

Oponentský posudek diplomové práce

Název práce: Numerická aproximace problémů nestlačitelného proudění užitím projekční metody

Autor: Bc. Karel Vacek

Diplomová práce (DP) je členěna do šesti kapitol vyjma úvodu a závěru. V první části (druhá kapitola) jsou zavedeny dány používané prostory funkcí a také základní věty integrálního a variačního počtu. Třetí kapitola obsahuje matematickou formulaci úlohy proudění tekutiny včetně odvození bezrozměrného tvaru Navierových-Stokesových (NS) rovnic. Čtvrtá kapitola je věnována vysvětlení základů metody konečných prvků (MKP) a její následné aplikace na Stokesův problém a NS rovnice. Je zde též provedena jejich linearizace a stabilizace pomocí metody proudnicové difúze (streamline diffusion). Patá, útlá kapitola shrnuje nejznámější projekční metody používané pro řešení NS rovnic, následovaná šestou kapitolou popisující jejich programovou realizaci v jazyce C. Nakonec sedmá kapitola obsahuje výsledky numerických simulací pro benchmark proudění v oblasti zpětného schodu a proudění kolem válce v kanále. Jsou zde podrobně srovnány projekční metody a výsledky získané pomocí Taylorova-Hoodova (TH) prvku a též diskutován vliv zvyšujícího se Reynoldsova čísla na délku odtržení v konfiguraci zpětného schodu a na rychlost konvergence. Závěr shrnuje dosažené výsledky.

DP se zabývá náročným tématem simulace numerického řešení NS rovnic. Jsou zde využity dvě principiálně odlišné metody řešení získané soustavy (nelineárních) rovnic a to jednak diskretizace pomocí TH prvku, která splňuje BB podmínku zaručující regulárnost získané (linearizované) soustavy rovnic, druhak pak řešení pomocí projekčních metod, které BB podmínku splňovat nemusí díky rozdělení původního systému rovnic do několika menších řešených postupně. Autor práce oba tyto přístupy sám realizoval ve vlastním programu. Následně pomocí něj provedl celou sérii časově náročných výpočtů, kterými dokumentoval nejen jeho funkčnost ale též jeho praktickou použitelnost. Autorovy původní výsledky se shodují s publikovanými (numerickými) výsledky benchmarku proudění v oblasti zpětného schodu.

Celkově je DP dobře strukturovaná, což usnadňuje její čtení a pomáhá srozumitelnosti. Bohužel jazyková stránka a popis výsledků obsahuje abnormální počet chyb a nepřesností, což kvalitu samotné práce výrazně sráží dolů. Také grafická podoba práce by mohla být vylepšena. Níže uvádím vybraný seznam chyb/nepřesností a mých doporučení:

- Pravopis:
 - Newtonovské tekutiny, Lipschitzovsky = malé N a L; Soboleovy prostory = správně Sobolevovy
 - špatné skloňování: Povrchových sil pak uvažujeme (nad r-cí 11); pravých stran bbu a .. (část 6.1)
 - Ukážeme si zde (str. 16) = věta se dvěma slovesy; První vstup Γ_{in} (str. 36) = věta bez slovesa
 - Diskretizovaná slabá formulace = lépe diskrétní; ne symetrii matice – lépe nesymetrická matice; coupled / decoupled - česky sdružené je hezčí, nepoužívat "coupled"
- Formulace:
 - Doporučuji jiné značení materiálové derivace na str. 7, např. D/Dt . Pak je odlišitelná od klasické derivace podle času. Uvedl bych argumenty u Dirichletovy okrajové podmínce (část 3.3).
 - Není definováno: Kroneckerovo delta – r-ce 16; L_{infty} - str 11; F_k (myšleno F) – str. 16; H_0^1 (str. 18); \bar{u} (str. 25), a jeho norma.
 - Duální prostor V' označuje lineární omezené funkcionály, tj. $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}$.

- Doporučoval bych držet se jednoho značení vektorů = nepoužívat $\vec{\alpha}$, navíc nesouhlasí vyjádření aproximace rychlosti u_h a maticový zápis soustavy na str. 20.
 - Špatně rozepsané prvky matic A , B - jiné značení báze f -cí (str. 20); BB podmínka (část 4.6.2) = tři různé zápisy pro jednu rychlost: u , v , \mathbf{v} .
 - U r-ce (38) chybí kritérium ukončení iterací - páru u_n , u_{n+1} splňujících (38) mohou najít spoustu.
 - Pomíchání horních indexů pro $\tilde{A}(u^n) = (1/\Delta t M + A(u^n))$ na str. 24 = Levá strana má význam časové diskretizace a napravo je iterace při řešení nelineárního problému.
 - Numerická kvadratura (odstavec 6.7) se hodí mnohem více do kap 4 než do kap 6.
 - Pro po částech lineární funkce (odstavec 6.7) = správně je: Pro lineární funkce.
 - Jestliže užijeme stabilizaci, přidáváme do výpočtu chybu..= cíl stabilizace je ale opačný.
- **Nepřesnosti:**
 - Při odkazování, např. v kapitole 4.4.1, se nejedná o kapitolu ale o odstavec.
 - Obrázek 2, 4, 7, 60, 65, 66 = příliš lakonický popis.
 - Rozdílný popis textu a obrázků: 1, 9, 19, 23-25, 46, 50, 61.
 - Části 6.2-4 = nesouhlasí řádky popsané v textu a ukázka kódu.
 - V implementaci Chorinova a Simple alg. je volena vizkosita $2/Re$ a pro Simplera $1/Re$.
 - V případě užití TH elementu bude na Γ_{out} do-nothing podm. = jiné rovnice pod textem.
 - V popisu odstavce 7.1.2 se mluví o odtržení u horní stěny pro $Re=600$ a více. To je viditelné ale už pro $Re=500$.
 - Průběh u Simplera dosahuje až do přibližně 90 iterací .. = Obr. 39 naznačuje 900 iterací. (str. 47)
 - Kufner, Fučík a John (literatura) = mají též křesní jména; Slin = správně Šolín
 - Téměř všechny obrázky v kapitole 7 jsou příliš malé (a bez přiblížení v pdf verzi nečitelné).
 - Také je na můj vkus až příliš podrobně dokumentováno, jak se mění řešení s zvětšujícím se Reynoldsovým číslem. V případě tolika výsledků by lepší orientaci v práci pomohlo uspořádat všechny obrázky ze sekce 7.1.1 a následně 7.1.2 na jednu vyhrazenou stránku.
 - Obrázky 45 a 46 jsou zbytečné, obrázek 47 obsahuje veškeré výsledky.
 - Do obrázku 48 bych pro úplnost doplnil data z experimentu. Dále by bylo vhodné okomentovat podobnost získané délky odtržení a numerických výsledků z literatury – na první pohled je zde podobný trend, viz obr. 44.
 - Část 7.2 – Jiná prostorová distribuce rychlosti ve směru osy x pro $Re=40$ při použití TH prvků a metody Simplera. Je dáno barevnou škálou nebo něčím jiným?

Zadání práce se řadí k náročnějším. I přes uvedené nepřesnosti a výtky se jedná o relativně kvalitní práci, která splňuje všechny body zadání, a ukazuje, že autor se dobře orientuje v dané problematice a zvládá i její praktickou realizaci. Slabinou DP zůstává její formální stránka. DP bohužel neobsahuje odpovědi na následující otázky, bez kterých není výklad kompletní:

- Jaké konečné prvky jsou zvoleny při řešení zadaných úloh při použití metody Simplera?
- Jaká je velikost vstupní rychlosti v sekci 7.2? Jsou řešeny stacionární nebo nestac. N-S r-ce?
- V kapitole 6 uvádíte, že pomocí f-ce *Mesh_DiscretizeMomentum()* získáme dvě soustavy lineárních rovnic s maticí C_{uv} a pravými stranami b_{bu} a b_{bv} . Toto není v kapitole 5 nijak avizováno ani popsáno, mluví se pouze o řešení rovnice (44) atd. Můžete Váš postup/implementaci vysvětlit?

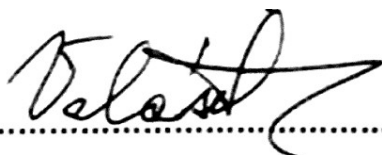
Po objasnění těchto bodů během obhajoby a při zvážení předchozího hodnocení doporučuji předloženou DP hodnotit známkou **C (dobře)**.

K práci mám ještě doplňující dotazy:

- Uváděná funkce `crf_bicgstab()` je z nějaké matematické knihovny nebo Vaše implementace?
- Lze projekční metody zobecnit i na časovou diskretizaci s vyšším řádem přesnosti?
- Chybí mi nějaký závěr ohledně (ne-)výhodnosti projekčních metod a TH prvku. Můžete alespoň porovnat přibližnou časovou náročnost na jednom typovém výpočtu? Např. čas jedné iterace a čas potřebný pro dosažení předepsané přesnosti (10^{-9} ?) řešení NS r-c?
- Nenarazil jste během studia literatury o projekčních metodách na otázku jejich vhodnosti pro případy, kdy výstupní částí hranice prochází velké víry a způsobují zde fluktuace tlaku?

V Praze, dne 18. srpna 2021

Ing. Jan Valášek



.....