatky z fyziky termodynamických systémů. Systém částic na kruhu ponoříme do teplotní lázně o teplotě T . Vlivem teploty se zvyšuje energie lázně, která působí na uspořádané částice rušivě. Čím vyšší teplotu má lázeň, tím se celý systém chová nepředvídatelněji. Naopak pro nulovou teplotu T se i systém vrací do deterministické verze. Inverzní teplota

$$\beta = \frac{1}{K_B T},$$

kde K_B je Boltzmannova konstanta, se v teorii dopravy označuje za **stochastickou rezistivitu** β , která představuje míru odolnosti systému vůči stochastickým vlivům. Pro $\beta \rightarrow \infty$ je systém naprosto neovlivněn termální lázní, a jedná se o jeho deterministickou verzi. Naproti tomu, pokud bude $\beta = 0$, pak je pohyb částic maximálně náhodný.

3.1.1 Vliv potenciální energie

Při modelování dopravní situace je třeba uvažovat vzájemnou interakci vozidel. Tu do modelu zakomponujeme skrz repulzivní potenciál, jež definujeme pomocí síly $F(r)$ jako

$$\varphi(r) = - \int_0^r F(s)ds + C,$$

která musí splňovat následující dvě podmínky:

1. Řidiči chtějí zabránit srážce:

$$\lim_{r \rightarrow 0} F(r) = +\infty.$$

2. Pokud je mezi vozidly dostatečně velká vzdálenost, nedochází k žádné interakci:

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} F(r) = 0.$$

Dále se potenciál specifikuje počtem nejbližších vozidel, mezi kterými uvažujeme interakci. Z pozorování reálné situace na komunikacích má řidič dosah přibližně pět vozidel, tedy by se interakce dala omezit na množinu $\{k - m, k + m : m \in \hat{S}\}$. Potenciál uvažující takovou množinu dosahu bychom označili za potenciál se střední dosahovostí, kde délka dosahu je $s = 5$. Pro potřeby odvození pravděpodobnostního rozdělení je dostačující i krátkodosahová verze potenciálu, kde uvažujeme interakci pouze mezi nejbližšími sousedy.

Je nespočet možností, jak potenciál volit, avšak pro simulaci dopravy se nejčastěji používá hyperbolický nebo logaritmický potenciál. Logaritmický potenciál vede na jednodušší výpočty, avšak je vhodný spíše pro modelové příklady, než simulování skutečné situace na komunikaci. Na základě volby krátkodosahového potenciálu dostáváme pravděpodobnostní rozdělení světlostí:

- $\varphi(r) = 0$ vede na Exponenciální rozdělení,
- $\varphi(r) = -\ln(r)$ vede na Gamma rozdělení (popřípadě Erlangovo rozdělení, pokud $\beta \in \mathbb{N}$),
- $\varphi(r) = \frac{1}{r}$ vede na zobecněné inverzní Gaussovo rozdělení, zkráceně GIG.

3.1.2 Stochastická rezistivita β

Stochastickou rezistivitu jsme výše definovali jako inverzní teplotu termální lázně, ve které se nachází systém částic. Kromě konstatování, jak její hodnota ovlivňuje stochasticitu systému, je dobré přiblížit její význam v souvislosti s rozhodovacím procesem řidiče a jeho náročností. Jelikož stále půjde o odolnost vůči nejistotě, můžeme stochastickou rezistivitu interpretovat jako **mentální stres řidiče** na komunikaci. Když očekávané chování řidiče rozdělíme dle situací, které můžeme na vozovce předpokládat, uvidíme, že je tato interpretace skutečně na místě:

- Pokud je minimální provoz, jedná se o volnou dopravu a stochasticita každého z řidičů se může maximálně projevit. Pohybují se tedy dle svého uvážení a β bude malá.
- Pokud je hustý provoz a nastávají kongesce, pak nastává situace, v níž musí řidič vyhodnocovat velké množství informací a reagovat na okolní vozidla a v tomto případě jsou hodnoty β vyšší.

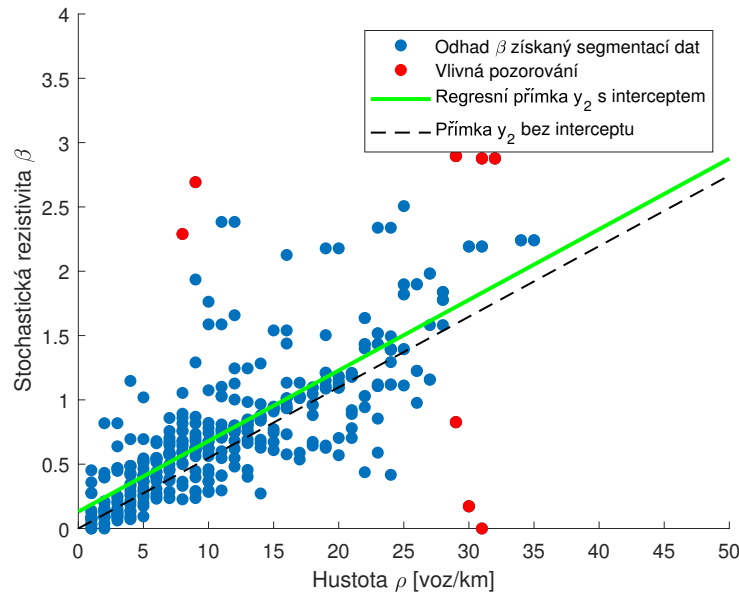
Množství informací, které musí řidiči zpracovat, je závislé na hustotě provozu, ve kterém se nacházejí. Zde například dochází k důležitému prolnutí mezi makroskopickým a mikroskopickým popisem dopravy, jelikož hodnota stochastické rezistivity β je závislá na hustotě provozu. Odhad této závislosti vidíme na Obrázku 3.2, který jsme získali segmentací městských dat [9], která byla zdrojem pro vytvoření fundamentálního diagramu z Obrázku 3.1. Získaná data pocházela z městských komunikací v České republice, zatímco data, která budou zkoumána v následujících kapitolách, pochází z německých křižovatek. Z tohoto důvodu nemusí odhady β ve čtvrté kapitole odpovídat následující závislosti rezistivity na hustotě provozu, jelikož můžeme předpokládat rozdíly mezi chováním řidičů na základě národnosti a rozdílných dopravních předpisů.

K prokázání lineární závislosti rezistivity β na hustotě provozu ρ na městských silnicích jsme proložili data regresní přímkou, která je zeleně zvýrazněna v Obrázku 3.2. Čárkovaná je vykreslená stejná přímka, ale posunutá do počátku, aby splňovala chování, které předpokládáme od závislosti. Toto chování vychází z toho, že při nejnižších hustotách provozu je rozdělení časových světlostí exponenciální a stochastická rezistivita je tak nulová. Vidíme, že dané dvě přímkové se od sebe příliš neliší a pokud regresní přímka s nenulovým průsečíkem s osou y (tzv. interceptem) bude odpovídat datům, pak můžeme závislost rezistivity na hustotě pro městskou dopravu označit za lineární.

Pro validaci regrese jsme nejdříve spočetli Cookovu vzdálenost pro všechny body a našli vlivná pozorování, která mohla jednoduše změnit hodnotu směrnice přímkové. Vyznačená vlivná pozorování mohla být způsobena nepřesným odhadem β , jelikož jsme k odhadu používali GIG rozdělení s parametry α, β, λ , kde parametr β odpovídá právě stochastické rezistivitě. Avšak parametry α a β jsou na sobě závislé a pro různé dvojice (α, β) dostáváme stejný tvar rozdělení, což může vést na odchylky v našich odhadech. Samotná regresní přímka s nenulovým průsečíkem má předpis

$$y_2 = 0,131 + 0,055 \cdot \rho.$$

Statistika R^2 , která popisuje variabilitu dat, kterou model popisuje se rovná 0,648, tedy model popisuje 64,8% dat. Díky analýze rozptylu ANOVA nemůžeme na hladině významnosti 0,05 zamítnout hypotézu o tom, že nalezená lineární závislost dobře modeluje data na základě F- statistiky reziduí $F = 1,336$ a její p-hodnotě $p = 0,117$.



Obrázek 3.2: Závislost stochastické rezistivity β na hustotě provozu. Data pochází z jedenácti lokalit v České republice. Pro výpočet makroskopických veličin byla velikost vzorku zvolena jako 50 a omezili jsme se pouze na segmenty, kde se průměrná rychlost vzorku pohybovala v intervalech $(30, 40) \text{ km h}^{-1}$, $(40, 50) \text{ km h}^{-1}$ a $(50, 60) \text{ km h}^{-1}$. Zeleně vyznačená regresní přímka představuje odhad závislosti na dat, ze kterých byla odstraněna vlivná pozorování (zvýrazněna červeně).

3.2 Pravděpodobnostní rozdělení a jejich vlastnosti

Nyní představíme základní čtyři rozdělení, která jsou v mikroskopickém modelování dopravy často používána. Jednotlivá rozdělení již byla zmíněna během diskuze volby repulzivního potenciálu mezi vozidly. Exponenciální rozdělení vychází v případě, kdy je φ nulové, tedy částice se navzájem neovlivňují. Tento předpoklad ale pro reálná vozidla jistě nebude splněn. Z toho důvodu se pracuje s plynem, jehož potenciál je logaritmický. Rozdělení částic tohoto plynu vede na Gamma rozdělení, popřípadě jeho variantu pro celočíselný parametr β Erlangovo rozdělení. Jelikož i toto rozdělení je příliš zjednodušené a nesplňuje všechny vlastnosti, které po rozdělení světlostí požadujeme (například nemá typické plató v nule) přecházíme k dalšímu rozdělení, které vychází z varianty dopravního plynu s hyperbolickým potenciálem, a sice k zobecněnému inverznímu Gaussovu rozdělení [8, 7, 10]. Pro každé z vyjmenovaných rozdělení zavedeme nejen jeho obecný tvar, ale i normalizovaný a škálovaný tvar. Výsledné rozdělení je pak škálovaná hustota pravděpodobnosti.

3.2.1 Exponenciální rozdělení

Exponenciální rozdělení je široce využívané v mnoha modelech kvůli své jednoduchosti, avšak odpovídá pouze velice specifickým reálným případům. Korespondující částicový systém se nazývá Poissonův, odpovídá dopravním tokům pouze při velice nízkých hustotách provozu a stochastickým dopravním plynem ho můžeme modelovat při volbě nulového potenciálu. Právě při nízkých hustotách provozu jsou od sebe řidiči totiž natolik vzdáleni, že k jejich interakci nedochází. Obecný předpis exponenciálního

rozdělení je roven

$$g(x) = \theta(x)Ae^{-\lambda x}, \quad (3.1)$$

kde parametr $\lambda > 0$ nazýváme koncentrací, A je normalizační konstanta a $\theta(x)$ je Heavisideova funkce definovaná v (1.2). Od rozdělení budeme požadovat, aby šlo o normovanou hustotu pravděpodobnosti, tedy má jednotkový nultý moment $\mu_0 = 1$. Dále budeme požadovat, aby hustota byla škálovaná, tedy aby její střední hodnota, neboli první moment, byla též rovna jedné. Normalizací získáme vyjádření normalizační konstanty

$$A^{-1}(\lambda) = \int_0^{+\infty} e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda}.$$

Pro n -tý moment exponenciálního rozdělení platí $\mu_n = \frac{n!}{\lambda^n}$ a pokud první moment položíme roven jedné, dostaneme škálovací podmínku pro koncentraci $\lambda = 1$.

Výslednou exponenciální škálovanou hustotu pravděpodobnosti pak můžeme zapsat jako

$$g(x) = \theta(x)e^{-x}. \quad (3.2)$$

Kromě hustoty pravděpodobnosti budeme pracovat i s její distribuční funkcí (v angličtině známé jako *CDF - Cumulative Distribution Function*), pro kterou platí $G(x) = \theta(x) \int_0^x f(y)dy$. Pro exponenciální rozdělení má distribuční funkce tvar

$$G(x) = \theta(x)(1 - e^{-\lambda x}).$$

3.2.2 Gamma rozdělení

Druhým rozdělením, kterým se budeme zabývat, je Gamma rozdělení, jehož obecný tvar je roven

$$g(x) = \theta(x)Ax^\beta e^{-\lambda x}, \quad (3.3)$$

kde, A je normalizační konstanta, $\lambda > 0$ koncentrace a $\beta > -1$ tenze. Toto rozdělení získáme, pokud v termodynamickém dopravním plynu uvažujeme logaritmický potenciál s nenulovou stochastickou rezistivitou β a již lépe odpovídá vyšším hustotám provozu, avšak stále nesplňuje veškeré podmínky, které klademe na rozdělení odpovídající časovým světlostem, například požadavek na platů v nule. Pokud budeme opět provádět normalizaci, získáme vyjádření normalizační konstanty $A = A(\beta, \lambda)$ ve tvaru

$$A^{-1}(\beta, \lambda) = \int_0^{+\infty} x^\beta e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda^{\beta+1}} \Gamma(\beta + 1).$$

Pro n -tý moment rozdělení platí vztah

$$\mu_n = \frac{1}{\lambda^n} \frac{\Gamma(\beta + 1 + n)}{\Gamma(\beta + 1)},$$

který můžeme použít při škálování. Opět budeme požadovat, aby střední hodnota byla rovna jedné, a tím získáme vztah pro koncentraci $\lambda = \lambda(\beta)$ ve tvaru $\lambda = \beta + 1$. Normalizovanou a škálovanou hustotu Gamma rozdělení pak můžeme zapsat jako

$$g(x) = \theta(x) \frac{(\beta + 1)^{\beta+1}}{\Gamma(\beta + 1)} x^\beta e^{-(\beta+1)x}, \quad (3.4)$$

kde již jediným volitelným parametrem je tenze, která odpovídá stochastické rezistivitě zmíněného termodynamického dopravního plynu. Při hledání distribuční funkce Gamma rozdělení narazíme na výpočet integrálu $\gamma(s, x) = \int_0^x t^{s-1} e^{-t} dt$, který označujeme za *dolní neúplnou Gamma funkci*. Tuto funkci lze vyhodnotit pro číselné hodnoty parametru s , avšak pro obecný parametr s nelze daný integrál analyticky vypočítat. Výsledná distribuční funkce pro Gamma rozdělení je rovna

$$G(x) = \frac{\gamma(\beta + 1, \lambda x)}{\Gamma(\beta + 1)}.$$

3.2.3 Erlangovo rozdělení

Erlangovo rozdělení je specifický případ Gamma rozdělení pro celočíselné hodnoty $\beta \in \mathbb{N}_0$, které pro $\beta = 0$ přechází do exponenciálního rozdělení. Obecný předpis

$$g(x) = \theta(x) A x^\beta e^{-\lambda x}, \quad \beta \in \mathbb{N}_0$$

lze pomocí normalizace a škálování provedeného již výše převést na tvar

$$g(x) = \theta(x) \frac{(\beta + 1)^{\beta+1}}{\Gamma(\beta + 1)} x^\beta e^{-(\beta+1)x}.$$

Pro koncentraci λ vychází z podmínky škálování stejný lineární vztah jako pro Gamma rozdělení, a to $\lambda = \beta + 1$. Erlangovo rozdělení navíc odpovídá součtu stejně rozdělených nezávislých náhodných veličin $\sum_{i=1}^k Y_i$, kde Y_i mají exponenciální rozdělení.

3.2.4 Zobecněné inverzní Gaussovo rozdělení

Poslední rozdělení, které v rámci této kapitoly představíme, je Zobecněné inverzní Gaussovo rozdělení, z angličtiny známé jako *Generalized Inverse Gaussian*, nebo zkráceně GIG [8]. Obecný tvar rozdělení lze zapsat jako

$$g(x) = \theta(x) A x^a e^{-\frac{\beta}{x}} e^{-\lambda x}, \quad (3.5)$$

kde $a \in \mathbb{R}$ nazýváme tenzí, $\beta > 0$ intenzitou, $\lambda > 0$ koncentrací a A je opět normalizační konstanta. Abychom mohli určit normalizační konstantu a koncentraci pro normovanou a škálovanou hustotu pravděpodobnosti, musíme nejdříve zavést *Macdonaldovu funkci* $\mathcal{K}_a(x)$ řádu $a \in \mathbb{R}$, též známou jako Besselovu funkci 2. druhu. Pro $x > 0$ tuto funkci zavádíme v integrálním tvaru

$$x^a \mathcal{K}_a(x) = 2^{a-1} \int_0^{+\infty} t^{a-1} e^{-\frac{x^2}{4t}} e^{-t} dt.$$

Název Besselova funkce vychází z jejího obecnějšího zavedení, a to sice jako řešení Cauchyovy úlohy pro modifikovanou Besselovu diferenciální rovnici

$$xy''(x) - (2a + 2x - 1)y'(x) - (2a - 1)y(x) = 0, \quad \text{kde } y(x) = x^a e^x \mathcal{K}_a(x)$$

s počátečními podmínkami $y(0_+) = y'(0_+) = 2^{a-1} \Gamma(a) = (2a - a)!!$ [10]. Abychom mohli nalézt vztah pro koncentraci λ pro $\beta \rightarrow +\infty$ a asymptotu závislosti $\lambda = \lambda(\beta)$, budeme potřebovat aproximaci Macdonaldovy funkce pro velká x

$$\mathcal{K}_a(x) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x} \left(1 + \frac{4a^2 - 1}{8x} \right). \quad (3.6)$$

Nejprve vypočteme normalizační konstantu $A(a, \beta, \lambda)$ pro GIG rozdělení. Z rovnice

$$1 = \int_{\mathbb{R}} \theta(x) A(a, \beta, \lambda) x^a e^{-\frac{\beta}{x}} e^{-\lambda x} dx$$

plyne, že

$$A^{-1}(a, \beta, \lambda) = 2 \left(\frac{\beta}{\lambda} \right)^{\frac{a+1}{2}} \mathcal{K}_{a+1}(2\sqrt{\beta\lambda}).$$

Pro n -tý moment GIG distribuce pak platí vztah

$$\mu_n = \left(\frac{\beta}{\lambda} \right)^{\frac{n}{2}} \frac{\mathcal{K}_{a+n+1}(2\sqrt{\beta\lambda})}{\mathcal{K}_{a+1}(2\sqrt{\beta\lambda})}.$$

Pro vyjádření koncentrace λ položíme opět první moment roven jedné a získáme tím rovnici

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\beta}} = \frac{\mathcal{K}_{a+2}(2\sqrt{\beta\lambda})}{\mathcal{K}_{a+1}(2\sqrt{\beta\lambda})}.$$

Abychom mohli najít formuli pro $\lambda = \lambda(a, \beta)$, omezíme se nejdříve na velká β , použijeme aproximaci (3.6) a získáme

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\beta}} = \frac{16\sqrt{\beta\lambda} + 15 + 16a + 4a^2}{16\sqrt{\beta\lambda} + 3 + 8a + 4a^2}.$$

Tento vztah lze přepsat na kvadratickou rovnici pro $\sqrt{\lambda}$

$$16\lambda + \left[\frac{3}{\sqrt{\beta}} + \frac{8a}{\sqrt{\beta}} + \frac{4a^2}{\sqrt{\beta}} - 16\sqrt{\beta} \right] \sqrt{\lambda} + [-15 - 16a - 4a^2] = 0.$$

Budeme hledat pouze větší kořen rovnice, a tím získáme první vztah pro λ

$$\lambda(\beta) = \frac{\left(\frac{16\beta - 3 - 8a - 4a^2}{\sqrt{\beta}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{(3 + 8a + 4a^2 - 16\beta)^2 + 4 \cdot 16 \cdot \beta(15 + 16a + 4a^2)} \right)^2}{32^2 \beta}.$$

Abychom získali asymptotu $\tilde{\lambda} = \tilde{\lambda}(\beta)$ potřebujeme nalézt směrnici a posunutí. Nejdříve najdeme směrnici jako limitu

$$\begin{aligned} k &= \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \frac{\lambda(\beta)}{\beta} = \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{16\beta - 3 - 8a - 4a^2}{\sqrt{\beta}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{(3 + 8a + 4a^2 - 16\beta)^2 + 4 \cdot 16 \cdot \beta(15 + 16a + 4a^2)} \right)^2}{32^2 \beta^2} \\ &= \dots = \left[\frac{16 + 16}{32} \right]^2 = 1. \end{aligned}$$

Posunutí vypočteme jako limitu

$$\begin{aligned}
q &= \lim_{\beta \rightarrow +\infty} [\lambda(\beta) - k \cdot \beta] \\
&= \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{16\beta - 3 - 8a - 4a^2}{\sqrt{\beta}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{(3 + 8a + 4a^2 - 16\beta)^2 + 4 \cdot 16 \cdot \beta(15 + 16a + 4a^2)} \right)^2 - 32^2 \beta^2}{32^2 \beta} \\
&= \dots = \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \frac{(48\beta - 3 - 8a - 4a^2 + \sqrt{\dots}) \cdot [(-16\beta - 3 - 8a - 4a^2)^2 - (\sqrt{\dots})^2]}{32^2 \beta \cdot (-16\beta - 3 - 8a - 4a^2 - \sqrt{\dots})} \\
&= \dots = \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \frac{(48\beta - 3 - 8a - 4a^2 + \sqrt{\dots}) \cdot [(-512a - 768)\beta]}{32^2 \beta \cdot (-16\beta - 3 - 8a - 4a^2 - \sqrt{\dots})} = \dots = \frac{(48 + 16)(-512a - 768)}{32^2 \cdot (-16 - 16)} \\
&= a + \frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

Asymptota $\tilde{\lambda}$ koncentrace λ pro $\beta \rightarrow +\infty$ a $a > 0$ je tedy tvaru

$$\tilde{\lambda}(a, \beta) = \beta + a + \frac{3}{2}. \quad (3.7)$$

Pokud se nyní omezíme na malá β , budeme muset opět použít aproximaci pro malá x dostupnou v [10] ve tvaru

$$\mathcal{K}_a(x) \approx \frac{2^{a-1}}{x^a} \left(1 + \frac{2x}{2a-1} \right)^{\frac{2a-1}{2}} e^{-x} \Gamma(a). \quad (3.8)$$

Pokud použijeme tuto aproximaci ve škálovací rovnici, získáme vztah

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\beta}} = \frac{a+1 \left(1 + \frac{4\sqrt{\beta\lambda}}{2a+3} \right)^{\frac{2a+3}{2}}}{\sqrt{\beta\lambda} \left(1 + \frac{4\sqrt{\beta\lambda}}{2a+1} \right)^{\frac{2a+1}{2}}},$$

který lze přepsat do tvaru

$$\lambda \left(1 + \frac{4\sqrt{\beta\lambda}}{2a+1} \right)^{\frac{2a+1}{2}} = (a+1) \left(1 + \frac{4\sqrt{\beta\lambda}}{2a+3} \right)^{\frac{2a+3}{2}}$$

a za předpokladu $a > 0$ a konečnosti všech dílčích limit získáme

$$\lim_{\beta \rightarrow 0_+} \lambda(\beta) = a + 1.$$

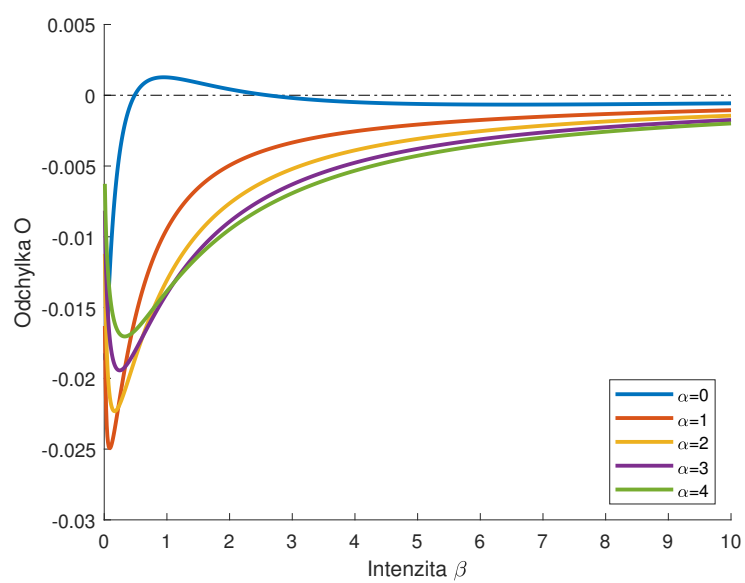
Výsledný vztah pro koncentraci $\lambda(a, \beta)$ lze upravit fenomenologickou cestou

$$\tilde{\lambda}(a, \beta) = a + \beta + \frac{3}{2} - \frac{e^{-\sqrt{\frac{4\beta}{4+a}}}}{2}, \quad (3.9)$$

která vyhovuje oběma limitním případům pro parametr β . Na Obrázku 3.3 vidíme výslednou odchylku O od jednotkové střední hodnoty v závislosti na tenzi α

$$O(\beta; \alpha) = \sqrt{\frac{\beta}{\tilde{\lambda}}} \frac{\mathcal{K}_{\alpha+2}(2\sqrt{\beta\tilde{\lambda}})}{\mathcal{K}_{\alpha+1}(2\sqrt{\beta\tilde{\lambda}})} - 1.$$

Jedna z hlavních nevýhod používání rozdělení GIG v praxi je, že pro toto rozdělení neexistuje analytická formule pro distribuční funkci, jelikož nejsme schopni hustotu pravděpodobnosti zintegrovat. V praxi se nabízí použití numerických metod pro výpočet integrálu. Z tohoto důvodu se při odvozování analytických formulí pro jisté zákonitosti, týkající se kritických světlostí, omezíme pouze na jednodušší rozdělení: exponenciální a Gamma.



Obrázek 3.3: Odchylka střední hodnoty získané pomocí vztahu (3.9) od skutečné střední hodnoty pro tenze $\alpha = 0, 1, 2, 3, 4$.

Kapitola 4

Metodika sběru dat

Dříve, než se přesuneme k analýze tří datových sad, které byly získány na třech lokacích v Německu, je třeba popsat metodiku samotného sběru dat, tj. jaká kritéria musely časové světlosti splnit a jaké situace způsobily, že některé časové světlosti nebyly do sady započítány.

4.1 Podmínky pro sběr

Jelikož chceme na datech ukazovat přístup Sieglocha, který předpokládá saturované podmínky, musely být tyto podmínky dodrženy i při získávání dat. Situace na křižovatce musela splňovat následující kritéria:

1. Na hlavní komunikaci nedochází ke kongesci, doprava se nachází ve volné nebo synchronizované fázi.
2. Vozidlo vjíždějící do křižovatky musí nejdříve zastavit. V případě více vozidel, které využijí stejnou světlost, platí tato podmínka pouze pro první z nich.
3. Na vedlejší komunikaci čeká dostatečné množství vozidel, aby byla každá světlost využita maximálním počtem vozidel.
4. Dopravní situace není ovlivněna vnějšími okolnostmi (přechod pro chodce, světelně řízená křižovatka v blízkosti, kongesce, atd.)

Jednotlivé časové světlosti, které byly využity, nebo nevyžity za těchto podmínek, byly zařazeny do datové sady společně s počtem vozidel, které danou světlost využily. Tento počet označujeme za akceptační řád světlosti $k \in \mathbb{N}_0$. Během měření se dále zaznamenávaly i údaje o hustotě provozu a individuální rychlosti vozidel. Hustota provozu byla vypočítávána vždy pro 50 vozidel, během celého měření se pohybovala v rozmezí 10 – 17 vozidel na kilometr a zůstávala konzistentní. Individuální rychlost vozidel pro nás není při analýze relevantní, avšak při čištění dat byla důležitá, coby indikátor kongesčních stavů na hlavní komunikaci.

4.2 Čištění vzorků

Samotné měření bylo prováděno za pomoci kamer, které snímaly situaci na hlavní a vedlejší komunikaci. Za použití softwaru bylo možno ze záznamu vyexportovat aktuální polohu každého vozidla v daném čase t . Pro křižovatku byly dále stanoveny dvě pomyslné průjezdové brány u vstupu do kolizní plochy (prostor, kde se kříží vedlejší a hlavní komunikace). Průjezd těmito branami umožnil získání dat o světlostech na hlavní a rozestupech na vedlejší komunikaci.

Software byl schopen rozeznat, zda vozidlo na vedlejší komunikaci před vjezdem do kolizní plochy zastavilo. Pokud nezastavilo, nebyly splněny podmínky a časová světlost přijatá daným vozidlem nebyla zařazena do vzorku.

Jak již bylo řečeno dříve, součástí měření byly i rychlosti jednotlivých vozidel na hlavní komunikaci. Pokud rychlost vozidel výrazně klesla, vyhodnotil ji software jako indikátor kongesce na hlavní komunikaci a časové světlosti byly ze vzorku vyňaty, dokud nedošlo k opětovnému navýšení rychlosti. U vozidel na vedlejší komunikaci byl dále hlídán reakční čas řidiče, a pokud byl nestandardně dlouhý, měření opět nebylo zařazeno.

Poslední kontrolou, kterou měření procházelo, bylo porovnání následných časových odstupů t_f pro vozidla, která využila stejnou časovou světlost, s velikostí příslušné časové světlosti. Pokud byl součet větší, než časová světlost, pak došlo k chybě v měření, jelikož taková situace na křižovatce zajisté nemohla nastat a časová světlost byla opět vyřazena ze vzorku.

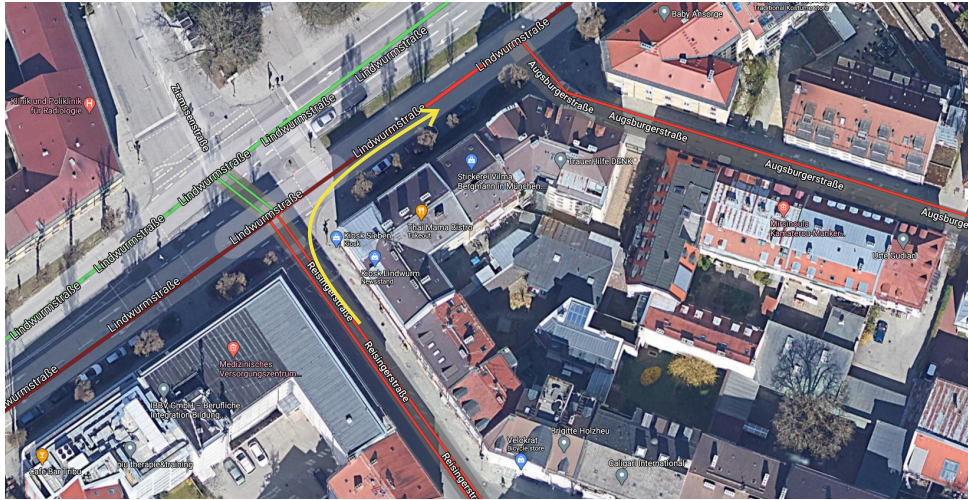
4.3 Zkoumané lokace měření

Data byla získána během uzavírek na dvou křižovatkách v Mnichově a jedné v Drážďanech. Všechny zkoumané křižovatky se nacházejí v centru města, tedy výhled řidiče přijíždějícího ke křižovatce je ohraničen domovními bloky a řidič se o vjezdu do kolizní plochy rozhoduje až v bezprostřední blízkosti křižovatky. V následujících podkapitolách popíšeme jednotlivé křižovatky a výběrové charakteristiky datových sad.

4.3.1 Mnichov - první lokalita

Křižovatka, kterou můžeme vidět na Obrázku 4.1, se nachází na hlavní komunikaci Lindwurmstrasse, ke které se připojuje vedlejší komunikace Riesingerstrasse. Za obvyklého provozu se jedná o průsečnou křižovatku se čtyřmi směrově rozdělenými pruhy na hlavní komunikaci a dvoupruhovou směrově nerozdělenou vedlejší komunikací. Křižovatka je řízena světelným signalizačním zařízením. Díky uzavírce, kdy byl na hlavní komunikaci uzavřen jeden jízdní pruh, byla hlavní komunikace omezena na jednosměrnou a s nefunkčním světelným signalizačním zařízením se křižovatka změnila na neřízenou stykovou křižovatku, na níž jsme zkoumali pravé odbočení z vedlejší na hlavní komunikaci.

V Tabulce 4.1 vidíme výběrové charakteristiky první sady dat o 28550 měřeních. Vidíme, že pokud rozdělíme časové světlosti v závislosti na akceptačním řádu k , můžeme pozorovat postupný posun průměrné hodnoty a mediánu kritické světlosti. Výběrový rozptyl se pohybuje v rozmezí 1 – 2 pro světlosti jednotlivých akceptačních řádů, jedinou výjimkou je $k = 6$, kde se jedná pouze o jedno měření a rozptyl je pak nulový. Na extrémních hodnotách pro jednotlivé akceptační řády si dokážeme lépe představit, jak může rozdílné uvažování řidiče ovlivnit počet vozidel, které světlost využijí. Například časová světlost o velikosti okolo 7 sekund je v rozmezí pro světlosti akceptačních řádů $k = 0, 1, 2, 3$. Odvážnější řidiči, kteří mají kratší individuální kritickou časovou světlost zvyšují počet vozidel, která mohou danou světlost využít, zatímco opatrnější řidiči by stejnou časovou světlost akceptovali s nižším řádem k .

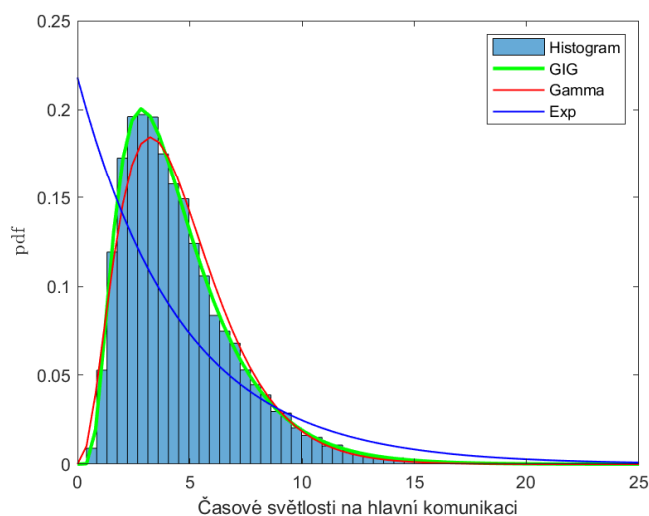


Obrázek 4.1: Pohled na zkoumanou mnichovskou křižovatku s vedlejší komunikací Reisingerstrasse a hlavní komunikací Lindwurmstrasse.

	min	max	\bar{x}_n	\tilde{x}_n	$\hat{\sigma}_n^2$
Všechny světlosti	0,4395	23,1870	4,5864	3,9920	2,6391
$k = 0$	0,4395	8,1719	2,9514	2,8538	1,1128
$k = 1$	1,8533	13,5520	5,8910	5,7007	1,5450
$k = 2$	5,4369	17,6640	9,8834	9,7106	1,8156
$k = 3$	9,3491	19,7000	13,9092	13,9200	1,9944
$k = 4$	15,0050	21,6930	18,3229	18,3455	1,5342
$k = 5$	20,3840	22,0010	21,1925	21,1925	1,1434
$k = 6$	23,1870	23,1870	23,1870	23,1870	0

Tabulka 4.1: Výběrové charakteristiky časových světlostí v závislosti na akceptačním řádu k pro první mnichovskou lokalitu.

Pokud se budeme zajímat o pravděpodobnostní rozdělení všech časových světlostí, budeme uvažovat tři rozdělení, která byla popsána v předchozí kapitole. V rámci teorie dopravy je smysluplné uvažovat: Exponenciální, Gamma a GIG rozdělení. Z literatury je známo, že pro reálná data je exponenciální rozdělení naprosto nevhodné a ani Gamma rozdělení nepopisuje data dobře. Také víme, že v dopravním proudu mají časové světlosti GIG rozdělení, tedy očekáváme, že bude vhodné i pro námi zkoumané světlosti na hlavní komunikaci. Na Obrázku 4.2 můžeme vidět histogram veškerých světlostí v první sadě dat a odhadované hustoty pravděpodobnosti. Z obrázku je zřejmé, že exponenciální rozdělení je skutečně nevhodné a nejvěrněji data popisuje GIG rozdělení. V Tabulce 4.2 vidíme hodnoty odhadnutých parametrů za použití MLE odhadu. Dále jsou v tabulce závěry χ^2 testu dobré shody s příslušnými p -hodnotami. Nulová hypotéza pro testy dobré shody je, že hustota pravděpodobnosti odpovídá datům. Na základě těchto výsledků můžeme považovat rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci za GIG.



Obrázek 4.2: Histogram všech časových světlostí naměřených na první mnichovské lokalitě s odhady hustot pravděpodobností pro Exponenciální, Gamma a GIG rozdělení za použití MLE odhadu.

	Parametry			χ^2 test dobré shody	
	α	β	λ	Závěr testu	p-hodnota
Exp			0,218	zamítnutí H_0	0
Gamma		2,4023	0,7418	zamítnutí H_0	0
GIG	0,04	3,643	0,464	nezamítnutí H_0	0,6875

Tabulka 4.2: Odhady parametrů jednotlivých rozdělení pomocí MLE odhadu a výsledky χ^2 testu dobré shody. Data jsou z první mnichovské lokality.

4.3.2 Mnichov - druhá lokalita

Druhou zkoumanou křižovatkou můžeme vidět na Obrázku 4.3. Jedná se o křižovátku ulic Lindwurmstrasse a Fliegenstrasse, která bezprostředně následuje předchozí křižovatce. Hlavní komunikací je opět Lindwurmstrasse a vedlejší komunikací je tentokrát Fliegenstrasse. Křižovatka je styková s jednosměrným provozem ve dvou pružích. Sledovalo se pravé odbočení vozidel z vedlejší na hlavní komunikaci. Výběrové charakteristiky pro časové světlosti z druhého sady dat o 23400 měřeních jsou k vidění v Tabulce 4.3. Tento vzorek je rozsáhlejší a maximální akceptační řád k je roven 8. Na průměrných hodnotách a mediánech vidíme, že jsou podobné jako u první sady dat, avšak kritické světlosti řidičů se zdají být o sekundu delší. Toto může být způsobeno například rozdílnou viditelností na hlavní komunikaci z komunikace vedlejší, která by vedla k větší opatrnosti řidičů. Výběrové rozptyly pro jednotlivé akceptační řády jsou rovněž větší, než pro první sadu dat, a pohybují se okolo 2. Extremální hodnoty ukazují na výrazně větší rozmezí pro jednotlivé hodnoty k .

Na Obrázku 4.4 je opět histogram všech časových světlostí a odhadované pravděpodobnostní rozdělení. V Tabulce 4.4 uvádíme odhadované parametry pro jednotlivá rozdělení a výsledek χ^2 testu dobré shody. Z obrázku i tabulky vyplývá, že časové světlosti mají rozdělení GIG.

	min	max	\bar{x}_n	\tilde{x}_n	$\hat{\sigma}_n^2$
Všechny světlosti	0,3860	36,3290	5,5446	4,7313	3,4028
$k = 0$	0,3860	8,9355	3,0834	3,0050	1,1551
$k = 1$	2,2759	13,8180	6,1557	6,0163	1,6072
$k = 2$	5,2702	16,9350	10,2660	10,1520	1,8444
$k = 3$	9,5510	21,2910	14,4297	14,2880	2,0822
$k = 4$	12,8010	24,4770	18,5324	18,6330	2,1439
$k = 5$	17,9790	27,6550	22,5615	22,4870	2,4638
$k = 6$	24,0970	30,6740	26,7289	26,2030	2,3617
$k = 7$	28,6430	36,3290	31,8047	31,1235	3,2778
$k = 8$	31,8750	31,8750	31,8750	31,8750	0

Tabulka 4.3: Výběrové charakteristiky časových světlostí v závislosti na akceptačním řádu k pro druhou mnichovskou lokalitu.

	Parametry			χ^2 test dobré shody	
	α	β	λ	Závěr testu	p-hodnota
Exp			0,1804	zamítnutí H_0	0
Gamma		2,0258	0,5457	zamítnutí H_0	0
GIG	0,0132	3,5468	0,3477	nezamítnutí H_0	0,9364

Tabulka 4.4: Odhady parametrů jednotlivých rozdělení pomocí MLE odhadu a výsledky χ^2 testu dobré shody. Data jsou z druhé mnichovské lokality.

komunikace Leisniger Strasse na hlavní komunikaci Robert-Matzke-Strasse. Poslední vzorek je nejpočetnější a obsahuje 32950 měření. V Tabulce 4.5 vidíme výběrové charakteristiky dat v závislosti na akceptačním řádu časových světlostí. Tato data obsahují oproti druhé sadě dat více měření pro maximální $k = 8$. Průměrné hodnoty, mediány i výběrové rozptyly jsou podobné jako u datové sady z druhé mnichovské lokality.

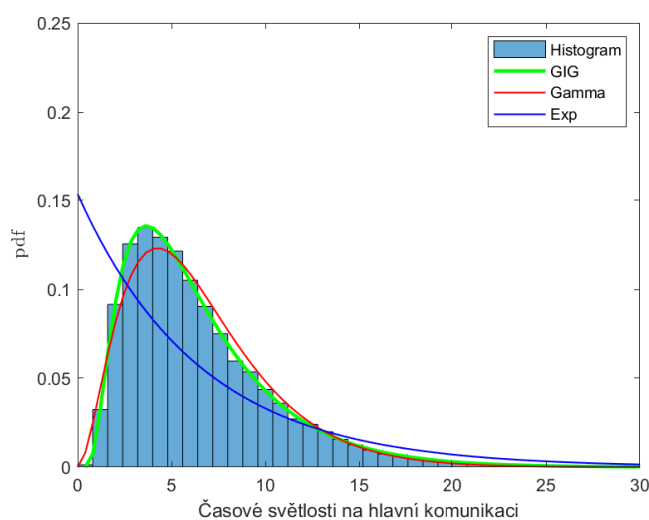
	min	max	\bar{x}_n	\tilde{x}_n	$\hat{\sigma}_n^2$
Všechny světlosti	0,4911	39,9510	6,5093	5,5179	4,1044
$k = 0$	0,4911	8,9978	3,1957	3,1112	1,1608
$k = 1$	2,4561	14,4020	6,3368	6,1883	1,6393
$k = 2$	4,6728	22,5650	10,4798	10,3250	1,9380
$k = 3$	8,8078	23,5930	14,6685	14,5090	2,1755
$k = 4$	12,5300	27,1350	18,8517	18,7460	2,3071
$k = 5$	18,7080	30,5630	23,0794	23,0640	2,4652
$k = 6$	21,4720	35,6090	27,4485	27,1100	2,9340
$k = 7$	27,5380	36,8030	32,2164	31,3210	3,2389
$k = 8$	32,2210	39,9510	36,2950	36,5120	3,1083

Tabulka 4.5: Výběrové charakteristiky časových světlostí v závislosti na akceptačním řádu k pro drážďanskou lokalitu.



Obrázek 4.5: Pohled na zkoumanou drážďanskou křižovatku s vedlejší komunikací Robert-Matzke-Strasse a hlavní komunikací Leisniger Strasse.

Na Obrázku 4.6 je vykreslen histogram časových světlostí z třetí sady dat a odhadované hustoty pravděpodobnosti. Stejně jako u předchozích datových sad vidíme, že GIG rozdělení odpovídá datům nejlépe. Pokud se podíváme na výsledky testu dobré shody do Tabulky 4.6 pak vidíme, že na hladině významnosti 5% nezamítáme nulovou hypotézu pouze pro GIG rozdělení.



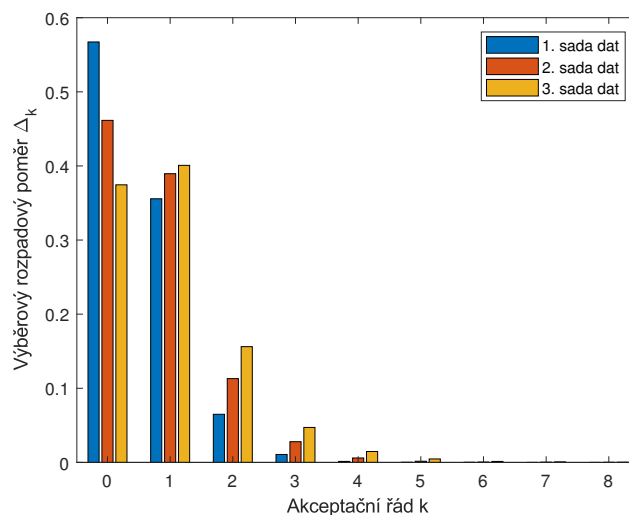
Obrázek 4.6: Histogram všech časových světlostí naměřených v Drážďanech s odhady hustot pravděpodobností pro Exponenciální, Gamma a GIG rozdělení za použití MLE odhadu.

	Parametry			χ^2 test dobré shody	
	α	β	λ	Závěr testu	p-hodnota
Exp			0,1536	zamítnutí H_0	0
Gamma		1,8810	0,4426	zamítnutí H_0	0
GIG	-0,0456	3,9008	0,2802	nezamítnutí H_0	0,8387

Tabulka 4.6: Odhady parametrů jednotlivých rozdělení pomocí MLE odhadu a výsledky χ^2 testu dobré shody. Data jsou z drážďanské lokality.

4.4 Výběrový rozpadový poměr Δ_k

Poslední charakteristikou, kterou se budeme v této kapitole zabývat, je výběrový rozpadový poměr Δ_k . Jedná se o procento světlostí z dat, které odpovídají akceptačnímu řádu k . Na Obrázku 4.7 uvádíme sloupcový diagram jednotlivých poměrů. Vidíme, že pro sady dat z Mnichova je procento světlostí, které nebyly akceptovány žádným vozidlem, největší. V případě první lokality (modře) je rozdíl mezi procenty pro nultý a první akceptační řád téměř 20%, v případě druhé lokality (červeně) pouze 7%. Pokud se podíváme na třetí vzorek (žlutě) je zřejmé, že nejvíce jsou zastoupeny světlosti, které využilo právě jedno vozidlo. Tento fenomén budeme blíže zkoumat v následující kapitole pro teoretický rozpadový poměr δ_k a budeme hledat podmínky, kde může tato situace pro námi uvažovaná rozdělení nastat. Vidíme, že pro jednotlivé sady dat jsou rozpadové poměry pro akceptační řády $k = 6$ a výše téměř zanedbatelné (v případě první sady dat se zde nachází pouze jedno měření). V reálné situaci se za saturovaných podmínek objeví časová světlost na hlavní komunikaci, která by byla přijata více jak pět vozidly, pouze ojedinelé.



Obrázek 4.7: Sloupcový diagram výběrového rozpadového poměru Δ_k v závislosti na akceptačním řádu k pro všechny tři sady dat.

Kapitola 5

Teorie ke kritickým časovým světlostem

Předchozí kapitoly této práce se soustředily na analýzu tří datových sad a pravděpodobnostní rozdělení příslušných časových světlostí. V rámci této kapitoly budeme odvozovat dílčí pravděpodobnostní rozdělení $f_{k,U}(u)$, rozpadový poměr δ_k , Sieglochovu funkci $s(t)$ a podmínky, při nichž nastane $\delta_0 < \delta_1$, což je případ, který jsme zaregistrovali v třetí sadě dat z Drážďan. Omezíme se pouze na kombinaci exponenciálního a Gamma rozdělení a v jistých případech pouze na verze, pro které jsme schopni vypočítat analytickou formuli. Jedná se o modelové případy, které zajisté neodpovídají skutečným časovým světlostem, jež by mohly být naměřeny. Vedle volby pouze základních rozdělení, se v některých výpočtech i u Gamma rozdělení omezíme na celočíselný parametr β a budeme tedy pracovat pouze s Erlangovým rozdělením. V rámci všech výpočtů budeme předpokládat nulový následný časový odstup t_f . Všechny výsledky budou dále porovnány s výsledky z našeho numerického modelu, který byl představen v druhé kapitole. Pokud bychom chtěli v rámci numerického modelu dostat skutečnou situaci, museli bychom pracovat s GIG rozdělením a nenulovým časovým odstupem t_f , což je ale nad rámec této práce.

5.1 Základní definice

Před výpočty definujeme spojitě rozdělení, jeho hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci.

Definice 5.1.1 (Spojitě rozdělení). Náhodná veličina X má spojitě rozdělení, jestliže existuje funkce f_X , pro kterou platí

$$P[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Nezáporná funkce f_X se nazývá hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny X a její distribuční funkci definujeme jako

$$F_X(x) = P[X \leq x].$$

Jelikož budeme pracovat se součtem k náhodných veličin, je vhodné též zadefinovat operaci konvoluce, díky které jsme schopni nalézt rozdělení $h_k(y)$.

Věta 5.1.2 (Rozdělení součtu dvou náhodných veličin). Jsou-li X, Y nezávislé náhodné veličiny s hustotami $f_X(x), f_Y(y)$, pak má náhodná veličina $W = X + Y$ hustotu

$$f_W(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) f_Y(w-x) dx.$$

Abychom mohli provést konvoluci, musíme předpokládat nezávislost po sobě jdoucích kritických časových světlostí Y_i řidičů na vedlejší komunikaci, což byl jeden z předpokladů při sběru dat.

Pravděpodobnostní rozdělení $h_k(y)$

Pravděpodobnostní rozdělení součtu náhodných veličin $\sum_{i=0}^k Y_i$ vypočteme pro exponenciální a Gamma rozdělení jako k -tou konvoluci rozdělení $h(y)$, čímž získáme pravděpodobnostní rozdělení k kritických časových světlostí.

Pro exponenciální rozdělení $h(y) \sim Exp(\mu)$ dostáváme opakovanou konvolucí Erlangovo rozdělení

$$h_k(y) = \star_{i=1}^k \mu e^{-\mu y} = \mu^k e^{-\mu y} \frac{y^{k-1}}{(k-1)!} \sim Erlang(k, \mu),$$

kde $k \in \mathbb{N}_0$ a $\mu > 0$.

Pro Gamma rozdělení $h(y) \sim Gamma(b, c)$ dostaneme díky reprodukční vlastnosti opět Gamma rozdělení

$$h_k(y) = \star_{i=1}^k \frac{c^{b+1}}{\Gamma(b+1)} e^{-cy} y^b = \frac{c^{k(b+1)}}{\Gamma(k(b+1))} e^{-cy} y^{k(b+1)-1} \sim Gamma(k(b+1), c),$$

kde $c > 0$ a $b > 1$.

5.2 Rozpadový poměr a jeho vlastnosti

Rozpadový poměr δ_k definujeme jako procento časových světlostí, které akceptovalo právě k vozidel. Tento poměr je roven pravděpodobnosti, že časová světlost X je větší, než časová světlost Y_k a zároveň menší, než časová světlost Y_{k+1} , kde Y_k je součet k kritických časových světlostí řidičů na vedlejší komunikaci. Obecný předpis pro rozpadový poměr je tedy

$$\begin{aligned} \delta_k &= P(Y_k \leq X \wedge Y_{k+1} > X) = P((Y_k \leq X) \setminus (Y_{k+1} \leq X)) \\ &= P(Y_k \leq X) - P(Y_{k+1} \leq X) \\ &= \int_0^{+\infty} g(x) \int_0^x h_k(y) dy dx - \int_0^{+\infty} g(z) \int_0^z h_{k+1}(y) dy dz \\ &= \int_0^{+\infty} g(x) H_k(x) dx - \int_0^{+\infty} g(z) H_{k+1}(z) dz \\ &= E_g(H_k(x)) - E_g(H_{k+1}(x)), \end{aligned} \tag{5.1}$$

kde $h_k(x)$ je hustota pravděpodobnosti k kritických časových světlostí, $H_k(x)$ je příslušná distribuční funkce, kde položíme $H_0(x) = 1$, a $g(x)$ je hustota pravděpodobnosti časových světlostí na hlavní komunikaci.

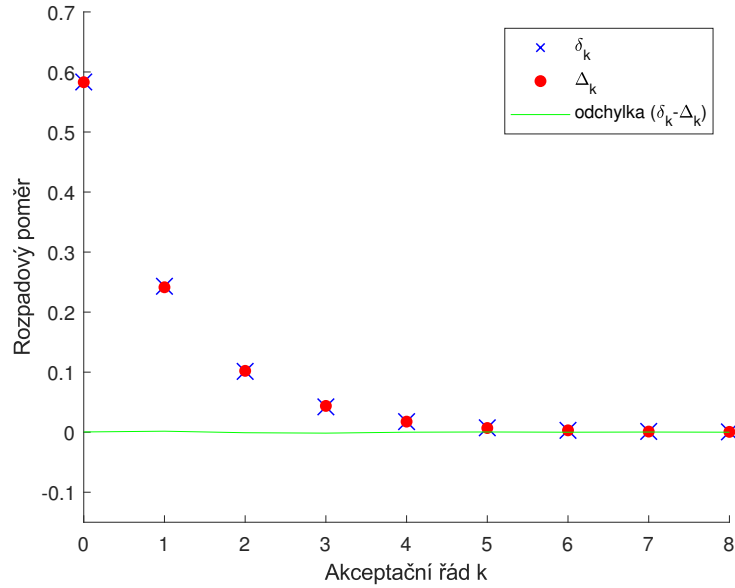
5.2.1 Exponenciální rozdělení kritických časových světlostí $h(y)$

Ve výpočtu rozpadového poměru δ_k je integrovaná distribuční funkce rozdělení $h(y)$, proto nejjednodušší případy nastávají, pokud předpokládáme $h(y) \sim Exp(\mu)$.

Při předpokladu, že na hlavní komunikaci mají časové světlosti exponenciální rozdělení $g(x) \sim Exp(\lambda)$, dostáváme rozpadový poměr

$$\delta_k = \frac{\mu^k \lambda}{(\mu + \lambda)^{k+1}}, \tag{5.2}$$

kde $\lambda, \mu > 0$. Na Obrázku 5.1 vidíme, že rozpadové poměry δ_k se neliší od výběrových rozpadových poměrů Δ_k , které byly získány simulací. Pro volbu parametrů $\lambda = 0,7$ a $\mu = 0,5$ jsou rozpadové poměry řádu $k > 6$ již nulové.



Obrázek 5.1: Porovnání Δ_k získaného ze simulací a vypočteného δ_k pro exponenciální rozdělení s parametry $\lambda = 0,7$, $\mu = 0,5$ a 35000 vozidly na hlavní komunikaci.

Pro Gamma rozdělení na hlavní komunikaci $g(x) \sim \text{Gamma}(\beta, \lambda)$ je rozpadový poměr roven

$$\delta_k = \frac{\lambda^{\beta+1} \mu^k}{\Gamma(k+1)\Gamma(\beta+1)} \cdot \frac{\Gamma(\beta+k+1)}{(\lambda+\mu)^{\beta+k+1}}, \quad (5.3)$$

kde $\lambda, \mu > 0$ a $\beta > -1$. Na Obrázku 5.2 opět vidíme porovnání δ_k a Δ_k ze simulace. Pro δ_0 a δ_1 vidíme mezi hodnotami malý rozdíl, což může být způsobeno tím, že ve vzorku bylo 35000 časových světlostí.

5.2.2 Gamma rozdělení kritických časových světlostí $h(y)$

Zatímco v předchozích dvou případech jsme byli schopni vypočítat přesný předpis analytickou cestou, v následujících dvou se budeme muset spokojit s integrálním předpisem pro δ_k , jelikož se v integrandu vyskytuje neúplná dolní Gamma funkce s neznámým parametrem b .

Pro $g(x) \sim \text{Exp}(\lambda)$ je integrální tvar rozpadového poměru

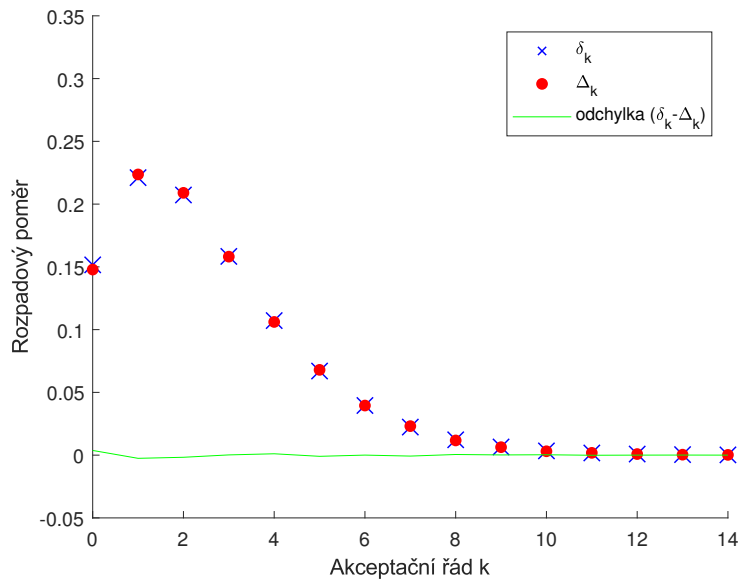
$$\delta_k = \int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x} \left[\frac{\gamma(k(b+1), cx)}{\Gamma(k(b+1))} - \frac{\gamma((k+1)(b+1), cx)}{\Gamma((k+1)(b+1))} \right] dx,$$

kde $\lambda, c > 0$ a $b > -1$. Na Obrázku 5.3 je znovu vidět porovnání δ_k a Δ_k ze simulace a ani zde není viditelná žádná značná odchylka mezi výběrovým poměrem a poměrem získaným výpočtem.

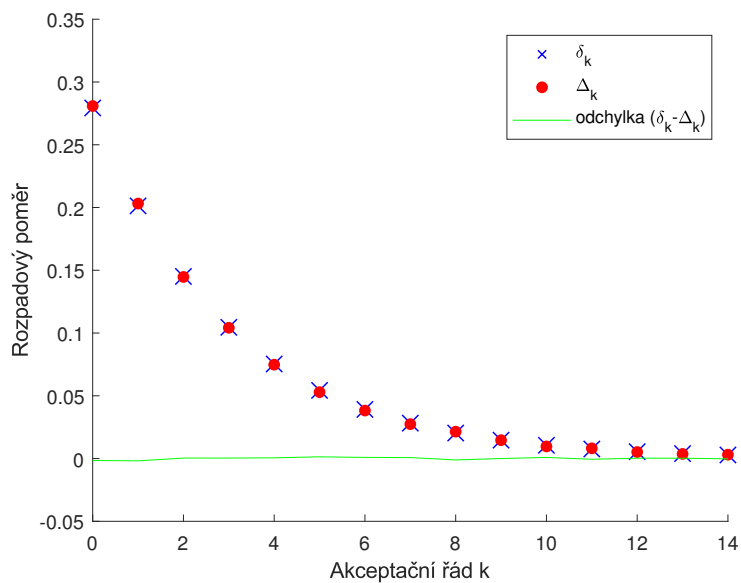
Poslední případ, kterým se pro rozpadový poměr budeme zabývat, je pokud rozdělení na hlavní komunikaci odpovídá $g(x) \sim \text{Gamma}(\beta, \lambda)$, pro který získáváme rozpadový poměr v integrálním tvaru

$$\delta_k = \int_0^{+\infty} \frac{\lambda^{\beta+1}}{\Gamma(\beta+1)} x^\beta e^{-\lambda x} \left[\frac{\gamma(k(b+1), cx)}{\Gamma(k(b+1))} - \frac{\gamma((k+1)(b+1), cx)}{\Gamma((k+1)(b+1))} \right] dx.$$

Opět na Obrázku 5.4 vidíme, že odchylky jsou minimální.



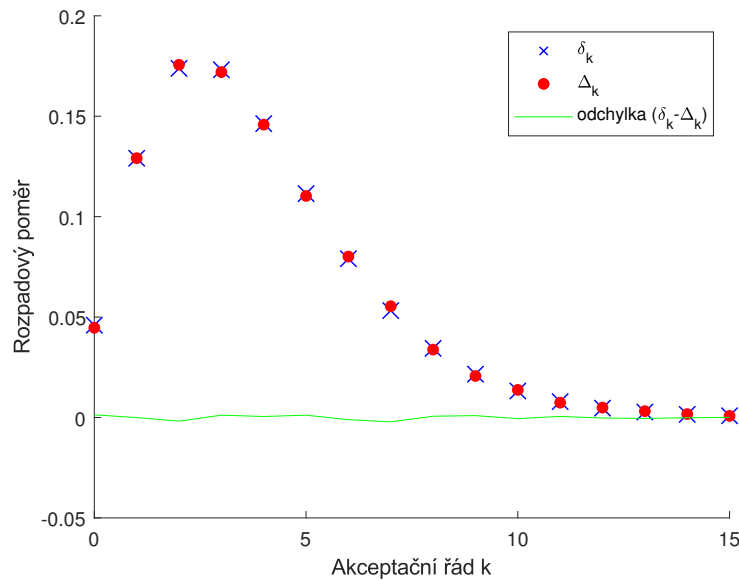
Obrázek 5.2: Porovnání Δ_k získaného ze simulací a vypočteného δ_k pro Gamma rozdělení na hlavní komunikaci s parametry $\beta = 2,5$, $\lambda = 0,7$, exponenciálním rozdělením na vedlejší komunikaci s parametrem $\mu = 0,5$ a 35000 vozidly na hlavní komunikaci.



Obrázek 5.3: Porovnání Δ_k získaného ze simulací a vypočteného δ_k pro Gamma rozdělení na vedlejší komunikaci s parametry $b = 1,5$, $c = 5$, exponenciální rozdělení na hlavní komunikaci s parametrem $\lambda = 0,7$ a 35000 vozidly na hlavní komunikaci.

5.2.3 Vlastnosti

V předchozí podkapitole jsme porovnávali výběrový rozpadový poměr Δ_k a teoretický rozpadový poměr δ_k . Platí totiž, že pokud známe rozdělení časových světlostí $g(x)$ a kritických časových světlostí



Obrázek 5.4: Porovnání Δ_k získaného ze simulací a vypočteného δ_k pro Gamma rozdělení s parametry $b = 1, 5$, $c = 5$, $\lambda = 1, 7$, $\beta = 2, 5$ a 35000 vozidly na hlavní komunikaci.

$h(y)$ vzorku, pak se výběrový rozpadový poměr $\Delta_{k,n}$ limitně blíží k teoretickému rozpadovému poměru δ_k pro dostatečně velký vzorek velikosti n , tj.

$$\Delta_{k,n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \delta_k.$$

V rámci simulací v této kapitole se pracovalo se vzorkem o mohutnosti $n = 35000$. Z výsledných odchylek mezi poměry vidíme, že již pro takto mohutný vzorek je rozdíl mezi výběrovým a teoretickým poměrem minimální.

Druhou vlastností, která může sloužit ke kontrole, zda předpis pro δ_k je správný, je součet teoretických rozpadových poměrů δ_k přes všechny akceptační řády k .

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \delta_k = 1.$$

Rovnost jedné je zjevná, jelikož se jedná o procentuální rozdělení světlostí. Na základě simulací, pro danou kombinaci parametrů, lze stanovit hodnotu k , po němž jsou již Δ_k nulové, a tedy díky předchozí vlastnosti lze i δ_k považovat za zanedbatelné.

5.3 Dílčí pravděpodobnostní rozdělení $f_{k,U}(u)$

Nyní se budeme blíže zabývat dílčími pravděpodobnostními rozděleními časových světlostí na hlavní komunikaci přijatých právě k vozidly. Budeme hledat hustotu pravděpodobnosti pro náhodnou veličinu $X \sim g(x)$, pro kterou platí

$$Z < X < Z + Y, \quad (5.4)$$

kde pro náhodné veličiny Y, Z platí

$$\begin{aligned} Y &\sim h(y) \\ Z &\sim h_k(z) = \star_{i=0}^{k-1} h(z). \end{aligned}$$

Provedením vhodné transformace, kde V, W budou kladné právě tehdy, kdy časová světlost patří do intervalu v (5.4), získáváme

$$\begin{aligned} U &= X \\ V &= X - Z \\ W &= Z + Y - X. \end{aligned}$$

Díky nezávislosti náhodných veličin U, V, W můžeme zapsat jejich sdruženou hustotu pravděpodobnosti jako

$$f_{U,V,W}(u, v, w) = g(u)h_k(u - v)h(u + w),$$

kde definujeme $h_0(y) = 1$. Pro výpočet hustoty pravděpodobnosti dílčího rozdělení $f_{k,U}(u)$ spočteme distribuční funkci sdružené hustoty pravděpodobnosti. Podmíněnou pravděpodobnost můžeme přepsat na podíl a ve jmenovateli získáme pravděpodobnost, kterou lze přepsat jako rozpadový poměr δ_k (5.1)

$$\begin{aligned} F_U(u) &= P[U \leq u | V > 0 \wedge W > 0] = \frac{P[U \leq u \wedge V > 0 \wedge W > 0]}{P[V > 0 \wedge W > 0]} \\ &= \frac{1}{\delta_k} \int_0^u \int_0^t \int_0^{+\infty} f_{U,V,W}(t, v, w) dw dv dt. \end{aligned}$$

Výslednou hustotu pravděpodobnosti dílčích rozdělení pak získáme derivací distribuční funkce, která se projeví pouze v integrování, jelikož jsme derivovali integrál jako funkci horní meze, dle proměnné u

$$f_U(u) = \frac{dF_U}{du}(u) = \frac{1}{\delta_k} \int_0^u \int_0^{+\infty} f_{U,V,W}(u, v, w) dw dv.$$

5.3.1 Exponenciální rozdělení kritických časových světlostí $h(y)$

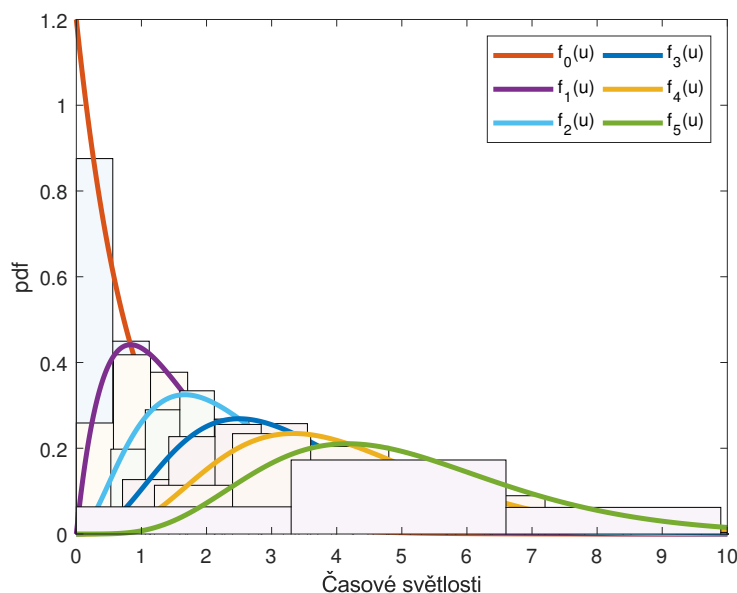
Opět se nejdříve budeme zabývat případy, kdy je rozdělení kritických časových světlostí exponenciální, tedy $h(y) \sim Exp(\mu)$. Pokud je rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci $g(x) \sim Exp(\lambda)$, dostaneme dílčí distribuce co mají Erlangovo rozdělení

$$f_{k,U}(u) = \frac{(\lambda + \mu)^{k+1}}{\Gamma(k + 1)} u^k e^{-(\lambda+\mu)u}$$

s příslušnou distribuční funkcí

$$F_{k,U}(u) = 1 - e^{-(\lambda+\mu)u} \sum_{j=0}^k \frac{[(\lambda + \mu)u]^j}{\Gamma(j + 1)}, \quad (5.5)$$

kde $\lambda, \mu > 0$. Na Obrázku 5.5 vidíme vykreslené jednotlivé histogramy získané z numerického modelu a dílčí rozdělení pro zvolené parametry. Vidíme, že funkce kopírují data velice přesně.



Obrázek 5.5: Histogramy a k nim příslušející hustoty pravděpodobností pro dílčí rozdělení časových světlostí pro akceptační řády $k = 0, \dots, 5$. Histogramy vycházejí z numerického modelu a parametry byly stanoveny jako $\lambda = 0,7$, $\mu = 0,5$ a 35000 vozidel na hlavní komunikaci.

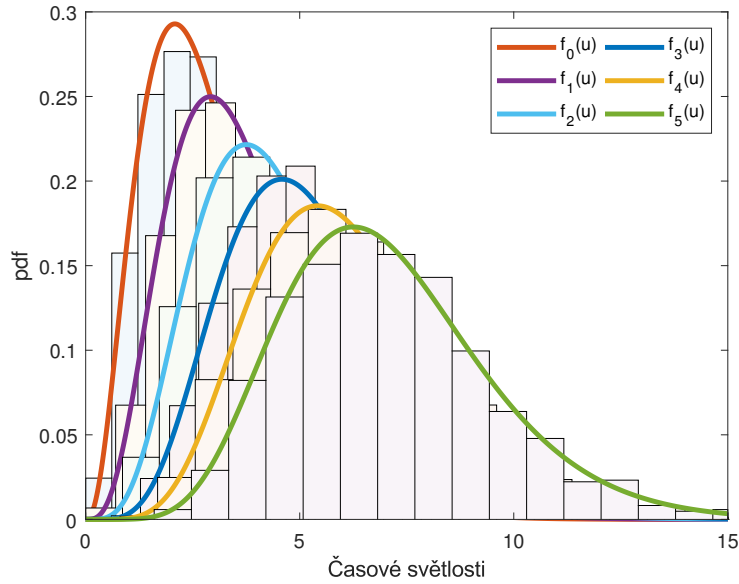
Budeme nyní předpokládat, že rozdělení na hlavní komunikaci je $g(x) \sim Gamma(\beta, \lambda)$. Pak je dílčí hustota pravděpodobnosti Gamma a je rovna

$$f_{k,U}(u) = \frac{(\lambda + \mu)^{\beta+k+1}}{\Gamma(\beta + k + 1)} u^{\beta+k} e^{-(\lambda+\mu)u}$$

s příslušnou distribuční funkcí

$$F_{k,U}(u) = \frac{\gamma(\beta + k + 1, (\lambda + \mu)u)}{\Gamma(\beta + k + 1)}, \quad (5.6)$$

kde $\lambda, \mu > 0$ a $\beta > -1$. Na Obrázku 5.6 opět vidíme jednotlivé hustoty pravděpodobnosti pro jednotlivé akceptační řády.



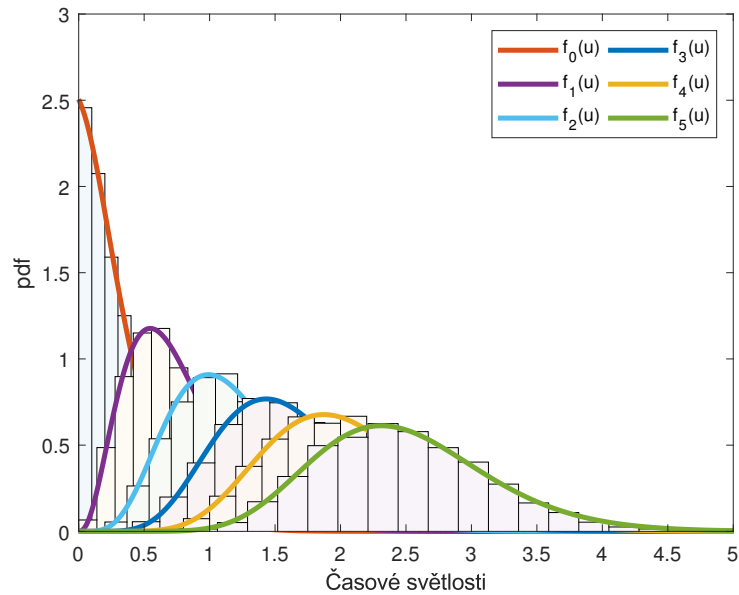
Obrázek 5.6: Histogramy a k nim příslušející hustoty pravděpodobností pro dílčí rozdělení časových světlostí pro akceptační řády $k = 0, \dots, 5$. Histogramy vycházejí z numerického modelu a parametry byly stanoveny jako $\lambda = 0,7$, $\beta = 2,5$, $\mu = 0,5$ a 35000 vozidel na hlavní komunikaci.

5.3.2 Gamma rozdělení kritických časových světlostí $h(y)$

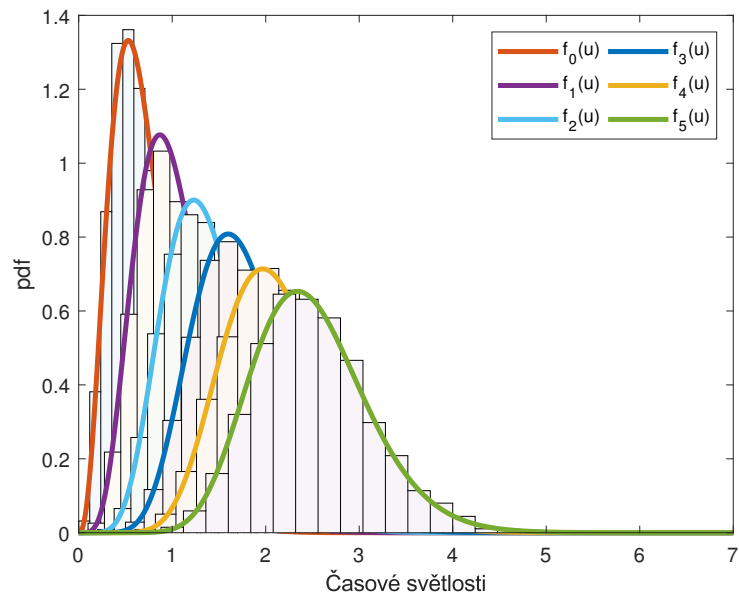
Nyní přejdeme k případům, kdy předpokládáme Gamma rozdělení kritických světlostí $h(y)$. Jelikož jde o složitější výpočty, uvádíme stejně jako u výpočtu rozpadových poměrů pouze integrální zápis s nespécifikovaným rozdělením časových světlostí na hlavní komunikaci $g(x)$

$$f_{k,U}(u) = \frac{g(u)}{\delta_k} \int_0^{+\infty} \int_0^u \frac{c^{k(b+1)}}{\Gamma(k(b+1))} e^{-c(u-v)} (u-v)^{k(b+1)-1} \frac{c^b + 1}{\Gamma(b+1)} e^{-c(v+w)} (v+w)^b dv dw.$$

Obrázek 5.7 vyobrazuje výsledné hustoty pravděpodobnosti pro $g(x) \sim Exp(\lambda)$. Je zřejmé, že tvary rozdělení jsou podobné tvarům v Obrázku 5.5. $f_0(u)$ se na první pohled zdá být exponenciální, avšak u svého peaku je zaoblená, v čemž bude hrát roli polynomiální člen, který se v distribuci objeví díky integraci přes v . Obrázek 5.8 pak znázorňuje hustoty pravděpodobnosti za předpokladu $g(x) \sim Gamma(\beta, \lambda)$.



Obrázek 5.7: Histogramy a k nim příslušející hustoty pravděpodobností pro dílčí rozdělení časových světlostí pro akceptační řády $k = 0, \dots, 5$. Histogramy vycházejí z numerického modelu a parametry byly stanoveny jako $c = 5$, $\lambda = 0,7$, $b = 1,5$ a 35000 vozidel na hlavní komunikaci.



Obrázek 5.8: Histogramy a k nim příslušející hustoty pravděpodobností pro dílčí rozdělení časových světlostí pro akceptační řády $k = 0, \dots, 5$. Histogramy vycházejí z numerického modelu a parametry byly stanoveny jako $\lambda = 1,7$, $\beta = 2,5$, $b = 1,5$, $c = 5$ a 35000 vozidel na hlavní komunikaci.

5.4 Sieglochova funkce $s(t)$

Díky znalosti dílčích rozdělení řádu k jsme schopni nalézt přesný předpis Sieglochovy funkce $s(t)$, která popisuje závislost akceptačního řádu k v závislosti na kritické časové světlosti.

Sieglochova funkce $s(t)$ je definována jako střední hodnota počtu vozidel přijímajících časovou světlost velikosti t . Lze ji zapsat jako

$$s(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} k p_k(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} k [F_{k,U}(t) - F_{k+1,U}(t)], \quad (5.7)$$

kde $p_k(t)$ je pravděpodobnost, že světlost velikosti t přijme právě k vozidel a $F_{k,U}(t)$ je distribuční funkce dílčího rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci řádu k .

V následujících výpočtech se omezíme pouze na případy exponenciálního rozdělení kritických časových světlostí $h(y)$, jelikož pro tyto případy máme odvozeny analytické formule pro hustoty pravděpodobnosti $f_{k,U}(u)$ a distribuční funkce $F_{k,U}(u)$.

Pokud předpokládáme exponenciální rozdělení i na hlavní komunikaci, tedy $g(x) \sim \text{Exp}(\lambda)$, pak ze znalosti $F_{k,U}(t)$ (5.5) získáváme výraz

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{k=0}^{+\infty} k e^{-(\lambda+\mu)t} \frac{[(\lambda+\mu)t]^{k+1}}{(k+1)!} = \sum_{k=0}^{+\infty} (k+1) e^{-(\lambda+\mu)t} \frac{[(\lambda+\mu)t]^{k+1}}{(k+1)!} - \sum_{k=0}^{+\infty} e^{-(\lambda+\mu)t} \frac{[(\lambda+\mu)t]^{k+1}}{(k+1)!} = \\ &= (\lambda+\mu)t - 1 + e^{-(\lambda+\mu)t}. \end{aligned}$$

Dále můžeme na základě známého rozdělení $f_{k,U}(u)$ najít diskrétní hodnoty středních hodnot časových světlostí řádu $k \in \mathbb{N}_0$. Ze znalosti střední hodnoty Erlangova rozdělení získáme

$$E[U] = \frac{k+1}{\lambda+\mu},$$

a výsledná množina bodů je

$$S_k = \left\{ \left(\frac{k+1}{\lambda+\mu}, k \right) \mid k \in \mathbb{N}_0 \right\}.$$

Všimněme si, že diskrétní body odpovídají výše vypočtenému $s(t)$, pouze v sobě nezahrnují člen $e^{-(\lambda+\mu)t}$. Tento člen hraje roli hlavně poblíž nuly, načež se rychle stává téměř zanedbatelným a jeho vliv je zřetelný na Obrázku 5.9. Střední hodnoty vypočtené pro $k \in \mathbb{N}_0$ obsahují lineární závislost, což ukazuje, že použití lineární aproximace $s_{LIN}(t)$ je v tomto případě naprosto dostačující.

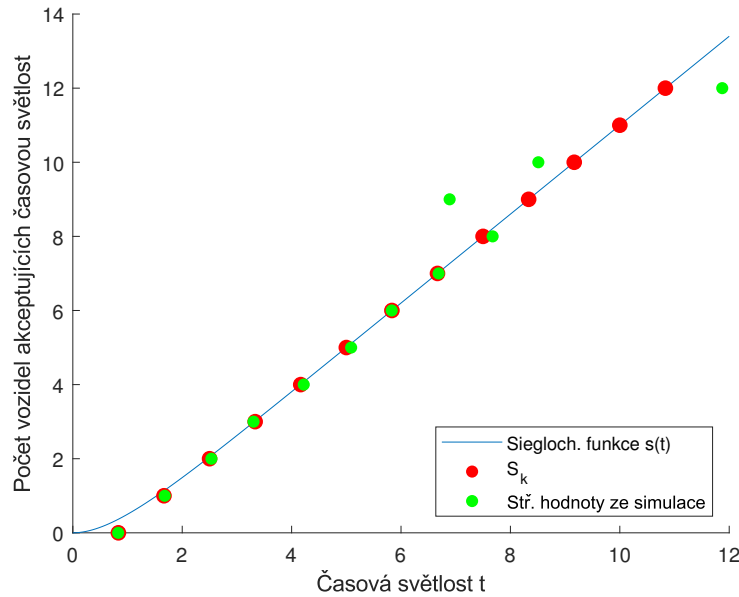
Pokud bude rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci $g(x) \sim \text{Gamma}(\beta, \lambda)$, pak má dílčí pravděpodobnostní rozdělení $f_{k,U}(u)$ též Gamma rozdělení. Při výpočtu $s(t)$ hledáme součet řady

$$s(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} k \left[\frac{\gamma(\beta+k+1, (\lambda+\mu)t)}{\Gamma(\beta+k+1)} - \frac{\gamma(\beta+k+2, (\lambda+\mu)t)}{\Gamma(\beta+k+2)} \right] = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\gamma(\beta+k+1, (\lambda+\mu)t)}{\Gamma(\beta+k+1)}.$$

Jedná se o součet nekonečné řady, avšak na Obrázku 5.10 vidíme, že již pro součet prvních 50 členů dostáváme na zkoumaném intervalu funkci se stejným průběhem jako Sieglochova funkce $s(t)$. Počet členů, který lze považovat za dostatečný, se odvíjí od stanovených parametrů. Pokud bychom sečetli příliš málo členů, funkce se odkloní, jak můžeme na Obrázku 5.10 vidět pro hodnoty $k = \{5, 10\}$. Tento předpis je možno použít pro libovolné $\beta > -1$.

Nyní se budeme snažit získat přesnější formuli, která by neobsahovala nekonečné řady a umožnila nám rozhodnout o vhodnosti lineární aproximace $s_{LIN}(t)$. K tomu použijeme Laplaceovu transformaci. Při výpočtu narazíme na nutnost předpokladu celočíselného parametru $\beta \in \mathbb{N}_0$. Hledáme tedy Sieglochovu funkci pro Erlangovo rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci. Předchozí zápis funkce $s(t)$ (5.7) můžeme přepsat jako

$$s(t) = \theta(t) \sum_{k=0}^{+\infty} \int_0^t f_k(t) - f_0(t) dt,$$



Obrázek 5.9: Sieglachova funkce $s(t)$ a diskrétní střední hodnoty pro jednotlivé počty vozidel získané díky znalosti rozdělení a ze simulace. Parametry byly stanoveny jako $\lambda = 0,7$ a $\mu = 0,5$

odkud využitím vlastnosti Laplaceovy transformace a transformace $f_k(t)$ získáme

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[s(t)](p) &= \frac{\mathcal{L}[\sum_{k=0}^{+\infty} f_k(t) - f_0(t)]}{p} \\ &= \frac{\sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{\lambda+\mu}{p+\lambda+\mu}\right)^{\beta+k+1} - \left(\frac{\lambda+\mu}{p+\lambda+\mu}\right)^{\beta+1}}{p} = \\ &= \frac{1}{p} \left(\frac{\lambda+\mu}{p+\lambda+\mu}\right)^{\beta+1} \left[\sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{\lambda+\mu}{p+\lambda+\mu}\right)^k - 1 \right] \end{aligned}$$

Samotnou Sieglachovu funkci $s(t)$ dostaneme inverzní Laplaceovou transformací

$$s(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{p} \left(\frac{\lambda+\mu}{p+\lambda+\mu}\right)^{\beta+1} \frac{\lambda+\mu}{p} \right] (t).$$

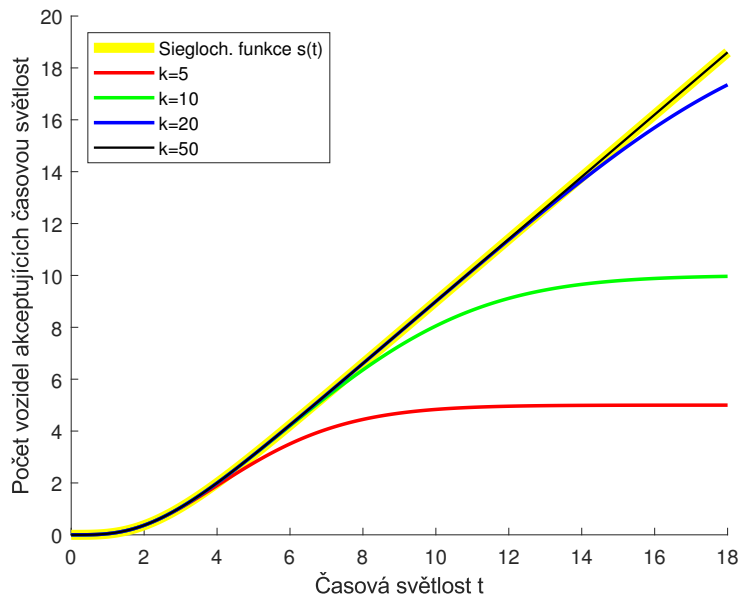
Právě kvůli inverzní Laplaceově transformaci přichází v úvahu pouze celočíselné hodnoty parametru β , jinak bychom nemohli provést rozdělení na parciální zlomky ani je následně převést zpět. Pokud budeme předpokládat $\beta = 1$, dostaneme předpis Sieglachovy funkce ve tvaru

$$s(t) = (\lambda + \mu)t - 2 + 2e^{-(\lambda+\mu)t} + (\lambda + \mu)te^{-(\lambda+\mu)t}.$$

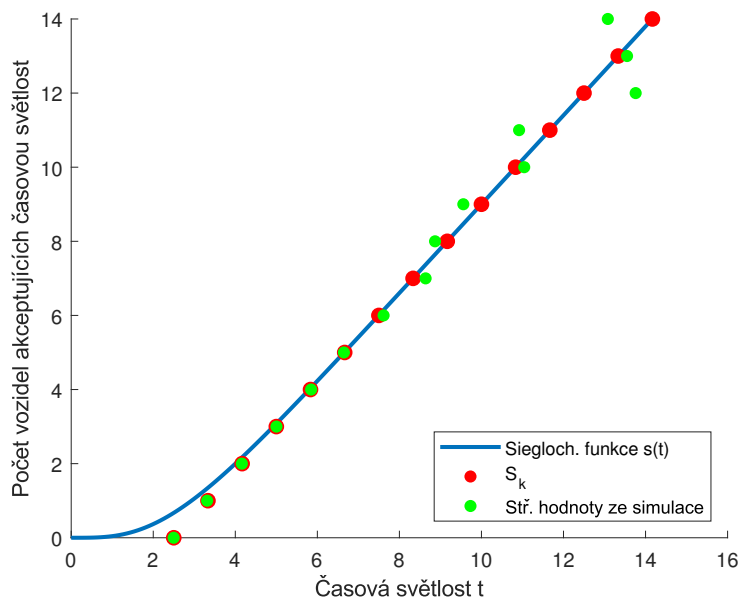
Při volbě parametru $\beta = 2$ pak dostáváme

$$s(t) = (\lambda + \mu)t - 3 + 3e^{-(\lambda+\mu)t} + 2(\lambda + \mu)te^{-(\lambda+\mu)t} + (\lambda + \mu)^2 \frac{t^2}{2} e^{-(\lambda+\mu)t}.$$

Na Obrázku 5.11 vidíme $s(t)$ a vypočtené S_k . Pro malé časové světlosti se střední hodnoty a průběh $s(t)$ liší výrazněji, pro větší časové světlosti je již vliv $e^{-(\lambda+\mu)t}$ minimální a $s(t)$ pak lze považovat za lineární.



Obrázek 5.10: Vykreslení průběhu Sieglachovy funkce $s(t)$ v závislosti na počtu členů částečného součtu. Žlutě je vykreslena skutečná Sieglachova funkce získaná Laplaceovou transformací. Parametry byly stanoveny jako $\beta = 2$, $\lambda = 0,7$ a $\mu = 0,5$.



Obrázek 5.11: Sieglachova funkce $s(t)$ a diskrétní střední hodnoty pro jednotlivé počty vozidel získané díky znalosti rozdělení a ze simulace. Parametry byly stanoveny jako $\beta = 2$, $\lambda = 0,7$ a $\mu = 0,5$.

Pro celočíselné hodnoty parametru $\beta \in \mathbb{N}_0$, tedy případ, kdy je na hlavní komunikaci Erlangovo rozdělení časových světlostí, získáváme následující předpis Sieglochovy funkce $s(t)$

$$s(t) = (\lambda + \mu)t - \beta - 1 + e^{-(\lambda + \mu)t} \sum_{j=0}^{\beta} (\beta + 1 - j)(\lambda + \mu)^j \frac{t^j}{j!}.$$

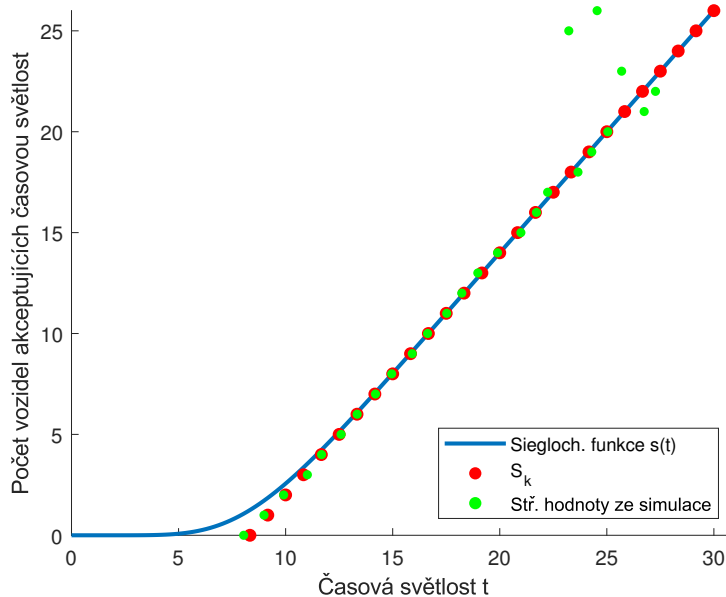
Z Obrázku 5.12 vyplývá, že námi odvozená formule je přesná i pro vyšší hodnoty β . Vidíme ovšem, že při vyšších hodnotách je střední hodnota časových světlostí, které nevyužije ani jedno vozidlo, vyšší a $s(t)$ má delší plató okolo nuly. Také pro větší hodnoty parametrů jsou mezi S_k a $s(t)$ větší rozdíly pro nejnižší akceptační řády.

Pokud bychom opět hledali diskrétní hodnoty na základě střední hodnoty rozdělení $f_{k,U}(u)$ získáme

$$E[U] = \frac{\beta + k + 1}{\lambda + \mu},$$

a pro $k \in \mathbb{N}_0$ výslednou množinu bodů

$$S_k = \left\{ \left(\frac{\beta + k + 1}{\lambda + \mu}, k \right) \mid k \in \mathbb{N}_0 \right\}.$$



Obrázek 5.12: Sieglochova funkce $s(t)$ a diskrétní střední hodnoty pro jednotlivé počty vozidel získané díky znalosti rozdělení a ze simulace. Parametry byly stanoveny jako $\beta = 9$, $\lambda = 0,7$ a $\mu = 0,5$.

V obou případech je $s(t)$ velice blízká lineární funkci, až na nejmenší akceptační řády. Z toho důvodu se nezdá problematické používat při kapacitních výpočtech lineární aproximaci $s_{LIN}(t) \approx s(t)$. Avšak v rámci této práce zkoumáme pouze nejjednodušší dva případy, tedy je možné, že $s(t)$ pro Gamma a GIG rozdělení by měla výrazně odlišný průběh od své lineární aproximace $s_{LIN}(t)$.

5.5 Speciální případ pro $\delta_0 < \delta_1$

Na konci předchozí kapitoly jsme na reálných datech ukázali procentuální rozdělení časových světlostí jednotlivých datových sad. U třetí sady dat jsme viděli, že procentuální zastoupení světlostí, které byly přijaty právě jedním vozidlem je větší, než zastoupení světlostí, které nebyly akceptovány vozidlem žádným. V následující krátké podkapitole se proto budeme věnovat podmínkám, jež musí být splněny, aby takový případ nastal.

5.5.1 Exponenciální rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci $g(x)$

Podmínkou situace, kdy $\delta_0 < \delta_1$, pro exponenciální rozdělení se budeme zabývat obecně, jelikož použitím Laplaceovy transformace ukážeme, že tato podmínka nebude splněna nikdy. Nejprve budeme předpokládat Erlangovo rozdělení, jelikož je jednoduše Laplaceovsky transformovatelné a exponenciální rozdělení je v něm zahrnuto při volbě parametru $n = 0$. Podmínku $\delta_0 < \delta_1$ lze přepsat jako

$$\int_0^{+\infty} g(x) [1 - 2H_1(x) - H_2(x)] dx < 0 \quad (5.8)$$

$$\int_0^{+\infty} A\theta(x)x^n e^{-\lambda x} [1 - 2H_1(x) - H_2(x)] dx < 0.$$

Po použití Laplaceovy transformace získáme nerovnost

$$\frac{n!}{\lambda^{n+1}} - 2\mathcal{L}[\theta(x)x^n H_1(x)] + \mathcal{L}[\theta(x)x^n H_2(x)] < 0$$

$$\frac{n!}{\lambda^{n+1}} - 2(-1)^n \frac{d^n \mathcal{L}[H_1(x)](\lambda)}{d\lambda^n} + (-1)^n \frac{d^n \mathcal{L}[H_2(x)](\lambda)}{d\lambda^n} < 0.$$

Jak bylo řečeno výše, exponenciální rozdělení je speciálním případem Erlangova rozdělení, při volbě $n = 0$. Stávající nerovnost tedy přechází na

$$\frac{1}{\lambda} - 2\frac{H(\lambda)}{\lambda} + \frac{H^2(\lambda)}{\lambda} < 0$$

$$1 - 2H(\lambda) + H^2(\lambda) < 0$$

$$(1 - H(\lambda))^2 < 0, \quad (5.9)$$

kde $H(\lambda) = \mathcal{L}[h(x)](\lambda)$ je Laplaceův obraz hustoty pravděpodobnosti kritické časové světlosti řidiče čekajícího na vedlejší komunikaci. Výsledná nerovnost (5.9) nikdy nenastane. Pokud mají časové světlosti na hlavní komunikaci exponenciální rozdělení, pak pro rozpadový poměr nikdy nenastane situace, kdy $\delta_0 < \delta_1$. Touto cestou znovu potvrzujeme fakt, že předpoklad exponenciálního rozdělení na hlavní komunikaci je k popisu reálné situace naprosto nevhodný.

5.5.2 Gamma rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci $g(x)$

Nyní budeme uvažovat Gamma rozdělení na hlavní komunikaci $g(x) \sim \text{Gamma}(\beta, \lambda)$. Pro exponenciální rozdělení kritických časových světlostí $h(y) \sim \text{Exp}(\mu)$ lze podmínku (5.8) přepsat jako

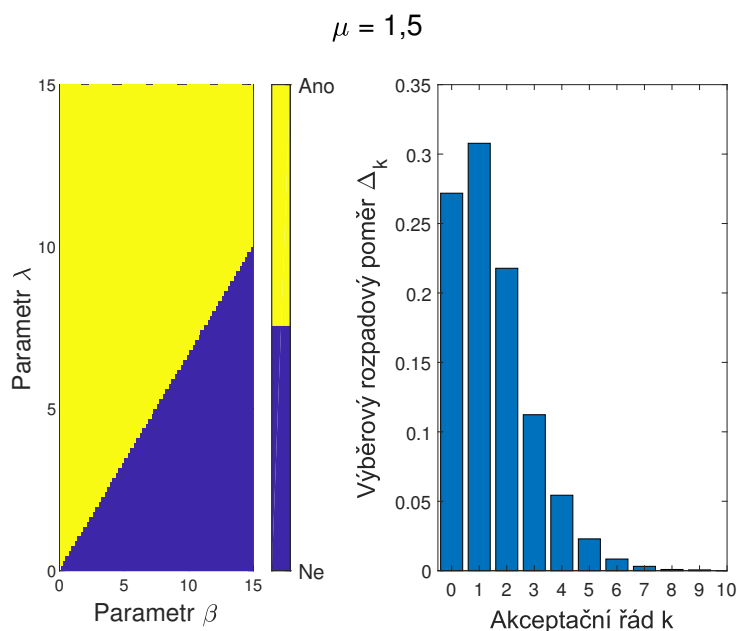
$$\int_0^{+\infty} g(x) [1 - 2(1 - e^{-\mu x}) + 1 - (\mu x + 1)e^{-\mu x}] dx < 0$$

$$(\lambda)^{1+\beta} (\lambda + \mu)^{-(2+\beta)} (\lambda - \beta\mu) < 0. \quad (5.10)$$

První dva členy jsou vždy nezáporné, tedy podmínka pro $\delta_0 < \delta_1$ nastane pro volbu parametrů

$$\frac{\lambda}{\beta} < \mu. \quad (5.11)$$

Na Obrázku 5.13 vidíme kombinace parametrů λ, β pro které podmínka bude splněna při předpokladu $\mu = 1,5$. Vedle jsou zobrazeny výběrové rozpadové poměry Δ_k pro volbu $\lambda = 5$ a $\beta = 4$.



Obrázek 5.13: Vlevo je zobrazení kombinace parametrů λ, β pro která je splněna podmínka $\delta_0 < \delta_1$ pro $\mu = 1,5$. Napravo vidíme výběrové rozpadové poměry Δ_k získané ze simulace. Zde byly zvoleny parametry $\lambda = 5, \beta = 4$ a $\mu = 1,5$.

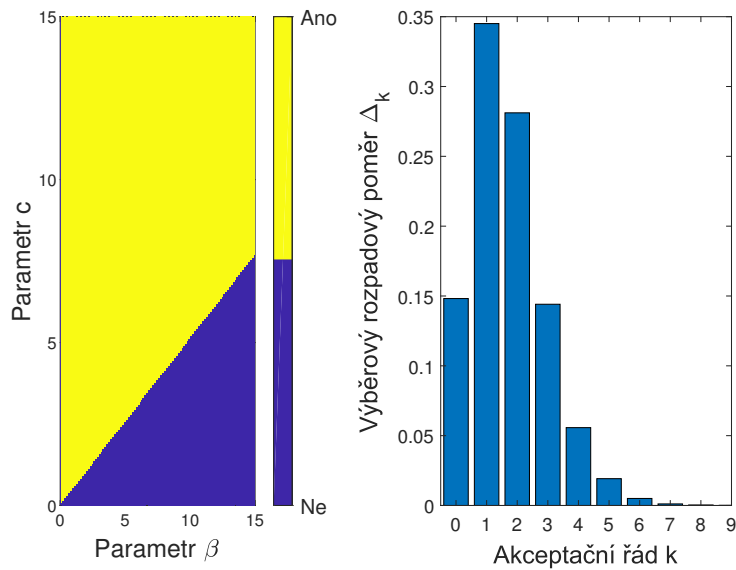
Pokud předpokládáme Gamma rozdělení kritických časových světlostí $h(y) \sim Gama(b, c)$, lze podmínku (5.8) přepsat jako

$$\int_0^{+\infty} g(x) \left[1 - 2 \frac{\gamma(1+b, cx)}{\Gamma(1+b)} + \frac{\gamma(1+2b, cx)}{\Gamma(1+2b)} \right] dx < 0, \quad (5.12)$$

kde $\gamma(a, x)$ je dolní neúplná Gamma funkce. Na rozdíl od předchozího příkladu nelze nerovnost pro parametry λ, β, b, c dále zjednodušit, proto je nutné specifikovat hodnoty alespoň dvou parametrů.

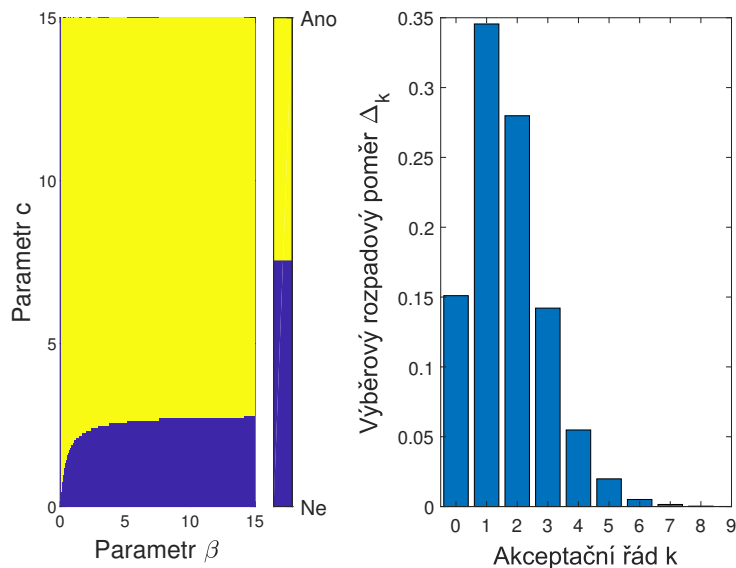
Pro $b = 1,5$ získáme podmínku viditelnou vlevo v Obrázcích 5.14 a 5.15. Výběrové rozpadové poměry jsou pro oba případy shodné, jelikož jde o stejnou kombinaci parametrů. Jediný rozdíl je, že zatímco v Obrázku 5.14 musíme přímo specifikovat i druhý parametr, zde $\lambda = 6$, v druhém případě Obrázek 5.15 budeme pracovat se škálovanou hustotou pravděpodobnosti na hlavní komunikaci, a tedy můžeme parametr λ vyjádřit pomocí parametru β .

$b = 1,5, \lambda = 6$



Obrázek 5.14: Vlevo je zobrazení kombinace parametrů c, β pro níž je splněna podmínka $\delta_0 < \delta_1$ pro $b = 1,5$ a $\lambda = 6$. Napravo vidíme výběrové rozpadové poměry Δ_k získané ze simulace. Zde byly zvoleny parametry $\lambda = 6, \beta = 5, c = 5$ a $b = 1,5$.

$b = 1,5, \lambda = \beta+1$



Obrázek 5.15: Vlevo je zobrazení kombinace parametrů c, β pro níž je splněna podmínka $\delta_0 < \delta_1$ pro $b = 1,5$ a předpoklad škálované hustoty pravděpodobnosti na hlavní komunikaci. Napravo vidíme výběrové rozpadové poměry Δ_k získané ze simulace. Zde byly zvoleny parametry $\beta = 5, c = 5$ a $b = 1,5$.

Kapitola 6

Zkoumání kritických časových světlostí na dostupných datech

Vrátíme se nyní k třem sadám dat z německých křižovatek, které byly představeny ve čtvrté kapitole. Tentokrát se ovšem budeme soustředit na odhadování, jaké pravděpodobnostní rozdělení časových světlostí je pro jednotlivé akceptační řády k vhodné. K tomuto použijeme metodu bootstrap. Dále se v této kapitole dostaneme k samotnému kapacitnímu výpočtu, nejen dle Sieglochovy metody, která je široce používána, ale i pomocí upravené verze pro složitější pravděpodobnostní rozdělení.

6.1 Pravděpodobnostní rozdělení časových světlostí řádu k

Jednotlivé datové sady se liší v naměřeném maximálním akceptačním řádu. Budeme testovat pomocí metody bootstrap, která pracuje s podvýběry z datové sady, na kterých poté testem dobré shody rozhoduje, zda je dané pravděpodobnostní rozdělení vhodné, či nikoliv. Z toho důvodu se budeme muset omezit na práci s akceptačními řády, které mají dostatek měření.

6.1.1 Testování pomocí metody bootstrap

Testování bootstrapem probíhá, jak již bylo řečeno výše, na podvýběru z datového sady. Metoda pracuje následujícím způsobem:

- V každé iteraci je vybrán náhodný podvýběr $\ell = 150$ měření.
- Na podvýběru se odhadují parametry pravděpodobnostních rozdělení.
- Provádí se testy dobré shody mezi odhadnutým rozdělením a podvýběrem.
- Rozhodnutí o zamítnutí, popřípadě nezamítnutí hypotézy se ukládá.
- Po proběhnutí všech iterací se vypočte procento iterací, kdy byla hypotéza zamítnuta.

Výsledná hladina zamítnutí bys se měla pohybovat v okolí hladiny významnosti použitého testu dobré shody (obvykle $\alpha_t = 5\%$). Pro testování dobré shody dat a rozdělení, kde parametry odhadujeme přímo z dat, je nevhodné použít Kolmogorov-Smirnovův test, proto použijeme χ^2 test dobré shody. Ten se obvykle používá na kategorická data, avšak data o časových světlostech lze jednoduše diskretizovat rozdělením časových světlostí do ekvidistantních intervalů. Chceme-li testovat, jaké hustoty pravděpodobnosti vhodně popisují data je nutné nejdříve odhadnout na základě dat jednotlivé parametry a pomocí

vhodného testu rozhodnout, zda můžeme uvažovat zkoumaná data z daného rozdělení. Budeme testovat pouze Gamma a GIG rozdělení, jelikož víme, že exponenciální není vhodné.

Je zřejmé, že hodnoty z reálných dat se zajisté nebudou rovnat přesně hladině významnosti α_t , proto je vhodné vypočíst pro hladinu zamítání interval spolehlivosti, který lze získat následující úvahou: rozhodnutí testu jsou hodnoty z množiny $\{0, 1\}$, tedy se jedná o binární náhodnou veličinu. Jelikož provádíme více iterací bude výsledná hladina zamítnutí α mít Binomické rozdělení $Bi(n, \alpha)$

$$Bi(n, \alpha)[X = k] = \binom{n}{k} \alpha^k (1 - \alpha)^{n-k}.$$

Použitím centrálního limitního teorému a znalosti intervalů spolehlivosti pro normální rozdělení získáme interval spolehlivosti

$$\left(\alpha_t - u_{\frac{\alpha_t}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\alpha_t(1 - \alpha_t)}{n}}; \quad \alpha_t + u_{1 - \frac{\alpha_t}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\alpha_t(1 - \alpha_t)}{n}} \right),$$

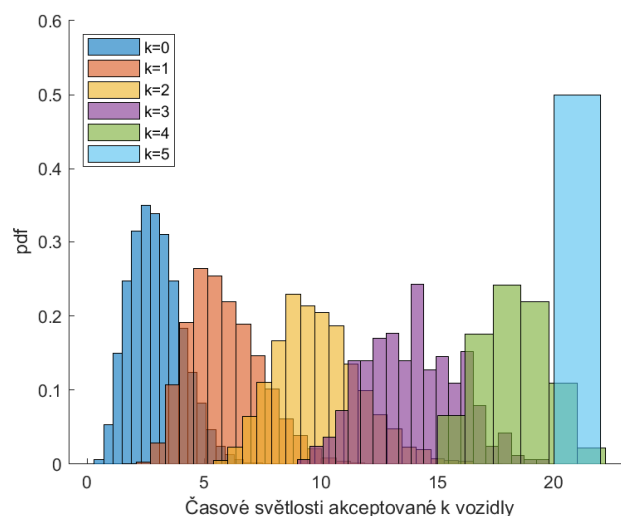
kde n je počet náhodných výběrů a $u_{\frac{\alpha_t}{2}} = u_{1 - \frac{\alpha_t}{2}}$ je kvantil normálního rozdělení, který je symetrický okolo nuly. V rámci našeho testování jsme zvolili $n = 300$ náhodných výběrů. Tím má výsledná hladina zamítnutí α , která prokazuje, že námi zvolené rozdělení je vhodné, interval spolehlivosti $(0, 0253; 0, 0747)$. Důvod, proč nevolíme více iterací, je, že i při navýšení počtu podvýběrů se výsledné hladiny zamítnutí nezlepšily, a co více, zvýšení iterací vedlo k značnému zúžení intervalu spolehlivosti.

6.1.2 První sada dat - první lokalita v Mnichově

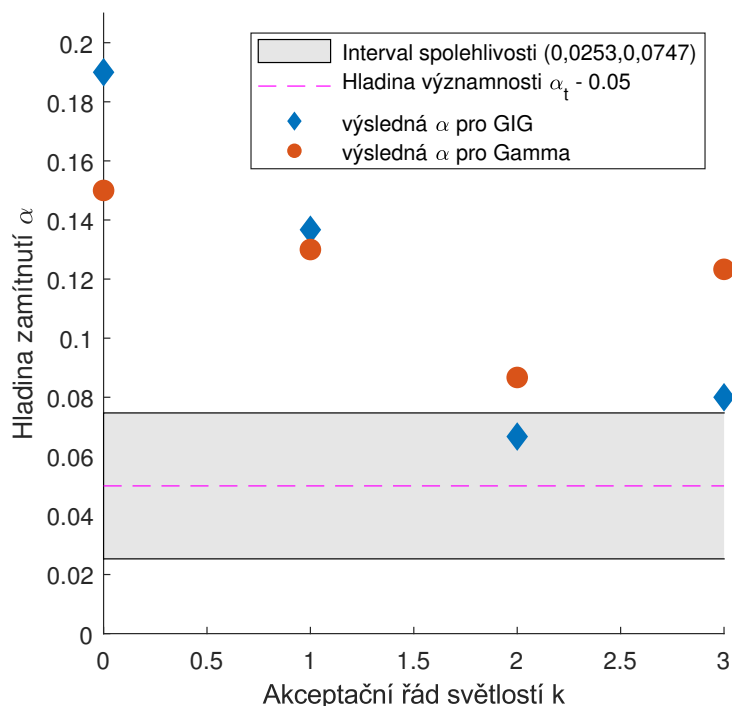
Na Obrázku 6.1 jsou vykresleny histogramy časových světlostí jednotlivých akceptačních řádů k . Vidíme, že pro $k > 4$ již není dostupných mnoho měření a zároveň dochází ke zploštění jednotlivých histogramů, což koresponduje se zvětšujícími se rozptyly pro vyšší akceptační řády, které byly vypočítány ve čtvrté kapitole. V Tabulce 6.1 jsou zapsány výsledné hladiny zamítnutí bootstrapu pro $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Jejich vizualizace spolu s příslušným intervalem spolehlivosti, je vyobrazena na Obrázku 6.2. Hladiny zamítnutí se pro obě rozdělení pohybují nad horní hranicí intervalu a výsledky pro akceptační řády $k > 2$ jsou pro Gamma rozdělení nepříliš vzdálená od hladin pro GIG rozdělení, které se pohybují v blízkosti stanoveného intervalu spolehlivosti.

Počet vozidel	α pro GIG	α pro Gamma
0 vozidel	0, 19	0, 15
1 vozidlo	0, 1367	0, 13
2 vozidla	0, 0667	0, 0867
3 vozidla	0, 08	0, 1233

Tabulka 6.1: Hladiny zamítnutí bootstrapu α pro GIG a Gamma rozdělení pro první sadu dat.



Obrázek 6.1: Histogramy časových světlostí pro jednotlivé akceptační řády k pro první mnichovskou lokaci. Histogram pro řád $k = 5$ je ukázán pouze pro ilustraci, jaký vliv má nedostatek měření. Zajisté jeho tvar neodpovídá rozdělení časových světlostí pro řád $k = 5$.

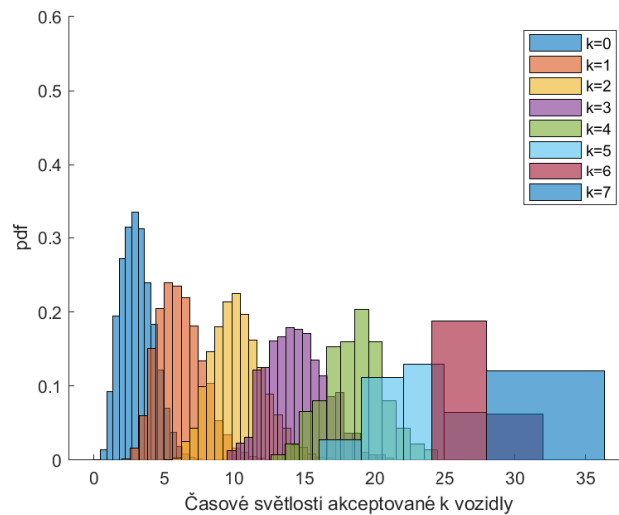


Obrázek 6.2: Vizualizace hladin zamítnutí bootstrapu α pro Gamma a GIG rozdělení pro první sadu dat.

6.1.3 Druhá sada dat - druhá lokalita v Mnichově

Pro druhou sadu dat vidíme na Obrázku 6.3 jednotlivé histogramy časových světlostí pro akceptační řády k . Oproti předchozí sadě dat máme měření i pro $k = 7$. Opět je viditelné zvětšování rozptylů, avšak

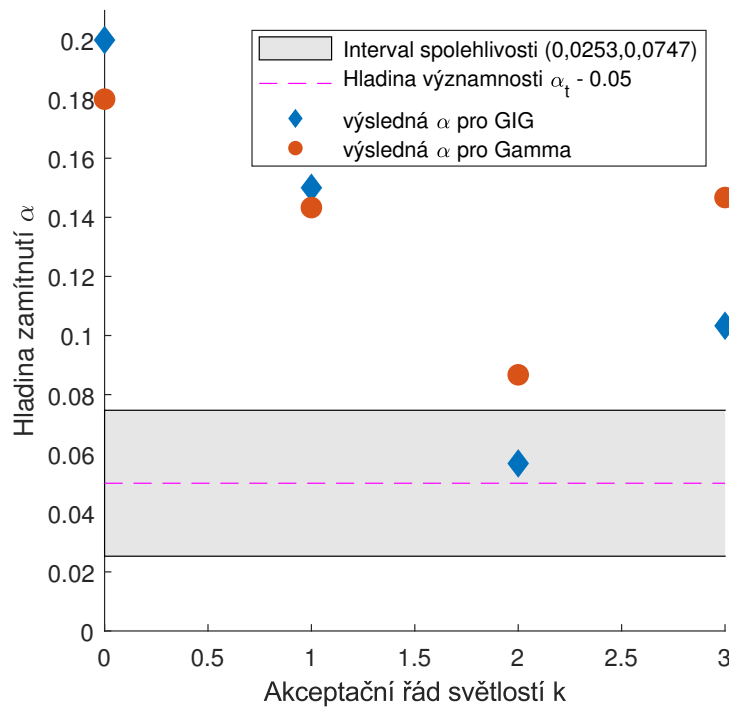
v menší míře, než na první sadě dat. Máme sice dostupné časové světlosti pro vyšší řády, ale není jich dostatek na to, abychom je mohli využít při bootstrapu. Z toho důvodu provádíme bootstrap opět pro $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Výsledky jsou sepsány v Tabulce 6.2 a vizualizovány na Obrázku 6.4. Hladiny zamítnutí se pro jednotlivé řády liší pro GIG a Gamma rozdělení o přibližně 4 %. Pro $k = 2$ se hladiny zamítnutí pro GIG rozdělení pohybuje v intervalu spolehlivosti a α Gamma rozdělení se pohybuje v bezprostřední blízkosti intervalu spolehlivosti.



Obrázek 6.3: Histogramy časových světlostí pro jednotlivé akceptační řády k pro druhou mnichovskou lokaci.

Počet vozidel	α pro GIG	α pro Gamma
0 vozidel	0,20	0,18
1 vozidlo	0,15	0,1433
2 vozidla	0,0567	0,0867
3 vozidla	0,1033	0,1467

Tabulka 6.2: Hladiny zamítnutí bootstrapu α pro GIG a Gamma rozdělení pro druhou sadu dat.



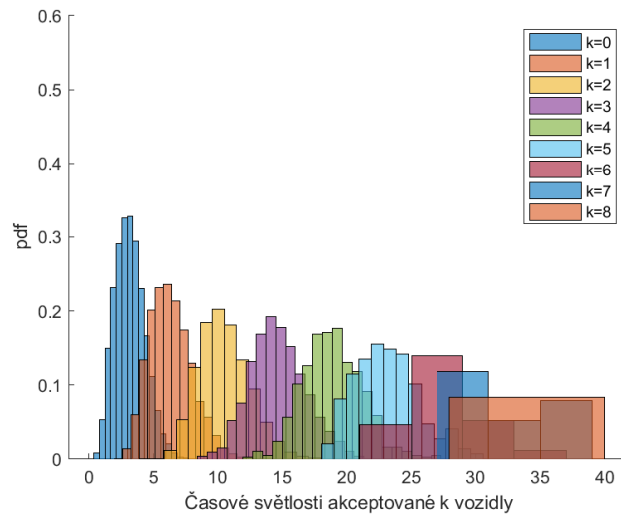
Obrázek 6.4: Vizualizace hladin zamítnutí bootstrapu α pro Gamma a GIG rozdělení pro druhou sadu dat.

6.1.4 Třetí sada dat - třetí lokalita v Drážďanech

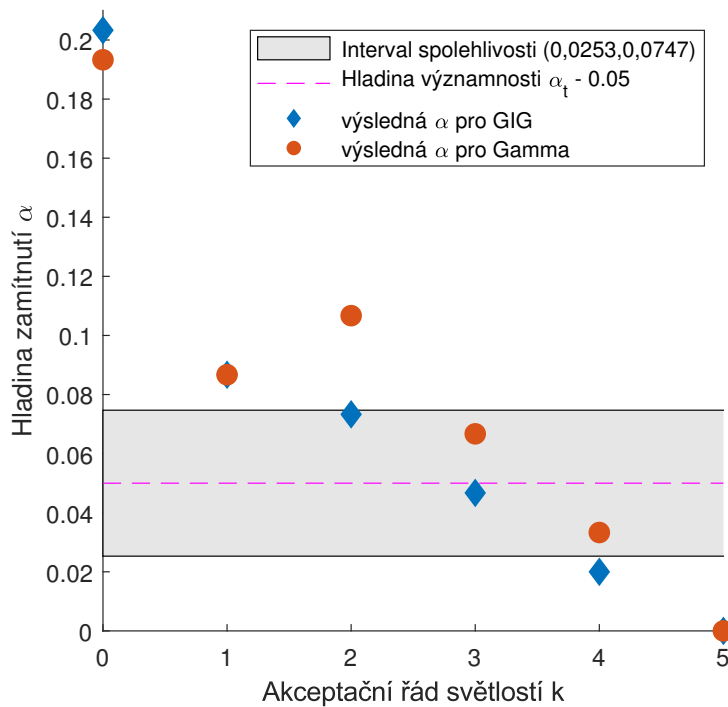
Pro třetí sadu dat jsou na Obrázku 6.5 histogramy časových světlostí pro jednotlivé akceptační řády k . Třetí vzorek obsahuje nejvíce měření, a tak vidíme, že i rozdělení pro $k = 5$ je dobře rozlišitelné. Bootstrap můžeme provádět pro $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, jelikož pro vyšší k nemáme dostatek měření. V Tabulce 6.3 a na Obrázku 6.6 jsou zobrazeny jednotlivé hladiny zamítnutí pro Gamma a GIG rozdělení. Pro $k = 5$ vidíme nulovou míru zamítnutí, což je způsobeno nedostatkem měření, které vede k nedostatečné variabilitě mezi daty a tedy stejným podvýběrům. Dále vidíme, že již pro akceptační řády $k \geq 1$ se hodnoty pohybují poblíž intervalu spolehlivosti a podporují naši domněnku o vhodnosti Gamma rozdělení časových světlostí pro vyšší akceptační řády k . Na Obrázku 6.7 jsou zobrazena odhadnutá Gamma a GIG rozdělení pro světlosti s druhým akceptačním řádem a je zřejmé, že se rozdělení příliš neliší a obě velice dobře popisují data.

Počet vozidel	α pro GIG	α pro Gamma
0 vozidel	0,2033	0,1933
1 vozidlo	0,0867	0,0867
2 vozidla	0,0733	0,1067
3 vozidla	0,0467	0,0667
4 vozidla	0,0200	0,0333
5 vozidel	0	0

Tabulka 6.3: Hladiny zamítnutí bootstrapu α pro GIG a Gamma rozdělení pro třetí sadu dat.



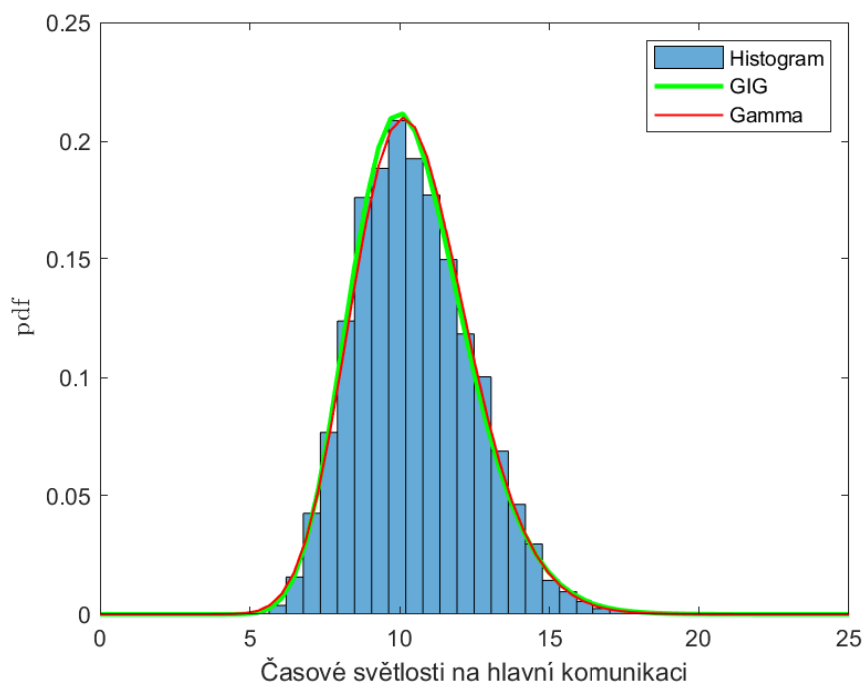
Obrázek 6.5: Histogramy časových světlostí pro jednotlivé akceptační řády k pro drážďanskou lokaci.



Obrázek 6.6: Vizualizace hladin zamítnutí bootstrapu α pro Gamma a GIG rozdělení pro třetí sadu dat.

6.2 Sieglochova metodika výpočtu kapacity křižovatky

Již několikrát jsme narazili na diskuzi ohledně vhodnosti Sieglochova kapacitního výpočtu a lineární aproximace Sieglochovy funkce $s(t)$. Na Obrázku 6.8 vidíme jednotlivé lineární aproximace pro zkoumané datové sady. Připomeneme obecný předpis pro lineární aproximaci Sieglochovy funkce, který byl



Obrázek 6.7: Histogram a odhady Gamma a GIG rozdělení pro časové světlosti s akceptačním řádem $k = 2$. Data pocházejí z drážďanské lokace a k odhadu parametrů byl použit MLE odhad.

představen v první kapitole

$$s_{LIN}(t) = \theta(t - t_0) \frac{t - t_0}{t_f} \quad (6.1)$$

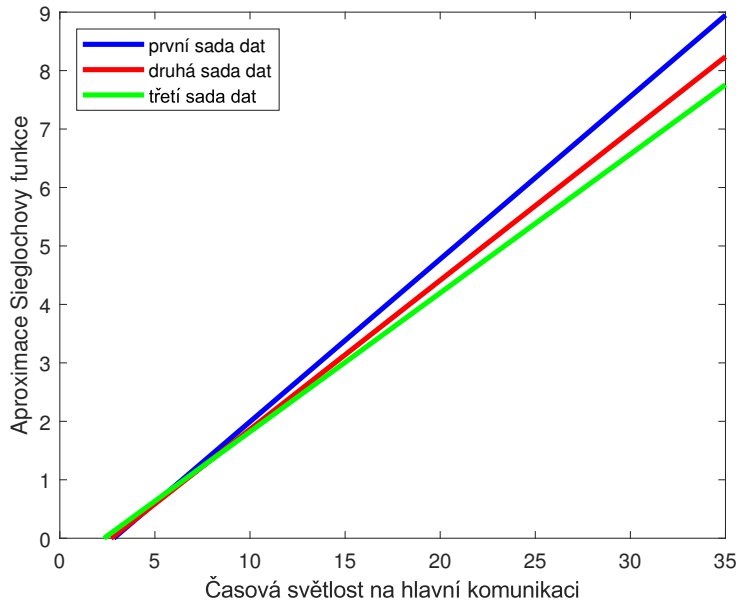
kde t_0, t_f jsou nulový a následný časový odstup. Dále připomeneme i výpočet kritické časové světlosti křižovatky

$$t_c = t_0 + \frac{t_f}{2}.$$

Tabulka 6.4 obsahuje předpisy jednotlivých regresních přímek pro sady dat, ze kterých jsme pomocí vztahů uvedených výše získali t_0, t_f a t_c v Tabulce 6.5.

	Předpis $s_{LIN}(t)$
1. sada dat	$y_1 = -0,78859 + 0.27817 \cdot t$
2. sada dat	$y_2 = -0,68731 + 0.255 \cdot t$
3. sada dat	$y_3 = -0,55238 + 0.23742 \cdot t$

Tabulka 6.4: Předpisy jednotlivých aproximací Sieglochovy funkce $s(t)$.



Obrázek 6.8: Lineární aproximace Sieglochovy funkce $s(t)$ pro jednotlivé sady dat.

6.2.1 Kapacitní výpočet pro jednotlivá pravděpodobnostní rozdělení

Zaměříme se nyní na samotný kapacitní výpočet. V obecném výpočtu jde o integrování součinu předpokládaného rozdělení na hlavní komunikaci a Sieglochovy funkce přes všechny časové světlosti

$$C = q_p \cdot \int_{\mathbb{R}} g(t) \cdot s(t) dt \approx q_p \cdot \int_{t_0}^{+\infty} g(t) \cdot s_{LIN}(t) dt,$$

kde q_p je intenzita hlavního proudu, $g(t)$ hustota pravděpodobnosti časových světlostí na hlavní komunikaci a $s(t)$ je Sieglochova funkce, reprezentující průměrný počet vozidel z vedlejšího proudu, která mohou využít danou časovou světlost. Siegloch [13] staví na předpokladu, že hustota pravděpodobnosti $g(t)$ je exponenciální a navíc, že parametr intenzity daného rozdělení odpovídá dopravní intenzitě na hlavní komunikaci, tj. $g(t) = \theta(t)m_H e^{-m_H t}$. Touto úvahou výpočet přechází na

$$C = q_p \cdot \int_{t_0}^{\infty} m_H \cdot e^{-m_H t} \cdot \frac{t - t_0}{t_f} dt = 3600 \cdot \frac{e^{-m_H \cdot t_0}}{t_f},$$

kde $m_H = \frac{q_p}{3600}$ je přepočtení intenzity na hlavní komunikaci z jednotek vozidla/h na jednotky vozidla/s. Jak bylo v rámci této práce již vícekrát zdůrazněno, exponenciální rozdělení příliš neodpovídá empirickým časovým světlostem, které byly v rámci experimentu evidovány, ale přesto se dlouhodobě používá. Jeho výhoda je, že oproti následujícím výpočtům není třeba odhadovat žádné parametry a výpočet je lehce interpretovatelný.

V rámci výpočtu kapacity daných křižovatek se pokusíme postup rozšířit na další rozdělení. Jednotlivé parametry pro Gamma rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci jsme odhadovali v rámci čtvrté kapitoly. Budeme pracovat s neškálovanou verzí (střední hodnota se nemusí rovnat jedné) hustoty

pravděpodobnosti. Výsledný výpočet kapacity přechází na

$$\begin{aligned} C &= q_p \cdot \int_{t_0}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta + 1)}{\lambda^{\beta+1}} t^{\beta} e^{-\lambda t} \cdot \frac{t - t_0}{t_f} dt \\ &= q_p \cdot \lambda^{-(2\beta+3)} \cdot \Gamma(\beta + 1) \left(\frac{\Gamma(\beta + 2, \lambda t_0) - t_0 \lambda \cdot \Gamma(\beta + 1, \lambda t_0)}{t_f} \right), \end{aligned}$$

kde $\Gamma(s, x)$ je horní neúplná Gamma funkce.

Pokud bychom chtěli provést stejný výpočet za předpokladu GIG rozdělení na hlavní komunikaci, jehož parametry pro jednotlivé sady dat taktéž známe ze čtvrté kapitoly, přejde kapacitní výpočet na

$$C = q_p \cdot \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\beta} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \frac{1}{\mathcal{K}_{\alpha+1}(2\sqrt{\beta\lambda})} t^{\alpha} e^{-\frac{\beta}{t}} e^{-\lambda t} \cdot \frac{t - t_0}{t_f} dt$$

6.2.2 Kapacitní výpočet pomocí výběrového rozpadového poměru Δ_k

Poslední možnost kapacitního výpočtu, který zde představíme, je výpočet založený na výběrovém rozpadovém řádu Δ_k pokud známe akceptační řády jednotlivých světlostí na hlavní komunikaci. Nejprve představíme úvahu, na které budeme výpočet stavět. Je vhodné také upozornit na fakt, že tímto získaná kapacita přesně odpovídá skutečné kapacitě křižovatky. Intenzita q_p je počet vozidel, který projede na hlavní komunikaci za hodinu. Každé z vozidel má též světlost, která se nabízí vozidlu na vedlejší komunikaci. Kapacita křižovatky nám říká, kolik vozidel se dokáže na křižovatce zařadit do hlavního proudu. Díky znalosti výběrového rozpadového řádu máme informace o tom, jaké procento světlostí bylo přijaté právě k vozidly. Pro k -tý akceptační řád bude $q_p \cdot \Delta_k$ světlostí akceptováno právě k vozidly a celkový počet vozidel, které za hodinu akceptují světlosti řádu k bude $q_p \cdot k \cdot \Delta_k$. Pro celkovou kapacitu křižovatky tak získáváme vztah

$$C = q_p \sum_{k=0}^{k_{max}} k \cdot \Delta_k,$$

kde k_{max} je maximální akceptační řád, který byl zjištěn při sběru dat pro danou křižovatku. Pro tento výpočet kapacity nám vystačí pouze znalost intenzity hlavního proudu a výběrový rozpadový poměr a nevyužije se zde Sieglochova funkce $s(t)$ ani její aproximace, jelikož $\sum_{k=0}^{k_{max}} k \cdot \Delta_k$ představuje $\sum_{k=0}^{k_{max}} k p_k(t)$, což je přímo předpis Sieglochovy funkce $s(t)$.

Výsledky kapacitních výpočtů a hodnoty t_0 , t_f a t_c jsou uvedeny v Tabulce 6.5. Průměrná hodnota intenzity hlavního proudu byla vypočítána z údajů o hustotě provozu a rychlostí vozidel. Z tabulky vidíme, že i přesto, že se nulový a následný časový odstup pro jednotlivé sady dat liší, výsledná kritická časová světlost křižovatky t_c se pohybuje okolo hodnoty 4,5 na všech třech křižovatkách. Pokud se podíváme na jednotlivé kapacitní výpočty vidíme, že při předpokladu exponenciálního rozdělení získáváme plošně nejvyšší kapacity a čím vhodnější rozdělení volíme (Gamma a GIG), tím výsledná kapacita klesá i přesto, že stále používáme lineární aproximaci Sieglochovy funkce. Na základě výsledných kapacit usuzujeme, že lineární aproximace způsobuje lehké nadhodnocení výsledné kapacity křižovatky, jelikož víme, že GIG rozdělení odpovídá pravděpodobnostnímu rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci. Pro všechny tři křižovatky je zřejmé, že předpoklad exponenciálního rozdělení značně nadhodnocuje kapacitu křižovatky a již výpočet předpokládající Gamma rozdělení (C_2) vede k výraznému zpřesnění výpočtu kapacity.

	Kapacita křižovatky							
	q_p	t_0	t_f	t_c	C_1	C_2	C_3	C_4
1. sada dat	716,7	2,835	3,595	4,633	569,5	395,0	393,5	375,2
2. sada dat	601,6	2,695	3,922	4,656	585,1	460,1	457,8	441,8
3. sada dat	516,2	2,327	4,433	4,544	581,7	495,2	494,4	490,3

Tabulka 6.5: Hodnoty časových odstupů, kritické světlosti křižovatky a vypočtených kapacit křižovatek za předpokladu exponenciálního (C_1), Gamma rozdělení (C_2), GIG rozdělení (C_3) a pomocí výběrových rozpadových poměrů Δ_k (C_4).

Závěr

Tato práce se soustředila na představení doposud používaných kapacitních výpočtů křižovatek, používaných v dopravním inženýrství a přeformulovala problém na stochastickou úlohu, díky čemuž bylo možné dát teoretické základy postupům, které jsou již dlouhodobě používány v praxi.

V rámci celé práce jsme porovnávali naše poznatky s předpoklady, jež ve své metodě uvažuje zakladatel metodiky Werner Siegloch. Jako hlavní zápor jeho přístupu se ukázal předpoklad exponenciálního rozdělení časových světlostí na hlavní komunikaci. Jde spíše o důsledek historického vývoje teorie dopravy, jelikož v osmdesátých letech nebylo v této oblasti používán ani Gamma ani GIG rozdělení. Při odhadech rozdělení časových světlostí ve třetí kapitole, nebo diskuzi podmínky pro poměrové rozpady, která vyvstala u třetí sady dat, se potvrdilo, že je tento předpoklad nevhodný a z kapacitních výpočtů zřetelně vyplývá, že výsledné kapacity se při použití chybného rozdělení výrazně liší od skutečných. Bylo by proto záhodno používané pravděpodobnostní rozdělení upravit alespoň na Gamma rozdělení, které sice zcela neodpovídá rozdělení časových světlostí, ale je mnohonásobně přesnější. Úskalí použití jiných pravděpodobnostních rozdělení je ukryto v nutnosti odhadování parametrů rozdělení časových světlostí.

V teoretické části jsme odvodili obecný vztah pro rozpadový poměr δ_k a pro případ exponenciálního rozdělení kritické časové světlosti $h(y)$ jsme došli k analytickým formulím. Obdobně jsme postupovali i při hledání dílčího pravděpodobnostního rozdělení řádu k : nejdříve jsme uvedli obecný výpočet a pro exponenciální rozdělení kritických časových světlostí i analytické formule. Dále jsme pro exponenciální rozdělení kritických časových světlostí odvodili tvar Sieglochovy funkce $s(t)$ a diskutovali vliv korekčních členů, které budou hrát významnou roli právě v okolí nuly. V rámci námi použitých rozdělení má funkce průběh, který lze aproximovat lineární funkcí. Chování funkce se liší obzvláště u nuly a proto může dojít k nepřesnostem při určení nulové časového odstavu t_0 . V poslední řadě jsme hledali mezi parametry rozdělení takový vztah, aby nastala situace, kdy bude přijato více časových světlostí jedním vozidlem, než žádným. Zjistili jsme, že pokud předpokládáme na hlavní komunikaci exponenciální rozdělení, pak taková situace nemůže nastat. Při předpokladu Gamma rozdělení jsme již byli schopni podmínky nalézt. Všechny odvozené vztahy jsme validovali námi sestaveným numerickým modelem.

Součástí předložené práce byla i analýza tří datových sad získaných na německých křižovatkách. Nejprve jsme upřesnili, jakým způsobem byla data sbírána, aby byl rámcově splněn předpoklad saturovaných podmínek. Pearsonův test dobré shody nezamítá GIG rozdělení všech časových světlostí na hlavní komunikaci, zatímco exponenciální výrazně zamítá. Při testování rozdělení dílčích rozdělení jednotlivých datových sad jsme zkoušeli Gamma a GIG rozdělení. I přesto, že se výsledky pohybují mimo vypočtený interval spolehlivosti, můžeme je interpretovat tak, že rozdělení je vhodné. Jednalo se o reálná data, a proto mohou být výsledky bootstrapu odkloněny od zvolené hladiny významnosti α . Výsledky pro Gamma a GIG rozdělení se pro $k > 1$ příliš výrazně neliší a odhadnuté GIG rozdělení koresponduje s odhadnutým Gamma rozdělením. Pro kapacitní výpočet jsme uvažovali na hlavní komunikaci Gamma a GIG rozdělení a došli jsme k výrazně odlišným kapacitám křižovatky, než při předpokladu exponenciálního rozdělení. Díky znalosti výběrového rozpadového poměru Δ_k jsme mohli vypočíst i skutečnou kapacitu pro jednotlivé křižovatky a porovnat ji se zbylými výsledky. Tyto výpočty potvrdily nutnost

úpravy Sieglochova kapacitního výpočtu tak, aby přesněji odpovídal skutečným rozdělením časových světlostí.

V rámci teorie jsme se omezili na jednodušší rozdělení (Exponenciální, Erlangovo a Gamma), zatímco ze znalosti mikrostruktury dopravy víme, že pro adekvátní modelování dopravní situace je třeba uvažovat GIG rozdělení. Zůstává tedy otevřená otázka, jaký by byl průběh Sieglochovy funkce při předpokladu GIG rozdělení na hlavní komunikaci, nebo i Gamma rozdělení pro kritické časové světlosti.

Tato práce vedla k lepšímu chápání dopravního proudění v městech. Na datech získaných z českých komunikací jsme regresními postupy získali lineární závislost stochastické rezistivity β na hustotě provozu, která se výrazně liší od chování β na rychlostních komunikacích [9]. Díky analýze datových sad z německých křižovatek jsme potvrdili, že i na těchto komunikacích odpovídá rozdělení časových světlostí GIG rozdělení. Dále metoda bootstrap ukázala, že dílčí distribuce se pro vyšší řády $k > 2$ dají považovat za Gamma rozdělení s podobnou mírou zamítnutí, jako GIG rozdělení. Díky předložené teorii můžeme potvrdit, že pro naše modelové případy je Sieglochova lineární aproximace vhodná. U výpočtů dílčích rozdělení a rozpadových poměrů je prostor na práci navázat výpočty pro složitější rozdělení a dále tak rozšířit teoretický rámec stochastického přístupu k odhadu kritických časových světlostí. Na základě získaného vhledu jsme v závěru této práce byli schopni navrhnout úpravy pro doposud používaný kapacitní výpočet, které vedly ke zpřesnění výsledku.

Literatura

- [1] AKCELIK R., A Review of Gap-Acceptance Capacity Models, 29th Conference of Australian Institutes of Transport Research, Adelaide, 2007.
- [2] BRILON, W., KOENIG R. a TROUTBECK R. J. Useful estimation procedures for critical gaps. *Transportation Research Part A: Policy and Practice* [online]. 1999, 33(3-4), 161-186. ISSN 09658564.
- [3] LI, L., CHEN X.M. Vehicle headway modeling and its inferences in macroscopic/microscopic traffic flow theory: A survey. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2017, 76, 170-188. ISSN 0968090X.
- [4] DASH, S., MOHAPATRA S. S. a DEY P. P. Estimation of critical gap of U-turns at uncontrolled median openings. *Transportation Letters*. 2017, 11(5), 229-240 [cit. 2021-4-29]. ISSN 1942-7867.
- [5] GRABE, W. *Leistungsermittlung von nicht lichtsignalgeregelten Knotenpunkten des Strassenverkehrs*. Forschungsarbeiten aus dem Strassenwesen, sešit 11. Kirschbaum Verlag, Bielefeld, 1954.
- [6] HARDERS, J. *Die Leistungsfähigkeit nicht signalgeregelter städtischer Verkehrsknoten*. Strassenbau und Strassenverkehrstechnik, sešit 76. Bundesminister für Verkehr, Abt. Strassenbau, Bonn, 1968.
- [7] HELBING, D. Traffic and related self-driven many-particle systems. *Reviews of Modern Physics* [online]. 2001, 73(4), 1067-1141. ISSN 0034-6861.
- [8] JORGENSEN, B. *Statistical Properties of the Generalized Inverse Gaussian Distribution*. New York, NY: Springer New York, 1982. Lecture Notes in Statistics. ISBN 978-0-387-90665-2.
- [9] KRBÁLEK M., KRBÁLKOVÁ M. 3s-Unification for Vehicular Headway Modeling. *Stochastic and Physical Monitoring Systems: proceedings of the international conference* Praha: České vysoké učení technické v Praze, [2010]-. ISBN 978-80-01-06501-3.
- [10] KRBÁLEK, M., ŠLEIS J. Vehicular headways on signalized intersections: theory, models, and reality. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2015, 48(1). ISSN 1751-8113.
- [11] MILLER, A. J. Nine estimators of gap-acceptance parameters, In: *Traffic Flow and Transportation*. Newell, G. F. (Ed), American Elsevier Publ. Co, Inc., New York, 215-235, 1972.
- [12] RAFF, M.S., HART, J.W. *A Volume Warrant for Stop Signs*. Eno Foundation for Highway Traffic Control, Saugatuck, 1950.
- [13] SIEGLOCH, W. *Die Leistungsermittlung an Knotenpunkten ohne Lichtsignalsteuerung*. Strassenbau und Strassenverkehrstechnik, sešit 154. Bundesminister für Verkehr, Abt. Strassenbau, Bonn, 1973.

- [14] SOLBERG, P., OPPENLANDER J. C. *Lag and Gap Acceptances at Stop-Controlled Intersections: Technical Paper*. Joint Highway Research Project, Indiana Department of Transportation and Purdue University, West Lafayette, Indiana, 1964. DOI: 10.5703/1288284313662
- [15] TREIBER, M., KESTING A. *Traffic flow dynamics: data, models and simulation*. Heidelberg: Springer, 2013. ISBN 978-3-642-32459-8.
- [16] TROUTBECK, R.J. *Estimating the Critical Acceptance Gap from Traffic Movements*. Physical Infrastructure Centre, Queensland University of Technology, 1992.
- [17] VLADAŘ, J. *Odhad kritických odstupů na neřízených úrovnových křižovatkách metodou maximální věrohodnosti* Plzeň, 2009. Diplomová práce, Západočeská univerzita v Plzni.