



Trojanova 13, 120 00 Praha 2

### Posudek vedoucího bakalářské práce

**Autor práce:** Adam Šumník  
**Název práce:** Základní aspekty metody Markov Chain Monte Carlo  
**Vedoucí práce:** doc. Jan Vybíral

#### Téma předkládané práce:

Předkládaná bakalářská práce studenta Adama Šumníka se zabývá simulační metodou Markov Chain Monte Carlo (MCMC), jejími základními aspekty včetně její implementace v několika základních příkladech. V první kapitole student rekapituluje základní pojmy a označení týkající se Markovských řetězců (Markovova vlastnost, matice přechodu, redukovatelnost, perioda, stacionární distribuce, čas prvního příchodu a čas prvního návratu, reversibilita řetězce). Druhá kapitola tvoří jádro celé práce a představuje základy metody MCMC. Výklad začíná příkladem správného  $q$ -barvení, který motivuje celý koncept MCMC. Poté student definuje Metropolisův algoritmus a Glauberovu dynamiku. Diskutované příklady dále zahrnují i Hardcore model či Isingův model. V sekci 2.5 poté následuje implementace těchto algoritmů. Pro úspěch metody MCMC je klíčové stanovit počet potřebných iterací, který závisí na rychlosti konvergence distribuce příslušného Markovského řetězce k jeho stacionární distribuci. Tomu je věnována třetí kapitola, kde je nejprve zavedena tzv. *celková variační vzdálenost* dvou distribucí a několik jejich ekvivalentních vyjádření, včetně metody párování. Klíčovým pojmem je poté *čas mixingů*, jehož horní i dolní odhady pro problém míchání karet jsou uvedeny ve čtvrté kapitole.

#### Splnění požadavků zadání:

Student splnil zadání práce, představil základní koncepty metody MCMC a věnoval se pojmu čas mixingů a příslušným horním a dolním odhadům. Dále implementoval příslušné algoritmy na několik klasických příkladů, včetně hardcore modelu, Isingova modelu a míchání karet.

**Obsahová úroveň práce:**

Práce je zpracována solidně, všechny matematické pojmy jsou pečlivě definovány a doplněny motivačními příklady. Matematická odvození prezentovaná v práci jsou vesměs korektní. Výsledky numerických simulací přehledně doplňují teoretické základy. Pouze kapitola 4.1.1. o pojmu silně stacionárního času je podána velmi formalisticky a zahltí čtenáře osmi definicemi bez většího množství doplňujících komentářů či příkladů. Taktéž by bylo vhodné doplnit i celou čtvrtou kapitolu vhodně vybranými numerickými simulacemi.

**Vlastní práce studenta:**

Student pracoval velmi samostatně a i ve ztížených podmínkách distanční výuky a online konzultací si se zpracováním práce poradil. Použitá literatura je psána vesměs anglicky a určena především doktorandům a matematikům se zájmem o danou oblast. Proto velmi oceňuji, že se studentovi podařilo danou problematiku z těchto zdrojů nastudovat a přehledně zpracovat.

**Závěr:** Bakalářskou práci doporučuji k obhajobě a navrhuji klasifikovat známkou

**velmi dobře (B).**

V Praze, 9. 8. 2021

doc. Jan Vybíral