

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE
FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ
INŽENÝRSKÁ



Bakalářská práce

ASTROFYZIKÁLNÍ JADERNÉ REAKCE NA
URYCHLOVAČÍCH LEHKÝCH IONTŮ

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady(literaturu, projekty, SW atd ...) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti použití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů(autorský zákon).

V Praze dne

.....

podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval svému školiteli Mgr. Jaromíru Mrázkovi, PhD. za trpělivost a velkou pomoc při práci distanční formou. Stejně tak děkuji svému konzultantovi Giuseppemu D'Agata, PhD a Anastasii Cassisa. Také bych chtěl poděkovat za podporu rodině, přátelům a kolegům v SK VALDI.

Název práce: Astrofyzikální jaderné reakce na urychlovačích lehkých iontů
Autor: Pavel Špíšek
Studijní zaměření: Aplikace přírodních věd
Obor: Experimentální jaderná a částicová fyzika
Druh práce: Bakalářská práce
Vedoucí práce: Mgr. Jaromír Mrázek, PhD.
Oddělení jaderných reakcí, Ústav jaderné fyziky AV ČR
Konzultant: Giuseppe D'Agata, PhD.
Oddělení jaderných reakcí, Ústav jaderné fyziky AV ČR

Abstrakt: Byly předloženy některé koncepty z oblasti jaderné astrofyziky a diskutována některá charakteristická prostředí nukleosyntézy a základní procesy v nich probíhající. Popsány byly některé základní používané termíny jako astrofyzikální S-faktor a Gamowův pík. Byla nalezena vhodná funkce pro fitování spekter alfa částic v křemíkových detektorech použitých v experimentálních měřeních reakce $^{22}\text{Ne}(d,p)$ na svazku cyklotronu v ÚJF AVČR, Řež.

Klíčová slova: jaderná astrofyzika, nepřímé metody, jaderné reakce

Title: Nuclear reactions for astrophysics on light ion beams
Author: Pavel Špíšek

Abstract: Basic concepts from nuclear astrophysics were presented as well as characteristic environments of nucleosynthesis and basic processes involved. Some basic terms used in nuclear astrophysics were described - like astrophysical S-factor and Gamow peak. A proper function was found for fitting alpha particle spectra in silicon detectors used in experimental measurements of $^{22}\text{Ne}(d,p)$ on the beam of cyclotron at NPI CAS, Řež.

Key words: nuclear astrophysics, indirect methods, nuclear reactions

Obsah

1 Úvod	1
1.1 Struktura práce	1
2 Jaderná astrofyzika	2
2.1 Hertzsprungův-Russellův diagram	2
2.2 Velký třesk a nukleosyntéza	3
2.3 Vývoj hvězd	4
2.4 Původ prvků	5
2.5 Prvotní nukleosyntéza	7
2.6 Účinný průřez	9
2.7 Maxwell-Boltzmannovo rozdělení	10
2.8 Coulombovská bariéra	10
2.9 Astrofyzikální S-faktor	11
2.10 Tunelový jev	11
3 Procesy nukleosyntézy	13
3.1 Proton-protonový řetězec	13
3.1.1 pp1 řetězec	13
3.2 CNO cykly	14
3.3 3α proces	15
3.4 s-proces	15
3.5 r-proces	17
4 Přímé a nepřímé experimentální metody	18
4.1 Nepřímé metody	18
4.1.1 Metoda Trojského koně	18
4.1.2 Metoda coulombovské disociace	20
4.1.3 Metoda asymptotického normalizačního koeficientu	20
5 Detekční techniky pro studium jaderných reakcí	22
5.1 Scintilační detektory	22
5.2 Scintilátory pro různé druhy částic	22
5.3 Polovodičové detektory	23
6 Kalibrace spekter nabitých částic	25
6.1 Motivace	25
6.2 Kalibrace	26
7 Závěr a výhled	33
Literatura	34

1 Úvod

Vesmír byl od pradávna inspirací lidské tvorby a kultury. V minulosti jej civilizace přirovnávaly k božstvům a některé toulavé objekty naší sluneční soustavy stále nesou jména římských bohů. Lidé ovšem nehleděli k vesmíru jen jako k uměleckému a náboženskému objektu, nýbrž se jej snažili pochopit a studovat mechanismy, kterými se řídí. Navzdory jejich odvěkému pozorování, děje ve vesmíru začaly být plněji chápány až s rozvojem atomové a jaderné fyziky ve 20. století.

Hélium (druhý nejzastoupenější prvek ve Slunci) bylo objeveno kolem roku 1868 zkoumáním spektra sluneční korony. První realistický model našeho Slunce byl navržen Eddingtonem ve 20. letech 20. století a první výpočet energetické bilance na základě jaderných reakcí byl publikován ve 30. letech. V dalších letech přicházely objevy nové a představa o fungování vesmíru a hvězd se tak postupně uceluje.

1.1 Struktura práce

Jaderná fyzika se ukázala jako jeden z klíčových oborů nutných pro porozumění procesům ve vesmíru. Část jaderné fyziky, která se na související procesy specializuje, nazýváme jaderná astrofyzika.

Tato disciplína je úzce napojena na poznatky astrofyziky a astronomie, které jsou nejen extrémně zajímavé, ale také extrémně rozsáhlé.

Proto se v první části - Jaderná astrofyzika - pokusíme předložit některé obecné znalosti, které jsou podstatné pro porozumění kontextu této práce.

Ve druhé části - Procesy nukleosyntézy - se seznámíme s některými typickými řetězci jaderných reakcí, které jsou zodpovědné za produkci energie ve hvězdách.

Ve třetí části - Přímé a nepřímé experimentální metody - se zabýváme přístupem a metodami jaderné fyziky k měření charakteristik jaderných reakcí.

Neboť tato práce má charakter experimentální, čtvrtá část - Detekční techniky pro studium jaderných reakcí - obsahuje přehled v této oblasti často používaných detektorů a základních funkčních principů.

V poslední páté části - Kalibrace spekter nabitých částic - je popsána samotná experimentální činnost autora.

2 Jaderná astrofyzika

Jaderná astrofyzika se zabývá zejména chováním atomového jádra a jeho přeměnami v různých prostředích, které jsou charakteristické pro různé etapy vývoje hvězd a vesmíru. Abychom získali představu o některých souvislostech, obsahuje kapitola výběr z poznatků jaderné fyziky a astrofyziky.

2.1 Hertzsprungův-Russellův diagram

Dobrá organizace získaných informací o pozorování umožňuje či ulehčuje objevit novou kvalitu v těchto informacích. Jedním z příkladů je H-R diagram, který nejen zachycuje zastoupení různých typů hvězd v pozorováních, ale při správné interpretaci, dává také nahlédnout vnější obraz jednotlivých stadií vývoje hvězd. Jaderná astrofyzika spolu s dalšími disciplínami disponují pokročilými modely, které jsou schopny vysvětlovat různorodá pozorování.

Luminozita a povrchová teplota jsou dvě vlastnosti, které se používají při klasifikaci hvězd. Luminozita představuje celkový výkon vyzařený hvězdou do okolí a ze Stefanova-Boltzmannova zákona ji můžeme definovat jako

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4, \quad (1)$$

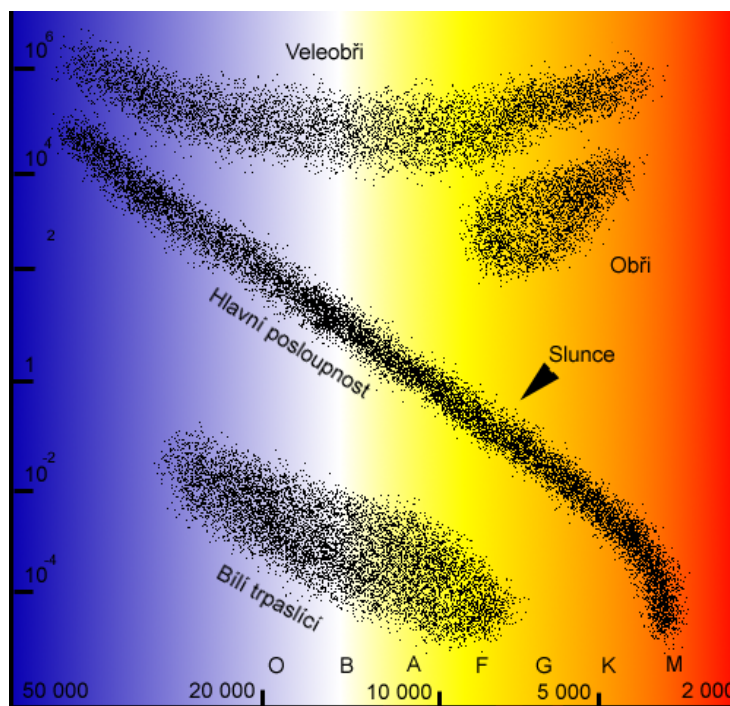
kde R je poloměr hvězdy, σ je Stefanova-Boltzmannova konstanta¹, T je termodynamická teplota na povrchu [2]. Vynesením těchto dvou veličin do grafu na Obrázku 1 zjistíme, že hvězdy jsou uspořádány do jistých shluků v různých oblastech. Tuto důležitou korelaci mezi luminozitou a povrchovou teplotou hvězd označujeme jako Hertzsprungův-Russellův diagram podle dánského, resp. amerického astronoma, kteří tento objev nezávisle na sobě publikovali [16]. V H-R diagramu na Obrázku 1 povrchová teplota roste zprava doleva na vodorovné ose. Na ose y se nachází luminozita. Vodorovná osa H-R diagramu byla zkonstruována až později a to na základě systematické práce Williaminy Flaming a dalších, kteří rozdělovali pozorované hvězdy do skupin podle pozorovaných spektrálních čar. Většina hvězd se nachází na diagonálním pásu zvaném hlavní posloupnost. Na hlavní posloupnosti se nachází také naše Slunce s povrchovou teplotou asi 5800 K. Hvězdám ležící nad hlavní posloupností pro nižší teploty říkáme rudí obři, také se tam nachází veleobři. Dále je na H-R diagramu skupina hvězd pod hlavní posloupností zvaná bílí trpaslíci a další. Pokud si (1) vyjádříme v poměru k hodnotám, které má Slunce²

$$L/L_{\odot} = (R/R_{\odot})^2 (T/T_{\odot})^4 \quad (2)$$

zjistíme, že poloměr hvězd nad hlavní posloupností opravdu odpovídá obřím rozměrům v porovnání se Sluncem. Například pro vyšší teploty $T/T_{\odot} = 4$ a luminozitu $L/L_{\odot} = 10^6$ bude $R/R_{\odot} = 60$, u chladnějších veleobrů $T/T_{\odot} = 1/2$ s luminozitou $L/L_{\odot} = 10^4$ odpovídá poloměr $R/R_{\odot} = 400$, tedy čtyřicetkrát poloměru Slunce [2]. H-R diagram je nejen informací o rozdělení zastoupení typů hvězd, ale také naznačuje, jaká jsou stadia hvězdného vývoje a v jakém stavu hvězdy tráví různé části své existence. Velikost a teplota hvězdy je determinována podmínkami v jejím nitru. Na základě vnějších charakteristik lze usuzovat na hustotu, tlak a teplotu v jádru hvězdy a tím také na procesy, které uvnitř probíhají a stojí za produkcí energie.

¹ $\sigma = 5,670400 \cdot 10^{-8} \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$

²K označení používáme astronomický symbol pro Slunce \odot .



Obrázek 1: Hertzsprungův-Russellův diagram s povrchovou termodynamickou teplotou na vodorovné ose a s luminozitou na svislé ose. Hvězdy vyneseny do toho diagramu se shlukují do skupin. Skupina hvězd jdoucí přes diagonálu diagramu se nazývá Hlavní posloupnost. V současné době je na Hlavní posloupnosti i Slunce.

2.2 Velký třesk a nukleosyntéza

S objevem Hubblova posunu a rozpínání vesmíru se prostou extrapolací dostala fyzika před otázku počátku vesmíru a původu prvků. Prvním logickým pokusem bylo vysvětlit všechny pozorované prvky a izotopy jako produkt prvotních fyzikálních podmínek - Velkého Třesku.

Spektra hvězd jsou závislá na chemickém složení jejich povrchu. Každý prvek vyznačuje svůj vlastní vzor spektrálních čar, jehož vlnové délky známe přesně z laboratorních měření.

Pokud se pozorovaný vesmírný objekt vzdaluje od pozorovatele, vlnová délka fotonů, které náleží každé ze spektrálních čar se zvětšuje. To je důsledek Dopplerova efektu. Pro viditelné spektrum to znamená posun k červenému konci, pak tedy mluvíme o rudém posuvu. V opačném případě mluvíme o modrém posuvu. Tento jev se nazývá modrý posuv. Hodnota ať rudého nebo modrého posuvu označována Z se získá odečtením klidové vlnové délky objektu $\lambda(0)$ (v laboratorní soustavě) od naměřené vlnové délky $\lambda(v)$ a vydělením klidovou vlnovou délkou

$$Z = (\lambda(v) - \lambda(0)) / \lambda(0).$$

Posuv Z je v případě nerelativistických rychlostí spjatý s rychlostí pozorovaného objektu vztahem

$$Z = \sqrt{\left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 - \frac{v}{c}\right)} - 1 \quad \text{pro} \quad \frac{v}{c} \ll 1.$$

Pozorovaný posuv Z může být tedy využit pro určení relativní rychlosti v vzhledem k pozorovateli.

Právě tento rudý posuv byl pozorován Hubblem a dalšími astronomy. Podle Dopplerova efektu to znamená, že všechny galaxie se od té naší vzdalují. Toto systematické rozpínání se neodehrává uvnitř galaxií, ale pouze na mezigalaktické vzdálenosti. Později Hubble pozoroval, že velikost rudého posuvu je přibližně proporcionálně úměrná vzdálenosti daného objektu a formuloval hypotézu, že poměr rychlosti a vzdálenosti objektu je konstantní $H = v/c = \text{konst.}$ [2]. Měření čím dál vzdálenějších galaxií se ukázalo, že hodnota H nazývaná Hubbleova konstanta, se odchyluje od původní hodnoty kvůli vzájemnému náhodnému pohybu galaxií. Rozpínání vesmíru tedy podle pozorování závisí na vzdálenosti, nikoliv na směru, ve kterém vzdalující se objekty pozorujeme. V tomto ohledu je vesmír izotropní, má stejné vlastnosti všude nezávisle na směru. Pokud se tedy všechny galaxie od sebe navzájem vzdalují, pak v určitém čase v historii, byly seskupeny blíže v daleko hustším prostoru. Tento čas je charakterizován tzv. Hubbleovým časem H^{-1} , převrácenou hodnotou Hubbleovy konstanty, a jeho přibližná hodnota je 16 miliard let [1]. Z nějakého předchozího stavu o vyšší teplotě a hustotě se vesmír postupně rozpíná a ochlazuje.

Pro teorii, která odvážně extrapolovala toto rozpínání až do prvotní singularity, se začal používat název Velký Třesk.

Roku 1965 astronomové Penzias a Wilson zachytili radiové záření, přicházející na Zemi se stejnou intenzitou ze všech směrů. Toto izotropní záření, nazývané reliktní záření, bylo předpovězeno Gamowem jako pozůstatek ranného vesmíru. Naměřené reliktní záření odpovídá teplotě 2,76 K [1].

Pozorování rozpínajícího se vesmíru s reliktním zářením odpovídajícím teplotě 2,76 K implikuje, že se vesmír nacházel ve stavu s vyšší hustotou a teplotou. V tomto stavu při teplotách kolem 10^9 K a v čase mezi 10^{-3} a několika minutami po velkém třesku můžeme mluvit o nukleosyntéze lehkých prvků jako ^2H , ^3He , ^4He a ^7Li [2]. Měření výskytu těchto prvků ve vesmíru velmi dobře odpovídá modelovanému množství během nukleosyntézy po velkém třesku. Další snahy vědců o vysvětlení vzniku těžších prvků během nukleosyntézy po velkém třesku spoléhaly především na β rozpad. Vzhledem k tomu, že neexistují stabilní izotopy s nukleonovým číslem 5 a 8, modely nukleosyntézy Velkého Třesku nemohou vysvětlit existenci uhlíku a všech těžších prvků v množstvích, která pozorujeme. S novou teorií, kde se vznik těžších prvků odehrával uvnitř hvězd jadernými reakcemi, přišli Burbidge, Burbidge, Fowler a Hoyle v roce 1957 [19] a nezávisle na nich také v roce 1957 Cameron.

2.3 Vývoj hvězd

Mezihvězdný oblak plynu tvořený především vodíkem a heliem se začne smršťovat, jakmile gravitační energie převyší termální energii jednotlivých molekul a atomů v oblaku

$$E_G = G(M^2/R) \geq E_T = \frac{3}{2}kT(M/m),$$

kde M , R a T je celková hmotnost, poloměr a termodynamická teplota oblaku a m je průměrná molekulová hmotnost³. Zpočátku je teplo vzniklé smršťováním vyzařováno pryč, ale se zvětšující se hustotou se prostředí stává čím dál méně transparentním a tak energie zůstává uložena uvnitř. Dalším smršťováním dochází k dalšímu zvyšování teploty uvnitř oblaku - protohvězdy. Až teplota uvnitř dosáhne hodnoty přibližně $(1-2) \times 10^7$ K, objeví se nový zdroj energie využívající jaderné reakce. Této reakci se říká spalování vodíku, přestože to není spalování v slova smyslu, jak jej

³Tuto podmínku vyjadřuje Jeansovo kritérium $M \geq 3,7(kT/Gm)^{3/2}\rho^{-1/2}$, kde ρ označuje hustotu.

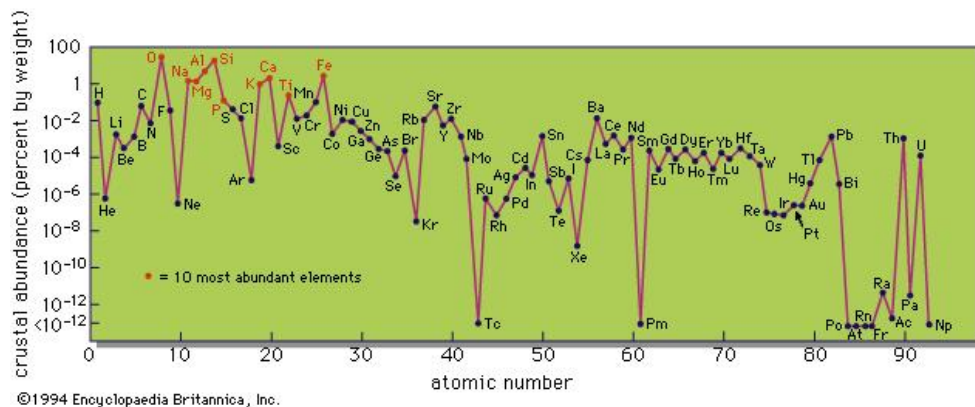
obvykle používáme. K tomuto pojmu se vrátíme v sekci 3.1. Energie vyprodukovaná touto reakcí determinuje další fázi vývoje hvězdy.

Zajištěním nového zdroje energie ve formě spalování vodíku se hvězda dostává na hlavní posloupnost H-R diagramu. Pozice hvězdy v H-R diagramu závisí na její počáteční hmotnosti. Luminozita pak odpovídá hmotnosti. Například hvězda s poměrem hmotností $M/M_{\odot} = 10$ má poměr luminosit $L/L_{\odot} = 10^4$. Aby takové obří hvězdy kompenzovaly vyzařování energie, nestačí jen proporcionálně větší objem spalovaného vodíku, ale spalování musí probíhat rychleji než u Slunce. Proto u hmotnějších hvězd jsou zásoby vodíku vyčerpány mnohem rychleji a hvězda setrvá na hlavní posloupnosti kratší dobu.

Hvězda setrvává na hlavní posloupnosti dokud jaderné reakce vytvářejí dostatek energie pro udržení její luminosity. Když se zásoba vodíku v jádře téměř vyčerpá, jádro se bude skládat převážně z helia (${}^4\text{He}$). Kvůli nedostatku energie pocházející z procesu spalování vodíku se hvězda smršťuje dokud se nezažehne spalování vodíku ve vnější slupce kolem jádra. Pak dochází k jejímu rozpínání a tím i ochlazení povrchu hvězdy. Takový proces se v H-R diagramu projeví jako pohyb vpravo nahoru, protože se hvězda stává na povrchu chladnější a zároveň se zvyšuje luminozita. Tato fáze vývoje hvězdy je předzvěstí zapálení nové reakce (*He burning* nebo 3α proces), ke které se vrátíme v sekci 3.2 a 3.3. Tento proces je pak základem pro vznik všech těžších prvků.

2.4 Původ prvků

Přirozený výskyt se definuje jako poměrné množství přítomnosti určitého prvku nebo izotopu uvnitř hvězdy, galaxie, nebo jiného prostředí. Jak již bylo řečeno v odstavci o Velkém Třesku, prvky, které mohly ve významných množstvích vzniknout nukleosyntézou těsně po velkém třesku jsou pouze H, He, Li, Be a B. K vytvoření dalších prvků musely tedy vést jiné procesy. Tyto procesy musely zanechat otisk v přirozeném výskytu prvků ve vesmíru. Rozsáhlý výzkum o poměrném množství prvků na Zemi byl proveden již roku 1889 F. Clarkem. Aktualizované výsledky měření přirozeného výskytu prvků na Zemi lze vidět na Obrázku 2. Největší přirozený výskyt mají prvky O, Si a další prvky s atomovým číslem $8 \leq Z \leq 26$. Jejich výskyt souvisí právě s procesy, které se dějí uvnitř hvězd, ale také s formováním planety Země před 4,5 miliardami let. Například prvky H a He, které mají největší přirozený výskyt ve vesmíru, jsou velmi lehké, a proto unikají z atmosfér planet.



Obrázek 2: Přirozený výskyt prvků na Zemi. Převzato z [31]

K měření přirozeného výskytu prvků ve sluneční soustavě a v naší galaxii se používají dva hlavní zdroje, jedním je pozorování sluneční fotosféry a druhým je analýza meteoritů (obzvláště uhlíkatých chondritů). Přirozený výskyt prvků v závislosti na nukleonovém čísle je na Obr. 4. Téměř veškerá hmota je zastoupena vodíkem ^1H (71,1%) a heliem ^4He (27,4%) [1]. Za nimi se nachází minimum v oblasti nukleonového čísla $A = 5-11$, tedy pro prvky Li, Be a B.

Další maxima představují prvky ^{12}C a ^{16}O . S rostoucím nukleonovým číslem přirozený výskyt klesá až do oblasti $A = 41-49$ okolo skandia. Nuklidy mezi prvky ^{12}C a ^{40}Ca jsou typicky důsledky jaderných reakcí nabitých částic při různých spalovacích procesech ve hvězdách. Reakce nabitých částic jsou ovlivněny vzájemnou coulombovskou bariérou. S rostoucím nábojem účastníků reakce klesá u nižších energií pravděpodobnost, že dojde k jaderné reakci.

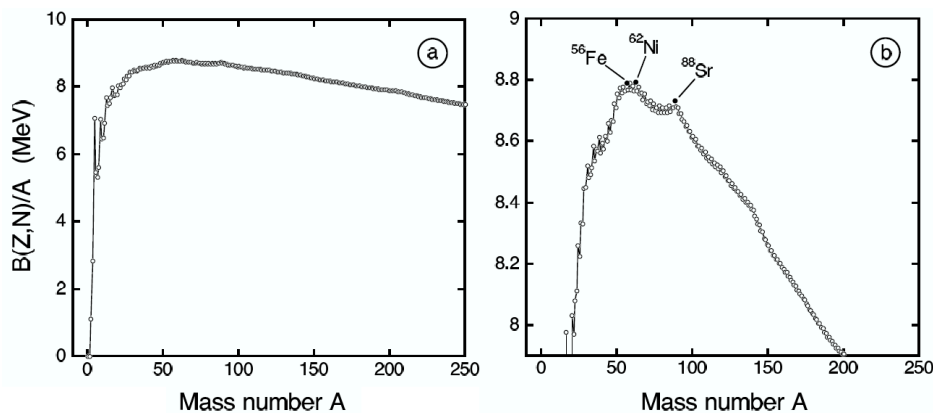
Dalšího vrcholu nabývá křivka u železa ^{56}Fe v okolí $A = 50 - 65$. Důvod proč tomu tak je souvisí s vazebnou energií. Měření ukazují, že celková hmotnost jádra m_j je menší než součet hmotností jednotlivých protonů a neutronů v jádře. Platí tedy rovnice

$$m_j = Zm_p + Nm_n - \Delta m. \quad (3)$$

Podle Einsteinova vztahu mezi hmotností a energií můžeme vyjádřit hmotnostní úbytek Δm jako $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$. Veličina ΔE je právě vazebná energie a je definována jako energie potřebná k rozdělení jádra na jednotlivé nukleony⁴. Vazebnou energii můžeme vyjádřit vztahem

$$B(Z, N) = (Zm_p + Nm_n - m_j)c^2. \quad (4)$$

Na Obrázku 3 jsou vidět naměřené vazebné energie normované na počet nukleonů $B(Z, N)/A$ v závislosti na nukleonovém čísle (a odpovídajícímu nejstabilnějšímu izotopu). Je patrné, že jádra s nejvyššími vazebnými energiemi na nukleon jsou izotopy Fe a Ni. Tedy na Obrázku 4 tvoří tyto prvky vrchol z důvodu, že mají nejvyšší vazebné energie a nukleosyntéza uvnitř hvězd končí typicky právě zde.

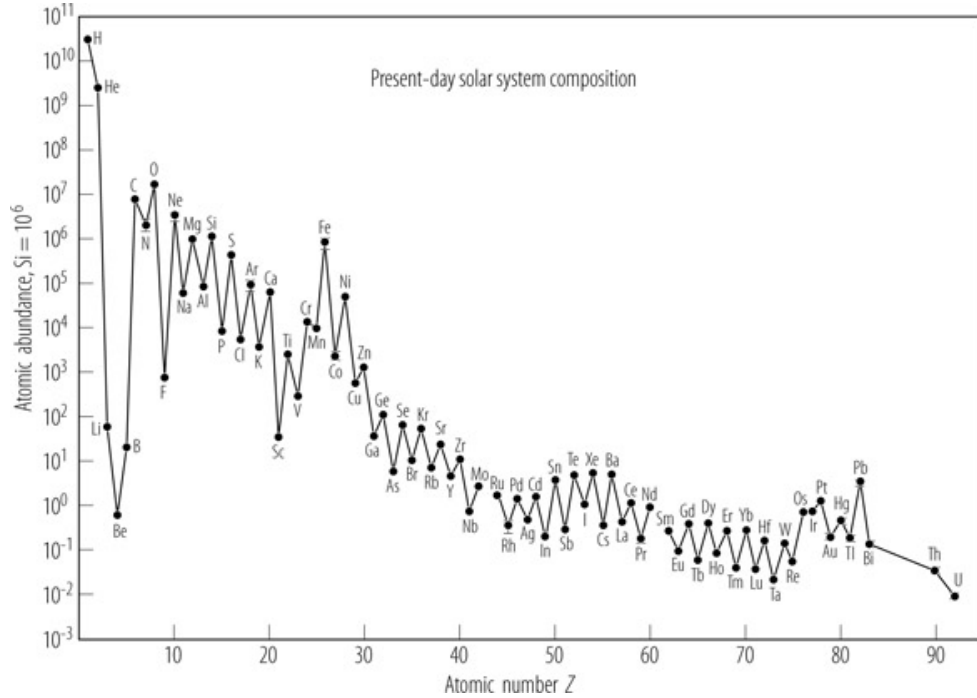


Obrázek 3: a) Vazebné energie normované na počet nukleonů b) Vazebné energie normované na počet nukleonů, přibliženo na pík u izotopů ^{56}Fe , ^{62}Ni , ^{88}Sr . Převzato z [1].

Nukleosyntéza prvků se Z větším než Fe ($Z = 26$) reakcemi nabitých částic v nitrech hvězd je potlačena, neboť procesy již nedodávají hvězdě energii kvůli coulombovské bariéře vyžadují stále vyšší teploty. Další jádra jsou proto produkovány především neutronovým záchytem. V

⁴Ekvivalentní definice je - energie uvolněná při vytvoření jádra z jednotlivých nukleonů.

oblastech $A = 110 - 150$ a $A = 180 - 200$ na Obrázku 4 jsou viditelná širší a užší maxima. Pozorování těchto širších a užších maxim ukazuje na existenci dalších procesů nukleosyntézy, kterým se budeme věnovat v sekcích 3.4 a 3.5.



Obrázek 4: Relativní výskyt prvků ve sluneční soustavě jako funkce hmotnostního čísla normalizovaná na 10^6 Si atomů. Převzato z [32].

2.5 Prvotní nukleosyntéza

Prvotní nukleosyntéza nebo-li zkráceně BBN (z anglického Big Bang Nucleosynthesis) se začala odehrávat v čase ~ 1 s a vše podstatné proběhlo do 10^3 s. Protože hmotnostní rozdíl neutronu a protonu je relativně malý a díky přítomnosti vysokoenergetických leptonů probíhají v tomto prostředí s teplotou okolo 10^{12} K neustále reakce

$$\bar{\nu}_e + p \longleftrightarrow e^+ + n, \quad \nu_e + n \longleftrightarrow e^- + p, \quad (5)$$

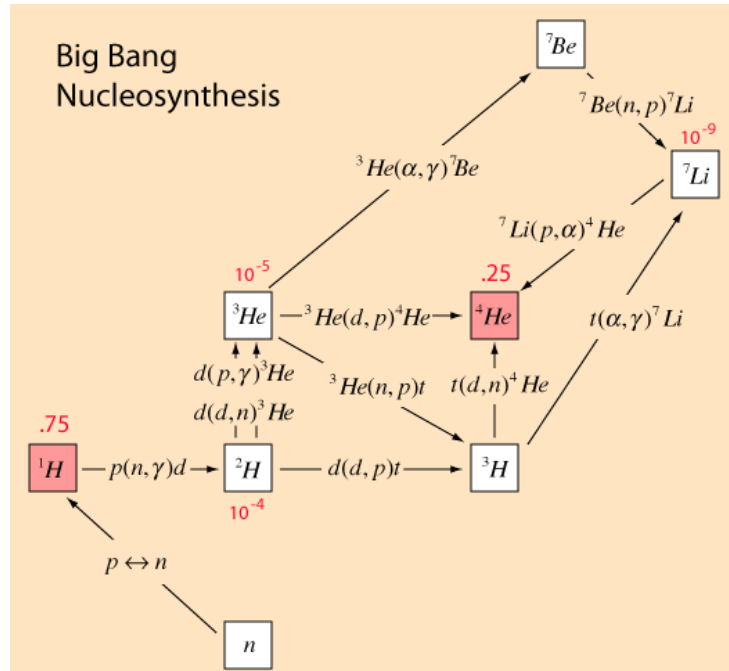
při kterých je poměr protonů a neutronů v teplotní rovnováze. Poměr neutronů a protonů v teplotní rovnováze je dán Boltzmannovým faktorem

$$\frac{n}{p} = \exp\left\{\left(\frac{\Delta mc^2}{kT}\right)\right\}, \quad (6)$$

kde $\Delta m = (m_n - m_p) = 1,29$ MeV, a který je pro $T = 10^{12}$ K přibližně $n/p \cong 1$. Teplota prostředí se s expanzí prudce snižovala a když dosáhla $kT \approx 0,8$ MeV, $n/p \sim 0,2$, přestal tento mechanismus udržovat rovnováhu, došlo k tzv. neutronovému *freezoutu*. Souběžně s přeměnami (5) probíhaly reakce

$$p + n \longrightarrow d + \gamma. \quad (7)$$

Kvůli nízké vazebné energii vzniklého deuteria (2,22 MeV) a kvůli přítomnosti velkého počtu fotonů s vyššími energiemi docházelo k okamžitému rozpadu deuteria. Tvorba prvků je umožněna když energie fotonů klesne pod vazebnou energii deuteria.



Obrázek 5: Procesy nukleosyntézy lehkých prvků. Převzato z [36].

S klesající teplotou probíhá snáze přeměna neutronů na protony, a proto reakce (5) již nejsou v rovnováze a poměr se přiklání na stranu protonů. Při jisté teplotě nastane k „zamrznutí“ poměru množství n/p . Při této teplotě převládne rychlost rozpínání vesmíru nad rychlostí probíhající slabých interakcí a odpovídá hodnotě $T = 7,5 \cdot 10^9$ K.

Po zamrznutí poměru množství n/p nabývá na významu rozpad neutronu $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$, který se svým poločasem rozpadu 10,6 minuty [2], ovlivní poměr neutronů a protonů s výsledkem $\frac{n}{p} \sim \frac{1}{7}$.

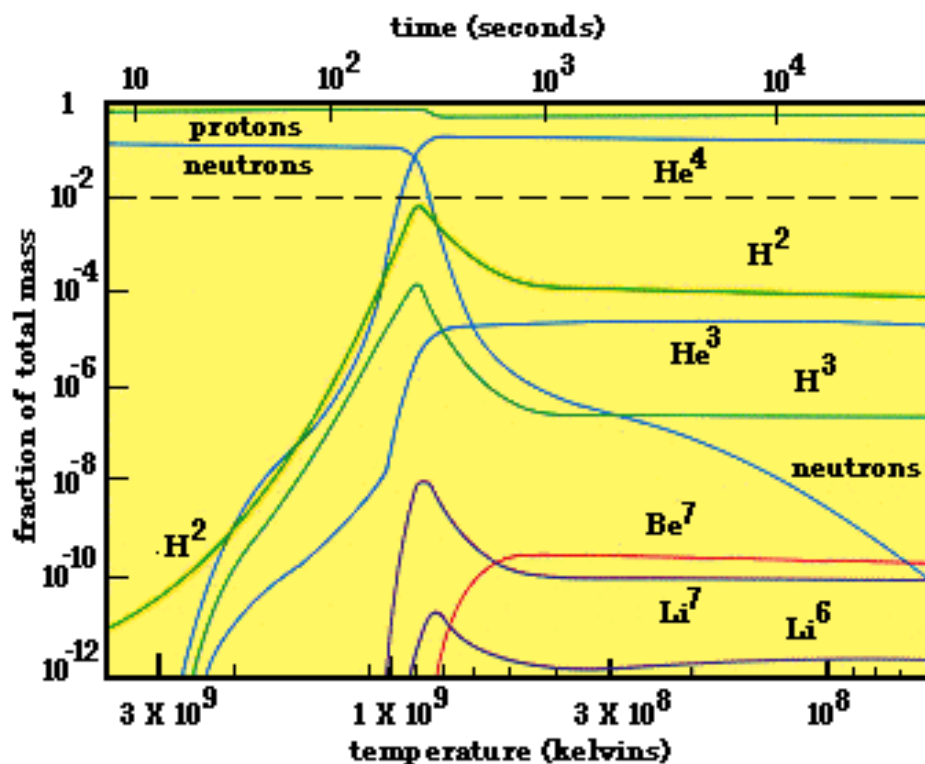
Předestřeli jsme, že k nukleosyntéze dojde tehdy, až se střední energie fotonů ve vesmíru bude rovnat vazebné energii deuteria, tedy 2,22 MeV. Ovšem reakce (7) nebude probíhat ihned po tom, co fotony dosáhnou této hranice. Jelikož je v tomto prostředí přibližně 10^9 fotonů na jeden baryon⁵, stále ještě dochází k rozpadu deuteria jako následek reakce s vysokoenergetickými fotony.

Při dalším poklesu teploty může díky reakci (7) probíhat tvorba dalších prvků. Zvyšuje se výskyt deuteria, tritia, izotopů helia, lithia a ${}^7\text{Be}$. Nukleosyntéza těchto izotopů je vidět na Obr. 6. S klesající teplotou rostl výskyt deuteria, který byl zásadní pro tvorbu dalších prvků. Při teplotě přibližně 10^9 K, kdy střední energie fotonů ve vesmíru prakticky neomezuje průběh reakce (7) i nukleosyntézu. Reakce na Obr. 5, které vedou ke zvyšování nukleonového čísla, jsou buď reakcemi jader H nebo He. Reakce třech reaktantů jsou zanedbatelné, ${}^7\text{Be}$ má poločas rozpadu 50 dní, tedy je prakticky stabilní. Situaci ztěžuje neexistence stabilních jader s nukleonovým číslem

⁵Baryony jsou částice skládající se ze tří kvarků, například protony a neutrony.

5 a 8. Nukleosyntéza prakticky končí u ${}^7\text{Li}$.

V následující části zadefinujeme některé pojmy jaderné fyziky, které budeme dále používat.



Obrázek 6: Časová osa vývoje relativního množství daných prvků v ranném vesmíru. Převzato z [35].

2.6 Účinný průřez

Jadernou reakci lze charakterizovat například vstupními a výstupními participanty a jejich kinetickými energiemi. Jedna kvantitativní charakteristika má výsadní postavení - účinný průřez. Ten je spojen s pravděpodobností, že vstupní kanál se po reakci změní na výstupní kanál nebo zůstane stejný pro konkrétní participanty. Uvažujme svazek N_b částic za jednotku času t , procházející plochu A , které nalétávají na terčík. Počet nepřekrývajících se jader terčíku pro danou plochu svazku A je N_t . Předpokládáme, že celkový počet interakcí za čas N_R/t , které v terči nastanou za čas, je roven celkovému počtu emitovaných produktů interakce N_e/t . Pokud jsou produkty interakce jen rozptýlené částice, které se interakce účastnily, mluvíme o pružném rozptylu. Pokud jsou produkty jiné než interagující částice, pak mluvíme o reakci. Účinný průřez je definován jako

$$\sigma = \frac{(N_R/t)}{[N_b/(At)]N_t}. \quad (8)$$

Počet vylétávajících částic pod úhlem θ ke svazku do prostorového úhlu $d\Omega$ definujeme jako $N_R^{d\Omega}$. Potom definujeme diferenciální účinný průřez jako

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \frac{N_R^{d\Omega}/t}{N_t/At \cdot N_t}. \quad (9)$$

2.7 Maxwell-Boltzmannovo rozdělení

Maxwell-Boltzmannovo rozdělení je pravděpodobnostní rozdělení rychlostí částic plynu v uzavřeném systému. Ve stelárním prostředí je nutno brát v úvahu předpoklady, které jsou s tímto rozdělením spjaty. Systém, který chceme Maxwell-Boltzmannovým rozdělením popsat, se nachází v termodynamické rovnováze a částice se v tomto systému pohybují nerelativistickými rychlostmi. Dále předpokládáme, že doba kolize částic je mnohem menší než střední volná dráha částic a částice spolu jiným způsobem neinteragují. Maxwell-Boltzmannovo rozdělení ve tvaru

$$P(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{mv^2}{2kT}\right\}, \quad (10)$$

udává pravděpodobnost, že rychlost částice nabývá hodnoty v intervalu v a $v + dv$, kde k je Boltzmannova konstanta⁶, T je termodynamická teplota a m je hmotnost částice. Pomocí vztahu pro kinetickou energii $E = \frac{1}{2}mv^2$ a $dE/dv = mv$ můžeme vyjádřit Maxwell-Boltzmannovo rozdělení energií

$$P(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{E}}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (11)$$

kde rozdělení udává pravděpodobnost nalezení částice s energií v intervalu E a $E + dE$. Funkce nabývá svého maxima pro $E = kT$ a její pokles je nejvíce ovlivněn členem $e^{-\frac{E}{kT}}$, díky kterému ubývá částic s vyšší energií exponenciálně.

2.8 Coulombovská bariéra

Jaderné reakce nabitých částic typicky závisí na vzájemné energii reakce. Při nízkých energiích (méně několik MeV) začíná hrát významnou roli vzájemné coulombovské působení. Velikost Coulombovské potenciálové bariéry lze vyjádřit ve tvaru

$$V_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_0 Z_1}{r}, \quad (12)$$

kde ϵ_0 je elektrická permitivita vakua, e^2 je elementární náboj, r je vzdálenost mezi středy částic a Z_0, Z_1 jsou protonová čísla. Zřejmě platí, že pro rostoucí protonová čísla, se bude coulombovská bariéra zvyšovat.

Při nízkých energiích částic (dokonce i v centrální oblasti hvězdy) nemusí být energie dostatečná k překonání coulombovské bariéry. Vezměme v úvahu dva protony ve vzdálenosti $r = 10^{-15}\text{m}$, el. permitivitu vakua⁷ a elementární náboj⁸. Dosazením do (12) získáme výšku coulombovské bariéry 1,4 MeV. Jestliže hvězdné prostředí aproximujeme jako ideální plyn, kde střední

⁶Boltzmannova konstanta $k = 8,6173 \cdot 10^{-5} \text{ eV} \cdot \text{K}^{-1}$

⁷Permitivita vakua $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$

⁸Elementární náboj $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

kinetická energie částic ideálního plynu je $\frac{3}{2}kT$, pak termodynamická teplota odpovídající energii coulombovské bariéry je $T \simeq 1,08 \cdot 10^{10}$ K. Tato hodnota řádově přesahuje teploty uvnitř Slunce, ve kterém teplota v jádře dosahuje $1,5 \cdot 10^7$ K. Pro protony předpokládáme Maxwell-Boltzmannovo rozdělení, proto je potřeba podívat se s jakou pravděpodobností můžeme nalézt protony s větší energií než je střední kinetická energie. Tato pravděpodobnost podle M-B rozdělení (11) klesá se členem $e^{-\frac{E}{kT}}$. Pro energii, která je odhadem o tři řády větší klesá pravděpodobnost nalezení s faktorem e^{-1000} neboli 10^{-434} . Zároveň celkový počet částic ve Slunci je přibližně roven jeho hmotnosti dělené hmotností protonu, $1,99 \cdot 10^{30}/1,67 \cdot 10^{-27} \sim 10^{57}$. Proto šance nalezení jádra s dostatečnou energií pro překonání coulombovské bariéry se blíží nule. Tato úvaha (do objevu kvantového tunelového jevu) bránila porozumění roli jaderných reakcí ve hvězdách. K vyřešení tohoto problému bylo zapotřebí kvantové mechaniky a konkrétně tunelového jevu, který bude představen dále.

2.9 Astrofyzikální S-faktor

V oblasti nízkých energií je v jaderné astrofyzice často používán namísto účinného průřezu tzv. astrofyzikální S-faktor. Astrofyzikální S-faktor je definován jako

$$S(E) = \frac{E}{e^{-2\pi\eta}} \sigma(E), \quad \text{kde } \eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar v}. \quad (13)$$

V tomto případě veličina v představuje relativní rychlost částic v těžišťové soustavě. Veličina η se nazývá Sommerfeldův parametr, který je provázán s Gamowovým faktorem (16) jako $P_g = \exp\{-2\pi\eta\}$. Význam zavedení S-faktoru spočívá v tom, že se z účinného průřezu vyfaktorizuje zejména silná exponenciální závislost daná coulombovskou bariérou a s energetickou závislostí astrofyzikálního S-faktoru je možné lépe pracovat.

2.10 Tunelový jev

Kvantový tunelový jev vysvětluje možnost průchodu částice (vlnové funkce) potenciálovou bariérou, který vzhledem k výšce bariéry podle klasické fyziky není možný. Tento jev studoval ve 20. letech 20. století fyzik George Gamow, jenž se zasloužil o vysvětlení α rozpadu. Při něm se jádro rozpadá a α částice prochází coulombovskou bariérou, přestože nemá dostatečnou energii na její překonání.

Pro coulombovský potenciál lze koeficient průchodu určit z rovnice

$$\hat{T} \approx \exp \left\{ \left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m} \int_{R_0}^{R_c} \sqrt{\frac{Z_0 Z_1 e^2}{r} - E} dr \right) \right\}, \quad (14)$$

kde Z_0, Z_1 jsou el. náboje projektilu a terčíku, R_0 je poloměr *square-well* potenciálu a definuje výšku coulombovské bariéry $V_C = Z_0 Z_1 e^2 / R_0$. Veličinu R_c označujeme jako klasický bod obratu a je to vzdálenost, při které by se nalétávající částice od bariéry odrazila podle klasické fyziky [1].

Integrál ve výrazu (14) je analyticky řešitelný a pomocí definice klasického bodu obratu $E = V_C(R_c) = Z_0 Z_1 e^2 / R_c$ dostaneme výsledek pro koeficient průchodu

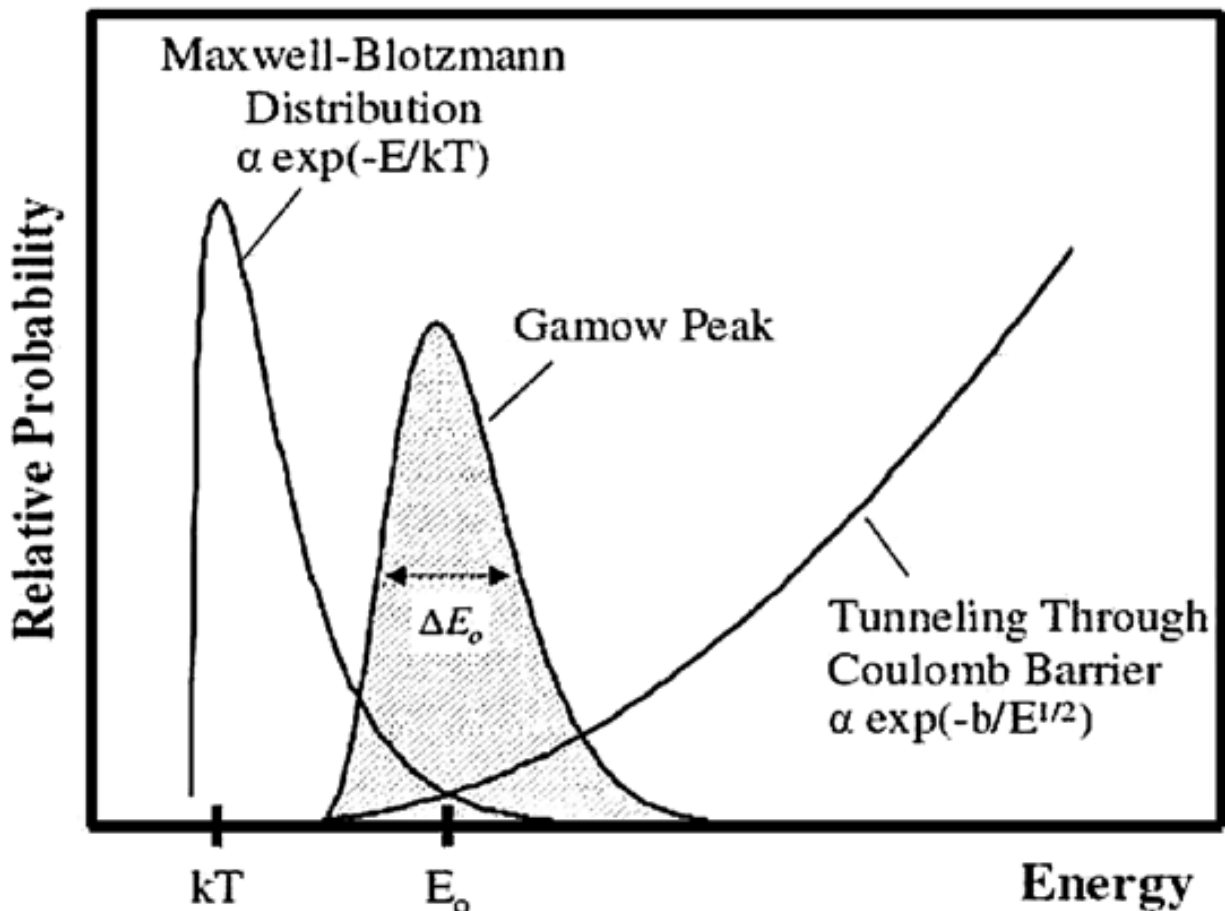
$$\hat{T} \approx \exp \left\{ \left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}} Z_0 Z_1 e^2 \left[\arccos \sqrt{\frac{E}{V_C}} - \sqrt{\frac{E}{V_C} \left(1 - \frac{E}{V_C} \right)} \right] \right) \right\}. \quad (15)$$

Hlavní člen koeficientu průchodu s-vlny coulombovskou bariérou pro malé energie ve srovnání s výškou bariéry

$$\hat{T} \approx \exp\left\{\left(-\frac{2\pi}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}} Z_0 Z_1 e^2\right)\right\} \equiv e^{-2\pi\eta} \quad (16)$$

se nazývá Gamowův faktor (také penetrabilita), $\eta = \alpha Z_0 Z_1 \sqrt{\mu c^2 / 2E}$ je Sommerfeldův parametr, μ je redukovaná hmotnost, α je konstanta jemné struktury.

Energetická závislost Gamowova faktoru (16) je určena členem $e^{-1/\sqrt{E}}$, a proto se při nízkých energiích blíží k nule. Pokud uvažujeme pravděpodobnost průniku bariérou v prostředí, kde platí M-B rozdělení, bude tato pravděpodobnost determinována součinem členů $e^{-E/kT}$ a $e^{-1/\sqrt{E}}$. Člen $e^{-E/kT}$ energetické závislosti (11) jde k nule pro vyšší energie. Průnik coulombovskou bariérou s největší pravděpodobností nastane v energetickém okně definovaném jako Gamowův pík. Na Obrázku 7 Gamowův pík leží mezi exponenciálním *tailem* vysokoenergetických částic Maxwell-Boltzmannova rozdělení a pravděpodobností tunelového jevu. Energie maxima - Gamowův pík - je dána produktem $e^{-E/kT} e^{-2\pi\eta}$ členů Maxwell-Boltzmannova rozdělení a pravděpodobnosti tunelového jevu. Obsah plochy Gamowova píku je úměrný reakční rychlosti.



Obrázek 7: Gamowův pík $e^{-E/kT} e^{-2\pi\eta}$ je produktem Maxwell-Boltzmannova rozdělení, resp. pravděpodobnosti tunelového jevu a obsah plochy pod jeho křivkou odpovídá reakční rychlosti. Převzato z [34].

3 Procesy nukleosyntézy

3.1 Proton-protonový řetězec

Proton-protonové řetězce „převádějí“ čtyři protony na atom helia. Tyto řetězce jsou vlastně tři posloupnosti reakcí pp1, pp2, pp3. Pro všechny tři řetězce jsou první dvě reakce totožné a řetězce se liší v následujících reakcích, jak je vidět z Tabulky 1. Reakce, ve kterých se pp řetězce větví jsou závislé na teplotě, a proto každý z pp řetězců probíhá přednostně v jiném teplotním rozmezí, což je ukázáno na Obrázku 8.

3.1.1 pp1 řetězec

První reakce společná pro všechny tři pp řetězce je



ve které se slučují dva protony za vzniku deuteronu, pozitronu a elektronového neutrina. Energie uvolněná při této reakci je $Q = 1,442 \text{ MeV}$, kde je zahrnuta i anihilační energie pozitronu s dalším elektronem v prostředí. Neutrino se s vysokou pravděpodobností nebude účastnit žádných reakcí uvnitř hvězdy, a proto se jeho energie nepřemění na tepelnou. Ze znalosti střední hodnoty energie neutrina 265 keV (Bahcall 1989) zjistíme, že $Q = 1,442 - 0,265 = 1,177 \text{ MeV}$ [1].

Proces (17) probíhá pomocí slabé interakce, a proto je jeho účinný průřez asi o 20 řádů menší než účinné průřezy typické pro jaderné reakce [2]. Zároveň je (17) reakcí dvou nabitých částic, takže její účinný průřez závislý na průchodu coulombovskou potenciálovou bariérou. Z těchto důvodů byl účinný průřez reakce (17) pouze teoreticky odvozen a nebyl změřen. Odpovídající hodnota astrofyzikálního S-faktoru byla odvozena v [5] jako

$$S(E = 0) = (3,78 \pm 0,15)10^{-25} \text{ MeV} \cdot \text{b}. \quad (18)$$

Deuteron z reakce $p(p, e^+ \nu)d$ může zaniknout mnoha způsoby a reakce



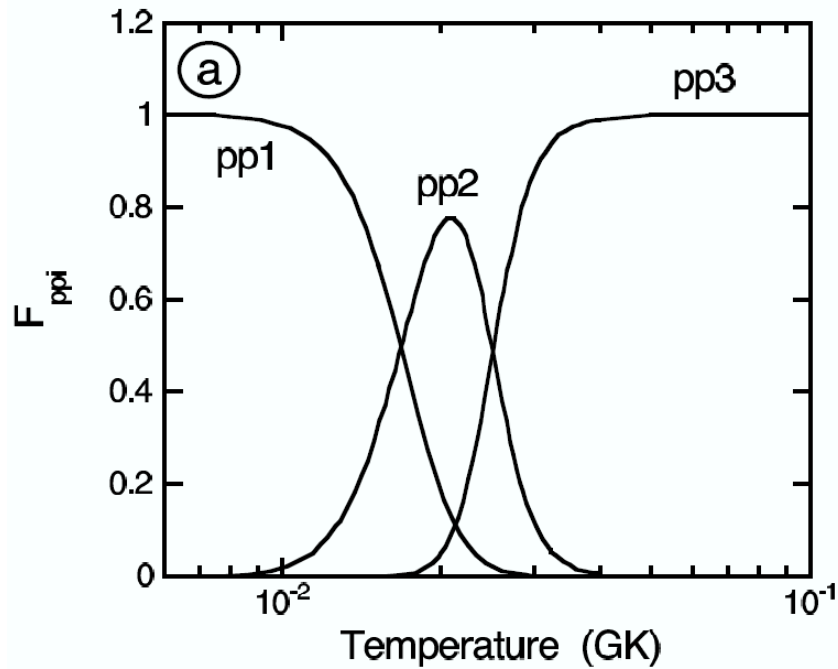
je jen jednou z možností. Pro pp řetězce má ovšem velký význam, protože vzniklý deuteron se stále pohybuje v prostředí bohatém na protony. I když mají konkurenční reakce $d + d \rightarrow p + t$ nebo $d + d \rightarrow n + {}^3\text{He}$ větší účinný průřez, výsledná rychlost reakce nezávisí pouze na něm, ale také na relativním výskytu daného prvku. Energie uvolněná při $p(p, \gamma){}^3\text{He}$ reakci je $Q = 5,493 \text{ MeV}$ [1]. Reakce (19) probíhá pomocí elektromagnetické a silné interakce, proto jsou S-faktor z [6]

$$S(E) = 0,20 \cdot 10^{-6} + 5,60 \cdot 10^{-6} E + 3,10 \cdot 10^{-6} E^2 \quad \text{MeV} \cdot \text{b} \quad (20)$$

a rychlost reakce o mnoho řádů větší než reakce (17).

Jádra ${}^3\text{He}$, která postupně vznikla reakcemi (17) a (19) se mohou stát reaktanty mnoha roznych procesů, z nichž největší S-faktory mají procesy ${}^3\text{He}(d, p){}^4\text{He}$ a ${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p){}^4\text{He}$ s odpovídajícími S-faktory $S(0) = 6,24 \text{ MeVb}$, resp. $S(0) = 5,5 \text{ MeVb}$ [2]. Rychlost reakce ovšem záleží i na relativním množství částic přístupných k reakci. Deuteronů je v prostředí velmi málo a hlavním kanálem uzavírající pp1 řetězec je tedy





Obrázek 8: Zlomek ${}^4\text{He}$ vyprodukovaný pp1, pp2 a pp3 řetězci. Řetězce jsou hlavními zdroji ${}^4\text{He}$ při teplotách $T < 18$ MK, resp. $T = 18 - 25$ MK, resp. $T > 25$ MK. Převzato z [1]

pp1 řetězec	pp2 řetězec	pp3 řetězec
$p(p, e^+ \nu) d$	$p(p, e^+ \nu) d$	$p(p, e^+ \nu) d$
$d(p, \gamma) {}^3\text{He}$	$d(p, \gamma) {}^3\text{He}$	$d(p, \gamma) {}^3\text{He}$
${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p) {}^4\text{He}$	${}^3\text{He}({}^4\text{He}, \gamma) {}^7\text{Be}$	${}^3\text{He}({}^4\text{He}, \gamma) {}^7\text{Be}$
	${}^7\text{Be}(e^-, \nu) {}^7\text{Li}$	${}^7\text{Be}(p, \gamma) {}^8\text{B}$
	${}^7\text{Li}(p, {}^4\text{He}) {}^4\text{He}$	${}^8\text{B}(\beta^+ \nu) {}^8\text{Be}$
		${}^8\text{Be}({}^4\text{He}) {}^4\text{He}$

Tabulka 1: Reakce tvořící řetězce pp1, pp2, pp3.

3.2 CNO cykly

Pokud jsou ve hvězdném prostředí přítomny i těžší izotopy, může spalování vodíku probíhat i pomocí druhého známého procesu, kterým jsou CNO cykly. V tomto případě se jedná o cykly v pravém slova smyslu, protože izotopy ${}^{12}\text{C}$, ${}^{14}\text{N}$, ${}^{15}\text{N}$, ${}^{16}\text{O}$ mají funkci katalyzátorů, takže vstupují a vystupují z reakcí nezměněny. Energie Q uvolněná při CNO cyklech je stejná jako u proton-protonových řetězců. CNO cykly mohou probíhat rychleji než pp řetězce, ale musí překonat 6-7 krát [3] vyšší Coulombovu bariéru kvůli reakcím protonu s izotopem mající vyšší protonové číslo. To indikuje, že CNO cykly budou dominantní pro vyšší teploty prostředí, kde přidaná energie zvyšuje pravděpodobnost překonání Coulombovy bariéry. Závislost produkce energie na teplotě pro oba procesy spalování vodíku je zobrazena na Obrázku 10. CNO cykly jsou hlavními zdroji energie pro hvězdy těžší než Slunce na hlavní posloupnosti H-R diagramu.

Tabulka 2 ukazuje, že každý cyklus se vyznačuje tím, že přemění 4 protony na ${}^4\text{He}$ a vrátí

se zpět na začátek. Cykly mezi sebou samozřejmě mohou přecházet a právě např reakce úniku z cyklu bývají pro studium velmi zajímavé.

CNO1	CNO2	CNO3	CNO4
$^{12}\text{C}(\text{p},\gamma)^{13}\text{N}$	$^{14}\text{N}(\text{p},\gamma)^{15}\text{O}$	$^{15}\text{N}(\text{p},\gamma)^{16}\text{O}$	$^{16}\text{O}(\text{p},\gamma)^{17}\text{F}$
$^{13}\text{N}(\beta^+\nu)^{13}\text{C}$	$^{15}\text{O}(\beta^+\nu)^{15}\text{N}$	$^{16}\text{O}(\text{p},\gamma)^{17}\text{F}$	$^{17}\text{F}(\beta^+\nu)^{17}\text{O}$
$^{13}\text{C}(\text{p},\gamma)^{14}\text{N}$	$^{15}\text{N}(\text{p},\gamma)^{16}\text{O}$	$^{17}\text{F}(\beta^+\nu)^{17}\text{O}$	$^{17}\text{O}(\text{p},\gamma)^{18}\text{F}$
$^{14}\text{N}(\text{p},\gamma)^{15}\text{O}$	$^{16}\text{O}(\text{p},\gamma)^{17}\text{F}$	$^{17}\text{O}(\text{p},\gamma)^{18}\text{F}$	$^{18}\text{F}(\beta^+\nu)^{18}\text{O}$
$^{15}\text{O}(\beta^+\nu)^{15}\text{N}$	$^{17}\text{F}(\beta^+\nu)^{17}\text{O}$	$^{18}\text{F}(\beta^+\nu)^{18}\text{O}$	$^{18}\text{O}(\text{p},\gamma)^{19}\text{F}$
$^{15}\text{N}(\text{p},^4\text{He})^{12}\text{C}$	$^{17}\text{O}(\text{p},^4\text{He})^{14}\text{N}$	$^{18}\text{O}(\text{p},^4\text{He})^{15}\text{N}$	$^{19}\text{F}(\text{p},^4\text{He})^{16}\text{O}$

Tabulka 2: Reakce tvořící CNO cykly. Označení cyklů je přejato z [1].

3.3 3α proces

Helium, jež vzniká ve stelárním prostředí pp řetězci a CNO cyklem, se po vyčerpání vodíkového paliva stává novým zdrojem energie hvězdy. Hvězda se smršťuje a tím zvyšuje teplotu v jádře. Jakmile teplota dosáhne hodnoty $T = 10^8$ K [4], začne se velkou měrou podílet na produkci energie 3α proces. Koncovým produktem 3α procesu je ^{12}C . Způsob jeho vzniku byl do poloviny 50. let záhadou. Pozorovaný výskyt ^{12}C se totiž nedá vysvětlit nukleosyntézou Velkého Třesku.

Spalování helia začíná 3α procesem, který můžeme rozdělit do dvou kroků zobrazených na Obrázku 9. Prvním krokem je reakce



při které vzniká rezonance ^8Be s šířkou $\Gamma \simeq 5,5$ eV (nestabilní v základním stavu má krátký poločas rozpadu $T_{1/2} = 6,7 \cdot 10^{-17}$ s [1]). Vzniklé ^8Be (nevázaný stav s energií 92 keV [1]) se rozpadá zpět na dvě α částice. Proces (22) probíhá rovnovážně oběma směry a tak lze mluvit o malé koncentraci ^8Be v prostředí. V následujícím kroku třetí α částice interaguje s jádrem ^8Be v reakci

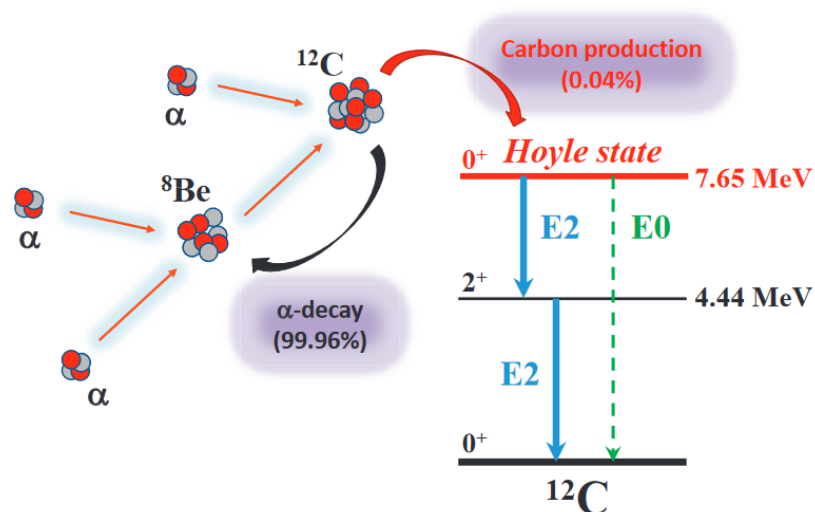


za vzniku excitovaného stavu $^{12}\text{C}^*$. Tento rezonanční stav, také známý jako Hoyleův stav, s poločasem rozpadu okolo $2,4 \cdot 10^{-16}$ s se v 99,96% případů rozpadá zpět na ^8Be emisí α částice. Ve zbylých 0,04% případů se Hoyleův stav buď pomocí γ emise nebo vytvořením páru dostává do základního stavu ^{12}C [7]. Závislost produkce energie na vnitřní teplotě hvězd 3α procesu v porovnání s pp řetězcem a CNO cyklem je na Obrázku 10.

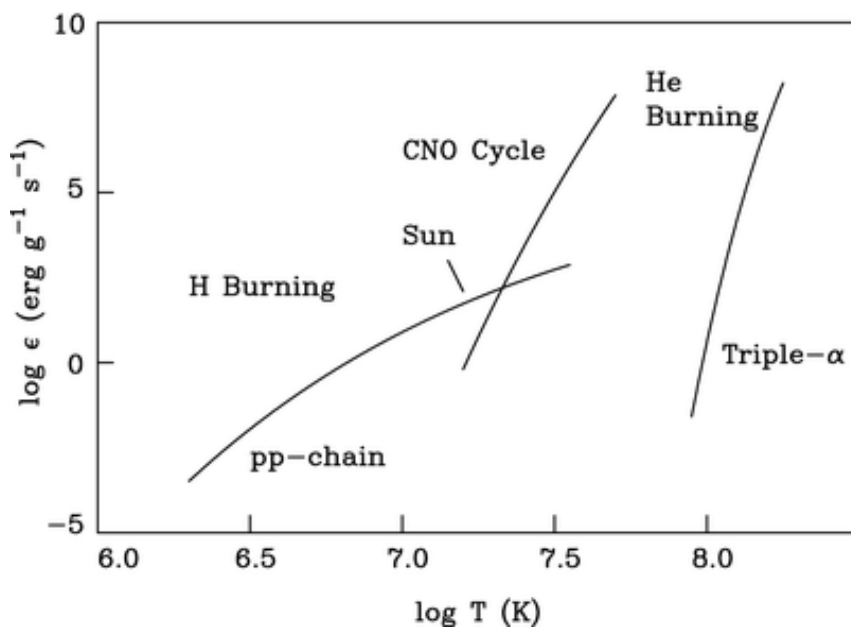
3.4 s-proces

Z angl. *slow neutron capture process*. Pro jádra $A \lesssim 60$ termojaderná fúze již není možností pro získávání energie, neboť vazebná energie na nukleon má s rostoucím A klesající tendenci. Procesem pro získání energie z těžkých jader v okolí ^{56}Fe je záchyt neutronu. Předpokládejme, že těžké jádro X se nachází v prostředí s tak malým počtem neutronů, že při zachycení neutronu jádrem X dojde k β^- rozpadu dříve, než jádro zachytí další neutron. Rozpad β^- (pro neutron popsán $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) si přepíšeme do obecného tvaru





Obrázek 9: Schématické zobrazení 3α procesu. V prvním kroku probíhá reakce (22), následně (23) za vzniku Hoyleova stavu, který buď podléhá α rozpadu (99,96%) nebo se dalšími procesy dostává do základního stavu ^{12}C (0,04%). Převzato z [7].



Obrázek 10: Porovnání produkce energie pp řetězce, CNO cyklu a 3α procesu v závislosti na teplotě. Převzato z [8]

Zachytí-li jádro neutron a následně podlehe β^- rozpadu, zvýší se jeho protonové i nukleonové číslo



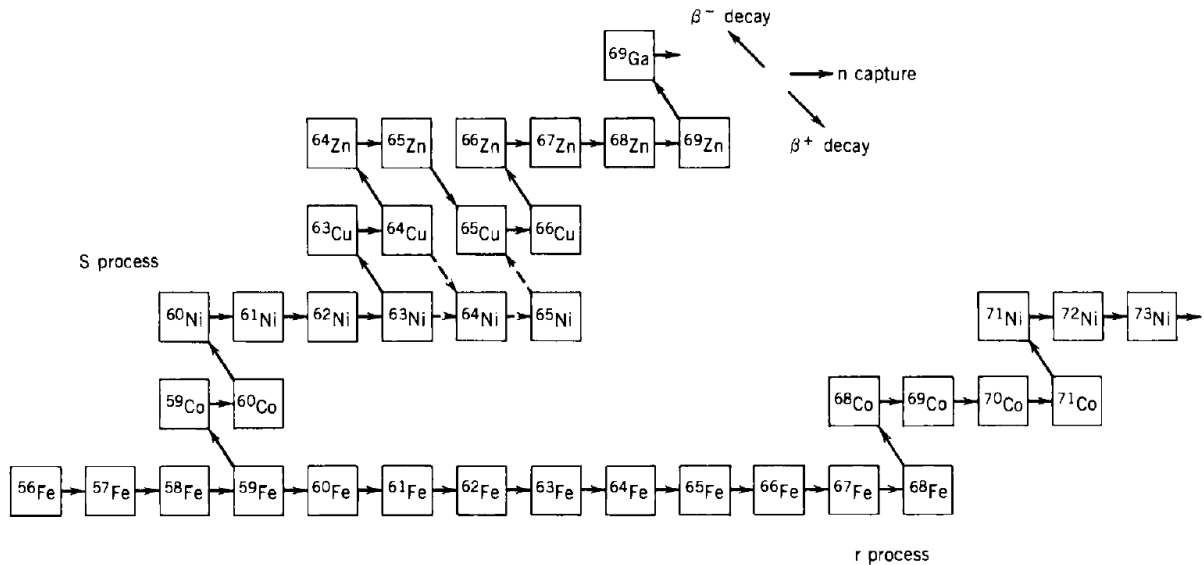
(24) a vznikne tak těžší prvek. Tento postup záchytu a β^- rozpadu se může opakovat. V každém kroku se zvyšuje buď nukleonové nebo protonové číslo. Tento proces končí u ^{209}Bi , který je nejtěžším stabilním jádrem. Následné záchyty neutronů povedou na radioaktivní jádra rozpadající se α rozpadem [1].

Tento proces typicky probíhá ve hmotných hvězdách a neutrony jsou do prostředí uvolňovány reakcemi z tzv. neutronových generátorů - $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ nebo $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$.

3.5 r-proces

Z angl. *rapid neutron capture process*. Existence píků u hmot $A \sim 130$ a 135 a přirozeně radioaktivních prvků jako jsou například ^{235}U a ^{238}U ukazuje na existenci dalšího mechanismu nukleosyntézy. Vznik těchto prvků nemůže být vysvětlen s-procesem, protože ten končí u ^{209}Bi . Na rozdíl od s-procesu, v r-procesu předpokládáme prostředí s velkou hustotou volných neutronů. V takovém prostředí budou záchyty neutronů probíhat poměrně častěji než β rozpady. Tímto způsobem se zvyšuje nukleonové číslo až do doby, než vzniklá jádra mají tak krátký poločas rozpadu, že se nestihne zachytit další neutron a podlehne β^- rozpadu. Na Obrázku 11 je schématická ukázka s-procesu a r-procesu.

Prostředí, ve kterém dochází k nukleosyntéze pomocí r-procesu bylo dlouho neznámé a soudilo se, že souvisí s velmi masivními hvězdami. Pozorování gravitačních vln observatoří LIGO [26] ukázalo, že srážky neutronových hvězd probíhají dostatečně často, takže mohou být hlavním místem nukleosyntézy pomocí r-procesu.



Obrázek 11: Schématické znázornění principu s-procesu a r-procesu neutronovým číslem na vodorovné ose, s protonovým číslem na svislé ose. Ve spodní části je r-proces vyobrazen jako posloupnost rychlých neutronových záchytů izotopem železa ^{56}Fe končící β^- rozpadem izotopu ^{68}Fe . Série neutronových záchytů a β^- rozpadů v horní části představuje s-proces.

4 Přímé a nepřímé experimentální metody

4.1 Nepřímé metody

Kromě znalosti a pochopení procesů probíhajících ve hvězdách je rovněž důležité znát jejich rychlosti. V minulé kapitole jsme popsali některé procesy, které probíhají v řetězci reakcí, například pp-řetězce a CNO cykly. V každém řetězci procesu najdeme části, které jsou důležitější pro produkci energie, a části, které významně ovlivňují rychlost celého řetězce. Pro energetickou bilanci a rychlost procesu je nutné znát účinné průřezy jednotlivých reakcí.

Přímá měření účinných průřezů v laboratorních podmínkách jsou možná, ale v důsledku toho, že energie reakcí bývá obvykle v řádu desítek až stovek keV, je účinný průřez velmi malý (nano barny až piko barny). Takové experimenty jsou obecně velmi náročné a vyžadují dedikované technologie (urychlovače s intenzivními svazky, technologicky náročné terče), řešení přirozeného a kosmického pozadí a dlouhodobou stabilitu experimentu. Energie, při kterých typicky probíhají astrofyzikální jaderné reakce, jsou menší než coulombovská bariéra (obvykle v řádu jednotek MeV). Nutností bývá provádět experimenty při vyšších energiích a následně extrapolovat výsledek dolů k nižším energiím. Pro tyto účely je vhodné používat namísto účinného průřezu tzv. astrofyzikální S-faktor

$$S(E) = E\sigma(E) \exp(2\pi\eta), \quad (26)$$

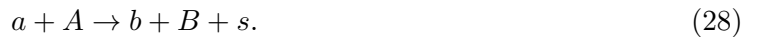
který faktorizuje exponenciální závislost účinného průřezu $\sigma(E) \propto \exp(2\pi\eta)$, kde $\eta = \alpha Z_0 Z_1 \sqrt{\mu c^2 / 2E}$ je Sommerfeldův parametr, který byl definován v 2.9. Extrapolace může ovšem vést k chybnému výsledku v důsledku přítomnosti neznámé rezonance. Z těchto důvodů nepřímé metody našly své místo v jaderné astrofyzice. V následujícím textu budou popsány tři nepřímé metody: metoda Trojského koně (THM), metoda asymptotického normalizačního koeficientu (ANC) a také Coulombovská disociační metoda (CDM).

4.1.1 Metoda Trojského koně

Metoda Trojského koně umožňuje získat účinný průřez dvoučásticové reakce



při astrofyzikálních energiích měřením účinného průřezu tzv. TH (*Trojan Horse*) reakce



V TH reakci je jádro a , které má dominantní $s-x$ clusterovou strukturu ($a = s \oplus x$), urychleno nad energii coulombovské bariéry a po průniku bariérou se rozpadá v poli A . Následně x interaguje s A , zatímco s (nazývaný *spectator* = „divák“) se interakce neúčastní [13]. K tomu je potřeba splnění *quasi-free* (QF) kinematických podmínek, které vycházejí z toho, že relativní hybnost mezi clusterem s a x je nulová, nebo malá v porovnání s vlnovým číslem vázaného stavu $s-x$. V takovém případě bude interakce mezi s a x malá a clustery od sebe budou maximálně vzdáleny [10]. K jádrům s takovými vlastnostmi se odkazujeme jako k TH-jádrům a příklady již použitých TH-jader v experimentech jsou uvedeny v Tabulce 3. Energie projektilu E_A je zvolena tak, aby převyšovala energii coulombovské bariéry $A+a$ a zároveň, aby vzájemná energie komplexu $x+A$ byla v oblasti prahu reakce. Schéma reakce u metody Trojského koně je znázorněno na Obrázku 12.

	TH-jádro	Vazebná energie (MeV)	Clustery
1	d	2,225	$p - n$
2	t	6,257	$n - d$
3	${}^3\text{He}$	5,494	$p - d$
4	${}^6\text{Li}$	1,475	$\alpha - d$
5	${}^9\text{Be}$	2,467	$\alpha - {}^5\text{He}$

Tabulka 3: Jádra s clusterovou strukturou, která byla použita jako TH-jádra a jejich vazebná energie. Převzato z [9].

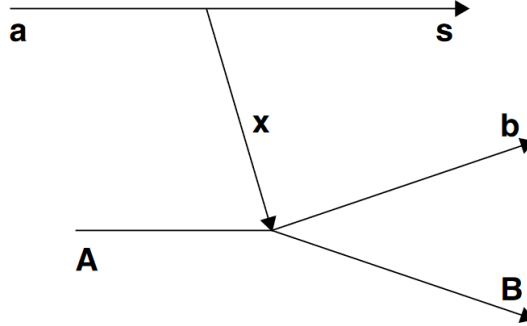
Pokud ϵ_{sx} je vazebná energie mezi $s - x$ v jádře a , pak relativní energie $A - x$ bude dána jako

$$E_{Ax} = \frac{p_{Ax}^2}{2\mu_{Ax}} - \frac{p_{sx}^2}{2\mu_{sx}} - \epsilon_{sx}, \quad (29)$$

kde p_{jx} představuje relativní hybnosti a μ_{jx} redukované hmotnosti jednotlivých párů, kde $j = A, s$. Z podmínky QF mechanismu máme $p_{sx} = 0$ a pokud uvažujeme laboratorní soustavu, kde a je v klidu, dostáváme pro relativní energii E_{Ax} z rovnice (29)

$$E_{Ax} = \frac{m_x}{m_x + m_A} E_A - \epsilon_{sx}, \quad (30)$$

kde m_x, m_A jsou hmotnosti jednotlivých jader. Právě díky faktoru $m_x/(m_x + m_A)$ a odečtu vazebné energie ϵ_{sx} zůstává relativné energie E_{Ax} pro reakci (27) velmi malá nebo i negativní v závislosti na původní energii E_A [10]. Je potřeba zdůraznit, že reakce (28) může proběhnout



Obrázek 12: Diagram znázorňující TH reakci $a + A \rightarrow b + B + s$ v QF kinematice probíhající skrze reakci $x + A \rightarrow b + B$. Převzato z [13].

různými mechanismy lišícími se od výše popsaného QF mechanismu. Proto je potřeba odlišit QF příspěvek od ostatních reakčních kanálů. Pro výběr události vzniklých v QF mechanismu je vypracována řada technik a mimo jiné je nutné analyzovat rozdělení hybnosti $|\varphi(\vec{p}_s)|^2$ neinteragujícího clusteru s .

Jak bylo řečeno, tak interakce mezi *spectatorem* s a produkty B, b ve schématu na Obrázku 12 je nulová nebo zanedbatelná při QF podmínkách, a proto se *spectator* nezohledňuje v diferenciálním účinném průřezu. V úvahu se berou fragmenty b, B a s použitím *plane-wave-impulse*

aproximace (PWIA) nebo *distorted-wave-impulse aproximace* (DWIA) je získán trojitý diferenciální účinný průřez TH reakce

$$\frac{d^3\sigma}{dE_b d\Omega_b d\Omega_B} = KF |\varphi_a(\vec{p}_{sx})|^2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{c.m.}} \right), \quad (31)$$

kde KF je kinematický faktor (funkce hmotností, hybností a úhlů vylétávajících částic); $(d\sigma/d\Omega_{c.m.})^{HOES}$ je *half-off-energy-shell* diferenciální účinný průřez reakce (27) s energií $E_{c.m.}$ v těžiškové soustavě takovou, že $E_{c.m.} = E_{bB} - Q$, kde E_{bB} je relativní energie vylétávajících částic b , B a Q je Q -hodnota reakce (27); $\varphi_a(\vec{p}_{sx})$ je člen úměrný Fourierově transformaci radiální vlnové funkce relativního pohybu *interclusteru* $s - x$ [9, 10, 14].

4.1.2 Metoda coulombovské disociace

Další nepřímou metodou, která má astrofyzikální uplatnění, je coulombovská disociace (CD). Metoda vznikla již v 90. letech 20. století na základě práce Baura, Bertulaniho a Rebeli [15]. Myšlenka metody spočívá v uvědomění, že místo přímého zkoumání radiačního záchyty $b + c \rightarrow a + \gamma$ můžeme studovat proces opačný $\gamma + a \rightarrow b + c$, kde je použita symetrie obrácení času (a je v základním stavu).

V této metodě se využívá projektilu a , který se rozpadá v coulombovském poli těžkého terčíkového jádra na částic b a c . Schéma CD metody je ukázáno na Obrázku 13. V tomto procesu

$$a + T \rightarrow b + c + T, \quad (32)$$

je b celé jádro a c představuje jeho valenční nukleon. Pro použití CD metody je požadováno, aby jaderný *breakup effect* byl zanedbatelný nebo přesně znám. Pro čistý coulombovský rozpad je nutný velký *impact* parametr nebo malý rozptylový úhel. Navíc pokud nedochází k žádným excitacím uvnitř terčíku, proces je nazýván elastický *breakup*.

K výhodám CD metody patří skutečnost, že měření může probíhat při velkých energiích svazku a účinné průřezy se zvětšují při vyšších energiích [10].

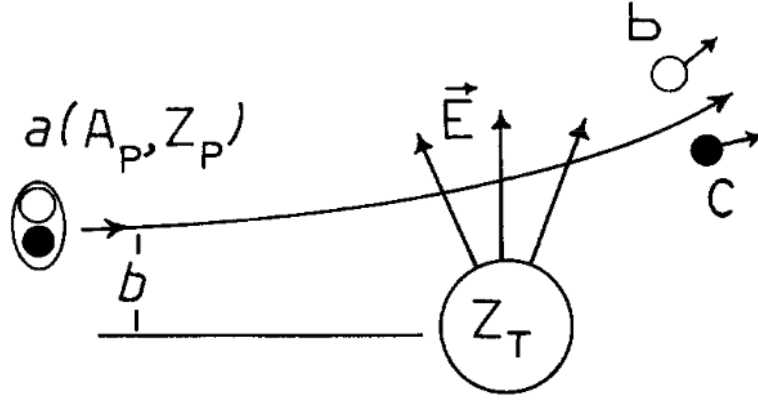
Proces coulombovské disociace je svázán s procesem $\gamma + a \rightarrow b + c$ zmíněným na začátku kapitoly. Lze tedy určit účinný průřez $\sigma_{\gamma,n}^{\pi\lambda}$ tohoto procesu, kde π značí elektrický nebo magnetický multipól λ . Účinný průřez $\sigma_{n,\gamma}$ procesu záchyty $b + c \rightarrow a + \gamma$ je možné získat pomocí $\sigma_{\gamma,n}^{\pi\lambda}$ jako

$$\sigma_{n,\gamma} = \frac{2(2j_a + 1)}{(2j_b + 1)(2j_c + 1)} \frac{k_\gamma^2}{k_{bc}^2} \sigma_{\gamma,n}^{\pi\lambda}, \quad (33)$$

kde j_a, j_b, j_c jsou spiny částic a, b , resp. c ; k_γ je vlnové číslo fotonu a k_{bc} je vlnové číslo relativního pohybu mezi b, c [10].

4.1.3 Metoda asymptotického normalizačního koeficientu

Metoda asymptotického normalizačního koeficientu (zkráceně ANC) je nepřímá metoda užívaná k určení účinného průřezu reakcí radiačního záchyty, který je typický pro reakce v prostředí hvězd. Reakce záchyty jsou zde přímého nebo rezonančního charakteru. Coulombovská (nebo jiná) bariéra je podmínkou periferního charakteru reakcí. Jak jsme již naznačili v kapitole 2.10, záchyt může proběhnout i přes coulombovskou bariéru díky exponenciálnímu *tailu* vlnové funkce. Účinný průřez, resp. astrofyzikální S-faktor záchyty závisí na překryvu *tailů* vlnových funkcí



Obrázek 13: Coulombovská disociace $a \rightarrow b + c$ v elektromagnetickém poli terčíkového jádra Z_T . Převzato z [15].

počátečního a koncového vázaného stavu, jejichž velikosti jsou dány normalizačním koeficientem (ANC).

Uvažujme proces přímého záchytu protonu $A + p \rightarrow B + \gamma$. Takovému procesu odpovídá účinný průřez

$$\sigma(E) \approx |\langle \psi_B | \hat{O}(EL) | \psi_A \psi_p \chi^{(+)} \rangle|^2 \approx |\langle I_{Ap}^B | \hat{O}(EL) | \chi^{(+)} \rangle|^2, \quad (34)$$

kde $\chi^{(+)}$ je vlnová funkce vstupního kanálu, $\hat{O}(EL)$ je elektromagnetický operátor, I_{Ap}^B je *radial overlap function* [10]. Pro ψ_B , ψ_A a ψ_p vlnové funkce jádra B , resp. jádra A , resp. protonu lze zapsat integrál I_{Ap}^B jako

$$I_{Ap}^B(\mathbf{r}) = \langle \psi_B | \psi_A \psi_p \rangle. \quad (35)$$

Radiální část funkce (35) lze v asymptotické limitě (kdy jaderné síly jsou zanedbatelné) vyjádřit pomocí Whittakerovy funkce W

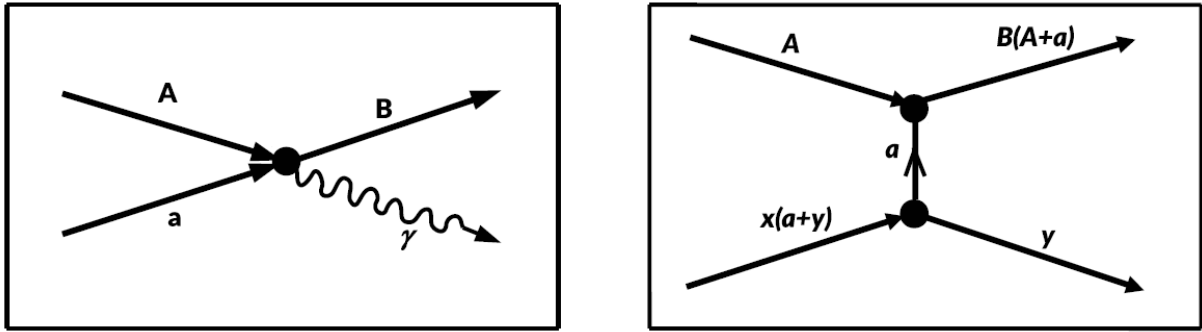
$$I_{Ap}^B(r_{Ap}) \rightarrow C_{Ap}^B \frac{W_{l_A+1/2}(2k_{Ap}r_{Ap})}{r_{Ap}}, \quad (36)$$

kde člen C_{Ap}^B nazýváme asymptotický normalizační koeficient (ANC), k_{Ap} je vlnové číslo. Tento koeficient pro systém $A+p \rightarrow B$ určuje amplitudu tailu vlnové funkce na vzdálenostech $r_{Ap} > R_B$, kde R_B je dosah jaderné interakce mezi protonem a jádrem A . V podmínkách, kdy reakce probíhá periferně, tedy na vzdálenostech větších než T_B lze přepsat účinný průřez (34) do tvaru

$$\sigma(E) = (C_{Ap}^B)^2 w(E), \quad (37)$$

kde funkce $w(E)$ nezávisí na struktuře vázaného stavu B . Velikost účinného průřezu přímého záchytu je funkcí ANC [10]. Nezávisle určené ANC v přímých reakcích v periferních podmínkách lze použít k výpočtu účinného průřezu astrofyzikálních reakcí přímého radiačního záchytu probíhajících za nízkých energií.

Vybrané reakce použité k určení ANC musí být periferní a logicky musí obsahovat stejný vertex jako zkoumané astrofyzikální reakce. Ideální případ pro aplikaci ANC je slabě vázaný koncový stav a k radiačnímu záchytu nedochází pomocí rezonancí, případně jsou rezonance dosti vzdáleny od zkoumané energetické oblasti [10, 12].



Obrázek 14: Vlevo - přímý radiační záchyt $A(x, \gamma)B$. Vpravo - reakce $A(x, y)B$, při které dojde k přenesení *clusteru* a . Převzato z [10].

5 Detekční techniky pro studium jaderných reakcí

V experimentálním studiu jaderných reakcí se setkáváme s řadou typů detektorů v závislosti od vlastností detekovaných částic. V jaderných reakcích typicky detekujeme - (i) nabitě částice - zde je nejběžnější způsob detekce pomocí polovodičových detektorů, (ii) fotony - opět se detekují polovodičovými detektory, ale i scintilačními detektory, (iii) neutrony - kde jsou často používány scintilátory, případně ^3He čítače. Existuje řada dalších typů detektorů, nicméně zde se budeme podrobně zabývat dvěma typy.

5.1 Scintilační detektory

Princip fungování scintilačního detektoru spočívá v tom, že energie zkoumané částice je scintilačním materiálem absorbována a následně převedena na viditelné světlo. Tento proces se nazývá scintilace. Toto scintilační záření je přivedeno do fotonásobiče, ve kterém dochází k přeměně na elektrický impulz. Ze znalosti všech procesů probíhajících ve scintilačním detektoru můžeme velikost tohoto impulzu proporcionálně přiřadit k energii zachycené částice.

Podle různých druhů scintilačních materiálů rozlišujeme i typy detektorů. K anorganickým scintilátorům řadíme například krystaly $\text{ZnS}(\text{Ag})$ a $\text{NaI}(\text{Tl})$. Výhodou anorganických scintilátorů je vysoká hustota a vysoké protonové číslo, které zvyšují pravděpodobnost zastavení příchozí částice nebo záření. Nevýhodou mohou být hygroskopické vlastnosti některých krystalů, které je pak nutno chránit před vzdušnou vlhkostí.

Často používané jsou plastové scintilátory kvůli jejich rozmanitosti, co se týče jejich tvarů a velikostí. Výhodou je také rychlý přenos signálu.

Použití různých scintilačních materiálů závisí na druhu detekovaných částic nebo záření.

5.2 Scintilátory pro různé druhy částic

Pro detekci iontů jako jsou například částice α se používají anorganické scintilátory. Silné ionizační vlastnosti takových částic totiž v organických scintilátorech vyvolávají procesy, které narušují linearitu mezi původní energií částice a výsledným signálem. Typicky jsou tedy k scintilaci použity anorganické krystaly NaI a ZnS . Z těchto dvou má ZnS horší rozlišení a je vhodné spíše pro nízkou četnost α částic.

Záření γ je lépe detekováno v materiálech s vysokým protonovým číslem Z . Tato skutečnost se odvíjí od typických procesů, které probíhají mezi látkou a γ zářením. Jsou jimi fotoelektrický jev, Comptonův rozptyl a tvorba páru. Comptonův rozptyl je v tomto případě proces, kdy rozptýlený γ foton může uniknout z detektoru, aniž by předalo všechnu svou energii. Při fotoelektrickém jevu je veškerá předaná energie absorbována materiálem a jejich účinný průřez závisí na protonovém čísle jako Z^5 , při tvorbě páru e^-, e^+ zůstávají v materiálu detektoru ovšem dva fotony ($E = 511$ keV), vzniklé anihilací e^+ mohou jeden či oba uniknout z detektoru bez detekce. Účinný průřez fotoefektu má závislost Z^2 , zatímco pro Comptonův rozptyl platí lineární závislost na Z . Z těchto důvodů jsou často používané plasty nebo NaI(Tl).

V posledních dekáдах získaly na popularitě $\text{La}(\text{Br})_a \text{Ce}(\text{Br})$, které mají vynikající rozlišení ($\sim 3\%$) ve srovnání s dříve užívanými scintilátory ($\sim 10\%$).

Pro případ neutronů si neutrony můžeme rozdělit na rychlé a termální. Pro detekci rychlých neutronů se používají plasty nebo jiné organické materiály s velkým počtem atomů vodíku. Detekce rychlých neutronů znamená především detekci zpětných neutronů z rozptylu (n,p). Pro detekci termálních neutronů se využívají jaderné reakce (n, γ) a (n, α). Proto je výhodné použít materiály jako jsou ^6Li , ^{10}B , pro které jsou účinné průřezy takových reakcí vysoké.

5.3 Polovodičové detektory

Polovodičové detektory fungují na principu vytvoření objemu bez nosičů náboje v materiálu a následné detekci ionizace. Částice, která vletne do detektoru, může ztratit energii a v takovém případě dojde k přechodu elektronu z valenčního do vodivostního pásu. Vakance (díra), která zůstane po elektronu ve valenčním pásu, se oproti záporně nabitým elektronům jeví jako částice s kladným nábojem.

Detektor je typicky PN přechod, který je zapojen v závěrném směru. Přidáním napětí se zvětšuje velikost hradlové vrstvy, která se v PN přechodu vytvoří rekombinací elektronů a děr. Ionizace uvnitř hradlové vrstvy způsobená γ zářením nebo nabitou částicí vytvoří pár elektron - díra. Nabitě částice jsou přitahovány elektrostatickou silou ke kontaktům zdroje, ke kterému je detektor připojen. Obvodem tak projde elektrický proud, který je detekován a zpracován měřicí aparaturou. Tento proud je úměrný ztrátě energie v materiálu detektoru.

Výhodami polovodičových detektorů jsou nízká energie potřebná k vytvoření páru elektron - díra a často jejich vysoká hustota a vyšší Z (zejména Ge detektory, která zvyšuje účinný průřez pro interakci s částicemi. Nevýhodou je potřeba chlazení některých typů polovodičových detektorů (HPGe) nebo malá tloušťka hradlové vrstvy (Si(Li)).

Pro potřeby detekce částic se nejčastěji používají detektory křemíkové a germaniové. Za účelem zvýšení efektivity byly vyvinuty různé druhy křemíkových detektorů. Příkladem může být tzv. Schottkyho dioda, která vznikne spojením PN přechodu s kovem. Dále Si(Li) detektory, které zvětšují detekční oblast až na 10-15 mm. Pro detekci γ záření se před křemíkovými upřednostňují detektory germaniové. Důvodem je vyšší protonové číslo, a proto i vyšší účinný průřez reakcí s γ zářením. Z germaniových detektorů se používají téměř výhradně HPGe (*High Purity Germanium*) nebo Ge(Li).

Elektronika, která je připojena k detektoru a zajišťuje přenos získaného signálu, se skládá z předzesilovače, zesilovače a ADC (*Analog-to-Digital Converter*). Základní funkcí předzesilovače je dodat polarizační napětí na detektor a zesílit signál vzniklý interakcí částice s materiálem detektoru. Předzesilovače se obvykle umísťují co nejbližší detektoru, aby se maximalizoval poměr signál/šum.

Zesilovač má dvě hlavní úlohy. Zesiluje signál přicházející z předzesilovače a mění ho do vhodné formy pro další zpracování.

Zařízení ADC, jak jeho název napovídá, slouží k převodu informace z analogového signálu do digitálního. To probíhá určením výšky amplitudy signálu ze zesilovače.

V posledních letech jsou analogové operátory nahrazovány digitálním zpracováním signálu (DSP). V takovém případě je signál z předzesilovače přímo digitalizován (typicky se vzorkováním ~ 100 MHz) a výška pulzu je generována digitálním filtrem (trapezoidový filtr).

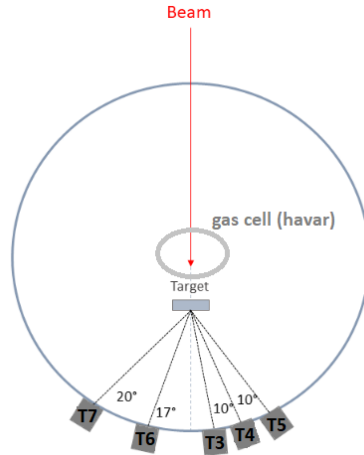
6 Kalibrace spekter nabitých částic

6.1 Motivace

Reakcí našeho experimentálního zájmu je



Studium této reakce nám dovolí získat informace o přímém radiálním záchytu (n, γ) metodou ANC. ${}^{22}\text{Ne}$ se vyskytuje v prostředí hmotných hvězd a je to také jeden z neutronových generátorů (viz kapitola 3.4). Úkolem bylo zkalibrovat Si detektory pomocí α zářičů a následně tuto kalibraci aplikovat k identifikaci α částic ve spektru naměřeném na detektoru dE3 použitém v experimentu.



Obrázek 15: Schéma experimentálního sestavení detektorů vůči svazku a terčičku. Detektory T3-T7 jsou Si dE-E teleskopy.

Reakce $d + {}^{22}\text{Ne}$ má při energii svazku 19,02 MeV několik otevřených výstupních kanálů. Jedním z nich je

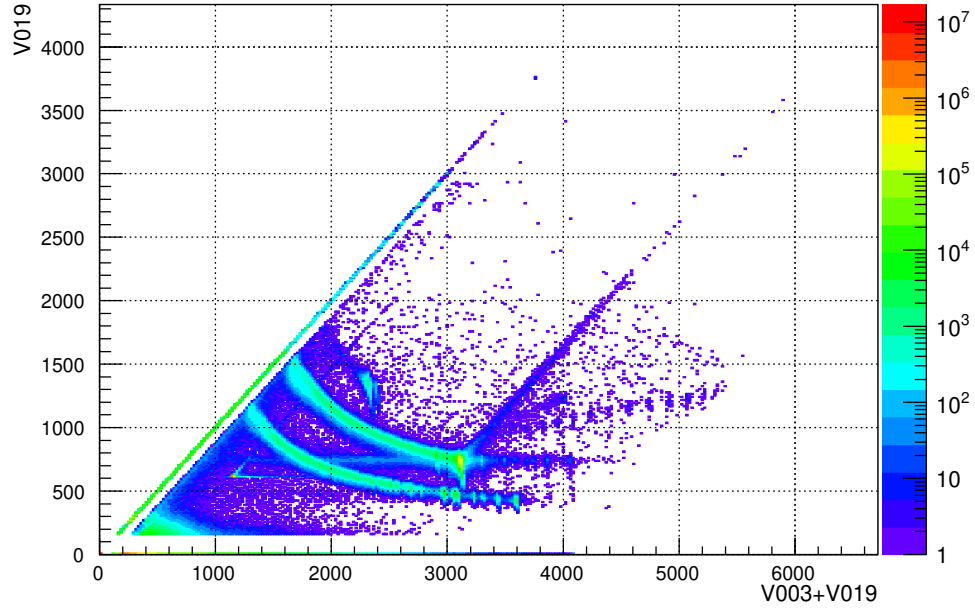


Částice α z této reakce se v tenkém ($500\mu\text{m}$) detektoru zcela zastavují a objevují se ve spektru energií dE3 až v oblasti, kde se nenacházejí další lehké částice (Obrázek 17). Proto je lze (přes malý účinný průřez) identifikovat a použít pro další účely.

Částice α jsme se snažili identifikovat ve spektru naměřeném detektorem dE3 při experimentu. K identifikaci α částic je nutno znát jejich předpokládané energie výletu. K tomu účelu jsme použili počítačový kód pro výpočet relativistické kinematiky a simulaci ztráty energie po průletu α částice prostředím ($3\mu\text{m}$ tlustou fólií z materiálu *havar*, která odděluje plynný terč ${}^{22}\text{Ne}$ od vakua) pomocí programu SRIM.

Detektory byly použity v tzv. dE-E teleskopu. Detektory byly rozestaveny pod řadou úhlů kolem terčičku jak je vidět na Obrázku 15. V dE-E teleskopu jsou za sebe postaveny nejprve tenký a za ním tlustý detektor. Přilétající částice proletí tenkým detektorem a ztratí v něm část své kinetické energie. Následně se částice v tlustém detektoru zcela zastaví.

Částice prolétávající tenkým detektorem v něm ztratí jen část energie, takže lze spočítat ztrátu energie - *energy loss* - ΔE . Díky tomu, že v tlustém detektoru částice odevzdá zbytek své



Obrázek 16: Koincidenční matice - tenký detektor vs. celková energie částice. Zobrazeny jsou dE3 + E3 (parametr V019 resp. V003).

energie ΔE_2 , určíme celkovou energii přilétávající částice jako $\Delta E_2 + \Delta E$. Pro každou částici, která projde tenkým a zastaví se v tlustém detektoru vzniká bod v rovině $(x, y) = (\Delta E, \Delta E_2 + \Delta E)$. Tato rovina je vykreslena na Obrázku 16 a body v ní ležící tvoří výrazné hyperbolické struktury. Jejich tvar je dán tím, že ztráty nabitých částic při průletu tenkým detektorem jsou úměrné

$$\Delta E \sim \frac{Z^2 A}{E}. \quad (40)$$

Tak lze na Obrázku 16 pozorovat hyperboly patřící protonům a deuteronům a nad nimi *lokus* tritonů. *Lokusy* na protonové hyperbole odpovídají jednotlivým vzbuzeným stavům ^{23}Ne . *Lokus* na deuteronové hyperbole odpovídá pružnému rozptylu.

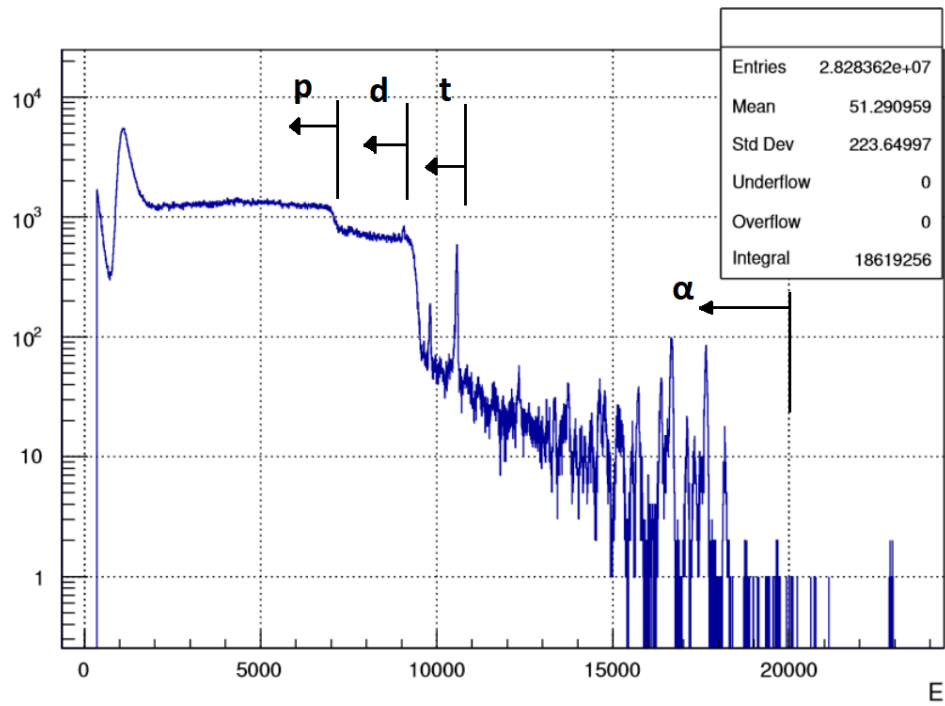
6.2 Kalibrace

Pro práci s histogramy a jejich fitování jsme použili SW systém root [28], SW balík RooFit [29] a veřejně přístupná makra oddělení OJR ÚJF [30].

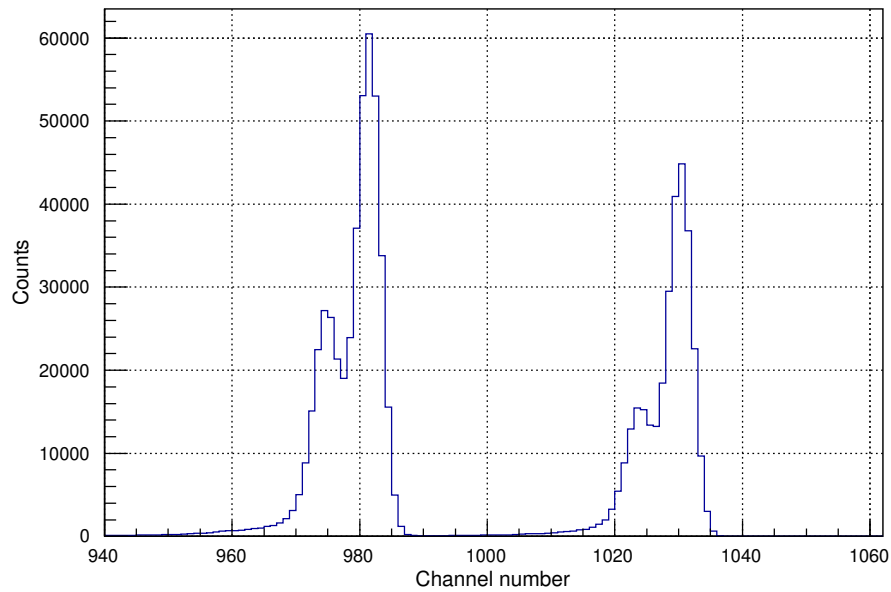
Pro kalibraci jsme použili zářiče ^{241}Am a ^{244}Cm . V databázi [24] lze nalézt energie α částic rozpadu spolu s jejich intenzitou. Vybrané spektrum bylo naměřeno na detektoru dE3 o tloušťce $500\mu\text{m}$ a obsahuje čtyři signifikantní vrcholy, jak je vidět na Obrázku 18. Jako odhad můžeme provést první kalibraci pouze určením vrcholu kurzorem myši a následně budeme sledovat zpřesňování kalibrace užitím fitovacích funkcí.

Tuto „ruční“ kalibraci provedeme určením kanálů, pro které vidíme v histogramu nejvíce událostí. Chybu čísla kanálu odhadujeme jako ± 1 kanál. Kalibrační funkce je lineární

$$E = p_1 \cdot k + p_0 \quad (41)$$



Obrázek 17: Spektrum naměřené tenkým ($500\mu m$) Si detektorem. E je v jednotkách keV. Označena je část spektra, kde se nacházejí protony, deuterony, tritony a α částice.

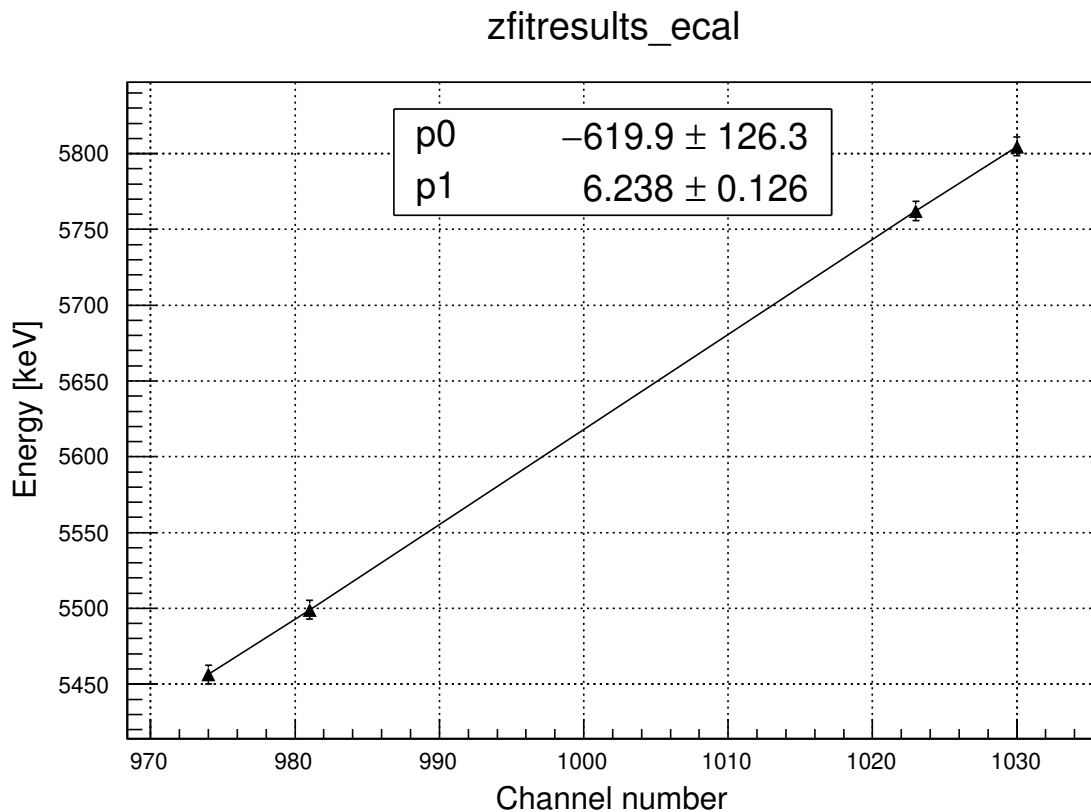


Obrázek 18: Histogram α spektra zářičů ^{241}Am , ^{244}Cm .

a snažíme se pro ni určit koeficienty p_1, p_0 . Energie α částic jsou uvedeny v Tabulce 4. Na Obrázku 19 je tato lineární funkce vynesena. Lineární funkci spojující čísla kanálů s energiemi nazýváme kalibrační křivka.

Energie [keV]
5804,77
5762,16
5499,03
5456,3

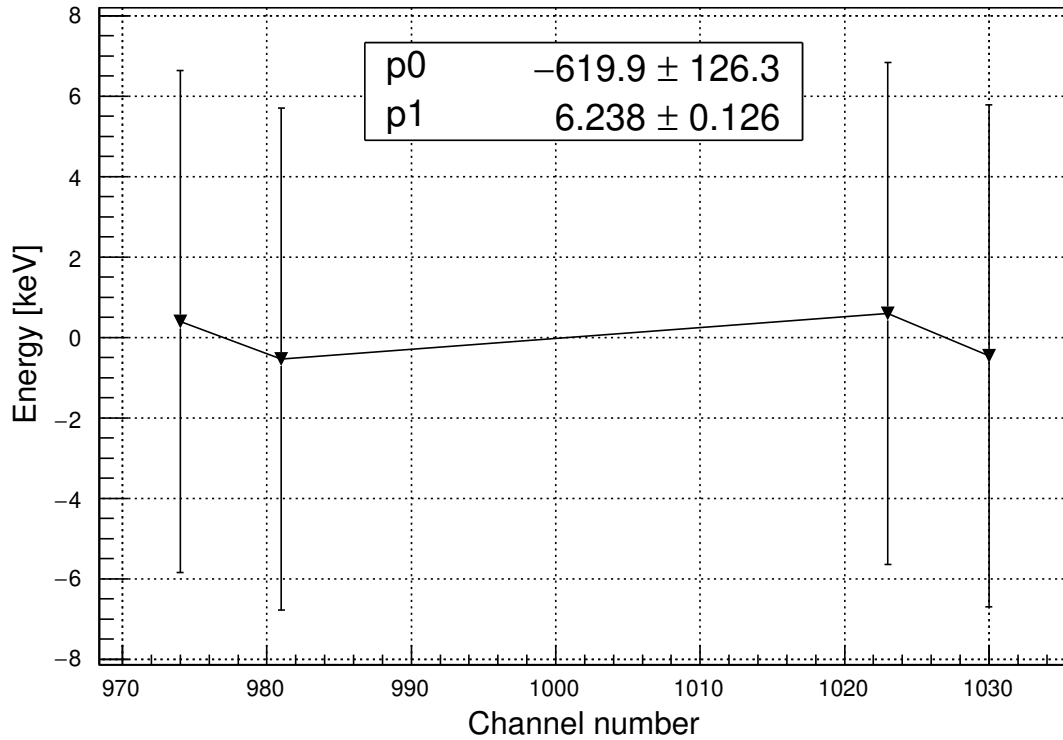
Tabulka 4: Energie α částic odpovídající vrcholům ve spektru na Obr. 18.



Obrázek 19: Lineární kalibrační křivka $y = p_1x + p_0$ pro "ruční" kalibraci s chybou kanálu ± 1 .

Na Obrázku 20 jsou data jako v grafu z Obrázku 19, ovšem na ose y je rozdíl $E_\alpha - E_{fit}$. Tento graf dovoluje lépe vidět vztah chyb a jednotlivých bodů ve fitu k celkovému výsledku. Uvažujme náhodnou proměnnou x , která bude opakovaně generována podle Gaussova rozdělení se střední hodnotou μ a směrodatnou odchylkou σ . Potom hodnota $g = \frac{x-\mu}{\sigma}$ bude podléhat Gaussovu rozdělení se střední hodnotou nula a jednotkovou směrodatnou odchylkou (42). V ideálním případě se bychom do vzdálenosti 1σ měli pozorovat 68,27% všech bodů, do vzdálenosti 2σ by patřilo 95,45% všech bodů, atd. V případě na Obrázku 20 vidíme body rozptýlené kolem

nuly, jejich chyby (námi zvolený ± 1 kanál) jsou však neadekvátně velké (6 keV) proti typické odchylce od nuly (1 keV). Použitá metoda nadhodnocuje chyby.



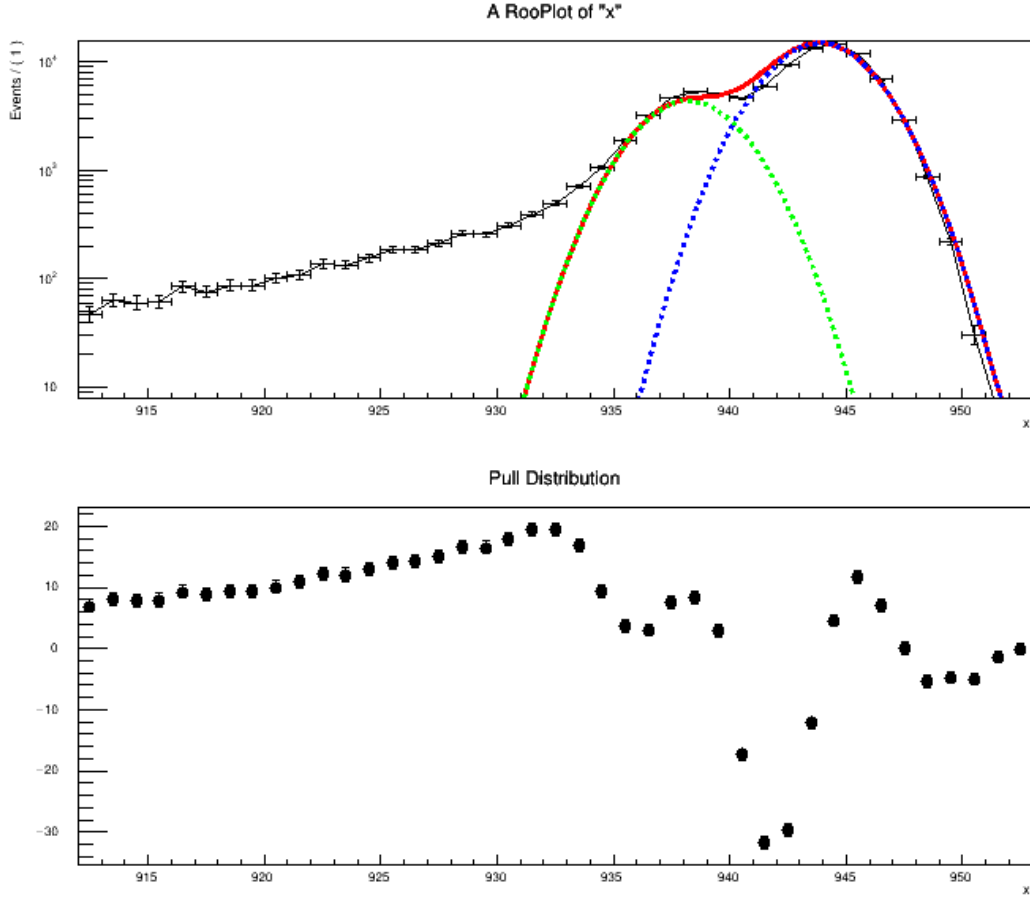
Obrázek 20: Pull distribuce "ručně" kalibrace. Na ose y je rozdíl $E(\text{experimentální}) - E(\text{maxima vrcholu})$. Hodnoty p_0, p_1 jsou koeficienty kalibrační křivky $y = p_1x + p_0$.

Typicky používanou funkcí pro fit píků ve spektrech je Gaussova funkce. Gaussovu funkci definujeme jako

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (42)$$

kde μ je střední hodnota, σ je směrodatná odchylka. Každý ze čtyř vrcholů z Obrázku 18 budeme fitovat Gaussovou funkcí (42). Pro všechny píky máme stejnou směrodatnou odchylku. Tato volba vyplývá z faktu, že spektrum α rozpadu je diskrétní a pro monoenergetické α částice očekáváme rozdělení se stejnou směrodatnou odchylkou. Tímto krokem se snižuje počet fitovacích parametrů o tři. I přes snížení parametrů funkce bylo obtížné nalézt fitovací funkci pro všechny čtyři vrcholy. Proto jsme nafitovali odděleně dva dublety. Na Obrázku 21 je znázorněn fit tohoto dubletu. Z odpovídajících pull distribucí těchto fitů je patrná jejich velká systematická chyba. V logaritmickeho zobrazení je jasně vidět, že Gaussovy funkce nedokázaly nafitovat právě pozvolné *tails*, které v lineárním zobrazení patrně nebyly.

Ze získaných pull distribucí a χ^2 testu usuzujeme, že Gaussovy funkce nedostatečně popisuje tvar spektra α částic a je tedy třeba nalézt jinou fitovací funkci, která by lépe charakterizovala naměřená data.



Obrázek 21: Fit α spektra pomocí Gaussových funkcí a pull distribuce tohoto fitu. Na grafu je patrné, že odezva částice v detektoru má *tail* směrem k nižším energiím a ten nelze popsat Gaussovou funkcí. MIGRAD procedure byl v tomto případě schopen nalézt lokální minimum.

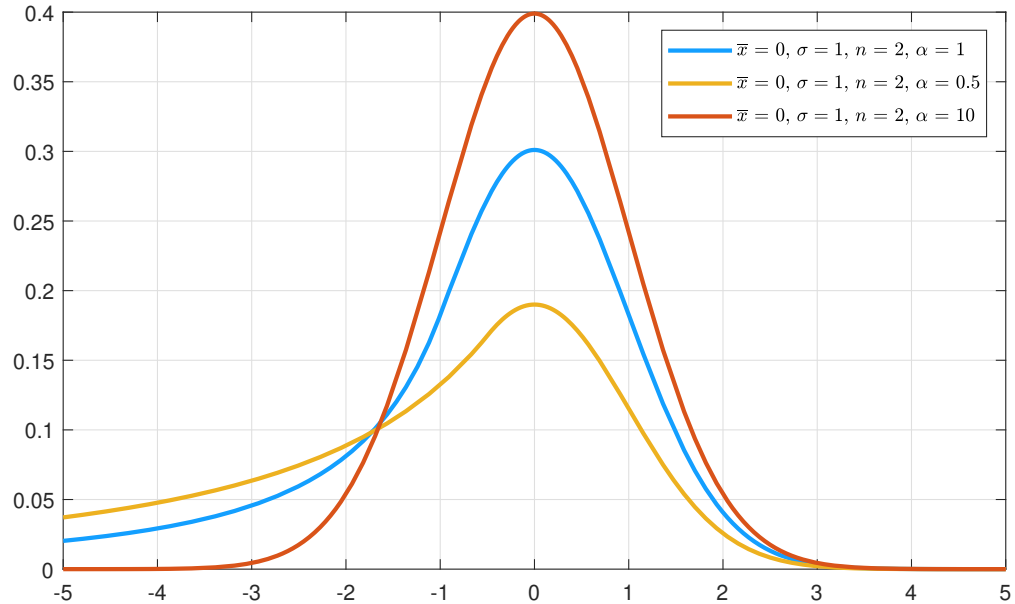
Pro lepší popis jsme jako fitovací funkci zvolili Crystal Ball funkci (43), která se typicky používá k popisu spekter procesů se ztrátou energie ve fyzice vysokých energií. Funkce dostala název podle kolaborace Crystal Ball [21], ve které byla vyvinuta. Crystal Ball funkce se skládá z Gaussovy funkce (42) a z mocninné části, která vytváří její typický pozvolný nárůst. Samotná funkce je spojitě diferencovatelná se spojitou první derivací a je určena čtyřmi parametry $\alpha, n, \bar{x}, \sigma$ [22]. Crystal Ball funkci definujeme jako

$$f(x, \alpha, n, \bar{x}, \sigma) = N \cdot \begin{cases} \exp\left\{\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right)\right\} & \text{pro } \frac{x-\bar{x}}{\sigma} > -\alpha \\ A \cdot \left(B - \frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^{-n} & \text{pro } \frac{x-\bar{x}}{\sigma} \leq -\alpha, \end{cases} \quad (43)$$

kde

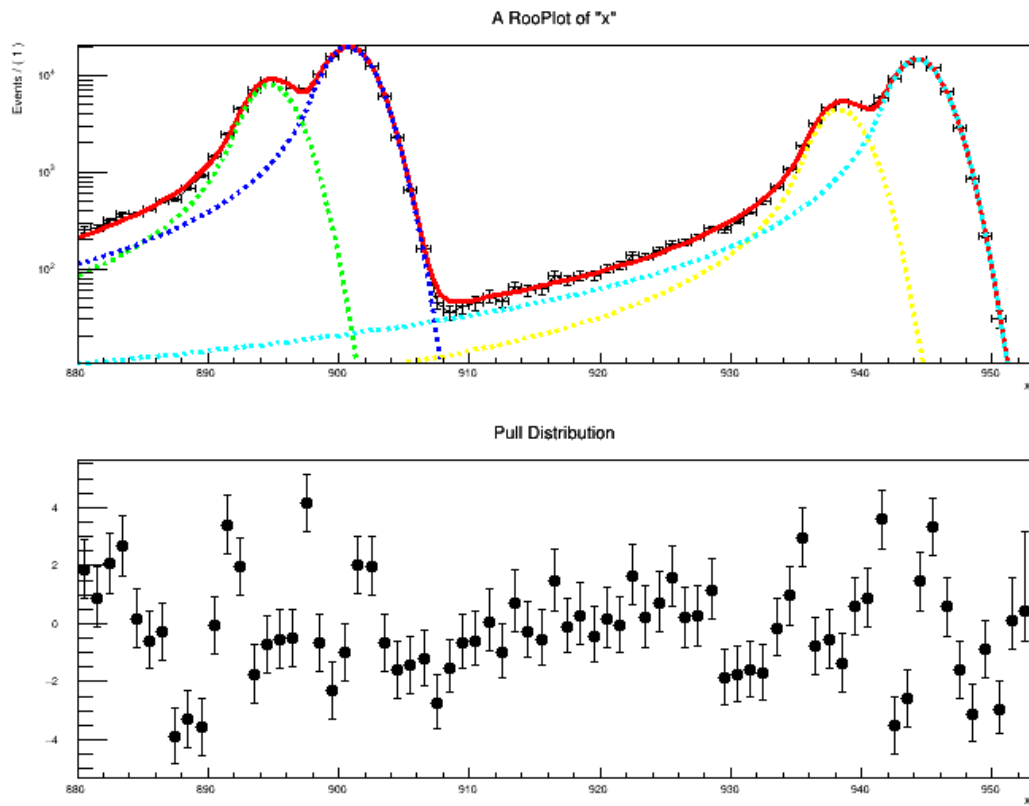
$$A = \left(\frac{n}{|\alpha|}\right)^n \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right), \quad B = \frac{n}{|\alpha|} - |\alpha|, \\ N = \frac{1}{\frac{n\sigma}{|\alpha|(n-1)} \exp\left\{\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)\right\} + \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{|\alpha|}{\sqrt{2}}\right)\right)}. \quad (44)$$

Pro ilustraci je pomalý nárůst funkce (43) a její přechod v Gaussovu funkci (42) vykreslen v na Obrázku 22.



Obrázek 22: Tři Crystal Ball funkce se společnými parametry $\sigma = 1$, $n = 2$, $\bar{x} = 0$ a s parametrem $\alpha = 10$ (červená), $\alpha = 0,5$ (žlutá), $\alpha = 1$ (modrá).

Za použití takto definované funkce (43) jsme znovu fitovali naměřená data. Výsledný fit a pull distribuce jsou na Obrázku 23. Při porovnání s předchozími fity provedenými pomocí Gaussovy funkce (Obrázek 21) je fit Crystal Ball funkcí bližší naměřeným datům. V logaritmickém měřítku na Obrázku 23 je vidět, že tentokrát se podařilo dobře vystihnout pozvolný nárůst, který dělal Gaussově funkci problém. V pull distribuci na Obrázku 23 leží většina bodů ve vzdálenosti 5σ a body jsou rozptýleny kolem nuly. Po provedení χ^2 testu pro správnost fitu jsme dostali hodnotu 1471,25. Takto vysoká hodnota χ^2 (z teorie očekáváme vzhledem k počtu bodů a parametrů $\approx 90 - 11 \approx 80$) ukazuje, že popis spektra není statisticky v pořádku, nicméně v experimentální praxi (i v jaderné spektroskopii [27]) je známo, že přístrojová funkce detektoru není ideálně popisovaná dostupnými funkcemi. Proto se v těchto případech používá metoda, kdy jsou chyby fitovaných parametrů zvětšeny násobkem odpovídajícím $\sqrt{\frac{x^2}{n-p}}$ a tak je nejistota problematické přístrojové funkce započítána do chyb.



Obrázek 23: Fit α spektra pomocí čtyř Crystal Ball funkcí a pull distribuce.

7 Závěr a výhled

V práci jsme se věnovali některým konceptům z oblasti jaderné astrofyziky, některým charakteristickým prostředím nukleosyntézy a základním procesům v nich probíhajících. Popsali jsme některé základní používané termíny jako astrofyzikální S-faktor a Gamowův pík. Práce si neklade za cíl popsat všechny procesy a aspekty nukleosyntézy prvků ve vesmíru a ani se věnovat některým otevřeným otázkám (např. problém ${}^7\text{Li}$).

V průběhu práce jsme se prakticky i teoreticky seznámili s prací s polovodičovým křemíkovým detektorem a fungováním klasické spektroskopické trasy. V průběhu práce jsme se rovněž zúčastnili měření na svazku deuteronů cyklotronu U120M v ÚJF AVČR Řež, kde byla studována reakce ${}^{22}\text{Ne}(d,p)$. Naměřená experimentální data budou sloužit ke získání koeficientů ANC charakterizujících přímý radiační proces (n,γ) a později i (p,γ) pro zrcadlovou reakci.

Na závěr práce jsme se metodou postupných kroků seznámili se specifiky kalibrace křemíkových detektorů použitých v experimentu a našli jsme způsob jakým fitovat spektra nabitých částic se specifickou přístrojovou křivkou pomocí příslušných SW nástrojů.

Další kroky zpracování budou zahrnovat identifikaci píků získaného spektra ze znalosti probíhajících procesů a interakce částic s materiálem fólie. Následně proběhne pokročilá kalibrace parametrů svazku, která bude provedena na základě znalosti identifikovaných píků. Ta bude zahrnovat další detektor (umístěný v opačné hemisféře) a v této kalibraci budou jako parametry minimalizace, kromě kalibračních parametrů detektoru, také zahrnuty - energie svazku, úhel dopadu svazku a reálné tloušťky tenkých detektorů, případně přechodových vrstev. Při znalosti těchto parametrů experimentu bude pak možno přistoupit k extrakci dat pružného rozptylu, identifikaci vzbuzených stavů při výletu protonu a konstrukce jejich úhlového rozdělení.

Literatura

- [1] Iliadis, Christian. *Nuclear Physics of Stars*. Weinheim: Wiley-VCH, 2007. ISBN 978-3-527-40602-9
- [2] Rolfs, Claus E. a RODNEY, William S. *Cauldrons in the Cosmos*. Nuclear astrophysics. Chicago and London: The University of Chicago Press, 2005. ISBN 978-0226724577
- [3] Krane, Kenneth S. *Introductory nuclear physics*. Oregon: John Wiley & Sons, 1988. ISBN 0-471 -80553-X
- [4] Wilson, Robert.”Chapter 11: The Stars – their Birth, Life, and Death” *Astronomy through the ages the story of the human attempt to understand the universe*. Basingstoke: Taylor & Francis, 1997. ISBN 9780203212738
- [5] Bahcall, J. N., and R. M. May, 1969, *Astrophys. J.* 155, 501, *The Rate of the Proton-Proton Reaction and Some Related Reactions*
- [6] C. Angulo et al., “A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates,” *Nuclear Physics A*, vol. 656, no. 1, pp. 3–183, Aug. 1999, doi: 10.1016/S0375-9474(99)00030-5.
- [7] Alshahrani, B.; Kibédi, T.; Stuchberry, A.E.; Williams, E.; Fares, S. (2013). „Measurement of the radiative branching ratio for the Hoyle state using cascade gamma decays“. EPJ Web Conference. **63**: 01022-1-01022-4. doi:10.1051/epjconf/20136301022
- [8] Maciel W.J. (2016) Energy Production. In: Introduction to Stellar Structure. Springer Praxis Books. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-16142-6_12
- [9] R.G. Pizzone et al 2016 *J. Phys.: Conf. Ser.* 703 012010
- [10] Bertulani, Indirect methods in nuclear astrophysics, arXiv:1511.08859v1, <https://arxiv.org/pdf/1511.08859.pdf>
- [11] <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs00601-012-0407-1.pdf>
- [12] Burjan V, Mrazek J and D’Agata G (2020) ANC From Experimental Perspective. *Front. Astron. Space Sci.* 7:562466. doi: 10.3389/fspas.2020.562466
- [13] C. Spitaleri, *Problems of Fundamental Modern Physics, II*, (World Scientific, New York, 1991)
- [14] A. Tumino et al 2020 *J. Phys.: Conf. Ser.* 1668 012045
- [15] Baur G, Bertulani C A and Rebel H 1986 Coulomb dissociation as a source of information on radiative capture processes of astrophysical interest *Nucl. Phys. A* **458** 188-204.
- [16] Russell, Henry Norris (1914). ”Relations Between the Spectra and Other Characteristics of the Stars”. *Popular Astronomy*. **22**: 275-294
- [17] Gamow, George, 1928, *Quantum Theory of the Atomic Nucleus*
- [18] Mayer-Kuckuk, T., *Fyzika atomového jádra*, 1979, SNTL

- [19] E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, W. A. Fowler, and F. Hoyle, “Synthesis of the Elements in Stars,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 29, no. 4, pp. 547–650, Oct. 1957, doi: 10.1103/RevModPhys.29.547.
- [20] Demortier, L., and Lyons, L., *Everything you always wanted to know about pulls*, CDF/ANAL/PUBLIC/5776, Version 2.10 (February 26, 2002).
- [21] M. Oreglia, *A Study of the Reactions $\psi' \rightarrow \gamma\gamma\psi$* . PhD thesis, SLAC, 1980, Appendix D
- [22] Souvik Das, *A simple alternative to the Crystal Ball function*, arXiv, 2016, arXiv:1603.08591
- [23] Leo, William R., *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to Approach*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1987. ISBN 3-540-17386-2.
- [24] Databáze ENSDF, <https://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>
- [25] Archiv Triangle Universities National Laboratory, <https://nucldata.tunl.duke.edu/>
- [26] T. V. Padma, “India’s LIGO gravitational-wave observatory gets green light,” *Nature*, Jan. 2019, doi: 10.1038/d41586-019-00184-z.
- [27] M.Honusek, J.Mrazek - osobní sdělení
- [28] Rene Brun and Fons Rademakers, ROOT - An Object Oriented Data Analysis Framework, Proceedings AIHENP’96 Workshop, Lausanne, Sep. 1996, *Nucl. Inst. Meth. in Phys. Res. A* 389 (1997) 81-86. See also ”ROOT”[software], Release v6
- [29] W. Verkerke and D. P. Kirkby, “The RooFit toolkit for data modeling,” *eConf*, vol. C0303241, p. MOLT007, 2003.
<https://root.cern/manual/roofit/>
- [30] J.Mrazek, Makra pro ROOT, <https://gitlab.com/jaromrax/shspe>
- [31] <https://www.britannica.com/science/chemical-element/Major-components>
- [32] 4.4. Abundances of the elements in the Solar system, Landolt-Börnstein - Group VI Astronomy and Astrophysics 4B (Solar System),
https://materials.springer.com/lb/docs/sm_lbs_978-3-540-88055-4_34
- [33] F. James, “MINUIT Function Minimization and Error Analysis: Reference Manual Version 94.1,” 1994.
- [34] Indirect Methods For Nuclear Astrophysics With Radioactive Nuclear Beams,
<https://doi.org/10.1063/1.3362561>
- [35] <http://www.astro.ucla.edu/wright/BBNS.html>
- [36] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Astro/imgast/BBnuc.gif>