

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyziky

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze



**Pokročilá rekonstrukce vertikální pozice
plazmatu na tokamaku Golem**

**Advanced plasma vertical position
reconstruction on the GOLEM tokamak**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracovala: Adéla Kubincová

Vedoucí práce: Ing. Ondřej Kudláček, Ph.D.

Rok: 2021

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracovala samostatně a použila jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti použití tohoto školního díla ve smyslu §60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorských a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

.....
podpis

Poděkování

Chtěla bych poděkovat Ing. Ondřeji Kudláčkovi, Ph.D. za vedení mé bakalářské práce, za jeho trpělivost a za množství času, které věnoval mému zasvěcení do problematiky a vysvětlení problémů, na které jsem během vytváření této práce narazila. Dále bych chtěla poděkovat Ing. Vojtěchu Svobodovi, CSc. za ochotu trávit čas nad experimenty, které byly potřebné k vytvoření této práce. Mé poděkování dále patří Vadima Yanovskiy, Ph.D., za čas strávený nad teoretickým výpočtem časové konstanty kožuchu. Chtěla bych poděkovat Daniele Kropáčkové za její ochotu pomoci s informacemi o tokamaku GOLEM. Dále mé poděkování patří Šimonu Vedlovi za jeho věcné poznámky a korekci chyb v této práci. Nakonec bych chtěla poděkovat mé rodině za jejich podporu.

Adéla Kubincová

Název práce:

Pokročilá rekonstrukce vertikální pozice plazmatu na tokamaku Golem

Autor: Adéla Kubincová

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Ing. Ondřej Kudláček, Ph.D.
Max Planck Institute for Plasma Physics

Konzultant: –

Abstrakt: Při tokamakovém výboji často dochází k nežádoucím pohybům plazmatického prstence. Ty určujeme pomocí diagnostik a filtrů, které odstraní šum z naměřených dat. Jedním z těchto filtrů je právě Kalmanův filtr (KF), schopný lépe odstranit šum a predikovat hodnoty sledované proměnné na základě modelu. V této práci budeme vytvářet právě model vertikálních posuvů plazmatu na tokamaku GOLEM. V modelu není zatím zahrnut vliv řídicích cívek, nicméně je navrhnout způsob, jak tento efekt zahrnout. Při vytváření modelu jsme určili časovou konstantu komory a také byla poprvé určena časová konstanta kožuchu mající hodnotu 15,46 ms, která je ověřená teoretickým výpočtem a je vyšší, než se předpokládalo. V závěru práce dáváme doporučení, jak pokračovat dále a měřit vertikální polohu plazmatu na tokamaku GOLEM pomocí KF.

Klíčová slova: tokamak, vertikální poloha plazmatu, Kalmanův filtr, stavový popis systému

Title:

Advanced plasma vertical position reconstruction on the GOLEM tokamak

Author: Adéla Kubincová

Abstract: During the tokamak discharge there are usually unwanted movements of the plasma ring. We measure these using diagnostics and filters which remove noise from the measured data. Kalman filter (KF) is such a filter. It can very effectively remove the noise and predict values of the observable based on a model. In this thesis we shall derive such model for vertical movement of plasma on the GOLEM tokamak. The model does not include the influence of control coils, however, we suggest a way to incorporate this effect. In the process we determined the time constant of the vessel and we measured for the first time the time constant of the shell to be 15.46 ms. This measurement agrees with the theoretical computation and it is higher than estimated. In the end we give recommendations for measurement of vertical position of plasma on the GOLEM tokamak using the KF.

Keywords: tokamak, vertical position of plasma, Kalman filter, state space model

Obsah

Úvod	3
1 Pohyby plazmatu v tokamaku	5
1.1 Diagnostiky	6
1.1.1 Magnetické sondy	6
1.1.2 Rychlé kamery	7
1.1.3 Bolometrické senzory	8
1.2 Kalmanův filtr	9
2 Optimalizace vinutí cívek poloidálního pole	13
2.1 Vlastní indukčnost vinutí	13
2.2 Časová konstanta komory a kožuchu	19
2.3 Proudové zdroje	21
2.4 Složený model a návrh na počet závitů	22
3 Model vertikálních pohybů pro Kalmanův filtr	27
3.1 Identifikace modelu pro vertikální pohyb plazmatu	27
3.2 Složený model	30
Závěr	33

Úvod

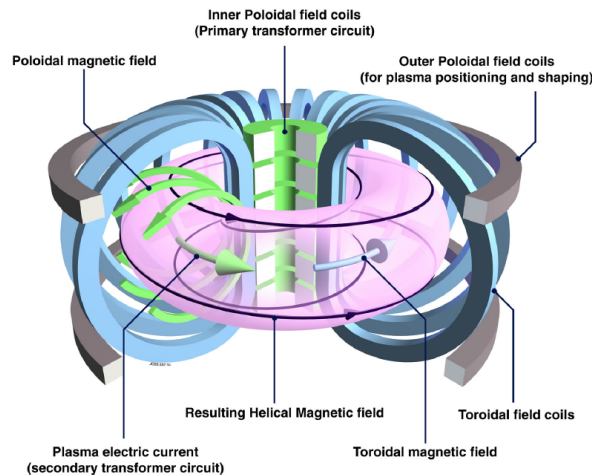
V dnešní době roste spotřeba energií stále více a je jasné, že v budoucnu nebudou zdroje spotřebě stačit. Tento problém se už ukazuje konkrétně v Číně, jejíž energetická situace začíná být dlouhodobě neudržitelná. Z tohoto důvodu se začínají hledat nové zdroje. Jedním z těchto zdrojů je právě termojaderná fúze.

Termojaderná fúze je jaderná reakce, při které se slučují lehká jádra na těžší a uvolňuje se energie. Aby mohla tato reakce probíhat, musí být jádra zbavena svých elektronů. Tento proces začne probíhat přirozeně, když teplota plynu přesáhne mezní hodnotu ionizace. Přechod plynu do ionizovaného stavu probíhá pro většinu plynů v rozmezí okolo 10000 K a můžeme ho popsat jako fázový přechod do stavu plazmatu. Další podmínkou průběhu fúzní reakce je, že atomová jádra musí překonat Coulombovou bariéru. Pravděpodobnost proběhnutí fúze závisí na teplotě a hustotě plazmatu. [1]

Nejvýhodnějším palivem pro termojadernou fúzi v pozemských podmínkách jsou izotopy vodíku deuterium a tritium. D-T reakce má totiž nejnižší zápalnou teplotu a je tedy nejdosažitelnější. [1]



Zatím jako nejnadějnější zařízení pro využití v energetice vypadá tokamak. V tokamaku je plazma drženo ve vakuové nádobě ve tvaru toru (donutu) pomocí magnetického pole. Schéma je vidět na Obr. 1. Magnetické pole udržení plazmatu má dvě složky toroidální (podél komory) a poloidální (okolo komory). Toroidální složka magnetického pole je generována sadou identických cívek, které jsou umístěny okolo celé komory. Poloidální složka je generována cívkami umístěnými podél komory. Cívky poloidálního pole používáme ke kontrole vertikální a horizontální polohy plazmatu.



Obrázek 1: Schéma tokamaku. [1]

Kontrola plazmatu je velice důležitá kvůli udržení plazmatu. Během výbojů totiž dochází k náhodným a nepředvídatelným situacím, kterým musíme zabránit. Kontrolní systém se skládá z diagnostik, řídicího systému a zařízení měnící parametry plazmatu na základě příkazů z řídicího systému. Řídicí systém se skládá dále z programu, který vyhodnocuje data z diagnostik, a z programu rozhodujícím o změně parametru plazmatu na základě získaných dat.

Tématem této bakalářské práce je konkrétně určování vertikální polohy plazmatu na tokamaku Golem. První část této práce je věnována krátkému úvodu do diagnostik a krátkému teoretickému úvodu do syntézy informací z více diagnostik pomocí Kalmanova filtru. Kalmanův filtr je algoritmus, který pomocí modelu sledované proměnné a hodnot z diagnostik nejen vyhodnotí skutečnou hodnotu sledované proměnné, ale i predikuje její další vývoj. Hlavní část této práce se poté věnuje právě vývoji modelu vertikálních pohybů plazmatu, který bude moct být později využit k rekonstrukci pozice v reálném čase pomocí Kalmanova filtru.

Vývoj modelu je rozdělen do dvou částí. Druhá kapitola se zabývá vytvořením modelu průniku magnetického pole poloidálních cívek do komory a optimalizací parametrů cívek poloidálního pole, kvůli výměně proudového zdroje a jejich přemotáváním. Třetí kapitola se věnuje vytváření modelu vertikálních pohybů plazmatu.

Kapitola 1

Pohyby plazmatu v tokamaku

Při tokamakovém výboji často dochází k náhodným a nepředvídatelným situacím, během nichž se střed plazmatického prstence posune z požadované polohy ve středu komory.

U moderních tokamaků posuvům ve vertikálním směru říkáme vertikální nestability a jsou způsobené tvarem poloidálního průřezu plazmatu, který je na tokamacích eliptický nebo trojúhelníkový. Díky tomuto je vertikální poloha plazmatického prstence uprostřed komory nestabilní a tedy velmi snadno může dojít k vychýlení z rovnovážné polohy, které vedou u tokamaku bez žádného nebo bez dostatečně rychlého řídicího systému vést až k rychlému úniku plazmatu na stěnu komory a posléze k disrupci, se kterou může být spojeno poškození komory. [1]

Na tokamaku GOLEM nevznikají vertikální nestability ale vertikální posuvy, které jsou nejspíš způsobeny přírodními kabely cívek toroidálního pole. Ty totiž vytváří horizontální magnetické pole, které způsobí pohyb plazmatu směrem vzhůru. Výsledky v [2] tuto tezi potvrzují, protože když se obrátila jejich polarita, tak plazma začalo klesat.

Posuvy rovnovážné polohy v horizontálním směru jsou nejčastěji způsobené změnami parametru udržení, tlaku, hustoty nebo změnou teploty při výboji. Plazma v tokamaku má tvar připomínající pneumatiku. To může sloužit k názornému vysvětlení právě na pneumatice. Pokud totiž budeme zahřívat plyn v pneumatice, bude se v ní zvyšovat teplota a ačkoli bude uvnitř pneumatiky tlak konstantní, tak se bude zvětšovat její hlavní poloměr, jelikož je vnější strana větší. [3] Jelikož je u eliptického a trojúhelníkového průřezu plazma ve stabilní rovnovážné poloze v horizontálním směru, jsou posuvy v horizontálním směru pomalejší než ve vertikálním a tím je můžeme považovat za méně nebezpečné.

Jelikož se poloha plazmatu mění náhodně, musel pro kontrolu plazmatu vzniknout systém, jež je schopný tyto pohyby včas detekovat a na základě získaných dat vyhodnotit, jak se mají změnit proudy v poloidálních cívkách, aby se plazma vrátilo zpět do rovnovážné polohy. Tomuto systému se říká zpětnovazebné řízení.

Skládá se nejčastěji z magnetických sond, jenž detekují polohu plazmatu, algoritmů, které vyhodnocují získaná data a na základě nich posílají signál do poloidálních cívek. Ty pomocí magnetického pole zatlačí plazma zpět do rovnovážné polohy. V této práci se budeme zabývat algoritmem vyhodnocujícím data získaná ze sond. Konkrétně se budeme zabývat Kalmanovým filtrem, který na základě modelu a naměřených dat vyhodnocuje hodnoty sledované proměnné.

1.1 Diagnostiky

Aby mohla být kontrolována pozice plazmatu, je absolutně nezbytné znát jeho polohu v reálném čase. K tomu jsou potřebné právě diagnostiky.

Na tokamaku GOLEM se určuje poloha plazmatu pomocí Mirnovových cívek, sedlové cívky, rychlých kamer, poloidální flux loop a pomocí bolometrických senzorů. Měření později využita v této práci byla prováděna za pomoci Mirnovových cívek a sedlové cívky.

1.1.1 Magnetické sondy

Na tokamaku GOLEM se používají magnetické sondy trojího druhu Mirnovovy cívky, flux loop a sedlová cívka.

Nyní se jako magnetická diagnostika používají i flux loop. Což jsou cívky, které původně sloužily k horizontální stabilizaci, proto je můžeme používat na měření vertikálního pole. Tyto cívky měří magnetický tok. Geometrie cívek poloidálního pole je vidět na Obr. 1.1. [4]

Další magnetickou diagnostikou je sedlová cívka zaznamenávající lokální vertikální magnetické pole. Na tokamaku GOLEM je umístěna pod měděným pláštěm. [4]

Pro experimentální měření v rámci této bakalářské práce byly nejdůležitější Mirnovovy cívky. Ty zaznamenávají změnu poloidálního magnetického pole. Na tokamaku GOLEM jsou umístěny 4 identické Mirnovovy cívky a jsou umístěné v úhlech $\Theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$. Jejich přesné umístění je vyobrazeno na Obr. 1.1. [2]

Osa Mirnovových cívek není v rovině poloidálního průřezu, proto je součástí jejich signálu magnetické pole poloidálních cívek a toroidální magnetické pole. Proto musí být příspěvek toroidálního pole k signálu na cívkách pro správné určení odečten.

Z Mirnovových cívek dostáváme signál ve formě elektrického napětí ε_p . Abychom dostali polohu plazmatu, musíme nejprve spočítat velikost magnetické indukce $B(t)$ v čase pro jednotlivé cívky. Velikost magnetické indukce vypočítáme integrací elektrického napětí

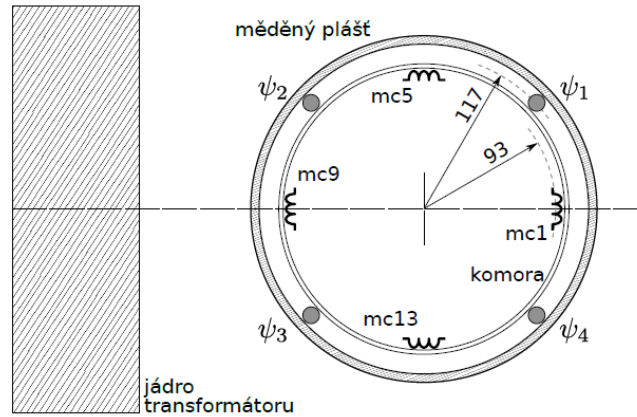
$$B(t) = C \int_0^t \varepsilon_p(\tau) d\tau, \quad (1.1.1)$$

kde C je kalibrační konstanta. Vertikální polohu plazmatu určíme pomocí vzorce z [5]

$$\Delta_z = \frac{Bmc5 - Bmc13}{Bmc5 + Bmc13} \cdot b, \quad (1.1.2)$$

kde $2b$ je vzájemná vzdálenost cívek. A horizontální polohu plazmatu pomocí

$$\Delta_z = \frac{Bmc1 - Bmc9}{Bmc1 + Bmc9} \cdot b. \quad (1.1.3)$$



Obrázek 1.1: Umístění magnetických diagnostik na tokamaku GOLEM. Mirnovovy cívky jsou označeny mc, cívky mc1 a mc9 slouží pro určení horizontální polohy a cívky mc5 a mc13 pro určení vertikální polohy. Flux loop jsou označeny ψ . [2]

1.1.2 Rychlé kamery

Dále se také používají rychlé kamery, které jsou obvyklou diagnostikou na fúzních zařízeních s magnetickým udržením. Jejich cena je ale vysoká, proto byly na tokamaku GOLEM nahrazeny finančně lépe dostupnými kamerami Casio Exilim EX-F1. [6]

Poloha plazmatu v tokamaku GOLEM se pomocí rychlých kamer určuje na základě viditelného záření plazmatu. Pomocí nich je možné zachytit jak časový tak i prostorový vývoj plazmatu, protože se data z čipu zaznamenávají po sloupcích a každý sloupec se zaznamenává v jiném časovém okamžiku. Bohužel zpracování výsledné fotografie je možné až po skončení výboje a trvá relativně dlouho, přibližně stejně jako vyčtení šestnácti sloupců, přičemž vyčtení jednoho sloupce trvá 7,44 μ s. Tedy data nejsou k dispozici během výboje a proto není možné je použít jako diagnostiku k zpětnovazebnímu řízení. Lze je však použít k ověření dat z Mirnovových cívek. [2]

Rychlé kamery měřící ve viditelné části spektra se na určování polohy plazmatu používají jen na tokamaku GOLEM, protože na velkých zařízeních se záření středu plazmatu nenachází ve viditelné části spektra. To ale neznamená, že by se na větších tokamacích nepoužívaly. Například na tokamaku JET se používají rychlé kamery, které pomocí snímání záření blízkému infračervenému snímají teplotu povrchů stěn komory. A snímání záření blízkého infračervenému záření by mělo být důležité i při provozu tokamaku ITER. [7]

1.1.3 Bolometrické senzory

Na tokamaku GOLEM se dále používají bolometry. Data potřebná k výpočtům však s nimi nebyla naměřena, protože se bolometry upravovaly v době vytváření této práce.

Existuje několik typů bolometrů, ale všechny pracují na přibližně stejném principu. Ten spočívá v tom, že máme absorber který je spojen s tepelným rezervoárem. Absorbéru je předávána energie dopadajícího elektromagnetického záření a částic, která způsobuje zvýšení jeho teploty. Tedy čím větší radiace, tím je vyšší teplota absorberu. Bohužel jsou schopné zachytit pouze část elektromagnetického spektra. Bolometry ale na druhou stranu mají tu výhodu, že zachycují kromě ionizovaných částic i neutrální částice. [8]

Bolometry dělíme podle materiálu a konstrukce absorberu. Prvním vynalezeným bolometrem byl odporový bolometr, který může být složen z tenké kovové fólie, která předá teplo do rezervoáru, který je zapojen do elektrické sítě. Dalším typem jsou pyrometry, jež využívají pyroelektrický krystal, v němž je generován proud. Pomocí pyrometrů je možné stanovit vyzářený výkon plazmatu přímo, za to jsou ale velmi náchylné na otřesy. Lepší vlastnosti, co se týče šumu, mají bolometry měřící v infračervené části spektra. U nich je absorber předsunutý před detektor a většinou je vyroben ze zlaté či platinové fólie. U tohoto typu bolometrů je zahříván přímo absorber a detektor zachycuje vyzařování fólie. [9]

Na tokamaku GOLEM jsou použity polovodičové bolometry. Ty využívají kromě polovodičů i fotoelektrický jev. Absorbérem je polovodič (např. fotodioda nebo termistor), který detekuje jistou oblast elektromagnetického záření, tudíž ho nepřevádějí na teplo, ale na elektrický proud. [9]

1.2 Kalmanův filtr

Při měřeních bývají diagnostiky často zašuměné a trpí systematickými chybami. Proto je výhodné měřit stejnou veličinu více diagnostikami s jinými vlastnostmi. Kvůli šumu na diagnostikách je potřeba signál na diagnostikách filtrovat. To se provádí pomocí filtru, který na základě měření z jedné nebo z vícero diagnostik odfiltruje šum z dat sledované proměnné. Běžně používaným filtrem je dolní propust, která ale způsobuje zpoždění v kontrole. Lepší možností je Kalmanův filtr, který přidává zjednodušený model sledované proměnné.

Kalmanův filtr je efektivní rekurzivní filtr. Jeho schéma je vyobrazeno na Obr. 1.2. Princip Kalmanova filtru je, že predikuje měření na diagnostikách a na základě váženého průměru aktuálních naměřených dat je upřesní, přičemž dává větší důraz na data zatížená menší chybou. Kalmanův filtr je schopný pracovat v reálném čase. Při svých výpočtech používá jenom vstup měření, dříve vypočítaný stav a také využívá akci aktuátoru. Díky tomu dostáváme nejen aktuální data, ale systém už je schopný předpovědět nadcházející stav a zareagovat na něj rychleji než jen při samotném měření s odstraňováním šumu. [10]

Své využití najde Kalmanův filtr i například v systému GPS. Jako příklad aplikace může být právě určení polohy auta. Jak z praxe známe, GPS odhaduje polohu několik metrů dopředu na základě modelů pohybů vozidla. Tento odhad bude pravděpodobně zašuměný a naměřená data mohou ukazovat, že vůz „skáče“ několik metrů okolo své skutečné polohy. U vozu se ale očekává, že bude dodržovat základní fyzikální zákony. Proto vstupuje do hry Kalmanův filtr, který ve fázi predikce upraví naměřenou hodnotu dle fyzikálních zákonů a vypočítá nový odhad pozice vozu.

Kalmanův filtr se aplikuje například na tokamaku ASDEX Upgrade při měření hustoty plazmatu v reálném čase. Zde je měřena hustota v reálném čase pomocí pěti interferometrů a dvou bolometrů měřících brzdné záření. Interferometry jsou na jednu stranu přesné, ale na druhou nefungují v případě, kdy je palivo dodáváno pomocí pelety nebo kdy je použit iontový cyklotronový ohřev. Odhad hustoty z brzdného záření je sice zatížen velkou chybou, ale funguje ve výše uvedených případech. Tento problém řešen právě pomocí Kalmanova filtru, který na základě modelu transportu částic detekuje interferometry ovlivněné pelety nebo iontovým ohřevem a používá jen důvěryhodné diagnostiky. Díky tomu se zlepšila rekonstrukce hodnot hustoty plazmatu v reálném čase ve výbojích s pelety nebo iontovým ohřevem. [11]

Dalším příkladem použití Kalmanova filtru na tokamaku je rekonstrukce profilu proudu plazmatem v reálném čase. Obvykle se používá metoda rekonstrukce založená na měřeních v reálném čase a řešení Grand-Shafranovi rovnice, ta ale trpí nedostatečnou prostorovou a časovou spolehlivostí. Proto se začal používat fyzikální model plazmatických proudů. Daty z diagnostik se nasimulované hod-

noty pouze zpřesňují. [12]

Matematický tvar Kalmanova filtru vychází z lineárně kvadratického regulátoru [13]

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + B\mathbf{u} + \mathbf{w}_d \\ \mathbf{y} &= C\mathbf{x} + D\mathbf{u} + \mathbf{w}_n,\end{aligned}\tag{1.2.1}$$

kde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ je stavový vektor, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^q$ vektor vstupních proměnných, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ vektor výstupních proměnných, A s rozměry $n \times n$ je matice systému, B $n \times p$ matice řízení, matice C $q \times n$ a D $q \times p$ jsou výstupní matice, \mathbf{w}_d je vektor ruchu a \mathbf{w}_n vektor šumu. Kalmanův filtr předpokládá ruch i šum s nulovým průměrem.

Po úpravě rovnic lineárně kvadratického regulátoru (1.2.1) dostaneme soustavu rovnic pro odhadovaný stavový vektor $\hat{\mathbf{x}}$ pro dynamický systém

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}} &= A\hat{\mathbf{x}} + B\mathbf{u} + K_f(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ \hat{\mathbf{y}} &= C\hat{\mathbf{x}} + D\mathbf{u},\end{aligned}$$

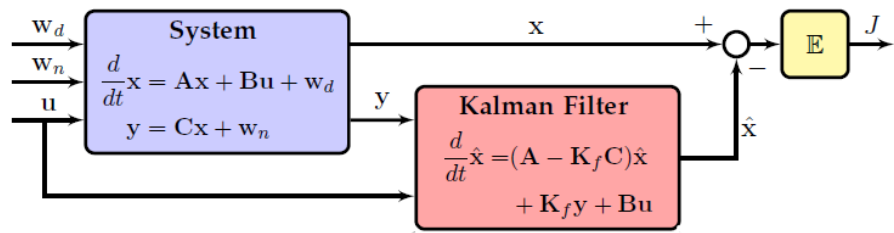
kde \mathbf{u} je naměřený vstup, \mathbf{y} naměřený výstup, A , B , C a D jsou matice z modelu systému. Matice K je získaný filtr a je definována

$$K_f = YC^*V_n,$$

kde V_n je matice zahrnující kovarianci podmínek šumu. Matice Y je řešením algebraická Riccatiho rovnice

$$YA^* + AY - YC^*V_n^{-1}CY + V_d = \mathbf{0},$$

kde V_d je matice zahrnující kovarianci podmínek ruchu. [13]



Obrázek 1.2: Schéma Kalmanova filtru. Toto schéma neobsahuje výstupní matici D , ale může být zahrnuta. \mathbb{E} je očekávaná hodnota. [13]

Jiný popis Kalmanova filtru je, že je to soustava rovnic, která generuje po sobě jdoucí a aktuální nejlepší odhad neznámých parametrů v stavovém popisu systému [14]. Proto bude model vytvářen pomocí stavového popisu systému.

Stavový popis systému je matematický model fyzikálního systému. A je složen ze soustavy dvou rovnic

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= C\mathbf{x} + D\mathbf{u}.\end{aligned}\tag{1.2.2}$$

Jak si lze všimnout je to vlastně rovnice lineárně kvadratického regulátoru bez vektoru šumu a bez vektoru ruchu.

Na tokamaku GOLEM se Kalmanův filtr využije k rekonstrukci vertikální polohy plazmatu. Dle našeho vědomí se jedná o první aplikaci Kalmanova filtru pro měření vertikální pozice plazmatu. Tato práce se bude zabývat vytvořením modelu vertikálních pohybů pro Kalmanův filtr a bude pokládat základy pro budoucí práce.

Kapitola 2

Optimalizace vinutí cívek poloidálního pole

Součástí zjednodušeného modelu tokamaku GOLEM je simulace změny velikosti magnetické indukce z poloidálních cívek v komoře v čase. Jelikož v době vytváření této práce probíhala výměna proudových zdrojů k poloidálním cívkám za zdroje s nižším napětím a také se přemotávali cívky poloidálního pole, bylo více než příhodné zahrnout optimalizování parametrů poloidálních cívek do této práce. A to z toho důvodu, že parametry by měly mít takové hodnoty, abychom dostali co největší magnetickou indukci za relativně krátkou dobu. To proto aby zpětnovazební řízení reagovalo dostatečně rychle na pohyb a nedošlo například k disrupci (1 Pohyby plazmatu v tokamaku).

Hlavními parametry, které se dají optimalizovat, jsou odpor a vlastní indukčnost vinutí poloidálních cívek. Oba dva parametry závisí na počtu závitů cívek a proto bude naším hlavním cílem při optimalizaci nalézt nejvýhodnější počet závitů, aby byly splněny podmínky zmíněné výše. Zejména nás bude zajímat průnik magnetického pole do komory. Díky vyššímu počtu závitů poloidálních cívek bude magnetická indukce silnější, ale rychlost jejího nárůstu bude pomalejší. A navíc se ještě zpomalí při procházení kožuchem a komorou, ve které se nachází plazma.

2.1 Vlastní indukčnost vinutí

Nejprve se budeme zabývat vlastní indukčností vinutí poloidálních cívek. Vlastní indukčnost vinutí je dána vlastní indukčností samotných cívek a jejich vzájemnou indukčností.

Vlastní indukčnost vinutí závisí zásadně na zapojení a uspořádání cívek. Ty byly v době psaní této práce v sérii a jejich uspořádání je vyobrazeno na Obr. 2.1a pro vertikální stabilizaci a Obr. 2.1b pro horizontální stabilizaci. Je důležité znát

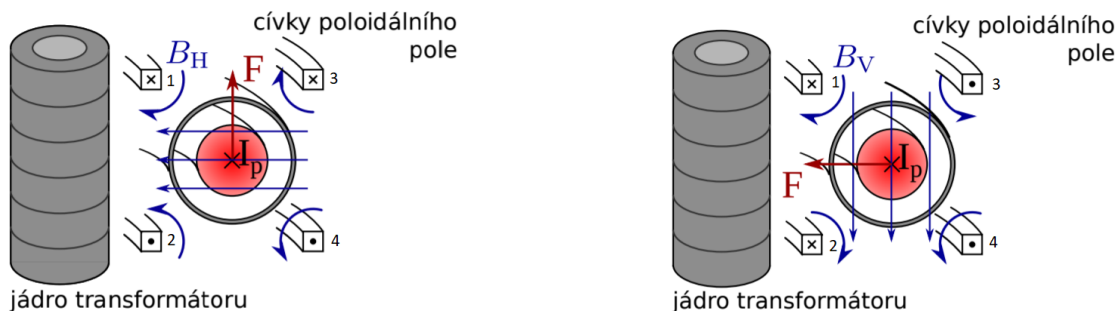
uspořádání cívek, neboť při sériovém zapojení se přičítají vzájemné indukčnosti cívek, ve kterých jde proud stejným směrem, a odečítají se vzájemné indukčnosti cívek, ve kterých jde proud opačným směrem.

$$L = N^2 \left(\sum_{i=1}^m L_i + \sum_{k=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m a_{kl} M_{kl} \right), \quad a_{kl} \in \{-1, 1\},$$

kde L je celková indukčnost, m počet cívek, N počet závitů cívky L_{kl} vlastní indukčnost cívky, M_{kl} vzájemná indukčnost cívek a a_{kl} je znamínko označující shodnou polaritu + mezi cívkami a odlišnou polaritu – mezi cívkami. Různé uspořádání cívek totiž generuje magnetická pole různě orientovaná. Vliv uspořádání na směr magnetického pole je vidět na Obr. 2.1a a Obr. 2.1b. Dále je na těchto obrázcích vykresleno ovlivnění polohy plazmatu magnetickým polem. Vertikální poloha plazmatu je usměrňována pomocí horizontálního magnetického pole a horizontální poloha plazmatu je regulována pomocí vertikálního magnetického pole. To vyplývá z Lorentzovy síly

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} \times \mathbf{B},$$

kde \mathbf{I} je proud plazmatem a \mathbf{B} je magnetická indukce ovlivňující plazma [3].



(a) Horizontální magnetické pole generované vertikální stabilizací a jeho vliv na vertikální pohyb plazmatu. [2]

(b) Vertikální magnetické pole generované horizontální stabilizací a jeho vliv na horizontální pohyb plazmatu. [2]

Výpočet vlastní indukce vinutí vertikální stabilizace bude tedy vypadat takto:

$$L_v = N^2(L_1 + L_2 + L_3 + L_4 - 2M_{12} - 2M_{34} + 2M_{13} - 2M_{14} - 2M_{23} + 2M_{24}), \quad (2.1.1)$$

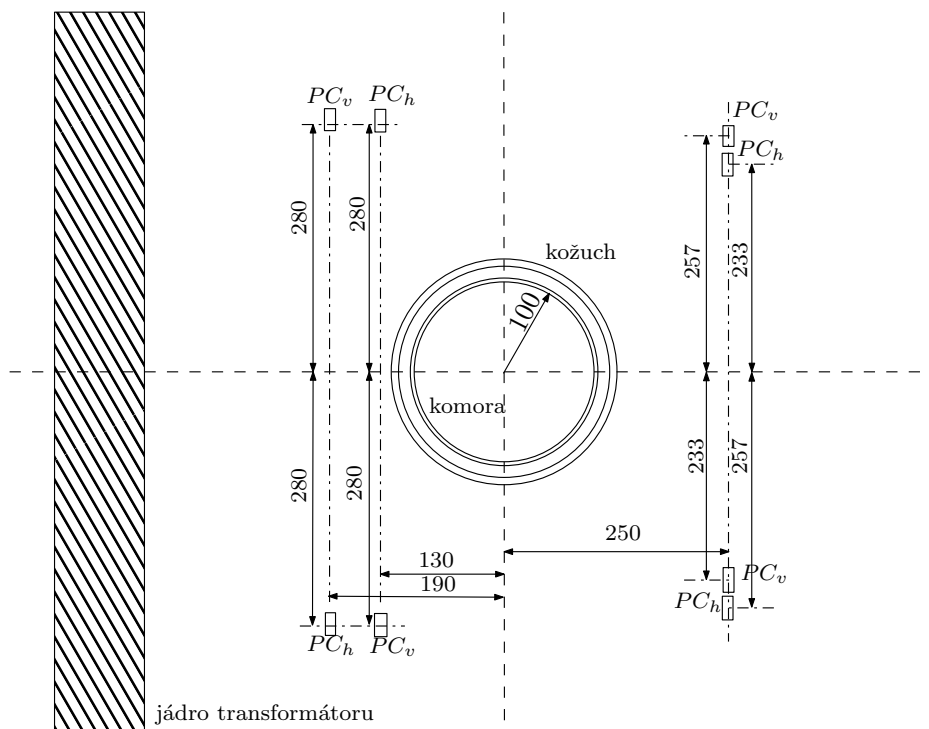
a pro horizontální stabilizaci

$$L_h = N^2(L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + 2M_{12} + 2M_{34} - 2M_{13} - 2M_{14} - 2M_{23} - 2M_{24}), \quad (2.1.2)$$

kde $i, j = 1, 2, 3, 4$ je označení cívek z Obr. 2.1a a Obr. 2.1b. Vlastní indukci jsme schopni počítat takto, jelikož je vzdálenost mezi jednotlivými smyčkami v cívce

v poměru s hlavním poloměrem malá. Jsme tedy schopni říct, že smyčky v cívce splynou pro celý systém. Díky tomu vzájemná indukčnost mezi jednotlivými závity odpovídá vlastní indukčnosti závitu.

Vlastní a vzájemné indukčnosti cívek poloidálního pole závisí na jejich velkém a malém poloměru a na jejich umístění. Tyto parametry pro cívky na tokamaku GOLEM jsou vidět na Obr. 2.2.



Obrázek 2.2: Geometrie poloidálních cívek na tokamaku GOLEM. Značení PC_v představuje poloidální cívky vertikální stabilizace a PC_h poloidální cívky horizontální stabilizace. Hlavní poloměr tokamaku GOLEM je $r = 400$ mm.

Vlastní indukčnost závitu se počítá podle vzorce (2.1.3) [15], protože poloměr vodiče vůči poloměru cívky je nezanedbatelný.

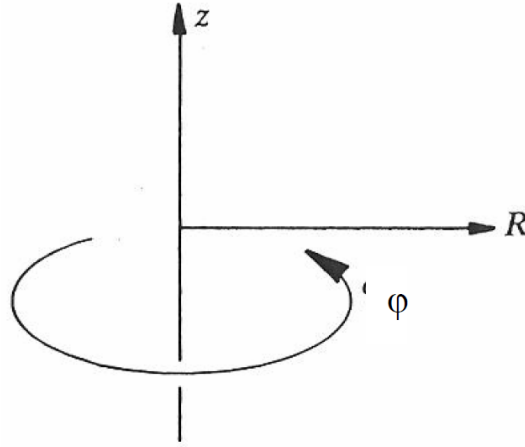
$$L = \mu_0 r \left(\ln \frac{8r}{a} - 2 + \frac{Y}{4} \right) \quad (2.1.3)$$

μ_0 je permitivita vakua, r poloměr cívky, a poloměr vodiče a Y konstanta, která nabývá hodnot mezi 0 a 1, kde $Y = 0$ značí rozložení proudu na povrchu vodiče a $Y = 1$ rozložení proudu rovnoměrně po celém průřezu vodiče. My jsme v našich výpočtech předpokládali rovnoměrné rozložení proudu po celém průřezu. Dále jsme uvažovali vodič s kruhovým průřezem a poloměrem $a = 3,33$ mm.

Vzorec pro numerický výpočet vzájemné indukčnosti se určí z obecného vzorce pro vzájemnou indukčnost [16]

$$M_{ij} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{(i)} \oint_{(j)} \frac{d\mathbf{s}_j \cdot d\mathbf{s}_i}{r_{ij}}, \quad (2.1.4)$$

kde $d\mathbf{s}_i$ a $d\mathbf{s}_j$ jsou elementy obvodu a r_{ij} vzdálenost od elementu obvodu $d\mathbf{s}_j$ k bodu v obvodu i . Ze vzorce (2.1.4) je vidět, že vzájemná indukčnost cívek závisí pouze na geometrii obvodu [16]. Pro náš výpočet bude nutné převést obecný vzorec (2.1.4) do cylindrických souřadnic, jejichž označení se nachází na Obr. 2.3.[3]



Obrázek 2.3: Systém cylindrických souřadnic. [3]

Nejprve provedeme v cylindrických souřadnicích diskretizaci ve směru φ na n . V našem případě tedy stačí uvažovat, že všechny elementy mají pouze směry r a z . Proto stačí přemýšlet pouze o jednom elementu vodiče i se směrovým vektorem

$$d\mathbf{l}_i = (dl, 0, 0).$$

Vodič j má směrový vektor

$$d\mathbf{l}_j = (r_j \cos \varphi_{jk}, r_j \sin \varphi_{jk}, 0),$$

kde φ_{jk} je v toroidální úhel v tokamaku, r_j poloměr vodiče j , $k \in \hat{n}$ sčítací index a n je počet elementů vodiče j . Výsledný vzorec pro numerický výpočet vzájemné indukce dostaneme po vynásobení vzájemné indukčnosti vodičů i a j počtem elementů n , dalšími úpravami a vyjádřením \mathbf{r}_{ij}

$$M_{ij} = \frac{\mu_0 r_i r_j \pi}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\cos \varphi_k}{|(r_i - r_j \cos \varphi_k, r_j \cos \varphi_k, z_i - z_j)|}, \quad (2.1.5)$$

kde r_i je poloměr vodiče i . [3]

Vypočítané hodnoty pro vlastní indukčnost systému byly pro vertikální stabilizaci $L_v = 0,17562$ mH a pro horizontální stabilizaci $L_h = 0,19606$ mH.

Výsledná velikost vlastní indukčnosti pro horizontální stabilizaci byla ověřena experimentálně. Při určování vlastní indukce z naměřených dat jsme vycházeli z Ohmova zákona

$$U = RI + L_{exp}\dot{I},$$

kde I je proud v cívkách horizontální stabilizace, U napětí na zdroji, L_{exp} vlastní indukčnost stabilizace a R je odpor vinutí. Člen $R \cdot I$ můžeme pro malé proudy zanedbat. Po vyjádření časové derivace proudu dostaneme

$$\dot{I} = \frac{U}{L_{exp}},$$

Po úpravách dostaneme vzorec pro numerický výpočet vlastní indukčnosti

$$L_{exp} = U \frac{t_{i+1} - t_i}{I(t_{i+1}) - I(t_i)}, \quad (2.1.6)$$

kde t je čas a i číslovací index. Tento vzorec ale platí jen pro malé proudy.

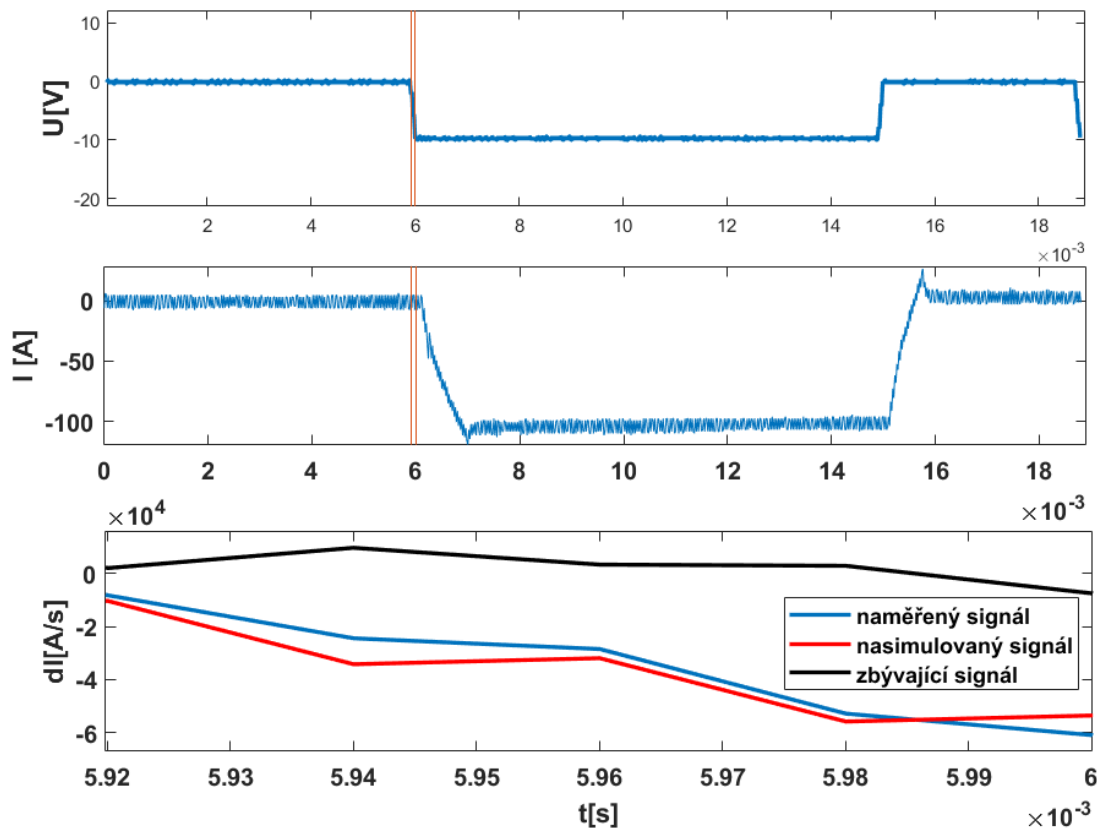
Pro experimentální zjištění byl použit vakuový výboj se signálem z cívek horizontální stabilizace, do kterých byl puštěn ze zdroje obdélníkový pulz. Tato data musela být vyhlazena od šumu, protože toto měření je k němu velmi náchylné. Z těchto dat byly použity části signálu, kdy se proud v cívkách mění. Experimentálně určená hodnota vlastní indukčnosti má hodnotu $L_{exp} = (0,19 \pm 0,02)$ mH. Vzhledem k tomu, že se hodnoty shodují v rámci chyby, tak se může říci, že byl úspěšně ověřen teoretický výpočet vlastní indukce pro horizontální stabilizaci. A tím pádem, by měla odpovídat i vypočítaná hodnota vlastní indukčnost vertikální stabilizace. Toto tvrzení je demonstrováno pro malé proudy na Obr. 2.4, kde je vykreslen napěťový signál jdoucí z cívek a změna proudu za čas. Derivace proudu I z poloidálních cívek za čas t byla spočítána pomocí numerického výpočtu derivace

$$\frac{dI}{dt}(t_i) = \frac{I(t_{i+1}) - I(t_i)}{t_{i+1} - t_i},$$

kde i je číslovací index. Nasimulovaná křivka byla spočítána z naměřeného napětí U ze zdroje pomocí upraveného vzorce (2.1.6)

$$\frac{dI}{dt}(t_i) = U_i \frac{t_{i+1} - t_i}{L_{exp}}.$$

Obě křivky jsou si v počátečním nárůstu proudu relativně podobné a jejich rozdíl se pohybuje okolo nuly.



Obrázek 2.4: (výboj číslo #36234) V horním grafu je vyobrazen obdélníkový pulz z proudových zdrojů. V prostředním grafu je vykreslena změna proudu za čas v počáteční fázi nárůstu proudu, přičemž modrý je naměřený signál, červený nasimulovaný signál a černý zbývající signál na sedlové cívce v průběhu obdélníkového pulzu na poloidálních cívkách horizontální stabilizace. Ve spodním grafu je vyobrazen průběh proudu v cívkách.

2.2 Časová konstanta komory a kožuchu

Při potlačování posuvů plazmatu je třeba reagovat rychle, proto potřebujeme znát faktory, které ovlivňují rychlost průniku magnetické indukce do komory. Je-li také ale chceme znát velikost magnetické indukce v komoře, tak je potřeba určit, jak magnetické pole bude ovlivněno komorou a kožuchem.

V komoře a v kožuchu se indukují vířivé proudy, které zpomalují průnik pole dovnitř komory. Z tohoto důvodu se musí stanovit jejich časové konstanty. Při určování časové konstanty komory a kožuchu využíváme metodu pro výpočet signálu z naměřené magnetické indukce v komoře ze sedlové cívky a průběhu proudu v cívkách horizontální stabilizace.

Systém poloidálních cívek, kožuchu a komory se dá velmi snadno linearizovat za předpokladu, že nedochází k nasycení transformátorového jádra. Z tohoto důvodu můžeme použít stavový popis lineárního systému (3.1)

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}.\end{aligned}\tag{2.2.1}$$

K určení časové konstanty komory a kožuchu byla aplikovaná metodika poprvé použita v článku [17]. My toto metodiku budeme brát jako černou skříňku. Stavový popis systému očekávané dynamiky bude

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{\tau_1} & M \\ M & -\frac{1}{\tau_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -b_1 \\ -b_2 \end{pmatrix} I_{PC} \\ B(t) &= (k_1 \quad k_2) \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} + k_3 I_{PC},\end{aligned}\tag{2.2.2}$$

kde τ_1 je časová konstanta kožuchu, τ_2 časová konstanta komory, M vzájemná indukčnost komory a kožuchu, I_p proud poloidálními cívkami, $B(t)$ magnetická indukce, b_1 , b_2 a k_3 jsou konstanty a ξ má fyzikální jednotku integrovaného proudu.

Identifikace modelu probíhala pomocí funkce MATLABu `ssest` [18], která odhaduje stavový popis systému závisléjící spojitě na čase pomocí časově závislých dat. Obecný stavový popis systému pro tuto funkci je formulován

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}\mathbf{e}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) + \mathbf{e}(t),\end{aligned}\tag{2.2.3}$$

Při porovnání obecného stavového popisu pro funkci `ssest` a našeho stavového popisu pro ξ je patrné, že vektor $\mathbf{e}(t)$ bude nulový vektor.

K určení modelu (2.2.1) byl použit vakuový výboj s obdélníkovým pulsem jdoucím do poloidálních cívek horizontální stabilizace. Pro identifikaci byly potřeba nejen naměřená data průběhu proudu v poloidálních cívkách, ale také velikost magnetické indukce ve vertikálním směru v komoře ze sedlové cívky v komoře.

Data pro určení magnetické indukce v komoře byla naměřena pomocí sedlové cívky. Velikost magnetické indukce vypočítáme zintegrováním naměřeného naindukovaného napětí ε_p (1.1.1)

$$B(t) = C \int_0^t \varepsilon_p(\tau) d\tau, \quad (2.2.4)$$

kde $C = \frac{1}{0,0147} \text{ m}^2$ je kalibrační konstanta.

Po výpočtu byl model identifikován

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -64,6808 & 1,0042 \cdot 10^{-7} \\ 1,7084 \cdot 10^{-7} & -1,0255 \cdot 10^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5,0000 \cdot 10^5 \\ -1,000410^{-4} \end{pmatrix} I_{PC} \\ B &= (2,3989 \cdot 10^{-9} \quad 9,2500) \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} + 1,5200 \cdot 10^{-6} I_{PC}. \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

Chyba odhadu byla určena v rámci výpočtu funkcí ssest na $1,9 \cdot 10^{-13} \text{ T}$.

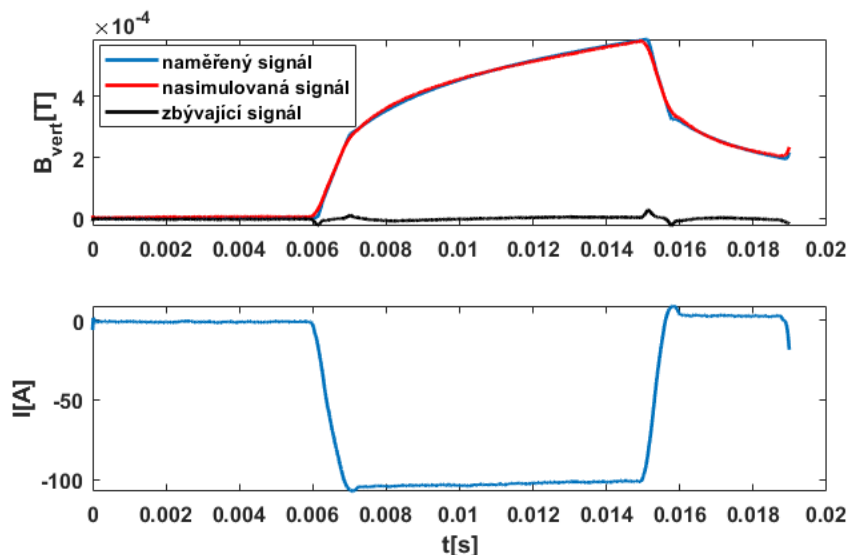
Vypočtení časových konstant komory a kožuchu proběhlo z rovnic stavového popisu systému (2.2.2) pro $\dot{\xi}$ a za použití získaných hodnot z identifikovaného modelu (2.2.5). Velikost časové konstanty komory vyšla $\tau_1 = 0,98 \text{ ms}$ a časové konstanty kožuchu $\tau_2 = 15,46 \text{ ms}$. Dále z výsledků identifikovaného modelu vyplývá, že vzájemná indukčnost mezi komorou a kožuchem je zanedbatelná.

Na Obr. 2.5 zbývající signál na sedlové cívce v průběhu obdélníkového pulzu ukazuje, že se většina naměřeného signálu odečetla s nasimulovaným, z čehož můžeme usoudit, že identifikace modelu byla úspěšná.

I přesto, že se dle Obr. 2.5 nasimulovaný signál a experimentálně určené hodnoty shodují, byla identifikovaná hodnota časové konstanty kožuchu daleko vyšší než hodnoty doposud předpokládané. Jedna z předpokládaných hodnot časové konstanty kožuchu byla $\tau = 1,80 \text{ ms}$ [19]. Aby byla jistota, že hodnota časové konstanty kožuchu byla identifikovaná správně, požádali jsme teoretika z ÚFP Václava Yanovskiy, Ph.D. o provedení nezávislého výpočtu pomocí kódu CARIDDI [20]. Výsledek výpočtu byl $\tau = 15,74 \text{ ms}$, a to se přibližně shoduje s naší experimentálně určenou hodnotou. Naše změření časové konstanty kožuchu je první na tokamaku GOLEM.

V práci [2] byla uvažována pouze jedna časová konstanta $\tau = 1 \text{ ms}$. Tato hodnota odpovídá pouze komoře a nikoliv kožuchu. Tím se nedařilo eliminovat efekt vířivých proudů na měření magnetickými diagnostikami magnetické indukce ve vertikálním směru, která je potřeba pro měření horizontální pozice. Dále je také v práci zmíněno, že se nedařilo pohybovat plazmatem v horizontálním směru i přes velké proudy v cívkách poloidálního pole. Možné vysvětlení je, že kvůli velmi dlouhé časové konstantě kožuchu, v porovnání s délkou výboje, nestihlo proniknout vertikální pole k plazmatu o ovlivnit ho.

Věříme, že naměřená časová konstanta komory a kožuchu pomůže s řešením problémů s odstraněním efektu vířivých proudů z měření magnetické diagnostiky a také že umožní kontrolu horizontální pozice plazmatického prstence na tokamaku GOLEM.



Obrázek 2.5: (výboj číslo #36234) V horním grafu je vykresleno magnetického pole v komoře, přičemž modrý je naměřený signál, červený nasimulovaný signál a černý zbývající signál na sedlové cívce v průběhu obdélníkového pulzu na poloidálních cívkách horizontální stabilizace. V dolním grafu je vyobrazen obdélníkový pulz na poloidálních cívkách horizontální stabilizace.

2.3 Proudové zdroje

Jediné, čím můžeme v průběhu výboje měnit velikost magnetické indukce k potlačení nestabilit je napětí z proudového zdroje. Proto mají proudové zdroje pro nás velký význam a měli bychom se na ně blíže podívat.

U samotného proudového zdroje nám ovlivňuje velikost vycházejícího napětí vnitřní odpor a svorkové napětí. Totiž u zdrojů s malým vnitřním odporem tzv. tvrdých zdrojů klesá svorkové napětí s rostoucí zátěží jen velmi málo a tím jsou stabilnější než zdroje s velkým vnitřním odporem tzv. měkké zdroje, u kterých svorkové napětí s rostoucí zátěží klesá velmi rychle. [21]

Jelikož je ale používáno několik zdrojů, podstatným faktorem je i jejich zapojení. Na tokamaku GOLEM je zapojení paralelní. Tedy výsledné napětí je stejné jako na jednotlivých zdrojích a výsledný proud je součet proudů z jednotlivých zdrojů.

Realističtější model by zahrnul všechny tyto faktory, my ale budeme pro tuto chvíli brát zdroje jako černou skříňku, o které víme, že její maximální proud je 100 A a maximální napětí 20 V. Vnitřní odpor je tedy uvažován $R_i = 0.2 \Omega$, aby tyto hodnoty byly při výpočtu splněny.

Celkový odpor soustavy cívky poloidálního pole a zdroje spočítáme ze vzorce [22]

$$R = NR_1 + R_i, \quad (2.3.1)$$

kde N je počet závitů cívky, $R_1 = 15,8 \text{ m}\Omega$ experimentálně určený odpor soustavy poloidálních cívek s jedním závitkem.

2.4 Složený model a návrh na počet závitů

V této chvíli už je většina potřebných parametrů pro model průniku magnetického pole v čase do komory určena. A tedy se může začít vytvářet samotný model.

V podkapitole 2.2 byl ve stavovém popisu systému jako vstupní hodnota proud v poloidálních cívkách a ve stavovém vektoru nebyla zahrnuta stabilizace. My v této podkapitole zahrneme do stavového popisu i stabilizaci a vstupní hodnotou bude napětí na zdroji. Stabilizaci se musí zahrnout do stavového vektoru, protože v reálné situaci nejsme schopni přímo měnit proud poloidálních cívek, ale měníme ho nepřímo pomocí napětí na zdroji.

Při odvozování rovnice pro stabilizaci do stavového popisu systému bylo vycházeno ze vzorce

$$U_{PC} = R_{PC}I_{PC} + L_{PC}\dot{I}_{PC}, \quad (2.4.1)$$

kde U_{PC} je napětí na zdroji, R_{PC} odpor systému poloidálních cívek, I_{PC} proud ve stabilizaci a L_{PC} vlastní indukčnost stabilizace. Po drobných úpravách se dostane výsledný vzorec ve tvaru

$$\dot{I}_{PC} = -\frac{R_{PC}}{L_{PC}}I_{PC} + \frac{1}{L_{PC}}U_{PC}. \quad (2.4.2)$$

Složený model se vytvoří tak, že se dosadí do stavového popisu rovnice (2.4.2) a identifikovaný stavový popis systému z 2.2. Výsledný stavový popis systému bude tedy vypadat takto

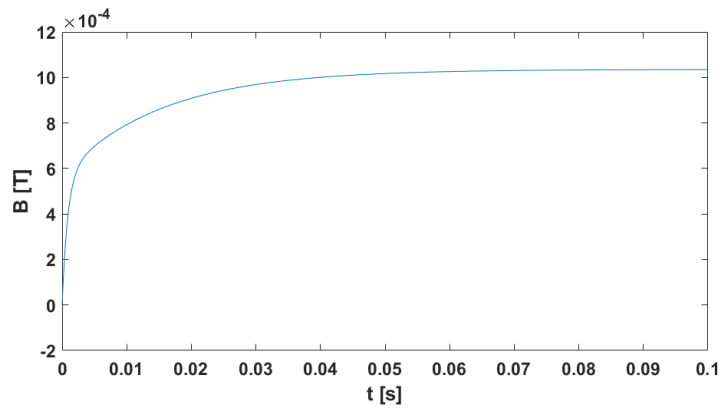
$$\begin{pmatrix} \dot{I}_{PC} \\ \dot{\boldsymbol{\xi}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{PC}}{L_{PC}} & 0 & 0 \\ N \cdot |B_{id}| & A_{id} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{PC} \\ \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_{PC}} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} U_{PC} \quad (2.4.3)$$

$$B(t) = (N \cdot |D_{id}| \quad C_{id}) \begin{pmatrix} I_{PC} \\ \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + 0 \cdot U_{PC}.$$

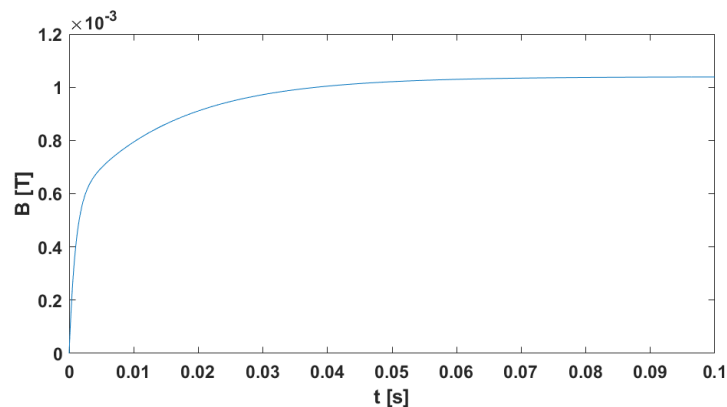
Dynamika zahrnutá v (2.4.3) je určena pro vertikální pole. Protože by měla být podobná dynamice horizontálního pole, jsme ji použili i pro vertikální pole. A dále předpokládáme, že horizontální a vertikální pole proniká se stejnými časovými konstantami.

Optimalizaci vinutí jsme prováděli pro zdroj, který je schopen maximálně vygenerovat napětí $U = 20 \text{ V}$ a proud $I = 100 \text{ A}$. A proto pro simulovaný signál obdélníkového impulsu vstupní hodnoty musely tyto požadavky splňovat. Podmínka maximální velikosti proudu byla již ošetřena ve vzorci pro odpor.

Pro obdélníkový puls jako vstupní signál je průběh nasimulovaného signálu magnetické indukce uvnitř komory pro poloidální cívky vertikální stabilizace se čtyřmi závity vidět na Obr. 2.6 a pro poloidální cívky horizontální stabilizace se čtyřmi závity vidět na Obr. 2.7.



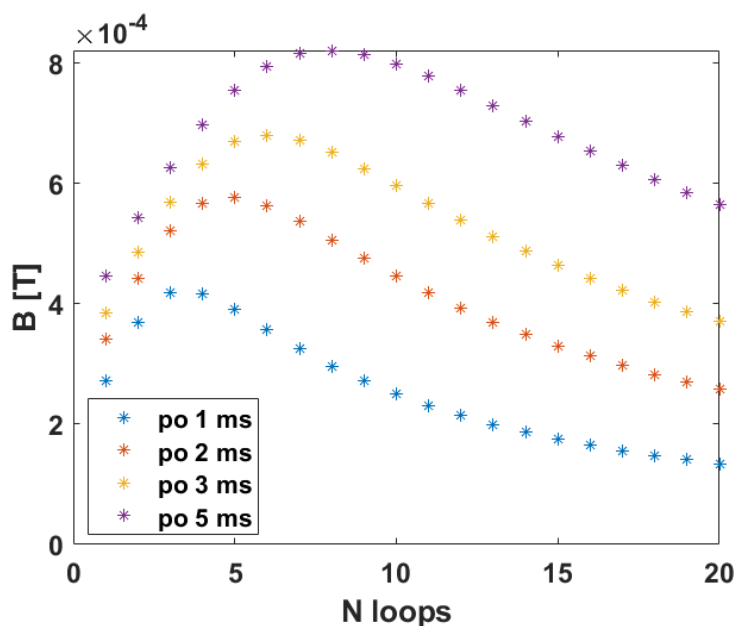
Obrázek 2.6: Horizontální magnetické pole v čase způsobené pulsem z vertikální stabilizaci.



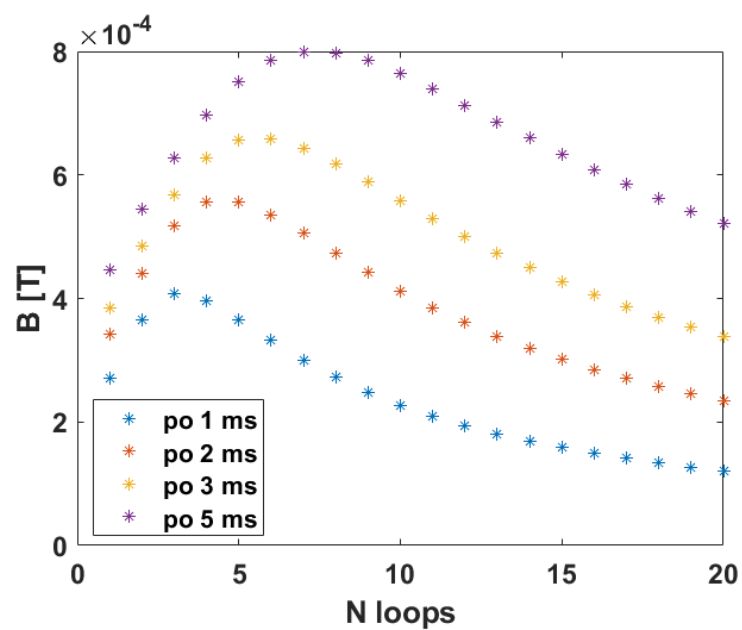
Obrázek 2.7: Vertikální magnetické pole v čase způsobené pulsem z horizontální stabilizace.

Kvůli rychlosti nárůstu reakce magnetického pole potřebujeme co největší absolutní hodnotu změny proudu v čase v cívkách poloidálního pole. Z rovnice (2.4.2) se dá vyčíst, že když bude větší odpor, tak bude absolutní hodnota změny proudu v čase menší. To můžeme kompenzovat zvýšením počtu závitů a tím zvýšením vlastní indukčnosti vynutí. Jenže s vyšším počtem závitů vzroste odpor systému. A toto opět způsobí menší změnu proudu. Proto pro naši aplikaci budeme muset hledat optimum. Při hledání optima musíme brát v potaz, že časová konstanta vinutí popisuje také, jak brzy se přestane proud měnit. Čím bude větší odpor, tím dříve k tomu dojde. Tedy proud a tedy i magnetická indukce budou menší. Z tohoto důvodu by měl být odpor co nejmenší v rámci možností konstrukce na tokamaku GOLEM.

Optimální počet závitů byl určen pomocí výsledků z kombinace modelů pro průnik magnetického pole do komory (2.4.3). Vstupní signál pro simulaci byl použit obdélníkový puls s konstantní napětím 20 V. Na tokamaku GOLEM je běžná délka výboje v řádu 10 ms a pohyby plazmatu jsou relativně pomalé. Proto aby měla kontrola smysl, měla by být reakce dle našeho odhadu rychlejší než 3 ms. Z toho důvodu jsou v Obr. 2.9 a v Obr. 2.8 hodnoty magnetické indukce v závislosti na počtu závitů vykresleny v časech 1 ms, 2 ms, 3 ms a 5 ms. Výsledný počet závitů bude záviset na tom, jestli bude vyžadováno silnější magnetické pole, které bude ale pomalé, nebo rychlejší reakci. Optimum závitů tedy bude ležet mezi třemi a šesti závity.



Obrázek 2.8: Graf závislosti velikosti magnetické pole na počtu závitů vertikální stabilizace v časech 1 ms (modrá), 2 ms (červená), 3 ms (žlutá) a 5 ms (fialová).



Obrázek 2.9: Graf závislosti velikosti magnetické pole na počtu závitů horizontální stabilizace v časech 1 ms (modrá), 2 ms (červená), 3 ms (žlutá) a 5 ms (fialová).

Kapitola 3

Model vertikálních pohybů pro Kalmanův filtr

Jak už název této bakalářské práce napovídá, bude nás zajímat vertikální poloha plazmatu. Tedy naší sledovanou proměnou pro Kalmanův filtr bude vertikální poloha plazmatu. Jak se píše v podkapitole 1.2, Kalmanův filtr se skládá z modelu a diagnostiky. A tato část se bude zabývat vytvořením modelu pro vertikální pohyby na tokamaku GOLEM.

3.1 Identifikace modelu pro vertikální pohyb plazmatu

Pro kontrolu vertikální pozice plazmatu používáme diagnostiky, které ale jsou zašuměné, mohou být něčím rušené anebo nemusí pracovat správně, proto se tato práce zaměřuje na Kalmanův filtr. Jak bylo již řečeno v 1.2, jeho součástí je model, kterým se tato práce zabývá. Proto se tato podkapitola bude zabývat modelem pohybů plazmatu ve vertikálním směru.

Kalmanův filtr využívá model vytvořený pomocí stavového popisu systému. Aby mohl být sestaven, musí se sestavit rovnice, které budou popisovat pohyb plazmatu ve vertikálním směru. Pro sestavení rovnic je potřeba nejdříve si uvědomit, jaké síly mají vliv na pohyb plazmatu ve vertikálním směru. První silou je zdroj pohybu plazmatu ve vertikálním směru F_z , další je vliv poloidálních cívek F_c a v neposlední řadě má na polohu plazmatu ve vertikálním směru vliv i kožuch F_k . Silová rovnice bude vypadat tedy takto

$$F_c - F_k - F_z = m_p \ddot{z}, \quad (3.1.1)$$

kde m_p je hmotnost plazmatu a z je poloha plazmatu. Člen $m_p \ddot{z}$ dále neuvažujeme,

protože hmotnost plazmatu je zanedbatelná.

Aby mohla být vyjádřena rychlost změny vertikální polohy, musí se síly z této rovnice vyjádřit. Síla F_c je magnetická síla vycházející z Lorentzovy síly

$$F_c = I_p l B_x \sin \alpha$$

kde I_p je proud plazmatem, l délka plazmatického prstence, B_x velikost x-ové složky magnetické indukce poloidálních cívek a α je úhel, který svírají magnetické siločáry a plazmatickým prstencem. Magnetické siločáry jsou kolmé na plazmatický prstec a tedy $\sin \alpha = 1$.

Síla F_k je způsobena vířivými proudy v kožuchu. Tedy v kožuchu se naindukuje napětí

$$\varepsilon = I_p \frac{dM}{dt} = I_p \frac{dM}{dz} \frac{dz}{dt},$$

kde M je vzájemná indukčnost mezi plazmatem a kožuchem. V tomto případě uvažujeme, že změna proudu plazmatem nezávisí na vertikální pozici plazmatu. Výsledný tvar síl tedy bude

$$F_k = C I_p \dot{z},$$

kde C je konstanta. Vířivé proudy se sice nenaindukuje okamžitě. Ale protože se v našem případě naindukuje velmi rychle a tím pádem se dostaneme brzy do ustáleného stavu, můžeme si dovolit brát, že se naindukuje okamžitě.

Přívodní kabely cívek toroidálního pole vytváří chybové pole, které způsobí vznik síly F_z , která je vlastně silou Lorentzovou. My ale toroidální pole v případě této síly zahrneme do konstanty D , která ale kvůli své závislosti na toroidálním poli nemusí být vždy konstantní. A proto bude zahrnutí toroidálního pole do modelu pro jeho dokončení nutné.

Rovnice (3.1.1) s vyjádřenými silami bude

$$I_p l B_x - I_p C \dot{z} - D I_p = 0, \quad (3.1.2)$$

Vyjádřená rychlost změny vertikální polohy poté bude mít tvar

$$\dot{z} = \frac{l}{C} B_x - \frac{D}{C}$$

Stavový popis systému pro vertikální polohu plazmatu tedy bude

$$\begin{pmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a_1 & a_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{l}{C} & -\frac{D}{C} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.1.3)$$

$$y = (1 \ 0) \begin{pmatrix} z \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

kde a_1, a_2 jsou konstanty.

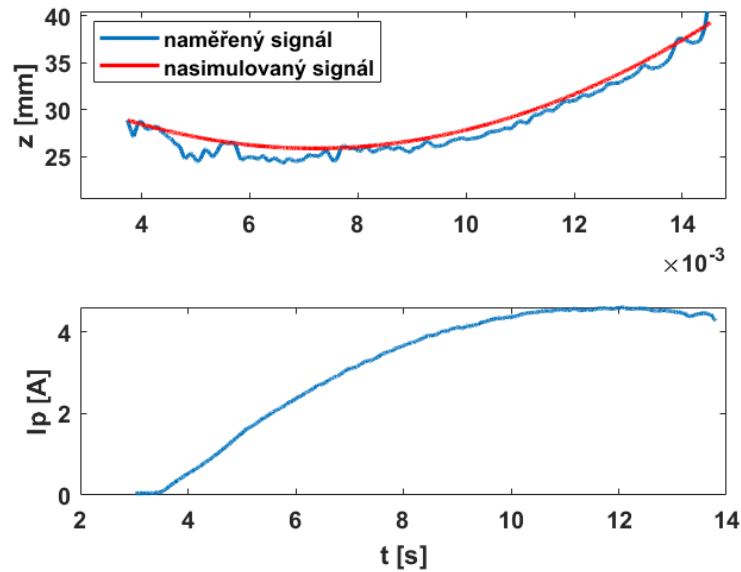
Ve stavovém popisu systému se nachází konstanty, jejichž hodnoty neznáme. Proto musí být provedena identifikace modelu. Ta byla provedena vlastně stejně jako v podkapitole 2.2. A bude se identifikovat model vertikálních pohybů bez vlivu magnetického pole poloidálních cívek. Stavový popis systému ale závisí na magnetické indukci poloidálních cívek, proto položíme B_x rovno nule. K určení modelu budou potřeba naměřená data vertikální polohy plazmatu, ty získáme vypočtením z naměřených dat Mirnovovými cívkami pomocí vzorců z 1.1.1.

Poté tedy dostaneme identifikovaný model

$$\begin{pmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,9302 & 638,2608 \\ 0,0053 & -1,7448 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 & -1,6667 \cdot 10^6 \\ a_2 & -3,2214 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$y = (0,0010 \quad -55,4409) \begin{pmatrix} z \\ \dot{z} \end{pmatrix}.$$

Chyba tohoto odhadu byla určena v rámci výpočtu funkce ssest na 0.6 mm. Tento model byl identifikován jen pro vertikální pohyby plazmatu bez ovlivnění magnetickým polem cívek poloidálního pole a tedy při určování byl vektor B_x nulový. Proto musíme ještě určit koeficienty a_1 a a_2 , pomocí kterých zahrneme vliv magnetického pole cívek poloidálního pole.



Obrázek 3.1: (výboj číslo #36014) V horním grafu je vykreslena vertikální poloha plazmatu, přičemž modrý je naměřený signál, červený nasimulovaný signál a černý je rozdíl nasimulovaného a naměřeného signálu. V dolním grafu je vyobrazen proud plazmatem.

Jak je vidět na Obr. 3.1, tak rozdíl nasimulovaného a naměřeného signálu je především v šumu na diagnostice. Můžeme tedy předpokládat, že model vertikálních pohybů plazmatu bez ovlivnění magnetickým polem poloidálních cívek byl určen správně.

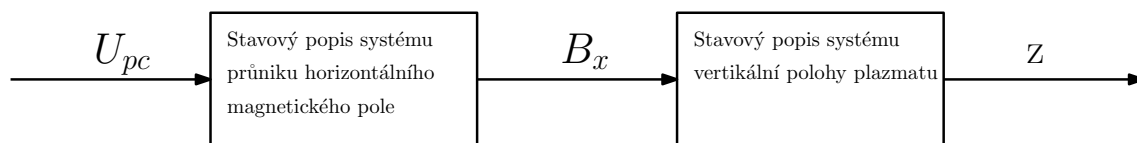
3.2 Složený model

K určení vertikální polohy plazmatu je potřeba do modelu zahrnout vše, co ji ovlivňuje. V předešlé podkapitole byl určen model, který zahrnoval vliv okolí ale bez vlivu poloidálních cívek.

K sestavení úplného modelu vertikální polohy plazmatu využijeme model průniku magnetického pole do komory z kapitoly 2

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{I}_{PC} \\ \dot{\xi} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{R_{PC}}{L_{PC}} & 0 & 0 \\ N \cdot |B_{id}| & A_{id} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{PC} \\ \xi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_{PC}} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} U_{PC} \\ y &= (N \cdot |D_{id}| \quad C_{id}) \begin{pmatrix} I_{PC} \\ \xi \end{pmatrix} + 0 \cdot U_{PC}. \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Jelikož z tohoto modelu při dosazení identifikovaných matic pro horizontální magnetické pole dostaneme horizontální magnetické pole v komoře, které jedním ze vstupů do modelu vertikální polohy plazmatu. Jeden způsob je ten, že nejprve se nasimuluje průnik horizontálního magnetického pole a výsledný signál se potom dosadí modelu vertikálních pohybů plazmatu.



Obrázek 3.2: Schéma složení stavových popisů systému průniku horizontálního magnetického pole a vertikální polohy plazmatu.

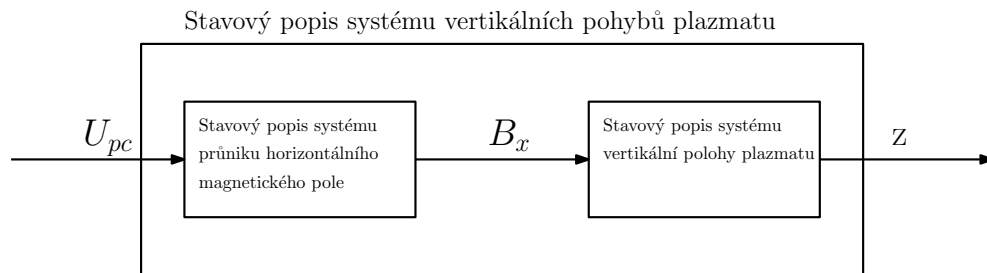
Oba modely se ale musí složit, aby se daly použít Kalmanův, ten totiž potřebuje jeden stavový popis systému. Složení je provedeno pomocí MATLAB funkce `series` [23]. Tato funkce je pro tento jednoduchý případ přímé násobení stavových popisů systému.

$$sys = sys1 * sys2, \quad (3.2.2)$$

kde sys je výsledný stavový popis systému, $sys1$ první stavový popis (pro nás to je stavový popis systému průniku horizontálního magnetického pole) a $sys2$ druhý stavový popis (pro nás: stavový popis systému vertikální polohy plazmatu).

Násobení stavových popisů mezi sebou [24] pro stavové popisy $sys1$ s maticemi A_1, B_1, C_1 a D_1 a $sys2$ s maticemi A_2, B_2, C_2 a D_2 je definované

$$\begin{pmatrix} A_1 & B_1C_2 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B_1D_2 \\ D_2 \end{pmatrix}, \quad (C_1 \ D_1C_2), \quad (D_1D_2). \quad (3.2.3)$$



Obrázek 3.3: Schéma složení stavových popisů systému průniku horizontálního magnetického pole a vertikální polohy plazmatu pomocí jejich násobení.

Z důvodu jednodušší budoucí práce s modelem byl systém rozdělen na výpočet proudu cívkami poloidálního pole a na pohyby plazmatu v závislosti na proudu v cívkách poloidálního pole.

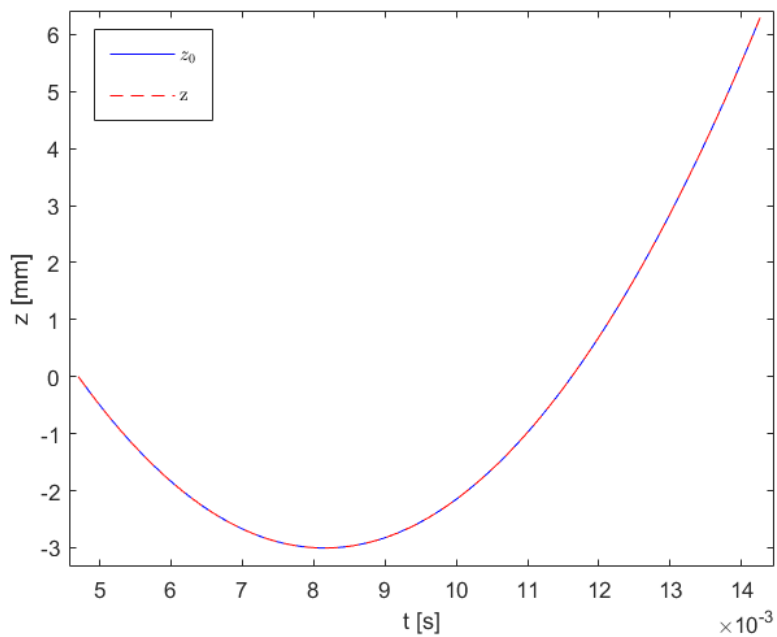
Po složení stavových popisů systémů dostaneme výsledný stavový popis systému vertikální polohy plazmatu. A tudíž máme výsledný model vertikálních pohybů plazmatu.

$$\begin{pmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{id} & A_{id}B_{zj} \\ 0 & A_{zj} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{id}D_{zj} \\ D_{zj} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{PC} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$z = (C_{id} \ D_{id}C_{zj}) \begin{pmatrix} z \\ \dot{z} \end{pmatrix} + (D_{id}D_{zj}) \begin{pmatrix} I_{PC} \\ 1 \end{pmatrix},$$

kde A_{zj}, B_{zj}, C_{zj} a D_{zj} jsou identifikované matice stavového popisu systému pro vertikální polohu plazmatu bez ovlivnění horizontálním polem poloidálních cívek z předešlé podkapitoly.

Ověření složení modelu probíhalo pomocí srovnání výsledků identifikovaného modelu z předešlé kapitoly a složeného modelu, jehož vektor proudu v poloidálních cívkách položíme nule. Oba nasimulované signály jsou vidět na Obr. 3.4. Oba signály se evidentně shodují, tedy při nulovém proudu v poloidálních cívkách složený model funguje správně.



Obrázek 3.4: Graf závislosti vertikální polohy plazmatu na čase. z_0 je nasimulovaný signál z identifikovaného v předešlé kapitole a z je nasimulovaný signál ze složeného modelu, kde je vektor proudu v poloidálních cívkách roven nule.

Tento model ještě není výsledný. Identifikovaný model z předchozí části byl totiž určen je pro vertikální posuvy plazmatu bez ovlivnění magnetickým polem cívek poloidálního pole. A tedy je nutné ještě identifikovat vliv magnetického pole na vertikální pozici plazmatu.

Závěr

Kalmanův filtr se stává užitečným nástrojem nejen v průmyslových aplikacích jako například GPS, ale i ve výzkumu na tokamacích. Jeho hlavní výhoda totiž spočívá v tom, že se neskládá pouze z naměřených dat diagnostikami, ale používá také model. Proto jsme schopni kromě odstranění šumu z dat také predikovat stav sledované proměnné, což je velice žádané. Naším cílem bylo položit základy pro využití Kalmanova filtru k rekonstrukci vertikální polohy plazmatu na tokamaku GOLEM. Dle našeho vědomí se po dokončení bude jednat o první aplikaci Kalmanova filtru k rekonstrukci vertikální polohy plazmatu.

V této práci jsme se zabývali vývojem modelu vertikálních pohybů plazmatu na tokamaku GOLEM pro Kalmanův filtr. Výsledný model byl složen z modelu vertikálních pohybů plazmatu a z modelu průniku magnetického pole cívek poloidálního pole do komory.

V první části jsme vytvářeli model průniku magnetického pole do komory. Tuto část jsme rozdělili do tří kroků. V prvním kroku byl určen vzorec pro výpočet vlastní indukčnosti systému pro systém poloidálních cívek, který byl experimentálně ověřen pro současné zapojení se 4 závitů. V dalším kroku byl identifikován model ovlivnění magnetického pole komorou a kožuchem. V tomto kroku jsme také dle našeho vědomí jako první určili časovou konstantu kožuchu $\tau = 15,46$ ms, přičemž původní odhadované hodnoty byly pod 2 ms. Proto byla její hodnota ověřena teoretikem z ÚFP Vadimem Yanovskiym, Ph.D. Dále byla také určena hodnota časové konstanty komory $\tau = 0,98$ ms. V posledním kroku byl vytvořen výsledný model průniku magnetického pole do komory složením identifikovaného modelu z předchozího kroku a diferenciální rovnice pro průběh proudu v cívkách poloidálního pole. Jelikož v době psaní této práce probíhala výměna proudových zdrojů a přemotávání cívek poloidálního pole, byl tento model využit k optimalizaci počtu závitů cívek. Optimum závitů bylo stanoveno mezi třemi a šesti závitů, kdy jejich počet bude záviset na tom, zda bude požadováno silnější magnetické pole anebo jeho rychlejší reakce.

Ve druhé části byl vyhotoven model vertikálních posuvů plazmatu. Tento model byl složen z identifikovaného modelu vertikálních posuvů plazmatu a z modelu průniku magnetického pole do komory. V rámci bakalářské práce byl identifikován

pouze model vertikálních posuvů plazmatu bez ovlivnění cívkami poloidálního pole. A tedy i náš výsledný model je funguje jen pro případy, kdy není vertikální poloha plazmatu usměrněna signálem z cívek poloidálního pole. Aby model byl úplný musí se ještě identifikovat model vertikální posuvů plazmatu s ovlivněním signálem cívek poloidálního pole. Metodu na identifikaci navrhuji.

Aby se našla správná váha pro Kalmanův filtr, musí se určit důvěryhodnost modelu. Tedy odhad modelů by měl udělat odhad modelů z vícero výbojů, my jsme totiž odhady dělali jen z jednoho. A dále by se také měly porovnat nasimu-
lovaná data nejen s hodnotami získanými z Mirnovových cívek, z jejichž signálu jsme odhady dělali, ale také s daty z rychlých kamer, které jsou přesnější. Po vytvoření úplného modelu vertikálních posuvů plazmatu je dalším krokem vytvoření Kalmanova filtru se zahrnutím veškerých dostupných diagnostik. Výsledný model se nemusí použít jen pro Kalmanův filtr, ale i pro vytvoření PID regulátoru.

Literatura

- [1] INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, Fusion Physics, , IAEA, Vienna (2012).
- [2] KOČMAN, Jindřich. Řízení polohy plazmatického prstence na tokamaku GOLEM. Praha, 2015. Diplomová práce. ČVUT.
- [3] KUDLÁČEK, Ondřej. Řízení polohy plazmatu v tokamaku COMPASS s přihlédnutím k tlumicímu efektu vodivé komory zařízení, diplomová práce, ČVUT, 2011
- [4] MARKOVIČ, Tomáš. Magnetic field configuration and their measurement on tokamak GOLEM. Praha, 2010. Bakalářská práce. České vysoké učení technické. Vedoucí práce Ivan Ďuraň.
- [5] KOČMAN, Jindřich. Zpětnovazební řízení polohy na tokamaku GOLEM. Praha, 2011. Bakalářská práce. České vysoké učení technické. Vedoucí práce Vojtěch Svoboda.
- [6] T. Odstrčil, M. Odstrčil, O. Grover, V. Svoboda, I. Ďuraň, and J. Mlynář , "Low cost alternative of high speed visible light camera for tokamak experiments", Review of Scientific Instruments 83, 10E505 (2012) <https://doi.org/10.1063/1.4731003>
- [7] Balboa, It Silburn, S Karhunen, Juuso Carvalho, P. Huber, A Solano, Emilia Çal, Esma Losada Rodríguez, Ulises. (2020). Observations with fast visible cameras in high power Deuterium plasma experiments in the JET ITER-like wall tokamak. Nuclear Materials and Energy. 25. 10.1016/j.nme.2020.100837.
- [8] DUFKOVÁ, Edita. Bolometrická měření celkového vyzářeného výkonu vysokoteplotního plazmatu tokamaku CASTOR. Praha, 2018. Bakalářská práce. České vysoké učení technické. Vedoucí práce Valdimír Weinzettl.
- [9] LEITL, Bořek. Bolometrická měření na tokamaku GOLEM. Praha, 2014. Bakalářská práce. České vysoké učení technické. Vedoucí práce Vojtěch Svoboda.

- [10] Maybeck, Peter S. 1979. Stochastic Models, Estimation, and Control, Volume 1, Academic Press, Inc.
- [11] T.O.S.J. Bosman, O. Kudláček, E. Fable, M. van Berkel, F. Felici, A. Bock, T. Luda, M.R. de Baar, Kalman filter density reconstruction in ICRH discharges on ASDEX Upgrade, Fusion Engineering and Design, Volume 170, 2021, 112510, ISSN 0920-3796, <https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2021.112510>
- [12] F. Felici et al 2011 Nucl. Fusion 51 083052
- [13] Brunton, S., Kutz, J. (2019). Data-Driven Science and Engineering: Machine Learning, Dynamical Systems, and Control. Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/9781108380690
- [14] De Jong, P., Zehnwirth, B. (1983). Claims reserving, state-space models and the Kalman filter. Journal of the Institute of Actuaries, 110(1), 157-181. doi:10.1017/S0020268100041287
- [15] ELLIOTT, Robert Stratman. Electromagnetics: history, theory, and applications. New York: IEEE Press, 1993. ISBN 9780780353848.
- [16] FEYNMAN, Richard Phillips, Robert B. LEIGHTON a Matthew SANDS. Feynmanovy přednášky z fyziky: revidované vydání s řešenými příklady. 2. vydání. Přeložil Ivan ŠTOLL. Praha: Fragment, 2013. ISBN 978-80-253-1643-6.
- [17] O. Kudlacek et al, Cleaning of the Eddy Current Effects From Magnetic Diagnostics, IEEE Transactions on Plasma Science, 47 (1), 858-863, 2019
- [18] Ssest. MathWorks [online]. [cit. 2021-6-23]. Dostupné z: <https://se.mathworks.com/help/ident/ref/ssest.html>
- [19] VALOVIČ, Martin. CONTROL OF PLASMA POSITION THE CASTOR TOKAMAK. Czechoslovak Journal of Physics. 1989.
- [20] ALBANESE, R a RUBINACCI, G. Integral formulation for 3D eddy-current computation using edge elements. IEE Proc. A. 1988, , 457–62.
- [21] Obvody stejnosměrného proudu: Zdroj stejnosměrného proudu a jeho vlastnosti. SPŠE Mohelnice [online]. [cit. 2021-6-23]. Dostupné z: <http://old.spsemoh.cz/vyuka/zae/el4.htm>
- [22] SEDLÁK, Bedřich a Ivan ŠTOLL. Elektřina a magnetismus. Vyd. 3., V nakl. Karolinum 2. Praha: Karolinum, 2012. ISBN 978-80-246-2198-2.

- [23] Series. MathWorks [online]. [cit. 2021-7-12]. Dostupné z: <https://se.mathworks.com/help/control/ref/lti.series.html>
- [24] Control System Toolbox For Use with MATLAB [online]. [cit. 2021-7-12]. Dostupné z: <http://www.ie.tec.ac.cr/einteriano/control/matlab/usingcontrol.pdf>