

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyziky

Obor: Experimentální jaderná a částicová fyzika



**Charakterizace plazmových vln
generovaných intenzívními
laserovými impulzy**

**Characterisation of plasma waves
generated by intense laser pulses**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: David Gregocki
Vedoucí práce: Ing. Dominika Mašlárová
Konzultant: Ing. Miroslav Krůs, Ph.D.
Rok: 2021



Katedra: fyziky

Akademický rok: 2020/2021

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: David Gregocki

Studijní program: Aplikace přírodních věd

Obor: Experimentální jaderná a částicová fyzika

Název práce: Charakterizace plazmových vln generovaných intenzívními laserovými impulzy
(česky)

Název práce: Characterisation of plasma waves generated by intense laser pulses
(anglicky)

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznamte se základy fyziky laserového plazmatu. Popište základní principy generace vysoko-intenzívních laserových impulzů a základní pojmy fyziky plazmatu.
- 2) Popište metody urychlování elektronů laserem. Speciálně se zaměřte na urychlování brázdovou vlnou, angl. „laser wakefield acceleration“. Popište fyziku generace této vlny.
- 3) Seznamte se s aktuálně používanými metodami charakterizace brázdové vlny. Popište principy těchto metod.
- 4) Navrhněte způsob, jak experimentálně diagnostikovat základní parametry brázdové vlny.

Doporučená literatura:

- [1] E. Esarey, C. B. Schroeder and W. P. Leemans: Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators, Rev. Mod. Phys. 81, 1229 (2009)
- [2] I. Kostyukov, A. Pukhov and S. Kiselev: Phenomenological theory of laser-plasma interaction in "bubble" regime", Physics of Plasmas 11.11, 5256-5264 (2004)
- [3] N. H. Matlis, et al: Snapshots of laser wakefields, Nature Physics 2, 749 (2006)
- [4] M. B. Schwab, et al: Few-cycle optical probe-pulse for investigation of relativistic laser-plasma interaction, Applied Physics Letters 103, 191118 (2013)
- [5] C. D. Murphy, et al: Evidence of photon acceleration by laser wake fields, Physics of Plasmas 13, 033108 (2006)

Jméno a pracoviště vedoucího bakalářské práce:

Ing. Dominika Mašlářová, Ústav fyziky plazmatu Akademie věd ČR, v. v. i.;
Katedra fyzikální elektroniky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská ČVUT v Praze


Jméno a pracoviště konzultanta:


Ing. Miroslav Krůs, Ph.D., Ústav fyziky plazmatu Akademie věd ČR, v. v. i.

Datum zadání bakalářské práce: 23.10.2020


Termín odevzdání bakalářské práce: 07.07.2021

Doba platnosti zadání je dva roky od data zadání.


.....
garant oboru


.....
vedoucí katedry




.....
děkan

V Praze dne 23.10.2020

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti použití tohoto školního díla ve smyslu §60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

.....
David Gregocki

Podakovanie

Ďakujem Ing. Dominike Mašlárovej a Ing. Miroslavovi Krúsovi, Ph.D. za vedenie mojej bakalárskej práce a za podnetné návrhy, ktoré ju obohatili.

David Gregocki

Názov práce:

Charakterizace plazmových vln generovaných intenzívnými laserovými impulzy

Autor: David Gregocki

Študijný program: Aplikace přírodních věd

Odbor: Experimentální jaderná a částicová fyzika

Druh práce: Bakalářská práce

Vedúci práce: Ing. Dominika Mašlárová

Ústav fyziky plazmatu Akademie věd ČR, v. v. i.; Katedra fyzikální elektroniky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, ČVUT v Praze

Konzultant: Ing. Miroslav Krůs, Ph.D.

Ústav fyziky plazmatu Akademie věd ČR, v. v. i.

Abstrakt: Dosiachnutie generácie vysoko intenzívnych laserových impulzov umožňuje v dnešnej dobe vytvorenie urýchlovača častíc s vysokými gradientmi poľa, a teda s kompaktným a veľmi účinným urýchľovaním v porovnaní s konvenčnými typmi urýchľovačov. V rámci tejto práce je zhrnutých niekoľko metód laserového urýchľovania elektrónov v plazme, hlavne dva režimy urýchľovania brázdovou vlnou, lineárny a bublinový režim. Taktiež je popísaná základná fyzika generovania brázdovej vlny v podkritickej plazme. Vývoj brázdových vln je kľúčovou súčasťou pochopenia všetkých plazmových urýchľovačov poháňaných laserovým impulzom. Zahrnuté je aj detailné porovnanie medzi diagnostickými metódami brázdovej vlny. V práci sú zároveň opísané a porovnané dve najzákladnejšie metódy rekonštrukcie obrazu, a to spätná projekcia a filtrovaná spätná projekcia. V závere je navrhnutá najefektívnejšia konfigurácia projekcií založených na počítačových uhlových parametroch pomocou indexu štrukturálnej podobnosti (SSIM) s použitím MATLAB knižnice.

Kľúčové slová: urýchľovanie brázdovou vlnou, bublinový režim, tieňografia, filtrovaná spätná projekcia, štrukturálna podobnosť

Title:

Characterisation of plasma waves generated by intense laser pulses

Author: David Gregocki

Abstract: Nowadays, achieving the generation of high-intensity laser pulses enables the construction of a particle accelerator with very high field gradients and thus compact, and very efficient acceleration compared to the conventional types of accelerators. Several methods of laser-driven plasma-based electron acceleration are described. Mostly, two regimes laser wakefield acceleration, linear and bubble regimes, are explained. The basic physics of plasma wakefield wave generation in underdense plasma is also reviewed. The evolution of plasma wake is a key element of understanding laser-driven plasma wakefield accelerators. A detailed comparison between the optical diagnostics of laser wakefield structure is presented here. Two of the most fundamental projection reconstruction methods, backprojection and filtered back projection, are described and compared. In conclusion, we propose the most effective configuration of projections based on initial angular parameters using structural similarity index (SSIM) using MATLAB library.

Key words: laser wakefield acceleration, bubble regime, frequency domain shadowgraphy, filtered back projection, structural similarity

Obsah

Úvod	1
1 Základy fyziky laserovej plazmy	3
1.1 Historický vývoj laserov	3
1.2 Princíp lasera	4
1.2.1 Absorpcia	4
1.2.2 Spontánna emisia	4
1.2.3 Stimulovaná emisia	4
1.2.4 Inverzná populácia	4
1.3 Základná konštrukcia lasera	5
1.3.1 Aktívne prostredie	5
1.3.2 Budiace zariadenie	5
1.3.3 Rezonátor	5
1.4 Vlastnosti lasera	6
1.4.1 Monochromaticita	6
1.4.2 Divergencia	6
1.4.3 Koherencia	6
1.5 Módová štruktúra (Transverse Electromagnetic Mode - TEM)	6
1.5.1 Gaussovský zväzok	6
1.6 Využitie laserov	8
1.7 Vysoko intenzívne lasery	9
1.7.1 Metóda zviazania módov (Mode-locking)	9
1.7.1.1 Aktívny mode-locking	10
1.7.1.2 Pasívny mode-locking	10
1.7.2 Kmitočtovo rozmetané zosilnenie impulzu	11
1.8 Základy fyziky plazmy	12
1.8.1 Debyeovo tienenie	12
1.8.2 Plazmová frekvencia	13
1.9 Teória interakcií laserov a plazmy	14
1.9.1 Ionizácia intenzívnym poľom	14
1.9.1.1 Multifotonová ionizácia - MPI	14
1.9.1.2 Tunelová ionizácia - TI	14
1.9.2 Šírenie elektromagnetickej vlny plazmou	15
1.9.3 Ponderomotorická sila	16
2 Laserové urýchľovanie v plazme	17
2.1 Metódy urýchľovania elektrónov laserom	17
2.1.1 Urýchľovanie záznejovou vlnou	17
2.1.2 Urýchľovanie vláčikom krátkych laserových impulzov	17
2.1.3 Urýchľovanie automodulovanej brázdovej vlny	18
2.2 Urýchľovanie brázdovou vlnou	18
2.2.1 Lineárny režim	19

2.2.2	Nelineárny (bublinový) režim	19
2.3	Všeobecné limity LWFA	21
2.3.1	Vzdialenosť rozfázovania (Dephasing length)	21
2.3.2	Vzdialenosť vyčerpania (Depletion length)	21
2.4	Metódy vstrekovania urýchľovaných elektrónov	21
3	Diagnostické metódy brázdovej vlny	23
3.1	Interferometria vo frekvenčnej doméne	23
3.2	Fotónová akcelerácia	24
3.3	Holografia vo frekvenčnej doméne	25
3.4	Tieňografia	26
4	Návrh diagnostiky brázdovej vlny	29
4.1	Dvojdimenziálna tomografia	30
4.1.1	Spätná projekcia (Back projection - BP)	30
4.1.2	Filtrovaná spätná projekcia (Filtered back projection - FBP)	32
4.2	Konfigurácia projekcií pre zobrazovanie bublinového režimu	34
4.2.1	Simulácia #1	34
4.2.2	Simulácia #2	35
	Záver	39
	Bibliografia	43
	Prílohy	53
A	Simulácia #1	53
B	Simulácia #2	53
C	Simulácia #2 - Uhlová závislosť	54

Úvod

Laserové urýchľovanie v plazme sa za posledné desaťročia ukazuje ako sľubný koncept pre ďalšiu generáciu vysokoenergetických elektrónových urýchľovačov. Prvotnú myšlienku položili fyzici Toshiki Tajima a John Dawson v roku 1979 v publikácii s názvom „Elektrónové urýchľovanie laserom“ [1]. Aj napriek tomu, že počas skúmania vysokoenergetických laserových impulzov bolo navrhnutých niekoľko spôsobov ich implementácie do nového typu urýchľovania, práve návrh od spomínaných fyzikov sa preukázal ako jeden z najslubnejších.

Klasické urýchľovače sú založené na urýchľovaní nabitých častíc priťahovaním a odpudzovaním prostredníctvom meniaceho sa elektromagnetického poľa. Súčasný konvenčný, akceleračný gradient je približne 100 MeV/m, ktorý je definovaný ako energia získaná časticou na jednotku dĺžky. V plazmovom urýchľovači sa pomocou plazmy prenáša energia z budiča (ultrakrátky, vysoko intenzívny pulzný laser) na urýchľované častice. Použitím tohto spôsobu urýchľovania možno dosiahnuť plazmové zrýchlenie s gradientom zrýchlenia 1 GeV/cm. Znamená to, že plazmové urýchľovanie môže byť omnoho kompaktnejšie.

V súčasnosti existuje niekoľko metód laserového urýchľovania elektrónov. Jednou z najviac skúmaných metód urýchľovania založených na použití vysoko intenzívneho laseru je urýchľovanie brázdovou vlnou (laser wakefield acceleration - LWFA). Lasery produkujúce ultrakrátky, vysoko intenzívny impulz spolu so samotnými urýchľovačmi sú nadimenzované tak, aby urýchľovanie nabitých častíc prebiehalo v plazme (s hustotou $10^{16} \text{ cm}^{-3} < n_e < 10^{19} \text{ cm}^{-3}$), ktorá vytvára prostredie pre brázdové vlny. Ich typické vlnové dĺžky sú však rádovo $\lambda_p \sim 10 - 100 \mu\text{m}$. Z toho dôvodu nie je možné použiť konvenčné metódy diagnostiky používané pri bežných urýchľovačoch.

Musela tak vzniknúť úplne nová generácia diagnostických metód, ktoré sú schopné zachytiť ultrakrátku veľkosť (v jednotkách fs) urýchľovaných elektrónových zväzkov v brázdovej vlne pohybujúcou sa rýchlosťou blízkej rýchlosti svetla [2]. Diagnostika brázdovej vlny je zároveň dôležitou súčasťou experimentálnych výskumov, ktoré pomáhajú pochopiť jej vlastnosti a tým pádom aj samotné urýchľovanie. S cieľom charakterizovať brázdovú vlnu a ozrejmiť javy pri urýchľovaní by pomohla jej 3D vizualizácia v časovej rovine. Než ale bude možné uvažovať o 3D vizualizácii brázdovej vlny, je najskôr nutné uvažovať o jej 2D spracovaní. Jednou z možných diagnostických metód je práve tomografia. Súčasťou 2D rekonštrukcie tomografického signálu sú analytické algoritmy, ako napríklad spätná filtrovaná projekcia, ktoré dokážu prefiltrovať nežiaduci šum. Výsledkom sú tak rekonštrukcie obrazu, z ktorých už dokážeme stanoviť vlastnosti brázdovej vlny. K výberu čo najpresnejšej rekonštrukcie je možné využiť aj index štruktúrálnej podobnosti, ktorý celý proces zjednoduší. Táto práca sa zaoberá práve takouto rekonštrukciou obrazu, a na základe nej podáva návrh na zobrazovaciu diagnostiku brázdovej vlny, ktorá môže byť

použitá v reálnom experimente.

V prvej kapitole si na začiatok pripomenieme základné vlastnosti lasera, ako aj princíp jeho fungovania. Zameriame sa na hlavné pojmy čo nám nakoniec umožní lepšie pochopiť základy fyziky laserovej plazmy a zároveň teóriu interakcie laserov a plazmy.

V druhej kapitole využijeme získané poznatky pri popise laserového urýchľovania v plazme. Konkrétne sa budeme venovať 4 metódam laserového urýchľovania elektrónov, ktoré sa pokúsime porovnať medzi sebou. Najdôležitejšou časťou druhej kapitoly však bude opis urýchľovania brázdovou vlnou v podkritickej plazme a samotná fyzika generácie danej vlny. V tejto podkapitole sa taktiež zoznámime s dvoma režimami LWFA (lineárny a bublinový režim), ktoré sú charakterizované tvarom brázdovej vlny a iným gradientom zrýchlenia. V závere druhej kapitoly taktiež opíšeme aj niekoľko faktorov, ktoré v súčasnej dobe limitujú použitie LWFA.

V tretej kapitole sa zameriame na diagnostické metódy brázdovej vlny, ktoré ju charakterizujú prostredníctvom fázového posunu sondovacieho impulzu $\Delta\phi_{\text{sonda}}(r, \xi)$, pohybujúceho sa v smere šírenia brázdovej vlny, na základe referenčného impulzu alebo amplitúdy sondy $|E_{\text{sonda}}(r, \xi)|$. Charakterizácia podľa týchto parametrov závisí od počiatočných podmienok, ako je napríklad hustota lokálnej plazmy n_e . Opäť porovnáme jednotlivé metódy diagnostiky medzi sebou. V závere, zo získaných informácií, už budeme schopný vybrať najviac vyhovujúcu metódu diagnostiky brázdovej vlny na základe režimu urýchľovania, ktorý si zvolíme.

V poslednej, štvrtej, kapitole navrhne spôsob ako experimentálne diagnostikovať základné parametre brázdovej vlny. V úvode tak najprv zvolíme konkrétny režim LWFA, od ktorého sa bude odvíjať voľba samotnej diagnostickej metódy. Práve tieňografia bude našou voľbou. Na základe toho sa budeme musieť oboznámiť s najpoužívanejšími algoritmi analytického spracovania tieňografického signálu. K tomu budeme potrebovať už zmienené algoritmy, ktoré nielenže spracujú získané signály z tieňografu, ale ich dokážu aj prefiltrovať. Vo výsledku tak môžeme získať pomerne presnú rekonštrukciu obrazu. Zvolený postup následne otestujeme na dvoch výsledkoch 2D PIC simulácií. To nám umožní znižovať počet projekcií potrebných k rekonštrukcii obrazu na praktické, prijateľné množstvo. Zároveň budeme uvažovať o rôznych uhlových rozmedziach. K vyhodnocovaniu „dobrých“ rekonštrukcií s konkrétnou konfiguráciou projekcií však nebude stačiť len naše subjektívne pozorovanie, ktoré nemusí byť presné a hlavne je časovo náročné. Zoznámime sa preto s konkrétnou analytickou metódou porovnávania pôvodného obrazu s jeho upravenou verziou tak, aby sme mohli nájsť čo najefektívnejšiu konfiguráciu. Jedná sa o metódu s názvom štruktúrna podobnosť (SSIM), ktorá priraduje rekonštrukcii hodnotu od -1 až 1, pričom 1 odpovedá pôvodnému, nerekonštruovanému obrazu. V závere sa tak pokúsime vybrať pomocou štruktúrnej podobnosti SSIM z 10 uvažovaných projekcií, s danou konfiguráciou, tú najvhodnejšiu tak, aby sme boli schopný stále rozlíšiť základné parametre brázdovej vlny, ako napríklad štruktúra, vlnová dĺžka, zachytené elektrónové zväzky, ktoré pomáhajú pri jej charakterizácii.

Kapitola 1

Základy fyziky laserovej plazmy

1.1 Historický vývoj laserov

Ešte na konci 18. storočia fyzici nevedeli, ako popísať z pohľadu klasickej fyziky závislosť intenzity žiarenia absolútne čierneho telesa na frekvencii žiarenia a teplote telesa. V roku 1900 vyriešil tento problém nemecký fyzik Max Planck odvodením vzťahu pre intenzitu

$$dI = \frac{\hbar}{\pi^2 c^2} \cdot \frac{\omega^2}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega, \quad (1.1)$$

kde c je rýchlosť svetla, \hbar redukovaná Planckova konštanta, k_B Boltzmannova konštanta, T teplota absolútne čierneho telesa a ω frekvencia žiarenia. Vzťah (1.1) platí za predpokladu, že vyžarovaná energia nie je spojitá, ale sa mení po kvantách s veľkosťou $\hbar\omega$. Tento predpoklad umožnil vedcom rozmýšľať o vzniku lasera. Prvý teoretický základ tohto kvantovo mechanického zariadenia položil už v roku 1917 Albert Einstein [3] použitím Planckovho vyžarovacieho zákona (1.1) založeného na dnes už známych Einsteinových koeficientoch pravdepodobnosti pre absorpciu a stimulovanú emisiu. Až v roku 1960 sa podarilo fyzikovi Theodorovi Maimanovi prvýkrát skonštruovať laser [4] tak, ako ho dnes poznáme. Urobil tak pomocou predchádzajúcich poznatkov, či už prvého teoretického popisu stimulovanej emisie z roku 1928 R.W. Ladenburgom a jej experimentálnej demonštrácii v roku 1947 W.C. Lambom a R.C. Rutherfordom [5] alebo teoretickej práce fyzikov A. Schawlowa a C. Townesa z roku 1958 [6]. Je nutné spomenúť, že prvé zariadenie pracujúce na podobnom princípe bol tzv. maser prvýkrát skonštruovaný už v roku 1953 J. Gordonom, H. Zeigerom, a C. Townesom [7], postavený na teoretických poznatkoch kvantovej elektroniky N. Basova a A. Prokhorova [8]. Maimanov prvý laser bol založený na optickom čerpaní (predstavené už v roku 1952) syntetického rubínového křišťálu za pomoci zdroja, ktoré generovalo pulzujúce svetlo o vlnovej dĺžke 694 nm. Prvý plynový laser bol skonštruovaný v roku 1960 A. Javanom a W. Bennetom, ktorí použili zmes plynu hélia a neónu v pomere 1:10 [9]. O dva roky neskôr demonštroval R. N. Hall prvý diódový laser zostaveného z arzenidu galitého (GaAs), ktorý emitoval svetlo pri 850 nm [10]. Zároveň v rovnakom roku vynaliezol N. Holonyak prvý polovodičový laser, ktorý bol schopný emitovať viditeľné svetlo [11].

1.2 Princíp lasera

Biele svetlo sa skladá z kombinácie žiarení celého viditeľného spektra s rôznymi vlnovými dĺžkami. Naproti tomu je laser schopný generovať koherentné svetlo s úzkym spektrom vlnových dĺžok. Laser pozostáva zo zdroja energie a optického rezonátora s aktívnym médiom a dvoma zrkadlami. Tieto súčasti, resp. vlastnosti sú bližšie opísané v podkapitole 1.3, resp. 1.4.

Ako sme naznačili v podkapitole 1.1, lasery sú založené na kvantových vlastnostiach svetla, či hmoty a z fyzikálneho hľadiska ide o kvantovo-elektronický zosilňovač elektromagnetického žiarenia. Už v roku 1917 Albert Einstein [3] fyzikálne popísal princíp lasera, ktorý je založený na stimulovanej emisii žiarenia, kde vďaka impulzu v podobe stimulujúceho fotónu dochádza k emisii fotónu s rovnakými vlastnosťami, aké má samotný stimulujúci fotón. V nasledujúcich odsekoch sú vysvetlené kľúčové pojmy potrebné pre pochopenie základného princípu fungovania lasera.

1.2.1 Absorpcia

Podľa kvantovej teórie môže mať každý atóm energiu len v určitých diskretných stavoch, resp. v energetických hladinách. Za normálnych okolností sa väčšina atómov nachádza v najnižšom energetickom stave. Absorpciou vhodného zdroja svetla môžu tieto atómy prejsť do excitovaného stavu a tým sa dostať na vyššiu energetickú hladinu [12].

1.2.2 Spontánna emisia

Atóm v excitovanom stave nakoniec deexcituje na nižšiu energetickú hladinu, pričom dôjde k vyžiareniu fotónu v procese známom ako spontánna emisia. Aj napriek tomu, že dokážeme predpovedať v priemere za aký čas nastane deexcitácia (rádovo 10^{-8} s), nedokážeme presne určiť, kedy konkrétny atóm spontánne vyžiari fotón. Smer vyžiareného fotónu je taktiež náhodný.

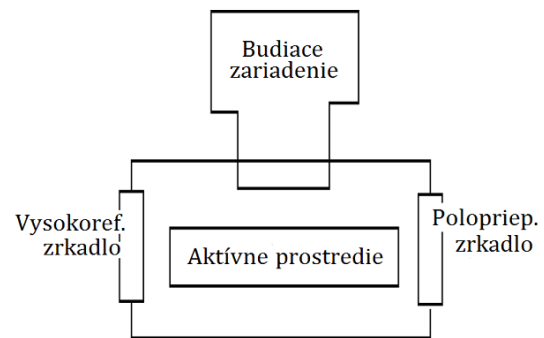
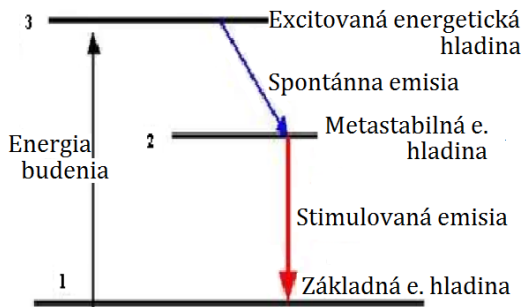
1.2.3 Stimulovaná emisia

Atómy taktiež môžu prechádzať na nižšiu energetickú hladinu prostredníctvom procesu stimulovanej emisie (Obr. 1.1). Zatiaľ čo sa atóm nachádza v excitovanom stave, oscilujúce elektrické pole prechádzajúceho, tzv. stimulujúceho fotónu, s energiou rovnou rozdielu energetických hladín, môže zapríčiniť to, že atóm vyžiari druhý, identický fotón s rovnakou vlnovou dĺžkou, polarizáciou a smerom ako stimulovaný fotón.

1.2.4 Inverzná populácia

Funkčný laser nezávisí len od niekoľkých stimulovaných emisií, ale od pretrvávajúcej reťazovej reakcie. V dôsledku termodynamickej rovnováhy majú atómy tendenciu zotrvať na najnižšej energetickej hladine, čo vytvára problém pre správny chod stimulovanej emisie, keďže stimulovaný fotón bude skôr absorbovaný atómom na tejto hladine. Na to, aby sme udržali reťazovú reakciu stimulovaných emisií je nutné, aby počet excitovaných atómov, resp. metastabilných atómov bol väčší ako

počet atómov na základnej hladine (Obr. 1.1). Tento stav sa nazýva inverzná populácia a predstavuje nutnú podmienku pre správny chod lasera [13].



Obr. 1.1: Schematické znázornenie vzniku svetla v atómoch pri stimulovanej emisii.

Obr. 1.2: Schematické znázornenie základnej konštrukcie lasera.

1.3 Základná konštrukcia lasera

Jednoduchá schéma lasera s jednotlivými základnými komponentmi je na Obr. 1.2. Každý laser sa skladá z troch základných častí, popísaných v nasledujúcich podkapitolách.

1.3.1 Aktívne prostredie

Aktívne prostredie je známe aj ako aktívne médium predstavujúce zdroj atómov, ktoré v procesoch excitácie a deexcitácie vyžiaria fotóny formujúce laserový lúč. Konkrétny typ aktívneho prostredia určuje výslednú vlnovú dĺžku, a teda aj samotné využitie. V závislosti od typu lasera môže byť aktívne prostredie pevná, kvapalná alebo aj plynná látka.

1.3.2 Budiace zariadenie

Jedná sa o externý zdroj energie, ktorý excituje atómy v aktívnom prostredí do metastabilnej hladiny čím udržiava stav inverznej populácie a zabezpečuje nepretržitý lúč fotónov putujúcich rovnakým smerom. Spôsob budenia je daný aktívnym prostredím. Najčastejšie však ide o budenie elektrickým prúdom či intenzívnym zdrojom svetla. V niektorých prípadoch sa na budenie využíva aj iný laser.

1.3.3 Rezonátor

Ide o optický systém, ktorý dokáže elektromagnetické žiarenie, vyprodukované z aktívneho prostredia prostredníctvom spontánnej emisie, odraziť naspäť do aktívneho prostredia, kde môže byť následne zosilnené prostredníctvom stimulovanej emisie. Jeho najjednoduchšia forma pozostáva z dvoch rovnobežne umiestnených zrkadiel, ktorých zakrivenie a priemer určuje divergenciu a mód. Jedno zo zrkadiel je vysokoreflexné a druhé polopriepustné, ktoré umožňuje výstup lúča. Dochádza tak k spätným odrazom fotónov v dôsledku čoho nastáva reťazová reakcia čo podporuje stimulovanú emisiu. Módy rezonátora možno rozdeliť do dvoch typov, a to pozdĺžne

módy s rôznou frekvenciou žiarenia a priečne módy líšiace sa vo frekvencii, ako aj v módovej štruktúre intenzity svetla [14].

1.4 Vlastnosti lasera

Laser sa považuje za zdroj svetla, resp. lúčov svetla, ktoré majú mimoriadne vlastnosti oproti bežnému svetlu a z hľadiska praktickej aplikácie sú tieto vlastnosti veľmi žiadané. Najdôležitejšie vlastnosti typické pre laser sú popísané v nasledujúcich odsekoch.

1.4.1 Monochromaticita

V porovnaní s bežným bielym svetlom, ktoré je zložené z viacerých vlnových dĺžok, je žiarenie vychádzajúce z lasera monochromatické "jednofarebné" z čoho vyplýva, že obsahuje veľmi úzky interval vlnových dĺžok. Monochromaticita zároveň znamená, že takéto žiarenie má vysokú intenzitu v porovnaní s malou vlnovou dĺžkou, vďaka čomu môže dosahovať vysokých energií na malom úseku. Inými slovami ho možno sústrediť do veľmi intenzívneho, úzkeho bodového zväzku.

1.4.2 Divergencia

Divergencia, inak známa aj ako rozbiehavosť, je u laserového lúča vo všeobecnosti veľmi malá (v prípade polovodičových laserov je však značná), vďaka čomu je možné ho sústrediť do väčších vzdialeností ako bežné svetlo. Často sa hovorí, že takéto svetlo je kolimované.

1.4.3 Koherencia

Svetlo vychádzajúce z lasera je taktiež koherentné v čase a priestore čo znamená, že všetky častice svetelnej vlny kmitajú s rovnakou fázou v rovine kolmej na smer šírenia lúča a taktiež kmitajú s rovnakou fázou v smere šírenia lúča.

1.5 Módová štruktúra (Transverse Electromagnetic Mode - TEM)

Pri práci s laserami je možné využívať tvarovanie priestorového profilu svetelného zväzku. Konkrétny tvar, nazývaný ako mód elektromagnetického poľa, je charakterizovaný skutočnosťou, že ako vektor intenzity elektrického poľa \vec{E} , tak aj vektor intenzity magnetického poľa \vec{H} sú kolmé na smer šírenia zväzku. Za základný mód sa považuje TEM₀₀, pričom jeho intenzita žiarenia má tvar Gaussovej krivky a takýto zväzok sa nazýva Gaussovský.

1.5.1 Gaussovský zväzok

V optike Gaussovský zväzok predstavuje zväzok kvazi-monochromatického, elektromagnetického žiarenia, ktorého amplitúdová obálka v priečnej rovine je popísaná Gaussovou funkciou, z čoho vyplýva aj tvar jeho intenzity. Ako sme už spomenuli

vyššie, základný mód – TEM₀₀ sa aplikuje vo väčšine laserov, kvôli žiadanej, vysokej koncentrácii energie výstupného lúča. Šírenie Gaussovského zväzku je popísané niekoľkými parametrami, ako je zakrivenie vlnplochy, vývoj šírky zväzku, či tzv. Gouyova fáza alebo veľkosť zväzku.

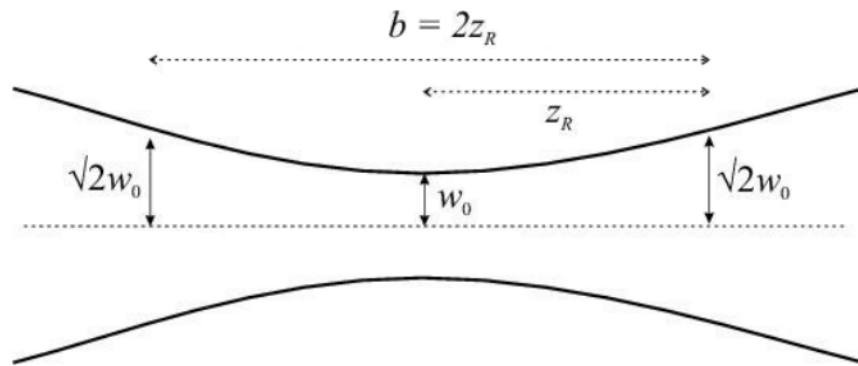
Je dôležité podotknúť, že definícia veľkosti polomeru zväzku $w(z)$ odpovedá radiálnej vzdialenosti od stredovej osi zväzku r v osovej vzdialenosti od ohniska zväzku z , kde intenzita poklesne na $1/e^2$ pôvodnej veľkosti. Zmena veľkosti Gaussovského zväzku $w(z)$ šíriacom sa v smere osi z je daná hyperbolickým vzťahom

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, \quad (1.2)$$

kde w_0 je veľkosť polomeru zväzku v ohnisku a z_R je Rayleighova vzdialenosť daná vzťahom

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad (1.3)$$

platným v prípade ak $w_0 \geq \frac{2\pi}{\lambda}$, kde λ je vlnová dĺžka zväzku. Rayleighova vzdialenosť je dôležitý parameter, ktorý predstavuje vzdialenosť, o ktorú sa zväzok rozšíri, aby zdvojnásobil svoju pôvodnú plochu (Obr. 1.3). K tomuto vzťahu sa viaže aj konfokálny parameter b , ktorý je rovný dvojnásobku Rayleighovej vzdialenosti a často sa používa ako odhad vzdialenosti, na ktorú je Gaussovský zväzok približne kolimovaný [15].



Obr. 1.3: Ohnisková oblasť Gaussovského zväzku.

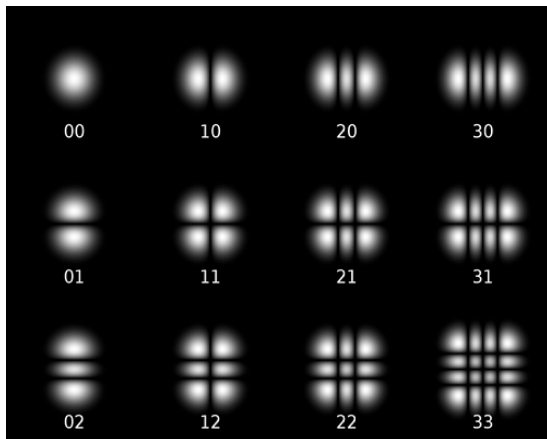
Odpovedajúce rozloženie intenzity TEM₀₀ zväzku je dané vzťahom

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \exp\left(\frac{-2r^2}{w(z)^2}\right), \quad (1.4)$$

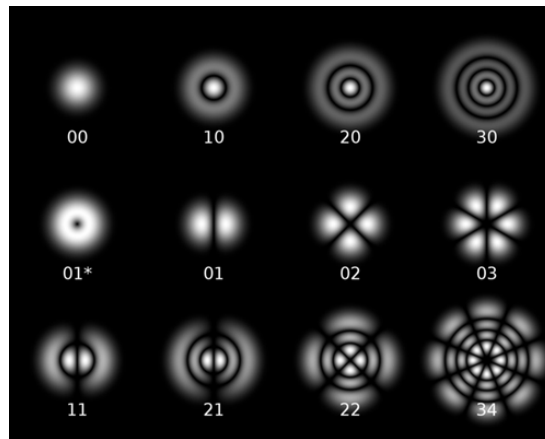
pričom pre celkový výkon zväzku platí $P_0 = \frac{I_0 \pi w_0^2}{2}$, kde I_0 je veľkosť intezity v jeho centre. Dôležitým parametrom v diskusii o interakciách medzi intenzívnym laserovým impulzom a plazmou, s ktorou sa budeme venovať v podkapitole 1.9, je parameter výkonu lasera a_0 . Ten je definovaný ako maximálna amplitúda normalizovaného vektorového potenciálu laserového poľa $\vec{a} = \frac{e\vec{A}}{m_e c}$. Parameter výkonu lasera je previazaný s I_0 vzťahom [16]

$$a_0^2 \simeq 7,3 \cdot 10^{-19} (\lambda[\mu\text{m}])^2 I_0 [\text{W}/\text{cm}^2]. \quad (1.5)$$

Koherentný zväzok je tiež možné rozložiť to tzv. Hermite - Gaussovských či Laguerre - Gaussovských módov. Jedná sa o alternatívne výsledky pri riešení paraxiálnej Helmholtzovej rovnice, pričom jej riešenie v karteziánskej súradnicovej sústave vedie na súbor Hermite-Gaussovských módov (Obr. 1.4), resp. vo valcovej súradnicovej sústave vedie na súbor Laguerre-Gaussovských módov (Obr. 1.5) [17].



Obr. 1.4: Súbor dvanástich Hermite - Gaussovských módov



Obr. 1.5: Súbor dvanástich Laguerre - Gaussovských módov

1.6 Využitie laserov

Ako sme už spomenuli v predchádzajúcej podkapitole, vďaka vlastnostiam, ktorými laser disponuje, má tento vynález široké využitie v rôznych odvetviach. Už v období, kedy bol prvýkrát uvedený do prevádzky sa využil na medicínske účely, či už pri liečbe zraku alebo chorôb kože. Je to práve kvôli možnosti sústrediť energiu vychádzajúceho žiarenia na veľmi malú oblasť, čo umožňuje bez priameho kontaktu rezať či odparovať tkanivo, ktoré sa skladá z vody s výbornými absorpčnými vlastnosťami.

Ďalším odvetvím je priemyselná výroba, v ktorej sa využívajú vysokovýkonné lasery na rezanie, tvarovanie, či spájanie materiálov. Množstvo energie dodanej laserom do materiálu závisí od absorpčných vlastností pri danej vlnovej dĺžke. Vo všeobecnosti majú kovy tendenciu viac odrážať svetlo s väčšími vlnovými dĺžkami. Naopak, sú schopné absorbovať väčšiu časť laserovej energie pri kratších vlnových dĺžkach. To znamená, že väčšina kovov sa dá ľahšie rezať pomocou laserového svetla s kratšími vlnovými dĺžkami. Najčastejšie sa na takéto účely využíva CO_2 laser.

Laser má taktiež rozsiahle komerčné využitie. Je súčasťou CD/DVD mechaník a tlačiarň. Využíva sa na monitorovanie znečistenia prostredníctvom laserových radarov - LIDAR, meranie vzdialeností, dialkovú komunikáciu, čítanie čiarového kódu, ale aj ako bežné ukazovadlo vďaka jeho divergencii.

Mnoho aplikácií laseru môžeme nájsť i vo vede a výskume. Je známe, že prvky môžu byť popísané pomocou ich emisného spektra a charakteristickej absorpcie. Táto metóda skúmania sa nazýva spektrometria. Laserová spektrometria je odvetvie, v ktorom sa skúmaná vzorka osvetľuje laserom za účelom presného stanovenia absorpčného spektra. Vďaka monochromaticite má výstup lasera omnoho užšie pásmo vlnových dĺžok ako bežné svetlo, čo umožňuje presnejšie identifikovať vlnové dĺžky, ktoré boli pri osvetlení absorbované.

Ďalšou aplikáciou lasera je tzv. optická pinzeta, inštrument, ktorý používa pevne zaostrený lúč laserového svetla na stabilné udržanie mikroskopickej častice v troch dimenziách. Môže sa napríklad jednať o DNA bunky [18].

Lasery možno použiť aj na spomalenie atómov pomocou techniky známej ako laserové chladenie. To vo výsledku znamená, že môžeme znižovať teplotu danej vzorky. Na spomalenie atómov, ktoré smerujú k laseru sa využíva Dopplerové chladenie, pri ktorom sa frekvencia chladiaceho lasera nastaví tak, aby bola o niečo nižšia ako tá, ktorá je potrebná na dosiahnutie Augerovho javu. Vďaka Dopplerovmu javu potom len tie atómy, ktoré smerujú k laseru budú excitované a teda spomalené [19].

V súčasnosti sa extrémne výkonné lasery využívajú aj pri iniciovaní jadrovej fúzie, pri ktorej je najväčšou výzvou zabezpečiť a udržať extrémne vysokú teplotu potrebnú preto, aby jadrá atómov mali dostatok energie k fúzii. Laserové lúče majú za úlohu ohriať a stlačiť malú peletu deutéria a trícia. Cieľom je, aby fúzna reakcia prebehla dostatočne rýchlo k tomu, aby sa jadrá nestihli od seba vzdialiť. Peleta deutéria a trícia je intenzívnymi laserovými impulzmi rýchlo ionizovaná na plazmu a zahrievaná na teploty nad 10^8 K. Fúzia nastáva za menej ako 10^{-9} sekundy [20].

1.7 Vysoko intenzívne lasery

Jedným z najvýznamnejších pokrokov v laserovej fyzike za posledné desaťročie bol vývoj laserov, ktoré sú schopné generovať veľmi krátke impulzy žiarenia s výkonom nad 1 TW bez toho, aby došlo k poškodeniu zosilňovacieho materiálu.

Vysoko intenzívne lasery pracujú v rôznych režimoch. Môžu dosahovať maximálny výkon medzi 10^{12} - 10^{15} W s dĺžkami impulzov 10^{-10} - 10^{-15} s a intenzitami 10^{14} - 10^{23} Wcm⁻², čo umožňuje skúmanie nových javov pri ich interakcii s atómami a molekulami. Frekvencie opakovania sú v rozmedzí 10^3 - 10^6 Hz s priemernými výkonmi > 10 W. Tieto lasery sa používajú najmodernejších výskumoch a majú množstvo potenciálnych aplikácií [21].

Na získanie vysoko intenzívnych laserových polí je nutné sústrediť veľké množstvo energie žiarenia do veľmi krátkych časových intervalov, pričom laserový lúč musí byť sústredený do malej oblasti. V takýchto vysoko intenzívnych laserových systémoch oscilátor generuje sled ultrakrátkodobých laserových impulzov a zosilňovač zvyšuje energiu impulzov, ktoré sú následne zaostrené [22].

V nasledujúcich podkapitolách je vysvetlená metóda generovania ultrakrátkych laserových impulzov, ako aj jeden spôsob zosilňovania týchto impulzov.

1.7.1 Metóda zviazania módov (Mode-locking)

Ide o metódu, či skôr skupinu metód, ktoré umožňujú laserom produkovať svetelné impulzy s dobou trvania, resp. s dĺžkou, niekoľko femtosekúnd. Základom tejto metódy je vybudenie konštantného fázového vzťahu medzi módmami optického rezonátora. Znamená to, že pre všetky módy možno zvoliť rovnakú, fixnú fázu. Zároveň, lasery, ktoré fungujú podľa spomínanej metódy dokážu produkovať sled extrémne úzkych impulzov oddelenými rovnakými časovými intervalmi. Takéto lasery sa označujú spoločným názvom ako mode-locked alebo aj ako phase-locked lasery [23].

1.7.1.1 Aktívny mode-locking

Aktívny mode-locking je metóda zahrňujúca periodickú moduláciu rezonátorových strát, či fázovej zmeny v spätnom chode, ktorú možno doceliť pomocou akusticko-optických, či elektricko-optických modulátorov vložených medzi vysokoreflexným zrkadlom rezonátora a aktívnym prostredím (Obr. 1.6). V prípade, že je modulácia zosynchronizovaná so spätnými chodmi rezonátora, dochádza k vzniku ultrakrátkych impulzov s priemernou dĺžkou niekoľko pikosekúnd.



Obr. 1.6: Schematické nastavenie lasera s aktívnym mode-lockingom [24].

Princíp aktívneho mode-lockingu prostredníctvom modulácie rezonátorových strát má dva základné aspekty:

- Impulz so „správnym“ načasovaním je schopný prejsť modulátorom v dobe, kedy sú straty minimálne, pričom jeho prírastok v spätnom chode bude nulový. Je preto uprednostnený voči ostatnému žiareniu v rezonátore, ktoré nebude saturované, kvôli jeho zápornému prírastku v spätnom chode.
- Prírastok spätného chodu pre okraje impulzu, t.j. vyšších módov, je mierne záporný, pričom prírastok pre stred impulzu je mierne kladný. To má za následok, že impulzy sa stávajú čoraz kratšími až do momentu ustálenia rovnováhy s inými javmi, či už chromatickou disperziou alebo zužovania prírastku, čo má naopak tendenciu rozširovať impulzy [24].

1.7.1.2 Pasívny mode-locking

Táto metóda spočíva v umiestnení saturovaného absorbéra medzi vysokoreflexným zrkadlom rezonátora a aktívnym prostredím (Obr. 1.7). Jedná sa o optický prístroj s molekulami majúcimi nelineárny pokles v absorpčných koeficientoch, ktorý je schopný modulovať intenzitu žiarenia. To znamená, že ak intenzívny impulz prejde skrz absorbér, jeho vyššie módy budú absorbované, zatiaľ čo jeho stred nebude a prejde skrz. Vďaka tejto nelineárnej absorpcii môžu najkratšie a najintenzívnejšie fluktuácie narastať ďalej, pričom tie slabšie budú pohltené. Pre väčšinu krátkych laserových impulzov sa ale využíva predovšetkým Kerrovska nelineárna prostredia, kedy sa začne laserový impulz v tomto prostredí autofokusovať [25].

Vo všeobecnosti umožňuje pasívny mode-locking generovanie omnoho kratších impulzov s dĺžkou niekoľko femtosekúnd. Je to práve kvôli tomu, že absorbér, ktorý pracuje s už tak krátkymi impulzmi, dokáže modulovať rezonátorové straty omnoho rýchlejšie ako elektronický modulátor.



Obr. 1.7: Schematické nastavenie lasera s pasívnym mode-lockingom [24].

Pasívny mode-locking vedie k jednoduchšiemu rozhraniu lasera, keďže synchronizácia stratovej modulácie je automaticky dosiahnutá a nie je teda nutné prídavné zariadenie. Každopádne, samotný proces generovania impulzov je v skutočnosti ešte komplikovanejší, hlavne pri stabilnom chode lasera. [24], [26].

1.7.2 Kmitočtovo rozmetané zosilnenie impulzu

Kmitočtovo rozmetané zosilnenie impulzu (chirped pulse amplification - CPA) je veľmi efektívna metóda zosilňovania energie impulzov, ktorá bola vynájdená v roku 1985 D. Stricklandovou a G. Mourouom [27]. Je založená na zosilňovaní ultrakrátkych laserových impulzov, kedy sa laserový pulz spektrálne a časovo natiahne, následne zosilní a opäť komprimuje.

Výhodou tejto metódy je, že súčasne spĺňa dve podmienky pre korektný chod. Prvou podmienkou je, že hodnota energie na jednotku plochy, resp. ožiarenia by mala byť približne rovnaká ako hodnota saturácie pre emisiu daná vzťahom

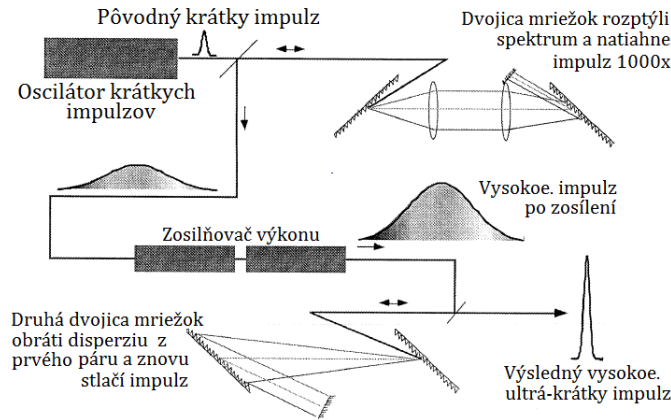
$$F_{sat} = \frac{h\omega}{\sigma}, \quad (1.6)$$

kde σ je účinný prierez stimulovanej emisie. Napríklad, pre laser s neodymovým sklom, ktorý pracuje s vlnovou dĺžkou $1,05 \mu\text{m}$, je táto hodnota približne 6 Jcm^{-2} .

Druhou podmienkou je, že doba trvania τ jedného impulzu by mala byť čo najkratšia, aby sa maximalizoval špičkový výkon. Táto závislosť je ale obmedzená šírkou zosilňovacieho pásma pre dané aktívne prostredie lasera. Pre spomínané neodymové sklo je minimálna doba trvania jedného impulzu niekoľko stoviek femtosekúnd.

Vo všeobecnosti platí, že pre tuhofázové lasery nie je možné tieto dve podmienky splniť súčasne. Dôvodom je, že intenzita F_{sat}/τ [Wcm^{-2}] je príliš vysoká na to, aby sa index lomu optických materiálov v takýchto laseroch mohol meniť prostredníctvom žiarenia [28].

Jedným z riešení tohto problému je predĺženie impulzu a udržanie dostatočne malej veľkosti štrbiny na efektívnu extrakciu energie ($F \sim F_{sat}$) za predpokladanej možnosti opätovnej kompresie impulzu v čase po zosilnení. A práve metóda CPA nám umožňuje dosiahnuť niečo také. Krátky impulz je generovaný v laserovom oscilátore s mode-lockingom, následne natiahnutý a niekoľko tisícnásobne zosilnený v konvenčnom laserovom zosilňovači. V zapätí je stlačený naspäť, ideálne na jeho pôvodnú dĺžku a smer a podľa potreby neskôr zaostrý. Schéma takéhoto CPA lasera je znázornená na Obrázku 1.8.



Obr. 1.8: Schematické nastavenie CPA lasera [28].

Trvalo niekoľko rokov kým Stricklandová a Mourou všetko úspešne skombinovali, pričom v roku 2018 boli za objav tejto metódy ocenení Nobelovou cenou za fyziku. Metóda CPA spôsobila revolúciu v laserovej fyzike. Stala sa štandardom pre všetky vysoko intenzívne lasery a tým aj umožnila vznik nových oblastí a aplikácií vo fyzike, chémii a medicíne.

1.8 Základy fyziky plazmy

Plazmu možno definovať ako kvázineutrálny súbor nabitých (príp. aj neutrálnych častíc) s kolektívnym správaním. Kvázineutralita znamená približnú rovnováhu medzi negatívne nabitými elektrónmi a pozitívne nabitými iónmi v súbore, ktorého rozmery sú omnoho väčšie než tzv. Debyeova dĺžka, v ktorej je potenciál bodového náboja odtienený v pomere $1/e$, oproti hodnote potenciálu vo vákuu [29].

Takýto súbor častíc dokáže stále reagovať na magnetické a elektrické pole kolektívne ako celok. Zároveň platí, že prítomnosť elektricky nabitých častíc vytvára v plazme elektrický náboj spolu s elektrostatickým pólom, ktoré pôsobí na iné nabité častice. To má za následok vykompenzovanie fluktuácií v hustote náboja a preto sa plazma vo veľkých škálach javí ako elektricky neutrálna. Tento jav je dôsledkom takzvaného Debyeovho tienenia. Plazma sa taktiež javí ako kvázineutrálna v časovej škále oveľa väčšej než je recipročná frekvencia plazmy.

1.8.1 Debyeove tienenie

Medzi základné vlastnosti plazmy považujeme schopnosť tienenia vnútorných elektrických potenciálov. V momente vloženia nabitej častice do plazmy, dochádza k priťahovaniu častíc s opačným nábojom a odpudzovaniu častíc s rovnakým nábojom. To má za následok obklopenie vloženej častice oblakom častíc s opačným nábojom, pričom vzniknutý elektrostatický potenciál bude tienený. Inými slovami, tienenie sa realizuje miernym pohybom nabitých častíc plazmy tak, aby sa znížilo pôsobenie vzniknutého poľa.

V prípade studenej plazmy, kde častice nemajú tepelnú energiu, by bolo tienenie dokonalé kvôli rovnakej veľkosti náboja vloženej častice a obklopujúcim oblakom častíc. Vo výsledku by nebolo v plazme pozorované žiadne elektrické pole mimo oblak častíc, resp. v škálach väčších než je Debyeova dĺžka. Avšak teplota v plazme je konečná a teda vzniknutý oblak obklopujúci vloženu časticu bude mať na svojom

okraji elektrické pole, ktoré je natoľko slabé, aby častice na okraji s dostatočnou tepelnou energiou prenikli elektrostatickou potenciálovou jamou. Okraj oblaku je daný polomerom, pričom vo vzdialenostiach väčších ako je tento polomer nastáva opäť rovnováha medzi potenciálnou a tepelnou energiou, t.j. plazma je opäť kvázi-neutrálna.

Pozorované tienenie nie je ale úplné a stále sa môže vyskytovať konečné elektrické pole spôsobené potenciálom veľkosti $k_B T/e$, kde T je teplota a $k_B T$ je tepelná energia častíc. Tieniaca vzdialenosť, či hrúbka pozorovaného oblaku sa nazýva Debyeova dĺžka, t.j. veľkosť tienenia, a je definovaná ako [29]

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T}{n_e e^2}}, \quad (1.7)$$

kde n_e je elektrónová hustota vyjadrená v jednotkách m^{-3} , T je v jednotkách K, e je elektrický náboj a ε_0 je dielektrická konštanta. Napríklad pre elektrónovú hustotu laserom indukovanej plazmy $n_e = 10^{21} \text{m}^{-3}$ a jej teplotu $T = 1 \text{ keV} = 11600 \cdot 10^3 \text{ K}$ odpovedá Debyeova dĺžka $\lambda_D = 0,2 \text{ } \mu\text{m}$.

Uvažujme plazmu s charakteristickým rozmerom L , ktorá je omnoho väčšia než je Debyeova dĺžka λ_D . V prípade vyskytujúceho sa externého potenciálu vnútri plazmy, či lokálnej koncentrácie náboja tak potom dochádza k tieneniu s rozmermi menšími v porovnaní s L , pričom zvyšok plazmy sa rozširuje bez väčších elektrických polí či potenciálov.

V dôsledku energetických prenosov pri spoločných interakciách majú ióny a elektróny v plazme často rôzne teploty, preto sa ich Debyeova dĺžka λ_D definuje zvlášť.

Keďže plazma je kvázineutrálna, hustoty iónov n_i a elektrónov n_e sú v rovnováhe, t.j. $n_e \simeq Z n_i \simeq n$, kde n je celková hustota nazývaná ako plazmová hustota a Z je priemerný náboj iónov. Mechanizmus Debyeovho tienenia nastáva v prípade dostatočného počtu častíc daným plazmovým parametrom N_D v tvare [29]

$$N_D = \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 n_e \simeq 1,36 \cdot 10^6 T^{\frac{3}{2}} n_e^{-\frac{1}{2}}, \quad (1.8)$$

konkrétne ak $N_D \gg 1$. Pre konkrétne hodnoty teploty, elektrónovej hustoty a Debyeovej dĺžky zadané vyššie je plazmový parameter $N_D = 5,4 \cdot 10^4$.

1.8.2 Plazmová frekvencia

Predpokladáme, že $L \gg \lambda_D$ a $N_D \gg 1$. Elektróny oscilujú v plazme na iónovom pozadí okolo svojej rovnovážnej polohy s charakteristickou plazmovou frekvenciou danou vzťahom [29]

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \varepsilon_0}}, \quad (1.9)$$

z čoho možno vidieť, že ω_p je nepriamo úmerná hmotnosti a preto je jej hodnota pre ióny niekoľkonásobne nižšia. V rámci elektromagnetických interakcií uvažujeme teda len o plazmovej frekvencii spôsobenej pohybmi elektrónov. Tlmené harmonické kmity možno pozorovať len vtedy ak $\omega_p \gg \nu_e$, kde ν_e je frekvencia zrážok elektrónov s neutrálnymi časticami. V opačnom prípade nepozorujeme periodický charakter pri zmenách koncentrácie elektrónov. Napríklad, pre elektrónovú hustotu $n_e = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ je $\omega_p = 5,7 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$.

1.9 Teória interakcií laserov a plazmy

1.9.1 Ionizácia intenzívnym poľom

Z Bohrovho modelu atómu vodíka možno odvodiť intenzitu $I_a = 3,51 \cdot 10^{16} \text{ Wcm}^{-2}$, pri ktorej laserové pole pôsobiace na atóm zodpovedá väzbovej sile elektrónu v atóme. V prípade, že je intenzita lasera $I_L > I_a$, potom dochádza k ionizácii pre ľubovoľný terčový materiál. Táto podmienka však nemusí byť nutne splnená a v takom prípade rozlišujeme niekoľko spôsobov ionizácie.

1.9.1.1 Multifotonová ionizácia - MPI

K tomu, aby elektrón mohol byť uvoľnený zo svojho viazaného stavu v atóme, musí získať dostatočne veľkú energiu. To môže nastať buď pri absorbovaní jedného vysokofrekvenčného fotónu, ako v prípade fotoelektrického javu [30], alebo pri absorbovaní viacerých fotónov s nižšou frekvenciou, tzv. MPI. Druhá možnosť značne závisí na intenzite svetla, či hustote fotónov, pričom z teórie poruchového rozvoja pre mieru ionizácie n -fotónmi platí [31]

$$\Gamma_n = \sigma_n I_L^n. \quad (1.10)$$

Je zrejmé, že účinný prierez σ_n klesá s rastúcim n . Avšak I_L^n -závislosť zabezpečí, že k n -tej ionizácii dôjde za predpokladu dostatočnej intenzity ($> 10^{10} \text{ Wcm}^{-2}$). Sprostredkovať žiarenie s takouto veľkosťou intenzity nebol problém ani pre staršie lasery a už v roku 1965 a 1968 [32], [33] sa uskutočnili prvé pozorovania multifotónovej ionizácie.

Neskoršie merania [34], [35] však ukázali, že takáto predstava MPI nie je úplná, keďže experimentálne určené spektrá elektrónovej energie obsahovali oblasti, v ktorých dochádzalo k prekročeniu energie potrebnej k ionizácii E_{ion} o násobok energie fotónu $\hbar\omega$ a teda dochádzalo k absorpcii väčšieho počtu fotónov než je nutné na uvoľnenie elektrónu z atómu. Spomínaný jav dostal názov *nadprahová* (nadlimitná) ionizácia (above-threshold ionization - ATI). Kinetická energia elektrónu je tak daná vzťahom

$$E_f = (n + s)\hbar\omega - E_{\text{ion}}, \quad (1.11)$$

kde n je počet fotónov potrebných k MPI a s je počet zvyšných, absorbovaných fotónov.

Postupom času sa ukázalo, že teoretická interpretácia ATI je rozporuplná, predovšetkým ak energia kmitania elektrónov je väčšia než energia fotónov. To nasvedčuje že ATI nie je poruchový proces ani pre intenzity v rozmedzí 10^{13} Wcm^{-2} [36].

1.9.1.2 Tunelová ionizácia – TI

V prípade MPI sa predpokladá, že laserové pole nenarušuje väzbový potenciál atómov. To ale neplatí pre laserové intenzity približujúce sa k hodnote I_a , kedy kvôli sile laserového pola dochádza k narušeniu, resp. k pokriveniu Coulombického pola elektrónov. Tento jav popísal Keldysh [37] a Perelomov [38], ktorý zaviedol Keldyshov parameter γ v tvare

$$\gamma = \omega_L \sqrt{\frac{2E_{\text{ion}}}{I_L}}, \quad (1.12)$$

kde ω_L je laserová frekvencia. V prípade ak $\gamma > 1$ nastáva, tzv. multifotonová ionizácia a pokiaľ $\gamma < 1$ nastáva tunelová ionizácia.

Z analýzy TI pre Coulombovský potenciál modifikovaný stacionárnym homogénnym elektrickým poľom [39] vyplýva, že z pohľadu kvantovej mechaniky môže elektrón prejsť cez Coulombovu bariéru prostredníctvom kvantového tunelovania s konečnou pravdepodobnosťou. Táto možnosť začína dominovať už od intenzít o veľkosti $I_{TI} \cong 1,4 \cdot 10^{14} \text{ Wcm}^{-2}$ v prípade, ak uvažujeme o vodíku s $E_{ion} = 13,61 \text{ eV}$. Z teórie vyplýva, že sa jedná o rozšírenie klasického fotoelektrického javu pre veľké hodnoty intenzity laserového žiarenia, ktoré v okamihu prechodu cez plyn atómov dokáže vytvoriť plazmu.

Obecný vzťah, ktorý udáva intenzitu, pri ktorej môže s konečnou pravdepodobnosťou nastať TI je daný ako [31]

$$I_{app} \simeq 4 \cdot 10^9 \left(\frac{E_{ion}}{\text{eV}} \right)^4 Z^{-2} \text{ Wcm}^{-2}, \quad (1.13)$$

kde E_{ion} je ionizačná energia elektrónu alebo iónu s nábojom ($Z-1$).

1.9.2 Šírenie elektromagnetickej vlny plazmou

Ako sme už spomenuli vyššie, z kombinácie Maxwellových rovníc pre elektromagnetickú vlnu a nabitú časticu vo vákuu vyplýva rovnica šírenia elektromagnetickej vlny v plazme, ktorá vedie na jej disperznú reláciu v plazme s frekvenciou [40]

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2, \quad (1.14)$$

kde k je vlnový faktor, ω_p je plazmová frekvencia (1.9) a ω je vo všeobecnosti frekvencia elektromagnetickej vlny, pričom pre účely našej práce uvažujeme o frekvencii laserovej vlny. V závislosti od ω môžu nastať 3 situácie.

- $\omega > \omega_p$, laserová vlna je schopná šírenia naprieč plazmou. V takomto prípade sa plazma označuje ako *podkritická*. Zároveň $k \in \mathbb{R}$.
- $\omega < \omega_p$, laserová vlna nie je schopná šírenia naprieč celou plazmou, pretože je exponenciálne tlmená. Je schopná preniknúť len do konečnej hĺbky danej vzťahom $l = c/\omega_p$. V takomto prípade sa plazma označuje ako *nadkritická*. Zároveň $k \in \mathbb{C}$.
- $\omega \cong \omega_p$, laserová vlna je odrazená. Zároveň $k \cong 0$. V takomto prípade sa elektrónová hustota označuje ako *kritická* hustota, ktorú možno vyjadriť z (1.9) ako

$$n_{crit} = \frac{\varepsilon_0 m_e}{e^2} \omega^2 = 1.1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3} \left(\frac{\lambda}{1 \mu\text{m}} \right)^{-2}. \quad (1.15)$$

Platí zároveň aj to, že ióny pri vysokých frekvenciách nestíhajú reagovať kvôli svojej zotrvačnosti. Kritickú hustotu môžeme považovať za nástroj pri rozlišovaní medzi interakciami elektromagnetických vln a nadkritickéj či podkritickéj plazmy [31].

1.9.3 Ponderomotorická sila

Z teórie elektromagnetizmu vieme, že na nabitú časticu v elektromagnetickom poli pôsobí Lorentzova sila

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (1.16)$$

kde \vec{E} je intenzita elektrického pola, \vec{B} je intenzita magnetického pola, q je náboj častice a \vec{v} jej rýchlosť.

V dôsledku toho, že veľkosť intenzity laserového impulzu nie je v priestore vo všeobecnosti rovnomerná a postupne sa mení v čase, bude na elektróny v interakciách plazmy a lasera primárne pôsobiť aj nelineárna sila úmerná gradientu intenzity lasera, spôsobená práve nehomogénnym elektrickým polom nazývaná ako *ponderomotorická sila* [41]

$$\vec{F}_{\text{pon}} = -m_e c \nabla \langle \gamma \rangle = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \nabla \frac{\epsilon_0 \langle \vec{E}^2 \rangle}{2}, \quad (1.17)$$

kde $\langle \vec{E}^2 \rangle$ je priemerná veľkosť laserového elektrického pola a $\langle \gamma \rangle$ je relativistický faktor spriemerovaný cez rýchle oscilácie laserového pola. Ponderomotorická sila spôsobuje osciláciu elektrónov v smere \vec{E} . Rýchlosť elektrónov má rovnaký smer ako \vec{E} , zatiaľ čo ich orbity sú posunuté magnetickým polom \vec{B} . Magnetická časť Lorentzovej sily (1.16) tlačí elektróny do smeru vlnového vektora \vec{k} .

V prípade, že sa amplitúda elektromagnetickej vlny mení, potom dochádza k akumulácii elektrónov v oblastiach s nízkou amplitúdou. Výsledkom tohto nahromadenia je vznik elektrického pola \vec{E}_s a teda výsledná sila, ktorá pôsobí na elektróny je

$$\vec{F}_e = -e\vec{E}_s + \vec{F}_p. \quad (1.18)$$

Výsledkom je, že sila \vec{F}_p vytláča plazmu z oblastí s vysokou intenzitou laserového pola a teda gradient hustoty vyvoláva gradient tlaku. Ponderomotorická sila taktiež pôsobí na ióny ale v menšej miere než na elektróny, práve kvôli ich väčšej hmotnosti.

Kapitola 2

Laserové urýchľovanie v plazme

Plazma v plazmovom urýchľovači funguje ako transformátor energie, kde sa energia prenáša z budiča, ako je napríklad ultrakrátky pulzný laser alebo nabitý zväzok s vysokou energiou, na urýchľované častice. Použitím tohto spôsobu urýchľovania možno dosiahnuť plazmové zrýchlenie s gradientom zrýchlenia 1 GeV/cm. V tejto kapitole je zosumarizovaných niekoľko metód laserového urýchľovania elektrónov v podkritickej plazme, ktoré sa delia na základe použitého druhu či vlastností nosiča. Zameriame sa hlavne na základný princíp urýchľovania brázdovou vlnou (laser wakefield acceleration - LWFA). V rámci lepšieho porozumenia sa budeme odkazovať na metódy laserového urýchľovania elektrónov v ich skratkovom anglickom označení.

2.1 Metódy urýchľovania elektrónov laserom

2.1.1 Urýchľovanie záznejovou vlnou

Princíp urýchľovania záznejovou vlnou (plasma beat wave acceleration - PBWA) spočíva v použití dvoch dlhých laserových impulzov s frekvenciami ω_1 a ω_2 , ktoré rezonančne excitujú tzv. záznejovú vlnu (angl. beatwave). To je možné ak tieto frekvencie spĺňajú podmienku rezonancie $\Delta\omega \equiv \omega_1 - \omega_2 \simeq \omega_p$. V takom prípade dochádza ku generovaniu plazmových vln s veľkou amplitúdou [16]. Aplikáciu PBWA metódy prvýkrát navrhli Tajima and Dawson v roku 1979 [1] ako alternatívu k LWFA, keďže v tom období ešte nebol známy spôsob produkcie ultrakrátkych laserových impulzov, ako napríklad metóda CPA 1.7.2. [42].

2.1.2 Urýchľovanie vláčikom krátkych laserových impulzov

Hlavným problémom metódy PBWA spočíva v tom, že plazmová vlna sa nakoniec rozfázuje so záznejovou vlnou, resp. dochádza k narušeniu podmienky rezonancie, a preto je maximálna amplitúda plazmovej vlny vo výsledku limitovaná. Tento problém je odstránený, ak na urýchľovanie použijeme vláčik rovnako širokých a v priestore rovnomerne separovaných laserových impulzov [43], [44].

Optimalizáciou šírky impulzov a medzipulzových rozstupov je možné nielen zachovať rezonanciu s plazmovou vlnou či maximalizovať jej amplitúdu, ale aj eliminovať saturáciu plazmovej vlny rezonančným rozladením [45].

2.1.3 Urýchľovanie automodulovanej brázdovej vlny

Metóda urýchľovania automodulovanej brázdovej vlny (self-modulated laser wakefield acceleration - SM-LWFA) využíva na generovanie brázdovej vlny s veľkou amplitúdou len jeden dlhý laserový impulz, ktorý sa za vhodných podmienok môže rozložiť na zväzok kratších impulzov [46]. Samotný proces rozdelenia sa označuje práve ako „automodulácia“ (self-modulation). To je možné v prípade, ak výkon impulzu je väčší ako výkon potrebný na samotné optické nasmerovanie prvotného dlhého laserového impulzu a zároveň je dĺžka impulzu dlhá v porovnaní s vlnovou dĺžkou plazmy [16].

Výhodou metódy SM-LWFA oproti LWFA je napríklad väčšie urýchľovanie, ktoré je dosiahnuté vďaka tomu, že SM-LWFA pracuje pri vyššej hustote a tým sa generujú väčšie brázdové vlny. Na druhej strane, pri vyšších hustotách klesá grupová rýchlosť laserového impulzu, čo môže obmedzovať dráhu urýchľovania. Iné nestability či vlastnosti metódy SM-LWFA boli detailne analyzované v [47], [48], či [49].

2.2 Urýchľovanie brázdovou vlnou

LWFA metóda sa v súčasnej dobe považuje za pravdepodobne najpopulárnejšiu metódou pre laserové urýchľovanie elektrónov v plazme, kvôli značným výhodám oproti ostatným spomínaným metódam. SM-LWFA metóda sa spolieha na nestability systému a PBWA je na nich náchylná, ako aj na degradáciu fázovej rýchlosti brázdovej vlny, čo bolo potvrdené v simuláciách [50].

Prvotný koncept plazmového urýchľovača poháňaného jedným ultrakrátkym intenzívnym laserovým impulzom bol navrhnutý už pred viac ako štyrmi desaťročiami fyzikmi Tajima a Dawson [1]. Základný princíp spočíva v aplikácii ultrakrátkeho, intenzívneho laserového impulzu do podkritickej plazmy. Toto elektromagnetické žiarenie interaguje s elektrónmi nelineárnym spôsobom výsledkom čoho je vznik ponderomotorickej sily (1.17). Ponderomotorická sila následne v radiálnom aj v axiálnom smere separuje plazmové elektróny a ióny, ktoré, ako sme už spomenuli, sú príliš hmotné na to, aby sa významne pohybovali vplyvom ponderomotorickej sily [51]. Predpokladá sa preto, že sú stacionárne v porovnaní s elektrónmi. Vznikajú tak oblasti s nižšou koncentráciou elektrónov spolu s elektrickým poľom s fázovou rýchlosťou približne rovnou rýchlosti svetla. Odpudené elektróny sú však v okamihu priťahované naspäť k iónom vplyvom Coulombovskej sily a následne opäť odpudzované ponderomotorickou silou, čím sa vytvára ďalšia oblasť s nižšou koncentráciou elektrónov. Tieto hustotné modulácie vedú k vzniku pozdĺžnych elektrických polí medzi oblasťami s vyššou a nižšou hustotou elektrónov [52].

Výsledkom pôsobenia ponderomotorickej sily a pohybov elektrónov v plazme s frekvenciou ω_p je vznik brázdovej vlny (wakefield). Vlnová dĺžka plazmy je tak daná vzťahom [53]

$$\lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p}. \quad (2.1)$$

Fázová rýchlosť brázdovej vlny sa zhoduje s grupovou rýchlosťou laserového impulzu. Elektróny zachytené brázdovou vlnou zostávajú na určitú dobu vo fáze s touto vlnou a je možné ich efektívne urýchliť na ultrarelativistické energie. Následným vstrekovaním elektrónov na vzniknutú brázdovú vlnu sa za vhodných podmienok môžu aj tieto elektróny urýchliť.

Vo všeobecnosti LWFA funguje v jednom z dvoch režimov, ktorých princíp popíšeme v nasledujúcich podkapitolách.

2.2.1 Lineárny režim

V lineárnom režime, charakterizovanom $a_0^2 \ll 1$ [54], je hustota modulácie malá, pričom brázdová vlna má približný tvar sínusoidy. Vďaka tomu poskytuje šíriaca sa brázdová vlna približne rovnaké veľkosti fázy na urýchľovanie v rámci každej periódy. V tomto režime musí byť budiaci laserový impulz vedený po celej dĺžke akcelerátora externým vlnovodom.

Matematický opis brázdovej vlny v 3D lineárnom režime vychádza z rovnice kontinuity, Poissonovej rovnice a pohybovej rovnice pre hybnosť kvapaliny. Jej elektrické pole je opísané práve cez sínus vzťahom

$$E_x = E \sin[\omega_p(x/v_p - t)], \quad (2.2)$$

kde x označuje smer šírenia vlny a $v_p \approx c$. Taktiež platí, že $E \ll E_0$ [16], kde

$$E_0 = E_L = \frac{\omega_p m_e c}{e}, \quad (2.3)$$

je pozdĺžne elektrické pole zodpovedné za urýchľovanie.

Ak predpokladáme axiálnu symetriu laserového impulzu, potom brázdová vlna postupuje plazmou najefektívnejšie, pokiaľ dĺžka laserového impulzu L rádovo odpovedá vlnovej dĺžke plazmy λ_p , t.j. $L \lesssim \lambda_p$. Zároveň, dĺžka impulzu L závisí na tvare jeho axiálneho profilu. Pre gaussovský laserový impulz dosahuje elektrické pole brázdovej vlny [54]

$$E_{\max} = 0,76a_0^2 E_0, \quad (2.4)$$

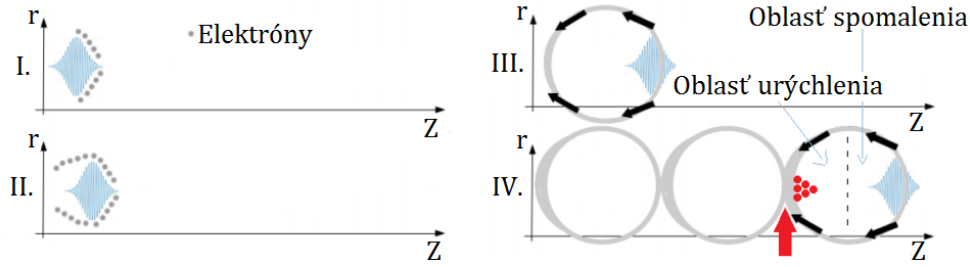
maximum pre $k_p L = 1$, kde $k_p = \omega_p/c$ je plazmový vlnový faktor (1.14).

Urýchľovacie a zaoštrovacie polia v tomto slabo relativistickom režime dosahujú gradienty niekoľkých $\text{GeV} \cdot \text{m}^{-1}$ pre $a_0 = 0,1$ a ďalej narastajú so zvyšujúcou sa intenzitou laserového impulzu. V roku 2019 boli pre 200 mm dlhé plazmové kanály metódou LWFA urýchlené elektróny s energiou 7,8 GeV [55]. Ukazuje sa ale, že pre $a_0 \rightarrow 1$ nie je možné brázdovú vlnu analyticky opísať pomocou lineárneho poruchového rozvoja. LWFA v takom prípade pracuje v nelineárnom režime, v tzv. bublinovom režime.

2.2.2 Nelineárny (bublinový) režim

Pri dostatočne vysokej intenzite budiaceho laserového impulzu $a_0 \gg 1$, s dĺžkou odpovedajúcou približne $\lambda_p/2$, sú všetky plazmové elektróny vypudené z oblasti okolo osi šírenia impulzu [16]. Práve kvôli tomu, že laserový impulz zanecháva za sebou takúto bublinu bez elektrónov sa konkrétny režim často označuje ako bublinový (alebo blow-out) režim (2.1). Inými slovami, kladný náboj z iónov v oblasti separácie náboja vytvára obrovský gradient medzi zadnou časťou brázdovej vlny, kde je veľa elektrónov, a jej stredom, kde sú vo väčšej miere ióny.

Okrem toho, že v dôsledku silnejšej modulácie hustoty elektrónov pracuje bublinový režim s vyšším gradientom zrýchlenia, je aj štruktúra vzniknutých elektrických polí v bubline plazmy lepšie prispôsobená na urýchľovanie elektrónov. Experimentálne bol tento režim od prvého uskutočneného pozorovania rozsiahlo študovaný [56].



Obr. 2.1: Časový vývoj brázdovej vlny v plazme iniciovaný laserovým impulzom spolu s tvorbou bublín. Z je smer šírenia, zatiaľ čo r predstavuje radiálny smer. Červená šípka ukazuje miesto cieleného vstrekovania elektrónov pre najefektívnejšie urýchlenie [57].

Tieto osobité charakteristiky bublinového režimu, ako je vznik kladne nabitej iónovej bubliny obklopenou tenkým pláštom elektrónov, umožnili vznik zjednodušených analytických modelov, z ktorých vyplýva tvar potenciálu vzniknutej brázdovej vlny (a teda aj tvar pozdĺžnych urýchľovacích, či zaostrovacích elektrických polí). Jeden z používaných zjednodušených 3D modelov, ktoré dobre opisujú urýchľovanie v bubline, predpokladá, že optimálne generovaná bublina za brázdovou vlnou má tvar rovnomerne nabitej iónovej gule s polomerom

$$r_b = \frac{2\sqrt{a_0}}{k_p}. \quad (2.5)$$

Zároveň platí, že priečne zaostrovacie pole sa lineárne zväčšuje s polomerom, čo vedie k zachovaniu normalizovanej emitancii zväzku [16].

Bublinový režim môže byť popísaný aj pomocou iných parametrov čo sa odzrkadlí na výslednom tvare bubliny [50], [58]. Samotný tvar je ovplyvnený aj budiacim laserovým impulzom. Napríklad pre lineárne polarizovaný štvorcový impulz je maximálna hodnota elektrického poľa daná vzťahom [59]

$$E_{\max} = E_0 \frac{a_0^2/2}{\sqrt{1 + a_0^2/2}}. \quad (2.6)$$

Jednou z priaznivých vlastností bublinového režimu je, že vzniknuté priečne pole pri vstreknutí externých elektrónov udržiava celú bublinu zaostrenú. Toto však neplatí pre externe vstreknuté pozitrony, kedy nastáva presný opak a bublina sa rozostreje. Pozitrony je možné sústrediť len na úplný koniec bubliny, kde je pôsobenie pozdĺžneho elektrického poľa najsilnejšie. Urýchľovanie pozitronov v tomto režime môže byť preto veľmi náročné [60].

2.3 Všeobecné limity LWFA

Existuje niekoľko fyzikálnych procesov vychádzajúcich z povahy laserových impulzov a ich interakciou s plazmou, ktoré môžu obmedziť dĺžku urýchľovania a tým aj výslednú energiu urýchľovaných častíc. V nasledujúcich podkapitolách stručne popíšeme niektoré z týchto procesov.

2.3.1 Vzďialenosť rozfázovania (Dephasing length)

Ako sme už naznačili vyššie, v LWFA je grupová rýchlosť laserového impulzu v_g (a teda aj fázová rýchlosť brázdovej vlny v_p) blízka rýchlosti svetla. Avšak rýchlosť zväzku relativistických elektrónov v_e v urýchľovacej oblasti brázdovej vlny sa po určitom čase asymptoticky priblíži k rýchlosti svetla. Zároveň sme ale spomenuli, že v_p je konštantná pozdĺž urýchľovania. To ale znamená, že zväzok elektrónov sa po určitom čase dostane do spomaľovacieho poľa brázdovej vlny (2.1), dôjde tak k jeho rozfázovaniu a tým začne spomaľovať. Toto efektívne obmedzuje maximálnu dosiahnuteľnú energiu urýchlených častíc. Vzďialenosť, na ktorej je možné elektróny urýchliť sa nazýva vzďialenosť rozfázovania [16], [61].

Na prekonanie tohto limitujúceho procesu bolo navrhnutých niekoľko riešení tak, aby urýchľovací zväzok sa nedostával do oblasti spomalenia. Tieto riešenia zahŕňujú napríklad použitie externého priečného magnetického poľa [62].

2.3.2 Vzďialenosť vyčerpania (Depletion length)

V rámci urýchľovacieho procesu prevádza laserový impulz svoju energiu na brázdovú vlnu a tým aj na urýchľovaný zväzok, až kým nedôjde k vyčerpaniu a proces urýchľovania sa ukončí. Dĺžka odpovedajúca procesu, pri ktorom laserový impulz prevedie polovicu svojej energie na vytvorenie brázdovej vlny, sa nazýva dĺžka vyčerpania. Pre efektívne urýchľovanie by sa vzďialenosť vyčerpania mala rovnať vzďialenosti rozfázovania [63].

2.4 Metódy vstrekovania urýchľovaných elektrónov

Na to, aby mohli byť elektróny urýchlené, musia byť vstreknuté do brázdovej vlny. Existujú dva spôsoby vstrekovania elektrónov a to samovstrekovanie a cieleňé vstrekovanie.

K samovstrekovaniu dochádza prostredníctvom takzvaného procesu lámania vlny (wave breaking) [64], kedy niekoľko plazmových elektrónov predbehne brázdovú vlnu a uviazne v oblasti urýchľovacieho poľa. Iba takéto elektróny potom postupujú plazmou spolu s brázdovou vlnou a môžu byť urýchlené [65]. Medzi nevýhody samovstrekovania patrí jej namáhavé kontrolovanie [66]. Zároveň, kontinuálne samovstrekovanie môže viesť k samotnému zrúteniu brázdovej vlny, čo viedlo k výskumu cieleňých metód vstrekovania.

Cieleným vstrekaním sa vkladajú elektróny z plazmového pozadia do bublín brázdovej vlny. Ako sme už naznačili vyššie, metódy vstrekovania urýchľovaných elektrónov do značnej miery určujú celkovú kvalitu zväzku v brázdovej vlne. Hlavným cieľom je dosiahnuť čo najmenšiu emitanciu zväzku a čo najväčší náboj, avšak požiadavky na vlastnosti elektrónového zväzku vo všeobecnosti závisia od konkrétnej aplikácie. To sa docieli tým, že sa častice vstrekujú s dostatočnou počiatočnou hybnosťou do vhodnej časti brázdovej vlny. Toto môže byť však experimentálne náročné [67], [68].

Mnohé metódy vstrekovania boli v minulosti skúmané a sú študované dodnes, ako napríklad:

- **Ionizačné vstrekovanie** – Ionizačné vstrekovanie (ionization injection) využíva zmes plynov s nižším a vyšším protónovým číslom, pričom do urýchľovacej časti brázdovej vlny sa vstrekujú elektróny z vnútorných energetických hladín plynu s vyšším protónovým číslom [69].
- **Optické vstrekovanie** – Optické vstrekovanie (optical injection) Využíva dodatočné laserové impulzy, ktoré interakciou vyvolajú injekciu elektrónov do brázdovej vlny hlavného impulzu. Vedľajšie laserové impulzy pritom môžu byť v rovnakom smere s hlavným impulzom. Taktiež môžu byť aj na seba kolmé, pričom už boli experimentálne uskutočnené aj iné uhlové konfigurácie [70].

Kapitola 3

Diagnostické metódy brázdovej vlny

Výsledky nedávnych experimentov ukazujú, že v procese urýchľovania brázdovou vlnou môžu elektróny „surfovať“ na elektrických poliach presahujúcich 100 GeV/m, ktoré sa vytvárajú v štruktúrach plazmy. Znalosť o vývoji týchto štruktúr brázdových vln je kľúčovou súčasťou všetkých plazmových urýchľovačov poháňaných laserovým impulzom. Napríklad v bublinovom režime môže expanzia či kontrakcia bubliny iniciovať, či ukončiť proces vstrekovania okolitých plazmových elektrónov do štruktúry urýchľovača. Podrobné poznatky o takomto vývoji sú však v súčasnosti k dispozícii hlavne z komplexných počítačových simulácií založených na odhadovaných počiatočných podmienkach. K tomu, aby bolo možné navrhnúť čo najefektívnejšiu metódu diagnostiky brázdovej vlny je nutné sa oboznámiť z niekoľkými súčasnými diagnostickými metódami. V rámci našej práce budeme v nasledujúcich podkapitolách uvažovať len o optických diagnostických metódach. Existujú taktiež aj neoptické metódy diagnostiky, ktoré sú založené na sondovaní brázdovej vlny pomocou ultrakrátkeho, vysoko intenzívneho elektrického zväzku [71], [72]. Kvôli lepšiemu porozumeniu sa budeme na spomínané optické metódy diagnostiky ďalej odkazovať cez ich anglické skratky.

3.1 Interferometria vo frekvenčnej doméne

Cielom interferometrie vo frekvenčnej doméne (frequency domain interferometry - FDI) je meranie vzniknutého fázového posunu sondovacieho laserového impulzu, pohybujúceho sa v smere šírenia brázdovej vlny na základe referenčného impulzu. Zatiaľ čo budiaci vysoko intenzívny, ultrakrátky laserový impulz ionizuje plyn a následne vytvára brázdovú vlnu, ďalšie dve krátke laserové impulzy (referenčný a sondovacia impulz) sú sústredené do rovnakej osi ako brázdová vlna. Pri vzájomnom šírení spolu s brázdovou vlnou, charakterizovanou elektrónovou hustotou $n_e(z, t)$, vzniká optický fázový posun $\Delta\phi$ sondovacieho impulzu úmerný $n_e(z, t)$, zatiaľ čo referenčný impulz pri interakcii s brázdovou vlnou zostane nezmenený. Následne je relatívny fázový posun sondovacieho impulzu odmeraný pomocou FDI metódy.

FDI metóda je založená na časovej rekombinácii sondovacích a referenčných impulzov v spektrometri. V danom časovom úseku dochádza k vzniku systému s čiarami vo frekvenčnej doméne, pričom pozícia takýchto čiar závisí práve na relatívnej fáze medzi dvoma impulzmi [73]. Fázový rozdiel $\Delta\phi$ možno získať priamo zo

spektrálneho výkonu $E(\omega)$ zaznamenaného CCD snímačom, či diode-array detektorom. Aplikovaním inverznej Fourierovej transformácie na $E(\omega)$ možno následne získať zo spektrálnej domény potrebné informácie o fáze, t.j. $\mathcal{F}^{-1}[E(\omega)] = E(t)$ [74].

Pri tejto diagnostickej metóde sa predpokladá, že grupová rýchlosť sondovacieho impulzu je identická fázovej rýchlosti brázdovej vlny ($v_g^{\text{sonda}} = v_p$). Predpokladajme zjednodušený prípad, kedy brázdová vlna má periodický charakter v tvare

$$n_e(z, t) = \delta n_e(z) \sin(k_p(z - v_p t)) + n_{e_0}, \quad (3.1)$$

kde δn_e je porucha vzniknutá v homogénnej plazme s hustotou n_{e_0} . Maximálna fáza nameraná z interferogramu vo frekvenčnej doméne je daná integrálom fázového posunu sondovacieho impulzu po interakcii s brázdovou vlnou, resp. po prechode interakčnej oblasti [74]

$$\Delta\phi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{\lambda_0} (\eta_{\text{sonda}}(z) - \eta_{\text{ref}}(z)) dz, \quad (3.2)$$

kde λ_0 je vlnová dĺžka referenčného a sondovacieho impulzu. Index lomu plazmy pre sondovací impulz daný amplitúdou brázdovej vlny $\delta n_e(z)$ má tvar $\eta_{\text{sonda}}(z) = \sqrt{1 - (\delta n_e(z) + n_{e_0})/n_{\text{crit}}}$ a index lomu plazmy pre referenčný impulz daný okolitou nenarušenou plazmou n_{e_0} má tvar $\eta_{\text{ref}}(z) = \sqrt{1 - n_{e_0}/n_{\text{crit}}}$, pričom n_{crit} je kritická hustota odpovedajúca jednotlivým impulzom.

Postupnou aplikáciou sondovacích impulzov pozdĺž celej periódy brázdovej vlny s použitím modulu časového oneskorenia je možné zrekonštruovať oscilácie brázdovej vlny s amplitúdou danou vzťahom (3.2) a vlnovou dĺžkou identickou s $\lambda_p = \frac{2\pi}{k_p}$.

Takýto popis fázového posunu sondovacieho impulzu avšak zanedbáva vplyv vzniknutého frekvenčného posunu a taktiež závislosť grupovej rýchlosti sondovacieho impulzu na hustote okolitej plazmy [75]. Odhliadnuc od týchto značne limitujúcich nedostatkov, FDI metóda poskytuje relatívne vysokú senzitivitu aj pri malých poruchách/narušeníach v hustote plazmy. To je vďaka tomu, že pri tejto metóde je signál ukrytý v pásikoch/čiarach frekvenčnej domény, pričom využíva detekciu na základe relatívnej fázovej zmeny čím minimalizuje problémy spojené s blúdivým svetlom alebo samotnými defektmi detektora [74].

3.2 Fotónová akcelerácia

Fotónová akcelerácia (photon acceleration diagnostic - PAD) bola prvýkrát predstavená Wilksom a kol. [76] na opis frekvenčného posunu, ktorý nastáva v sondovacom impulze pri interakcii s relativistickou elektrónovou brázdovou vlnou.

Predpokladajme, že brázdová vlna je opísaná ako

$$\delta n_e = \delta n_{e_0} \sin(k_p \xi), \quad (3.3)$$

kde $\xi = z - v_p t$. Zároveň uvažujeme o sondovacom impulze dĺžky $L_z \ll \frac{2\pi}{k_p} = \lambda_p$ s nízkou intenzitou, ktorý je centrován okolo $\xi = 0$. Z týchto predpokladov vyplýva, že lokálna hustota plazmy bude na začiatku laserového impulzu menšia ako na jeho konci. To implikuje na fakt, že fázová rýchlosť laserového impulzu je na jeho začiatku menšia ako na jeho konci, pretože fázová rýchlosť laserového impulzu je úmerná hustote plazmy. V dôsledku toho sa fázové maximá pohybujú rýchlejšie na konci

impulzu čo znamená, že frekvencia sa zvyšuje a vlnová dĺžka znižuje. Pre malé frekvenčné posuny a platnosti $v_g^{\text{sonda}} = v_p$ (t.j. laserový impulz je vo fáze s brázdovou vlnou) je frekvenčný posun daný vzťahom [77]

$$\Delta\omega \simeq \frac{\omega_p^2 \delta n_{e0}}{2\omega_0 n_{e0}} \Delta z k_p \cos(k_p \xi), \quad (3.4)$$

kde ω_p je frekvencia okolitej plazmy, Δz je dĺžka šírenia a ω_0 je frekvencia laserového impulzu.

Podobne ako pri FDI metóde je aj v tomto prípade možné postupným umiestňovaním sondovacieho impulzu na rôzne pozície plazmovej oscilácie ξ a s použitím rovnice vyššie zmapovať brázdovú vlnu. Z tvaru rovnice (3.4) vyplýva, že nadobúda platnosti len pre malé frekvenčné posuny, t.j. $\Delta\omega \ll \omega_0$. Takéto obmedzenie ale zatiaľ neovplyvňuje súčasné experimenty. V budúcnosti však, pri zväčšovaní vzdialeností šírenia, resp. urýchľovania a zároveň zväčšovaní amplitúd brázdových vln, už nemusí byť táto diagnostická metóda postačujúca, keďže frekvenčný posun by mohol byť v rovnakých rádoch ako samotná frekvencia laserového impulzu.

Na základe spomínaného limitujúceho faktora je nutné použiť inú metódu riešenia, ktorou je Hamiltonova formulácia fotónov [78] s využitím, tzv. Ray-tracing (RT) rovníc a následnou aplikáciou týchto výsledkov v RT simuláciách [74]. Vo všeobecnosti je riešenie RT rovníc možné získať len numericky, avšak pre niektoré prípady narušenia elektrónovej hustoty v plazme existujú aj analytické riešenia [79], ktoré sa zhodujú s výsledkami súčasných experimentov [80].

V dôsledku zavedenia RT formalizmu pre popis diagnostickej metódy založenej na frekvenčnej zmene, už nie je nutné naďalej predpokladať rovnosť $v_g^{\text{sonda}} = v_p$ a obmedzenie $\Delta\omega \ll \omega_0$. Vďaka tomu sa PAD považuje za nádejnú metódu pri diagnostike brázdových vln, ktorej podstata spočíva v meraní frekvenčných posunov sondovacieho impulzu s nízkou intenzitou.

3.3 Holografia vo frekvenčnej doméne

Predchádzajúce metódy diagnostiky brázdových vln, ktoré sme spomenuli vyššie, sú založené na vysielaní len jedného femtosekundového sondovacieho impulzu na meranie lokálnej elektrónovej hustoty, resp. brázdovej vlny $n_e(r, \xi)$ s daným časovým oneskorením ξ oproti budiacemu impulzu. Na zmapovanie celej brázdovej vlny je nutné uskutočniť niekoľko takýchto „single-shot“ meraní, pri ktorých sa časové oneskorenie líši. Takýto postup, ktorý je značne založený na priemerovaní variácii T pre jednotlivé výboje, neposkytuje rýchlu a presnú spätnú väzbu, na základe ktorej by sa mohli optimalizovať voľné parametre experimentu [81].

Metóda navrhnutá na mapovanie štruktúr ako celku, ktoré sa pohybujú rýchlosťou blízkou rýchlosti svetla, sa označuje ako holografia vo frekvenčnej doméne (frequency domain holography - FDH). Jej podstata spočíva v použití dlhého a širokého sondovacieho impulzu, ktorý naraz ožiari značnú časť brázdovej vlny $n_e(r, \xi)$. Následná interferencia s rovnako dlhým referenčným impulzom ukrýva informáciu o fáze brázdovej vlny. V konečnom dôsledku je možné podľa tejto informácie zrekonštruovať brázdovú vlnu [82].

Základný princíp FDH metódy spočíva v použití frekvenčne rozvinutého, t.j. dlhého sondovacieho impulzu, ktorý sa kolineárne šíri spolu s brázdovou vlnou (podliehajú rovnakej optickej sústave) s rýchlosťou blízkou rýchlosti svetla. Sondovací

impulz počas šírenia nadobúda časovo a frekvenčne závislý fázový posun. Interferencia referenčného impulzu, ktorý je rovnako frekvenčne rozvinutý so sondovacím impulzom s posunutou fázou v detekčnej rovine zobrazovacieho spektrometra sa zaznamenáva ako čiary vo frekvenčnej doméne. Zároveň je zaznamenaná aj priečne priestorová interferencia týchto impulzov v štrbine spektrometra, čo predstavuje jednodimenzionálny výstup. Kompletný dvojdimenzionálny „hologram“ frekvenčnej domény tak ukrýva variácie pozdĺžnej fázy pozdĺž osi vlnovej dĺžky, ako aj priečne priestorové variácie fázy pozdĺž ortogonálnej (štrbinovej) osi. Fourierovou transformáciou je následne možné získať fázový posun sondovacieho impulzu v čase [83]

$$\Delta\phi_{\text{sonda}}(r, \xi) = \frac{2\pi}{\lambda_p} \int_0^L [1 - \eta(r, \xi, z)] dz, \quad (3.5)$$

kde $\eta(r, \xi, z) = [1 - \omega_p^2(r, \xi, z)/\omega_{\text{sonda}}^2]^{1/2}$ je index lomu plazmy, z je vzdialenosť, ktorú sondovací impulz prešiel v plazme o dĺžke L . Pre lineárnu brázdovú vlnu, ktorej vývoj za prejdenú drahú je zanedbateľný, je $\Delta\phi_{\text{sonda}}$ priamo úmerný lokálnej plazmovej hustote, t.j. brázdovej vlne $n_e(r, \xi)$. Zároveň platí, že brázdová vlna nelineárneho bublinového režimu pri $n_e > 10^{19} \text{cm}^{-3}$ mení refrakciu profil amplitúdy sondovacieho impulzu $|E_{\text{sonda}}(r, \xi)|$ do tvaru, tzv. optickej strely (optical bullet) a kvôli kolineárnej geometrii je nutné započítať do merania aj spriemerované pozdĺžne (z - závislé) variácie [84]. Pri týchto hodnotách n_e sa objavujú aj iné faktory, ktoré robia túto metódu diagnostiky nedostačujúcou a vo výsledku sa už získané hodnoty $\Delta\phi_{\text{sonda}}(r, \xi)$ nejavia byť v súvislosti s $n_e(r, \xi)$ [85]. Je teda nutné použitie inej, vhodnejšej metódy diagnostiky.

3.4 Tieňografia

Vo všeobecnosti dáva tieňografia (frequency domain shadowgraphy – FDS) dôraz na rozdiel indexu lomu na rozhraní medzi skúmaním objektom – brázdovou vlnou a jeho okolím - plazmou. Pri spätnom osvetlení žiarenie, ktoré neinteraguje s objektom, vytvára jasné pozadie, zatiaľ čo žiarenie interagujúce s objektom sa láme na rozhraní a je rozptýlené. Rozhranie sa preto javí ako tmavé. Dôsledkom toho je, že tieňové snímky pozostávajú z jasného pozadia a tmavších oblastí v miestach s rôznymi indexmi lomu [86]. Na následné zachytávanie vytvorených snímok sa najčastejšie používa CCD kamera [87].

Výsledky nedávnych experimentov [88],[89] poukazujú na prítomnosť kvazi-monoenergetických elektrónových spektier pri hodnotách lokálnej plazmovej hustoty $n_e > 10^{19} \text{cm}^{-3}$, čo naznačuje tvorbu plazmových bublín. Vizualizácia týchto plazmových bublín je potrebná pri korelácii s urýchľovanými elektrónmi. Ako sme už ale naznačili v podkapitole 3.3, FDH metóda nie je pre takéto hodnoty n_e vhodná hlavne kvôli tomu, že $\Delta\phi_{\text{sonda}}(r, \xi)$ už spoľahlivo nesúvisí s $n_e(r, \xi)$. Práve kvôli tomuto je vhodnejšia práve FDS metóda, ktorá používa $|E_{\text{sonda}}(r, \xi)|$ na získanie informácií o štruktúre brázdovej vlny a vytvorených bublín. Výhodou je, že fáza $\Delta\phi_{\text{sonda}}(r, \xi)$ a amplitúda $|E_{\text{sonda}}(r, \xi)|$ sa získavajú pri výpočtoch spoločne a teda pre $|E_{\text{sonda}}(r, \xi)|$ nie sú potrebné navyše kroky pri analýze dát. Zároveň platí, že amplitúda poskytuje spoľahlivejšie a presnejšie informácie o pozorovaných štruktúrach v plazme v rámci uvažovaného režimu.

Dôvodom je, že nevyžaduje žiadny proces rozbalenia fázy, či medzikrok pre získanie fázového posunu, tzv. kmitočtovo rozmetaného (chirped) sondovacieho impulzu $\Delta\phi_{\text{sonda}}^{\text{chirp}}(r, \xi)$, ktorý bol zdrojom odchýlok a šumu v pozadí pri získavaní $\Delta\phi_{\text{sonda}}(r, \xi)$ [85].

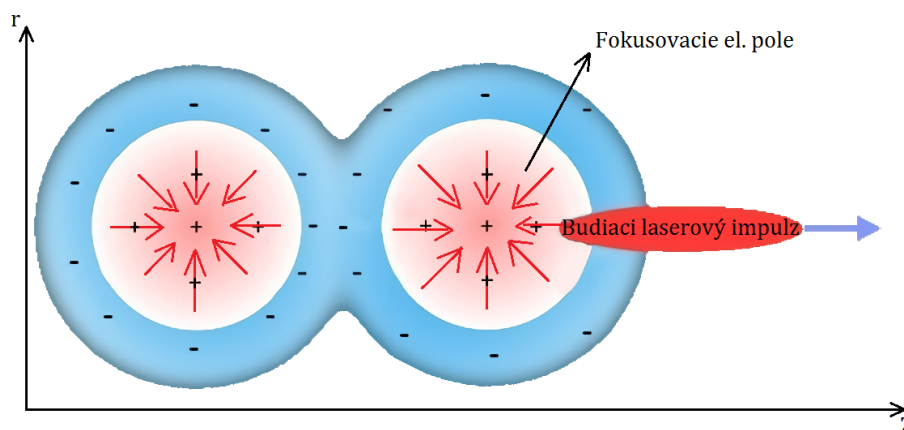
Vo všeobecnosti môžu byť výsledky tieňografie analyzované prostredníctvom geometrickej optiky a formulované ako inverzný problém: pre daný tieňografický snímok je možné stanoviť gradienty indexov lomu [90]. Pri ultrarýchlej tieňografii (pod 10-fs) laserom vytvorených brázdových vln to nie je ale tak priamočiare. Dôvodom je, že vplyvy pozdĺžneho pohybu brázdových vln pri prechode sondovacieho impulzu, či prítomnosť silného magnetického poľa, ako aj relativistické účinky nie sú zanedbateľné a je nutné ich zohľadniť [91].

Ultrarýchla tieňografia poskytuje celkový prehľad o štruktúre brázdovej vlny urýchľujúca elektróny prostredníctvom vychýlenia sondovacieho impulzu, ktoré závisí od hustoty $n_e(r, \xi)$. Základný princíp spočíva v tom, že lúče sondovacieho impulzu sú vychyľované pri prechode brázdovou vlnou v závislosti od gradientu elektrónovej hustoty. To vedie k modulácií intenzity, resp amplitúdy sondovacieho impulzu v centrálnej rovine brázdovej vlny. Snímanie tejto roviny pomocou kamery s vysokým rozlíšením, t.j. s malou hĺbkou ostrosti následne zachytáva modulácie prostredníctvom tieňografu brázdovej vlny. Tieto modulácie nie sú spriemerované, pretože dĺžka sondovacieho impulzu je kratšia ako polovica periódy plazmy, hĺbka ostrosti je malá v porovnaní s priečnou veľkosťou brázdovej vlny a priestorové rozlíšenie je omnoho väčšie než vlnová dĺžka plazmy. Experimentálne výsledky ukazujú, že hĺbka modulácie je úmerná amplitúde nelineárnej brázdovej vlny [92],[85].

Kapitola 4

Návrh diagnostiky brázdovej vlny

K tom, aby sme mohli zvoliť čo najefektívnejšiu metódu diagnostiky brázdovej vlny, nám pomôžu poznatky v predchádzajúcej kapitole 3. Je nutné však na začiatok rozhodnúť, o akom režime urýchľovania brázdovou vlnou budeme uvažovať. Z dostupných informácií z kapitoly 2 je najvhodnejšie uvažovať práve o bublinovom režime LWFA 2.2.2, pretože sa v tomto režime zachováva emitancia vďaka tomu, že fokusovacie polia sú lineárne funkcie polomeru. Tieto polia smerujú do stredu bubliny, čím umožňujú stabilnejší záchyt elektrónového zväzku (Obr. 4.1).



Obr. 4.1: Príkladné znázornenie fokusovacieho poľa (červené šípky) v štruktúre nelineárnej brázdovej vlny v jej pozdĺžnom reze.

Ďalšou značnou výhodou bublinového režimu je jeho schopnosť dosiahnuť plazmové zrýchlenie s gradientom zrýchlenia 1 GeV/cm pri $n_e > 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, čo predchádza možnosti súčasných kruhových urýchľovačov. Z toho dôvodu urýchľovanie brázdovou vlnou práve v bublinovom režime môže poskytnúť nové možnosti pri štúdií relativistických častíc. V porovnaní s lineárnym režimom LWFA, v ktorom sú hustoty modulácie relatívne malé (na rozdiel od bublinového režimu), môžu vo výsledku viesť k horšej rozlišovacej schopnosti brázdovej vlny, respektíve k užšej voľbe metódy diagnostiky.

Na základe vyššie uvedených argumentov tak uvažujeme o bublinovom režime LWFA. Zo všetkých zmienovaných metód diagnostiky brázdovej vlny v kapitole 3, práve tieňografia 3.4, pri použití bublinového režimu, predstavuje najefektívnejšiu metódu získavania informácií o štruktúre brázdovej vlny. Je to kvôli tomu, že ostatné spomenuté metódy pracujú s fázovým posunom sondovacieho impulzu $\Delta\phi_{\text{sonda}}(r, \xi)$,

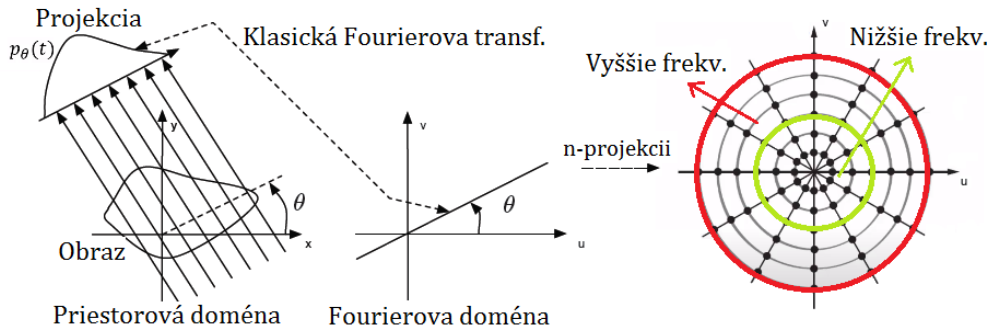
ktorý však už nevykazuje závislosť medzi hodnotami lokálnej plazmovej hustoty $n_e(r, \xi)$ typickými pre bublinový režim ($n_e > 10^{19} \text{ cm}^{-3}$).

4.1 Dvojdimenziálna tomografia

Je nutné podotknúť, že výsledkom klasickej tieňografie popísanej v podkapitole 3.4 je len dvojdimenziálny obraz brázdovej vlny z čoho je možné dostať len obmedzené informácie o jej štruktúre. Tento nedostatok je možné eliminovať nahliadnutím do rádiologických vyšetrovacích metód používaných v medicíne. Príkladom je počítačová tomografia (CT), ktorej základný princíp spočíva v tom, že zdroj x-žiarenia a oproti nemu sa nachádzajúce detektory rotujú okolo skúmaného objektu výsledkom čoho je rekonštrukcia objektu v priestore. Podobný princíp tomografickej rekonštrukcie možno využiť aj pri diagnostike brázdovej vlny. V našom prípade však z praktického hľadiska nebudeme uvažovať o rotujúcich sondách a detektoroch umiestnených kolmo na šírenie brázdovej vlny, ale o rozmiestnení niekoľkých sond a detektorov pod rôznymi uhlami v jednej rovine kolmo na smer šírenia vlny. K následnému získaniu kompletnej trojdimenzionálnej rekonštrukcie brázdovej vlny je možné použiť tomografiu. V rámci rozsahu tejto práce bude hlavným cieľom zoznámiť sa a opísať dvojdimenziálnu rekonštrukciu brázdovej vlny. K tomu však musíme zvoliť vhodný typ algoritmu analytickej rekonštrukcie obrazu. V nasledujúcich odsekoch popíšeme 2 základné typy.

4.1.1 Spätná projekcia (Back projection - BP)

Podstata rekonštrukcie obrazu na základe jeho projekcií spočíva v tzv. *Radonovej transformácii*, ktorá je známa už od roku 1917 [93]. Jedná sa o integrálnu transformáciu priradujúcu reálnej funkcii f (skúmanému obrazu) definovanej na \mathbb{R}^n novú funkciu $\mathcal{R}f \equiv p_\theta(t)$, nesúcu informáciu o integráloch funkcie f cez všetky afinné nadroviny \mathbb{R}^n . Konkrétne pre $n=2$ platí, že afinné nadroviny v \mathbb{R}^2 sú priamky ležiace v rovine, pričom každá rovinná priamka je jednoznačne určená uhlom Θ , ktorý zvierá jej normála s x -ovou osou a jej vzdialenosťou r od počiatku v smere normály (Obr. 4.2).



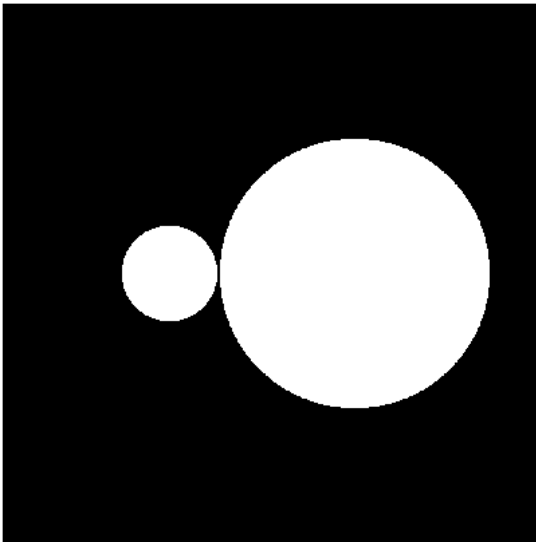
Obr. 4.2: Vizuálna ukážka projekcie obrazu a jej Fourierovej transformácie, kde x, y sú súradnice priestorovej domény a u, v sú súradnice Fourierovej domény.

Novo vzniknutá funkcia $p_\theta(t)$ získaná Radonovou transformáciou sa označuje v prípade rekonštrukcie obrazu ako projekcia. Sekvencia projekcií zhotovených pod rôznymi uhlami Θ spoločne vytvára Radonov obraz f , častejšie nazývaný ako sinogram

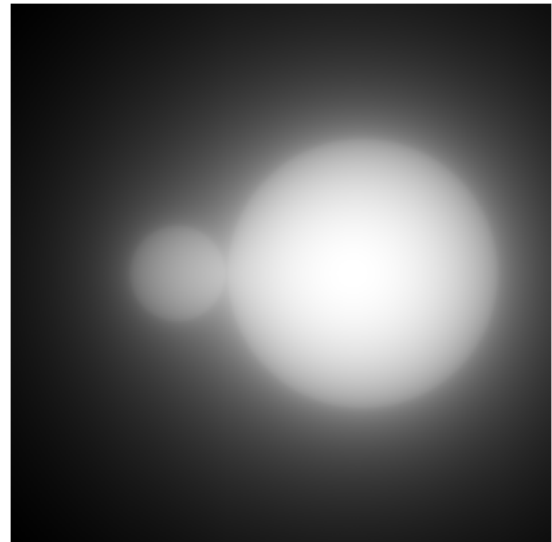
[94]. Transformácia, ktorá Radonovmu obrazu priradí pôvodnú funkciu f , sa nazýva inverzná Radonova transformácia, pričom platí

$$f_{\text{BP}}(x, y) = \int p_{\Theta}(x \cos \Theta + y \sin \Theta) d\Theta. \quad (4.1)$$

Rekonštrukcia obrazu len za použitia inverznej Radonovej transformácie na jeho sinogram, tzv. *spätná projekcia* (back projection - BP), však nie je v praxi dostačujúca. Dôvodom je vzniknutý šum, ktorý dokáže zahaliť potenciálne dôležité informácie o štruktúre skúmaného obrazu, čím by mohlo dôjsť k nesprávnemu stanoveniu jeho vlastností. Zmienенý šum je vedľajším produktom spomínaného priamočiareho postupu tomografickej rekonštrukcie a je prítomný v celom rozsahu $\Theta \in \langle 0^\circ; 180^\circ \rangle$, resp. nezávisí od počtu projekcií. Na Obr. 4.3 je možné vidieť 2 kruhy v tesnej blízkosti, ktoré sa však vzájomne nedotýkajú. Obr. 4.4 predstavuje ich rekonštrukciu, zhotovenú v platforme MATLAB, pri ktorej bola použitá len priama metóda, t.j. len inverzná Radonova transformácia.



Obr. 4.3: Simulovaný, pôvodný obraz v platforme MATLAB.

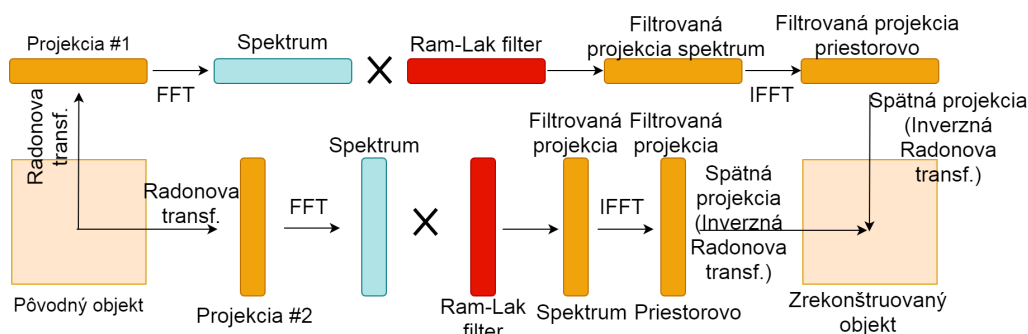


Obr. 4.4: Rekonštrukcia obrazu len s použitím BP (180 projekcií).

Aj napriek tomu, že sme zrealizovali projekcie v celom rozsahu Θ , vidíme, že nedokážeme jednoznačne rozhodnúť o tom, či sa tieto dve skúmané kruhy dotýkajú alebo nie. Zároveň pozorujeme viditeľný rozdiel v intenzite kruhov, keďže na Obr. 4.4 sa javia menej jasné. Taktiež výsledkom pôsobenia šumu sú aj vyhladené hrany, ktorým chýba ostrosť. Pôvod šumu je možné vysvetliť aplikovaním klasickej Fourierovej transformácie na jednotlivé projekcie $p_{\Theta}(t)$ a nahliadnutím do Fourierovej domény skúmaného obrazu (Obr. 4.2), z ktorej vyplýva, že nižšie frekvencie sú rozmiestnené hustejšie ako vyššie frekvencie, ktoré sú tým pádom menej zastúpené a budú vykreslené s menšou presnosťou. A práve pri spracovaní obrazu sú nižšie frekvencie zodpovedné za vyhladenie povrchu a vyššie sa naopak starajú o jeho ostrosť a detaily. K odstráneniu šumu je nutné aplikovať tzv. *filtrovanú spätnú projekciu* (filtered back projection - FBP).

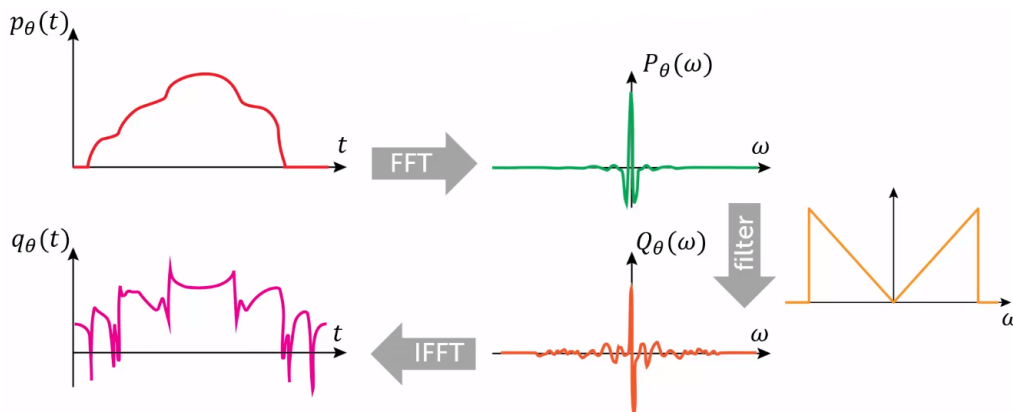
4.1.2 Filtrovaná spätná projekcia (Filtered back projection - FBP)

Filtrovaná spätná projekcia je jeden z najpoužívanejších algoritmov analytickej rekonštrukcie obrazu, ktorý predchádza limity klasickej spätnej projekcie. Môže byť však použitý len pre dvojdimenzionálne geometrie paralelných projekcií. Z názvu je zrejmé, že sa jedná o techniku zloženú z dvoch fáz. Prvá zahŕňa spätnú projekciu, vysvetlenú v podkapitole 4.1.1, zatiaľ čo druhá zahŕňa filtrovanie. Základný princíp FBP spočíva v tom, že sinogram, resp. projekčné spektrum, je najprv prefiltrované a následne spätne projektované do dvojdimenzionálneho poľa. S nahromadenými projekciami a ich spätnými projekciami potom vzniká rekonštrukcia dvojdimenzionálneho obrazu. Konkrétny postup je znázornený na Obr. 4.5.



Obr. 4.5: Diagram filtrovanej spätnej projekcie - FBP.

Sústredme sa na samotný proces filtrovania. Ako je už charakteristické pri spracovaní signálu, filter použitý v detekčnej funkcii (4.1) je aplikovaný v jej Fourierovej doméne. Postup filtrovania je znázornený na Obr. 4.6. Vidíme, že na funkciu $p_{\theta}(t)$ sa najprv aplikuje rýchla Fourierova transformácia (FFT), ktorá z obecnnej asymptotickej zložitosti klasickej Fourierovej transformácie $O(N^2)$ (kde N je veľkosť dát) poskytuje zložitost len $O(N \log N)$ operácií. Vzniknuté spektrum vo frekvenčnej doméne je následne prefiltrované vynásobením tzv. RAM-LAK filtrom (predstavuje absolútnu hodnotu z funkcie vzniknutej aplikovaním klasickej FT na projekciu $p_{\theta}(t)$ (Obr. 4.2)). Vidíme, že vďaka tomu sú nižšie frekvencie potlačené čím vyššie frekvencie nadobúdajú väčší vplyv.

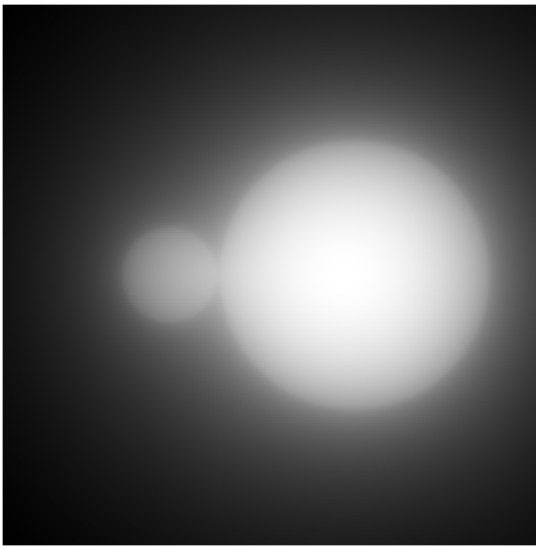


Obr. 4.6: Vizuálne znázornenie procesu filtrovania projekčného spektra.

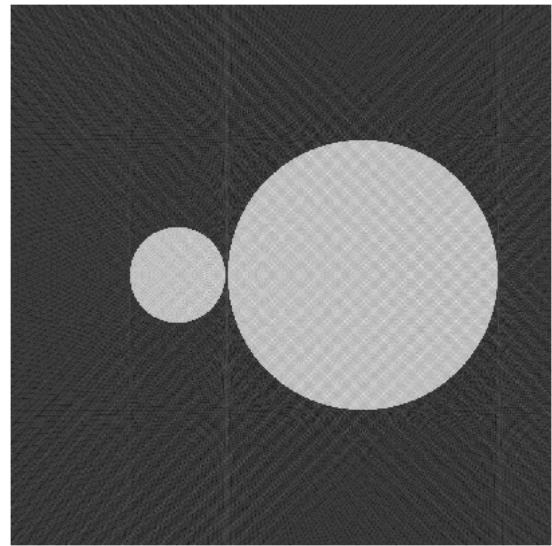
Je nutné spomenúť, že od istej minimálnej hodnoty je všetkým frekvenciám s nižšou hodnotou priradená nulová hodnota a tým sa zredukuje šum vo výslednom zrekonštruovanom obraze. Na záver je na prefiltrované spektrum aplikovaná inverzná FFT v dôsledku čoho vzniká nová detekčná funkcia $q_{\Theta}(t)$, na ktorú je následne použitá spätná projekcia, pričom platí

$$f_{\text{FBP}}(x, y) = \int q_{\Theta}(x \cos \Theta + y \sin \Theta) d\Theta, \quad \text{kde } q_{\Theta}(t) = \int P_{\Theta}(\omega) |\omega| e^{i2\pi\omega t} d\omega. \quad (4.2)$$

Použitím FBP tak skutočne dochádza k tomu, že nižšie frekvencie sú zoslabené a tým dochádza k redukcii šumu, zatiaľ čo vyššie frekvencie sú zosilnené. To zodpovedá zaostreniu tých častí obrazu, kde dochádza k náhlym zmenám, ako napríklad hranica medzi pozorovaným obrazom a okolitým prostredím. Opäť vezmime nami simulovaný obraz, na ktorom sú dva kruhy. Účinnosť FBP môžeme pozorovať na Obr. 4.8, na ktorom je viditeľne zredukovaný šum v porovnaní s Obr. 4.7 vďaka čomu už môžeme jednoznačne stanoviť, že sa tieto dva kruhy skutočne nedotýkajú. Taktiež dokážeme s istotou určiť, že obidve kruhy sú z hľadiska intenzity homogénne, čo predtým nebolo možné.



Obr. 4.7: Rekonštrukcia obrazu len s použitím BP (180 projekcií).



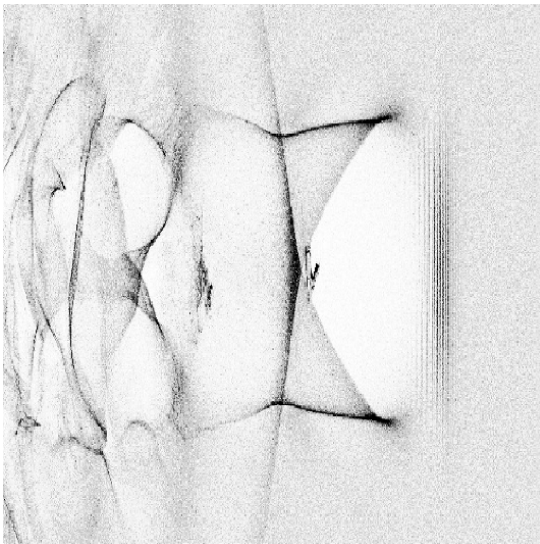
Obr. 4.8: Rekonštrukcia obrazu s použitím FBP (180 projekcií).

4.2 Konfigurácia projekcií pre zobrazovanie bublinového režimu

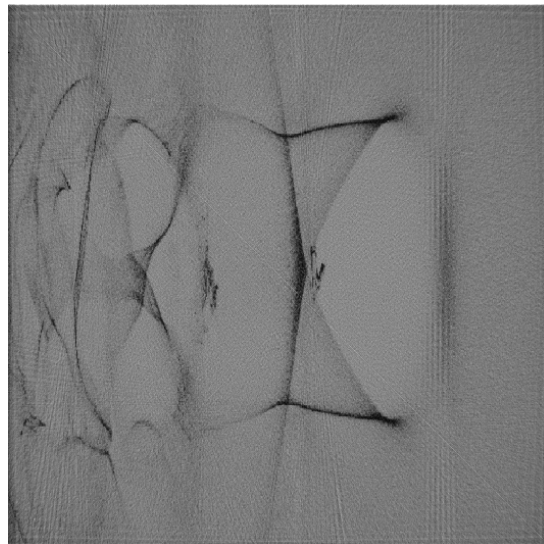
K tomu, aby sme mohli zostaviť čo najefektívnejšiu konfiguráciu detekcie brázdovej vlny s prijateľným počtom detektorov, resp. projekcií tak, aby sme zároveň získali čo najpresnejšiu rekonštrukciu v dobrom rozlíšení, potrebujeme FBP algoritmus otestovať na štruktúrach, ktoré odpovedajú skutočným brázdovým vlnám. K tomu použijeme konkrétne simulácie vytvorené prostredníctvom, tzv. Particle-in-Cell (PIC) metódy. Už teraz však dokážeme povedať, že vďaka prirodzenej symetrii bublín v bublinovom režime LWFA nebude nutné uvažovať o veľkom počte detektorov na ich detailnú rekonštrukciu, pretože vo všeobecnosti platí, že čím je pozorovaný obraz symetrickejší, tým menej projekcií je potrebných na jeho vizualizáciu. Na testovanie použijeme už publikované výsledky [95], [96] z dvoch dvojdimenzionálnych PIC simulácií.

4.2.1 Simulácia #1

Prvá simulácia, ktorú možno vidieť na Obr. 4.9, bola zhotovená pomocou EPOCH kódu. Vysoko intenzívny laserový lúč ($a_0 = 4$) vytvára v bublinovom režime pri prechode plazmou s homogénnou hustotou ($5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) dobre rozlíšiteľnú bublinu, do ktorej bol vstreknutý asymetrický elektrónový zväzok prostredníctvom metódy optického vstrekovania 2.4 [95]. V rámci referencie je na Obr. 4.10 znázornená rekonštrukcia spomínanej simulácie pomocou FBP algoritmu v celom rozsahu Θ .

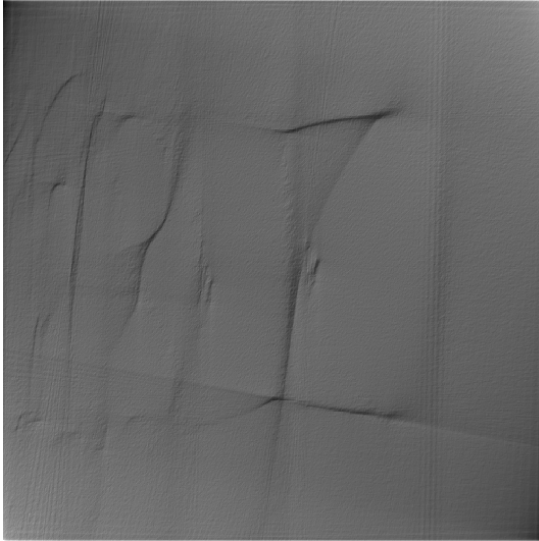


Obr. 4.9: Pôvodný výsledok PIC simulácie #1 [95].



Obr. 4.10: Rekonštrukcia simulácie #1 pomocou FBP (180 projekcií)

Vidíme, že v prípade ak uskutočníme rekonštrukciu obrazu pomocou FBP v celom rozsahu Θ , výsledný obraz vyzerá takmer identicky. Znižujme preto počet projekcií o 20 a skúmame výsledné obrazy. V rámci lepšej prehľadnosti zobrazíme v tejto kapitole len tie najvýznamnejšie a ostatné vložíme do prílohy A na konci práce.



Obr. 4.11: Rekonštrukcia simulácie #1 pomocou FBP (100 projekcií).



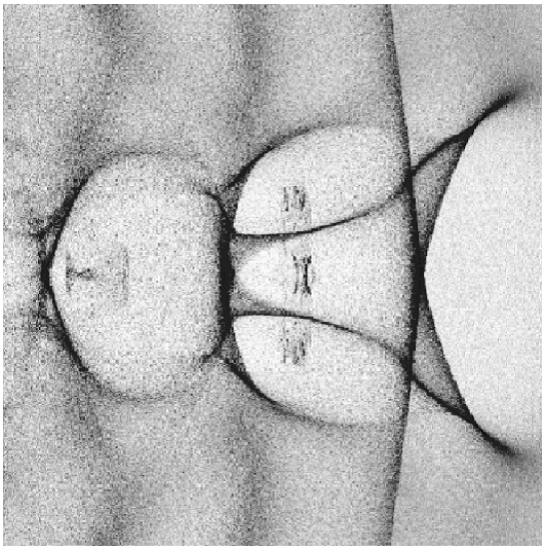
Obr. 4.12: Rekonštrukcia simulácie #1 pomocou FBP (80 projekcií).

Vyššie priložené obrázky nám dávajú prvotnú predstavu o počte projekcií potrebných na rekonštrukciu brázdovej vlny do takej miery, že ešte dokážeme pozorovať jej štruktúru a s určitou presnosťou stanoviť jej vlastnosti, ako napríklad vlnová dĺžka. Konkrétne ide o rozmedzie od 80 do 120 projekcií, pričom z obrázkov v prílohe A vidíme, že so znižujúcim sa počtom projekcií strácame informáciu o štruktúre vlny. Ďalšou zaujímavosťou je, že vstreknutý elektrónový zväzok dokážeme rozlíšiť z rekonštruovaného obrazu aj pri 30 projekciách viz. Príloha, A Obr. 22. To je vďaka samotnému tvaru zväzku, ktorý pripomína tvar malého kruhu čo predstavuje najviac symetrický objekt z celej simulácie. Skúmame výsledky druhej simulácie a na základe toho sa pokúsme potvrdiť, resp. zúžiť rozsah projekcií na prijateľné množstvo v rámci praktického využitia.

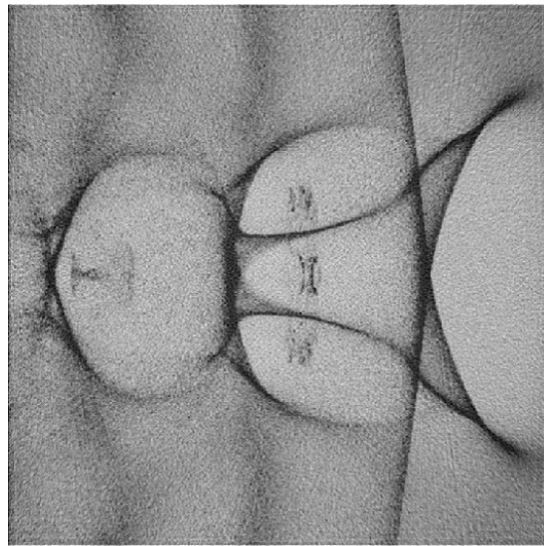
4.2.2 Simulácia #2

Druhá simulácia bola rovnako zhotovená pomocou EPOCH kódu, kedy vysoko intenzívny laserový lúč ($a_0 = 4$) vytvára v bublinovom režime pri prechode plazmou s homogénnou hustotou ($6,9 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$) bubliny, v ktorých zároveň môžeme, na Obr. 4.14, pozorovať elektrónové zväzky zachytené v ich urýchľovacích častiach [96]. V tomto prípade vidíme, že sa jedná o zložitejšiu štruktúru v porovnaní s tou na Obr. 4.9. Konkrétne môžeme jednoznačne rozlíšiť tri bubliny, pričom v druhej a tretej sú zachytené spomínané elektrónové zväzky. Čo je ale na tejto 2D simulácii zaujímavé je samotný tvar elektrónového zväzku v druhej bubline. Ak prejdeme do trojdimenzionálneho priestoru, potom táto štruktúra môže odpovedať profilu disku alebo prstenca. Práve experimentálne pozorovaná formácia elektrónového zväzku v tvare priestorového prstenca bola potvrdená 3D PIC simuláciou v roku 2015 [97]. Ukázalo sa, že zachytený elektrónový zväzok v druhej bubline môže nadobudnúť spomínaný tvar prstenca pritom ako interaguje s prvými dvoma, dynamicky sa vyvíjajúcimi, bublinami. Samotný vývoj bublín je spôsobený laserovým samozaostrovaním a elektrónovým rozfázovaním. Priame pozorovanie tohto javu nebolo zatiaľ pozorované. Výsledky simulácií ale ukazujú, že k nim môže dôjsť a tým nám pomáhajú

pochopiť pôvod týchto štruktúr, vďaka čomu môžeme spresniť metódy ich diagnostiky. Porovnajme aj v tomto prípade výsledok druhej simulácie s jej odpovedajúcou rekonštrukciou v celom rozsahu Θ .



Obr. 4.13: Pôvodný výsledok PIC simulácie #2 [96].



Obr. 4.14: Rekonštrukcia simulácie #2 pomocou FBP (180 projekcií).

Opäť znižujeme počet projekcií o 20 a skúmame výsledné obrazy, v ktorých dochádza k najvýznamnejším zmenám. Zvyšné rekonštrukcie sú vložené v prílohe B.



Obr. 4.15: Rekonštrukcia simulácie #2 pomocou FBP (100 projekcií).



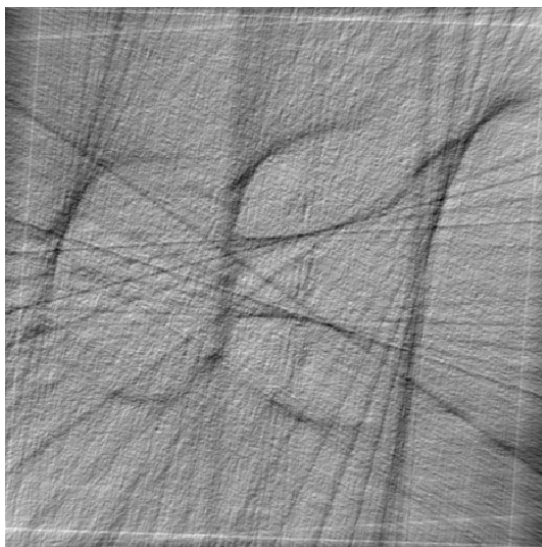
Obr. 4.16: Rekonštrukcia simulácie #2 pomocou FBP (80 projekcií).

Aj v prípade zložitejšej štruktúry brázdovej vlny, ako je na Obr. 4.19, sa počet projekcií, pri ktorom dokážeme bez námahy, resp. bez nepresnosti rozlíšiť jednotlivé časti či tvary vlny pohybuje v rovnakom rozmedzí od 80 do 120 projekcií.

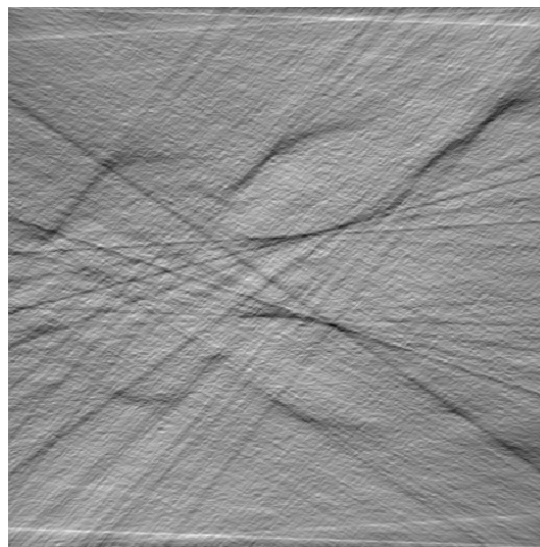
Doposiaľ sme ale neuvažovali o konkrétnych uhloch, pod ktorými sú tieto projekcie realizované. Pri hlbšom skúmaní druhej PIC simulácie a jej rekonštrukcie pomocou FBP algoritmu sme dokázali znížiť nami pôvodne odhadovaný počet projekcií v rozmedzí od 80 do 120 na 23, pričom prvá projekcia sa realizuje od 55° a

posledná pod uhlom 176° s rovnakým uhlovým rozdielom medzi každou dvojicou projekcií $5,5^\circ$. Odpovedajúcu rekonštrukciu obrazu možno vidieť na Obr. 4.17.

Aj tento počet projekcií sme sa snažili zmenšiť tak, aby stále bolo možné rozlíšiť základné časti brázdovej vlny z rekonštruovaného obrazu. V závere sa nám tento počet podaril zmenšiť na 17 projekcií, pričom prvá projekcia sa realizuje od 55° a posledná pod uhlom 143° s rovnakým uhlovým rozdielom medzi každou dvojicou projekcií $5,5^\circ$. Odpovedajúcu rekonštrukciu obrazu možno vidieť na Obr. 4.18.



Obr. 4.17: Rekonštrukcia simulácie #2 pomocou FBP (23 projekcií pod $5,5^\circ$ uhlom v rozmedzí od 55° do 176°).



Obr. 4.18: Rekonštrukcia simulácie #2 pomocou FBP (17 projekcií pod $5,5^\circ$ uhlom v rozmedzí od 55° do 143°).

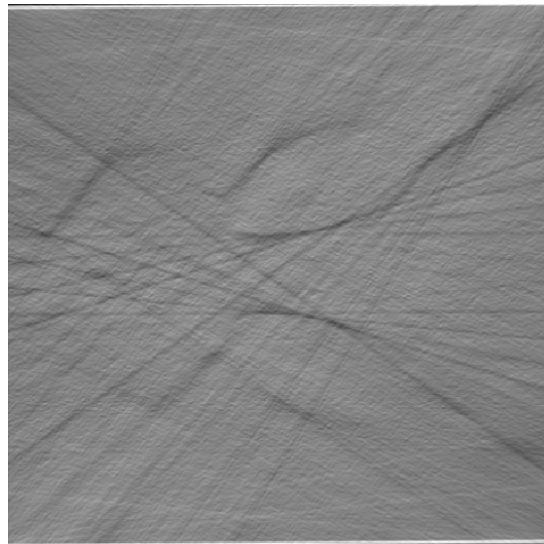
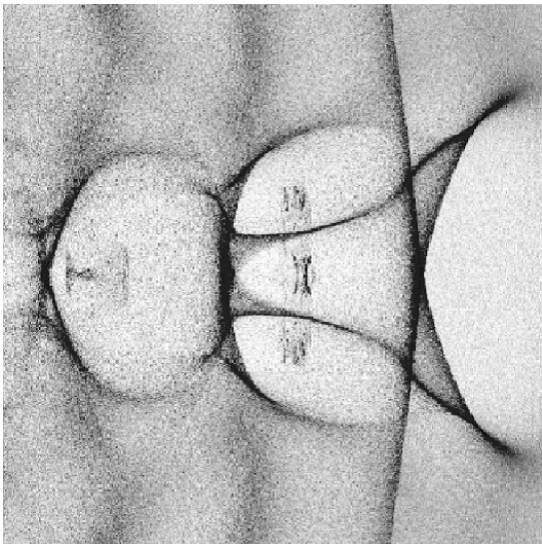
V obidvoch prípadoch sme schopný rozlíšiť základnú štruktúru brázdovej vlny alebo stanoviť jej vlnovú dĺžku. Ďalšie rekonštrukcie, ktoré boli uskutočnené podobne pri 17 projekciách ale v inom uhlovom rozmedzí sú vložené v poslednej prílohe C na konci práce.

Celkovo môžeme konštatovať, že s cieľom znížiť počet projekcií, s praktickým účelom navrhutej konfigurácie, má zmysel rozmýšľať nielen o konkrétnom uhlovom rozdiely medzi projekciami, ale aj o celkovom rozmedzí. Zároveň z obrázkov v prílohe C vidíme, že sa jedná o pomerne citlivý proces, keďže pri uhlovom rozdiely $0,2^\circ$ medzi každou dvojicou projekcií pozorujeme značné zmeny v rekonštruovaných obrazoch. Nájsť tak najviac identickú rekonštrukciu s pôvodným výsledkom simulácie s postupom „pokús - omyl“ je časovo náročné a taktiež nepresné, keďže sa musíme spoľahnúť na subjektívne porovnávanie voľným okom. Tento problém je možné vyriešiť pomocou, tzv. indexu štruktúrálnej podobnosti (SSIM), ktorý je súčasťou MATLAB knižnice. SSIM "metóda", ako ju budeme ďalej označovať, porovnáva referenčný nekreslený a nekomprimovaný obraz (v našom prípade pôvodný výsledok simulácie) s digitálne spracovanou kópiou (rekonštruovaným obrazom) [98]. Výsledok SSIM je bezrozmerný a môže nadobúdať hodnôt -1 až 1 , kedy 1 znamená zhodné, identické obrazy. Pre porovnanie, ak zoberieme výsledok simulácie #2 na Obr. 4.19 a porovnáme ho pomocou SSIM metódy s rekonštruovaným obrazom zhotoveným zo 180 projekcií, ktorý sme subjektívne označili za skoro identický, dostaneme SSIM index s hodnotou $0,4221$. V Tabuľke 4.1 sme preto porovnali niekoľko zrekonštruovaných obrazov zhotovených zo 17 projekcií s rôznym uhlovým rozdielom medzi dvojicou

17 Projekcií										
α	55°	40°	40°	55°	55°	30°	55°	40°	30°	40°
β	149,4°	128,0°	129,6°	147,8°	146,2°	127,6°	144,6°	126,4°	129,2°	124,8°
$\Delta\varphi$	5,9°	5,5°	5,6°	5,8°	5,7°	6,1°	5,6°	5,4°	6,2°	5,3°
SSIM	0,2206	0,2196	0,2194	0,2174	0,2035	0,1870	0,1724	0,1717	0,1679	0,1679

Tabuľka 4.1: Analýza rekonštruovaných obrazov vytvorených zo 17 projekcií s rôznym uhlovým rozmedzím a rozdielom na základe štrukturálnej podobnosti (SSIM) s pôvodným výsledkom simulácie #2 na Obr. 4.19, kde α je uhol prvej projekcie, β je uhol poslednej projekcie a $\Delta\varphi$ uhlový rozdiel medzi dvojicou projekcií.

projekcií a taktiež s rôznym rozmedzím prostredníctvom SSIM metódy s pôvodným výsledkom simulácie #2 na Obr. 4.19. Vidíme, že najviac identická rekonštrukcia simulácie #2 zhotovená zo 17 projekcií je tá, ktorej prvá projekcia sa realizovala pod uhlom 55° s rovnomerným uhlovým rozdielom medzi každou dvojicou projekcií 5,9° a konečnou projekciou pod uhlom 149,4°. Porovnajme ich vizuálne vedľa seba:



Obr. 4.19: Pôvodný výsledok dvojdimenzionálnej PIC simulácie #2 [96].

Obr. 4.20: FBP s 17 projekciami $\Delta\varphi=5,9^\circ$, $\alpha=55^\circ$, $\beta=149,4^\circ$, SSIM= 0,2206.

Z rekonštrukcie na Obr. 4.20 dokážeme rozoznať štruktúru brázdovej vlny z čoho môžeme určiť jej vlnovú dĺžku, avšak zachytené elektrónové zväzky v druhej a tretej bubline už nedokážeme rozoznať. Dôvodom, je práve obmedzenie sa na určité uhlové rozmedzie, v ktorom sa uskutočňuje viac projekcií a teda v tej oblasti je obraz lepšie vykreslený. K detailnejšiemu zachyteniu malých objektov, ako sú práve elektrónové zväzky v bubline, je nutný väčší počet projekcií pod uhlami 0° - 55°.

V závere si môžeme všimnúť, že sme uskutočnili len zlomok všetkých možných kombinácií a to konkrétne len pre rekonštrukcie zhotovené zo 17 projekcií. Táto metóda ale poskytuje presnejšiu analýzu získaných obrazov pomocou FBP algoritmu a jej automatizácia zároveň umožňuje nájdanie experimentálne výhodnejšej konfigurácie s menším počtom projekcií v pomerne krátkom časovom intervale.

Záver

Cieľom práce bolo navrhnúť vhodnú diagnostickú metódu pre základné parametre brázdovej vlny, ako je napríklad jej vlnová dĺžka alebo samotná štruktúra, či prítomnosť zachytených elektrónových zväzkov, ktoré podliehajú urýchľovaniu v procese známom pod označením ako urýchľovanie brázdovou vlnou (laser wakefield acceleration).

K tomu, aby sme dokázali efektívne zvoliť spomínanú diagnostickú metódu bolo najprv nutné si pripomenúť základy fyziky laserovej plazmy a zoznámiť sa s princípmi generácie vysoko intenzívnych laserových impulzov, ako napríklad metóda zviazania módov či CPA. Následne sme opísali rôzne metódy urýchľovania elektrónov laserom na základe čoho sme ich dokázali porovnať a určiť ich jednotlivé výhody, ako aj nevýhody. V záujme našej práce bol však najdôležitejší opis už zmienenej metódy urýchľovania brázdovou vlnou – LWFA a popis fyziky generácie tejto vlny. V závere teoretickej časti našej práce sme sa zoznámili s aktuálne používanými metódami charakterizácie brázdovej vlny a súčasne sme popísali ich princípy.

Z nazbieraných poznatkov sme určili, že práve bublinový režim LWFA sa javí pre nás najvhodnejším. Je to hlavne v dôsledku toho, že v tomto režime sa zachováva emitancia. To je spôsobené tým, že fokusovacie polia sú lineárne funkcie polomeru. Zároveň platí, že fokusovacie pole bubliny smeruje vďaka jej prirodzenému, symetrickému tvaru do jej stredu a tým umožňuje relatívne stabilnejší záchyt elektrónov na ich urýchlenie. Od výberu režimu LWFA sa zákonite odvíjala voľba diagnostickej metódy. Tú sme volili na základe toho, v akých hodnotách lokálnej plazmovej hustoty n_e bublinový režim pracuje, konkrétne $n_e \sim 10^{18} \text{ cm}^{-3} - 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Jediná optická metóda diagnostiky, opísaná v tejto práci, ktorá je efektívne aplikovateľná pri takýchto hodnotách n_e , je tieňografia. Tá namiesto fázového posunu sondovacieho impulzu $\Delta\phi_{\text{sonda}}$ k získaniu informácií o štruktúre brázdovej vlny využíva amplitúdu sondy $|E_{\text{sonda}}(r, \xi)|$, pričom vychádza z rovnakého postupu a tým nekomplikuje analýzu získaných dát. Dôležitým javom, ktorý nastáva pri tom, ako sú lúče sondovacieho impulzu vychyľované pri prechode brázdovou vlnou v závislosti od gradientu elektrónovej hustoty je modulácia $|E_{\text{sonda}}(r, \xi)|$ v centrálnej rovine brázdovej vlny. Snímanie tejto roviny pomocou CCD kamery s vysokým rozlíšením následne zachytáva vzniknuté modulácie prostredníctvom tieňografu.

Spracovanie zachytených modulácií, resp. signálov bolo ďalšou úlohou našej práce. V prvom kroku bolo nutné sa zoznámiť s niekoľkými možnými algoritmami analytickej rekonštrukcie obrazu. O algebraických metódach sme v našej práci neuvážovali z toho dôvodu, že by vyžadovali pomerne veľké množstvo výpočtových nákladov a z praktického hľadiska by to nebola najefektívnejšia voľba. Postupne sme začali najjednoduchším algoritmom, ktorým je inverzná Radonova transformácia (back projection - BP). Ukázali sme však, že táto metóda nie je prakticky využiteľná v dôsledku šumu, ktorý by mohol potenciálne zakrývať dôležité štruktúry

skúmanej brázdovej vlny. Vznik takéhoto šumu je výsledkom prítomnosti nižších frekvencií vyhladzujúce povrch skúmaného objektu pri spracovaní signálu, ktoré sú dominantné voči vyšším frekvenciám, ktoré naopak dodávajú obrazu ostrosť. Z toho dôvodu bolo nutné uvažovať o algoritme, ktorý by spomínaný šum zredukoval, či najlepšie odstránil. Jeden z najpoužívanejších a zároveň najzákladnejších algoritmov analytickej rekonštrukcie obrazu s filtrom šumu je filtrovaná spätná projekcia – FBP, ktorá aplikovaním filtra na projekčné spektrum a následným spätným projektovaním do 2D poľa vytvára rekonštruovaný obraz v lepšej kvalite ako BP. V našej práci sme uvažovali len o jednom type filtra a to konkrétne s označením Ram-Lak. Jedná sa o súčin absolútnej hodnoty z funkcie vytvorenej aplikovaním klasickej FT na projekčné spektrum a modifikovaného projekčného spektra vo frekvenčnej doméne vzniknutého po FFT. Pri FBP algoritme môžeme taktiež uvažovať aj o iných filtroch, ktoré navyše ešte násobia základný Ram-Lak filter, napríklad funkciou \sin s názvom Shepp-Logan, či \cos a inými [99].

Zvolený FBP algoritmus s Ram-Lak filtrom sme následne otestovali na dvoch už publikovaných 2D výsledkoch PIC simulácií s odlišnými hodnotami lokálnej plazmovej hustoty n_e . V oboch prípadoch sa však ukázalo, že pri znižovaní počtu projekcií musíme zohľadniť aj ich uhlové rozdelenie. V opačnom prípade by ideálny počet projekcií, ktorý nevyžaduje celý rozsah Θ bol zo subjektívneho pozorovania približne 100 projekcií bez znalosti $\Delta\varphi$. Táto hodnota nie je prijateľná pre praktické využitie a s cieľom jej zníženia sme preto začali uvažovať o konkrétnych uhlových rozmedziach. Zároveň sme sa snažili využiť symetrickosť pozorovaného objektu. Boli sme schopní zredukovat počet projekcií v prípade simulácie #2 na 23 a 17 ale počas tohto procesu sme ukázali jeho náročnosť. Zároveň sme aplikovali štruktúrnu podobnosť (SSIM) na rekonštrukcie zhotovené len zo 17 projekcií. Jedná sa o vyhodnocovací metódu, ktorá porovnáva pôvodný obraz s rekonštrukciou, čím sme eliminovali subjektívne vyhodnocovanie. Dospeli sme k záveru, že z 10 rekonštrukcií vytvorených zo spomínaných 17 projekcií, ale s náhodne vybranými uhlovými rozmedziami s rôznymi $\Delta\varphi$ práve tá, ktorej $\Delta\varphi = 5,9^\circ$ s $\alpha = 55^\circ$ a $\beta = 149,4^\circ$ je najvhodnejšia ako potenciálna konfigurácia pri detekcii brázdovej vlny. Je to vďaka tomu, že jej SSIM index rovný 0,2206 je najvyšší spomedzi všetkých vyskúšaných konfigurácií, čo zodpovedá najväčšej podobnosti s pôvodným obrazom. Ako finálnu voľbu konfigurácie na detekciu brázdovej vlny v bublinovom režime však volíme s parametrami $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 176^\circ$ a $\Delta\varphi = 5,5^\circ$, čo odpovedá 23 projekciám s konkrétnou vizuálnou podobou na Obr. 4.17. Z obrázku je totiž možné rozpoznať všetky základné parametre brázdovej vlny ako je štruktúra, vlnová dĺžka, zachytené elektróny v bubline, čo z Obr. 4.20 nie je efektívne možné. Pre porovnanie, SSIM index je pri tejto konfigurácii rovný 0,2617. Našu voľbu taktiež potvrdzuje aj nedávny experiment, v ktorom využili, pri analýze profilu hustoty v tryske, tomografickú rekonštrukciu pomocou 20 projekcií s priaznivými výsledkami [100]. Zároveň pripúšťame, že môže existovať aj efektívnejšia konfigurácia s menším počtom projekcií, ktorá by poskytovala kvalitnejšie výsledky. K tomu, aby sme takúto konfiguráciu našli, bude ďalej nutná automatizácia SSIM metódy, napr. pomocou optimalizačných algoritmov, ktorá by výrazne zredukovala čas jej nájdenia a celý proces uľahčila.

Jeden z najdôležitejších cieľov súčasných experimentov je vývoj diagnostických metód, ktoré sú schopné zobrazit brázdovú vlnu s časovou závislosťou v 3D priestore, t.j. sú schopné 4D vizualizácie [2]. To môže byť veľmi náročné, ak zoberieme do úvahy samotnú veľkosť brázdovej vlny (niekoľko μm) a to, ako rýchlo sa pohybuje. Pri nesprávnej konfigurácii laserových zväzkov môže dôjsť pri rekonštrukcii k rozma-

zaniu. Taktiež je kľúčová aj ich synchronizácia, pretože bez nej by bublinu sondovali v iných okamihoch a tým by opäť došlo pri rekonštrukcii k rozmazaniu alebo by sme bublinu vôbec neregistrovali. Z toho dôvodu dobre navrhnutá diagnostická metóda môže veľmi pomôcť pri vylepšovaní súčasných nedostatkov.

V budúcej práci by sme chceli pokračovať v téme návrhu detekcie brázdovej vlny a voľbe efektívnej konfigurácie detektorov s praktickým využitím. To by konkrétne znamenalo vytvorenie vlastnej 2D PIC simulácie, na ktorú by sme následne aplikovali FBP alebo prípadne efektívnejší algoritmus rekonštrukcie vzniknutej brázdovej vlny. Zároveň by sme chceli dospieť k automatizácii procesu hľadania čo najmenšieho počtu potrebných projekcií k získaniu detailnej rekonštrukcie obrazu na základe nami určenom uhlovom rozpätí pomocou štruktúrálnej podobnosti SSIM, prípadne iného vhodnejšieho rozlišovacieho faktoru. Výsledky tiež plánujeme v blízkej dobe využiť pri experimente na Ústave fyziky plazmatu AV ČR.

Bibliografia

1. TAJIMA, T.; DAWSON, J. M. Laser Electron Accelerator. *Physical Review Letters*. 1979, roč. 43, s. 267–270. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.43.267.
2. ALBERT, F.; COUPRIE, M. E.; DEBUS, A.; DOWNER, M. C.; FAURE, J.; FLACCO, A.; GIZZI, L. A.; GRISMAYER, T.; HUEBL, A.; JOSHI, C.; LABAT, M.; LEEMANS, W. P.; MAIER, A. R.; MANGLES, S. P. D; MASON, P.; MATHIEU, F.; MUGGLI, P.; NISHIUCHI, M.; OSTERHOFF, J.; RAJEEV, P. P.; SCHRAMM, U.; SCHREIBER, J.; THOMAS, A. G. R.; VAY, J. L.; VRANIC, M.; ZEIL, K. 2020 roadmap on plasma accelerators. *New Journal of Physics*. 2021, roč. 23, č. 3, s. 031101. Dostupné z DOI: 10.1088/1367-2630/abcc62.
3. EINSTEIN, A. Zur Quantentheorie der Strahlung. (German) [On the Quantum Theory of Radiation]. *Physikalische Zeitschrift*. 1917, roč. 18, s. 121–128. Dostupné tiež z: <https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol6-trans/232>.
4. MAIMAN, T. H. Stimulated Optical Radiation in Ruby. *Nature*. 2018, roč. 187, s. 299–301. ISBN 978-3-319-61940-8. Dostupné z DOI: 10.1007/978-3-319-61940-8_35.
5. SINGH, S. C.; ZENG, H.; GUO, Ch.; CAI, W. Lasers: Fundamentals, Types, and Operations. *Nanomaterials: Processing and Characterization with Lasers*. 2012, s. 1–34. ISBN 978-3-527-64682-1. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1002/9783527646821.ch1>.
6. SCHAWLOW, A. L.; TOWNES, C. H. Infrared and Optical Masers. *Phys. Rev.* 1958, roč. 112, s. 1940–1949. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRev.112.1940.
7. GORDON, J. P.; ZEIGER, H. J.; TOWNES, C. H. The Maser - New Type of Microwave Amplifier, Frequency Standard, and Spectrometer. *Phys. Rev.* 1955, roč. 99, s. 1264–1274. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRev.99.1264.
8. BASOV, N.G.; PROKHOROV, A.M. Possible Methods of Obtaining Active Molecules for a Molecular Oscillator. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1955, roč. 28, č. 1, s. 185. Dostupné tiež z: <http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/1/1/p185?a=list>.
9. JAVAN, A.; BENNETT, W. R.; HERRIOTT, D. R. Population Inversion and Continuous Optical Maser Oscillation in a Gas Discharge Containing a He-Ne Mixture. *Phys. Rev. Lett.* 1961, roč. 6, s. 106–110. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.6.106.

10. HALL, R. N.; FENNER, G. E.; KINGSLEY, J. D.; SOLTYS, T. J.; CARLSON, R. O. Coherent Light Emission From GaAs Junctions. *Phys. Rev. Lett.* 1962, roč. 9, s. 366–368. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.9.366.
11. HOLONYAK, N.; BEVACQUA, S. F. Coherent (Visible) Light Emission From Ga(As_{1-x}P_x) Junctions. *Applied Physics Letters*. 1962, roč. 1, č. 4, s. 82–83. Dostupné z DOI: 10.1063/1.1753706.
12. LOVE, A. Introduction to Laser Physics. 2018, s. 5–13. ISBN 978-3-319-93969-8. Dostupné z DOI: 10.1007/978-3-319-93970-4_2.
13. VOGEL, M. Principles of Lasers, 5th edn., by O. Svelto. *Contemporary Physics*. 2012, roč. 53, č. 2, s. 173–193. Dostupné z DOI: 10.1080/00107514.2011.647714.
14. KOECHNER, W. Optical resonator. *Springer New York*. 1976, s. 171–244. ISBN 978-1-4757-8519-7. Dostupné z DOI: 10.1007/978-1-4757-8519-7_5.
15. CORNER, L. *Introduction to Laser Physics*. 2020. Dostupné z arXiv: 2008.03940 [physics.acc-ph].
16. ESAREY, E.; SCHROEDER, C. B.; LEEMANS, W. P. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators. *Reviews of Modern Physics*. 2009, roč. 81, s. 1229–1285. Dostupné z DOI: 10.1103/RevModPhys.81.1229.
17. ALDA, J. Laser and Gaussian Beam Propagation and Transformation. *Encyclopedia of Optical Engineering*. 2003, s. 999–1013. Dostupné z DOI: 10.1081/E-EOE120009751.
18. MAIA NETO, P. A.; NUSSENZVEIG, H. M. Theory of optical tweezers. *Europhysics Letters (EPL)*. 2000, roč. 50, č. 5, s. 702–708. Dostupné z DOI: 10.1209/epl/i2000-00327-4.
19. METCALF, H. J.; STRATEN, P. van der. Laser cooling and trapping of atoms. *Journal of the Optical Society of America*. 2003, roč. 20, č. 5, s. 887–908. Dostupné z DOI: 10.1364/JOSAB.20.000887.
20. BADZIAK, J. Laser nuclear fusion: current status, challenges and prospect. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences* [online]. 2012, roč. 60, č. 4, s. 729–738. Dostupné z DOI: 10.2478/v10175-012-0084-8.
21. SIMONS, J. P.; HUTCHINSONS, M. H. R.; DITMIRE, T.; SPRINGATE, E.; TISCH, J. W. G.; SHAO, Y. L.; MASON, M. B.; HAY, N.; MARANGOS, J. P. High-intensity lasers: interactions with atoms, molecules and clusters. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1998, roč. 356, č. 1736, s. 297–315. Dostupné z DOI: 10.1098/rsta.1998.0166.
22. SPRANGLE, P.; BAHMAN, H. High-power, high-intensity laser propagation and interactions. *Physics of Plasmas*. 2014, roč. 21, č. 5, s. 1–12. Dostupné z DOI: 10.1063/1.4878356.
23. HAUS, H. A. Mode-locking of lasers. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. 2000, roč. 6, č. 6, s. 1173–1185. ISSN 1558-4542. Dostupné z DOI: 10.1109/2944.902165.

24. PASCHOTTA, R. *Field Guide to Laser Pulse Generation*. Society of Photo Optical, 2008. Field Guide Series. ISBN 978-0-8194-7248-9. Dostupné z DOI: 10.1117/3.800629.
25. GHALANOS, G. N.; SILVER, J. M.; DEL BINO, L.; MORONEY, N.; ZHANG, Sh.; WOODLEY, M. T. M.; SVELA, A.; DEL HAYE, P. Kerr-Nonlinearity-Induced Mode-Splitting in Optical Microresonators. *Physical Review Letters*. 2020, roč. 124, č. 22. ISSN 1079-7114. Dostupné z DOI: 10.1103/physrevlett.124.223901.
26. PASCHOTTA, R.; KELLER, U. *Passive Mode Locking With Slow Saturable Absorbers*. 2001. Field Guide Series, č. 7. Dostupné z DOI: 10.1007/s003400100726.
27. STRICKLAND, D.; MOUROU, G. Compression of Amplified Chirped Optical Pulses. *Optics Communications*. 1985, roč. 55, č. 6, s. 447–449. ISSN 0030-4018. Dostupné z DOI: 10.1016/0030-4018(85)90151-8.
28. HUTCHINSON, M.; DITMIRE, T.; SPRINGATE, E.; TISCH, J.; SHAO, Y.; MASON, M.; HAY, N.; MARANGOS, J. High-intensity lasers: Interactions with atoms, molecules and clusters. *Philosophical Transactions of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1998, roč. 356, s. 297–315. Dostupné z DOI: 10.1098/rsta.1998.0166.
29. CHEN, F. F. *Introduction to Plasma Physics*. New York: Plenum Press, 1974. Č. 1. ISBN 978-1-4757-0459-4. Dostupné z DOI: 10.1007/978-1-4757-0459-4.
30. EINSTEIN, A. Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. *Annalen der Physik*. 1905, roč. 322, č. 6, s. 132–148. Dostupné z DOI: 10.1002/andp.19053220607.
31. GIBBON, P. *Short Pulse Laser Interactions with Matter: An Introduction*. Imperial College Press, 2005. ISBN 978-1-8609-4135-1. Dostupné z DOI: 10.1142/p116.
32. VORONOV, G.; DELONE, N. B. Many-photon Ionization of the Xenon Atom by Ruby Laser Radiation. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1965, roč. 23, č. 1, s. 54–58. Dostupné tiež z: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_023_01_0054.pdf.
33. AGOSTINI, P.; BARJOT, G.; BONNAL, J.; MAINFRAY, G.; MANUS, C.; MORELLEC, J. Multiphoton ionization of hydrogen and rare gases. *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1968, roč. 4, č. 10, s. 667–669. Dostupné z DOI: 10.1109/JQE.1968.1074955.
34. AGOSTINI, P.; FABRE, F.; MAINFRAY, G.; PETITE, G.; RAHMAN, N. K. Free-Free Transitions Following Six-Photon Ionization of Xenon Atoms. *Physical Review Letters*. 1979, roč. 42, s. 1127–1130. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.42.1127.
35. GONTIER, Y.; TRAHIN, M. Energetic Electron Generation by Multiphoton Absorption. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*. 1980, roč. 13, č. 22, s. 4383–4390. Dostupné z DOI: 10.1088/0022-3700/13/22/012.

36. KRUIT, P.; KIMMAN, J.; MULLER, H. G.; WIEL, M. J. van der. Electron spectra from multiphoton ionization of xenon at 1064, 532, and 355 nm. *Phys. Rev. A*. 1983, roč. 28, s. 248–255. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevA.28.248.
37. KELDYSH, L. V. Ionization in the Field of a Strong Electromagnetic Wave. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1965, roč. 20, č. 5, s. 1307–1314. Dostupné tiež z: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_020_05_1307.pdf.
38. PERELOMOV, A. M.; POPOV, V. V.; TERENCEV, M. V. Ionization of Atoms in an Alternating Electric Field. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1966, roč. 23, č. 5, s. 1393–1404. Dostupné tiež z: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_023_05_0924.pdf.
39. BETHE, A. H.; SALPETER, E. E. *Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms*. Springer, Boston, MA, 1977. ISBN 978-1-4613-4104-8. Dostupné z DOI: 10.1007/978-1-4613-4104-8.
40. SEDLAK, B.; STOLL, I. *Elektrina a magnetismus*. Academia, 2002. ISBN 80-200-1004-1. Dostupné tiež z: <http://www.jaderny-prvak.8u.cz/wp-content/uploads/2013/02/Sedlak-Stoll-Elektrina-a-magnetismus.pdf>.
41. PSIKAL, J.; TIKHONCHUK, V. T.; LIMPOUCH, J.; ANDREEV, A. A.; BRANTOV, A. V. Ion acceleration by femtosecond laser pulses in small multispecies targets. *Physics of Plasmas*. 2008, roč. 15, č. 5, s. 113. Dostupné z DOI: 10.1063/1.2913264.
42. AMIRANOFF, F.; LABERGE, M.; MARQUES, J. R.; MOULIN, F.; FABRE, E.; CROS, B.; MATTHIEUSSENT, G.; BENKHEIRI, P.; JACQUET, F.; MEYER, J.; MINE, Ph.; STENZ, C.; MORA, P. Observation of modulational instability in Nd-laser beat-wave experiments. *Physical Review Letters*. 1992, roč. 68, s. 3710–3713. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.68.3710.
43. BEREZHIANI, V.I.; MURUSIDZE, I.G. Interaction of highly relativistic short laser pulses with plasmas and nonlinear wake-field generation. *Physica Scripta*. 1992, roč. 45, č. 2, s. 87–90. Dostupné z DOI: 10.1088/0031-8949/45/2/007.
44. NAKAJIMA, K. Plasma-wave resonator for particle-beam acceleration. *Physical Review A*. 1992, roč. 45, s. 1149–1156. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevA.45.1149.
45. UMSTADTER, D.; ESAREY, E.; KIM, J. Nonlinear Plasma Waves Resonantly Driven by Optimized Laser Pulse Trains. *Physical Review Letters*. 1994, roč. 72, s. 1224–1227. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.72.1224.
46. ANDREEV, N. E.; GORBUNOV, L. M.; KIRSANOV, V. I.; POGOSOVA, A. A.; RAMAZASHVILI, R. R. Resonantly excitation of wake-field waves by laser pulse in plasmas. *JETP Letters*. 1992, roč. 55, s. 551–554.

47. ANDREEV, N. E.; GORBUNOV, L. M.; KIRSANOV, V. I.; POGOSOVA, A. A.; RAMAZASHVILI, R. R. The theory of laser self-resonant wake field excitation. *Physica Scripta*. 1994, roč. 49, č. 1, s. 101–109. Dostupné z DOI: 10.1088/0031-8949/49/1/014.
48. BATANI, D.; JOACHAIN, Ch. J.; MARTELLUCCI, S.; CHESTER, A. N. *Atoms, Solids, and Plasmas in Super-Intense Laser Field*. Springer, Boston, MA, 2001. ISBN 978-1-4615-1351-3. Dostupné z DOI: 10.1007/978-1-4615-1351-3.
49. KRALL, J.; TING, A.; ESAREY, E.; SPRANGLE, P. Enhanced acceleration in a self-modulated-laser wake-field accelerator. *Physical Review E*. 1993, roč. 48, s. 2157–2161. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevE.48.2157.
50. LU, W.; HUANG, C.; ZHOU, M.; MORI, W. B.; KATSOULEAS, T. Nonlinear Theory for Relativistic Plasma Wakefields in the Blowout Regime. *Physical Review Letters*. 2006, roč. 96, s. 165002. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.165002.
51. JOSHI, C. Laser-Driven Plasma Accelerators Operating in the Self-Guided, Blowout Regime. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2017, roč. 45, č. 12, s. 3134–3146. ISSN 1939-9375. Dostupné z DOI: 10.1109/TPS.2017.2769455.
52. SCHLENVOIGT, H. P.; JÄCKEL, O.; PFOTENHAUER, S. M.; KALUZA, M. C. Laser-based Particle Acceleration. 2010. Dostupné z DOI: 10.5772/7965.
53. MANGLES, S. P. D.; MURPHY, C. D.; NAJMUDIN, Z.; THOMAS, A. G. R.; COLLIER, J. L.; DANGOR, A. E.; DIVALL, E. J.; FOSTER, P. S.; GALLACHER, J. G.; HOOKER, C. J.; JAROSZYNSKI, D. A.; LANGLEY, A. J.; MORI, W. B.; NORREYS, P. A.; TSUNG, F. S.; VISKUP, R.; WALTON, B. R.; KRUSHELNICK, K. Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser-plasma interactions. *Nature*. 2004, roč. 431, č. 7008, s. 535–538. ISSN 0028-0836. Dostupné z DOI: 10.1038/nature02939.
54. LEEMANS, W. P.; SIDERS, C. W.; ESAREY, E.; ANDREEV, N. E.; SHVETS, G.; MORI, W. B. Plasma guiding and wakefield generation for second-generation experiments. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 1996, roč. 24, č. 2, s. 331–342. Dostupné z DOI: 10.1109/27.509997.
55. GONSALVES, A. J.; NAKAMURA, K.; DANIELS, J.; BENEDETTI, C.; PIERONEK, C.; RAADT, T. C. H. de; STEINKE, S.; BIN, J. H.; BULANOV, S. S.; TILBORG, J. van; GEDDES, C. G. R.; SCHROEDER, C. B.; TÓTH, Cs.; ESAREY, E.; SWANSON, K.; FAN-CHIANG, L.; BAGDASAROV, G.; BOBROVA, N.; GASILOV, V.; KORN, G.; SASOROV, P.; LEEMANS, W. P. Petawatt Laser Guiding and Electron Beam Acceleration to 8 GeV in a Laser-Heated Capillary Discharge Waveguide. *Physical Review Letters*. 2019, roč. 122, s. 084801. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.122.084801.
56. FAURE, J.; GLINEC, Y.; PUKHOV, A.; KISELEV, S.; GORDIENKO, S.; LEFEBVRE, E.; ROUSSEAU, J. P.; BURGUY, F.; MALKA, V. A laser-plasma accelerator producing monoenergetic electron beams. *Nature*. 2004, roč. 431, č. 7008, s. 541–544. ISSN 1476-4687. Dostupné z DOI: 10.1038/nature02963.

57. LEE, V.; OGANYAN, B. A Brief Introduction to Plasma Accelerators. *Journal of Undergraduate Reports in Physics*. 2018, roč. 28, č. 1, s. 1–4. Dostupné z DOI: 10.1063/1.5109558.
58. LU, W.; HUANG, C.; ZHOU, M.; TZOUFRAS, M.; TSUNG, F. S.; MORI, W. B.; KATSOULEAS, T. A nonlinear theory for multidimensional relativistic plasma wave wakefields. *Physics of Plasmas*. 2006, roč. 13, č. 5, s. 056709. Dostupné z DOI: 10.1063/1.2203364.
59. BEREZHIANI, V. I.; MURUSIDZE, I. G. Relativistic wake-field generation by an intense laser pulse in a plasma. *Physics Letters A*. 1990, roč. 148, č. 6, s. 338–340. ISSN 0375-9601. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(90\)90813-4](https://doi.org/10.1016/0375-9601(90)90813-4).
60. SCHROEDER, C. B.; ESAREY, E.; GEDDES, C. G. R.; BENEDETTI, C.; LEEMANS, W. P. Physics considerations for laser-plasma linear colliders. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2010, roč. 13, s. 101301. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.13.101301.
61. MALKA, V.; FAURE, J.; GAUDUEL, Yann A. Ultra-short electron beams based spatio-temporal radiation biology and radiotherapy. *Mutation Research/Reviews in Mutation Research*. 2010, roč. 704, č. 1, s. 142–151. ISSN 1383-5742. Dostupné z DOI: 10.1016/j.mrrev.2010.01.006.
62. KATSOULEAS, T.; DAWSON, J. M. Unlimited Electron Acceleration in Laser-Driven Plasma Waves. *Physical Review Letters*. 1983, roč. 51, s. 392–395. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.51.392.
63. SHADWICK, B. A.; SCHROEDER, C. B.; ESAREY, E. Nonlinear laser energy depletion in laser-plasma accelerators. *Physics of Plasmas*. 2009, roč. 16, č. 5, s. 056704. Dostupné z DOI: 10.1063/1.3124185.
64. WENZ, J.; KARSCH, S. Physics of Laser-Wakefield Accelerators (LWFA). *CERN Accelerator School*. 2020, s. 31. Dostupné z eprint: 2007.04622.
65. MODENA, A.; NAJMUDIN, Z.; DANGOR, A. E.; CLAYTON, C. E.; MARSH, K. A.; JOSHI, C.; MALKA, V.; DARROW, C. B.; DANSON, C.; NEELY, D.; WALSH, F. N. Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves. *Nature*. 1995, roč. 377, č. 6550, s. 606–608. ISSN 1476-4687. Dostupné z DOI: 10.1038/377606a0.
66. KUSCHEL, S.; SCHWAB, M.; YEUNG, M.; HOLLATZ, D.; SEIDEL, A.; ZIEGLER, W.; SÄVERT, A.; KALUZA, M.; ZEPF, M. Controlling the Self-Injection Threshold in Laser Wakefield Accelerators. *Physical Review Letters*. 2018, roč. 121, s. 6. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.154801.
67. KATSOULEAS, T. C.; WILKS, S.; CHEN, P.; DAWSON, J. M.; SU, J. J. Beam Loading in Plasma Accelerators. *Part. Accel*. 1987, roč. 22, s. 81–99. Dostupné tiež z: <https://bit.ly/2QqoB5j>.
68. SERYSI, A. *Unifying Physics of Accelerators, Lasers and Plasma*. CRC Press, 2015. ISBN 978-04-2907-596-4. Dostupné z DOI: 10.1201/b18696.
69. CHEN, M.; SHENG, Z. M.; MA, Y. Y.; ZHANG, J. Electron injection and trapping in a laser wakefield by field ionization to high-charge states of gases. *Journal of Applied Physics*. 2006, roč. 99, č. 5, s. 056109. Dostupné z DOI: 10.1063/1.2179194.

70. KAGANOVICH, D.; TING, A.; JONES, T.G.; ELDRIDGE, E.; HUBBARD, R.; SPRANGLE, P. Optical injection in a laser wake field accelerator. *The 31st IEEE International Conference on Plasma Science*. 2004, s. 155. ISBN 0-7803-8334-6. Dostupné z DOI: 10.1109/PLASMA.2004.1339693.
71. ZHANG, C. J.; WAN, Y.; GUO, B.; HUA, J. H.; PAI, C. H.; LI, F.; ZHANG, J.; MA, Y.; WU, Y. P.; XU, X. L.; MORI, W. B.; CHU, H. H.; WANG, J.; LU, W.; JOSHI, C. Probing plasma wakefields using electron bunches generated from a laser wakefield accelerator. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2018, roč. 60, č. 4, s. 044013. Dostupné z DOI: 10.1088/1361-6587/aaabfd.
72. ZHANG, C.; HUA, J.; XU, X.; LI, F.; PAI, C. H.; WAN, Y.; WU, Y.; GU, Y.; MORI, W.; JOSHI, C.; LU, W. Capturing relativistic wakefield structures in plasmas using ultrashort high-energy electrons as a probe. *Scientific Reports*. 2016, roč. 6, s. 29485. Dostupné z DOI: 10.1038/srep29485.
73. DELONG, K. W.; TREBINO, R. T.; FITTINGHOFF, D. N.; LADERA, C. L. Review of time-frequency domain concepts with application to ultrashort laser pulses. *Review of Scientific Instruments*. 1995, roč. 2377, s. 44–51. Dostupné z DOI: 10.1117/12.206429.
74. DIAS, J.; SILVA, L.; MENDONCA, J. Photon acceleration versus frequency-domain interferometry for laser wakefield diagnostics. *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*. 1998, roč. 1, s. 1–8. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.1.031301.
75. MARQUES, J. R.; GEINDRE, J. P.; AMIRANOFF, F.; AUDEBERT, P.; GAUTHIER, J. C.; ANTONETTI, A.; GRILLON, G. Temporal and Spatial Measurements of the Electron Density Perturbation Produced in the Wake of an Ultrashort Laser Pulse. *Phys. Rev. Lett.* 1996, roč. 76, s. 3566–3569. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.76.3566.
76. WILKS, S. C.; DAWSON, J. M.; MORI, W. B.; KATSOULEAS, T. C.; JONES, M. E. Photon accelerator. *Phys. Rev. Lett.* 1989, roč. 62, s. 2600–2603. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.62.2600.
77. ESAREY, E.; TING, A.; SPRANGLE, P. Frequency shifts induced in laser pulses by plasma waves. *Phys. Rev. A*. 1990, roč. 42, s. 3526–3531. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevA.42.3526.
78. MENDONCA, J. T.; OLIVEIRA E SILVA, L. Regular and stochastic acceleration of photons. *Phys. Rev. E*. 1994, roč. 49, s. 3520–3523. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevE.49.3520.
79. MENDONCA, J. T.; SILVA, L. O. Photon acceleration in superluminescent and accelerated ionization fronts. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 1996, roč. 24, č. 2, s. 316–322. Dostupné z DOI: 10.1109/27.509995.
80. DIAS, J. M.; STENZ, C.; LOPES, N.; BADICHE, X.; BLASCO, F.; DOS SANTOS, A.; OLIVEIRA E SILVA, L.; MYSYROWICZ, A.; ANTONETTI, A.; MENDONCA, J. T. Experimental Evidence of Photon Acceleration of Ultrashort Laser Pulses in Relativistic Ionization Fronts. *Phys. Rev. Lett.* 1997, roč. 78, s. 4773–4776. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.78.4773.

81. DIAS, J.; LOPES, N.; FIGUEIRA, G.; MENDONCA, J. T.; SILVA, L. O. Photon acceleration as the laser wakefield diagnostic for future plasma accelerators. *Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference*. 1999, roč. 5, s. 3725–3727. Dostupné z DOI: 10.1109/PAC.1999.792425.
82. DOWNER, M. C.; MATLIS, N.; KALMYKOV, S.; SHVETS, G.; REED, S.; BULANOV, S.; CHVYKOV, V.; KALINCHENKO, G.; MATSUOKA, T. T.; ROUSSEAU, P.; YANOVSKY, V.; MAKSIMCHUK, A.; CENTER, F. Ultrafast Imaging of Wakefields. *2007 Conference on Lasers and Electro-Optics*. 2007, s. 2. Dostupné z DOI: 10.1109/CLEO.2007.4452493.
83. LI, Z.; ZGADZAJ, R.; WANG, X.; CHANG, Y. Y.; DOWNER, M. C. Single-shot visualization of evolving laser- or beam-driven plasma wakefield accelerators. *AIP Conference Proceedings*. 2012, roč. 1507, č. 1, s. 160–168. Dostupné z DOI: 10.1063/1.4773689.
84. KIVSHAR, Y.; AGRAWAL, G. Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals. 2003, s. 108. ISBN 0-12-410590-4.
85. DONG, P.; REED, S. A.; YI, S. A.; KALMYKOV, S.; LI, Z. Y.; SHVETS, G.; MATLIS, N. H.; MCGUFFEY, C.; BULANOV, S.S.; CHVYKOV, V.; KALINTCHENKO, G.; KRUSHELNICK, K.; MAKSIMCHUK, A.; MATSUOKA, T.; THOMAS, A. G. R.; YANOVSKY, V.; DOWNER, M. C. Holographic visualization of laser wakefields. *New Journal of Physics*. 2010, roč. 12, č. 4, s. 045016. Dostupné z DOI: 10.1088/1367-2630/12/4/045016.
86. CASTREJON-PITA, R.; MARTIN, G.D.; HUTCHINGS, I.M. The shadowgraph imaging technique and its modern application to fluid jets and drops. *Revista mexicana de fisica*. 2011, roč. 57, s. 266–275. ISSN 0035-001X.
87. HIRSCHBERG, A. Schlieren and Shadowgraph Techniques: Visualizing Phenomena in Transparent Media. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*. 2002, roč. 21, s. 493. Dostupné z DOI: 10.1016/S0997-7546(02)01191-3.
88. MAKSIMCHUK, A.; REED, S.; BULANOV, S. S.; CHVYKOV, V.; KALINTCHENKO, G.; MATSUOKA, T.; MCGUFFEY, C.; MOUROU, G.; NAUMOVA, N.; NEES, J.; ROUSSEAU, P.; YANOVSKY, V.; KRUSHELNICK, K.; MATLIS, N. H.; KALMYKOV, S.; SHVETS, G.; DOWNER, M. C.; VANE, C. R.; BEENE, J. R.; STRACENER, D.; SCHULTZ, D. R. Studies of laser wakefield structures and electron acceleration in underdense plasmas. *Physics of Plasmas*. 2008, roč. 15, č. 5, s. 056703. Dostupné z DOI: 10.1063/1.2856373.
89. MAKSIMCHUK, A.; REED, S.; NAUMOVA, N.; CHVYKOV, V.; HOU, B.; KALINTCHENKO, G.; MATSUOKA, T.; NEES, J.; ROUSSEAU, P.; MOUROU, G.; YANOVSKY, V. Energy scaling of quasi-monoenergetic electron beams from laser wakefields driven by 40-TW ultra-short pulses. *Applied Physics B*. 2007, roč. 89, č. 2, s. 201–207. ISSN 1432-0649. Dostupné z DOI: 10.1007/s00340-007-2802-8.
90. PANIGRAHI, P. K.; KRISHNAMURTHY, M. *Schlieren and Shadowgraph Methods in Heat and Mass Transfer*. Springer-Verlag New York, 2012. ISBN 978-1-4614-4535-7. Dostupné z DOI: 10.1007/978-1-4614-4535-7.

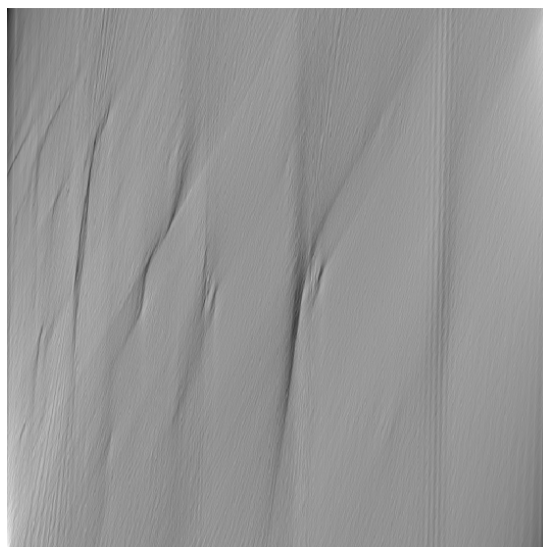
91. SIMINOS, E.; SKUPIN, S.; SAVERT, A.; COLE, J.; MANGLES, S.; KALUZA, M. Modeling few-cycle shadowgraphy of laser-wakefield accelerators. *42nd EPS Conference on Plasma Physics*. 2015, roč. 39E, č. O3.210, s. 4. Dostupné tiež z: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01182315/file/03.210.pdf>.
92. VEISZ, L.; BUCK, A.; NICOLAI, M.; SCHMID, K.I.; SEARS, C. M. S.; SÄVERT, A.; MIKHAILOVA, J. M.; KALUZA, M. C.; KRAUSZ, F. Diagnostics of electron beams and plasma wave in laser-plasma accelerators. *AIP Conference Proceedings*. 2012, roč. 1507, č. 1, s. 111–119. Dostupné z DOI: 10.1063/1.4773683.
93. RADON, J. On the determination of functions from their integral values along certain manifolds. *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 1986, roč. 5, č. 4, s. 170–176. Dostupné z DOI: 10.1109/TMI.1986.4307775.
94. FRANCE, A.; SACLAY, C. The Radon transform and its inverse. 2011, s. 143. Dostupné z DOI: 10.13140/2.1.2519.2963.
95. HORNY, V.; MASLAROVA, D.; PETRZILKA, V.; KLIMO, O.; KOZLOVA, M.; KRUS, M. Optical injection dynamics in two laser wakefield acceleration configurations. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2018, roč. 60, č. 6, s. 10. Dostupné z DOI: 10.1088/1361-6587/aabd07.
96. MASLAROVA, D. Influence of bubble dynamics on laser-based plasma electron acceleration [Master's Thesis, Czech Technical University in Prague]. 2018.
97. POLLOCK, B. B.; TSUNG, F. S.; ALBERT, F.; SHAW, J. L.; CLAYTON, C. E.; DAVIDSON, A.; LEMOS, N.; MARSH, K. A.; PAK, A.; RALPH, J. E.; MORI, W. B.; JOSHI, C. Formation of Ultrarelativistic Electron Rings from a Laser-Wakefield Accelerator. *Phys. Rev. Lett.* 2015, roč. 115, s. 055004. Dostupné z DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.055004.
98. BRUNET, D.; VRSCAY, E. R.; WANG, Z. On the Mathematical Properties of the Structural Similarity Index. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2012, roč. 21, č. 4, s. 1488–1499. Dostupné z DOI: 10.1109/TIP.2011.2173206.
99. ANDERSSON, F.; CARLSSON, M.; NIKITIN, V. Fast Algorithms and Efficient GPU Implementations for the Radon Transform and the Back-Projection Operator Represented as Convolution Operators. *SIAM Journal on Imaging Sciences*. 2015, roč. 9, s. 25. Dostupné z DOI: 10.1137/15M1023762.
100. COUPERUS, J.P.; KOHLER, A.; WOLTERINK, T.A.W.; JOCHMANN, A.; ZARINI, O.; BASTIAENS, H.M.J.; BOLLER, K.J.; IRMAN, A.; SCHRAMM, U. Tomographic characterisation of gas-jet targets for laser wakefield acceleration. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2016, roč. 830, s. 504–509. ISSN 0168-9002. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.02.099>.

Prílohy

A Simulácia #1



Obr. 21: Rekonštrukcia simulácie #1 pomocou FBP (60 projekcií).

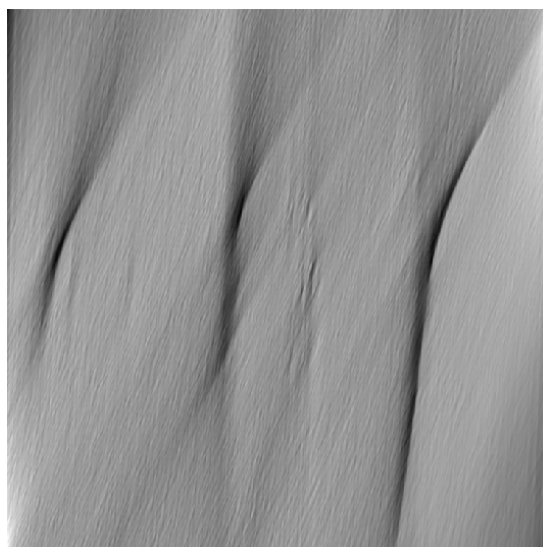


Obr. 22: Rekonštrukcia simulácie #1 pomocou FBP (30 projekcií).

B Simulácia #2

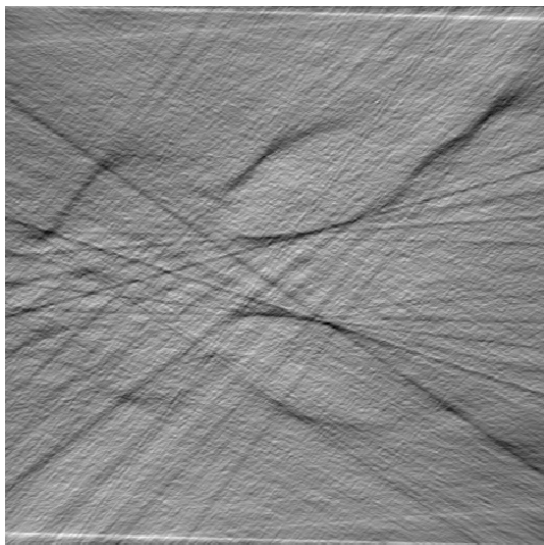


Obr. 23: Rekonštrukcia simulácie #1 pomocou FBP (60 projekcií).

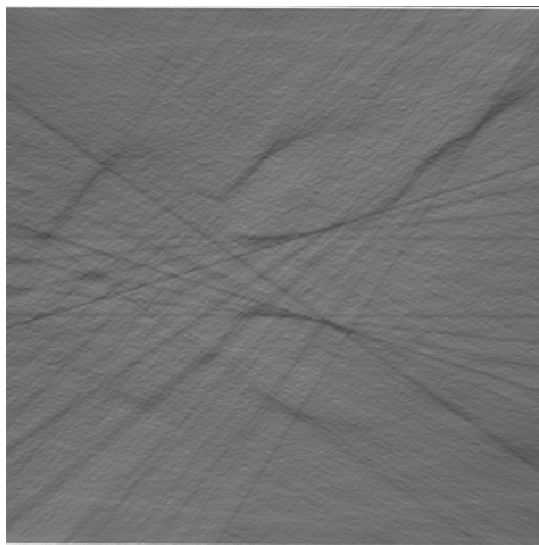


Obr. 24: Rekonštrukcia simulácie #1 pomocou FBP (30 projekcií).

C Simulácia #2 - Uhlová závislosť



Obr. 25: Rekonštrukcia simulácie #2 pomocou FBP (17 projekcií pod $5,6^\circ$ uhlom v rozmedzí od 55° do $144,6^\circ$).



Obr. 26: Rekonštrukcia simulácie #2 pomocou FBP (17 projekcií pod $5,8^\circ$ uhlom v rozmedzí od 55° do $147,8^\circ$).