

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE
FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ
INŽENÝRSKÁ



Bakalárska práca

KOHERENTNÍ EFEKTY V ROZPTYLU
SVĚTLA NA SOUBORECH NĚKOLIKA
ATOMŮ

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti použití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dňa

.....
podpis

Pod'akovanie

Rád by som poďakoval svojmu školiteľovi Mgr. Lukášovi Slodičkovi Ph.D. za možnosť pracovať pod jeho vedením na daných experimentoch. Pomoc pri robení korektúr tejto bakalárskej práce boli kľúčové pre zosúladenie daných informácií, ktoré táto práca ponúka. Rád by som mu poďakoval aj za neustálu ochotu pomoc mi s pochopením teórie potrebnej na správne uchopenie danej problematiky.

Ďalej by som chcel poďakovať pánu Ing. Václavovi Potočkovi Ph.D. za pomoc pri výbere bakalárskej práce a následných konzultáciách. Za pomoc oboznámiť sa s fungovaním laboratória by som rád poďakoval svojmu kolegovi Mgr. Lukášovi Podhorovi a zamenstancom UPT AV v Brne.

Názov práce: Koherentní efekty v rozptylu světla na souborech několika atomů
Autor: Daniel Babjak
Študijné zameranie: Aplikácia prírodných vied
Obor: Experimentální jaderná a částicová fyzika
Druh práce: Bakalárska práca
Vedúci práce: Mgr. Lukáš Slodička, Ph.D.
Katedra Optiky
Přírodovědecká fakulta
Univerzita Palackého v Olomouci
Konzultant: Ing. Václav Potoček, Ph.D.
Katedra Fyziky
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
České vysoké učení technické v Praze

Abstrakt: V tejto práci sa zaoberáme možnosťami zefektívnenia a kontroly fluorescencie emitovanej z jednotlivých atómov a malých atomárných súborov s využitím priestorovej smerovosti svetla rozptýleného na kontrolovateľných priestorových kryštalických štruktúrach pozitívne nabitých iónov. Najprv teoreticky analyzujeme dôveryhodný model smerovosti emitovaného žiarenia v závislosti na polohách participujúcich atómov a natočení rozptyľujúcich dipólových prechodov s cieľom optimalizácie detekovateľného optického signálu pre realistické parametre optických prechodov i lokalizačných nastavení Pauliho pasce. Experimentálne je venovaný dôraz na efektívnu minimalizáciu kinetickej energie a priestorovú lokalizáciu iónov pomocou Dopplerovského laserového chladenia tak, aby v hustých iónových štruktúrach mohol byť udržiavaný stabilný kryštál. Výsledný systém jednofotónových emitovateľov skúmame pomocou merania korelačných funkcií prvého a druhého rádu na emitovanom optickom žiarení. Pozorovanie fázovej interferencie nám umožňuje overiť kritický predpoklad pre schémy využívajúce smerovú emisiu z kvantovo-previazaných kryštálov zodpovedajúci priestorovej nerozlišiteľnosti rozptyľujúcich emitovateľov z pohľadu použitého optického detekčného usporiadania.

Kľúčové slová: Pauliho pasca, atómový dipól, fázová interferencia, korelačné funkcie

Title: Coherent effects in multi-atom light scattering

Author: Daniel Babjak

Abstract: The presented work deals with possibilities of observation and control of directional emission from individual atoms and small atomic ensembles using the spatial directivity of light scattered on controllable crystalline structures of positively charged ions. We theoretically analyze feasible directional patterns of the emitted radiation according to the position and orientation of the participating atomic dipoles and then optimize the detectable optical signal for realistic parameters of linear Paul traps. Experimentally, we focus on the effective minimization of the kinetic energy and spatial jitter of ions using laser Doppler cooling, so that the dense ion structures could be kept in stable crystals. The resulting photon source is investigated by measuring the first and second-order correlation functions on emitted optical field. Phase interference observation allows us to verify the critical condition for directional emission schemes corresponding to the spatial indistinguishability of the scattering emitters within the particular optical detection arrangement.

Key words: Paul trap, atomic dipole, phase interference, correlation functions

Obsah

1	Úvod	1
2	Interakcia svetla a iónu v Pauliho pasci	3
2.1	Pauliho vysokofrekvenčná pasca	3
2.2	Rovnovážne polohy iónov v lineárnej pasci	6
2.3	Laserové chladenie iónov	8
3	Model intenzity rozptýleného svetla na súbore niekoľkých atómov	12
3.1	Optimalizácia za pomoci interferencie	12
3.2	Dipólová charakteristika vyžarovania	17
4	Experimentálne usporiadanie pre zachytávanie a manipuláciu s $^{40}\text{Ca}^+$ iónmi	22
4.1	Pauliho pasca	22
4.2	Laserová zostava a jej stabilizácia	24
4.3	Pozorovanie fluorescencie na EMCCD kamere	25
4.4	Meranie pomocou jedno-fotónových detektorov	27
5	Kolektívne efekty v emisii súboru jednofotónových emitov	28
5.1	Korelačné funkcie	28
5.2	Experimentálna realizácia	30
5.3	Vyhodnotenie nameraných korelačných funkcií	35
6	Záver	40
	Bibliografia	42
	Príloha	44

1 Úvod

Atómárne ióny zachytené a laserovo ochladené v Pauliho pasci sú známe deterministickou a presnou kontrolou svojich vnútorných stavov. Okrem širokého spektra fundamentálnych výskumných smerov interakcie svetla so súborom jednotlivých atómov [1] [2] sa táto jedinečná kombinácia presnej kontroly vnútorných a vonkajších stupňov voľnosti široko využíva na realizáciu univerzálnych kvantových počítačov [3], analógových kvantových simulátorov [4] a ako presné optické frekvenčné referencie [5]. Schopnosť efektívnej kontroly a meranie klasických a kvantových stavov súboru iónov do značnej miery určovali vývoj experimentálnych kvantových počítačov a frekvenčnej metrológie v posledných rokoch.

Súčasne je jeden ión ale aj celý súbor iónov prirodzeným zdrojom neklasického svetla, čo bolo už mnoho krát demonštrované [6–11] s vysokou mierou potlačenia mnoho-fotónových príspevkov. Profituje sa priamo zo skutočnosti, že jeden atóm môže v danom čase vyžiariť nanajvýš jeden fotón, čo zodpovedá veľmi neklasickému stavu svetla so širokými aplikáciami v kvantovo-informačných zariadeniach. Takéto generátory neklasického svetla tiež využívajú výhodu dlhej životnosti zachytenia iónov v Pauliho pasciach a bezprecedentnú priestorovú lokalizáciu, ktorá umožňuje vylepšené previazanie s definovaným módom svetla.

Všetky praktické aplikácie s iónom ako generátorom neklasického svetla sú ohrozené efektívne malým zberom a účinnosťou emitovanej fluorescence. Prístup založený na dosiahnutí účinného spojenia atómového dipólu s módom svetla pomocou optického rezonátoru sa zdá byť veľmi sľubný a dosiahlo sa niekoľko dôležitých míľnikov vrátane kolektívneho silného previazania iónu a svetelného módu [7, 12, 13]. Konečný cieľ kontrolovateľnej a koherentnej výmeny energetických kvánt medzi svetelným poľom a atómovou excitáciou však stále brzdia technické prekážky [7, 14]. Na druhej strane prístup založený na priamej kolekcii svetla zo zachyteného iónu pomocou optiky s vysokou numerickou apertúrou, ktorý využíva často dômyselne navrhnuté pasce a optické systémy, je v praxi silne obmedzený možnosťou zachytávať emisiu z dipólového emisného modelu [15, 16].

Daná práca najprv predstavuje fundamentálne princípy fungovania najčastejšie používanej elektrickej Pauliho pasce. Po analýze trajektórie jednej nabitkej častice v kvadrupólovom potenciále sa zameráme na lineárny súbor takýchto častíc.

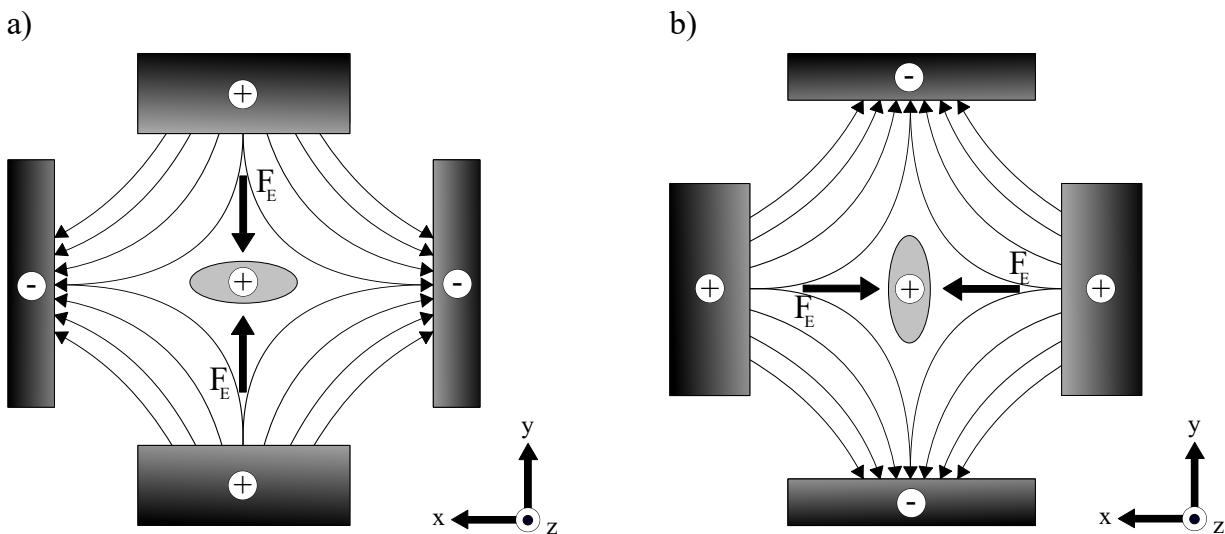
Vplyvom Coulombickej interakcie majú neekvidistatné rozloženie polôh v retiazku, čo určuje zmenu charakteristiky vyžarovania spôsobenú fázovou interferenciou jednotlivých elektrických polí generovaných iónmi v súbore. Následná simulácia a optimalizácia interferenčného obrazca v ďalekom poli si berie za cieľ zefektívniť kolekciu signálu z iónov vo voľnom priestore, teda bez zmeny ich emisných vlastností pomocou optických rezonátorov. Interferenčný model bude brať do úvahy dipólovú charakteristiku zdrojov neklasického svetla-iónov, a bude slúžiť pre optimalizáciu predovšetkým axiálneho napätia pasce a počtu iónov.

V nasledujúcej experimentálnej kapitole budeme študovať základný predpoklad pre kontrolovateľnú kolektívnu emisiu iónových reťazkov, ktorý zodpovedá základnému predpokladu pre konštruktívnu interferenciu- nerozlišiteľnosti interferujúcich módov svetla a ich zdrojov. Pre efektívne usporiadanie iónov do jedného kolekčného priestorového módu využijeme 3D kryštály. Pre potvrdenie čiastočnej nerozlišiteľnosti využijeme meranie korelačnej funkcie druhého rádu. Hlavný prínos realizovaného experimentu zodpovedá v demonštrácii nerozlišiteľnej emisie z nezávislých iónov ktorá je nutnou a postačujúcou podmienkou pre pozorovanie koherentnej kolektívnej emisie zodpovedajúcej rozptylu svetla na kvantovo previazanom stave systému atómov.

2 Interakcia svetla a iónu v Pauliho pasci

2.1 Pauliho vysokofrekvenčná pasca

Prvotnou motiváciou zostrojenia elektrickej pasce je dosiahnutie stabilného priestorového zachytenia jednej alebo niekoľkých elektricky nabitých častíc. Pole, pomocou ktorého je pasca vytváraná, vplýva na časticu silovým pôsobením. Výsledný potenciál daný Coulombickou interakciou pre nabitú časticu je niekoľko násobne hlbší ako štandardne dosahované hĺbky optických potenciálov používaných pre neutrálne častice. Ak je atóm ionizovaný, nadobudne násobok elementárneho náboja závislý na strate či získaní elektrónov. Na ion je už možné pôsobiť elektrickým poľom, ktoré na nabitú časticu pôsobí v smere jeho siločiar. Dané pôsobenie medzi opačne polarizovanými pólmi však nevytvára v statickom prípade trojrozmernú potenciálovú jamu, kde by bolo možné ióny udržať. Pri periodickej zmene polarity sa vhodným geometrickým usporiadaním pólov vytvorí v čase premenlivý potenciál, ktorý už dokáže vytvoriť oblasť uväznenia.



Obr. 1: Princiálny náčrt periodickeho vývoja polarity na štyroch póloch a) v čase $t = t_0$ a b) v čase $t = t_0 + \frac{T}{2}$, kde T je perióda daného vývoja. Zmena polarity nastáva symetricky, t.j. po prejení času $\frac{T}{2}$ sa polarita na všetkých elektródach zmení na opačnú.

Elektrická pasca používaná pri nasledujúcich experimentoch je tzv. kvadrupólová a patrí k jedným z najčastejšie používaných typov pasce. Zmena polarity na póloch kvadrupólovej pasce vytvára pseudopotenciál s oblasťou stability v rovine x-y. Vysokofrekvenčné napätie U_{RF} zabezpečuje rýchlu zmenu elektrického poľa na daných radiálnych elektródach. V z-ovej ose je možnosť zaviesť elektródy so stabilným jednosmerným napätím U . Výsledný potenciál má tvar

$$\varphi(x, y, z, t) = \frac{U}{2}(ax^2 + by^2 + cz^2) + \frac{U_{RF}}{2} \cos(\omega_{RF}t)(a'x^2 + b'y^2 + c'z^2) \quad (1)$$

kde a, b, c, a', b', c' sú reálne čísla zodpovedajúce geometrickým faktorom [17].

Z Gaussovho zákona elektrostatiky plynie že, daný potenciál (1) musí spĺňať Poissonovu rovnicu $\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ s hustotou náboja ρ a permitivitou vákua ε_0 . Keďže hustota náboja vo voľnom priestore je rovná nule, sú zrejme nutné podmienky pre hľadanie geometrických faktorov

$$a + b + c = 0, \quad a' + b' + c' = 0. \quad (2)$$

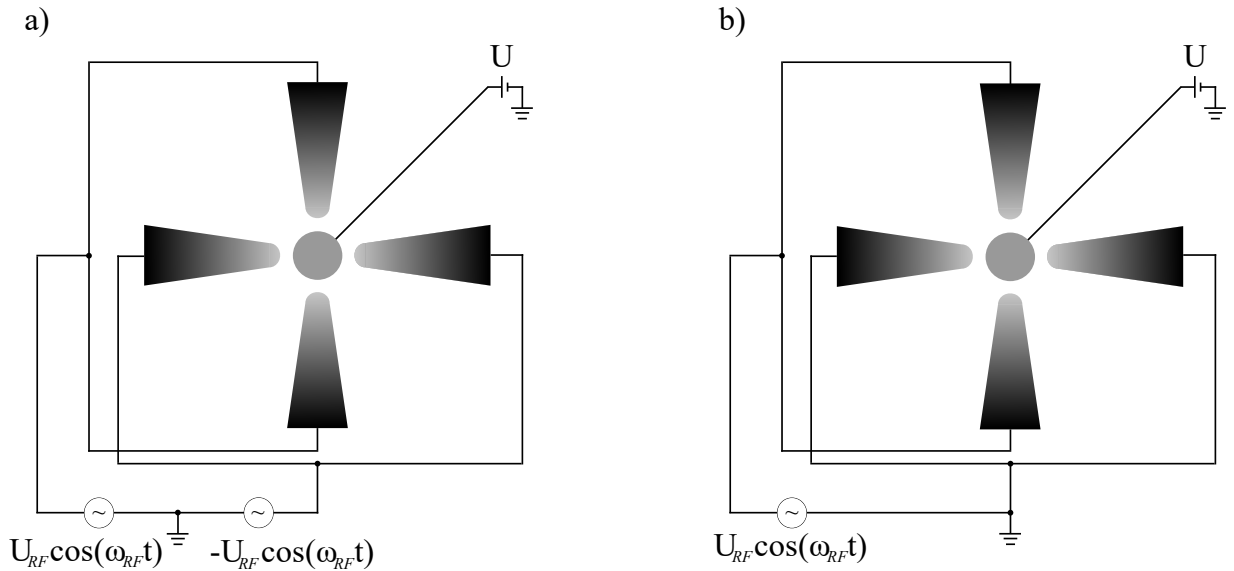
Ak uvažujeme prípad dynamického uväznenia v rovine x - y a statického uväznenia kladne nabitých častíc v smere z -ovej zložky súradníc, dostaneme vzťahy pre geometrické faktory lineárnej pasce:

$$-(a + b) = c > 0, \quad a' = -b'. \quad (3)$$

Následný tvar elektrického potenciálu Pauliho pasce má tvar

$$\varphi(x, y, z, t) = \frac{U}{2}(2z^2 - x^2 - y^2) + \frac{U_{RF}}{2} \cos(\omega_{RF}t)(y^2 - x^2). \quad (4)$$

Výsledný potenciál závisí na zapojení radiálnych elektród k zdroju striedavého napätia U_{RF} . Pri symetrickom zapojení sú na jednotlivé dvojice radiálnych elektród privádzané RF napätia avšak opačne orientované. Asymetrické zapojenie sa odlišuje tým, že sa jedna dvojica radiálnych elektród uzemnení. Druh zapojenia ovplyvňuje hĺbku a tvar potenciálu pri daných RF napätiach.



Obr. 2: Schematický náčrt a) symetrického a b) asymetrického zapojenia dvojice radiálnych elektród nachádzajúcich sa v lineárnej Pauliho pasce. Rozdiel medzi zapojeniami je v uzemnení jedného páru radiálnych elektród pri asymetrickom zapojení.

Výber zapojenia radiálnych elektród modifikuje potenciál (1) zohľadňujúc (3), a to pre symetrický rezonátor na tvar

$$\varphi_{sym}(x, y, z, t) = \frac{U}{2} \frac{2z^2 - x^2 - y^2}{2z_0^2} + \frac{U_{RF}}{2} \cos(\omega_{RF}t) \frac{y^2 - x^2}{r_0^2} \quad (5)$$

a pre asymetrický rezonátor na tvar

$$\varphi_{asym}(x, y, z, t) = \frac{U}{2} \frac{2z^2 - x^2 - y^2}{2z_0^2} + \frac{U_{RF}}{2} \cos(\omega_{RF}t) \frac{y^2 - x^2 + r_0^2}{2r_0^2}. \quad (6)$$

Význam parametru z_0 , resp. r_0 , je vzdialenosť z-tovej axiálnej (resp. radiálnej) elektródy od stredu pasce. Riešením pohybových rovníc danej častice v elektrickom poli je možné zistiť jej trajektóriu v závislosti na daných vstupných veličinách, t.j. na vstupných napätiach a vstupných frekvenciách. Rovnice pre pohyb v elektrickom potenciály budú mať tvar

$$\left(\frac{d^2 u}{dt^2} \right) = -\frac{e}{m} \nabla_u \varphi, \quad (7)$$

kde $u = \{x, y, z\}$ sú priestorové súradnice, m je hmotnosť častice a e je celkový náboj častice. Pri použití substitúcie $\xi = \frac{\omega_{RF}t}{2}$, $A_u = \frac{4eUC_u}{m\omega_{RF}^2}$ a $q_u = -\frac{2eU_{RF}C'_u}{m\omega_{RF}^2}$ s tým, že $C_u = \{a, b, c\}$ a $C'_u = \{a', b', c'\}$, môžeme diferenciálnu rovnicu (7) prepísať do tvaru Mathieuovej diferenciálnej rovnice

$$\left(\frac{d^2 u}{d\xi^2} \right) + [A_u - 2q_u \cos(2\xi)] = 0. \quad (8)$$

Znížením rádu diferenciálnej rovnice $|A_u|, q_u^2 \ll 1$ je možné nájsť riešenie tejto pohybovej rovnice v tvare

$$u(t) \approx \underbrace{u_0 \cos\left(\chi \frac{\omega_{RF}t}{2}\right)}_{\text{makropohyb}} \underbrace{\left[1 - \frac{q_u}{2} \cos(\omega_{RF}t)\right]}_{\text{mikropohyb}}, \quad (9)$$

s tým že $\chi = \sqrt{A_u + \frac{q_u^2}{2}}$. Vo vývoji trajektórie (9) sa nachádza člen opisujúci pohyb v harmonickom potenciáli o frekvencii $\Omega_{mac} = \chi \frac{\omega_{RF}}{2}$, tiež nazývaný sekulárnym pohybom. Rýchle oscilácie s amplitúdou menšou o faktor $\frac{q_u}{2}$ sú popísané ako mikropohyb. [18]. Experimentálne bol používaný asymetrický rezonátor pre ktorý platí potenciál (6).

Ak sa má dodržať vhodný tvar Mathieuovej diferenciálnej rovnice pre asymetrický rezonátor, tvar substitučných premenných zvolíme následovne

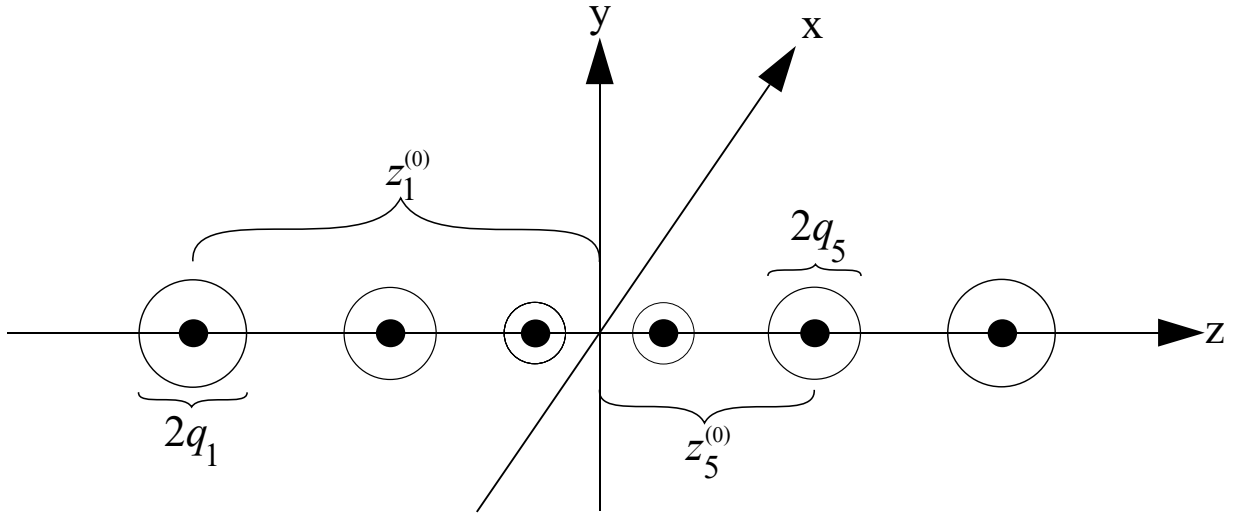
$$A_u = \frac{4eUC_u}{mz_0^2\omega_{RF}^2}, \quad q_u = -\frac{2eU_{RF}C'_u}{r_0^2m\omega_{RF}^2}, \quad (10)$$

a následne $C_u = \{-\kappa, -\kappa, 2\kappa\}$ a $C'_u = \{-2\kappa, 2\kappa, 0\}$ sa zistí z geometrických faktorov (3). Uhlová frekvencia častice pre pohyb v smere z-tovej osy má tvar

$$\Omega_z = 2\pi f_z = \chi_z \frac{\omega_{RF}}{2} = \frac{\omega_{RF}}{2} \sqrt{A_z + \frac{q_z^2}{2}} = \sqrt{\frac{2eU\kappa}{mz_0^2}}. \quad (11)$$

Uhlová frekvencia pre časticu v smere x a y sa dá vyjadriť podobne, a však v následujúcich častiach práce sa bude riešiť len axiálny smer. Faktor geometrickej účinnosti κ udáva pomer elektrického potenciálu pasce ku kvadrupólovému potenciálu tvorenému ideálnymi hyperbolickými elektródami. Modifikáciou vstupných napätí a frekvencií sa mení hĺbka a veľkosť pseudopotenciálu v kvadrupólovej RF pasci, čo spôsobí aj zmenu charakteru chyteného súboru častíc. Axiálna uhlová frekvencia Ω_z závisí len na zvolenom napätí U , preto nastáva otázka, či zmena napätia bude implikovať cez zmenu danej frekvencie aj geometrické modifikácie súboru iónov.

2.2 Rovnovážne polohy iónov v lineárnej pasci



Obr. 3: Schematický náčrt neekvidistantného usporiadanie šesť iónového súboru, kde $z_j^{(0)}$ je vzdialenosť iónu od stredu súboru a q_j je malá časovo závislá dislokácia odpovedajúca zvyškovému termálnemu pohybu iónu.

Pri riešení problematiky pohybu v Pauliho pasci sa došlo k vzťahu (11) medzi axiálnou uhlovou frekvenciou častice Ω_z a jednosmerným napätím U na axiálnych elektródach. Daný kmitavý pohyb častice sa dá aproximovať pohybom harmonického oscilátora, ktorého

potenciál ma tvar $U_{har} = \frac{1}{2}m\Omega_z^2 z_j^2(t)$, kde $z_j(t)$ je poloha j -tej častice a m je jej hmotnosť. Keďže sa používajú rovnako hmotné ióny, m je považované za konštantné. Pri snahe popísať N iónov v lineárnom retiazku je však podstatné uvažovať aj ich vzájomné silové pôsobenie, ktoré je určené Coulombickou interakciou. Pri číslovaní iónov zľava doprava je tvar výsledného potenciálu N časticového lineárneho súboru

$$U = U_{har} + U_{Coul} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2}m\Omega_z^2 z_j^2(t) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{|z_i(t) - z_j(t)|}, \quad (12)$$

kde q je celkový náboj častice a ϵ_o je permitivita vákua. Ďalej sa bude považovať celkový náboj $q = e$, lebo používaný jednomocný kation vápnika ma náboj práve o veľkosti jednonásobku elementárneho náboja e . Za predpokladu, že ióny sú dostatočne ochladené, tzn. pomer Coulombickej energie ku kinetickej energii je veľký, je poloha j -tého iónu aproximovaná na $z_j(t) \approx z_j^{(0)} + q_j(t)$, kde $q_j(t)$ zodpovedá dominantne zvyškovým termálnym fluktuáciám iónov.

N	Rovnovážne polohy iónov v lineárnom kryštále									
	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}
2	-0.630	0.630								
3	-1.077	0	1.077							
4	-1.437	-0.454	0.454	1.437						
5	-1.743	-0.822	0	0.822	1.743					
6	-2.012	-1.136	-0.370	0.370	1.136	2.012				
7	-2.255	-1.413	-0.687	0	0.687	1.413	2.255			
8	-2.476	-1.662	-0.967	-0.318	0.318	0.967	1.662	2.476		
9	-2.680	-1.890	-1.220	-0.600	0	0.600	1.220	1.890	2.680	
10	-2.871	-2.100	-1.450	-0.854	-0.282	0.282	0.854	1.450	2.100	2.871

Tabuľka 1: Tabuľka škál v_j rovnovážnych polôh jednotlivých iónov od stredu N časticového súboru. Prevzatá z [19].

Minimalizáciou energie potenciálu nájdeme rozmiestnenie stredných polôh častíc $z_j(t)$. Pri zanedbaní termálnych reziduálnych fluktuácií $q_j(t)$ je možné nájsť rovnovážne polohy za pomoci podmienky lokálnych extrémov,

$$\left[\frac{\partial U}{\partial z_j} \right]_{z_j=z_j^{(0)}} = 0. \quad (13)$$

S pomocou substitúcie $z_j^{(0)} = v_j l$, kde l definujeme ako

$$l^3 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m\Omega_z^2} \quad (14)$$

dostaneme z podmienky (13) sadu algebraických rovníc

$$v_j - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{(v_j - v_i)^2} + \sum_{i=j+1}^N \frac{1}{(v_j - v_i)^2} = 0 \quad (15)$$

pre daný potenciál U . Analytickým riešením sa nájdu konkrétne v_j pre maximálne 3 ióny. Pre viac iónov sa využije numerický výpočet konkrétnych polôh v_j .

Zmenou vstupného napätia U na axiálnych elektródach sa zmení aj vzájomná vzdialenosť medzi chytenými iónmi. Nabité častice sú od seba neekvidistatne vzdialené, čo je spôsobné ich vzájomnou Coulomovskou interakciou [19]. Pri možnosti fázovej interferencie neklasického svetla z jednotlivých emitorov bude kľúčové zohľadniť ich vzájomné neekvidistantné vzdialenosti a ich závislosť len na vstupnom axiálnom napätí U .

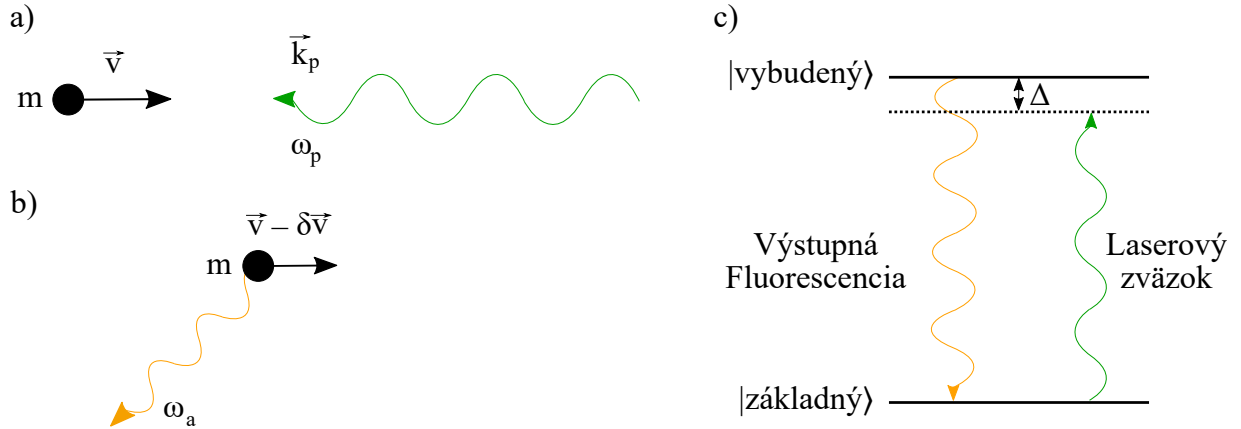
2.3 Laserové chladenie iónov

Základnou myšlienkou chladenia iónov je zníženie ich termálnej kinetickej energie. Pre efektívne dosiahnutie teplôt a termálnych energií porovnateľných s energiou jednotlivých pohybových kvant zodpovedajúcich jedno-atómovému pohybovému oscilátoru boli vyvinuté experimentálne metódy laserového chladenia [20]. V súčasnosti existuje niekoľko významných metód odlišujúcich sa predovšetkým v používanej energetickej štruktúre používaných hladín, type interakcie, a základnými parametrami zahrňujúcimi dosiahnuteľnú teplotu a rýchlosť chladenia. Pre správne pochopenie procedúr a experimentálnych výsledkov prezentovaných v tejto práci uvedieme princíp fungovania takzvaného Dopplerovského chladenia atómov, ktoré predstavuje základný stavebný kameň pre mnoho ďalších schém a zároveň je výhradne používané ako prvý stupeň chladenia u atomárnych iónov zachytených v Pauliho pasciach.

Dopplerovské chladenie je založené na prenose priemerného momentu hybnosti z excitačného laserového zväzku na atóm. K prenose momentu hybnosti dochádza pri procesoch excitácie energetickej prechodov a pri následnej emisii atomárnej fluorescencie. Obr. 4 popisuje princíp Dopplerovského chladenia na dvoj-hladinovom systéme atómu s hmotnosť m , ktorý sa pohybuje rýchlosťou \vec{v} , a ktorého stredná hodnota frekvencie medzi základným a excitovaným elektrónovým stavom je ω_a .

V protismere daného atómu sa pohybuje fotón s vlnovým vektorom \vec{k}_p a frekvenciou ω_p . Dopplerovský efekt spôsobuje zvýšenie danej priemernej frekvencie fotónu vzhľadom na ión. Na to aby došlo k absorpcii fotónu iónom je nutné rozladiť lasery červeným posunom o Δ , čo je označenie pre veľkosť rozladenia laserovej frekvencie oproti frekvencii atomárneho energetickej prechodu. Po excitácii daného iónu spomínaným silno rezonančným fotónom dôjde k zníženiu rýchlosti iónu o $\delta\vec{v} = \frac{\hbar\vec{k}_p}{m}$. Následná emisia je smerovaná náhodne, čo spôsobí náhodne smerované dodanie hybnosti iónu. Po mnohonásobnom opakovaní sa dané náhodné prírastky hybnosti spriemerujú a navzájom vyrušia.

Sila spôsobená radiačným tlakom laserov sa pri nízkych saturačných intenzitách lasera dá zapísať v tvare



Obr. 4: Nákres principiálneho fungovania laserového Dopplerovského chladenia. a) V protismere atómu o hmotnosti m a rýchlosti \vec{v} sa pohybuje fotón s vlnovým vektorom \vec{k}_p a frekvenciou ω_p . b) Excitácia iónu, spôsobená pohltitím daného fotónu, zníži rýchlosť danej nabitej častice o $\delta\vec{v}$. Následná emisia fotónu do náhodného smeru o frekvencii ω_a spôsobí zväčšenie hybnosti iónu v protismere vyletujúceho emisného fotónu. Náhodne orientovaná emisia sa však po mnohých opakovaníach daného cyklu spriemerovaním vyruší. Kvôli Dopplerovmu javu sa zdá byť frekvencia prichádzajúceho excitačného fotónu posunutá vzhľadom na ión. Posunutie sa javí zvýšenou frekvenciou excitačného fotónu. Aby s vysokou pravdepodobnosťou nastalo pohltenie daného fotónu iónom musí byť jeho frekvencia podobná ako ω_a . Rozladením laserov červeným posunom o Δ sa zvýši pravdepodobnosť pohltienia excitačného fotónu iónom. Excitácia a fluorescencia elektrónu na valenčnej vrstve daného atómu je zobrazená v energetickej bilancii v sekcii c), kde je elektrón vybudený zo základného do vybudeného stavu. Symbol Δ označuje rozladienie laserovej frekvencie oproti frekvencii atomárneho energetického prechodu.

$$\vec{F}(\vec{v}) = \hbar\vec{k}_p\Gamma\rho_{ee}(\vec{v}), \quad (16)$$

kde $\rho_{ee}(\vec{v})$ je pravdepodobnosť vybudenie iónu. Pri úvahe malých rýchlostí v je možné silu F lineárne rozvinúť do Maclaurinovej rady okolo $\vec{v} = 0$,

$$\vec{F}(\vec{v}) = \vec{F}_0 + \left. \frac{d\vec{F}}{d\vec{v}} \right|_{v=0}. \quad (17)$$

Člen \vec{F}_0 predstavuje časovo spriemerovanú silu vychýľujúcu atómy zo stredu pasce. Ak \vec{F}_0 je v čase nemenná potom zmena energie pri červenom rozladiení laserov má tvar

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_{cool} = \langle \vec{F}\vec{v} \rangle = \left. \frac{d\vec{F}}{d\vec{v}} \right|_{v=0} \langle \vec{v}^2 \rangle = -\alpha \langle \vec{v}^2 \rangle. \quad (18)$$

Tlmiaci koeficient α je aproximovaný [21] na

$$\alpha = -4\hbar k_p^2 \frac{2\Delta/\Gamma}{[1 + (2\Delta/\Gamma)^2]^2}, \quad (19)$$

ak $kv \ll \Gamma, \Delta$. Symbol Γ označuje prirodzenú šírku čiary. V rovnakom čase sa atómu zvyšuje energia zahrievaním alebo rozptýlením zapríčinené emisiou a absorpciou fotónu v náhodnom smere. V jednorozmernom prípade sa daný nárast energie dá vyjadriť [21] ako

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{heat} = \frac{\hbar^2 k_p^2 \Gamma}{m} \frac{1}{[1 + (2\Delta/\Gamma)^2]}. \quad (20)$$

Ak atóm dosiahne danú najnižšiu hranicu teploty a k chladeniu už nedochádza, rýchlosť zahrievania sa musí rovnať rýchlosti chladenia (uvážujúc jednorozmerný prípad)

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{heat} = \left(\frac{dE}{dt}\right)_{cool} \implies \langle v^2 \rangle = \frac{\hbar\Gamma}{4m} \frac{1 + (2\Delta/\Gamma)^2}{2\Delta/\Gamma}. \quad (21)$$

Pri vychádzaní z identity $m \langle v^2 \rangle = k_B T$, kde k_B je Boltzmannova konštanta dostaneme závislosť teplotného limitu chladenia závislé na Δ

$$T = \frac{\hbar\Gamma}{4k_B} \frac{1 + (2\Delta/\Gamma)^2}{2\Delta/\Gamma}. \quad (22)$$

Optimálny prípad s najnižšou výslednou teplotou nastane sa z rovnice (22) dostane pre $2\Delta/\Gamma = 1$, čo zodpovedá tzv. Dopplerovskému limitu chladenia s limitnou teplotou

$$T_{min} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}. \quad (23)$$

Dostatočná miera laserového chladenia zachytených iónov môže zabezpečiť zníženie pohybu častíc na úroveň, pri ktorej kinetická a Coulombickej energie sú porovnateľné. V danej chvíli nastane tzv. vykryštalizovanie súboru iónov. Rozlíšenie jednotlivých bodov v danom kryštále priamo závisí na pomere Coulombickej a kinetickej energie

$$\zeta = \frac{E_{Cou}}{E_{kin}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a k_B T}, \quad (24)$$

kde a je Wigner-Seitzov polomer [22]. Vykryštalizovaný súbor môže nadobúdať rôzne konfigurácie v závislosti na počte iónov N , nastavení tuhosti pasce a efektívnosti laserového chladenia. Pri dostatočne veľkom chladení je možné vyjadriť konfiguráciu kryštalizovania závislú na počte N a na parametre θ . Daný parameter vyjadruje pomer medzi radiálnou ω_r a axiálnou ω_z uhlovou frekvenciou na elektródach

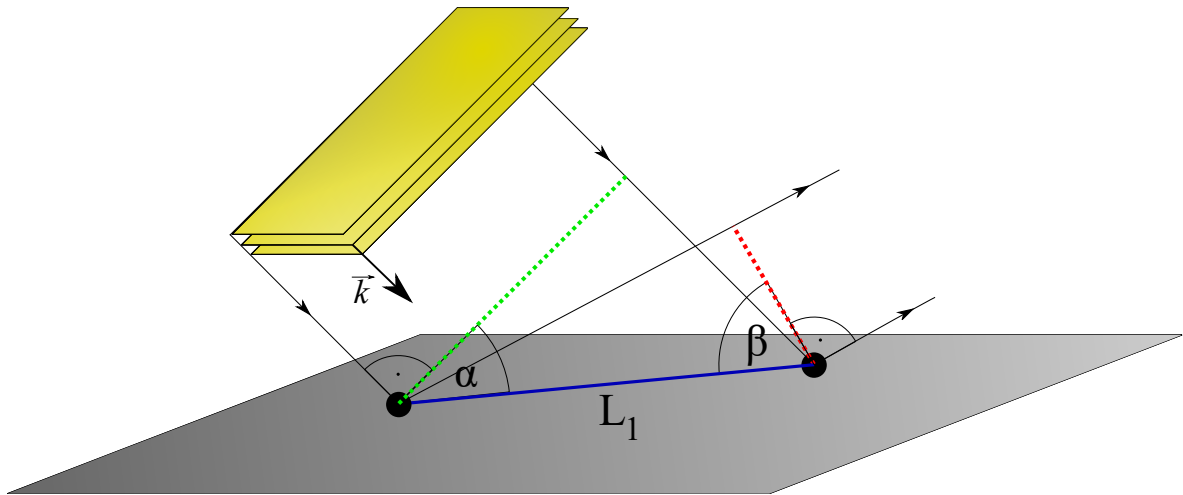
$$\theta = \frac{\omega_z^2}{\omega_r^2 - \frac{\omega_z^2}{2}}. \quad (25)$$

Pri lokalizácii iónových kryštálov je preto možné sa stretnúť s plošne hexagonálnou mriežkou, špirálovými či koncentrickými vrstvovými štruktúrami alebo lineárnymi retiazkami v závislosti na parametre θ a počtu iónov vo vykryštalizovanom súbore [23].

3 Model intenzity rozptýleného svetla na súbore niekoľkých atómov

3.1 Optimalizácia za pomoci interferencie

Kolekcia emitovanej fluorescencie a maximalizácia detekovanej intenzity svetla zo súboru iónov patrí ku problematike riešenej pri väčšine experimentálnych úloh s chytenými atomárnymi iónmi. Efektivita zozbieranej intenzity priamo ovplyvňuje kvalitu nameraných dát a schopnosť vyčítať vnútorné-elektronické a vonkajšie-pohybové neklasické stavy zachyteného atómu. Pri nízkom počte signálov zo súboru často nie je možné sledované kvantové javy namerať za časový interval v rámci ktorého sú parametre experimentu dostatočne stabilné. Navrhnutý prístup využívajúci kolektívneho koherentného rozptylu svetla na súbore lokalizovaných iónov koncepčne sľubuje zvýšenie kolekčnej účinnosti svetla. V tejto kapitole predstavíme matematickú simuláciu s cieľom kvantitatívnej estimácie možnosti zisku efektívnej kolekčnej účinnosti, ktorú budeme pre prehľadnosť normovať pomocou intenzity zodpovedajúcej jednému iónu. Budeme modelovať vzor vyžarovania pre daný súbor a optimalizovať vstupné parametre, vrátane orientácie vyžarovaných dipólov a pozícií jednorozmerných iónových kryštálov.

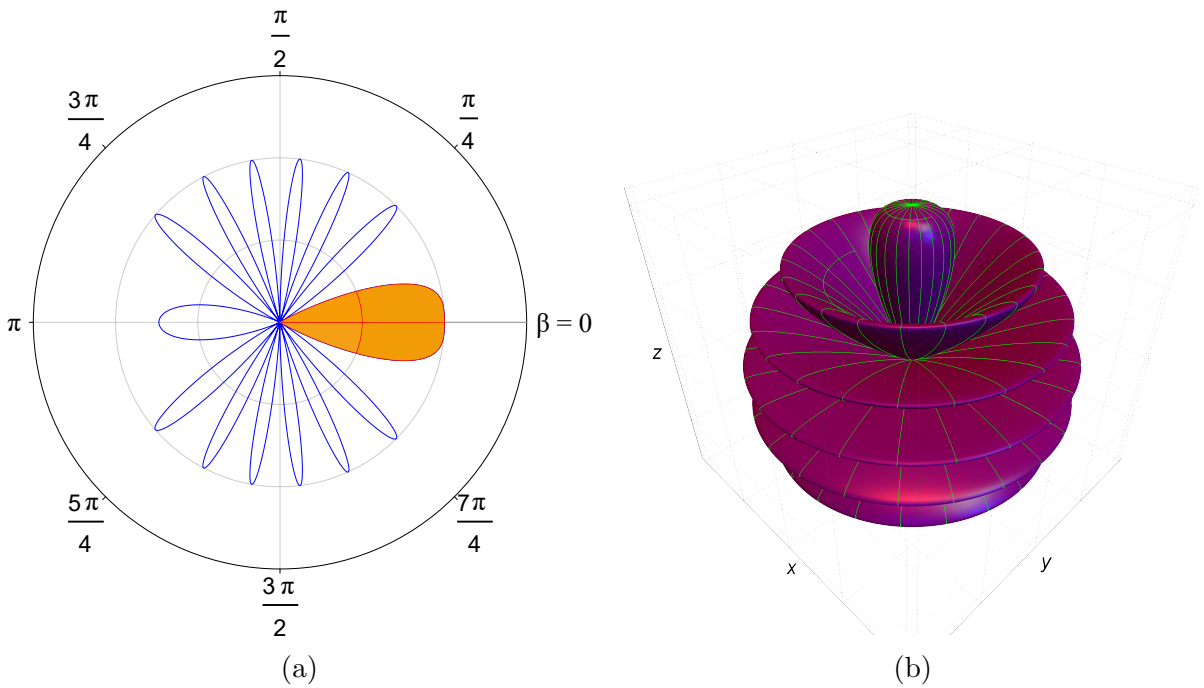


Obr. 5: Grafické znázornenie rozptylu rovinatej vlny s vlnovým vektorom \vec{k} prichádzajúcej z ďalekého poľa, (znázornenú žltou) na dvoch bodových časticiach vo vzájomnej vzdialenosti L_1 . Uhol dopadu je označený ako α a uhol odrazu je vyobrazený ako β . Fázová interferencia je vytváraná rozdielom oneskorení príchodu rovinatej vlny na prvú a druhú ión.

Súbor N nezávislých iónov predstavuje zdroj neklasického svetla z zodpovedajúci N jedno-fotónovým emitorm. Dané ióny sú vybudené laserom, ktorý na nich svieti pod 45° .

3 MODEL INTENZITY ROZPTÝLENÉHO SVETLA NA SÚBORE NIEKOĽKÝCH ATÓMOV

Tento zdroj monochromatického svetla sa nachádza rádovo ďalej ako je vzájomná vzdialenosť medzi iónmi a zároveň je rádovo vyššia ako vlnová dĺžka λ rozptyľovaného optického žiarenia. Predpokladáme, že k iónom sa blíži rovinná vlna z ďalekého poľa a dopadá na všetky ióny v súbore pod rovnakým uhlom. Na ióny sa môžeme pozerať ako na štrbiny v analógii s klasickým Youngovým interferometrickým usporiadaním. Interferencia vln vytvorených rozptylom rovinnnej vlny z ďalekého poľa na N -iónovom súbore je podobná Youngovmu interferenčnému experimentu s rovnakým počtom štrbín [24]. Pre nasledujúci model je vybraný najjednoduchší typ súboru a tým je lineárny retiazok iónov, ktorý zároveň poskytuje možnosť vysokej kontroly jeho priestorových parametrov a možnosť adresovať individuálne častice pomocou fokusovaných laserových zväzkov.



Obr. 6: Grafické vyobrazenie 2D (a) a 3D (b) intenzity vyžarovania (30) 2 iónov pri jednotkovej vzdialenosti $l=0,4 \mu\text{m}$. V (a) je osa kryštálu z umiestená horizontálne. Graf (a) je projekciou grafu (b) do $z-x$ roviny. Oranžovou farbou je na obrázku a) znázornená axiálna slučka, ktorej plocha poukazuje na množstvo vyžiarenej intenzity v nej obsiahnuté.

Pre zjednodušenie a zdôraznenie tejto analógie najprv uvažujme interferenciu na najjednoduchšom prípade zodpovedajúcom dvoj-iónovému súboru. Každý ión sa považujeme za koherentne rozptyľujúcu časticu, teda výsledné elektrické pole rozptýlene z dvoch častíc je v tvare

$$\vec{E}(\Delta z) = E_0 e^{i\varphi} (1 + e^{i\vec{k}\Delta z}), \quad (26)$$

kde φ je fáza a Δz je fázový rozdiel rozptýlenej vlny pri rozptyle na dvoch emitoch. Následne pozorovateľná intenzita fázovej interferencie dvoch iónov je daná vzťahom

$$I(\Delta z) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \left| \vec{E}(\Delta z) \right|^2 = A \left| 1 + e^{i\vec{k}\Delta z} \right|^2, \quad (27)$$

kde \vec{k} je vlnový vektor. Bez významného obmedzenia obecnosti dosiahnutých záverov budeme považovať člen A , obsahujúci fázový a amplitúdový člen, za jednotkový. Ako je znázornené na Obr.5, fázové oneskorenie sa potom dá pre daný prípad vyjadriť v tvare

$$I(\alpha, \beta) = \left| 1 + e^{i\vec{k}L_1(\cos \alpha - \cos \beta)} \right|^2, \quad (28)$$

kde L_1 je vzdialenosť medzi iónmi, uhol α je uhol dopadu a β uhol odrazu rovinatej vlny od iónu. Laserový zväzok prichádzajúci z mnohonásobnej väčšej vzdialenosti ako je vzdialenosť medzi atómami dopadá na celý súbor pod rovnakým uhlom.

Pre konkretizáciu úlohy zvolíme uhol dopadu $\alpha = 45^\circ$, ktorý zodpovedá častej konfigurácii excitačnej a pozorovacej geometrie danej usporiadaním vo vákuovej komore. Maximum pozorovanej interferenčnej štruktúry je sledované pod nulovým uhlom odrazu, čo zodpovedá elementárnemu fázovému zladeniu. Vzťah (28) nadobúda maxima pri 180° . Uhol β , pri ktorom je dosiahnutý minimálny gradient zmeny interferenčnej fázy a teda umožňuje maximálnu kolekciu optickej intenzity sa nachádza vždy pozlž osy kryštálu, t.j. $\beta = 0$. Vzťah intenzity pre fázovú interferenciu dvoch emitorov je potom,

$$I(\beta) = \left| 1 + \exp \left(ikL_1 \frac{\cos(\pi/4) - \cos \beta}{\cos(\pi/4) - \cos(0)} \right) \right|^2. \quad (29)$$

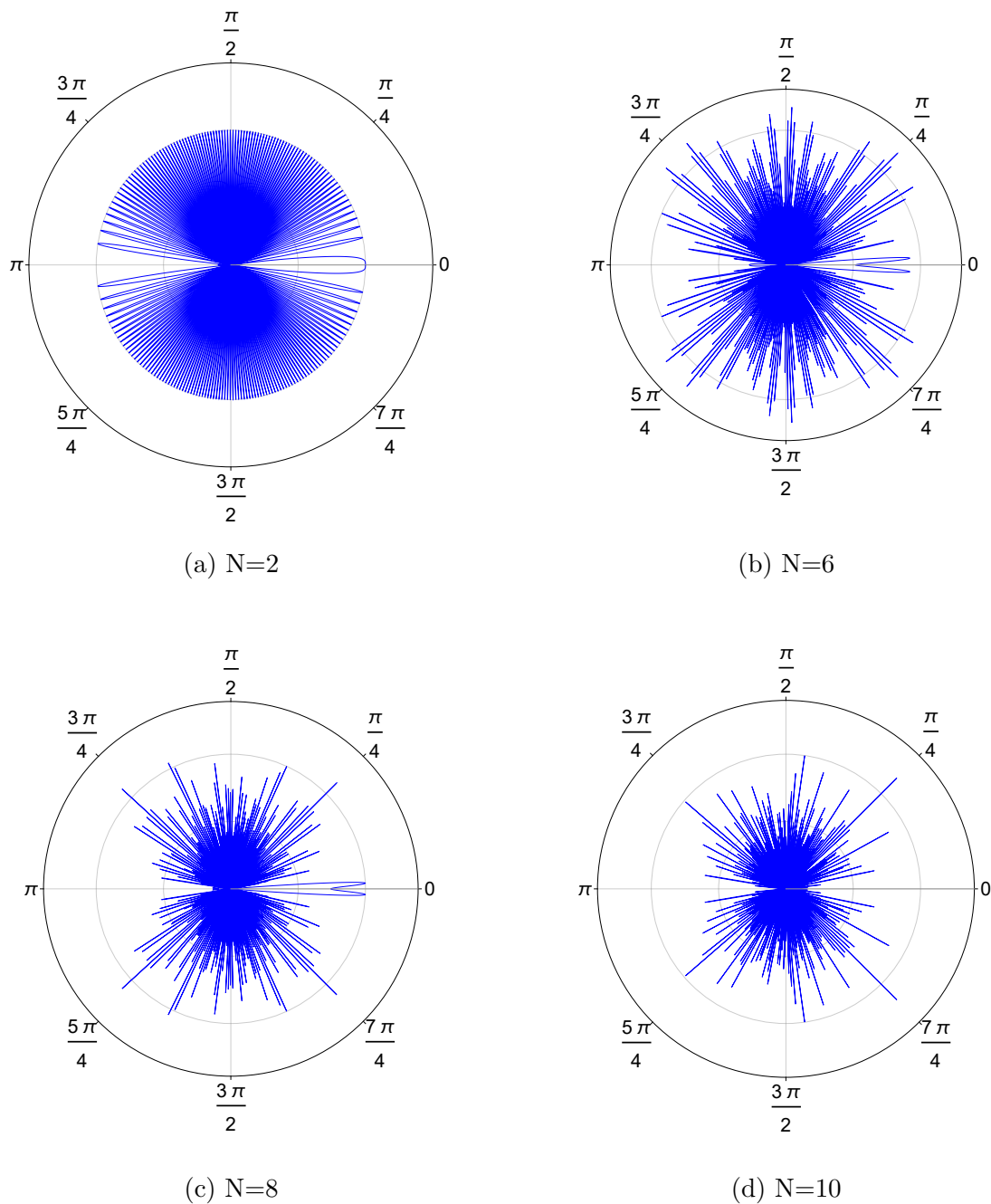
Pri väčšom počte iónov $N > 2$ je výsledná intenzita daná sumou exponenciál s rôznymi vzdialenosťami L_i . Tie predstavujú vzdialenosti medzi prvým iónom a $i + 1$ iónom, pričom predpokladáme indexovanie iónov zľava doprava.

Kvadrát absolútnej hodnoty vytvorí sumu intenzít odpovedajúcu interferencii všetkých možných dvojíc iónov, ktoré sa v súbore nachádzajú. Ako vyplýva z Kapitoly 2.2 kvôli Coulomickej interakcie medzi iónmi sa lineárny súbor rozloží neekvidistantne. L_i preto nezodpovedá prostému násobku jednotkovej vzdialenosti medzi prvým a druhým iónom, ale je závislé na počte iónov v súbore. Ako je ukázané v Kap.2.2, zo vstupného napätia na axiálnych elektródach je možné vyrátať jednotkovú axiálnu vzdialenosť l . Pri súbore dvoch iónoch je ich vzájomná vzdialenosť rovná $l(v_2 - v_1)$, kde v_i zodpovedajú hodnotám z Tabuľky 1.

Z toho vyplýva, že $L_i = l(v_i - v_1)$. Výsledný vzťah pre intenzitu vyžarovania N-iónového súboru je

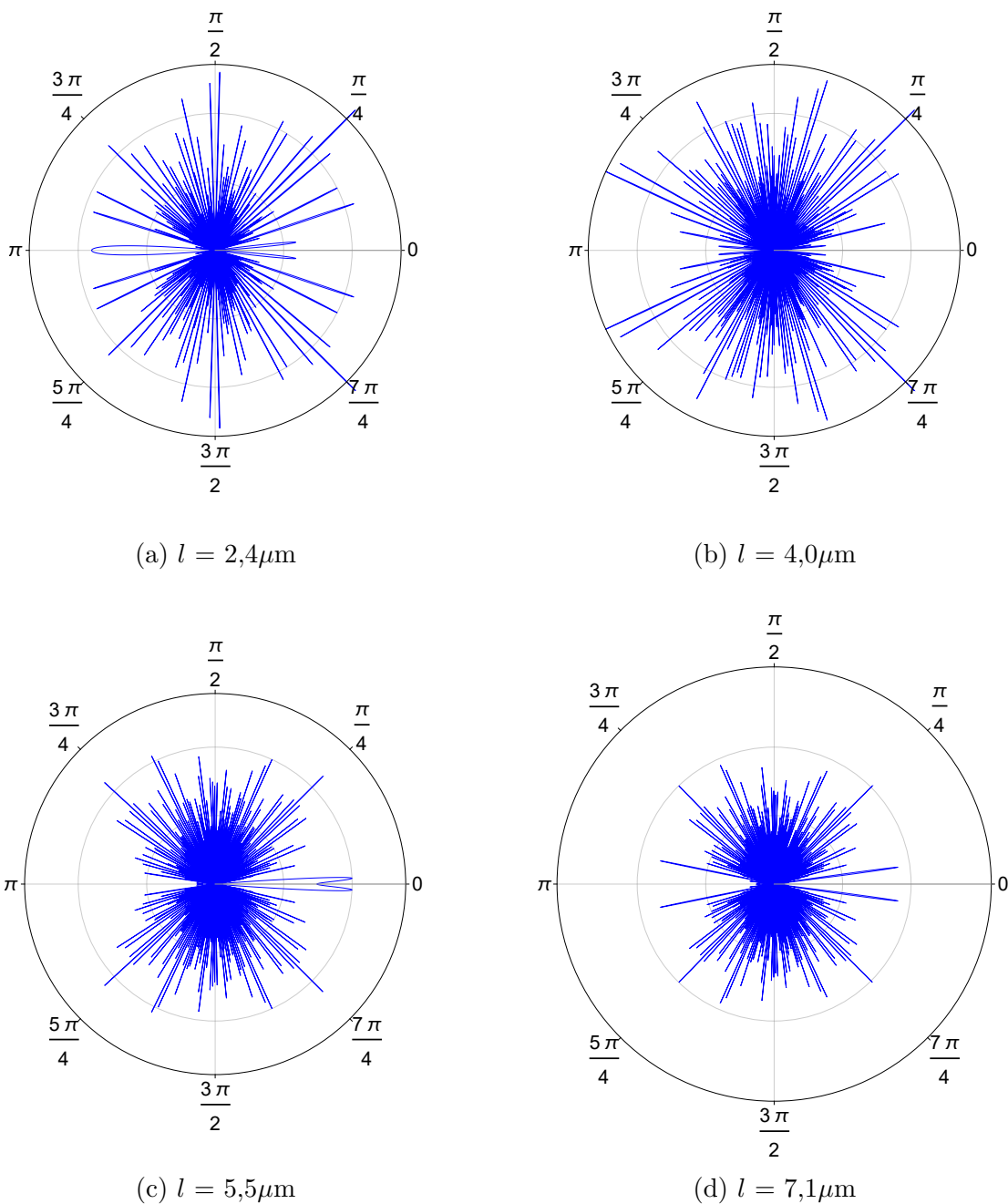
$$I(\beta) = \left| 1 + \sum_{i=2}^N \exp \left(ikl(v_i - v_1) \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos \beta}{\frac{\sqrt{2}}{2} - 1} \right) \right|^2. \quad (30)$$

3 MODEL INTENZITY ROZPTÝLENÉHO SVETLA NA SÚBORE NIEKOĽKÝCH ATÓMOV



Obr. 7: Grafické znázornenie charakteristík vyžiarenej intenzity súboru o N iónov závislej na znázornenom uhle β pri jednotkovej vzdialenosti $l = 5,5\mu\text{m}$. Dané charakteristiky poukazujú na zmenu veľkosti "slučky", ktorej stred je v $\beta = 0$.

3 MODEL INTENZITY ROZPTÝLENÉHO SVETLA NA SÚBORE NIEKOĽKÝCH ATÓMOV



Obr. 8: Grafické znázornenie vzorov vyžiarenej intenzity súboru 8 iónov závislej na znázornenom uhle β a jednotkovej vzdialenosti l . Dané charakteristiky poukazujú na zmenu veľkosti slučky, ktorej stred je v $\beta = 0$.

Ak budeme uvažovať prípad rovnako vyžarujúcich neekvidistatne vzdialených zdrojov neklasického svetla, je možné pri sledovaní fázovej interferencie, správnym nastavením vstupných parametrov pozorovať zvýšenie intezity v axiálnom smere, ktoré graficky bude

reprezentované "slučkou" symetrickou okolo $\beta = 0$, ako príklad znázornená na Obr.6 (a). Pri správnom nastavení pasce je preto možné maximalizovať signál v axiálnom smere s ohľadom na obmedzenia numerickej apertúry otvoru v axiálnej elektróde, alebo kolekčnej optiky. Pri výslednom návrhu súboru iónov a ich pozícií pre optimálnu smerovú emisiu musíme vziať do úvahy vlastnosti zachytených častíc, ktoré môžu významne určovať účinnosť a tvar vyžiarenej intenzity, predovšetkým orientáciu a typ vyžarovacieho dipólu zodpovedajúcu reálnym iónovým elektronickým prechodom s danou vlnovou dĺžkou.

3.2 Dipólová charakteristika vyžarovania

Výpočet priestorových vlastností vyžarovania súboru iónov prezentovaný v predchádzajúcej kapitole nebral do úvahy reálnu vyžarovaciu charakteristiku atomárných prechodov a aproximoval ióny ideálnymi bodovými rozptyľujúcimi časticami s izotropnou emisiou. Atomárny ión však v závislosti na použítom optickom prechode neemituje izotropne. Najčastejšie používané dipólové prechody iónov kovov alkalických zemín s krátkou dobou života umožňujú výber typu a natočenia dipólu v závislosti na nastavení magnetického poľa a smere a polarizácii excitačného zväzku. Zmena smeru homogénneho magnetického poľa vytváraného Helmholtzovými cievkami (viz. Kap.4.1) určuje natočenie daného dipólu a tým pádom priestorový vzor vyžarovania.

Výsledná intenzita interferenčného obrazca pri rozptyle z N -iónov pri zahrnutí dipólovej vyžarovacej charakteristiky má tvar

$$I(\beta, \gamma) = \left| P_{dip}^j(\beta, \gamma) \left[1 + \sum_{i=2}^N \exp \left(i \vec{k} l (v_i - v_1) \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos \beta}{\frac{\sqrt{2}}{2} - 1} \right) \right] \right|^2, \quad (31)$$

kde P_{dip}^j definuje priestorovú vyžarovaciu charakteristiku pre daný dipól orientovaný pozdĺž osi j . Keďže náš model zatiaľ využíval rotačnú symetriu okolo osi z , následné upresnenie berie do úvahy, že niektoré dipóly nemusia spĺňať tento požiadavok. Uhol γ určuje polárny koordinát okolo osi z . Model bude zohľadňovať dva druhy dipólu, cirkulačný a lineárny. Vyžarovací predpis pre cirkulačný dipól, vytváraný osciláciou elektrónu okolo osi z má tvar

$$P_{cir}^{(z)}(\beta) = \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2 \beta). \quad (32)$$

Rotáciou okolo osi x je vytváraný vzor cirkulačného dipólu v tvare

$$P_{cir}^{(x)}(\beta, \gamma) = \frac{3}{16\pi} (1 + \sin^2 \beta \cos^2 \gamma). \quad (33)$$

Dipól (32) je rotačne symetrický okolo z , zatiaľ čo (33) rotačne symetrický okolo x nie je, preto sa v ňom prejavuje závislosť na uhle γ . Vzor pre lineárny dipól, vytváraný kmitaním na ose z má tvar

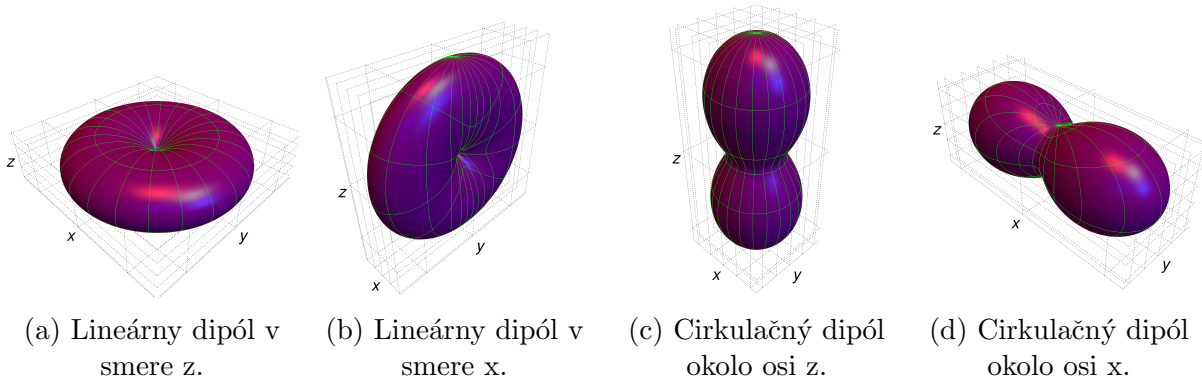
$$P_{lin}^{(z)}(\beta) = \frac{3}{8\pi} \sin^2 \beta. \quad (34)$$

Kmitaním na ose x je vytváraný vzor lineárneho dipólu v tvare

$$P_{lin}^{(x)}(\beta, \gamma) = \frac{3}{8\pi}(1 - \sin^2 \beta \cos^2 \gamma). \quad (35)$$

Pre lepšiu predstavu sú vzory daných dipólov vykreslené na Obr.9. Dipólovou korekciou je možné realistickejšie popísať intenzitu vyžarovania súboru iónov v lineárnom rozložení na ose z . Prípád dvoch iónov vzdialených od seba $0,4\mu\text{m}$ je priestorovo vykreslený s možnými dipólovými charakteristikami na Obr.10.

Využitím dipólových charakteristík je možné skompletizovať vytváranie charakteristiky vyžiarenej intenzity z lineárneho súboru o N iónoch. Následne v programe Mathematica je vytvorený model ktorý využíva vzťah (31). Princíp daného modelu spočíva v nájdení čo najväčšej vyžiarenej intenzity v šírke $2\beta_{min}$, pričom uhol β_{min} je určený ako prvé interferenčné minimum pri skenovaní od $\beta = 0$. Obr. 10 naznačuje, že uvažovať sa oplatí predovšetkým lineárny dipól v smere x a cirkulačný dipól okolo osi z , ktoré majú dominantné charakteristiky vyžarovania práve v axiálnom smere pasce. Štúdium okolo osi kryštálu prináša schopnosť zozbierať neklasické svetlo z väčšieho priestorového uhla vzhľadom na uhol β . Ostatné konfigurácie boli vyskúšané ale ako naznačujú simulácie na Obr. 10, percentuálne zastúpenie vyžiarenej relatívnej intenzity obsiahnuté v danej axiálnej slučke tvorené v týchto konfiguráciách bolo neoptimálne.



Obr. 9: Priestorové vykreslenie emisných charakteristík pre dané dipóly závislé na smerovaní dipólu určené pre (a) vzťahom (34), pre (b) vzťahom (35), pre (c) vzťahom (32) a pre (d) vzťahom (33).

Pri znalosti uhlov β_{min} a konkrétnej hodnoty γ je možné vypočítať priestorový uhol a relatívnu intenzitu získanú z rovinatej aproximácie prerátať na relatívnu intenzitu v priestorovom vzore. Zo sledovania rezu priestorovým vzorom v hodnote $y = 0$ dokáže model vyexportovať parametre pasce, ktoré by mali zodpovedať nastaveniam pre maximalizáciu intenzity.

Výstupom daného modelu sú okrem už spomínaných relatívnych intenzít a uhlov

3 MODEL INTENZITY ROZPTÝLENÉHO SVETLA NA SÚBORE NIEKOĽKÝCH ATÓMOV

β_{min} aj parametre pasce, ktorými je napätie na axiálnych elektródach U a jednotková vzdialenosť l . Model pevne udá parametre pasce, zistí potrebný kolekčný uhol β_{min} a relatívnu intenzitu. Následne zmení parametre pasce nájde uhol β_{min} a k nemu pridruženú relatívnu intenzitu a zhodnotí či pri týchto parametroch pasce je relatívna intenzita väčšia ako pri predchádzajúcich parametroch. Zvolením vhodných intervalov jednotkovej vzdialenosti l je daný model schopný nájsť v optimálnu konfiguráciu. Naprogramovanú numerickú estimáciu sme použili pre hľadanie ideálnych parametrov zisku detekčnej účinnosti pre počet iónov v intervale 2 až 10. Kompletne tabuľky s výsledkami daného modelu sú v Prílohe tejto práce.

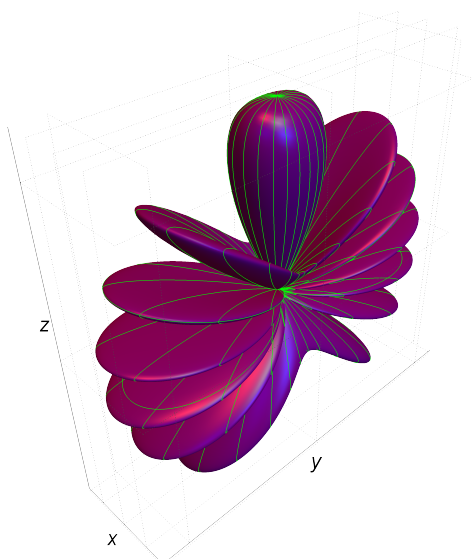
Typické experimentálne obmedzenia v nastavení Pauliho pascí ďalej určujú rozsah experimentálnych parametrov vhodných pre potenciálnu realizáciu zodpovedajúcej konfigurácie rozptyľujúcich iónov. Predovšetkým dosiahnuteľná hodnota napätia sa typicky pohybuje v ráde jednotiek kV a je obmedzená rizikom prierazu medzi elektródami s typickou vzájomnou vzdialenosťou desiatkach až stovkách mikrometrov. V našom laboratóriu je limit na axiálne napätie približne $U < 1600V$. Výsledné dáta sú zosumarizované v Tabuľke 2 a 3, ktorá zahŕňa i hodnota numerickej apertúry $NA = \sin(\beta_{min})$ pre určenie možností kolekčnej optiky. Je zrejmé, že i napriek relatívne veľkým vzájomným vzdialenostiam iónov je výhodné používať retiazok o väčšom počte iónov.

Počet atómov	5	5	8	8	9	9	10
Relatívna intenzita	0,22	0,21	0,20	0,22	0,20	0,23	0,21
Numerická apertúra	0,14	0,13	0,08	0,10	0,09	0,11	0,08
Vzdialenosť l	3,59	4,01	6,01	5,56	5,17	3,65	7,59
Napätie U	1576,9	1134,1	335,0	424,5	526,6	1496,0	166,4
Uhol $2\beta_{min}$	$9\pi/100$	$2\pi/25$	$\pi/20$	$\pi/16$	$3\pi/50$	$29\pi/400$	$\pi/20$

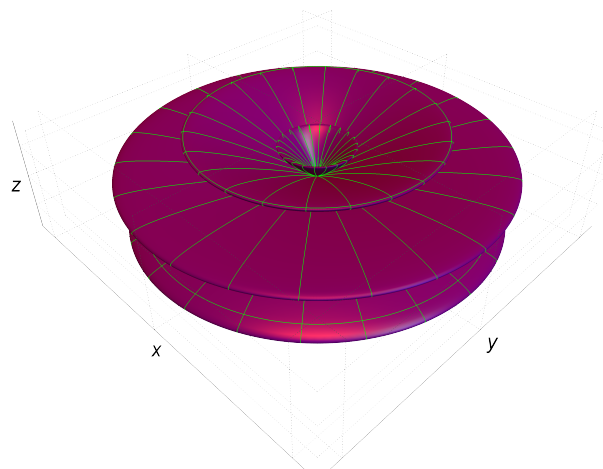
Tabuľka 2: Vybrané hodnoty výsledkov simulácií modelu zodpovedajúcemu (10) pre ióny s dipólom cirkulačného charakteru okolo osi z .

Počet atómov	5	7	8	8	9	9	10
Relatívna intenzita	0,31	0,26	0,29	0,32	0,30	0,34	0,27
Numerická apertúra	0,13	0,07	0,09	0,10	0,09	0,11	0,08
Vzdialenosť l	4,02	8,76	6,03	5,56	5,17	3,65	7,6
Napätie U	1120,7	108,5	332,4	424,5	527,8	1496,0	166,1
Uhol $2\beta_{min}$	$17\pi/200$	$19\pi/400$	$23\pi/400$	$\pi/16$	$23\pi/400$	$29\pi/400$	$\pi/20$

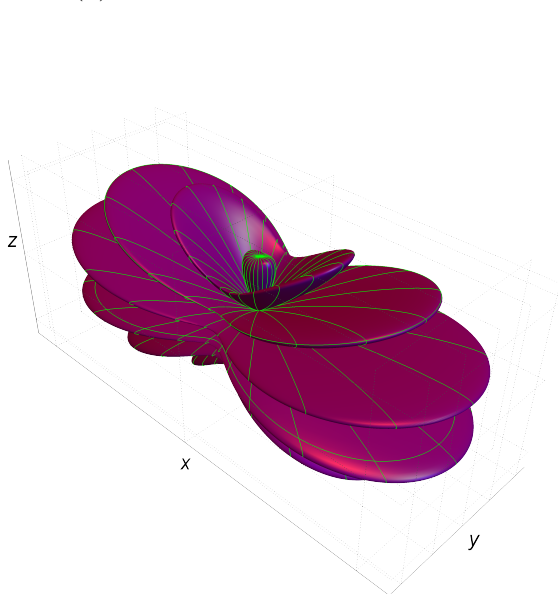
Tabuľka 3: Vybrané hodnoty výsledkov simulácií modelu zodpovedajúcemu (10) pre ióny s dipólom lineárneho charakteru pozdĺž osi x .



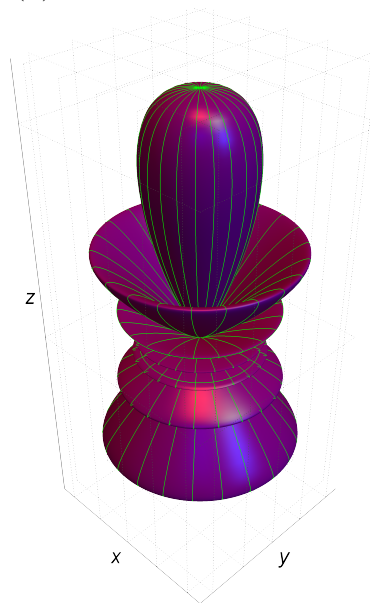
(a) Lineárny dipól v smere x .



(b) Lineárny dipól v smere z .



(c) Cirkulačný dipól okolo osi x .



(d) Cirkulačný dipól okolo osi z .

Obr. 10: Grafické znázornenie priestorového vyžarovania 2 iónov nachádzajúcich sa v reťazku pozdĺž z -ového smeru, vzdialených $0,4\mu\text{m}$ od seba, zohľadňujúc ich dipólovú charakteristiku popísanú vzťahom (31). Optimalizovaná oblasť konštruktívnej interferencie v axiálnom smere (v tomto prípade v smere z) nadobúda výrazne vyššie hodnoty pri cirkulačnom dipóle okolo osi x (d) a pri lineárnom dipóle v smere x (a).

Očakávalo sa, že najväčšie množstvo relatívnej intenzity bude zoskupené v axiálnej slučke pri malých vzdialenostiach iónov v súbore. Ukázalo sa však, že pri správnych

parametroch pasce sa jednotlivé intenzity iónov v súbore naskladajú konštruktívne aj pri väčších vzájomných vzdialenostiach. Pri väčšom počte iónov sa daná fázová interferencia nemusí naskladať majoritne konštruktívne a teda je prirodzené očakávať, že s pribúdajúcim počtom iónov by relatívna intenzita v axiálnej slučke mala klesať. Dané výsledky poukazujú na to, že aj keď už nie je v rámci dosiahnuteľných napätí možné dostať dokonale konštruktívny prípad, vždy existuje konfigurácia, ktorá je veľmi blízko danej dokonalej konštruktívnej interferencii v pozdĺžnom smere kryštáliku.

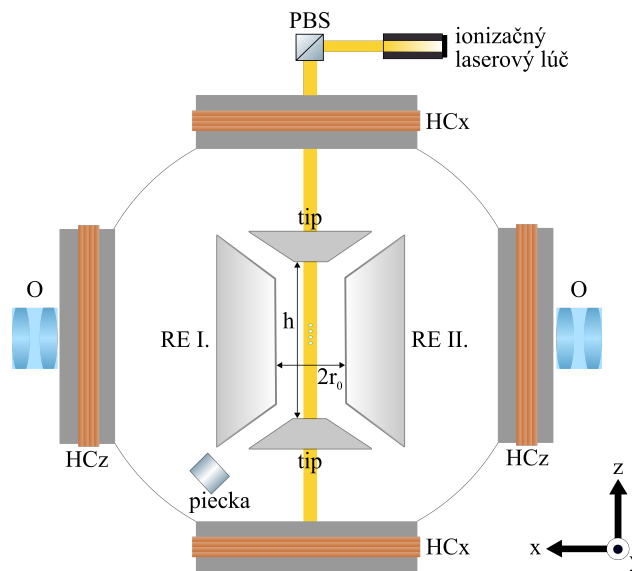
Podarilo sa potvrdiť, že zohľadnenie fázovej interferencie ovplyvní množstvo vyžiarenej intenzity v axiálnom smere. Dokázali sme, že aj pri počtoch iónov $N > 3$, kde je potrebné uvažovať neekvidistantné vzdialenosti medzi iónmi je možné dosiahnutie dostatočne konštruktívnej konfigurácie interferencie v axiálnom smere tak, že normovaná intenzita medzi dvoma interferenčnými minimami je výrazne vyššia ako v prípade rovnakého počtu nekoherentných emitorov. Dokonca je možné pri správnych parametroch pasce dosiahnuť relatívnej intenzity $I_{rel} > 0,2$, čo má významný dopad na schopnosti merania stavu iónov, keďže takáto detekčná účinnosť nebola nikdy pozorovaná v žiadnom iónovom usporiadaní s Pauliho pascou. Simulácie potvrdili, že s ohľadom na dipólovú charakteristiku je najvhodnejšie používať elektrónové prechody zodpovedajúce cirkulačnému dipólu okolo osi symetrie kryštálu z a lineárneho dipólu kmitajúceho kolmo na túto osu.

Požiadavkom pre dosiahnutie konštruktívnej fázovej interferencie vyžarovanej intenzity je nerozlíšiteľnosť iónov zo súboru. Uvedené simulácie vyžarovania intenzity lineárneho súboru obsahujúci nerozlíšiteľné generátory elektrického poľa za pomoci fázovej interferencie potvrdil výhodnosť využitia kolektívnych efektov pre kolekciu atomárnej fluorescencie, ktoré sú priamo závislé na počte nerozlíšiteľných emitorov. Experimentálnym pozorovaním kolektívnych efektov v ďalšej kapitole sa budeme snažiť potvrdiť experimentálne možnosti dosiahnutia fundamentálnej nerozlíšiteľnosti súboru niekoľkých iónov.

4 Experimentálne usporiadanie pre zachytávanie a manipuláciu s $^{40}\text{Ca}^+$ iónmi

Experimenty zaoberajúce sa pozorovaním kolektívnych optických javov realizujeme v usporiadaní vhodnom pre zachytávanie a laserové chladenie pozitívne nabitých iónov vápniku. Jeho súčasťou je lineárna Pauliho pasca, poskytujúca dostatočne hlboký kvadrupólový RF potenciál na zachytenie iónov. Na foto-ionizáciu a Dopplerovské chladenie katiónov vápnika sa v experimentálnom usporiadaní používa sada laserov s kHz šírkou spektrálnej čiary stabilizovaných na super-kontinuum generované po frekvenčnom násobení a rozšírení IR frekvenčného hrebeňa. Detekovanie fluorescenčného signálu v radiálnom smere umožňuje v reálnom čase EMCCD kamera. Meranie kolektívnych efektov prebieha za pomoci HBT schémy, kde jedno-fotónové detektory vytvárajú časové značky ktoré sú následne spracované v časovom záznamníku fotónov.

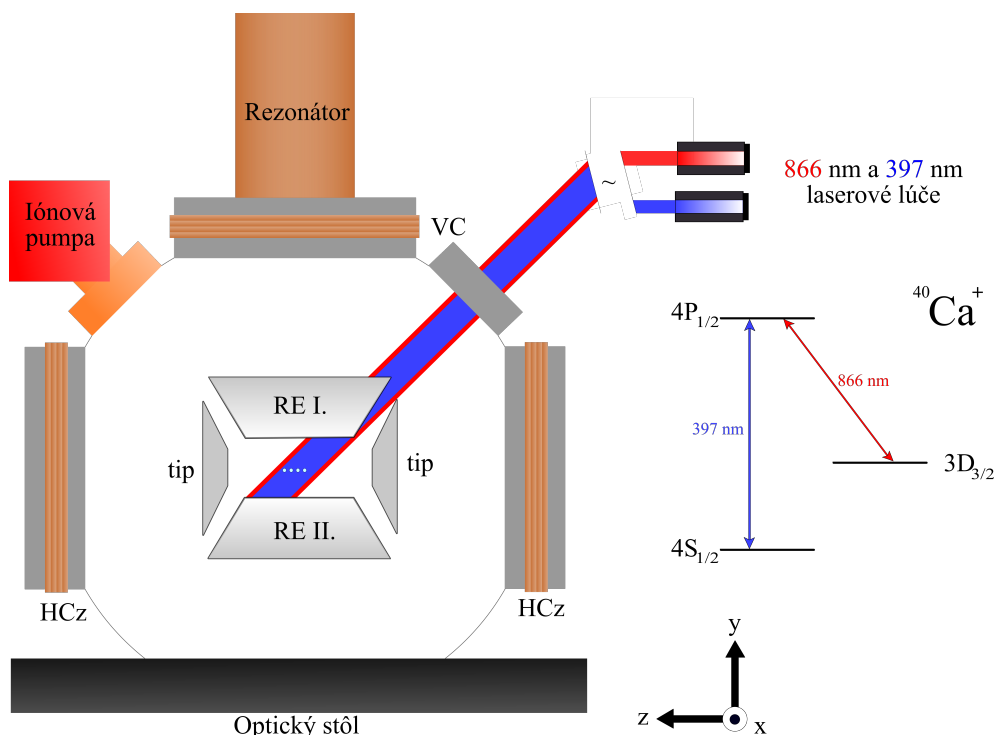
4.1 Pauliho pasca



Obr. 11: Schematický náčrt $x - z$ projekcie experimentálneho usporiadania použitého pre meranie a analýzu kolektívnych vlastností fluorescencie emitovanej z iónových kryštálov. Vertikálny pohľad poukazuje na umiestnenie horizontálnych Helmholtzových cievok (HC_x alebo HC_z) používaných pre definíciu smeru a amplitúdy magnetického poľa. Atomárna piecka pri zahriatí prúdom produkuje vyparovaním atómy ^{40}Ca , ktoré sú následne ionizované sadou dvoch ionizačných laserov. Axiálne elektródy (tip) a radiálne elektródy (RE I. a II.) vytvárajú elektrické pole, v ktorom sa dané ióny zachytia. Na efektívne pozorovanie emitovanej fluorescencie je používaný objektív (O) s numerickou apertúrou $\text{NA}=0.2$ umiestnený v radiálnom smere pozorovania. Vzdialenosť medzi axiálnymi elektródami je označovaná ako h a medzi protichodnými radiálnymi elektródami ako $2r_0$.

4 EXPERIMENTÁLNE USPORIADANIE PRE ZACHYTÁVANIE A MANIPULÁCIU S $^{40}\text{Ca}^+$ IÓNNI

Pauliho pasca je typ elektrického usporiadania, ktoré umožňuje vytvoriť kvadrupólový potenciál pre zachytenie nabitých častíc. V prípade lineárnej pasce sú protichodné radiálne elektródy prepojené tak aby na nich bola vždy rovnaká polarita. Následne je na sady elektród privádzané vysokofrekvenčné napätie U_{RF} o vlastnej frekvencii $\omega_{RF} = 2\pi \cdot 30$ MHz. Aplikované RF napätie spôsobuje rýchle periodické zmeny polarity elektród a vytvorenie pseudopotenciálu, v ktorom existuje minimum v rovine x-y schopné zachytiť ióny. To ako sa bude polarita na radiálnych elektródach meniť závisí na spôsobe zapojenia jednotlivých dvojíc elektród.



Obr. 12: Schematický náčrt $y - z$ projekcie experimentálneho usporiadania pre analýzu fluorescencie z iónových kryštálov. Horizontálny pohľad v smere osi x poukazuje na umiestnenie vertikálnych resp. horizontálnych Helmholtzových cievok (VC resp. HCz) používaných pre definíciu magnetického poľa a na orientáciu radiálnych resp. axiálnych elektród označených RE I. Re II. resp. tip. Na udržanie extrémne vysokého vákuua sa používa iónová pumpa kombinovaná s absorpčnou pumpou. Lasery o vlnových dĺžkach 866 nm a 397 nm sú používané na Dopplerovské laserové chladenie a excitujú ióny pod 45° uhlom. Na pravo je znázornené spektrum energetických hladín pre jednomocný kation vápnika a príslušné vlnové dĺžky laserov naladených blízko rezonancie jednotlivých prechodov.

Používané zapojenie bolo asymetrické (6), čo znamená že jedna sada radiálnych elektród bola uzemnená (Obr. 2). Účinnosť potenciálu pasce sa vyjadruje faktorom geometrickej účinnosti (viz. Kap. 2.1), ktorá má pre používanú pascu hodnotu $\kappa = 0,05$. Vzdiale-

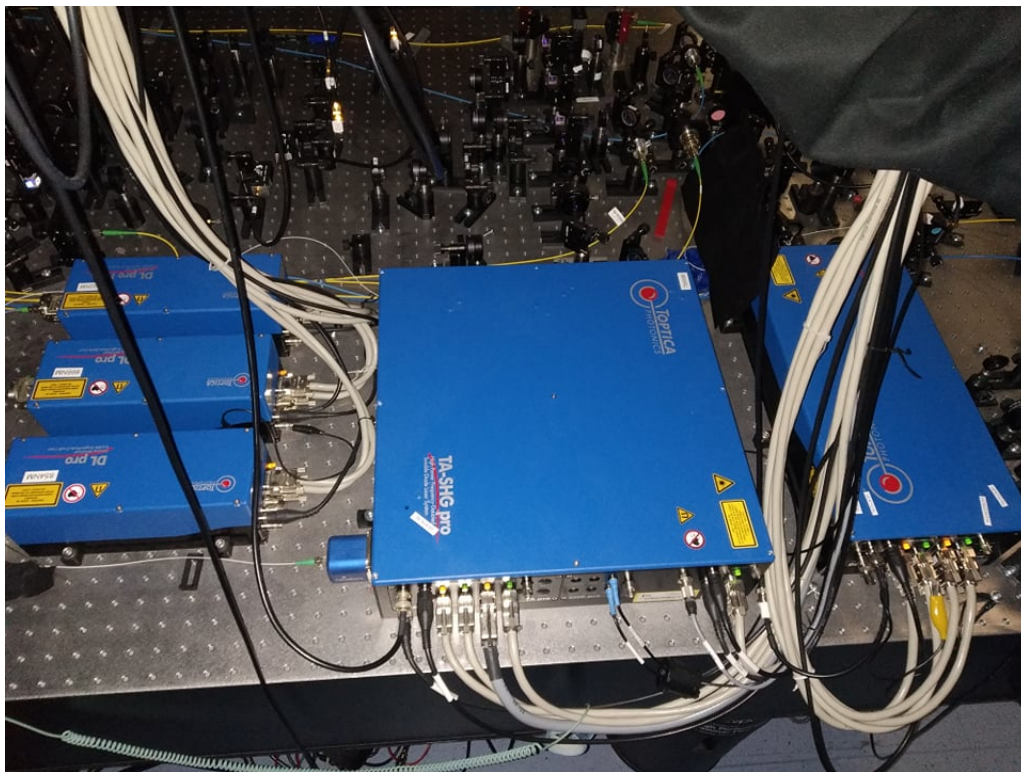
4 EXPERIMENTÁLNE USPORIADANIE PRE ZACHYTÁVANIE A MANIPULÁCIU S $^{40}\text{Ca}^+$ IÓNMI

nosť dvoch oproti stojacich radiálnych elektród je $2r_0 = 1,13$ mm a vzdialenosť axiálnych elektród je $h = 2z_0 = 4,5$ mm. Ako zdroj plynného vápnika sa používa atomárna piecka fungujúca na princípe vyparovania je pripojená na spínaný laboratórny zdroj od firmy Voltcraft typ DPSS - 16 - 30 s maximálnym výkonom 480 W. Pri prúde 4,7 A majú uvoľnené atómy teplotu približne 800 K. Vyparovanie atómov do priestoru pasce je permanentné až do vypnutia zdroja, preto je zdroj zapnutý len pri chytaní.

Hodnota tlaku pri vytváraní vákua v používanej komore dosahuje hodnôt menších ako 10^{-11} mBar. Pri vytváraní extrémne vysokého vákua je potrebné aplikovať niekoľko druhov chemického čistenia a následne vypekanie [25]. Na jeho udržanie sa používa kombinovaná výveva od firmy SAES typ NEXTorr D 100-5. Zároveň je čistota vákua monitorovaná a to meraním prúdu na iontovej pumpe. Veľmi čisté vákuum funguje ako takmer dokonalý izolant.

Pre manipuláciu so smerom orientácie dipólu iónov sa používa homogénne magnetické pole vytvorené koaxiálne zapojenými párami cievok v Helmholtzovej konfigurácii.

4.2 Laserová zostava a jej stabilizácia



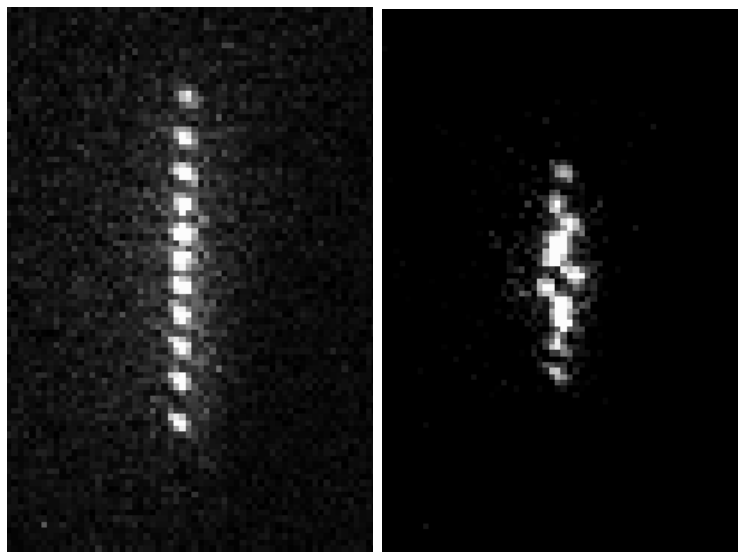
Obr. 13: Fotografia laserovej zostavy s diódovými lasermi s externou mriežkou v Littrovom usporiadaní od firmy Toptica Photonics, model D1 pro.

Za pomoci foto-ionizácie je možné dostať atómy vápnika z neutrálnej elektronickej konfigurácie $^{40}\text{Ca} : [\text{Ar}]4s^2$ do prvého ionizovaného stavu s konfiguráciou $^{40}\text{Ca}^+ : [\text{Ar}]4s^1$. Použitím ionizačného laseru o vlnovej dĺžke 422 nm sa elektrón najprv vybudí do excitovaného stavu a následne a 390 nm laser spôsobí uvoľnenie valenčného elektrónu. Jednomocné ióny vápnika majú jeden valenčný elektrón.

Vysoká hybnosť termálne sa pohybujúcich iónov po zachytení v Pauliho pasci sa znižuje Dopplerovským chladením. Na aplikovanie danej metódy sa používa pár laserov o vlnových dĺžkach 866 nm a 397 nm naladených na frekvencie blízko rezonancie elektronových prechodov znázornených na Obr. 12. Za pomoci daných laserov sa Dopplerovským chladením zníži teplota iónov rádovo na jednotky mK. Stabilná excitácia vnútorných prechodov iónu vyžaduje presné frekvenčné naladenie frekvencie jednotlivých excitačných laserov.

Pre minimalizáciu efektov zmeny teploty či mechanických vzruchov v laboratóriu, ktoré môžu následne zapríčiniť vykopnutie súboru iónov, pokles alebo stratu signálu sú lasery stabilizované na vlnomer, alebo na širokopásmový optický frekvenčný hrebeň. Pri generovaní laserových lúčov je časť z nich odklonená do sekcie, kde sa nachádza tzv. superkontinuum frekvenčného hrebeňa. Po optickom zmiešaní na deliči zväzku sú jednotlivé interferenčné produkty odfiltrované, zosilnené a používané ako referenčné signály. Následné frekvenčné výkyvy sú vykompenzované na pomocou aplikáciou korekčných signálov v jednotlivých laseroch.

4.3 Pozorovanie fluorescencie na EMCCD kamere



(a) Lineárna štruktúra. (b) Nelineárna štruktúra.

Obr. 14: Fotografia súboru 11 zachytených iónov vápnika $^{40}\text{Ca}^+$ realizovaná EMCCD kamerou z radiálneho smeru. Ióny sú zoradené do (a) lineárneho retiazku, (b) obecného 3D usporiadania.

4 EXPERIMENTÁLNE USPORIADANIE PRE ZACHYTÁVANIE A MANIPULÁCIU S $^{40}\text{Ca}^+$ IÓNMI

Fotóny produkované súborom lokalizovaných jedno-fotónových emitorov v RF pasci sa šíria všetkými smermi. Schopnosť zozbieravania daných optických signálov je obmedzený numerickou aparatórou použitého zberného objektívu umiestneného mimo vákuovej komory. V axiálnom smere pozdĺž osi z prechádza optická dráha cez axiálnu elektródu, v ktorej je vyrezaný kruhový otvor o priemere 0,5 mm. Fluorescenčný signál detekovaný v axiálnom smere obsahuje príspevky zo všetkých iónov. V radiálnom smere pozdĺž osi x je numerická aparatóra kolekčnej optiky obmedzená šírkou zvieraného uhla medzi radiálnymi elektródami a ich safírovým držiakom. Množstvo vyzbieraných fotónov závisí na priemere objektívu nachádzajúceho sa mimo vákuovú komoru. V tomto prípade geometrické usporiadanie iónov neumožňuje zber signálu zo všetkých iónov efektívne. Po ich maximálnom stlačení sa do istej Rayleighovej vzdialenosti dostane len istá časť.

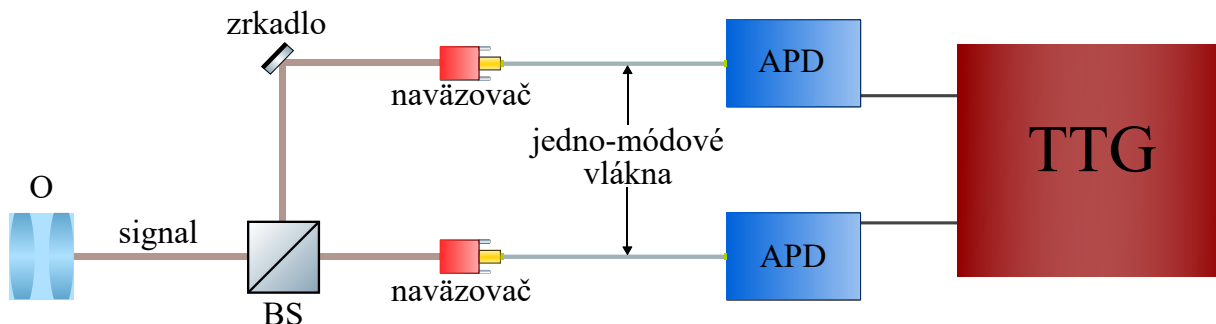
Aplikáciou vhodného vysokého axiálneho potenciálu je možné dosiahnuť 3D kryštalických štruktúr. Príklad znázornený na Obr. 14 (b) ilustruje možnosť usporiadať ióny tak, aby z pohľadu radiálnej kolekčnej optiky ležali zarovnané pozdĺž jej osi. Pri istých nastaveniach pasce je teda možné usporiadať ióny za seba aj z radiálneho pohľadu. Na skúmanie geometrického usporiadania súboru iónov v radiálnom smere slúži EMCCD kamera. V experimentálnom usporiadaní sa používa kamera Luca^{EMS} od firmy Andor zobrazená na Obr. 15.



Obr. 15: Fotografie používanej EMCCD kamery Luca^{EMS} od firmy Andor zo strany objektívu a na pravo zo strany napájania.

4.4 Meranie pomocou jedno-fotónových detektorov

Pri skúmaní kolektívnych efektov zo súboru iónov sa zaoberáme koincidenčnými meraniami emitovaných fluorescenčných fotónov. Schematický náčrt spracovania takéhoto signálu v radiálnom detekčnom smere je predstavený na Obr.16.



Obr. 16: Náčrt spracovania signálu z RF pasce za pomoci Hanbury-Brown-Twiss (HBT) schémy realizovanej v radiálnom pozorovacom smere. Signál vychádzajúci z objektívu O sa rozdelí na nepolarizačnom deliči zväzku BS v pomere 50:50. Následne sa v navázovačoch naviaže do jedno-módových vlákien a presmeruje do APD modulu. Zdigitalizovaný signál následne v koincidenčnej jednotke (TTG) vytvára informáciu o šírke časových intervalov medzi príchodom signálu z oboch APD.

Signál z jednofotónových emitorov je zozbieraný pomocou objektívu s numerickou apertúrou $NA=0.2$ a fokusovaný do obrazovej roviny umiestnenej 1.5 m za objektívom. Pri propagácii emitované fluorescenčné fotóny rozdelí delič zväzku tento do edvoch priestorových smerov s intenzitným pomerom blízky 50:50. Navázovače naviažu optický signál do jednomódových optických vlákien, ktoré následne prenesú signál do modulov jednofotónových detektorov zodpovedajúcich lavínových diódám operujúcich v Geigerovom režime.

Lavínová fotodióda (APD, z angl. Avalanche PhotoDiode) je citlivá polovodičová fotodióda fungujúca na princípe fotoelektrického javu. Nami používané APD je od spoločnosti Laser Components so sériovým označením COUNT[®] BLUE. Verzia BLUE dokáže zdetekovať okolo 60 % zachytených fotónov pri vlnových dĺžkach 405 nm a viac ako 50 % v červenej oblasti svetelného spektra pri špecifikovanej časovej neistote 1 ns. Elektrické impulzy vytvorené v APD smerujú do digitálneho časového záznamníku príchodu fotónov (TTG, z angl. time-tagging device). Používame jednotka PicoHarp 300 od firmy PicoQuant s minimálnou časovým rozlíšením až 4 ps. Dané zariadenie robí časové značky prichádzajúcich signálov čo umožňuje pri následnom spracovaní realizovať rôzne druhy štatistických meraní. V našom prípade sme sa zamerali na estimáciu histogramu koincidenčných detekčných udalostí medzi dvoma detekčnými kanálmi v závislosti na ich časovom rozdiely.

5 Kolektívne efekty v emisii súboru jednofotónových emitov

V tejto kapitole sa budeme zaoberať kolektívnymi optickými efektmi študovanými na súbore iónov vápnika $^{40}\text{Ca}^+$. Sledovaním kryštálu v radiálnom smere sa pokúsime nerozlišiteľne pozorovať niekoľko iónov súčasne, v analógii s prezentovanými pozorovaniami na dvoch iónoch [26]. Nerozlišiteľnosť zaručíme jednomódovou priestorovou a polarizačnou filtráciou a kolektívne vlastnosti budú študované pomocou merania intenzitných korelačných funkcií. Prekrytie nameraných hodnôt teoretickým modelom nám umožní posúdiť kvalitatívnu zhodu nameraných dát s modelom uvažujúcim kolektívnu koherentnú emisiu z konečného atomárneho súboru.

5.1 Korelačné funkcie

Hlavným nástrojom použitým pre štúdium vlastností optického poľa emitovaného z obláčiku iónov je meranie zodpovedajúce klasickému Hanbury-Brown-Twiss usporiadaniu predstavenému v predchádzajúcej kapitole, z ktorého je možné pomocou časového záznamníku estimovať intenzitnú korelačnú funkciu, resp. korelačnú funkciu druhého rádu.

Pre úplnosť uvádzame i definíciu korelačnej funkcie prvého rádu zodpovedajúcu meraniu fázových koherenčných vlastností optického poľa definovanú predpisom

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle}{\langle E^*(t)E(t) \rangle}, \quad (36)$$

pričom analogicky, korelačná funkcia intenzít je definovaná

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} = \frac{\langle E^*(t)E^*(t+\tau)E(t+\tau)E(t) \rangle}{\langle E^*(t)E(t) \rangle^2}. \quad (37)$$

Veličina $E(t) = E_0 \exp\{i(\omega t + \varphi)\}$ predstavuje komplexnú amplitúdu elektrickej zložky optického poľa o frekvencii ω .

Pre partikulárny prípad intenzitných korelácií svetla emitovaného súborom niekoľkých jedno-fotónových emitov môžeme výraz $\langle E^*(\tau)E^*(0)E(\tau)E(0) \rangle$ explicitne vyjadriť s pomocou definície poľa pre i -tý ión rozptyľujúci svetlo o frekvencii ω a zavádzajúci fázové posunutie φ_i závislé na jeho pozícii, teda $E_i(t) = E_0 \exp\{i(\omega t + \varphi_i)\}$, pričom celkové pole je dané vzťahom

$$E = \sum_i E_i. \quad (38)$$

Korelačnú funkciu (37) bez normalizačného faktoru označovanú $G^{(2)}(\tau)$ potom upravíme do tvaru

$$G^{(2)}(\tau) = \langle E^*(\tau) E^*(0) E(\tau) E(0) \rangle = \left[\sum_i E_i^*(\tau) E_i^*(0) + \sum_{i \neq j} E_i^*(\tau) E_j^*(0) \right] \times \left[\sum_i E_i(\tau) E_i(0) + \sum_{i \neq j} E_i(\tau) E_j(0) \right], \quad (39)$$

v ktorom rozlišujeme interferenčné členy zodpovedajúce poľu z rôznych iónov. Po vynechaní interferenčných členov medzi dvoma rôznymi iónmi, ktoré sa po spriemerovaní cez mnoho realizácii vyrušia, sa tvar funkcie (39) zmení na

$$G^{(2)}(\tau) = \sum_m E_m^*(\tau) E_m^*(0) E_m(\tau) E_m(0) + \sum_{m \neq n} E_m^*(\tau) E_n^*(0) E_m(0) E_n(\tau) + \sum_{m \neq n} E_m^*(\tau) E_n^*(0) E_m(\tau) E_n(0). \quad (40)$$

Následne, za predpokladu rovnakej amplitúdy E_0 prispievajúcej z každého z emitorov do detekovaného módu svetla a nezávislej emisie z rôznych iónov môžeme vyjadriť celkovú nenormovanú korelačnú funkciu druhého rádu pomocou korelačných funkcií prvého $G_i^{(1)}(\tau)$ a druhého rádu $G_i^{(2)}(\tau)$ pre jeden ión,

$$G^{(2)}(\tau) = \sum_i G_i^{(2)}(\tau) + \sum_{i \neq j} \left(G_i^{(1)}(\tau) \left[G_j^{(1)}(\tau) \right]^* + \bar{n}_i \bar{n}_j \right). \quad (41)$$

Výsledná normalizovaná korelačná funkcia druhého rádu má potom tvar

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\bar{g}^{(2)}(\tau)}{N} + \frac{N-1}{N} \left[|\bar{g}^{(1)}(\tau)|^2 + 1 \right]. \quad (42)$$

Pri predpoklade dvojhladinového systému a jeho laserovej excitácie blízko rezonancie s intenzitou zodpovedajúcou nízkemu saturačnému parametru, je možné korelačnú funkciu druhého rádu pre jeden atóm zapísať v tvare [27]

$$\bar{g}^{(2)}(\tau) = 1 + \exp(-2\gamma_{sp}\tau) - 2 \cos(\Delta_\omega\tau) \exp(-\gamma_{sp}\tau), \quad (43)$$

kde γ_{sp} zodpovedá pravdepodobnosti spontánnej emisie a Δ_ω je rozdiel medzi frekvenciou atomárneho prechodu a frekvenciou koherentného svetla (laseru). Korelačná funkcia prvého radu má v rovnakej limite tvar

$$\bar{g}^{(1)}(\tau) = \exp(-i\omega\tau). \quad (44)$$

Korelačná funkcia prvého rádu pre jeden atóm v režime nízkej saturácie zodpovedá korelačnej funkcii koherentného svetla-rozptyľovaného laseru. Korelačná funkcia druhého rádu pre jeden ión má sub-Poissonovskú charakteristiku a vykazuje dokonalé anti-zhlukovanie, ktorého minimum v $\tau = 0$ má hodnotu $g^{(2)}(\tau = 0) = 0$. Pre porovnanie, hodnota celkovej

korelačnej funkcie druhého rádu pre systém N rozlíšiteľných jednofotónových emitorov je daná výrazom [27]

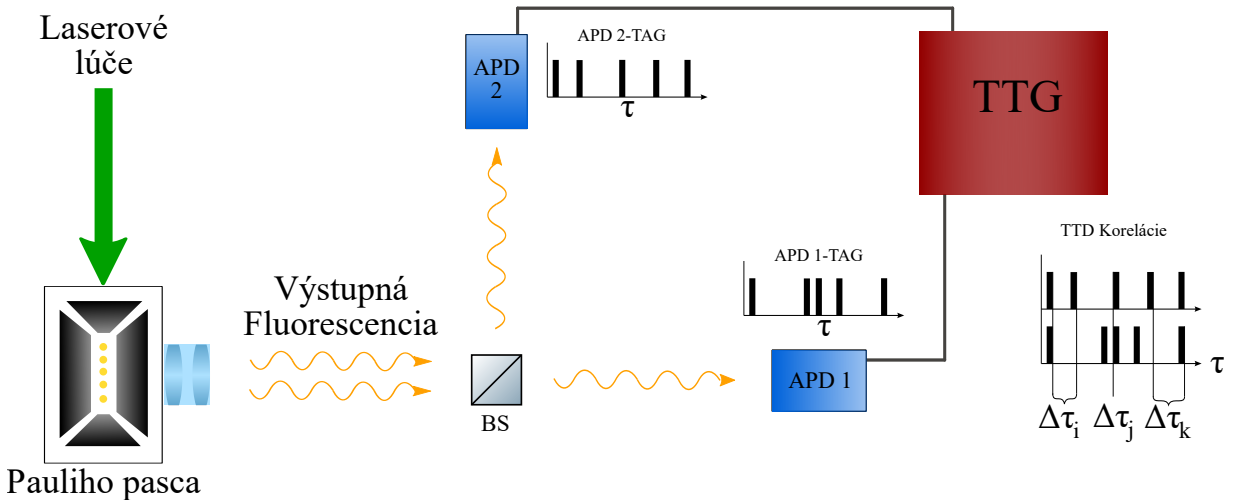
$$g^{(2)}(\tau = 0) = 1 - 1/N, \quad (45)$$

teda i pre veľký počet emitorov priamo ukazuje neklasický charakter optického zdroja manifestujúci sa v anti-zhlukovaní detekovaných fotónov.

5.2 Experimentálna realizácia

Základným predpokladom pre úspešné pozorovanie fluoreescencie z iónového súboru je priestorové zachytenie a laserové schladenie iónov v Pauliho kvadrupólovej pasci. Ochladený súbor veľkého počtu iónov sa formuje do najstabilnejšej geometrickej štruktúry zodpovedajúcej minimálnej potenciálnej energii celého systému, viz. príklad súboru 11 iónov pozorovaných na EMCCD kamere (Kap. 4.3).

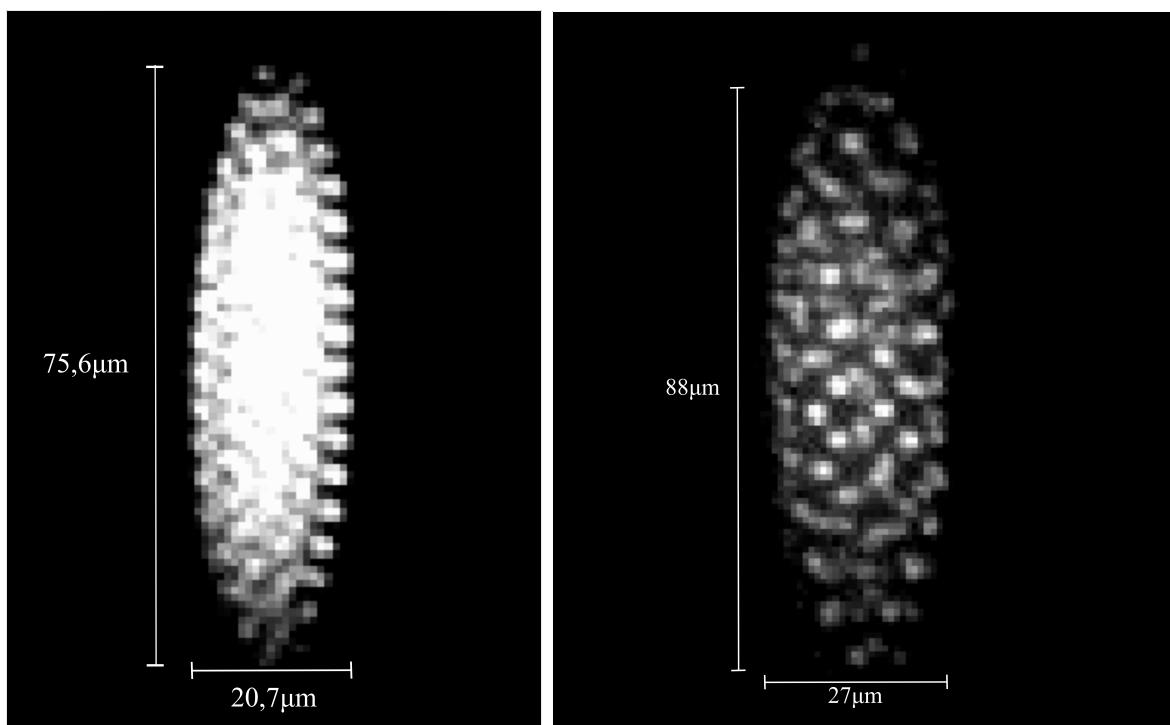
Veľké kryštáliky nám umožňujú prípravu priestorových štruktúr, kde v radiálnom smere je možné efektívne kolektovať fluorescenčný signál z viac ako jedného iónu. Následne sa za pomoci objektívu v radiálnom smere zobrazí fluorescencia do detekčného usporiadania obsahujúceho delič svazku (Kap. 4.4).



Obr. 17: Schéma používaného experimentálneho usporiadania pre merania intenzitných korelácií z iónového súboru. Pri súčasnej emisii fluoreescencie dvoch iónov z chyteneho súboru sa vyprodukované fotóny rozdelia náhodne na deliči zväzku (BS) v rovnakom pomere intenzít. Následne za pomoci lavínových fotodiód (APD) vytvorí elektrický signál a odpovedajúcu časovú značku zaznamenanú v záznamníku (TTG).

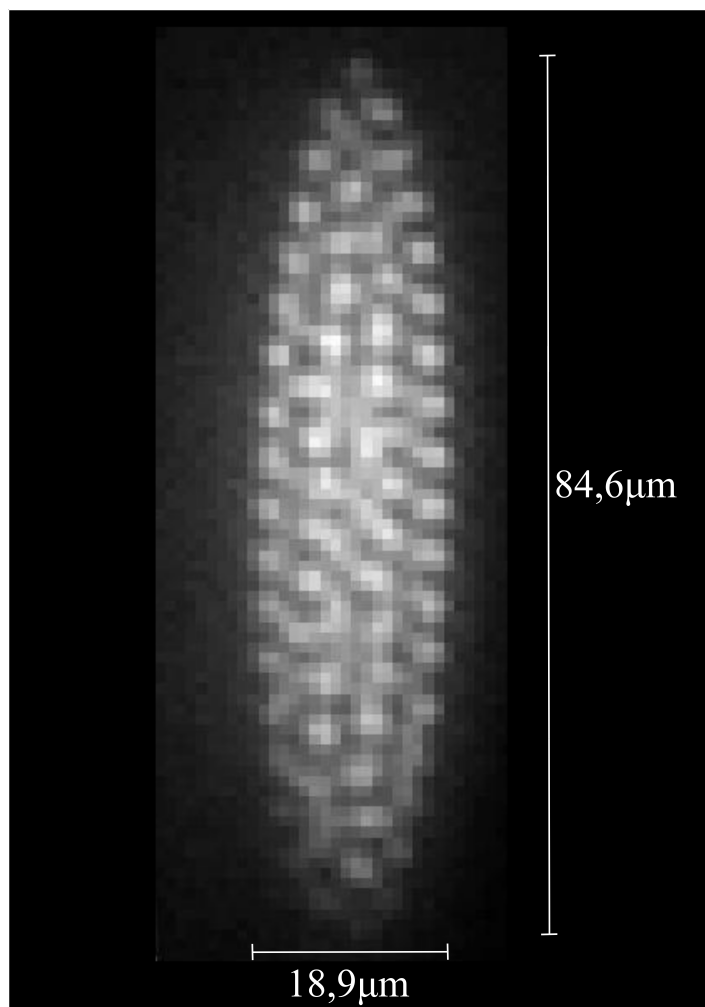
Naväzovače sú realizované v optimalizovanej pozícii s ohľadom na naväzovaciu šírku detekovaného módu svetla. Kvalita naväzovania sa zisťuje pomocou detektoru optického výkonu. Po maximálnom naviazaní smeruje zväzok cez monochromatické optické vlákno do jednotky APD produkujúceho na výstupe elektronické TTL pulzy zaznamenané v digitálnom programovateľnom časovom záznamníku (TTG, Time - Tagging Device). Výsledkom

danej schémy (Obr. 17) sú časové záznamy príchodu fotónov, z ktorých sa vypočítava závislosť počtu koincidiencií na ich časovom rozdiel $\Delta\tau$ medzi prichádzajúcimi signálmi z jednotlivých APD modulov. Detekcia fluorescencie z iónového kryštálu prebieha v radiálnom smere a pre dostatočne veľké 3D kryštály je možné sledovať súčasne niekoľko iónov.



Obr. 18: Fotografia iónového kryštálu zo dňa 24.11.2019. Vľavo je kryštál stabilizovaný pri RF výkone v pasci zodpovedajúcom $P=4W$, Vpravo je RF výkon znížený na 3,6 W.

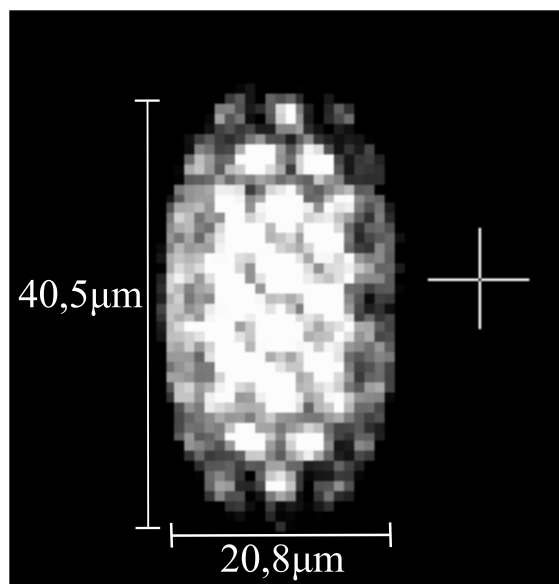
Prvá sada dát bola vytvorená 24.11.2019. Zvýšená stabilita súboru iónov zodpovedala výkonu pasce rovnému 4W, čo zodpovedá -2,9 dBm na generátore RF signálu pred zosilnením RF zosilovačom a filtráciou hélickým rezonátorom. Na dvoch axiálnych elektródach - tipoch bolo nastavené rovnaké napätie $U = 750 V$ a na kompenzačných elektródach bol mikropohyb minimalizovaný aplikovaním $U_{compY} = 60 V$ na pár elektród situovaný kolmo na radiálny pozorovací smer, teda posunutie pozdĺž osy y . Kompenzácia pozdĺž osy x zodpovedala hodnote napätia $U_{compX} = 190 V$, viz. Obrázky 11 a 12 pre definíciu uvažovanej geometrie. Pri tomto meraní ale aj pri nasledujúcich sa súbor chladil lasermi s veľkým rozladením do červenej oblasti a nie s rozladením zodpovedajúcim optimu doplerovského chladenia. Nameraný počet signálov za sekundu zodpovedal na APD 1 resp. APD 2 hodnotám 6200 resp. 7200 fotónov za sekundu. Tvar zodpovedajúceho iónového súboru je zobrazený na Obr. 18. Meranie trvalo 12 hodín. Namerané dáta však v nezodpovedajú tak dlhému meraniu, pretože iónový súbor často dekrystalizoval počas merania, čo spôsobilo dočasnú zníženu intenzitu signálu.



Obr. 19: Fotografia kryštáliku zo dňa 30.11.2019 urobená za pomoci EMCCD kamery (viz. Kap.4.3).

Druhá sada nameraných dát je zo dňa 30.11.2019. Parametre pasce boli podobné tým z prvého merania. Jednalo sa znova o veľký súbor v ráde stoviek iónov. Dĺžka merania zodpovedala predchádzajúcemu experimentu. Aj v tomto prípade sa však predpokladá, že bola kratšia kvôli dekryštalizácii súboru. Lasery naďalej chladili hlavne výkonom a nie správnym červeným posunom.

Tretia sada dát je zo dňa 13.12.2019. Optimalizácia ukázala, že pre kryštáliky o veľkosti približne 130 iónov je ideálne axiálne napätie $U = 1200$ V. Napätie $U_{compX} = 190$ V, ako aj v predchádzajúcich meraniach, $U_{compY} = 104$ V. Po dokompenzovaní a maximálnom stlačení iónov bol výkon na RF zdroji pasce -4.2 dBm. Počas merania sa táto hodnota menila len pri opätovnej snahe skryštalizovať daný súbor zmenou vstupných parametrov. Tvar pozorovaného kryštálu je znázornený na Obr.20.

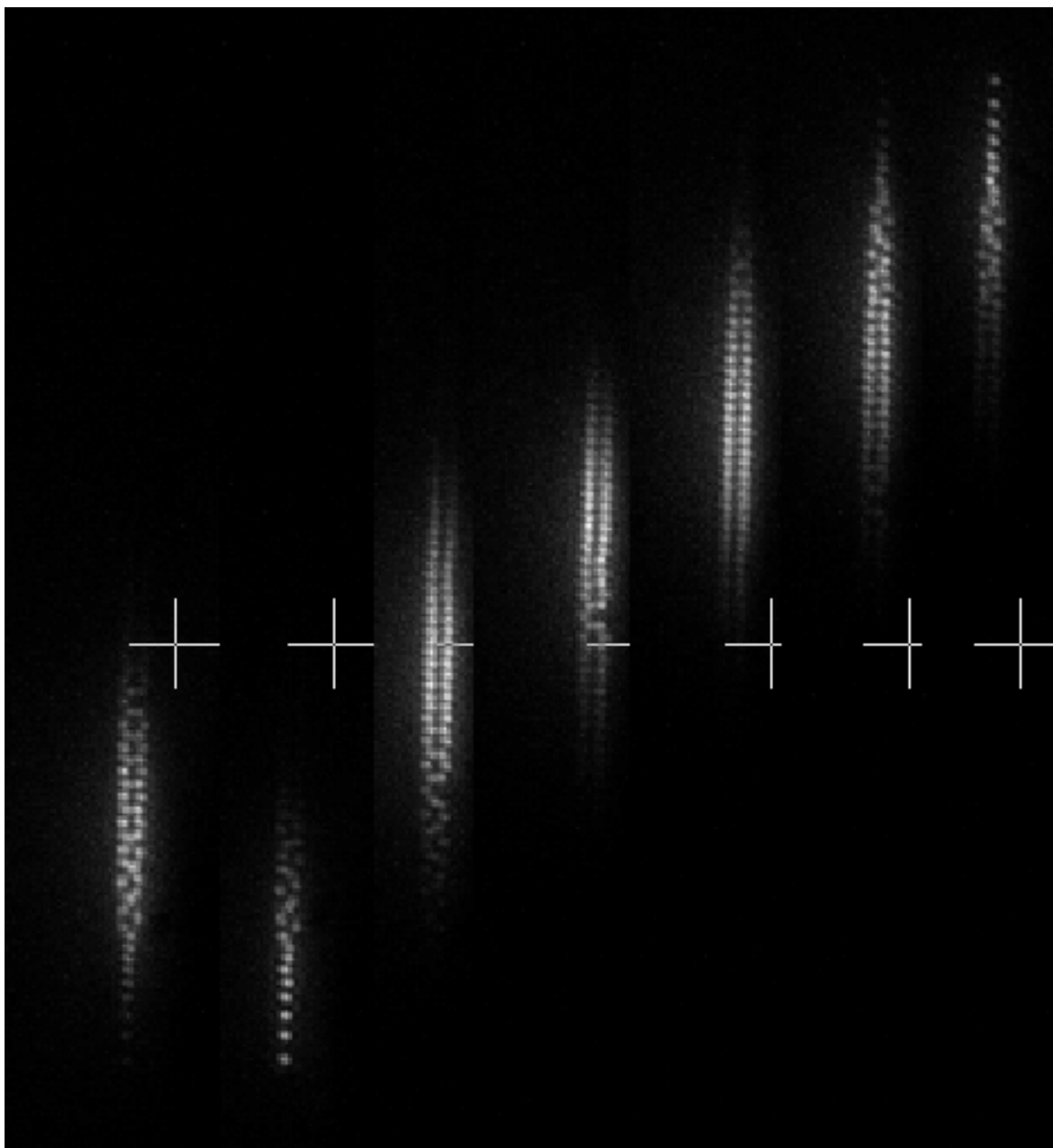


Obr. 20: Fotografia použitého iónového kryštálu zo dňa 13.12.2019 urobená za pomoci EMCCD kamery (viz. Kap.4.3). Zo symetrie daného kryštálu sa môže usudzovať charakter jednotlivých vrstiev naukladaných na seba pozdĺž osi kryštálu. Zo znalosti počtu iónov daného súboru a štruktúry kryštálu pre dané parametre pasce a laserového chladenia [23] sme došli k záveru, že v centrálnej časti súboru dochádza k striedaniu hexagonálnych štruktúr s centrálnym atómom. To vysvetľuje možnosť sledovať nerozlíšiteľne 3 ióny nachádzajúce sa za sebou v radiálnom smere.

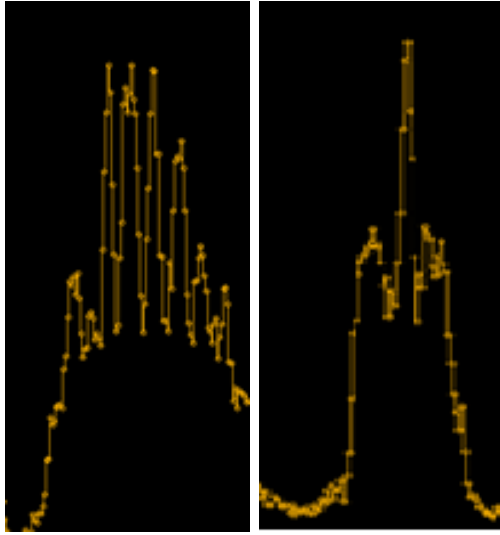
Pre účely nezávislého modelovania daného kryštálu a určenia efektívneho počtu iónov emitujúcich fotóny do detekčného módu je potrebné sčítať všetky ióny. To bolo dosiahnuté rozťahnutím daného kryštáliku do dvojrozsmernej štruktúry znížením axiálneho napätia pasce. Tento proces rozťahovania a sčítania sme opakovali po každom dekryštalizovaní, pre overenie zostatkového počtu iónov. Z analýzy Obr.21 sme dospeli k záveru, že v danom súbore sa nachádza 134 ± 2 iónov.

Pre potvrdenie pozícií iónov a zodpovedajúceho geometrického modelu sme realizovali meranie detekovaného počtu fluorescenčných fotónov na jednofotónových detektoroch pri jemnom priestorovom posuve optického usporiadania používaného pre naväzovanie do jednomódového optického vlákna v detekčnom usporiadaní. Posuvom je možné daný kryštál prejsť v axiálnom smere z , teda po dĺžke, i v radiálnom smere zodpovedajúcom ose y . Výsledok merania počtu fotónov v závislosti na priestorovom zarovnaní detekčnej optiky je znázornený na Obr. 22.

Z merania je zrejmé, že aj napriek priestorovo hustej trojdimenzionálnej štruktúre je možné rozlíšiť body s vyšším príspevkom fluorescence zodpovedajúce vyššiemu počtu iónov. To je možné jednak vďaka priestorovému rozlíšeniu detekčného usporiadania rovnému $0,9 \mu\text{m}$ v oboch smeroch a tiež kvôli relatívne malému počtu iónov prekrývajúcich sa v radiálnom pozorovacom smere.



Obr. 21: Fotografie kryštáliku zo dňa 13.12.2019 ilustrujú roztiahnutie iónov do dlhej 2D štruktúry, u ktorej šírka excitačného zväzku neumožňovala jej súčasné osvetlenie. Táto štruktúra je však oproti komplexnému 3D kryštálu vhodná pre jednoznačné určenie počtu iónov v Pauliho pasci. Z analýzy rozloženia súboru sa dospelo k záveru, že v danom kryštáli sa nachádza 134 ± 2 iónov.



Obr. 22: Meranie závislosti počtu detekčných udalostí zaznamenaných na APD module na zmene pozície pozorovacieho bodu zo dňa 13.12.2019. Osi nie sú popísané priestorovými súradnicami, keďže sa jedná len o snímok obrazovky z laboratória. Vľavo je meranie cez stred kryštáliku a na pravo je priečny snímok cez bod s maximálnou intenzitou signálu.

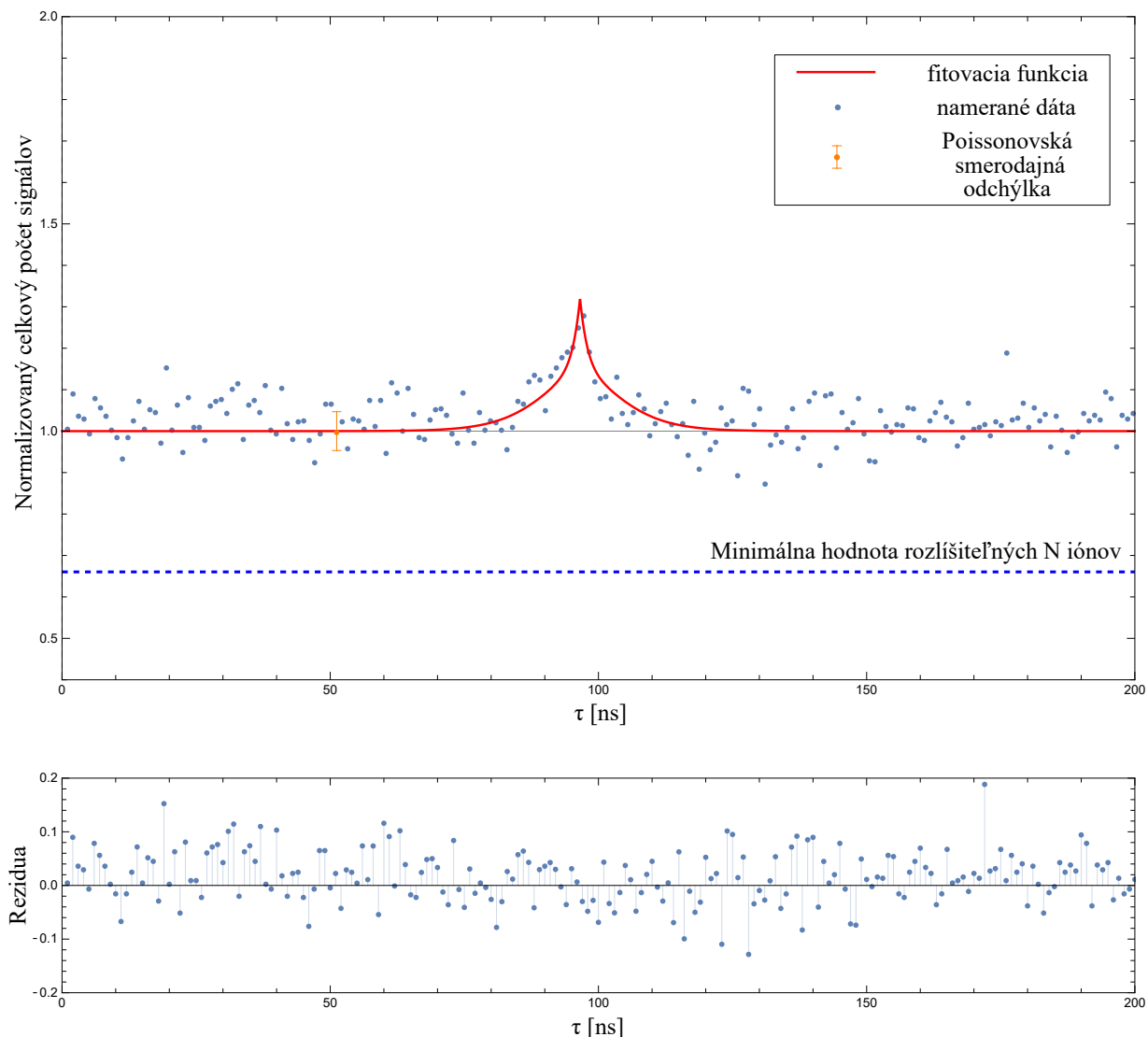
5.3 Vyhodnotenie nameraných korelačných funkcií

Z nameraných dát zodpovedajúcich príchodu fotónov sme vykreslili korelačnú funkciu $g^{(2)}(\tau)$. Sady dát z časového záznamníku (viz. Kap. 4.4) sme následne štatisticky spracovali v programe Mathematica 12.0.0. Pre porovnanie s modelom uvažujúcim nerozlíšiteľnú emisiu z jednofotónových emitorov so vzájomne neurčitou fázou sme použili fit výrazom (42). Čiarkovaná modrá hranica z nasledujúcich grafov predstavuje minimálnu hodnotu $g^{(2)}(\tau)$ pri N-rozlíšiteľných iónoch (45), kde dané číslo N sa dostane fitovaním daných dát za pomoci výrazu (42), a predstavuje počet efektívne rovnako prispievajúcich iónoch do daného signálu.

Prezentovaná neurčitosť meraných hodnôt korelačnej funkcie $g^{(2)}(\tau)$ zodpovedá fundamentálnej neurčitosti merania danej Poissonovskou štatistikou nameraného koincidenčného signálu, pre ktorú je smerodajná odchýlka rovná odmocnине z celkového počtu zaznamenaných koincidiencií pre daný časový rozdiel τ . Zodpovedajúca štandardná deviácia sa výrazne nemení pre rôzne τ kvôli malým rozdielom v celkovom počte signálov, preto sme pre prehľadnosť vykreslili chybový interval na Obrázkoch 23 až 25 iba v jednom bode.

Maximálna hodnota funkcie $g^{(2)}(\tau)$ je vždy posunutá do $\tau = 0$. Rozdiel medzi modelom a nameranými normalizovanými dátami je vypočítaný a vykreslený vždy v spodnej časti Obrázkov 23 až 25. Parametre experimentu a fitovacie konštanty pre funkciu (42) sú vypísané podľa Dátumu v Tabuľke. 4.

Z porovnania hodnôt parametrov fitov zobrazených na Obr. 23 až 25 a minimálnych

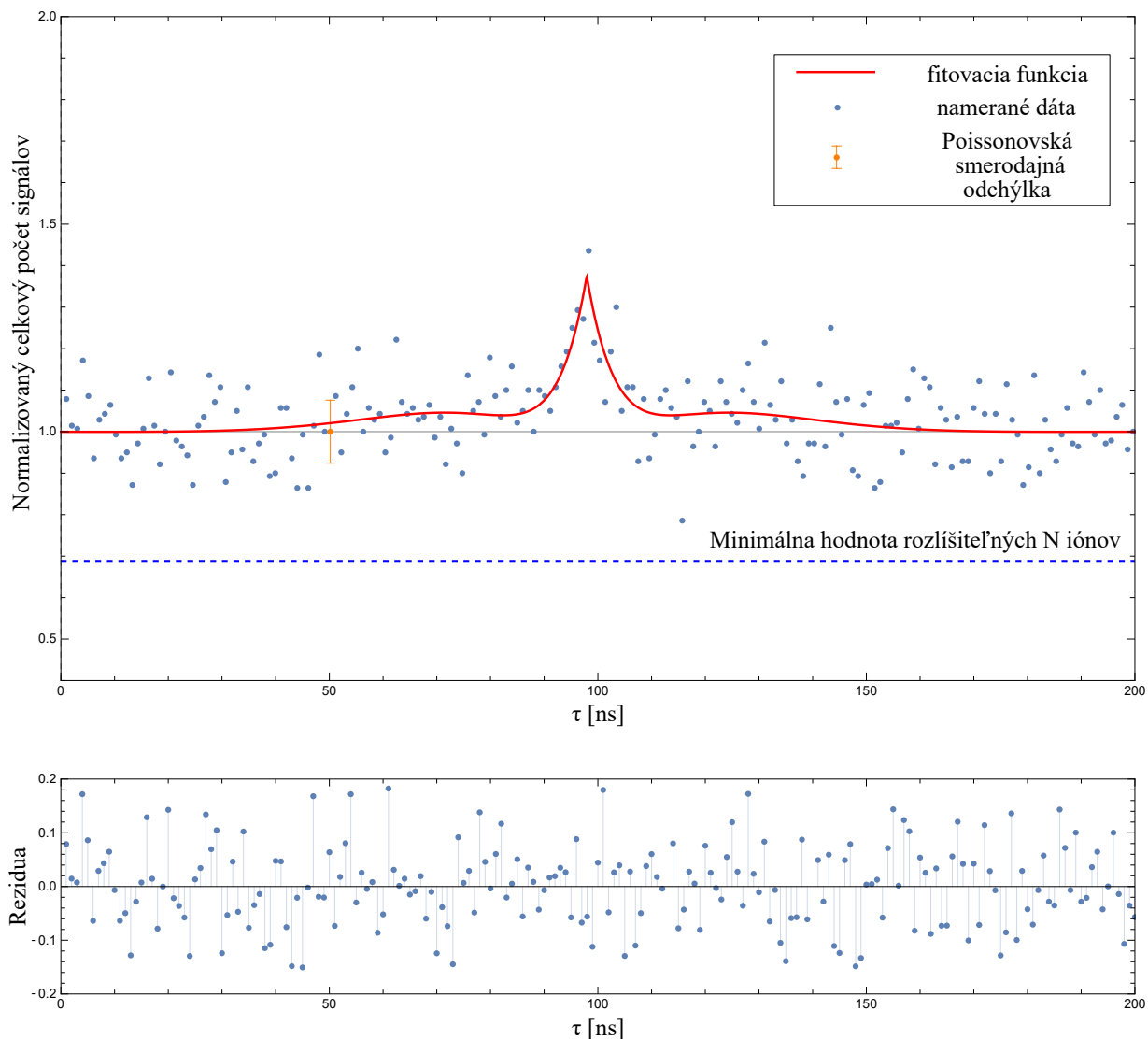


Obr. 23: Spracované dáta zo dňa 24.11.2019. Konštanty z fitu danej funkcie (42) sú uvedené v Tab. 4.

hodnot rozlišiteľných iónov v bode $\tau = 0$ je možné vydedukovať pravdepodobný významný príspevok emisie z mnohých iónov v nerozlišiteľnom stave, ktorá je predovšetkým dôsledkom usporiadania geometrie experimentu s pozorovacím módom v radiálnom smere s iónmi umiestnenými za sebou a s jedno-módovými vláknami v detekčnom usporiadaní. Realizované fity naznačujú, že detekujeme emisiu z efektívneho počtu N iónov nerozlišiteľne.

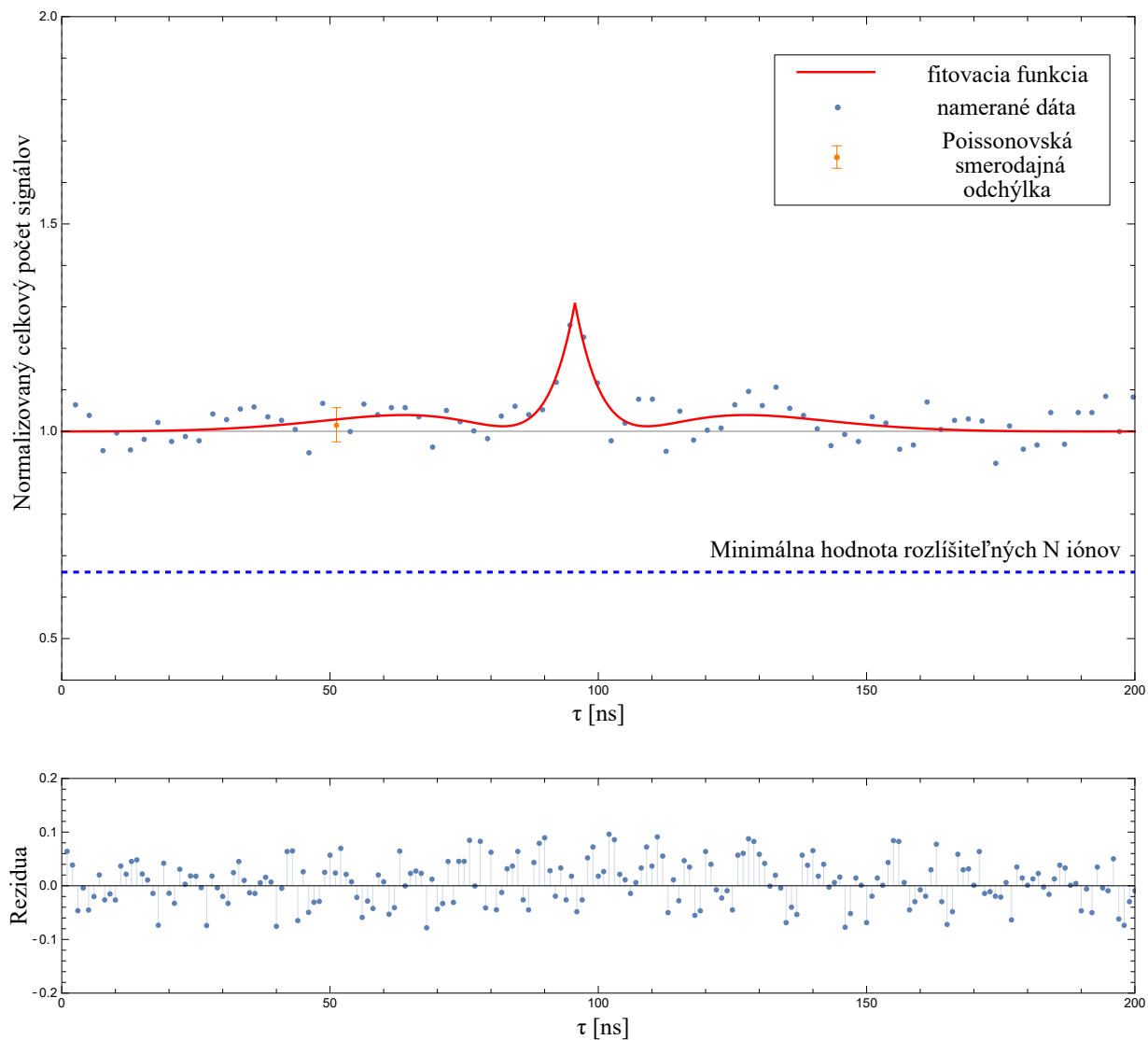
Súhlas medzi estimovaným počtom iónov z fitu $g^{(2)}(\tau)$ a skutočným počtom iónov v pozorovanom optickom móde by bolo možné overiť pomocou presného geometrického modelu rozloženia emitorov, táto úloha však predstavuje takmer samostatný výskumný celok siahajúci za rámec predstavenej práce.

Časť kryštálu pozorovaná v radiálnom detekčnom smere zodpovedá kvazi-lineárnemu

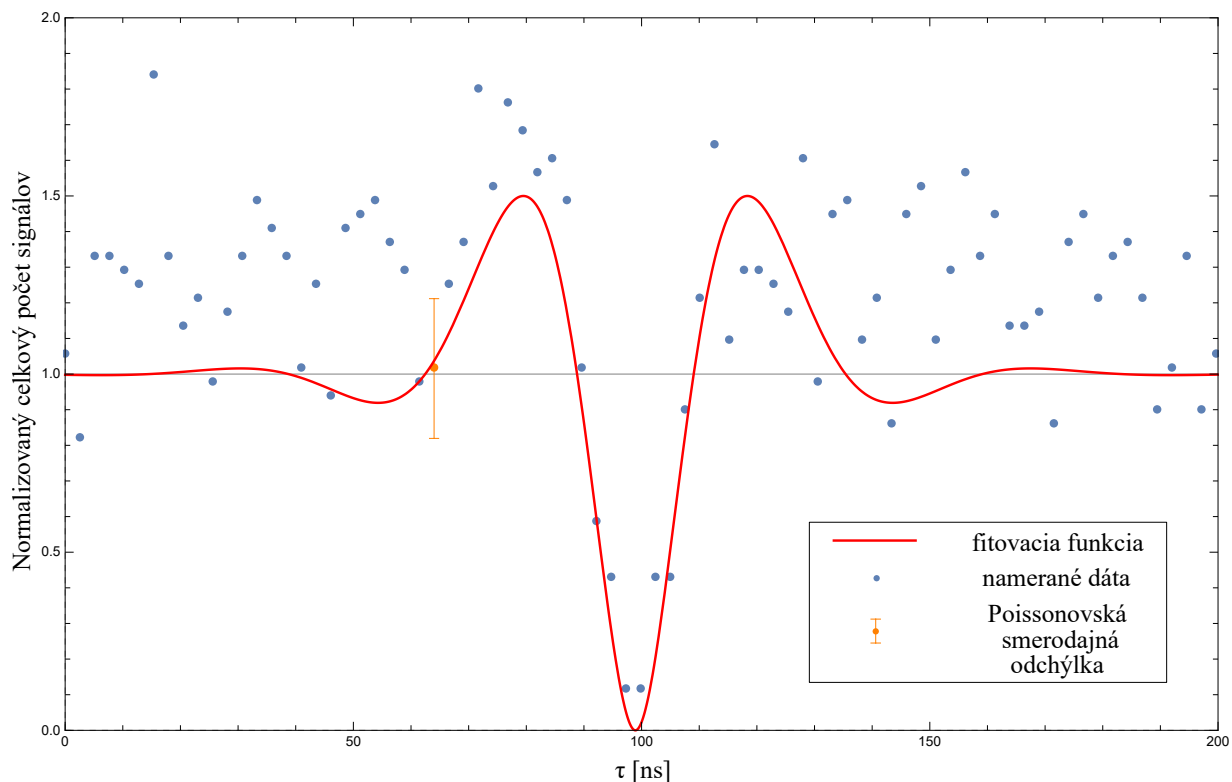


Obr. 24: Spracované dáta zo dňa 30.11.2019. Konštanty z fitu danej funkcie (42) sa nachádzajú v Tab.4.

súboru N nerozlíšiteľných emitorov. Pri splnení podmienky nerozlíšiteľnosti môžeme výstupný signál koherentne zosilovať v analógii z výpočtami v Kap.3. Ich presné priestorové nastavenie je však v tejto konfigurácii veľmi náročné a prezentované experimenty si predovšetkým kladú za cieľ demonštráciu fundamentálnej principiálnej dosiahnuteľnosti nerozlíšiteľnosti súboru iónových emitorov. Snímok kryštálu zo dňa 13.12.2019 (20) je príkladom možnosti chytať aj pravidelné kryštalické štruktúry, ktoré pri počte okolo 130 iónov v súbore umožňujú stabilné pozorovanie emitovanej fluorescence.



Obr. 25: Spracované dáta zo dňa 13.12.2019. Konštanty z fitu danej funkcie (42) sa nachádzajú v Tab.4.



Obr. 26: Spracované dáta z merania koincidencií jedného iónu zo dňa 13.11.2019. Konštanty boli vyprodukované z fitu funkcie (43) a ich kvalitatívne hodnoty sú $\gamma_{sp} = (0,07 \pm 0,01)$, $\delta\tau = (98,9 \pm 0,7)$ a $\Delta_\omega = (0,13 \pm 0,01)$.

Dátum	Parametre fitovacej funkcie				
	γ_{sp}	Δ_ω	ω	δ_t	N
24.11.2019	$0,29 \pm 0,10$	$2 \times 10^{-7} \pm 10^5$	$0,10 \pm 0,05$	$97,08 \pm 0,30$	$2,94 \pm 0,22$
30.11.2019	$0,08 \pm 0,01$	$-0,06 \pm 0,01$	$0,05 \pm 0,01$	$96,90 \pm 0,51$	$3,20 \pm 0,25$
13.12.2019	$0,07 \pm 0,01$	$-0,06 \pm 0,01$	$0,05 \pm 0,01$	$97,18 \pm 0,46$	$2,90 \pm 0,17$

Tabuľka 4: Tabuľka fitovacích konštánt funkcie (42) s kvalitatívnou chybou z jednotlivých meraní. Jednotlivé konštanty zodpovedajú fitu dát zo dňa uvedeného v stĺpci Dátum

6 Záver

Táto bakalárska práca sa zaoberala kolektívnymi koherentnými javmi pozorovateľnými na fluorescencii emitovanej z kryštálov iónov zachytených v lineárnej Pauliho pasci. Jej hlavné výsledky zodpovedajú *teoretickej analýze smerovosti optickej emisie z lineárneho 1D iónového retiazku a meraniu intenzitných korelačných funkcií na 3D súbore $^{40}\text{Ca}^+$ iónov.*

Úvod práce sa zaoberal základnými princípmi fungovania Pauliho pasci, vrátane výpočtu iónových pozícií v 1D kryštáloch a vysvetleniu ich základného-Dopplerovského laserového chladenia. Konkrétne sme sa zamerali na lineárny typ pasce používanej v experimente pre následné pozorovanie fluorescencie.

Simulácia kolektívneho koherentného rozptylu zahrnovala reálne pozície iónov v harmonickom potenciály a ich dipólovú vyžarovaciu charakteristiku. Po teoretickej analýze priestorových rozložení iónov v pasci sme sa zaoberali samotným modelovaním intenzitného rozloženia svetla rozptýleného na retiazku iónov v ďalekom poli. Tá je priamo určená fázovou interferenciou, uhlom excitácie a pozorovania, pozíciami iónov, a ich dipólovou vyžarovacou charakteristikou. Výsledné vzory vyžarovania popisujú množstvo vyžiarenej intenzity v závislosti na polohe v sférických súradniciach.

Následne modelovaním daných charakteristík pre 2 až 10 iónov sme došli k povzbudivému záveru, a to že využitie interferencie významne ovplyvní schopnosť kolekcie vyžiarenej intenzity v axiálnom pozorovacom smere. Aj napriek tomu že pre veľké kryštály s počtom iónov $N > 4$ nie je možné dostať pozície pre dokonalú konštruktívnu interferenciu kvôli obmedzeniam aplikovateľných napätí v Pauliho pasci a požiadavkom na stabilitu kryštálu, pri vhodných realistických nastaveniach pasce je možné dosiahnutie relatívnych intenzít $I_{re} > 0,2$ v priestorových uhloch zodpovedajúcich numerickej apertúre iba okolo $\text{NA}=0,08$ pre 10 iónov, čo predstavuje viac ako 100 násobné vylepšenie detekčnej účinnosti.

Simulácie daných súborov s ohľadom na dipólovú charakteristiku prechodu tiež potvrdili, že najvhodnejšie konfigurácie zodpovedajú cirkulačným dipólom okolo osi symetrie kryštálu z a lineárnym dipólom kmitajúcim kolmo na túto osu. Pre dosiahnutie ekvivalentnej účinnosti vo voľnom priestore bez použitia kolektívneho koherentného efektu, alebo optického rezonátoru, by bolo potrebné pokrývať priestorový úhol zodpovedajúci numerickej apertúre až $\text{NA}=0,82$. To by pri dodržaní dostatočnej vzdialenosti dielektrickej plochy šošovky of iónového súboru kládlo takmer nesplniteľné nároky na kvalitu a parametre použitej optickej sústavy. Pre referenciu uvádzame rekordné detekčné usporiadania realizované experimentálnymi tímami zaoberajúcimi sa maximalizáciou kolekčnej účinnosti pre potreby aplikácií s chytenými iónmi.

Samotné meranie koherentnej smerovej emisie prebiehalo nepriamo pomocou meraní korelačnej funkcie druhého rádu na fluorescencii emitovanej z časti 3D iónového kryštálu. 3D kryštál bol použitý výhradne pre dosiahnutie zvýšenia počtu iónov pozorovaných v jednomódovej detekčnej konfigurácii kolmo na osu pasce. Usporiadanie veľkých iónových kryštálov čítajúcich až 130 iónov bolo optimalizované s ohľadom na maximalizáciu ich počtu v detekčnom móde pozorovaním stabilnej kryštalickej štruktúry na EMCCD kamere a detekčných udalostí na jednofotónovom detektore. Výsledné merania korelačných

funkcií druhého rádu prezentovali jednoznačné zhlukovanie fotónov nad Poissonovskou hranicou s priemernou $g^2(0) = 1,3 \pm 0,1$. To zodpovedá doposiaľ nepozorovanému režimu emisie výhradne jednofotónových emitov na súbore iónov $N > 3$ a pravdepodobne súvisí s procesom generácie ich kvantovej previazanosti pri prvej emisii a detekcii fotónu nasledovaným koherentným rozptylom druhého fotónu z kolektívneho iónového stavu [11]. Pozorované zhlukovanie je dôsledkom nerozlíšiteľnosti prispievajúcich iónov a meranie korelačnej funkcie druhého rádu v podobných experimentálnych podmienkach s jedným iónom demonštrovalo jednoznačné sub-Poissonovské vlastnosti a anti-zhlukovanie. To potvrdzuje že pozorovanie zhlukovania na súbore iónov súvisí s ich kolektívnymi emisnými vlastnosťami a nemôže byť pripisované prípadným nekontrolovateľným termálnym fluktuáciám svetelného šumu alebo použitých laserov. Prezentované výsledky teda predstavujú prvú demonštráciu zhlukovaného svetla z konečného systému jednofotónových emitov.

Bibliografia

- [1] J. Eschner, C. Raab, F. Schmidt-Kaler a R. Blatt, “Light interference from single atoms and their mirror images”, *Nature* **413**, 495–498 (2001).
- [2] S. Kotler, N. Akerman, N. Navon, Y. Glickman a R. Ozeri, “Measurement of the magnetic interaction between two bound electrons of two separate ions”, *Nature* **510**, 376–380 (2014).
- [3] T. Monz, D. Nigg, E. A. Martinez, M. F. Brandl, P. Schindler, R. Rines, S. X. Wang, I. L. Chuang a R. Blatt, “Realization of a scalable Shor algorithm”, *Science (New York, N.Y.)* **351**, 1068–1070 (2016).
- [4] J. Zhang, G. Pagano, P. W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, H. Kaplan, A. V. Gorshkov, Z.-X. Gong a C. Monroe, “Observation of a many-body dynamical phase transition with a 53-qubit quantum simulator”, *Nature* **551**, 601–604 (2017).
- [5] N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, C. Tamm a E. Peik, “Single-Ion Atomic Clock with 3×10^{-18} Systematic Uncertainty”, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 063001 (2016).
- [6] D. Higginbottom, L. Slodička, G. Araneda, L. Lachman, R. Filip, M. Hennrich a R. Blatt, “Pure single photons from a trapped atom source”, *New Journal of Physics* **18**, 93038 (2016).
- [7] H. Takahashi, A. Wilson, A. Riley-Watson, F. Orucevic, N. Seymour-Smith, M. Keller a W. Lange, “An integrated fiber trap for single-ion photonics”, *New Journal of Physics* **15**, 053011 (2013).
- [8] H. Barros, A. Stute, T. Northup, C. Russo, P. Schmidt a R. Blatt, “Deterministic single-photon source from a single ion”, *New Journal of Physics* **11** (2009).
- [9] P. Maunz, D. L. Moehring, S. Olmschenk, K. C. Younge, D. N. Matsukevich a C. Monroe, “Quantum interference of photon pairs from two remote trapped atomic ions”, *Nature Physics* **3**, 538–541 (2007).
- [10] C. Kurz, J. Huwer, M. Schug, P. Müller a J. Eschner, “A high-rate source for single photons in a pure quantum state”, *New Journal of Physics* **15**, 055005 (2013).
- [11] P. Obřil, L. Lachman, T. Pham, A. Lešundák, V. Hucl, M. Čížek, J. Hrabina, O. Čip, L. Slodička a R. Filip, “Nonclassical Light from Large Ensembles of Trapped Ions”, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 253602 (2018).
- [12] A. Stute, B. Casabone, P. Schindler, T. Monz, P. O. Schmidt, B. Brandstätter, T. E. Northup a R. Blatt, “Tunable ion–photon entanglement in an optical cavity”, *Nature* **485**, 482–485 (2012).
- [13] P. F. Herskind, A. Dantan, J. P. Marler, M. Albert a M. Drewsen, “Realization of collective strong coupling with ion Coulomb crystals in an optical cavity”, *Nature Physics* **5**, 494–498 (2009).

- [14] B. Brandstätter, A. McClung, K. Schüppert, B. Casabone, K. Friebe, A. Stute, P. O. Schmidt, C. Deutsch, J. Reichel, R. Blatt a T. E. Northup, “Integrated fiber-mirror ion trap for strong ion-cavity coupling”, *Review of Scientific Instruments* **84**, 123104 (2013).
- [15] R. Maiwald, A. Golla, M. Fischer, M. Bader, S. Heugel, B. Chalopin, M. Sondermann a G. Leuchs, “Collecting more than half the fluorescence photons from a single ion”, *Phys. Rev. A* **86**, 043431 (2012).
- [16] E. W. Streed, A. Jechow, B. G. Norton a D. Kielpinski, “Absorption imaging of a single atom”, *Nature Communications* **3**, 933 (2012).
- [17] W. Paul, “Electromagnetic Traps for Charged and Neutral Particles (Nobel Lecture)”, *Angewandte Chemie International Edition in English* **29**, 739–748 (1990).
- [18] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe a D. Wineland, “Quantum dynamics of single trapped ions”, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 281–324 (2003).
- [19] D. James, “Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation”, *Applied Physics B* **66**, 181–190 (1998).
- [20] T. Hänsch a A. Schawlow, “Cooling of gases by laser radiation”, *Optics Communications* **13**, 68–69 (1975).
- [21] P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, C. E. Tanner, R. N. Watts a C. I. Westbrook, “Optical molasses”, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2084–2107 (1989).
- [22] J. P. Hansen, “Statistical Mechanics of Dense Ionized Matter. I. Equilibrium Properties of the Classical One-Component Plasma”, *Phys. Rev. A* **8**, 3096–3109 (1973).
- [23] K. Okada, M. Wada, T. Takayanagi, S. Ohtani a H. Schuessler, “Characterization of ion Coulomb crystals in a linear Paul trap”, *Physical Review A* **50** (2010).
- [24] T. Young, “II. The Bakerian Lecture. On the theory of light and colours”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **92**, 12–48 (1802).
- [25] P. Obšil, A. Lešundák, T. Pham, K. Lakhmanskiy, L. Podhora, M. Oral, O. Číp a L. Slodička, “A room-temperature ion trapping apparatus with hydrogen partial pressure below 10^{-11} mBar”, *Review of Scientific Instruments* **90**, 083201 (2019).
- [26] G. Araneda, D. Higginbottom, L. Slodička, Y. Colombe a R. Blatt, “Interference of single photons emitted by entangled atoms in free space”, *Physical Review Letters* **120**, 193603 (2018).
- [27] R. Loudon, *The quantum theory of light* (Clarendon Press Oxford, 1973), p. 344–351.

Príloha

	50-100 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.2	0.24	0.19	0.22	0.26	0.25	0.23	0.23	0.25
Numerická apartúra	0.29	0.23	0.19	0.14	0.14	0.15	0.16	0.11	0.11
Frekvencia pasce	19.58	20.45	19.58	8.67	12.72	15.83	20.95	8.44	10.26
Vzdialenosť l	2.08	2.02	2.08	3.59	2.78	2.4	1.99	3.65	3.21
Napätie	8050.6	8782.1	8050.6	1576.9	3396.4	5260.7	9208.6	1496.	2208.4
uhol	$\frac{3\pi}{16}$	$\frac{29\pi}{200}$	$\frac{49\pi}{400}$	$\frac{9\pi}{100}$	$\frac{9\pi}{100}$	$\frac{19\pi}{200}$	$\frac{21\pi}{200}$	$\frac{29\pi}{400}$	$\frac{7\pi}{100}$

Obr. 28: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparatúre. Ióny sa javia ako cirkulačné dipóly okolo osi z. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 5 - 10 násobku λ sa skenuje po 0,01 λ . Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	100-150 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.15	0.17	0.17	0.21	0.16	0.15	0.22	0.2	0.16
Numerická apartúra	0.2	0.16	0.13	0.13	0.1	0.1	0.1	0.09	0.11
Frekvencia pasce	7.23	7.35	5.67	7.35	4.51	4.07	4.5	5.01	6.74
Vzdialenosť l	4.05	4.01	4.76	4.01	5.55	5.94	5.56	5.17	4.24
Napätie	1097.8	1134.1	674.2	1134.1	427.3	347.9	424.5	526.6	953.6
uhol	$\frac{13\pi}{100}$	$\frac{41\pi}{400}$	$\frac{2\pi}{25}$	$\frac{2\pi}{25}$	$\frac{\pi}{16}$	$\frac{13\pi}{200}$	$\frac{\pi}{16}$	$\frac{3\pi}{50}$	$\frac{27\pi}{400}$

Obr. 29: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparatúre. Ióny sa javia ako cirkulačné dipóly okolo osi z. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 10 - 15 násobku λ sa skenuje po 0,01 λ . Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	150-200 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.12	0.14	0.15	0.17	0.14	0.19	0.2	0.14	0.21
Numerická apartúra	0.17	0.13	0.11	0.08	0.09	0.09	0.08	0.07	0.08
Frekvencia pasce	3.97	4.04	4.01	2.85	4.03	3.65	4.	2.62	2.82
Vzdialenosť l	6.04	5.97	6.	7.54	5.98	6.38	6.01	7.98	7.59
Napätie	330.4	341.7	337.	170.1	340.4	280.2	335.	143.7	166.4
uhol	$\frac{43\pi}{400}$	$\frac{2\pi}{25}$	$\frac{29\pi}{400}$	$\frac{\pi}{20}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{\pi}{20}$	$\frac{9\pi}{200}$	$\frac{\pi}{20}$

Obr. 30: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparatúre. Ióny sa javia ako cirkulačné dipóly okolo osi z. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 15 - 20 násobku λ sa skenuje po 0,01 λ . Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	200-250 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.11	0.12	0.13	0.14	0.16	0.18	0.13	0.14	0.15
Numerická apartúra	0.14	0.11	0.09	0.09	0.07	0.07	0.07	0.06	0.08
Frekvencia pasce	2.6	2.63	1.88	2.6	1.88	2.27	2.44	2.02	2.55
Vzdialenosť l	8.	7.96	9.93	8.01	9.95	8.76	8.36	9.49	8.11
Napätie	142.2	144.7	74.5	141.8	74.	108.5	124.5	85.3	136.8
uhol	$\frac{9\pi}{100}$	$\frac{7\pi}{100}$	$\frac{3\pi}{50}$	$\frac{3\pi}{50}$	$\frac{19\pi}{400}$	$\frac{19\pi}{400}$	$\frac{9\pi}{200}$	$\frac{\pi}{25}$	$\frac{21\pi}{400}$

Obr. 31: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparatúre. Ióny sa javia ako cirkulačné dipóly okolo osi z. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 20 - 25 násobku λ sa skenuje po $0,01 \lambda$. Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	50-100 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.32	0.37	0.3	0.34	0.39	0.37	0.33	0.34	0.36
Numerická apartúra	0.26	0.23	0.19	0.16	0.14	0.15	0.16	0.11	0.12
Frekvencia pasce	20.52	20.45	19.64	10.45	12.72	15.83	20.95	8.44	10.22
Vzdialenosť l	2.02	2.02	2.08	3.17	2.78	2.4	1.99	3.65	3.22
Napätie	8833.9	8782.1	8096.8	2292.4	3396.4	5260.7	9208.6	1496.	2192.1
uhol	$\frac{17\pi}{100}$	$\frac{29\pi}{200}$	$\frac{3\pi}{25}$	$\frac{41\pi}{400}$	$\frac{9\pi}{100}$	$\frac{19\pi}{200}$	$\frac{21\pi}{200}$	$\frac{29\pi}{400}$	$\frac{3\pi}{40}$

Obr. 32: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparatúre. Ióny sa javia ako lineárny dipol v osi x. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 5 - 10 násobku λ sa skenuje po $0,01 \lambda$. Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	100-150 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.23	0.27	0.26	0.31	0.24	0.21	0.32	0.3	0.24
Numerická apartúra	0.21	0.16	0.13	0.13	0.1	0.11	0.1	0.09	0.12
Frekvencia pasce	7.2	7.37	5.67	7.31	4.51	4.06	4.5	5.01	6.69
Vzdialenosť l	4.06	4.	4.76	4.02	5.55	5.95	5.56	5.17	4.26
Napätie	1088.1	1140.8	674.2	1120.7	426.4	346.6	424.5	527.8	940.4
uhol	$\frac{53\pi}{400}$	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{2\pi}{25}$	$\frac{17\pi}{200}$	$\frac{13\pi}{200}$	$\frac{27\pi}{400}$	$\frac{\pi}{16}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{3\pi}{40}$

Obr. 33: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparatúre. Ióny sa javia ako lineárny dipol v osi x. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 10 - 15 násobku λ sa skenuje po $0,01 \lambda$. Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	150-200 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.19	0.22	0.23	0.25	0.21	0.28	0.29	0.2	0.27
Numerická apartúra	0.17	0.13	0.11	0.1	0.09	0.09	0.09	0.07	0.08
Frekvencia pasce	3.97	4.04	4.01	3.08	4.03	3.65	3.98	2.61	2.81
Vzdialenosť l	6.04	5.97	6.	7.15	5.98	6.39	6.03	7.98	7.6
Napätie	331.1	341.7	337.7	199.4	340.4	279.7	332.4	143.2	166.1
uhol	$\frac{43\pi}{400}$	$\frac{2\pi}{25}$	$\frac{29\pi}{400}$	$\frac{13\pi}{200}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{19\pi}{400}$	$\frac{\pi}{20}$

Obr. 34: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparátúre. Ióny sa javia ako lineárny dipol v osi x. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 15 - 20 násobku λ sa skenuje po $0,01 \lambda$. Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	200-250 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.17	0.19	0.19	0.22	0.21	0.26	0.2	0.2	0.22
Numerická apartúra	0.14	0.11	0.09	0.09	0.08	0.07	0.08	0.07	0.09
Frekvencia pasce	2.6	2.44	1.88	2.6	1.87	2.27	2.6	2.01	2.32
Vzdialenosť l	8.	8.36	9.93	8.	9.96	8.76	8.	9.51	8.63
Napätie	142.2	124.7	74.4	142.2	73.7	108.5	142.4	84.8	113.2
uhol	$\frac{9\pi}{100}$	$\frac{7\pi}{100}$	$\frac{3\pi}{50}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{\pi}{20}$	$\frac{19\pi}{400}$	$\frac{\pi}{20}$	$\frac{19\pi}{400}$	$\frac{23\pi}{400}$

Obr. 35: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparátúre. Ióny sa javia ako lineárny dipol v osi x. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 20 - 25 násobku λ sa skenuje po $0,01 \lambda$. Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	50-100 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.12	0.15	0.12	0.14	0.16	0.16	0.15	0.14	0.16
Numerická apartúra	0.29	0.22	0.18	0.15	0.14	0.14	0.16	0.11	0.11
Frekvencia pasce	19.53	20.52	19.75	10.49	12.69	15.95	21.07	8.44	10.26
Vzdialenosť l	2.09	2.02	2.07	3.16	2.78	2.39	1.98	3.65	3.21
Napätie	8004.8	8833.9	8190.2	2309.8	3381.8	5339.7	9319.6	1496.	2208.4
uhol	$\frac{3\pi}{16}$	$\frac{57\pi}{400}$	$\frac{47\pi}{400}$	$\frac{39\pi}{400}$	$\frac{9\pi}{100}$	$\frac{9\pi}{100}$	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{29\pi}{400}$	$\frac{7\pi}{100}$

Obr. 36: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparátúre. Ióny sa javia ako bez dipólovej charakteristiky. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 5 - 10 násobku λ sa skenuje po $0,01 \lambda$. Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	100-150 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.09	0.1	0.1	0.13	0.1	0.09	0.14	0.14	0.1
Numerická apartúra	0.19	0.16	0.13	0.13	0.1	0.1	0.1	0.09	0.12
Frekvencia pasce	7.35	7.33	4.97	7.35	4.51	4.07	4.5	5.01	6.68
Vzdialenosť l	4.01	4.01	5.2	4.01	5.55	5.94	5.56	5.17	4.27
Napätie	1134.1	1127.3	519.4	1134.1	427.3	347.9	424.5	526.6	937.7
uhol	$\frac{3\pi}{25}$	$\frac{21\pi}{200}$	$\frac{33\pi}{400}$	$\frac{2\pi}{25}$	$\frac{\pi}{16}$	$\frac{13\pi}{200}$	$\frac{\pi}{16}$	$\frac{3\pi}{50}$	$\frac{3\pi}{40}$

Obr. 37: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparatúre. Ióny sa javia ako bez dipólovej charakteristiky. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 10 - 15 násobku λ sa skenuje po 0,01 λ . Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	150-200 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.07	0.08	0.09	0.1	0.08	0.12	0.13	0.09	0.13
Numerická apartúra	0.17	0.13	0.12	0.1	0.09	0.09	0.09	0.07	0.07
Frekvencia pasce	3.96	3.33	4.	3.08	3.05	3.65	3.98	2.61	2.82
Vzdialenosť l	6.05	6.8	6.01	7.16	7.2	6.39	6.03	7.98	7.58
Napätie	329.1	232.2	335.	198.8	195.5	279.7	333.	143.5	167.2
uhol	$\frac{11\pi}{100}$	$\frac{33\pi}{400}$	$\frac{3\pi}{40}$	$\frac{13\pi}{200}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{11\pi}{200}$	$\frac{9\pi}{200}$	$\frac{9\pi}{200}$

Obr. 38: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparatúre. Ióny sa javia ako bez dipólovej charakteristiky. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 15 - 20 násobku λ sa skenuje po 0,01 λ . Uhol označuje $2\beta_{min}$.

	200-250 lam								
Počet atómov	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Relatívna intenzita	0.06	0.07	0.08	0.09	0.09	0.14	0.08	0.09	0.1
Numerická apartúra	0.14	0.11	0.09	0.09	0.08	0.09	0.06	0.06	0.09
Frekvencia pasce	2.41	2.12	2.01	2.61	1.87	2.26	1.78	2.02	2.32
Vzdialenosť l	8.43	9.17	9.52	8.	9.96	8.79	10.31	9.49	8.64
Napätie	121.7	94.4	84.6	142.6	73.8	107.3	66.4	85.3	113.1
uhol	$\frac{37\pi}{400}$	$\frac{7\pi}{100}$	$\frac{3\pi}{50}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{\pi}{20}$	$\frac{23\pi}{400}$	$\frac{3\pi}{80}$	$\frac{\pi}{25}$	$\frac{23\pi}{400}$

Obr. 39: Výsledné parametre simulácií intenzít rozptýleného svetla (viz Kap. 3) na súbore 2 až 10 iónov pre ktorý má retiazok o danom počte iónov najväčšiu relatívnu intenzitu v danej numerickej aparatúre. Ióny sa javia ako bez dipólovej charakteristiky. Vzďialenosť l, ktorá je v intervale 20 - 25 násobku λ sa skenuje po 0,01 λ . Uhol označuje $2\beta_{min}$.