

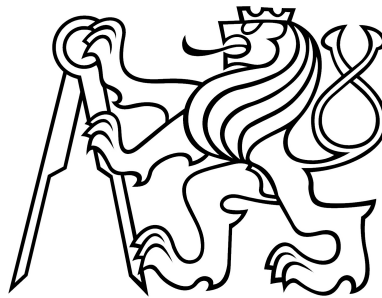
ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

Katedra ocelových a dřevěných konstrukcí

**Stabilita a únosnost vzpínadlových tlačných prutů
z nerezové oceli**

Stability and Strength of Stainless Steel Prestressed
Stayed Columns



Disertační práce k získání titulu Ph.D.

Ing. Radek Píchal

Školitel: prof. Ing. Josef Macháček, DrSc.

Praha, 2021



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

Thákurova 7, 166 29 Praha 6

PROHLÁŠENÍ

Jméno doktoranda: Ing. Radek Píchal

Název disertační práce: Stabilita a únosnost vzpínadlových tlačných prutů z nerezové oceli

Prohlašuji, že jsem předloženou disertační práci vypracoval samostatně pod vedením školitele Prof. Ing. Josefa Macháčka, DrSc.

Použitá literatura, normy a další důležité materiály pro vypracování této disertační práce jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Disertační práce vznikla v souvislosti s řešením projektů:

GAČR grant No. 103/13/25781S

GAČR No. 17-24769S

SGS19/150/OHK1/3T/11

V Praze dne

.....
Ing. Radek Píchal

Poděkování

Předložená disertační práce byla vypracována na Fakultě stavební ČVUT v Praze v letech 2014-2021.

Poděkování patří zejména školiteli Prof. Ing. Josefu Macháčkovi, DrSc, který pro mne vytvořil nejlepší podmínky pro napsání disertační práce, za jeho stálou a intenzivní podporu a za jeho věcné a důležité poznámky a rady v průběhu celého studia, které pro mne a pro napsání disertační práce byly zásadní.

Poděkování také patří katedře ocelových a dřevěných konstrukcí za poskytnuté zázemí a komfort v průběhu studia. Dále bych chtěl poděkovat zbylým členům, kolegům katedry ocelových a dřevěných konstrukcí za jejich vstřícnost a konzultace při tvorbě numerického modelu v programu Ansys.

V neposlední řadě bych chtěl poděkovat pracovníkům Experimentálního centra FSv, které se podílelo na celé experimentální části disertační práce a katedře speciální geodézie za provedení měření deformací při zatěžování experimentálně zkoušených vzpínadlových sloupů.

Poděkování také patří mé rodině a přátelům za jejich podporu a trpělivost v průběhu mého studia.

Předložená disertační práce byla podpořena granty GAČR a SGS.

Obsah

1	Úvod	1
1.1	Korozivzdorné oceli	1
1.2	Rozdělení korozivzdorných ocelí	3
1.3	Použití v konstrukcích	4
1.4	Vzpínadlové pruty z nerezové oceli	6
1.4.1	Geometrie a funkčnost předpjatých vzpínadlových prutů	6
1.5	Rozsah předložené práce	9
2	Současný stav problematiky	10
2.1	Studie kritického zatížení	10
2.2	Studie vlivu počáteční geometrické imperfekce centrálního nosného prutu vzpínadel	18
2.3	Studie pokritického působení	22
2.4	Současné studie vzpínadlových prutů	23
2.5	Experimentální studie a experimenty na ČVUT FSv	28
2.5.1	Zkušební vzorky	28
2.5.2	Měření deformací	29
2.5.3	Měření napjatosti	32
2.5.4	Průběh experimentů	32
2.5.5	Výsledky experimentů vzpínadlových prutů	33
3	Cíle disertační práce	36
4	Experimentální část	38
4.1	Úvod	38
4.2	Materiálové zkoušky	38
4.2.1	Příprava vzorků	38
4.2.2	Průběhy zkoušek	41
4.2.3	Zkušební vzorek – trubka TR25x1,5 mm	41
4.2.4	Zkušební vzorek – trubka TR50x2,0 mm	43
4.3	Závěr	45
5	Teoretická část	46
5.1	Numerický MKP 3D model	46

5.1.1	Modelování vzpínadlových prutů.....	47
5.1.2	Uspořádání modelu a okrajové podmínky.....	48
5.1.3	Kluzný kontakt	52
5.1.4	Nastavení počátečních geometrických podmínek v souladu s Eurokódem	55
5.1.5	Předpínání vzpínadla, zatěžování a nelineární řešení.....	56
5.2	Validace numerického modelu	58
5.2.1	Validace numerického modelu – 1. test	60
5.2.2	Validace numerického modelu – 2. test	62
5.2.3	Validace numerického modelu – 3. test	64
6	Analytické řešení – vzpínadlo s jedním křížem.....	68
6.1	Analytické řešení pro 3D konstrukci – vzpínadlo s jedním křížem	68
7	Parametrické studie – vzpínadlo s jedním křížem.....	71
7.1	Geometricky nelineární analýza s imperfekcemi – GNIA	71
7.1.1	GNIA – ověření analytických studií pro zónové chování vzpínadel.....	72
7.2	Geometricky a materiálově nelineární analýza s imperfekcemi –.....	76
	GMNIA	76
7.2.1	Vliv kluzného uložení lan na kříži pro různé imperfekce centrálního prutu vzpínadla.....	77
7.3	Výsledné zhodnocení parametrické numerické studie – porovnání GNIA/GMNIA pro kluzné a pevné uložení vzpínadla s jedním křížem.....	85
8	Analytické a numerické řešení pro vzpínadlo se dvěma kříži	87
8.1	Analytické řešení vzpínadel se dvěma kříži	88
8.1.1	LBA, prutový model – stanovení kritických zatížení.....	89
8.1.2	Analytické řešení – geometrická analýza	90
8.2	Numerické řešení vzpínadel se dvěma kříži v GNIA a GMNIA.....	96
8.2.1	GNIA – symetrický tvar počáteční imperfekce.....	98
8.2.2	GNIA – antisymetrický tvar počáteční imperfekce.....	100
8.2.3	GMNIA – symetrický tvar počáteční imperfekce	101
8.2.4	GMNIA – antisymetrický tvar počáteční imperfekce	102
8.3	Porovnání výsledků studie vzpínadel s jedním a dvěma kříži.....	103

9	Závěr.....	104
9.1	Experimentální výzkum.....	104
9.2	Numerická část	105
9.3	Přínos k řešené problematice.....	105
9.4	Náměty pro další výzkum.....	106
	Literatura.....	107
	Vlastní publikace	110

1 Úvod

1.1 Korozi vzdorné oceli

Po objevu niklu, molybdenu a chromu v 18. století byly koncem 19. století prováděny metalurgické pokusy se slitinami železa a těchto kovů. První patent pro chromniklové austenitické oceli si podali v Německu Maurer a Strauss v roce 1912. V následujícím roce byla v Sheffieldu poprvé průmyslově odlita martenzitická chromniklová ocel (Harry Brearley) a následně v USA feritické a další druhy chromniklových ocelí. Výrobci a zpracovatelé začali pro tyto oceli užívat různá obchodní jména. Slovo ušlechtilá ocel, bez dodatku "korozi vzdorná", pro jejich označování nestačí, protože k ušlechtilým ocelím patří i skupiny ušlechtilých konstrukčních ocelí ložiskových, rychlořezných a nástrojových s úplně jinými užitnými vlastnostmi. V současnosti se pro nerezovou ocel používá anglický název "Stainless steel" (ocel bez poskvrny) a v češtině normový název "korozi vzdorná ocel"[1].

Pojem korozi vzdorná (nerezová) ocel je velice široký pojem pojmenovávající velkou skupinu legovaných ocelí, které jsou definovány různým obsahem železa, chromu, niklu a molybdenu. V porovnání s typy nelegovaných ocelí obsahují tyto oceli min. 10,5 % Cr. Právě vysoký obsah chromu za přítomnosti niklu, molybdenu, dusíku a dalších prvků rapidně zvyšuje těmto typům ocelí jejich protikorozi odolnost. Samotná funkce niklu jako příměsi má zásadní vliv na výsledné mechanické vlastnosti a mikrostrukturu slitiny. Další prvky ovlivňují např.:

- Niob, titan: odolnost proti mezikystalové korozi.
- Dusík: pevnost, korozi odolnost.
- Síra: obrobitelnost.
- apod.

Použití těchto příměsí při výrobě legovaných ocelí vede ke značnému množství druhů chromniklových ocelí pro nejrozmanitější oblasti použití, které mají konstruktéři, zpracovatelé a uživatelé k dispozici, ať už se jedná o stavitelství, technologické využití ve strojírenství, letectví a jiná technologická odvětví nebo potravinářský průmysl.

Korozi vzdorné oceli se uplatňují jako válcované a kované oceli i jako odlitky. Základní úpravou povrchu je odstranění okují, dále je možno povrch upravovat broušením - vlhkým a suchým (obr. 1.1), leštěním - mechanickým a elektrickým, modelováním - válcováním mode-



lovacími válci (obr. 1.2), otryskáním, elektrolytickým barvením (obr. 1.3), leptáním (obr. 1.4) a kombinováním těchto úprav (obr. 1.5) [1].



Obr. 1.1 - Úpravy povrchu nerezové oceli – broušení



Obr. 1.2 - Úpravy povrchu nerezové oceli – modelování



Obr. 1.3 - Úpravy povrchu nerezové oceli - elektrolytické barvení



Obr. 1.4 - Úpravy povrchu nerezové oceli - leptání



Obr. 1.5 - Úpravy povrchu nerezové oceli - modelování a barvení

1.2 Rozdělení korozivzdorných ocelí

Korozivzdorné oceli jsou podle jejich mikrostruktury rozděleny do pěti skupin: feritické, martenzitické, precipitačně vytvrzené, austenitické a duplexní (austeniticko-feritické). Přidáváním různých prvků (Mo, Cu, Nb, Al, V atd.) a speciálním tepelným zpracováním se výrazně zvyšuje pevnost a mez kluzu.

Jednotlivé druhy korozivzdorných ocelí jsou označovány chemickými značkami nebo číslem materiálu. V současné době, po zavedení evropských norem, se dává přednost materiálovým číslům, např.:

- a) materiál 1.4511 s feritickou strukturou,
- b) materiál 1.4313 s martenzitickou strukturou,
- c) materiál 1.4301 s austenitickou strukturou,
- d) materiál 1.4462 s duplexní (austeniticko-feritickou) strukturou.

Právě procentuální zastoupení jednotlivých příměsí dodává každému typu oceli vlastnosti, které definují jejich využití v praxi.

Např.: Feritické oceli jsou korozivzdorné oceli s nejnižším obsahem chrómu (obsah 11÷17 % Cr). Feritické oceli mají dobrou korozní a žárovou odolnost, ale jejich nevýhodou je nízká houževnatost, citlivost na povrchová porušení (vruby) a horší svařitelnost. Podobně jako tvrdší martenzitické oceli jsou náchylné k mezikrystalové korozi.

Austenitické oceli s 17,0÷19,0 % Cr a 8,5÷14,5 % Ni skýtají obzvlášť příznivou kombinaci zpracovatelnosti, mechanických vlastností a odolnosti proti korozi. Jsou proto vhodné pro mnoho účelů použití a jsou nejvýznamnější skupinou korozivzdorných ocelí. Nejdůležitější vlastností této skupiny ocelí je vysoká korozní odolnost, která se s narůstajícím obsahem legur zvyšuje.

Austeniticko-feritické oceli, které se vzhledem k jejich dvěma složkám mikrostruktury označují jako oceli duplexní, získávají stále na významu. To platí především pro ocel 1.4462 (X2CrNiMoN22-5-3 a tedy obsahuje asi 22% Cr, cca 5% Ni, cca 3% Mo a dusík). To vede k získání austeniticko-feritické struktury (zpravidla 50:50). Smluvní mez kluzu 0,2 je výrazně vyšší než u austenitických ocelí, značně vyšší je i mez pevnosti. Přitom se dosahuje dobrých hodnot houževnatosti. Dále je třeba zdůraznit jejich dobrou únavovou pevnost, a to i v korozivním prostředí [3].

1.3 Použití v konstrukcích

Od roku 1920, kdy začala být nerezová ocel využívána jako konstrukční materiál, je její rozšíření ve všech oblastech možného využití v současné době běžnou záležitostí. Ačkoli hraje zásadní roli ve výběru materiálu vždy cena, v současnosti je i tento vliv z hlediska počáteční investice s ohledem na vysokou recyklovatelnost nerezových ocelí a téměř nulovou bezúdržbovost tohoto materiálu pomíjen. Právě vysoká korozní odolnost, atraktivní vzhled, dobrá zpracovatelnost a svařitelnost je pro austenitické nebo duplexní oceli (dnes už i pro feritické nízkolegované oceli) značnou výhodou oproti klasickým uhlíkovým ocelím, které musí být opatřeny protikorozní ochranou, která musí být po dobu životnosti navrhované konstrukce kontrolována a několikrát v průběhu životnosti konstrukce i kompletně obnovena. Tento faktor je následně v celkovém porovnání hospodárnosti konstrukce rozhodující a navrhovanou konstrukci z běžné uhlíkové oceli dělá v konečném důsledku dražší.

Sortiment válcovaných výrobků z korozivzdorných ocelí je už v dnešní době velice bohatý. Tudíž, už i zde je výhoda provedení téměř jakýkoliv konstrukcí, které jsou běžně navrhovány z uhlíkových ocelí pomocí široké škály válcovaných profilů. Nespornou výhodou nerezových ocelí je možnost úpravy povrchu finálních výrobků, které budou na konstrukci použity. Zmíněná úprava povrchu je uvedena na obr. 1.1-1.5. Právě způsoby úpravy finálního povrchu předurčují použití korozivzdorných ocelí pro finální povrchy objektů, jako jsou fasády, výplňové prvky zábradlí, obkladové pohledové prvky apod. (obr. 1.6).

Hlavní využití tohoto typu oceli není jen v architektuře a stavitelství. V současnosti jsou korozivzdorné oceli hojně využívány ve všech odvětvích průmyslu (chemického, energetického, potravinářského i hutního atp.) nebo v domácnosti. Ať už se jedná o nerezové nádoby pro výrobu piva, vína nebo jsou tyto oceli používány v gastro provozu jako pracovní a úložné plochy z toho důvodu, že tyto oceli jsou vůči okolnímu prostředí vysoce inertní a snášejí silné detergenty, jejichž používání je z důvodu dezinfikování povrchů nutné (obr. 1.7).



Obr. 1.6 - Mrakodrap Chrysler (New York), monument The Gateway Arch (St. Luis) [5],[6]



Obr. 1.7 – Varné pивní tanky, raketa Starship firmy SpaceX[37],[38]

Další příklady využití korozivzdorné oceli v moderní architektuře, ať už u občanských či jiných staveb lze nalézt v [7].

1.4 Vzpínadlové pruty z nerezové oceli

S vývojem moderní architektury a použití stavebních materiálů dochází úměrně i ke zvyšování požadavků na konstrukční náročnost a vzhled nových staveb. Požadavky architektů směřující k návrhu subtilních velkorozponových nosných konstrukcí, nebo subtilních nosných prvků, vedou k potlačení viditelnosti nosné konstrukce a k otevření vnitřního prostoru stavby. Tento trend se týká celé oblasti stavebnictví, ať už dřevěných, betonových nebo ocelových konstrukcí. Právě předpjaté konstrukce jsou jedním z používaných typů konstrukcí, které dokážou tyto požadavky naplnit.

Díky tomu dochází v poslední době k uplatnění předpjatých konstrukcí z běžných ocelí uhlíkových i korozivzdorných. Publikované teoretické studie předepnutých vzpínadlových prutů se zabývaly pouze předepnutými sloupy z běžné oceli, zatímco použití nerezových ocelí nebylo dosud podrobněji zkoumáno - i když jejich použití je v praxi časté. Díky použití nerezové oceli odpadá nutnost aplikace korozivzdorné ochrany a přirozený materiálový vzhled povrchu bez této povrchové úpravy splňuje vyšší požadavky architektů. Příklady použití těchto typů konstrukcí jsou na obr. 1.7.



Obr. 1.7 – Vzpínadlové pruty budov v Londýně a opěry výtahu Grande Arche v Paříži

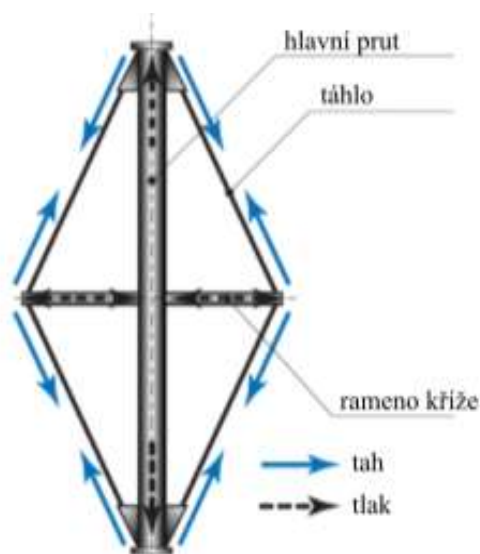
1.4.1 Geometrie a funkčnost předpjatých vzpínadlových prutů

Předpjaté vzpínadlové pruty jsou elegantní konstrukční prvky s geometrií uspořádanou dle obr. 1.8. Jedná se o hlavní centrální nosný prut, ke kterému jsou připojeny tzv. vzpínadlové kříže v polovině délky centrálního prutu, resp. podle počtu vzpínadlových křížů je jejich rozmístění po délce centrálního nosného prutu symetrické v n -tinách celkové délky prutu. Vzpínadlová konstrukce je pak tvořena připojením předpínacích lan nebo táhel k centrálnímu nosnému prutu a koncům ramen vzpínadlových křížů.

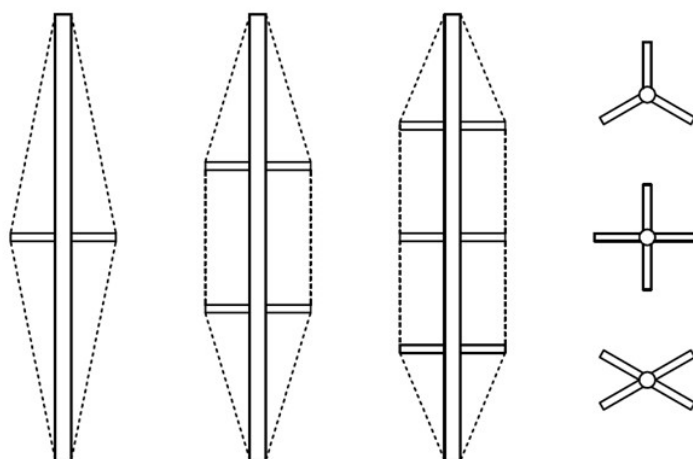
Aktivací předpínacích lan nebo táhel dochází k vnesení tlakových napětí do centrálního nosného prutu a ramen vzpínadlového kříže, která jsou následně sčítána s působením vnějších

zatížení. Podle velikosti předpětí v předpínacích lanech/táhlech dochází ke stabilizaci centrálního nosného prutu a tím ke zvýšení celkové vzpěrné únosnosti vzpínadla pro vnější zatížení. Kritické zatížení hlavního prutu se může pohybovat mezi Eulerovou silou pro prut bez táhel a násobkem této síly podle počtu křížů (např. pro jeden kříž s nekonečně tuhými rameny a nekonečně tuhými táhly, tj. prut v místě křížení vetknutý, se zvětší kritické zatížení 8,18 krát). Výrazně se tak zvýší i únosnost. Vždy je to závislé na celkové geometrii vzpínadla, tedy na poměru tuhostí jeho jednotlivých komponent.

Provedení samotných vzpínadlových křížů, resp. jejich konstrukčních tvarů, je ukázáno na obr. 1.9.



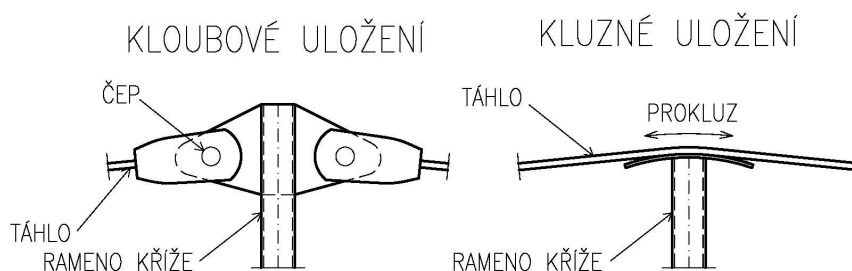
Obr. 1.8 - Princip působení vnitřních sil na vzpínadlové konstrukci



Obr. 1.9 – Uspořádání křížů vzpínadlových konstrukcí

Podle obr. 1.9 je patrné, že tento typ konstrukcí má z hlediska tvarové rozmanitosti mnoho variant konstrukčního provedení. Experimentální výzkum na FSv ČVUT se zaměřil na variantu jednoho vzpínadlového kříže přivařeného v polovině délky hlavního nosného prutu, kdy ramena kříže mezi sebou svírají pravý úhel.

Studie provedené ve světě i teoretické výpočty a práce uvažují pevné uchycení táhel ke kříži (pomocí čepů). V experimentech na Fakultě stavební provedených v roce 2012 [32] se použila jako táhla lanka s kluzným uložením na kříži v sedlech. Rozdíl v tomto uložení je ukázán na obr. 1.10.



Obr. 1.10 - Rozdíl ve způsobu uložení lan na vzpínadlový kříž

Výhodou kluzného uložení lana je jednodušší a rychlejší montáž lan na konstrukci. Lana nejsou dělena a počet uchycení je redukován. Nevýhodou je naopak určité snížení hodnoty kritické síly i únosnosti vzpínadla, neboť síly v lanech (zanedbá-li se vliv tření v sedle) jsou identické.

1.5 Rozsah předložené práce

Předložená práce shrnuje v kapitole 2 současný stav výzkumu chování předpjatých tlačných vzpínadlových prutů z běžné uhlíkové oceli. Jedná se o stabilitu štíhlých tlačných vzpínadlových prutů, které byly pomocí teoretických výpočtů i numerických modelů porovnávány s provedenými experimenty. Rešerše zahrnuje práce od 70. let minulého století až po současný výzkum doložený literaturou popisující průběh a výsledky experimentů a jejich ověření pomocí parametrických numerických 2D modelů.

Problematika těchto konstrukcí byla na Katedře ocelových a dřevěných konstrukcí již zkoumána doktorandkou K. Servítovou/Vrbovou, která provedla testy tří předpjatých tlačných vzpínadlových prutů z nerezové oceli, avšak nebyly podrobně vyhodnoceny. Výsledky těchto experimentů budou dále posuzovány a zkoumány v kap. 2, 4 a 5.

Kapitola 3 stručně popisuje vymezené cíle disertační práce.

Kapitola 2.5 vyhodnocuje testy provedené K. Servítovou, včetně základních parametrů a rozboru výsledků.

Kapitola 4 uvádí provedení dalších nutných doplňujících experimentů, v rámci kterých jsou provedeny tahové zkoušky použité nerezové oceli. Cílem těchto doplňujících testů je získání podrobných materiálových charakteristik nerezové oceli 1.4301, která byla použita u zkušebních vzorků vzpínadlových prutů. Získaná data jsou použita při numerickém ověření experimentálních výsledků a pro následné numerické studie.

Kapitola 5 uvádí teoretické numerické řešení. Numerická část popisuje použitý software, tvorbu numerického modelu v metodě konečných prvků (MKP), jeho ověření a porovnání s výsledky experimentů vlastních i převzatých z literatury. MKP model je následně použit pro parametrické studie kritických zatížení, vlivu geometrie, okrajových podmínek, úrovně předpětí, počátečních geometrických imperfekcí apod. na únosnost tlačných vzpínadlových prutů.

Hlavní výsledky, přínos a závěry jsou zpracovány v kap. 6, 7 a 8. Na závěr bude v kapitole 9 uveden i směr dalšího možného pokračování výzkumu.

2 Současný stav problematiky

Problematikou předpjatých vzpínadlových prutů se ve světě od 70.let minulého zabývá řada výzkumných pracovišť.

Byly provedeny analytické teoretické studie kritického zatížení, studie vlivu počáteční geometrické imperfekce, studie pokritického působení i studie prostorově uspořádaných prutů ve tvaru vzpínadla podložených experimenty. Podle dostupné literatury byly provedeny též numerické modely v programu Abaqus a Ansys, kde byly ověřeny předchozí analytické studie a experimenty.

Veškeré zmíněné studie, experimenty a numerické modely byly vždy uvažovány s použitím klasické uhlíkové oceli a s kloubovým uložením lan ke vzpínadlovému kříži. Absolutní většina těchto studií byla zaměřena na rovinné chování těchto vzpínadlových konstrukcí a vliv prostorového chování nebyl v dřívějších studiích ani v těch současných zahrnut. Porovnání tohoto chování bude částečně řešeno v rámci disertační práce.

2.1 Studie kritického zatížení

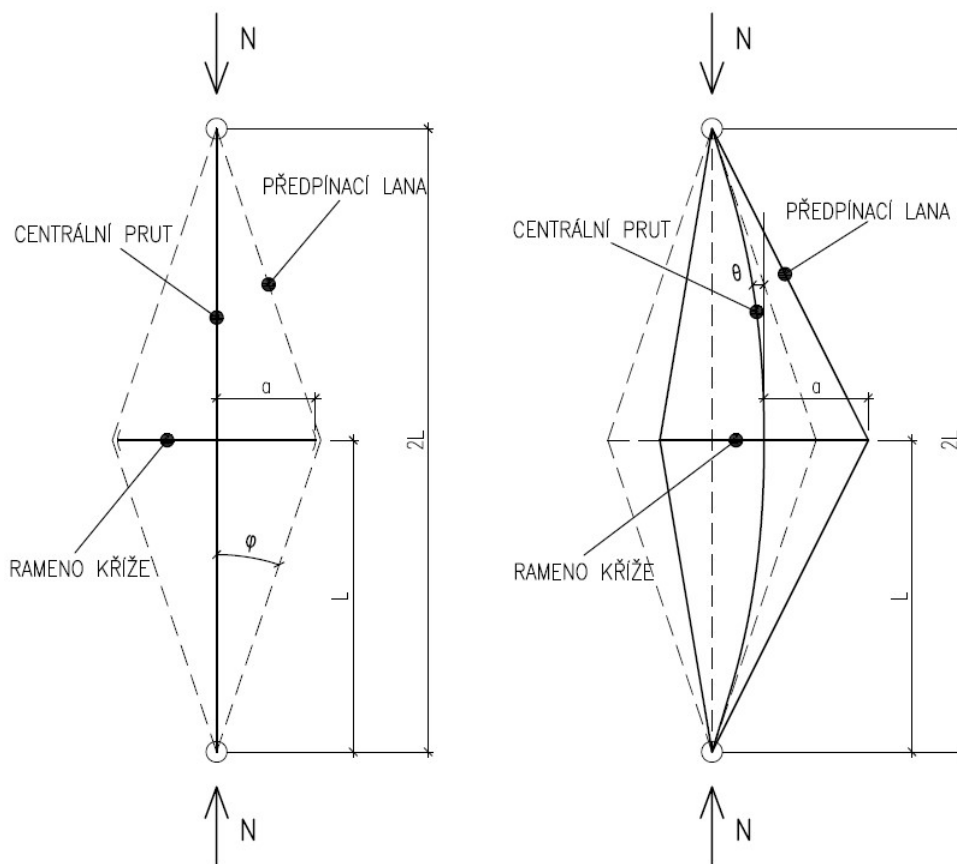
První studie o vzpínadlových prutech, resp. o řešení vzpěrné únosnosti předpjatých vzpínadlových štíhlých sloupů byla publikována již v roce 1963. Chu a Berge [8] odvodili základní rovnice obecného řešení kritického zatížení prostě uložených prutů s několika kříži nestejněho vyložení ramen. Řešení uvádí, že bez ohledu na počet kloubově připojených symetrických křížů je kritická síla téměř čtyřnásobkem Eulerova kritického břemene pro samotný, prostě podepřený prut. Tato studie byla podložena testy pro ověření analytických výpočtů a výsledky testů potvrdily původní tvrzení.

V roce 1967, Mauch a Felton [9] pokračovali v práci Chua a Bergeho v rozvíjení analytických vztahů pro jednoduchý návrh hlavního nosného prutu. Jejich analýza ukázala, že při vysokém využití průřezu prutu se po přidání lan (stabilizování hlavního nosného prutu) snížilo využití o 50%.

V roce 1975 se problematikou vzpínadlových prutů začali zabývat také Smith, Ellis a McCaffrey [10]. Jejich studie popisuje chování prutu při různé velikosti zatížení a různé geometrii konstrukce s jedním křížem.

Vliv vzpínadlového kříže a předpínacích lan na velikost kritického břemene hlavního nosného prutu byl řešen podle Timoshenka [11], pro prut na jednom konci kloubově uložený a na druhém konci vetknutý. Vetknutí bylo spojeno s představou nekonečně tuhého vzpínadlového kříže a nekonečně malého natočení v místě přivaření kříže k hlavnímu nosnému

prutu. Předpoklad nekonečně tuhých prvků kříže a nekonečně malého natočení v místě upevnění zabraňuje příčným posunům a natočením hlavního nosného prutu viz obr. 2.1. Odtud kritická síla vzpínadlového prutu:



Obr. 2.1 - Schéma konstrukce - vliv vzpínadlového kříže na hlavní nosný prut

$$P_e = \frac{\pi^2 \cdot E_c \cdot I_c}{(K_e \cdot L)^2} \quad (1)$$

Kde E_c - je modul pružnosti materiálu hlavního nosného prutu,

I_c - moment setrvačnosti průřezu hlavního nosného prutu,

L - definovaná skutečná délka řešeného prutu,

K_e - součinitel vzpěrné délky prutu závislý na okrajových podmínkách uložení.

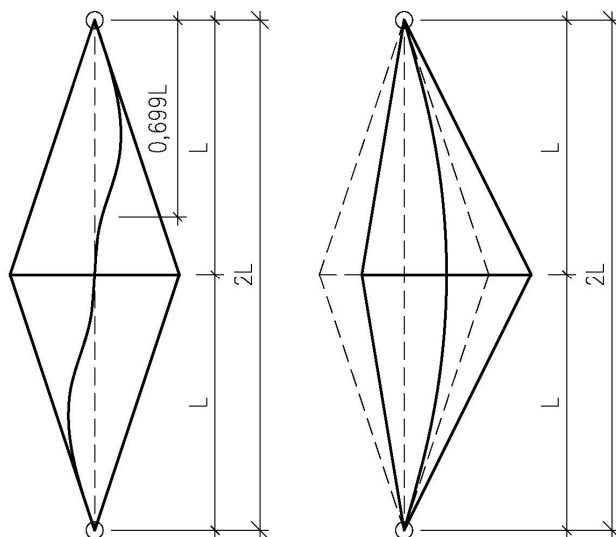
Maximální teoretická kritická síla, kterou lze pomocí stabilizování hlavního nosného prutu pomocí vzpínadlového kříže a předpínacích lan získat, je rovna poměru kritických Eulerových břemen pro uložení vetknutí - kloub (P_e') a kloub - kloub (P_e) (viz obr. 2.2).

$$P_e' = \frac{\pi^2 \cdot E_c \cdot I_c}{(0,699 \cdot L)^2} \quad (2)$$

$$P_e = \frac{\pi^2 \cdot E_c \cdot I_c}{4L^2} \quad (3)$$

$$P_e \cdot 8.18 = P_e' \quad (4)$$

Rovnice (4) pak udává výsledný teoretický poměr kritických břemen pro prostě uložený prut bez vlivu vzpínadlového kříže a s vlivem ideálního (tuhého) vzpínadlového kříže.



Obr. 2.2 – Antisymetrický a symetrický tvar vybočení vzpínadlového prutu

(Pozn.: uvedené symetrické vybočení odpovídá absenci kříže. S křížem je tvar prohnutý)

Studie [10] se dále zabývala předběžným odhadem tvaru vybočení hlavního nosného prutu při různých geometrických variacích konstrukce (délka vyložení ramen, délka hlavního nosného prutu a různé velikosti průřezů hlavního nosného prutu, kříže a předpínacích lan).

Teoretické řešení tvaru vybočení pro různé geometrické variace konstrukce bylo řešeno z geometrických vztahů při zavedení osových deformací všech prvků a pomocí diferenciální rovnice ohybové čáry hlavního nosného prutu. Odtud byl pro kritické zatížení stanoven bezrozměrný tzv. stabilitní součinitel (kl) pro příslušný tvar vybočení (symetrický nebo antisymetrický).

První vlastní tvar (symetrický) byl dán rov. (7), kde K_s je tuhost lana v tahu, rov. (5), K_c je ohybová tuhost hlavního nosného prutu (6). Rov. (7) lze řešit např. iterací.

$$K_s = \frac{A_s \cdot E_s}{L_s} \quad (5)$$

$$K_c = \frac{E_c \cdot I_c}{L^3} \quad (6)$$

$$2 \frac{K_s}{K_c} \sin^2 \alpha = \frac{(kl)^3}{kl - \tan(kl)} \quad (7)$$

Kde A_s - je plocha předpínacího lana,

E_s - modul pružnosti lana,

L_s - celková délka lana.

Druhý vlastní tvar (antisymetrický) byl dán rov. (9), kde K_{ca} je ohybová tuhost ramene vzpínadlového kříže. Rov. (9) lze opět řešit nejlépe iterací.

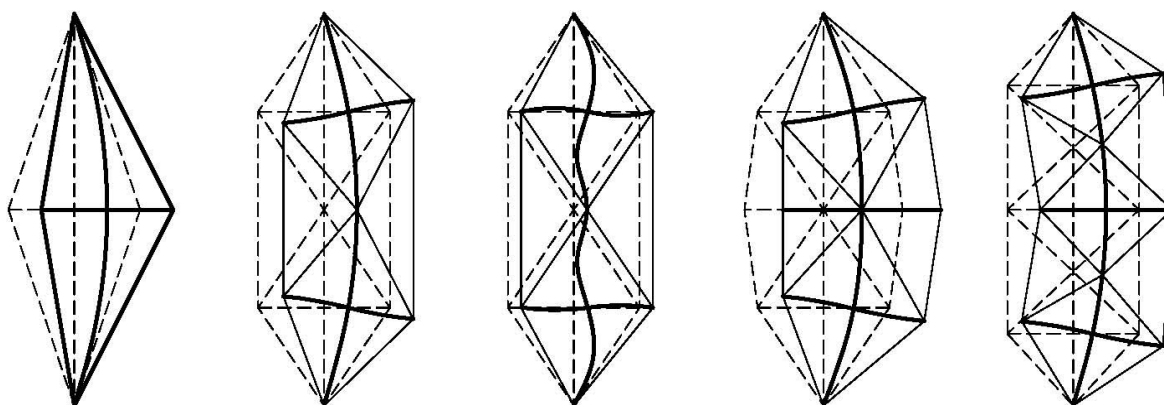
$$K_{ca} = \frac{E_{ca} \cdot I_{ca}}{L_{ca}^3} \quad (8)$$

$$\frac{1}{K_c \left(\frac{1}{3K_{ca}\tan^2\alpha} + \frac{1}{2K_s\sin^2\alpha} \right)} = \frac{(kl)^2 \tan(kl)}{kl - \tan(kl)} \quad (9)$$

Pro výsledný tvar vybočení při dosažení kritické únosnosti prutu rozhoduje vždy menší z hodnot součinitele kl . Výsledná kritická únosnost tlačného prutu dle tvaru vybočení je tedy dána rovnicí (10):

$$P_{cr} = \frac{(kl)^2 E_c \cdot I_c}{L^2} \quad (10)$$

Další studie vypracovaná Templem [12] se zabývala vybočením hlavního nosného prutu při kritickém zatížení pro předpjaté štíhlé pruty pomocí dvou a více vzpínadlových křížů vetknutých do hlavního nosného sloupu s kloubovým připojením lan (obr. 2.3). Studie byla provedena pomocí MKP a částečným ověřením výsledků na testech.

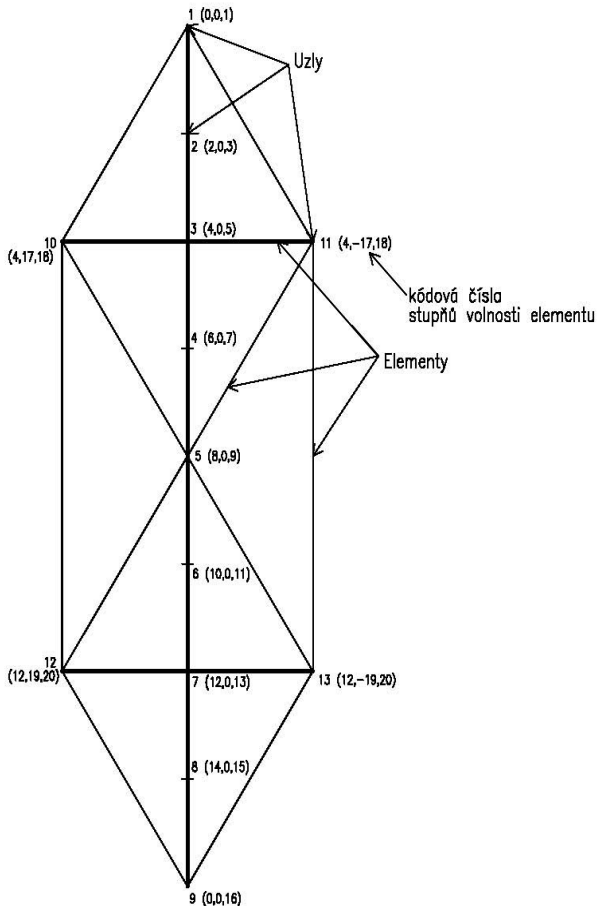


Obr. 2.3 - Tvary vybočení vzpínadlového prutu s jedním, dvěma nebo třemi kříži

Řešení metodou konečných prvků bylo provedeno pro konečnoprvkový model s uzlovými neznámými podle obr. 2.4 pomocí matice tuhosti $[K]$ celé soustavy, vektoru uzlových posunutí a natočení $\{\Delta\}$ a vektoru zatížení $\{F\}$. Výsledná rovnice pro řešení soustavy je dána vztahem (11). Jako hlavní parametry jsou pak uvažována výsledná posunutí a pootočení v uzlech této soustavy.

Soustava rovnic v běžné deformační variantě MKP vede k zápisu:

$$[K]\{\Delta\} = \{F\} \quad (11)$$



Obr. 2.4 - Schéma konstrukce s kódovým označením uzlových neznámých pro dané elementy

Řešení kritického zatížení této vy bylo provedeno pomocí vlastních čísel $[\lambda]$ tzv. geometrické matice tuhosti (napětová matice tuhosti) $[K_G]$ a lokální matice tuhosti $[K_E]$ pro všechny elementy soustavy (12).

Při tomto řešení byla pravá strana rovnice (11) uvažována pouze pro vektor zatížení soustavy od vnějšího zatížení. Velikost předpínací síly v lanech byla zanedbána. Výsledná vlastní čísla byla pak i výslednými vlastními tvary konstrukce. Nejmenší vlastní číslo odpovídá prvnímu vlastnímu tvaru vybočení.

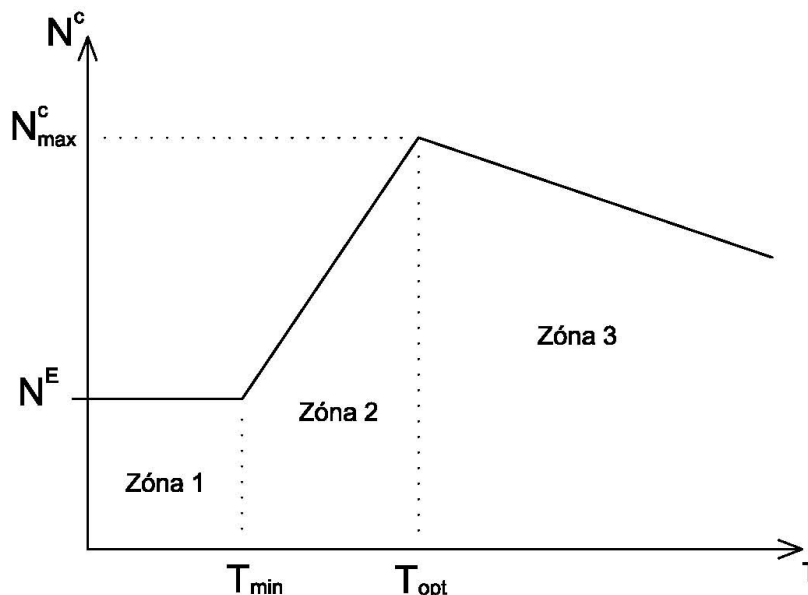
$$|K_E + \lambda K_G| = 0 \quad (12)$$

Alternativní výpočet metodou konečných prvků byl proveden za pomoci stabilitních funkcí, které popisovaly chování prutů (elementů) na jejich koncích v globální matici tuhosti celé soustavy. Stabilitní funkce popsali již předtím v roce 1956 Livesley a Chandler [13].

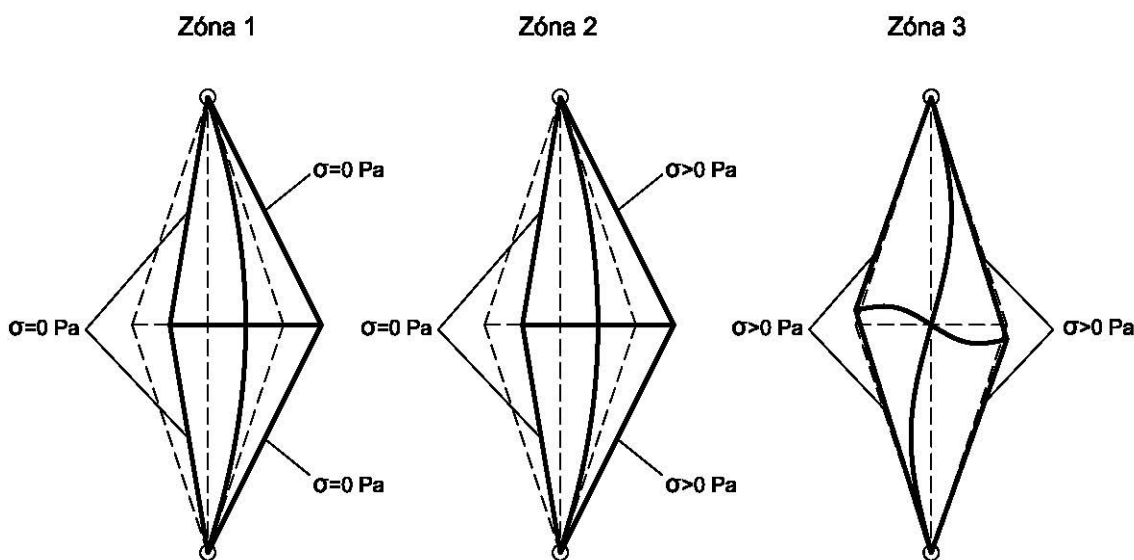
Cílem této metody bylo ověření výsledků pro konstrukce s jedním, dvěma a více kříži podle první metody a též studie Smithe a kol. [10] pro jeden kříž. Porovnáním všech tří výpočtů (obou MKP podle [10]) bylo zjištěno, že analytické řešení podle Smithe a kol. pro jeden kříž dává téměř identické výsledky jako použití MKP. Pro dva a více křížů už byly porovnány výsledky, které byly získány pomocí MKP. Obě výpočetní metody dávaly taktéž skoro stejné výsledky.

Zásadní je však studie Hafeze, Templeho a Ellise [14] z roku 1979, která navazuje na práci Smithe, Ellise a McCaffreyho [10]. **Analyticky** řeší chování konstrukce při různých

stádiích napjatosti předpínacích lan a různé geometrii. Cílem práce bylo pomocí analytických vztahů stanovení tzv. minimální, optimální a maximální předpínací síly v lanech. Výsledkem této práce je závislost mezi předpětím v táhle T a kritickým břemenem hlavního nosného prutu N^c , rozdělená do tří zón (obr. 2.5).



Obr. 2.5 - Závislost mezi kritickým břemenem N a předpětím táhél T



Obr. 2.6 - Rozdělení tvaru vybočení podle napjatosti v táhlech (zóny 1 až 3)

Zóna 1 - je definována jako zóna s velmi nízkým předpětím v táhlech ($T \leq T_{\min}$). Tzn. předpětí v táhlech při zatížení hlavního nosného prutu vymizí, prut se pak chová jako prostě uložený a kritické zatížení prutu pak dosáhne pouze Eulerovy síly $N_E = N_{cr, \min}$. Rovnice pro výpočet minimální předpínací síly jsou dány vztahy (13),(14).

$$C_1 = \frac{\cos\alpha}{2K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{2\sin^2\alpha}{K_{ca}} + \frac{n \cdot \cos^2\alpha}{2K_c} \right)} \quad (13)$$

Pro prostorové uspořádání (4 lanka) $n = 4$, pro rovinné uspořádání (2 lanka) $n = 2$.

$$T_{min} = C_1 \cdot N_E \quad (14)$$

Platí pouze pro osově zatížený symetrický průřez (bez imperfekcí).

Zóna 2- Předpětí T je větší než minimální T_{min} , ale menší nebo rovné optimálnímu předpětí T_{opt} , při kterém má kritické napětí největší hodnotu $N_{cr,max}$. Předpětí v táhlech je v této oblasti aktivní (nenulové) až do okamžiku vybočení. Kritická síla prutu v této oblasti plyne ze vztahu (15).

$$N_{cr,2} = \frac{T}{C_1} \quad (15)$$

Kde T je celková velikost předpínací síly v táhlech.

Zóna 3 - Předpětí T je větší než optimální T_{opt} . V tomto případě zůstávají táhla po vybočení aktivní (napjatá). Účinek předpětí v táhlech zvyšuje zatížení, a tedy snižuje kritické napětí prutu. Maximální předpětí, které vyvolá samo o sobě vybočení prutu, je dáno vztahem (16), maximální kritické zatížení prutu v zóně 3 je pak dáno vztahem (17).

$$T_{max} = \frac{N_{cr,max}}{n \cdot \cos\alpha} \quad (16)$$

Opět pro prostorové uspořádání (4 táhla) $n = 4$, pro rovinné uspořádání (2 táhla) $n = 2$.

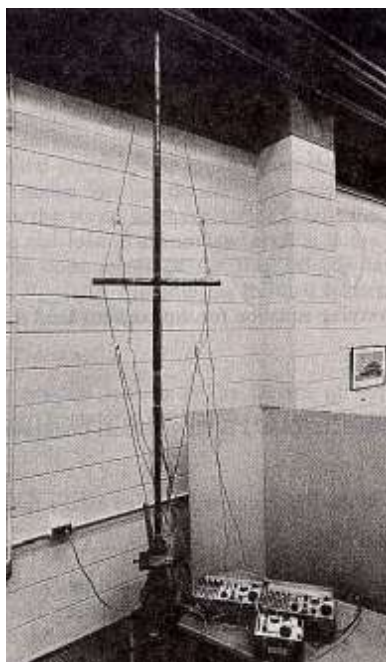
$$N_{cr,3} = (N_{cr,max} - n \cdot T \cos\alpha) \cdot C_2 \quad (17)$$

Pro parametr C_2 platí vztah (18).

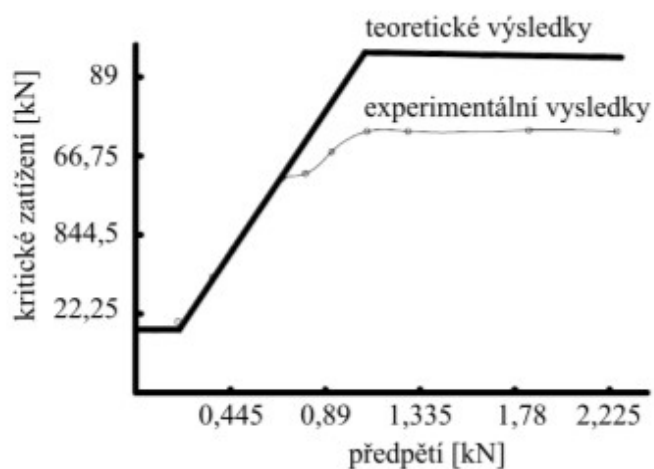
$$C_2 = 1 + \frac{n \cdot \cos^2\alpha}{K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{2\sin^2\alpha}{K_{ca}} \right)} \quad (18)$$

Experimentální část studie těchto autorů ([14]) byla provedena s několika rovinnými vzorky s různou počáteční velikostí předpětí v předpínacích táhlech. Délka hlavní nosné trubky byla 3050 mm, vyložení ramene kříže 305 mm, tj. poměr 1:5. Profil hlavní nosné trubky a vzpínadlového kříže byl stejný, Ø38,1x6,3 (obr. 2.7 a 2.8).

Výsledky experimentů v celku potvrdily stabilitní chování při různé napjatosti táhel podle analytických výpočtů. Výsledná teoretická únosnost však byla téměř o 20 % vyšší než ta experimentální!



Obr. 2.7 – Experiment na vzpínadlové konstrukci provedené Hafezem a kol. – rovinné vzpínadlo s jedním křížem

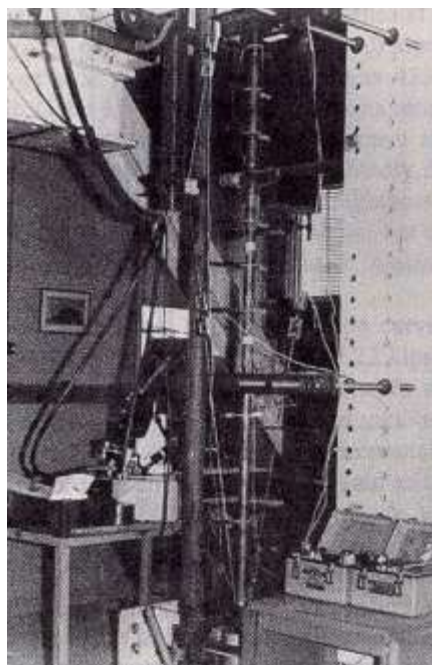


Obr. 2.8 - Vyhodnocení výsledků experimentálních a teoretických studií výzkumu Hafeze, Templeho a Ellise

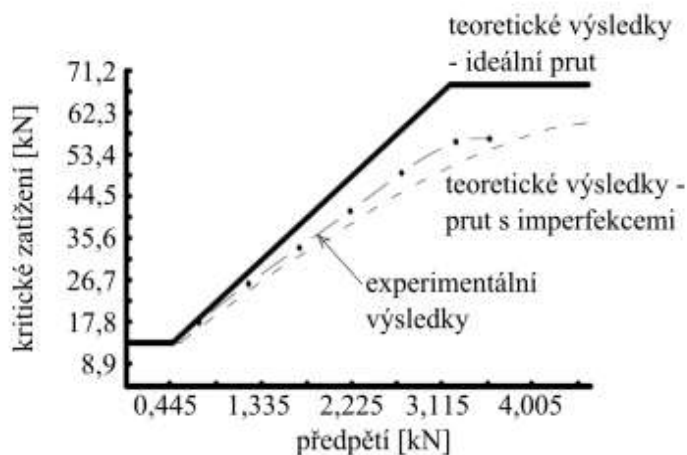
Dalšími studii, které se zabývaly optimalizací předpjatých vzpínadlových prutů v závislosti na různých parametrech konstrukce (profily průřezů, poměr vyložení ramena kříže a délky hlavního nosného prutu, počty křížů), byly práce Hawsona a Williamse [15], [16] z let 1980 a 1984. Ve studiích byl zejména řešen vliv vyložení ramene kříže a počtu křížů po výšce hlavního nosného prutu na kritické zatížení systému.

2.2 Studie vlivu počáteční geometrické imperfekce centrálního nosného prutu vzpínadel

Vliv počátečních geometrických imperfekcí centrálního nosného prutu (příčných průhybů hlavního prutu) na velikost kritického břemene byl poprvé zahrnut ve studii Wonga a Templeho [17]. Studie se zabývala porovnáním nelineárního chování vzpínadlových konstrukcí bez vlivu a s vlivem počátečních geometrických imperfekcí pomocí metody konečných prvků, s využitím přírůstkového a iteračního postupu. Kritická zatížení pro imperfektní pruty a ideální pruty se lišila až 21 %. U imperfektní konstrukce byla teoretická kritická břemena vždy nižší než u reálných zkoušených konstrukcí. Rozdíl u těchto výsledků byl až 9 % (obr. 2.9).



Obr. 2.9 – Experimentální část výzkumu Wonga a Templeho – vzpínadlová konstrukce s jedním vzpínadlovým křížem



Obr. 2.10 – Vliv imperfekcí pro vzpínadlový prut podle Wonga a Templeho

Podrobně byl vyšetřován vliv dalších hlavních parametrů systému na velikost kritického zatížení: vliv délky vyložení ramene kříže, vliv průřezu předpínacího táhla, vliv modulu pružnosti předpínacích táhel a vliv velikosti a tvaru počátečních imperfekcí na velikost počátečního předpětí v lanech.

Vliv velikosti vyložení ramene kříže je jedním z hlavních parametrů, který rozhoduje o tvaru vybočení hlavního nosného prutu a tím i o velikosti kritického břemene. Prodloužením délky vyložení ramene kříže dochází ke snížení ohybové tuhosti ramene kříže, což vyvolává natočení v místě připojení kříže na hlavní nosný prut a ovlivňuje tak tvar vybočení, který tak přechází na antisymetrický (2. vlastní tvar, obr. 2.10).

Vliv velikosti průřezu předpínacího táhla je úměrný velikosti stabilizující příčné síly F_r , rov.(19), která působí přes rameno kříže na hlavního nosný prut a stabilizuje ho. Předpokládaný tvar vybočení je pak při zvyšování plochy průřezu předpínacího lana bližší 2. vlastnímu tvaru:

$$F_r = 4\Delta_m \left(\frac{A_s \cdot E_s}{L_s} \right) \cos^2\theta \quad (19)$$

kde Δ_m - příčný posun místa spoje předpínacího táhla a konce ramene kříže z původní pozice,

A_s - plocha předpínacího táhla,

E_s - modul pružnosti táhla,

L_s - celková délka táhla,

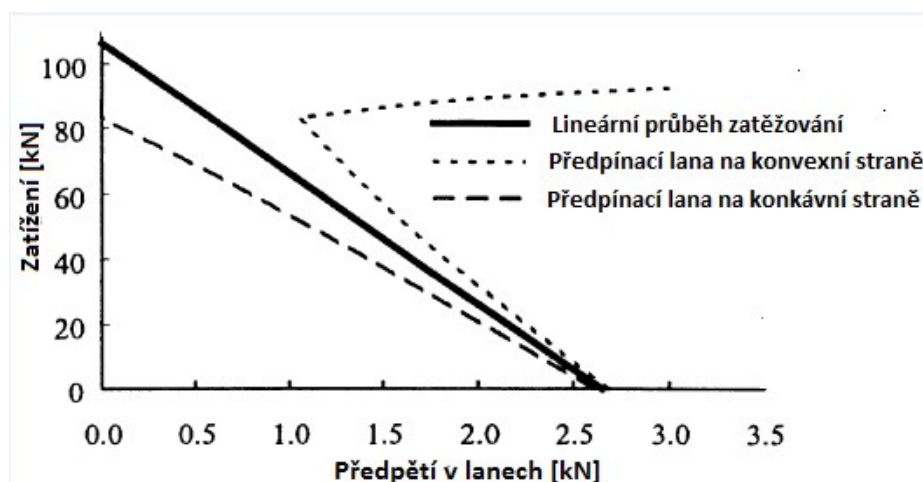
θ - úhel mezi ramenem kříže a předpínacím táhlem.

Závislost velikosti průřezu předpínacího táhla byla ve studii teoreticky popsána pro táhla s průměrem menším 4 mm, pro něž tvar vybočení hlavního nosného prutu byl roven prvnímu

vlastnímu tvaru. Při použití táhel s průměrem větším než 4 mm prut vybočoval ve druhém vlastním (antisymetrickém) tvaru.

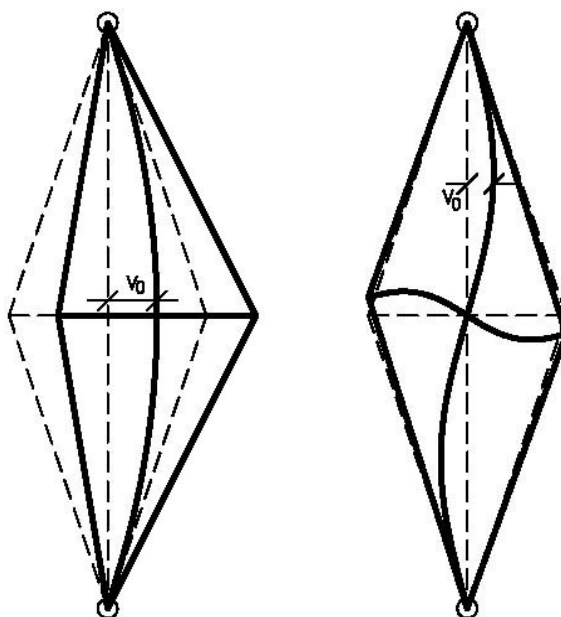
Vliv modulu pružnosti předpínacích táhel podle rovnice (19) má stejný efekt, jako tomu je u velikosti průřezu předpínacích táhel. Z rovnice je patrné, že jak plocha průřezu, tak i modul pružnosti táhel jsou nezávislé proměnné, které ovlivňují výslednou velikost síly F_T .

Vliv počáteční imperfekce hlavního nosného prutu způsobuje nelineární ztrátu předpětí na všech předpínacích táhlech až do stavu, kdy vnější zatížení na konstrukci dosáhne kritické hodnoty. Graf závislosti lineárního zatěžování hlavního nosného prutu a nelineární ztráty předpětí v táhlech na konvexní a konkávní straně při vybočení je uveden na obr. 2.10. Z grafu je patrné, že při dosažení kritické hodnoty zatížení se v táhlech na konvexní straně velikost předpínací síly opět zvyšuje v důsledku růstu deformace hlavního nosného prutu. U lan na konkávní straně se napětí snižuje až na nulovou hodnotu.



Obr. 2.11 - Graf závislosti mezi zatížením hlavního nosného prutu s počáteční geometrickou imperfekcí a nelineární ztrátou předpětí v táhlech

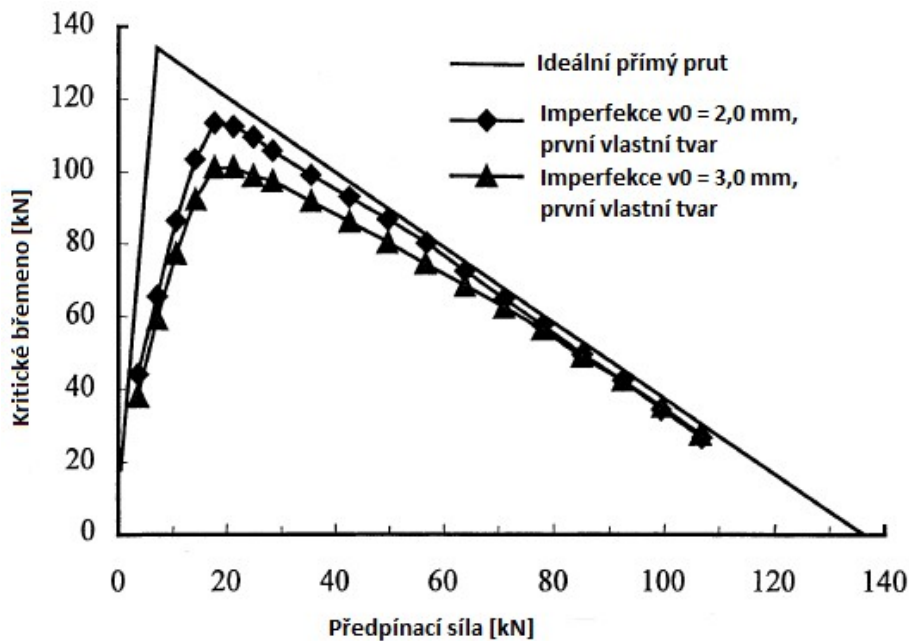
Následnou studii vlivu počátečních geometrických imperfekcí provedl v roce 2002 Chan [18]. Studie popisuje chování prutu s počáteční imperfekcí ve tvaru jedné sinusové půlvlny a s počáteční imperfekcí ve tvaru dvou sinusových polovin (obr. 2.11). Pro tyto počáteční imperfekce byla pomocí numerického modelu zjištěna kritická břemena v závislosti na velikosti předpětí v táhlech.



Obr.: 2.12 - Tvar počátečních imperfekcí pro první vlastní tvar vybočení (vlevo) a druhý vlastní tvar vybočení (vpravo)

Dále byly opět ověřovány změny velikosti kritického břemene a tvaru vybočení prutů se změnou průřezu předpínacích táhel, s velikostí vyložení ramene kříže a se změnou modulu pružnosti předpínacích táhel. Ve studii jsou tato šetření prováděna pro konstrukci experimentálně zkoušenou Wongem a Templem [17]. Celková délka hlavního nosného prutu byla 3050 mm, vyložení ramene kříže v polovině výšky sloupu 305 mm (tj. poměr 5:1). Pro hlavní prut a ramena kříže byly použity stejné průřezy kruhových trubek $\text{Ø}38,4 \times 6,4$ mm. Předpínací táhla byla navržena z předpínacích tyčí $\text{Ø} 4,8$ mm. Modul pružnosti oceli byl 204 GPa.

Velikost kritického břemene pro ideálně přímý prut pro první vlastní tvar činil $F_{\max,1} = 134,0$ kN, pro druhý vlastní tvar $F_{\max,2} = 125,6$ kN. Vliv počáteční imperfekce hlavního nosného prutu je vidět na obr. 2.12. Je zřejmé, že velikost počáteční imperfekce významně ovlivňuje hodnotu kritického zatížení prutu.



Obr. 2.13 - Závislost předpínací síly a velikosti kritického zatížení na velikosti amplitudy počáteční geometrické imperfekce v prvním vlastním tvaru vybočení [18]

2.3 Studie pokritického působení

Již v roce 1984 prokázal Temple pomocí MKP i experimentů, že maximální zatížení, které může prut ve tvaru vzpínadla přenášet, je obecně menší, avšak může být i větší než kritické [19]. Teoretické řešení bylo pouze numerické.

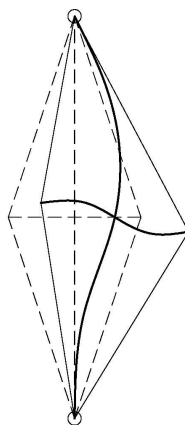
O rok později našel Smith analytické řešení tohoto problému pomocí diferenciálních rovnic [20]. Řešení obsahovalo i vliv počátečních geometrických imperfekcí na velikost maximálního zatížení. Použití tohoto řešení je ovšem poměrně složité a vyžaduje použití metody pokus - omyl. Proto není příliš vhodné pro praktické navrhování.

Výzkumem prutů s jedním křížem, jehož ramena jsou kotvena do dvou bodů po výšce prutu (tzv. dvojnožkou), se zabýval již v roce 1990 Jemah a Williams [21]. Dále se tomuto problému věnoval Steirteghem [22], který provedl parametrickou studii závislosti velikosti kritického zatížení na délce vyložení ramen kříže, průměru táhel a vertikálního úhlu rozevření jednotlivých částí ramene kříže. Výsledky ukázaly, že pruty s rameny křížů kotvenými do dvou bodů po výšce prutu mají o více než 20% vyšší kritické zatížení než pruty s jedním křížem.

Nový a zásadní výzkum pokritického chování vzpínadlových prutů provedli Wade a Saito [23] v roce 2007. Pokritické chování těchto prutů bylo řešeno MKP (ABAQUS a iterační řešení pomocí Rayleigh-Ritzovy metody). Bylo prokázáno, že pokritické chování prutů je dosaženo aktivací táhel po vybočení při dosažení kritického břemene. Tento předpoklad byl

uveden již ve studii Hafeze a kol. [14]. Zóna 1 odpovídá chování Eulerova prutu až do počátečního předpětí T_{\min} , kdy vliv předpětí v lanech není efektivní a celkovou únosnost prutu nezvyšuje. V zóně 2 dochází vlivem zvětšujícího se počátečního předpětí ke zvýšení kritického břemene hlavního nosného prutu až do hodnoty N_{cr} podle velikosti předpínací síly v táhlech. Hlavní prut se přitom dostává z nestabilní polohy do stabilní, tj. tvar vybočení pro ideální přímý prut závisí na konstrukčních parametrech konstrukce. Pokritické chování v zóně 2 je pak zajištěno zvyšujícím se napětím v táhlech na konvexní straně vybočeného prutu, které se snaží dále stabilizovat hlavní nosný prut. V případě imperfektního prutu je tvar stabilní polohy prutu po dosažení kritického břemene mimo jiné závislý na tvaru počáteční imperfekce. Velikost kritického břemene je pro imperfektní prut nižší než pro ideálně přímý prut.

V zóně 3 je velikost kritického břemene nižší než byla hodnota $N_{cr,max}$ pro optimální předpětí v táhlech. Pokritické chování v zóně 3 je závislé na tvaru vybočení prutu a velikosti předpětí v táhlech.



Obr. 2.14 - Nesymetrický tvar vybočení hlavního nosného prutu (předpokládaný tvar v zóně 3)

2.4 Současné studie vzpínadlových prutů

Nedávný výzkum chování vzpínadlových prutů byl proveden pomocí numerických rovinných a prostorových modelů. V současné době se touto problematikou zabývají Liew, Gardner, Wadee, Osofero, Saito, Araujo, Vellasco a Lima[24], [25], [26], [27], [28], [29], kteří ve svých studiích řeší numerické 2D a 3D modely předpjatých vzpínadlových prutů, kde některé byly zároveň i experimentálně zkoušeny.

Příkladem je studie Arauja [25], který zkoušel předpjatý vzpínadlový sloup s délkou hlavního nosného prutu 12 m a se štíhlostí 400. Délka vyložení ramen byla 600 mm, navzájem kolmo přivařených k hlavní nosné trubce.

Experiment prokázal až stoprocentní nárůst únosnosti vzpínadlového systému vůči prutu bez táhel. U prutu bez předpínacích táhel dosahovalo kritické břemeno 10 kN. S využitím

předpínacích táhel (lan) a jednoho vzpínadlového kříže, bylo kritické břemeno při optimální předpínací síle v lanech rovno téměř 20 kN. Zkoušené vzorky byly vyrobeny z uhlíkové oceli. Celkem byly provedeny tři experimenty se vzorky stejné geometrie.

Výsledky parametrické studie pomocí 3D modelu provedeného v programu ANSYS se zavedenými počátečními geometrickými imperfekcemi však příliš s experimentem nesouhlasily. Výsledné kritické břemeno dle parametrické studie vykazovalo 160 % resp. 485 % nárůst kritického břemene.

Experimenty byly provedeny se vzorky ve dvou vodorovných polohách (obr. 2.14), při nichž vzpínadlový kříž mířil svisle dolů nebo šikmo pod 45° a výsledky tak bohužel byly značně ovlivněny vlastní tíhou vyvozující ohyb vzpínadla.



Obr. 2.15 - Experimenty provedené Araujem - vzpínadlový prostorový prut s křížem tvaru "x" a "+"

V nedávných studiích Osofera, Wadeho a Gardnera [29], [30] byly experimentálně zkoušeny vzorky rovinných předpjatých vzpínadlových sloupů pro různé stupně napjatosti táhel (lan). Celkem bylo zkoušeno 18 vzorků rozdělených do tří skupin. Cílem experimentů bylo stanovení tvarů vybočení v zónách 1 až 3 podle různé velikosti počátečních geometrických imperfekcí odpovídajících Eurokódu [31] a stanovení únosnosti těchto konstrukcí.

Výsledné chování prutů během experimentu včetně tvarů vybočení pro různé hodnoty předpětí je vidět na obr. 2.15.

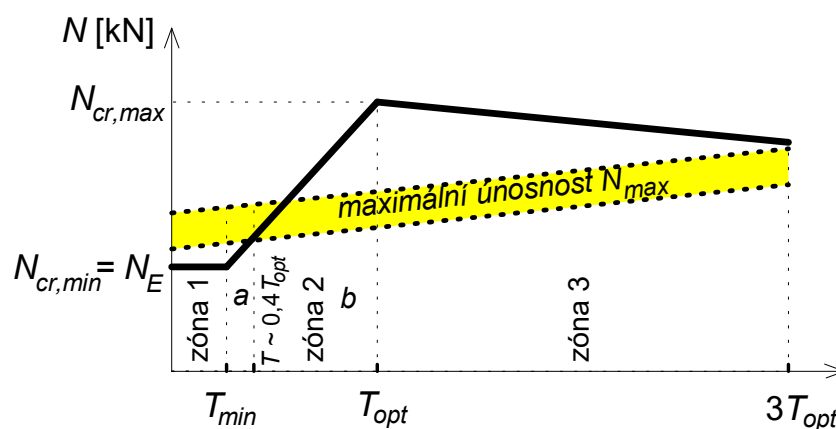
- a) ve skupině 1 odpovídá vybočení prvnímu vlastnímu tvaru vybočení sloupu bez táhel (prostě uložený prut, symetrický tvar vybočení, $L_{cr} = L$),
- b) ve skupině 2 odpovídá vybočení druhému vlastnímu tvaru vybočení sloupu, předpětí T je zde blízko hodnotě T_{opt} (antisymetrický tvar vybočení, $L_{cr} = L/2$),

- c) ve skupině 3 je tvar vybočení kombinací obou předchozích tvarů (nesymetrický tvar, předpětí v lanech je daleko vyšší než T_{opt}).



Obr. 2.15 - Tvary vybočení zkoušených vzpínadlových systémů podle napjatosti předpínacích lan a) vlevo symetrický tvar vybočení, b) uprostřed antisymetrický tvar vybočení, c) nesymetrický tvar vybočení

Únosnost N_{max} vyšetřovali MKP (ABAQUS software) a výsledky upravili v souladu s experimenty. Ukázalo se, že únosnost imperfektních předpjatých prutů je v zóně 1 a v zóně 2 do předpětí cca $0,4T_{opt}$ vyšší než kritická, zatímco pro vyšší hodnoty předpětí v zóně 2 a v zóně 3 až do předpětí $3T_{opt}$ nižší než kritická (viz schematický obrázek 2.16).



Obr. 2.16 – Únosnosti předpjatých prutů ve vztahu ke kritickému zatížení

Vhodné hodnoty maximálních únosností N_{max} pro symetrické i antisymetrické únosnosti a předpětí T_{min} , T_{opt} a $3T_{opt}$ jsou uvedeny v tab. 1 a 2.

Tab. 1: Symetrické vybočení:

Normalizované maximální únosnosti $N_{max}/N_{cr,max}$ pro dané imperfekce a úrovně předpětí T

Amplituda imperfekce	$(N_{max}/N_{cr})_{sym,zóna1}$	$(N_{max}/N_{cr})_{sym,T_{opt}}$	$(N_{max}/N_{cr})_{sym,3T_{opt}}$
L/1000	$19,0(2a/L)+0,10$	$14,0(2a/L)^2 - 3,1(2a/L)+0,75$	$1,00-1,2(2a/L)$
L/400	$17,0(2a/L)+0,13$	$58,0(2a/L)^2 - 14,1(2a/L)+1,16$	$0,84-1,2(2a/L)$
L/200	$13,5(2a/L)+0,28$	$0,71-3,0(2a/L)$	$0,72-1,4(2a/L)$

Tab. 2: Antisymetrické vybočení:

Normalizované maximální únosnosti $N_{max}/N_{cr,max}$ pro dané imperfekce a úrovně předpětí T

Amplituda imperfekce	$(N_{max}/N_{cr})_{anti,zóna1}$	$(N_{max}/N_{cr})_{anti,T_{opt}}$	$(N_{max}/N_{cr})_{anti,3T_{opt}}$
L/1000	$1,00(2a/L)+0,80$	$1,50(2a/L)+0,25$	0,74
L/400	$0,80(2a/L)+0,63$	$0,70(2a/L)+0,33$	0,58
L/200	$0,70(2a/L)+0,44$	$0,60(2a/L)+0,20$	0,43

Únosnost předpjatého vzpínadlového prutu lze z tabulkových hodnot a daného předpětí T stanovit lineární interpolací v souladu s obr. 2.16. Imperfekce lze při návrhu volit podle Eurokódu [31] (trubkám válcovaným za tepla podle normové tabulky 5.1 odpovídá hodnota amplitudy L/300, trubkám tvarovaným za studena hodnota L/200).

Odtud lze odvodit interpolační vztahy pro libovolné předpětí lanek T :

a) Symetrické vybočení (obvykle pro poměr $2a/L \in (0,05, 0,175)$):

- Předpětí $T \in (T_{min}, 0,4T_{opt}) \rightarrow$ tj. první část zóny 2 (a):

$$\left(\frac{N_{max}}{N_{cr,max}} \right)_{sym,zóna 2a} = \left[\frac{1 - (N_{max} / N_{cr,max})_{sym,zóna1}}{0,4T_{opt} - T_{min}} \right] (T - T_{min}) + (N_{max} / N_{cr,max})_{sym,zóna1} \quad (20)$$

- Předpětí $T \in (0,4T_{opt}, T_{opt}) \rightarrow$ tj. druhá část zóny 2 (b):

$$\left(\frac{N_{max}}{N_{cr,max}} \right)_{sym,zóna 2b} = \left[\frac{(N_{max} / N_{cr,max})_{sym,T_{opt}} - 1}{0,6T_{opt}} \right] (T - 0,4T_{opt}) + 1 \quad (21)$$



- Předpětí $T \geq T_{opt}$ → tj. zóna 3:

$$\left(\frac{N_{max}}{N_{cr,max}} \right)_{sym,zóna 3} = \left[\frac{(N_{max} / N_{cr,max})_{sym,3T_{opt}} - (N_{max} / N_{cr,max})_{sym,T_{opt}}}{2T_{opt}} \right] (T - T_{opt}) + (N_{max} / N_{cr,max})_{sym,T_{opt}} \quad (22)$$

b) *Antisymetrické vybočení (obvykle pro poměr $2a/L > 0,175$):*

- Předpětí $T \leq T_{min}$ → tj. zóna 1: konstantní hodnoty jsou ve druhém sloupci tab. 2.

- Předpětí $T \in (T_{min}, T_{opt})$ → tj. zóna 2:

$$\left(\frac{N_{max}}{N_{cr,max}} \right)_{anti,zóna 2} = \left[\frac{(N_{max} / N_{cr,max})_{T_{opt}} - (N_{max} / N_{cr,max})_{anti,zóna 1}}{T_{opt} - T_{min}} \right] (T - T_{min}) + (N_{max} / N_{cr,max})_{anti,zóna 1} \quad (23)$$

- Předpětí $T \geq T_{opt}$ → tj. zóna 3:

$$\left(\frac{N_{max}}{N_{cr,max}} \right)_{anti,zóna 3} = \left[\frac{(N_{max} / N_{cr,max})_{3T_{opt}} - (N_{max} / N_{cr,max})_{T_{opt}}}{T_{opt}} \right] (T - T_{opt}) + (N_{max} / N_{cr,max})_{T_{opt}} \quad (24)$$

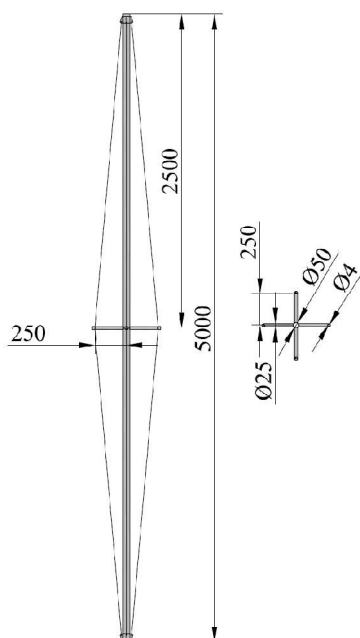
2.5 Experimentální studie a experimenty na ČVUT FSv

Tři vzpínadlové sloupy byly experimentálně zkoušeny v roce 2010 K. Servítovou[32]v Experimentálním centru Fakulty stavební ČVUT v Praze. Měření deformací hlavních sloupů bylo provedeno pracovníkem Katedry geodézie a kartografie FSv aplikací totálních stanic. Protože výsledky testů budou v disertační práci použity k validaci numerických výpočtů, je v dalších odstavcích uveden podrobný průběh zkoušek a dosažené výsledky.

2.5.1 Zkušební vzorky

Zkušební vzorky byly navrženy z austenitické oceli 1.4301 v souladu s ČSN EN 1993-1-4 [31]. Zjednodušené stabilitní výpočty s tabulkovými materiálovými charakteristikami byly provedeny programem SCIA ENGINEER 2009. Hlavní pruty byly předpokládány s kloubovým uložením na obou koncích ve všech směrech, se středovým navařeným čtyřramenným křížem a lankovými táhly.

Konstrukční uspořádání zkoušených vzorků odpovídá obr. 2.16. Hlavní prut byl z kruhové trubky 50x2 [mm], ke které byla přivařena čtyři ramena vzpínadlového kříže z trubek 25x1,5 [mm] pod vzájemným úhlem 90°. Předpínací lanka byla navržena z vinutých jednopramenných lan MacAlloy o průměru 4 mm kluzně uložených na vzpínadlovém kříži a pomocí čepů upevněných ke styčnickovým plechům na obou koncích hlavní nosné trubky.



Obr. 2.16 – Geometrie a uspořádání zkušebních vzorků

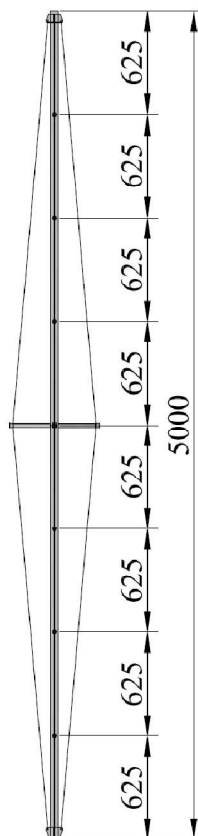
2.5.2 Měření deformací

Pro zjištění příčného průhybu prutu v průběhu zatěžování byly použity elektrické potenciometry. Snímače byly osazeny ve dvou na sebe kolmých směrech (pro určení prostorové výchylky), obr. 2.17.



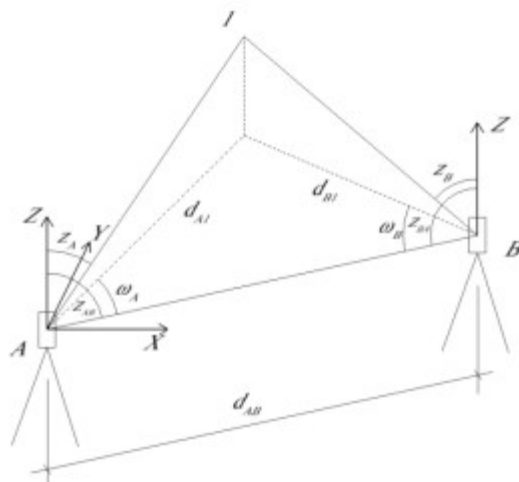
Obr. 2.17 – Upevnění potenciometrů ke konstrukci (vlevo) a ke zkušebnímu rámu (vpravo)

Na konstrukci byly měřeny deformace v 7 bodech po výšce prutu (obr. 2.18).



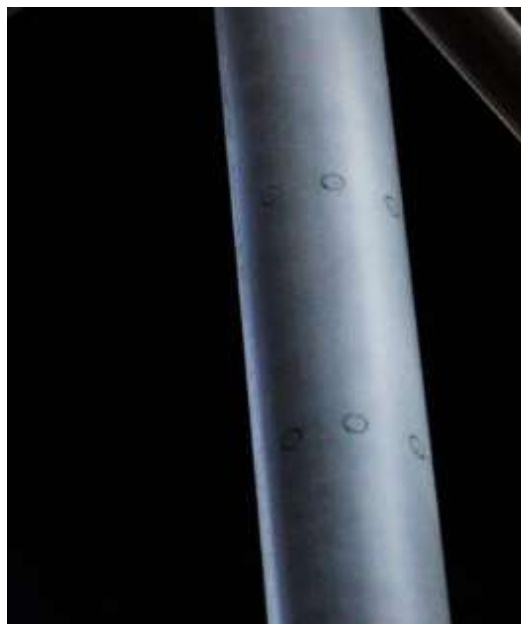
Obr. 2.18 - Poloha měřených bodů

Pro přesné zaměření počátečního tvaru a ověření přesnosti 3D skenování bylo u zkoušky prvního vzorku použito prostorové protínání vpřed pomocí totální stanice. Jedná se o klasickou geodetickou metodu založenou na měření úhlů ze základny se známou délkou (obr. 2.19).



Obr. 2.19 – Schéma prostorového protínání vpřed

K počátečnímu měření byla použita totální stanice Topcon GPT-7501. Na prutu byly vyznačeny tři body (obr. 2.20), které ležely v jednom kvadrantu roviny vzpínadlového kříže tak, aby byla umožněna jejich viditelnost z obou měřících stanovisek. Trojice bodů tvořící měřené výškové body byly vzdáleny po deseti centimetrech v podélné ose prutu.



Obr. 2.20 – Trojice bodů vyznačené na prutu

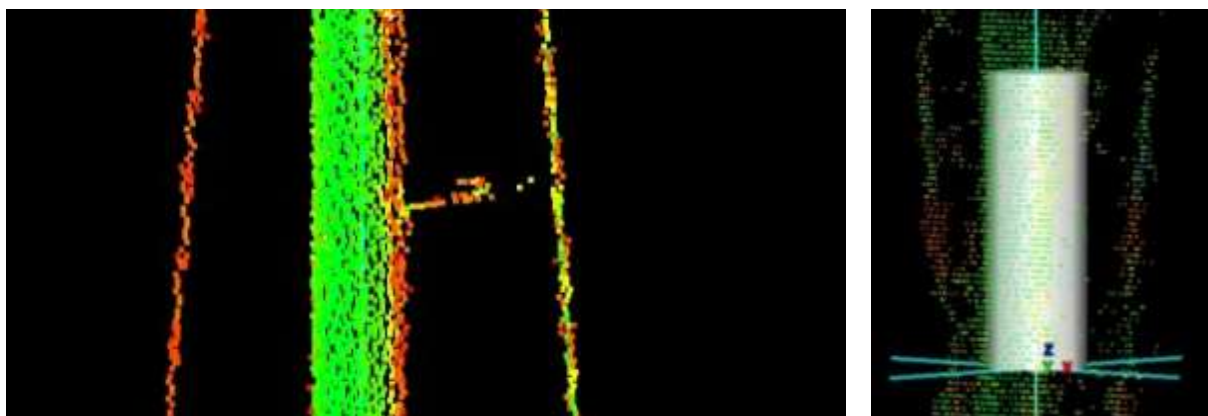
Nejprve byly vypočteny 3D souřadnice podrobných bodů metodou prostorového protínání z úhlů vpřed. V druhém kroku byly jednotlivými řezy proloženy kružnice daného poloměru

metodou nejmenších čtverců s použitím software spatfig [33]. Výsledkem byly 3D souřadnice na trajektorii osy trubky v intervalu deseti centimetrů a odhady jejich směrodatných odchylek.

3D skenování bylo použito pro měření počáteční deformace prutu i pro měření deformací (průhybů) v průběhu zkoušky.

Pro skenování byly vzorky předem opatřeny bílým matným nástřikem, aby nedocházelo ke zkreslení měření vlivem lesku povrchu. Pro měření deformací v průběhu zatěžování byl použit skenovací systém Leica HDS3000.

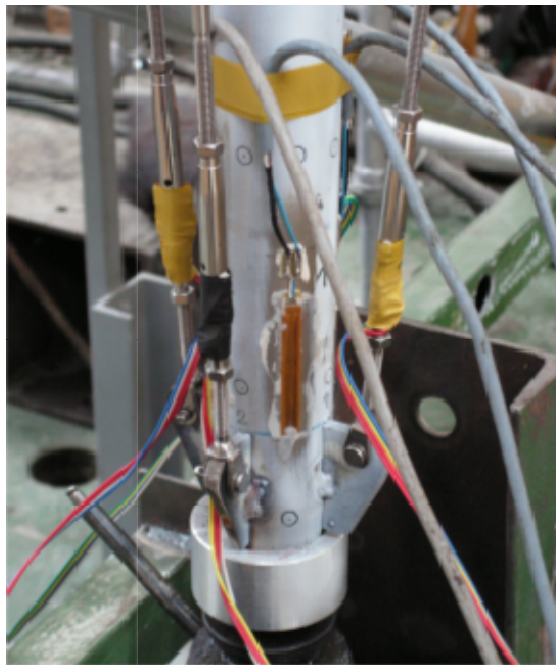
Přístroj byl postaven v bezpečné vzdálenosti a měření probíhalo z jednoho stanoviska. Čas jednoho měření byl asi 3 minuty. Měření probíhalo po každém zatěžovacím kroku. Měřený objekt je zaměřen velkým počtem bodů (řádově desetitisíce, obr. 2.21) a výsledné souřadnice, například osy prutů, vznikají modelováním metodou nejmenších čtverců. Proto je možné očekávat vyšší přesnosti, než by byla přesnost měření jednotlivých bodů.



Obr. 2.21 – Mračno bodů zaměřených 3D skenováním – oblast háčku pro měření potenciometry (vlevo), geometrická aproximace osy prutu (vpravo)

2.5.3 Měření napjatosti

Pro zajištění rovnoměrnosti a správné velikosti předpětí v lanech byly na napínacích lan a na koncích nosníku osazeny odporové tenzometry (obr. 2.22).



Obr. 2.22 – Umístění tenzometrů na napínacích lan

2.5.4 Průběh experimentů

Zkoušeny byly celkem 3 vzpínadlové pruty („vzorky“) s identickou geometrií a uspořádáním, avšak s různým předpětím lanek, jeden vzorek navíc bez předpětí. Všechny tři vzorky byly zkoušeny ve svislé poloze a byly uloženy nahoře i dole pomocí všesměrného kloubu (obr. 2.23). Zatížení bylo aplikováno pomocí hydraulického lisu pod zkoušeným vzorkem. Zatěžování proběhlo v několika zatěžovacích stupních po 2,5 kN (předepnuté pruty) a 1,25 kN (nepředepnutý prut). Po každém přitížení bylo provedeno úplné odlehčení. Před započítáním zatěžování byl změřen počáteční tvar prutu prostorovým protínáním vpřed pomocí označených bodů na hlavním nosném sloupu a totální stanice, která určovala polohu vyznačeného bodu ve dvou na sebe kolmých směrech. Tímto měřením byl zjištěn počáteční tvar celého nosného sloupu po jeho výšce ve 3D. Při samotném zatěžování byly příčné deformace prutu měřeny v sedmi bodech po celé jeho výšce pomocí potenciometrů a zároveň byl celý prut měřen 3D skenováním. Předpětí v lankách bylo měřeno tenzometry. Tenzometry byly nalepeny na tělo napínáku a byly předem kalibrovány pro odčítání tahové síly.



Obr. 2.23 – Uložení zkušebních vzorků ve zkušebním hydraulickém lisu vlevo, detail uložení vzpínadlového sloupu na všesměrném kloubu vpravo

Po změření počáteční geometrické imperfekce prvního vzorku byla předepnuta lanka. Nerovnoměrným předepnutím lanek byla zmenšena počáteční geometrická imperfekce. Celková velikost předpětí všech lanek byla 5,44 kN. Vzorek byl poté zatěžován do „kolapsu“, resp. nadměrné příčné deformace hlavního nosného prutu, kdy byl test ukončen.

Druhý prut byl pomocí nerovnoměrného předpětí lanek také napřímen. Celková velikost předpětí lanek byla 4,54 kN. Vzorek byl poté obdobně zatěžován do kolapsu.

Třetí vzorek byl pro experimentální ověření nárůstu únosnosti vlivem předpětí zatěžován nejprve bez předpínacích lan (jako běžný „Eulerovský prut“ s volnou délkou 5 m). Po vybočení byla aktivována předpínací lanka a vzorek pomocí nerovnoměrného předpětí napřímen. Celková velikost předpětí lan byla 3,9 kN. Vzorek byl poté opět zatěžován do kolapsu.

2.5.5 Výsledky experimentů vzpínadlových prutů

Pro všechny tři vzorky byly vyhodnocovány celkové příčné deformace hlavního prutu (průhyby) pro odpovídající zatížení a velikosti předpínacích sil v lanech.

Kritické břemeno bylo stanoveno subjektivně, při náhlé velké změně průhybu s malým nárůstem zatížení. Počáteční příčné průhyby po vyrovnání hlavního prutu pomocí předpínacích lan i průhyby při dosažení největšího zatížení jsou uvedeny v tab. 4. Velikost kritických břemen pro jednotlivé zkušební vzorky jsou uvedeny v tab. 5. a na obr. 2.24.

Tab. 4 – Vyhodnocení experimentu – počáteční imperfekce a výsledné deformace prutů

Vzorek	Počáteční průhyb [mm]						Výsledný příčný průhyb [mm]					
	$\frac{1}{4} x$	$\frac{1}{4} y$	$\frac{1}{2} x$	$\frac{1}{2} y$	$\frac{3}{4} x$	$\frac{3}{4} y$	$\frac{1}{4} x$	$\frac{1}{4} y$	$\frac{1}{2} x$	$\frac{1}{2} y$	$\frac{3}{4} x$	$\frac{3}{4} y$
Prut 1	0,7	0,5	1,9	8,3	0,2	0,2	7,1	14,3	10,3	25,8	7,0	12,0
Prut 2	2,9	12,2	3,8	19,9	2,5	14,7	8,3	38,9	11,8	53,7	5,5	37,7
Prut 3	0,1	1,7	0,5	2,2	0,4	1,9	3,5	6,2	4,1	8,2	2,4	6,0
Prut 4	1,1	0,1	0,6	0,2	1,3	0,6	68,8	95,9	84,1	108,2	62,3	87,5

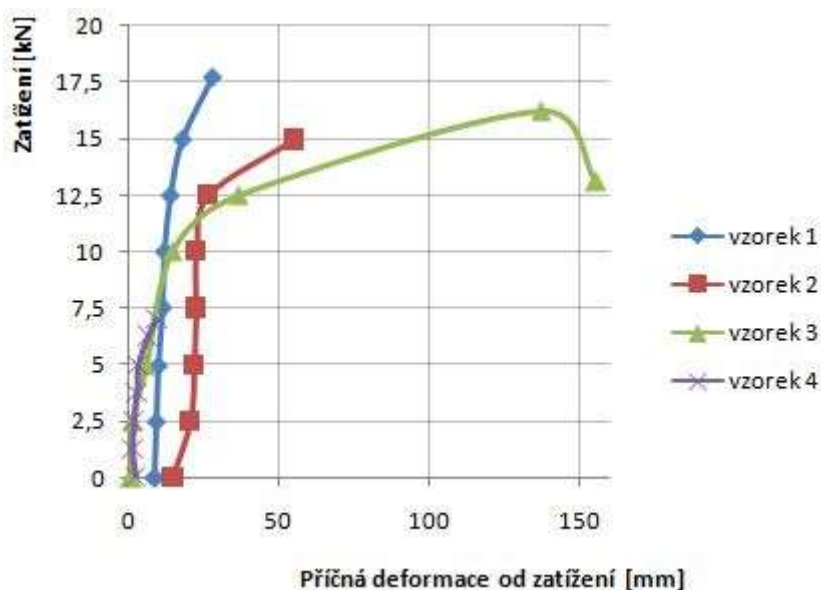
Pozn.: Vzorek 4 představuje prut, který nebyl předeprnut a byl zkoušen jako prostě uložený tlačný prvek.

Tab. 5 – Vyhodnocení experimentu – velikost kritického břemene

Vzorek	N_{cr} [kN]	T [kN]	Tvar příčné deformace
Prut 1	17,75	5,44	symetrický
Prut 2	14,93	4,54	symetrický
Prut 3	12,5	3,9	symetrický
Prut 4	7,04	0,0	symetrický

Pozn.: Velikost kritických břemen byla stanovena subjektivně při náhlém zvětšení průhybu při daném zatížení

Výsledný tvar vybočení všech čtyř zkušebních vzorků odpovídal podle měřených příčných deformací po výšce prutu prvnímú vlastnímu tvaru konstrukce (odpovídajícího symetrickému vybočení). Směr vybočení hlavního sloupu byl vždy prostorový, ve směru mezi ramena kříže.



Obr. 2.24 – Závislost zatížení konstrukce na velikosti průhybu uprostřed délky prutu

Z grafu je patrné, že zkušební vzorek 1, s druhou největší počáteční imperfekcí, ale s největším předpětím v předpínacích lanech, dává největší kritické břemeno a nejmenší příčnou deformaci na konci zatěžování. Vliv stabilizace pomocí předpínacích lan na tento prvek je ze všech tří předpjatých zkušebních vzorků největší. Pro zkušební vzorek 2 je patrná největší počáteční deformace a při dosažení kritického břemene je nárůst příčné deformace znatelný. S menší předpínací silou v lanech je vliv stabilizace z hlediska únosnosti i deformace menší než u zkušebního vzorku 1. Předpjatý zkušební vzorek 3 má nejmenší počáteční imperfekci ze všech tří předpjatých zkušebních vzorků, ale také nejmenší předpínací sílu v lanech. Kritické břemeno bylo v tomto případě vyhodnoceno s hodnotou $N_{cr} = 12,5$ kN. Další zatěžování vzorku bylo provedeno až do úplného kolapsu vzorku. Jednalo se o pokritickou únosnost vzorku, kdy po dosažení kritického zatížení lze pozorovat aktivaci táhel na konvexní straně vzorku a další růst zatížení.

Pro zkušební vzorek 4, který byl zkoušen bez předpětí v táhlech, je počáteční imperfekce téměř stejná jako u zkušebního vzorku 3. Experimentální hodnota kritického zatížení byla odhadnuta na $N_{cr} = 7,04$ kN.

Další podrobnější výsledky testů však nebyly v [32] zpracovány a jsou vyhodnoceny až v rámci kap. 4.

3 Cíle disertační práce

Cílem disertační práce je podrobný výzkum stability a únosnosti velmi štíhlých vzpínadlových tlačných prutů z korozivzdorné oceli s jedním a dvěma kříži. Práce vychází z experimentů provedených na FSv ČVUT v minulosti a dalších testů provedených v zahraničí. K finálnímu vyhodnocení testů na FSv budou provedeny materiálové zkoušky a sestaven numerický model, který bude validován na výsledcích testů. Následné parametrické studie budou zaměřeny na vliv širokého spektra vstupních dat.

Cíle experimentální části:

- provedení materiálových tahových zkoušek celého průřezu trubek z korozivzdorné oceli použitých v testech v minulém období,
- stanovení vhodného materiálového modelu chování trubek k teoretickému řešení stability a únosnosti zkoušených vzpínadlových prutů,
- komplexní vyhodnocení experimentů provedených na vzpínadlových sloupech na FSv ČVUT v minulém období Ing. Servítovou.

Cíle teoretické části:

- vytvoření numerických 3D modelů zahrnujících materiálovou a geometrickou nelinearitu a imperfekce prvků (GMNIA) předpjatých vzpínadlových sloupů v softwaru ANSYS (ANSYS Workbench 17.0),
- validace modelů na základě experimentů provedených na FSv ČVUT v minulém období, doplněných a vyhodnocených v experimentální části,
- studie výsledků 3D modelů s ohledem na rovinné a prostorové vybočení,
- numerické studie kritických zatížení ideálních vzpínadlových prutů se zaměřením na rozdíly materiálového chování běžné uhlíkové a korozivzdorné oceli (zejména austenitické oceli 1.4301) při různém předpětí táhel,
- numerické studie kritických zatížení ideálních vzpínadlových prutů se zaměřením na vliv okrajových podmínek (pevné a kluzné uložení táhel na kříži) při různém předpětí táhel,
- numerické studie GMNIA vzpínadlových prutů s různými imperfekcemi a vstupními daty pro určení skutečné únosnosti,
- analytické a numerické studie vzpínadlových prutů se dvěma kříži,



- vyhodnocení studií a vypracování závěrů ke kritickému zatížení a skutečné únosnosti vzpínadlových tlačných prutů s jedním a dvěma kříži z korozivzdorné oceli.

4 Experimentální část

4.1 Úvod

Experimenty provedené v rámci této kapitoly byly realizovány na pracovišti ČVUT v Praze v roce 2015 a 2016.

Experimentální část se týkala doplňujících materiálových testů oceli 1.4301, které byly nezbytné pro získání pracovního diagramu použité oceli u experimentálně zkoušených vzpínadlových sloupů vyrobených z této oceli v roce 2010 na Fakultě stavební ČVUT, viz kap. 2.5.

Zkušební vzorky byly vyrobeny ve dvou sadách, vždy po třech kusech pro hlavní nosný prut a pro rameno vzpínadlového kříže.

4.2 Materiálové zkoušky

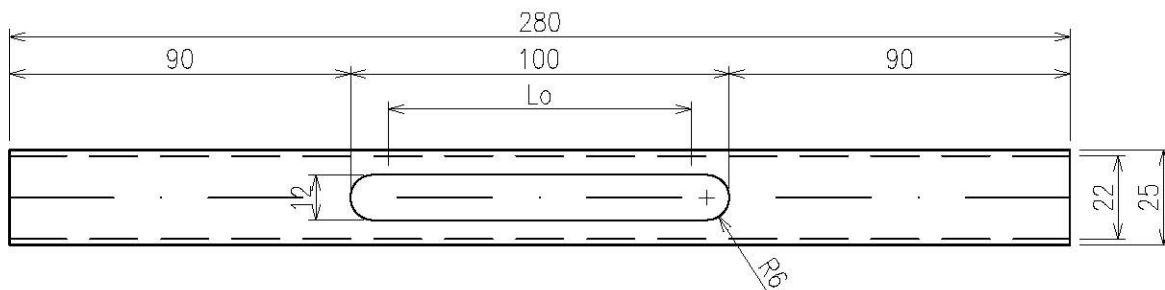
Samotné provedení materiálových zkoušek z připravených vzorků, bylo provedeno v souladu s normou ČSN EN ISO 6892-1 [34] (Zkouška tahem za pokojové teploty). Norma sloužila jako výchozí podklad pro přípravu zkušebních vzorků, zejména pro jejich úpravu a výsledné stanovení očekávaných velikostí tahových sil pro přetržení vzorků.

Tlakové zkoušky nebyly z důvodu malého množství zkušebního materiálu provedeny a podle běžných znalostí se materiál předpokládá se stejným pracovním diagramem v tlaku až do výrazného plastického tečení jako u tahové zkoušky.

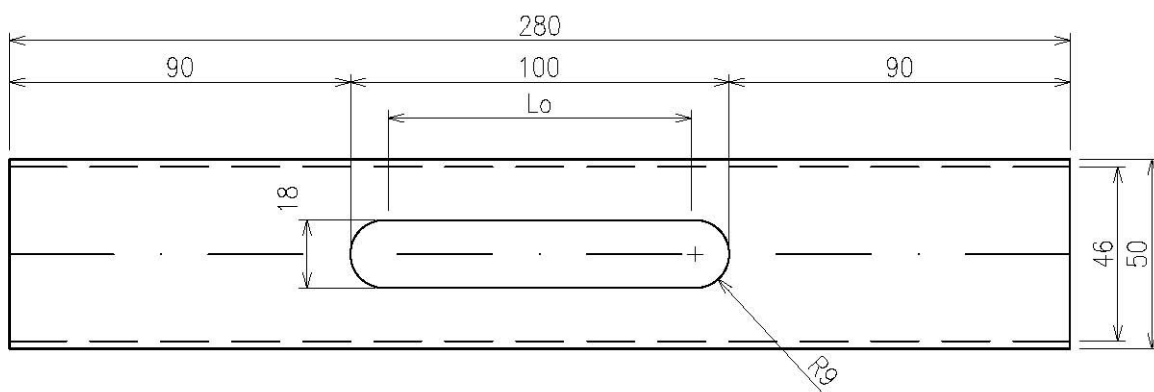
4.2.1 Příprava vzorků

Vzorky byly vyrobeny podle obrázků 4.1 a 4.2 ze dvou různých trubek použitých při experimentálních zkouškách na vzpínadlových sloupech v roce 2010 (pro hlavní prut a pro trubky kříže). Byly použity trubky $\varnothing 25$ mm s tloušťkou stěny 1,5 mm a trubky $\varnothing 50$ mm s tloušťkou stěny 2 mm. Rozměry trubek byly ověřeny při jejich přípravě před tahovou zkouškou pomocí digitálního posuvného měřidla s přesností na setinu milimetru. Výsledná tahová zkouška byla provedena pro upravený celý průřez, nikoliv pro vyříznuté tělíčko z dané trubky. Na obou sadách vzorků byly provedeny drážky (oslabení průřezu z důvodu kapacity trhačického stroje) v délce 100 mm. Pro upevnění vzorků byly ke koncům vzorků navařeny trny z kruhové oceli s průměrem umožňujícím upevnění do čelistí trhačického stroje. Upínací trny byly vyrobeny z tyče běžné uhlíkové oceli o průměru 50 mm a na soustruhu obrobena na požadovaný průměr, který umožňoval plné sevření v čelistech zkušebního stroje. Svary upína-

cích trnů byly ve vzdálenosti více než šestinásobek tloušťky stěny trubek od měřené oblasti, čímž bylo vyloučeno ovlivnění výsledků tahové zkoušky od reziduálních pnutí způsobených přípravou vzorků. Připravené vzorky byly před zkoušením opět přeměřeny setinným posuvným digitálním měřítkem k ověření rozměrů v místě oslabení vzorku.



Obr. 4.1 – Výrobní schéma zkušební vzorku sady 1



Obr. 4.2 – Výrobní schéma zkušební vzorku sady 2



Obr. 4.3 – Typický zkušební vzorek, trubka TR25x1,5 mm



Obr. 4.4 – Typický zkušební vzorek, trubka TR50x2,0 mm

Na každý zkušební vzorek pak byly nalepeny v místě měření (v polovině délky) dva fóliové tenzometry pro měření poměrné deformace. Tenzometry byly osazeny vstřícně na každé straně vzorku pro eliminaci ohybového namáhání vzorku. Byly použity tenzometry 1-LY11-10/120 firmy HBM. Povrch vzorku byl nejprve v místě nalepení zbroušen, odmaštěn chemickým prostředkem a následně tenzometr nalepen pomocí tekutého lepidla Z70 od firmy HBM. Po 5 minutách od zatumnutí lepidla byl tenzometr přitlačen pomocí slídové fólie.

4.2.2 Průběhy zkoušek

Zkoušky byly provedeny za pomoci pracovníků Experimentálního centra Fakulty stavební ČVUT na stroji EUS40 s kapacitou 400kN, každoročně kalibrovaným. Vzorky byly pomocí upínacích tyčí umístěny do středu čelistí pro zajištění pouze osového namáhání vzorku. Záznam byl vyhodnocen z digitálního průběhu zatěžování vzorku, nalepených foliových tenzometrů 1-LY11-10/120 HBM a osazeného extenzometru Epsilon STGA/10/50/E-HT1 (viz obr. 4.3).

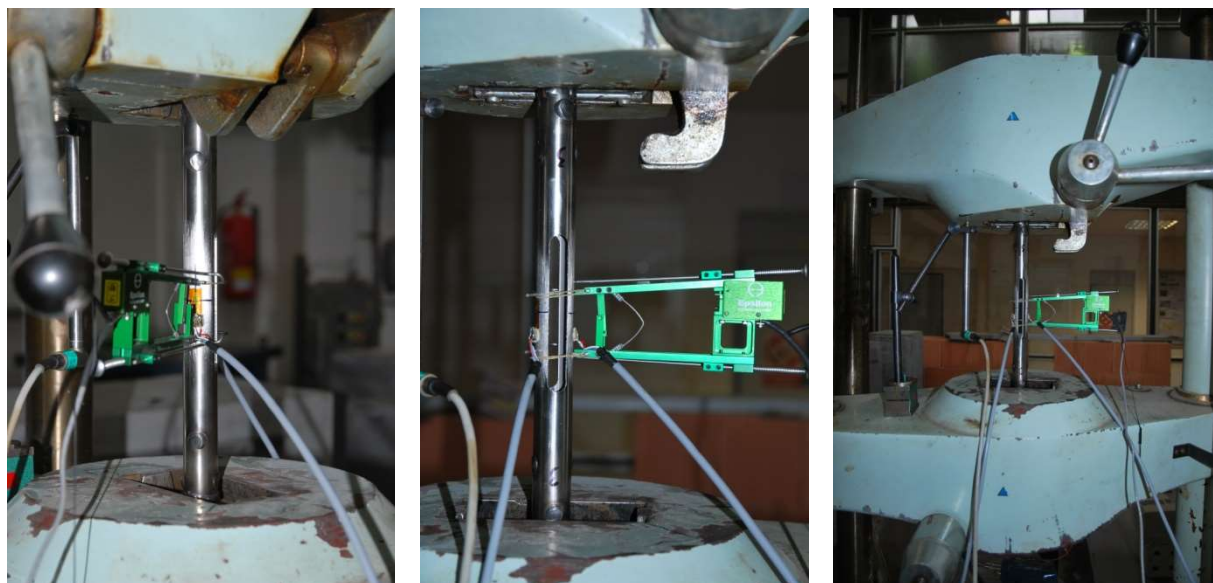
Rychlost přírůstku napětí byla stanovena podle doporučené meze normou, tj. 3 MPa/s a byla konstantní pro celou zkoušku. Délka měření jednoho vzorku nepřesáhla dobu 5 minut. Průběh měření byl zaznamenáván v digitální podobě a přenesen do softwaru MS Office Excel, kde byly pro každý zatěžovací krok zapsány naměřené hodnoty poměrné deformace z tenzometrů, osazeného extenzometru a síly vyvolané zatěžovacím strojem.

V průběhu zatěžování vzorků se objevil vliv četného používání stroje a upínacích čelistí. Došlo tak k poklesu síly vlivem určitého prokluzu upínacích trnů v čelistech stroje. Po následném samovolném zajištění upínacích trnů v čelistech se průběh zatěžování ustálil a zkoušení proběhlo až do přetržení vzorku (trubek $\varnothing 25 \times 1,5$ mm) bez dalších problémů. Zkušební vzorky z trubek $\varnothing 50 \times 2,0$ mm byly zatěžovány až do maximální hodnoty tahové síly zatěžovacího stroje, kde již bylo patrné extrémní protažení zkoušeného vzorku, ale nebylo dosaženo jeho přetržení. Výsledek byl nicméně brán jako úspěšný, neboť požadavek byl na stanovení pouze pružné části pracovního diagramu, která je rozhodující pro další práci na numerickém modelu vzpínadlových sloupů.

4.2.3 Zkušební vzorek – trubka TR25x1,5 mm

První materiálová zkouška byla provedena na první sadě tří vzorků z trubek TR25x1,5 mm, u kterých byla tahová zkouška provedena v plném rozsahu až do přetržení zkušebních vzorků. V průběhu experimentů na jednotlivých vzorcích došlo při nadměrném protažení vzorku k odlepení tenzometrů a tím nebylo možné plné doměření pracovního diagramu oceli včetně dosažení meze pevnosti.

Průměrné materiálové vlastnosti všech tří zkoušených vzorků z trubky TR25x1,5mm jsou uvedeny v tab. 6. výsledné pracovní diagramy tří zkušebních trubek TR25x1,5 jsou na obr. 4.8.



Obr. 4.5. – Upevněné vzorky ve zkušebním stroji s upevněným extenzometrem a nalepenými tenzometry

4.2.4 Zkušební vzorek – trubka TR50x2,0 mm

Materiálová zkouška byla provedena na druhé sadě tří zkušebních vzorků z trubek TR50x2,0 mm, přičemž byla dosažena téměř maximální tahová síla, která může být strojem vyvolána. Vzorek však nebyl přetržen, ale při testu a po jeho ukončení bylo patrné protažení vzorku, viz obr. 4.7. Výsledné pracovní diagramy jsou opět zobrazeny na společném grafu se vzorky z trubek TR25x1,5 mm, obr. 4.8.



Obr. 4.6 – Upevněné vzorky ve zkušebním stroji s upevněným extenzometrem a nalepenými tenzometry

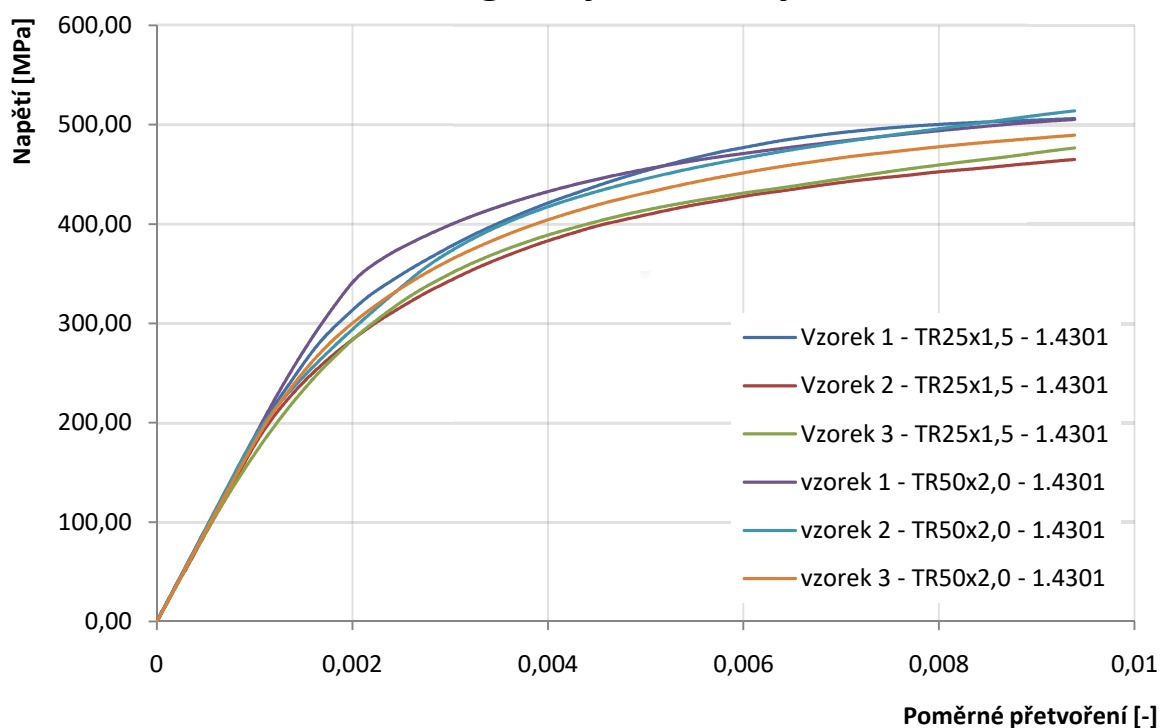


Obr. 4.7 – Konec tahové zkoušky na vzorcích $\varnothing 50 \times 2,0$ mm s patrným protažením vzorku

Tab. 6: Tahové pevnostní charakteristiky pro zkušební tělesa TR25x1,5 a TR50x2,0 [mm]

Zkouška	$E_{0,in}$ [MPa]	$\sigma_{0,2}$ [MPa]	σ_u [MPa]
Vzorek 1 – TR25x1,5	184105	433,7	748,1
Vzorek 2 – TR25x1,5	180521	388,9	737,2
Vzorek 3 – TR25x1,5	182715	393,3	743,5
Vzorek 1 – TR50x2,0	186319	442,1	---
Vzorek 2 – TR50x2,0	187589	426,3	---
Vzorek 3 – TR50x2,0	183071	412,2	---

Pracovní diagramy zkoušených vzorků



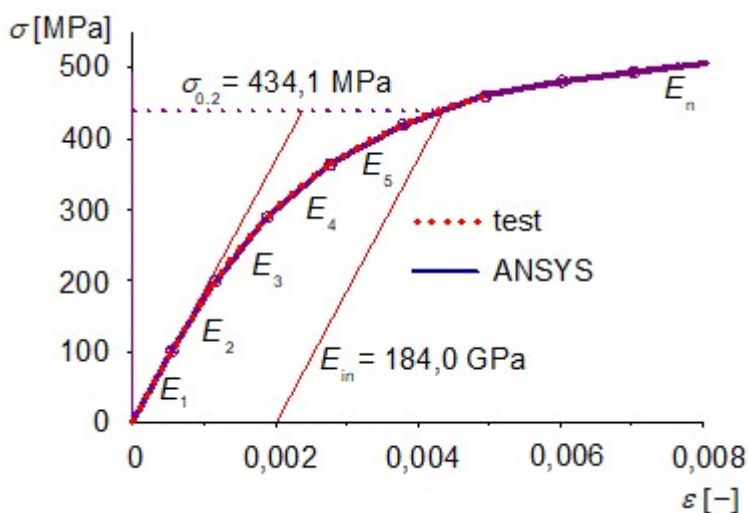
Obr. 4.8 – Výsledné pracovní diagramy zkoušených materiálových vzorků z oceli 1.4301

4.3 Závěr

Výsledné naměřené a vyhodnocené pracovní diagramy zkoušených vzorků z trubek TR25x1,5 mm a TR50x2,0 mm byly zprůměrovány ve výsledný pracovní diagram, který byl použit v numerické materiálově nelineární analýze vzpínadlových sloupů (3D GMNIA a 2D GMNIA).

Zjištěné hodnoty modulů pružnosti pro jednotlivé zkušební vzorky byly v rozptylu od 9,7 % do 6,2 % nižší než normová hodnota pro daný typ oceli 1.4301, stanovená v Eurokódu ČSN EN 1993-1-4 na hodnotu 200 GPa.

Výsledný pracovní diagram je zobrazen na obr. 4.9 jako multilineární a představuje průměr ze všech šesti zkušebních vzorků z trubek TR25x1,5 mm a TR50x2,0 mm.



Obr. 4.9 – Multilineární pracovní diagram pro numerické analýzy

Rozsah zobrazeného pracovního diagramu austenitické oceli 1.4301 je pro použití v numerickém modelu plně vyhovující. Vzpínadlové konstrukce, resp. velikost napětí na hlavním nosném prutu, se při kritickém zatížení a předpětí až do $3T_{opt}$ pohybuje v rozmezí 200÷350 MPa. Zatěžovat konstrukci do větších plastických deformací, popř. až do vzniku plně rozvinutého plastického kloubu je nereálné z hlediska velikosti příčných a osových deformací a napjatosti v běžných předpínacích lanech.

Vliv materiálové nelinearity je jedním z cílů disertační práce a bude rozhodujícím faktorem pro ověření výsledků experimentů na vzpínadlových konstrukcích provedených v roce 2010.

5 Teoretická část

Kapitola 5 se cíleně věnuje numerickým výpočtům vzpínadlových prutů ve 2D a 3D, resp. jejich prostorovému chování, zejména kritickému zatížení a únosnosti, v závislosti na velikosti počátečního předpětí v lanech pro různé velikosti a tvar počátečních imperfekcí centrálního prutu.

Kapitola je rozdělena na několik podkapitol, které se zaměřují na modelování předpjatých vzpínadlových prutů s jedním či dvěma kříži s kluzným i pevným uložením lan. Předem je provedena validace numerického modelu na experimentech.

Hlavní částí této kapitoly je pak parametrická numerická studie zohledňující vliv materiálové nelinearity, počáteční velikosti a tvary geometrických imperfekcí centrálního prutu a vliv prokluzu v místě kluzného uložení lan v sedle v porovnání s pevným uložením lan.

Další částí numerických studií je i studie rozdílů výsledků mezi předpjatými vzpínadlovými pruty s jedním křížem uprostřed rozpětí a vzpínadly se dvěma kříži umístěnými v třetinách délky vzpínadel. Jedná se o studii k zjištění vlivu počtu vzpínadlových křížů na kritické zatížení a únosnost pro vzpínadlové pruty s pevným uložením táhel na křížích.

5.1 Numerický MKP 3D model

Numerický model byl proveden v programu Ansys Workbench 17.0. Jedná se o sofistikovaný výpočetní program, který využívá MKP k řešení běžných úloh i parametrických studií a umožňuje zahrnout vliv materiálových i geometrických nelinearit, uvážení okrajových podmínek kluzného uložení lan na koncích vzpínadlového kříže i koncového uložení hlavního nosného prutu. V programu lze namodelovat kompletní krokové chování konstrukce při jejím zatěžování v reálných podmínkách s ohledem na její počáteční nulový stav, kdy je konstrukce nezatížena a jsou nastaveny počáteční imperfekce hlavního nosného prutu.

V první fázi výpočtu jsou nejprve zadány tvary počátečních imperfekcí s jejich požadovanou amplitudou a zavedena předpínací síla, která odpovídá požadovanému předpětí.

V druhé fázi dochází k iteračnímu zatěžování konstrukce, které je na prut zavedeno axiálním stlačením jeho podpor. V celé oblasti zatěžování je tak zjištěno chování vzpínadlového prutu a v konečné fázi dosažení kritických zatížení (pro pruty s nulovou nebo infinitesimálně malou imperfekcí) nebo maximálních zatížení (pro pruty s danou imperfekcí) a odpovídající pokritické únosnosti.

Samotný numerický model zahrnuje kombinaci prutových a skořepinových konečno-prvkových elementů. Pro modelování předpínacích lan jsou použity prutové 3D elementy,

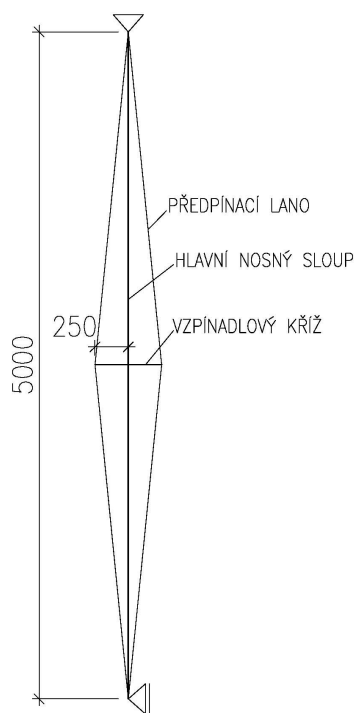
které dokážou vyloučit tlakové napětí působící v elementu při zatížení a tím eliminovat jejich axiální tuhost na celkovou únosnost konstrukce.

Použití takto sofistikovaného výpočetního programu bylo nutné s ohledem na plánované numerické analýzy pro lineární bifurkaci (2D LBA, 3D LBA), geometricky nelineární analýzu s imperfekcemi (2D GNIA, 3D GNIA) a dvojnásobně materiálově i geometricky nelineární analýzu s imperfekcemi (2D GMNIA, 3D GMNIA).

5.1.1 Modelování vzpínadlových prutů

Numerický model určený k validaci podle experimentů byl vytvořen pro geometrii zkoušených vzpínadlových prutů.

Pro tvorbu numerického modelu byl použit výpočetní program Ansys Workbench verze 17.0. Schéma experimentálně zkoušených konstrukcí je uvedeno na obr. 5.1.



Obr. 5.1 – Geometrické schéma řešeného vzpínadlového prutu

Numerický model byl vytvořen ve dvojitě provedení: s kluzným a pevným uložením lan na vzpínadlovém kříži (viz 1.4). Pro hlavní nosný prut a ramena kříže je použit prvek BEAM188. Pro předpínací lana byl použit prvek LINK180, u kterého bylo vyloučeno působení lana v tlaku. U kluzného uložení je sedlo, resp. skořepina pro uložení lana tvořena prvky SHELL281. Tvar sedla byl namodelován dle detailu vytvořeného v programu Autocad. Jedná se o předpokládaný tvar, který bylo možné na reálné konstrukci provést.

5.1.2 Uspořádání modelu a okrajové podmínky

Numerický model byl geometricky modelován dle obr. 5.1. Celý model byl navržen s kloubovým uložením centrálního prutu odpovídajícímu realitě. Bylo nutné definovat uvažované posuny a průhyby jednotlivých částí pro správné fungování numerického modelu.

Koncové uložení lan, resp. jejich upevnění k centrálnímu nosnému prutu je modelováno pomocí pevného přípoje, ale element LINK180 se v místě chová jako kloubově upevněný prvek s nulovou ohybovou tuhostí, čímž dochází k eliminaci modelování dalšího pevného spoje s kloubovým chováním při numerické analýze.

Ramena vzpínadlového kříže jsou k centrálnímu prutu a vzájemně mezi sebou modelována tak, aby byla za jakéhokoli tvaru geometrické imperfekce centrálního prutu zachována kolmost mezi rovinou vzpínadlového kříže a osou centrálního prutu a zároveň zachována kolmost mezi rameny vzpínadlového kříže. Tato podmínka je zajištěna pomocí vnitřních vazebných podmínek při modelování konstrukce. Tyto podmínky ale neumožňují zadání počáteční geometrické imperfekce v polovině rozpětí vzpínadla (jak pro symetrický, tak i pro antisymetrický tvar) s nulovou hodnotou imperfekce, tzn. bez zakřivení centrální nosného prutu. Při nulové hodnotě imperfekce dochází k rozpadu vazebných podmínek a k rozpadu napojení vzpínadlového kříže k centrálnímu sloupu vzpínadla. Pro řešení vzpínadlových prutů s téměř nulovou imperfekcí byla proto použita GNIA/GMNIA.

Uložení centrálního prutu na obou koncích je provedeno pomocí kloubového uložení s umožněním plného natočení dle deformace prutu, ale s možností axiálního posunu na jednom konci. Axiální posun podpory zajišťuje definované zatížení pro GNIA/GMNIA numerické analýzy.

Chování modelu odpovídá pouze definovanému zatížení konstrukce, velikosti předpínací síly v předpínacích lanech a definovaným geometrickým vlastnostem daného vzpínadla. Jiná zatížení nebyla definována, tzn., že vlastní tíha jednotlivých komponentů je zanedbána, stejně tak nejsou uvažována jiná zatížení (tlak větru, jiná boční příčná destabilizující zatížení apod.).

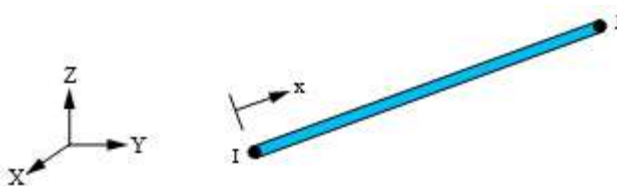
5.1.2.1 LINK180 – FEM element

LINK180 je konečno-prvkový element, který funguje na bázi prvku BEAM (nosníku) s tím rozdílem, že prvky LINK se deaktivují při tlakovém namáhání, které vzniká v případě vybočení vzpínadlového prutu při dosažení kritického břemene nebo při počátečním zakřivení hlavního nosného prutu a jeho zatěžování, kdy s narůstající deformací od stlačování konstrukce dochází k zvětšování průhybu hlavního nosného sloupu a lana na konkávní straně jsou proto “tlačena“.

Jedná se o jednoosý prvek se třemi stupni volnosti v koncových uzlech ve směrech x , y a z . V případě pevného upevnění prvku v koncových uzlech nedochází k žádnému ohýbání prvku v důsledku uvolnění prvku nebo ohybu od vlastní tíhy, případně jiné příčné síly vyvolávající průhyb prvku nebo změně geometrie konstrukce při větším zatížení. Tento efekt je dobře patrný u porovnání výsledků mezi pevným a kluzným uložením předpínacích lan na vzpínadlových prutech. Prvek dále zahrnuje plasticitu, velké rotace, velké průhyby a přetvoření. Chování prvku LINK180 při zatížení v numerickém modelu pak popisuje multilineární pracovní diagram získaný z experimentálních materiálových zkoušek. Při tahovém namáhání odpovídá zadanému pracovnímu diagramu, který je zadávaný v nominálních hodnotách napětí a přetvoření. Ve výchozím nastavení prvek podporuje pružné chování v pružné oblasti pracovního diagramu, izotropní zpevnění, kinematické zpevnění, Hillovu anizotropní plasticitu a Chabocheho nelineární zpevnění.

Předpínací síla v předpínacích lanech je pak na tento prvek aplikována jako teplotní změna (oteplení, ochlazení prvku). Zadávána je v modelu před zahájením zatěžování konstrukce vzpínadlového prutu. Jiný způsob modelování předpětí tento prvek neumožňuje.

Úplná definice prvku LINK180 je popsána v[35].



Obr. 5.2 – Geometrie prvku LINK180

Skript pro vyloučení tlaku při zatížení

et, matid, 180

*get, area, secp, matid, prop, area

sectype, matid, link

secdata, area

seccontrol,, 1 ! Tension only

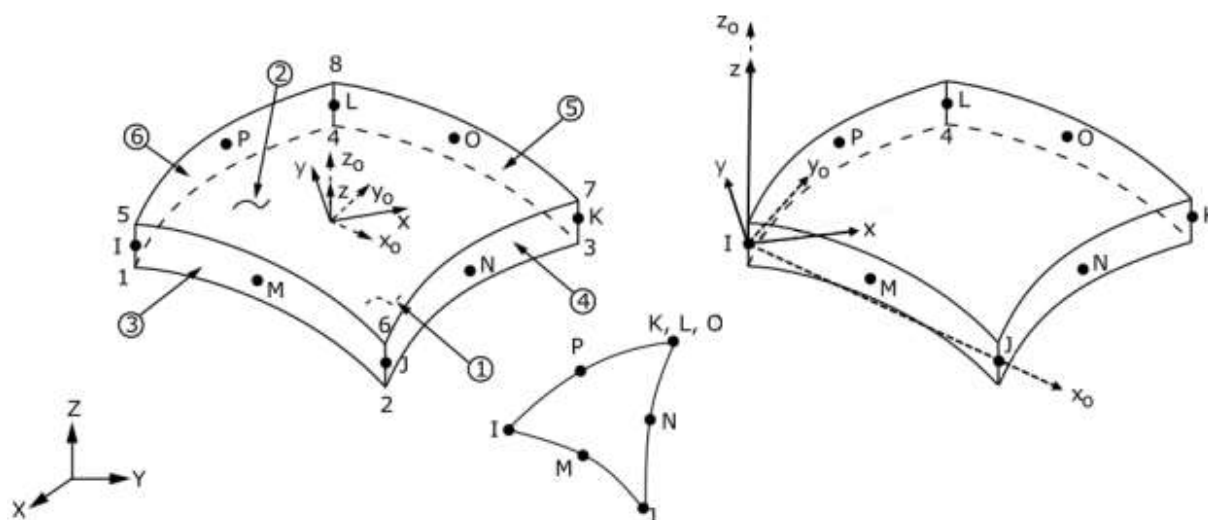
5.1.2.2 SHELL281 – FEM element

Konečno-prvkový element SHELL281 byl použit v numerickém modelu pro provedení kluzného uložení předpínacích lan na kluzných sedlech. Jedná se o skořepinový prvek vhodný pro analýzu tenkých až středně silných skořepinových struktur.

Prvek má osm uzlů (I, J, K, L, M, N, O, P), vždy se šesti stupni volnosti v každém ze svých uzlů okolo os x, y a z , viz obr. 5.3. Detail prvku trojúhelníkového tvaru je pomocí stejného počtu uzlů, jako tomu je pro prvek čtvercového tvaru, ukázán rovněž na obr. 5.3. Hlavní integrační body trojúhelníkového tvaru prvku jsou uzly K, L a O. Střední uzly M, N, O, P na rovině skořepinového prvku musí být vždy uváženy a nemohou být eliminovány.

V případě použití prvku jako membrány má prvek pouze translační stupně volnosti. Prvek SHELL281 je vhodný pro lineární nebo nelineární úlohy s velkými deformacemi.

Prvek odpovídá za distribuci (tuhosti zátěže) účinků rozdělených tlaků. Formulace prvku je založena na logaritmických deformacích a skutečném rozložení napětí. Kinematika prvku umožňuje konečné napnutí membrány (roztažení/roztažení).



Obr. 5.3 – Geometrie prvku SHELL281

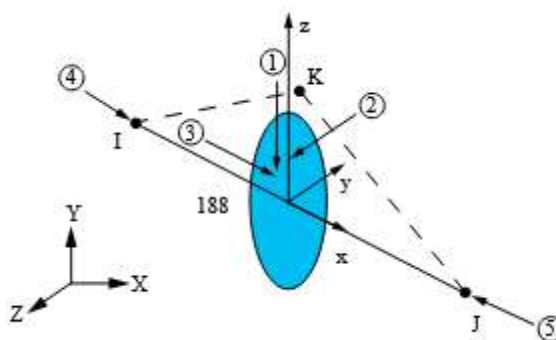
Úplná definice prvku SHELL281 je popsána v[35].

5.1.2.3 BEAM188 – FEM element

Konečno-prvkový element BEAM188 byl použit v numerickém modelu pro modelování hlavního nosného prutu a ramen vzpínadlového kříže. Princip prvku vychází z Timošenkovy prutové teorie se zahrnutím vlivu smykové deformace. Prvek poskytuje modelování štíhlých až středně tlustých těles s uvážením velkých deformací, ale omezenou deformací průřezu.

Prvek je lineární, kvadratický nebo kubický dvojuzlový prvek ve 3D. Prvek BEAM188 má v každém uzlu šest nebo sedm stupňů volnosti v osách x , y a z (posuny a pootočení okolo definovaných os). Sedmý stupeň volnosti (velikost deformace) je volitelný. Prvek je vhodný jak pro lineární výpočty, tak i pro nelineární úlohy s uvážením velkých deformací a rotací.

Pomocí prvku BEAM188 lze analyzovat problémy konstrukcí s ohybovou, příčnou a torzní stabilitou. Používá vlastní čísla pro kritická zatížení a umožňuje řešení pokritické únosnosti pomocí metody arc-length (Crisfieldova iterace po oblouku).



Obr. 5.4 – Geometrie prvku BEAM188

Úplná definice prvku BEAM188 je popsána v[35].

5.1.3 Kluzný kontakt

V rámci disertační práce byl u konstrukce vzpínadla použit kluzný kontakt sedla a lana definovaný mezi kontaktní cílovou plochou TARGE170 (na sedle) a kontaktním uzlovým prvkem CONTA175 (na laně).

Problémy s kontakty jsou vysoce nelineární úloha a jejich numerické řešení vyžaduje značené hardwarové prostředky a čas pro jejich numerickou analýzu. Vliv prokluzu lana na sedle vzpínadlového kříže umožňuje relativně velká pootočení a posuny, které mají za následek velkou změnu geometrie a tvarů vybočení při dosažení kritických zatížení a maximálních únosností vzpínadel. Tento efekt je u vzpínadel eliminován pomocí pevného připojení lana k ramenu vzpínadlového kříže a tím dochází k rapidnímu zjednodušení a zkrácení výpočetní úlohy konstrukce.

5.1.3.1 Obecná klasifikace kontaktů

Řešení problému s kontakty spadá do dvou obecných tříd: tuhý-flexibilní a flexibilní-flexibilní. Toto dělení je uváženo pro modelování navrhovaných spojů s ohledem na reálné chování v praxi při přerozdělení tuhostí jednotlivých komponent u řešeného spoje. Samotný spoj je pak řešen pomocí prvků závislých na základních modelech kontaktu.

Software Ansys podporuje pět základních modelů kontaktů: Povrch-Povrch, Křivka-Povrch, Uzel-Povrch, Křivka-Křivka, Uzel-Uzel. Každý typ modelu požívá jinou sadu kontaktních prvků, které jsou vhodné pro daný typ kontaktu. V rámci disertační práce byl u konstrukce vzpínadla použit kluzný kontakt sedla a lana definovaný mezi kontaktní cílovou plochou TARGE170 (na sedle) a kontaktním uzlovým prvkem CONTA175 (na laně). Tento typ modelu odpovídá základnímu modelu Uzel-Povrch, pro který jsou právě definovány prvky TARGE170 a CONTA175[36].

5.1.3.2 Základní model Uzel-Povrch

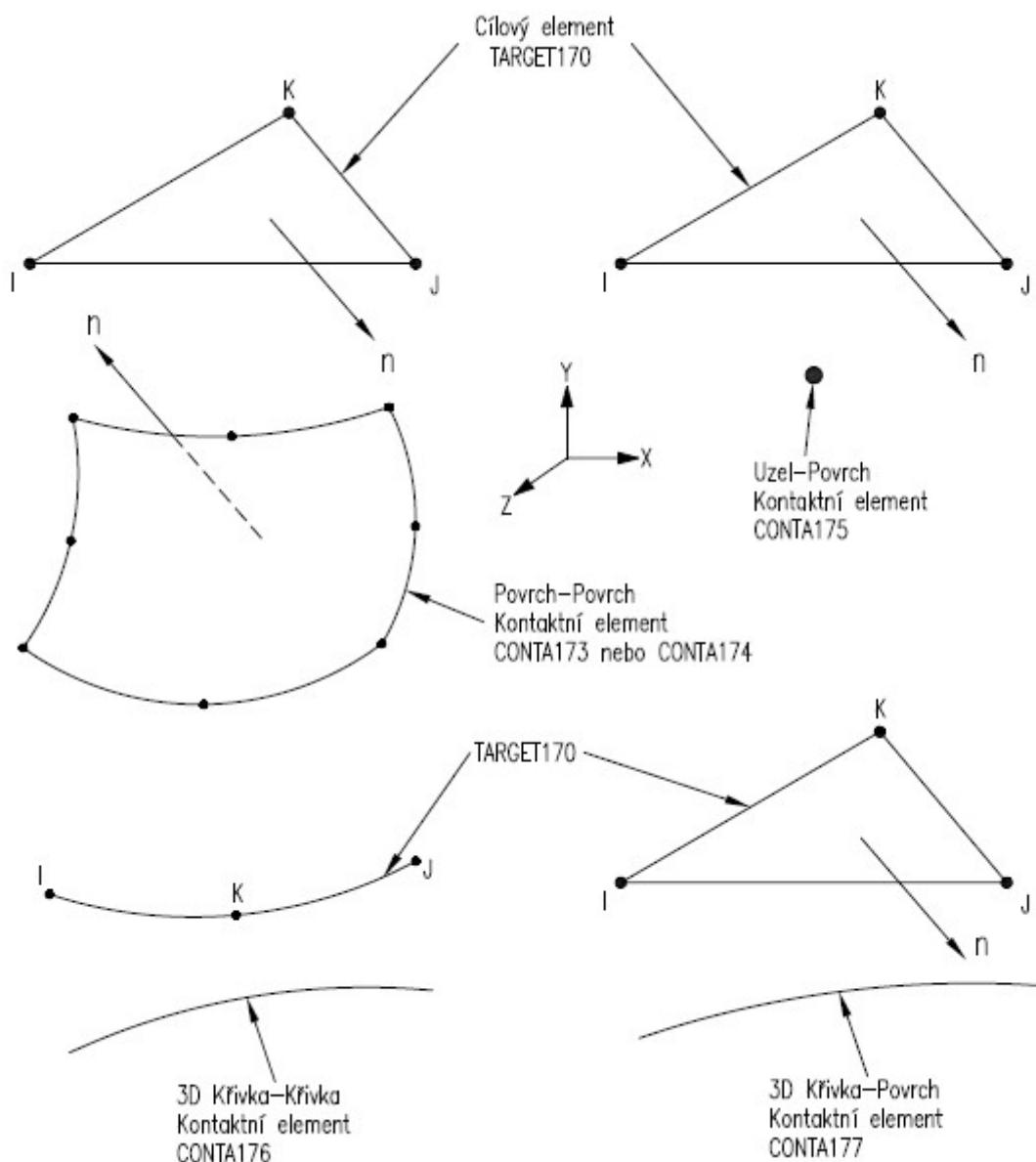
Řešení kluzného kontaktu mezi sedlem a předpínacím lanem, které bylo řešeno pomocí základního modelu Uzel-Povrch s definovanými prvky TARGE170 a CONTA175 podporuje velký prokluz v místě kontaktu, velké deformace spoje a různě velikou síť mezi kontaktními prvky.

Použití prvku CONTA175 je obvyklé právě pro modelování kontaktů mezi povrchy a ostrými hranami nebo uzly, které se navzájem dotýkají. Na rozdíl od kontaktních prvků Uzel-Uzel nebylo potřeba předem znát přesné umístění kontaktní oblasti, ani kontaktního prvku s definovanou sítí [36].

5.1.3.3 Cílový prvek TARGET170

TARGE170 se používá pro různé 3D cílové povrchy pro přidružené kontaktní prvky (CONTA173-177).

Na cílovém elementu je možné sledovat velikosti translačních nebo rotačních posunutí v rámci mechanického kontaktu. Dále pak velikosti teplotních změn, napětí, magnetického potenciálu a kontaktního napětí. Na cílový element je přímo možné zadání vnějších sil a momentů.



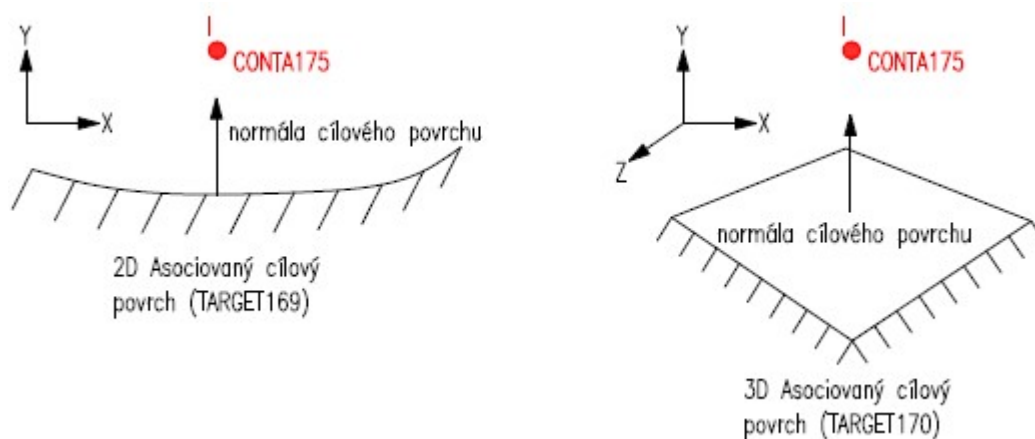
Obr. 5.5 – Schéma základních modelů kontaktu pro cílový element TARGET170

Definice cílového elementu TARGET170 je popsána v[35].

5.1.3.4 Kontaktní prvek CONTA175

Kontaktní prvek CONTA175 je definován pouze jedním uzlem. Kontaktní prvek lze tedy použít k provedení kontaktu s kluzným posunem mezi dvěma povrchy (nebo mezi uzlem a povrchem nebo mezi přímkou a povrchem) ve 2D nebo 3D.

Ke kontaktu s cílovým prvkem dochází tehdy, když kontaktní prvek pronikne (penetrace) jedním z cílových prvků TARGE určených jako cílový povrch kontaktu a když vnější normála cílového povrchu (2D nebo 3D elementy) směřuje ke kontaktnímu prvku.



Obr. 5.6 – Schéma základních modelů kontaktu pro kontaktní element CONTA175

Definice kontaktního elementu CONTA175 je popsána v[35].

5.1.4 Nastavení počátečních geometrických podmínek v souladu s Eurokódem

Počáteční imperfekce hlavního nosného prutu byly v numerických analýzách zavedeny ve dvou počátečních tvarech, které odpovídají prvním dvěma vlastním tvarům kritických zatížení pro trubku bez vzpínadlových křížů a předpínacích lan.

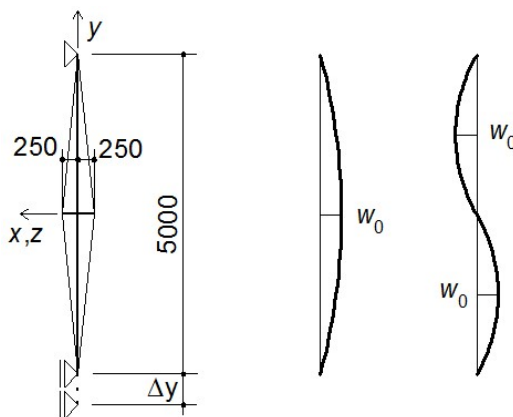
První vlastní tvar kritického zatížení odpovídá tvaru jedné sinusové polovlny, dále jen “symetrický tvar“. Druhý vlastní tvar kritického zatížení odpovídá tvaru dvou sinusových polovln, dále jen “antisymetrický tvar“.

Velikosti amplitud těchto počátečních tvarů imperfekce byly pro stanovení kritických zatížení „ideálního“ (dokonale přímého vzpínadla) voleny infinitesimálně malé. Velikost v rovině ramene vzpínadlového kříže byla zavedena pro symetrický tvar hodnotou $L/500000$, pro antisymetrický tvar je to pak $L/250000$. Tato řešení byla použita pro ověření analytických studií [10, 11, 14], které vyšetřovaly kritická zatížení vzpínadlových prutů v závislosti na velikosti předpínací síly v lanech.

Numerická studie byla dále rozšířena na vyšetřování únosnosti imperfektního vzpínadla s reálnými počátečními imperfekcemi $L/1000$, $L/400$ a $L/200$. Velikost počáteční imperfekce $L/200$ odpovídá dle ČSN EN 1993-1-1[39] velikosti prohnutí za studena válcovaných trubek.

5.1.4.1 Zadání amplitudy imperfekce

Zavedení počátečních imperfekcí centrálního prutu je zavedeno ve čtvrtinách a polovině rozpětí vždy ve směrech ramen vzpínadlového kříže, v ose X a Y. Celková prostorová velikost počáteční imperfekce je pak rovna $w_0 = w_{x,y} \cdot \sqrt{2}$.



Obr. 5.7 – Počáteční tvar imperfekce hlavního nosného sloupu, symetrický vlevo, antisymetrický vpravo

5.1.5 Předpínání vzpínadla, zatěžování a nelineární řešení

Samotné numerické řešení konstrukcí vzpínadlových sloupů bylo modelováno v programu Ansys Workbench jako dvoustupňové řešení, které odpovídá reálnému chování při instalaci vzpínadel na skutečných konstrukcích.

Konstrukce vzpínadla je v první fázi před instalací/montáží na konstrukční pozici vždy předepnuta a následně může být vnášeno zatížení. Případně může být vzpínadlo vyrovnáno a předepnuto na jeho konstrukční pozici tak, že konstrukce, která má být zajištěna v provozním stavu musí být před aktivací vzpínadla zajištěna proti kolapsu nebo nadměrným deformacím v místě, kde má být vzpínadlo použito. Předepnutí vzpínadla částečně znamená i jeho počáteční vyrovnání nerovnoměrným předpětím v lanech. Je tak provedeno z důvodu zmenšení celkové prostorové amplitudy počátečního zakřivení centrálního prutu vzpínadla. Celková velikost předpětí je závislá na předešlé numerické analýze nebo analytické analýze pro teoretický odhad požadované celkové únosnosti. Výsledné vnesení zatížení již pak probíhá v provozním stavu tak, jak bylo numericky zjištěno z dalších analýz konstrukce.

5.1.5.1 Předpínání vzpínadla

V prvním kroku po zadání počátečních imperfekcí soustavy dochází k vnesení předpětí do předpínacích lan pomocí ochlazení. Modelová teplota prostředí a celé soustavy je v základním nastavení 22°C. Rozsah velikosti předpětí je pro ověření výše uvedených analytických studií nastaven od nulového předpětí (teplota odpovídá základní teplotě $T = 22^\circ\text{C}$) až do velikosti předpětí v lanech s hodnotou 6 kN (což odpovídá teplotě $T = -400^\circ\text{C}$). V tomto rozsahu předpětí bylo vždy zkoumáno maximálně 30 předpínacích teplot u numerických analýz z důvodu dostatečného ověření analytických studií a vykreslení závislosti chování ve všech třech zónách podle obr. 2.5 (velikost kritického zatížení na velikosti předpětí v lanech) pro vzpínadla s téměř nulovou imperfekcí centrální nosné trubky.

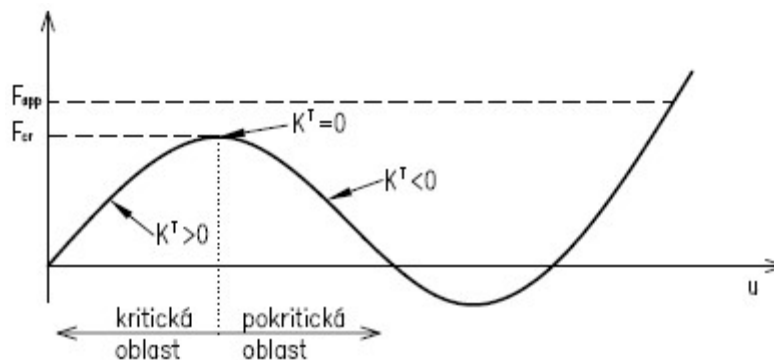
Vnesení předpětí jako první krok numerické analýzy je rozděleno na deset iteračních stupňů, po kterých je konstrukce vzpínadla nastavena na požadovanou počáteční imperfekci a předepnutá na požadovanou velikost předpínací síly v lanech.

5.1.5.2 Zatěžování modelu a nelineární řešení

Pro řešení numerických nelineárních úloh GNIA/GMNIA byla použita Newton-Raphsonova iterační metoda. Nastavení minimálního počtu iteračních kroků bylo z důvodu náročnosti konstrukce vzpínadla s kluzným i pevným uložením nastaveno na hodnotu 1000.

Zatížení numerického modelu vzpínadla bylo aplikováno posunem podpory s pevnou hodnotou stlačení $\max \Delta_y = 10$ mm. Při zatížení posunem podpory lze zjistit jak kritické zatí-

žení F_{cr} tak i pokritické chování v průběhu zatěžování pro různé hodnoty předpětí v lanech. V případě zatížení konstrukce silou (silovým zatížením) zatížení nikdy nedosáhne maximální únosnosti/kritického zatížení F_{cr} . V kritické hodnotě zatížení F_{cr} je tečná matice tuhosti soustavy $K^T = 0$ (matice je singulární). Použitá metoda výpočtu Newton-Raphson nekonverguje a tudíž nemůže být dosaženo kritického zatížení.



Obr. 5.8 – Průběh numerické analýzy konstrukce – zatížení posunem podpory

5.2 Validace numerického modelu

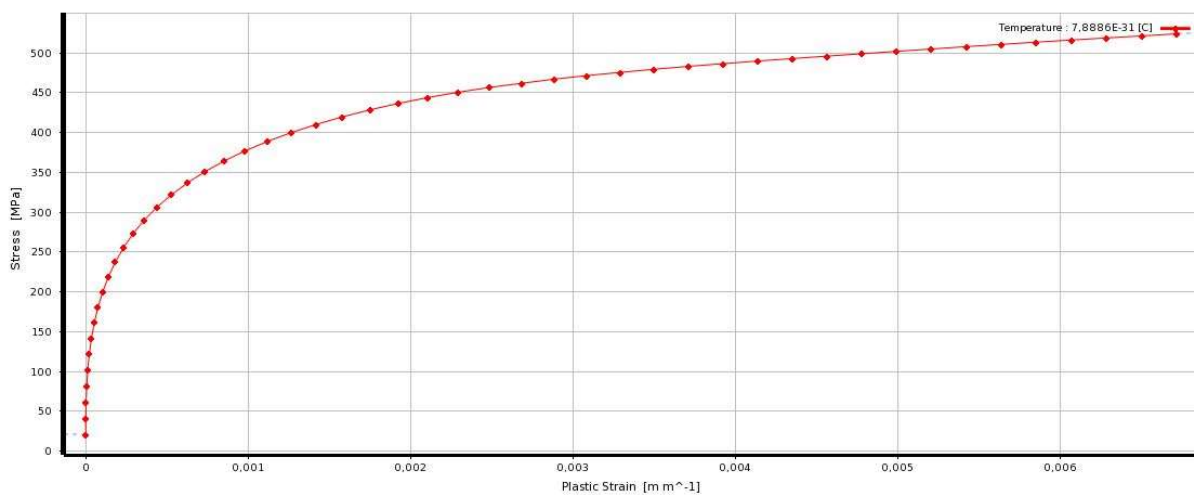
Validace numerického modelu vzpínadla dle geometrie zkoušených experimentálních vzorků z obr. 2.16 byla provedena pro tři testy provedené na zkoušených vzpínadlech. Čtvrtý provedený test nebyl pro validaci numerického modelu uvažován s ohledem na průběh experimentu, který byl proveden na vzpínadle č.3. Vzpínadlo č.3 bylo totiž nejprve zkoušeno bez vlivu předpětí v lanech pouze jako prostě uložený prut a po následném odtížení a vyrovnání bylo vzpínadlo opět předepnuto a zkoušeno až do téměř kolapsového stavu.

Hlavním cílem validace bylo ověření numerického modelu z hlediska závislosti nárůstu prostorové deformace na aplikovaném externím zatížení. Porovnáním těchto dvou na sobě závislých výsledků bude ověřeno prostorové chování vzpínadel pro dané dosažené zatížení.

Iterační metodou, kdy byly známy počáteční deformace nevyrovnaného vzpínadla, byla postupně v numerickém modelu zjišťována deformace centrálního prutu od postupného vnášení nerovnoměrných sil do předpínacích lan tak, aby se dosáhlo požadovaného počátečního nulového stavu deformace centrálního prutu, který odpovídal nastavení před zahájením zatěžování. Postupnou změnou jednotlivých velikostí předpětí v lanech bylo zjištěno výsledné nastavení předpětí pro testované vzorky 1 a 2. Vzorek č.3 byl zkoušen jako nepředepnutá konstrukce, kde byla nastavena velikost předpětí v lankách rovnoměrně s nulovým předpětím a s počátečními imperfekcemi, které odpovídají nulovému stavu před zahájením zatěžování.

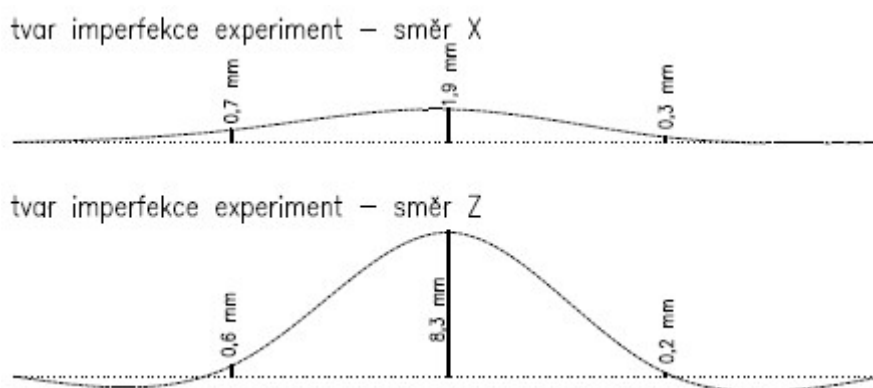
Předpínací síly v jednotlivých předpínacích lankách byla numericky předem stanovena, aby celková velikost předpětí na zkoušeném vzpínadle odpovídala naměřené předpínací síle při experimentech.

Pro validaci numerického modelu byla použita GMNIA s pracovním diagramem, který odpovídal vyhodnocenému průměrnému pracovnímu diagramu z materiálových zkoušek použité oceli 1.4301. Zadaný pracovní diagram je v programu Ansys zadán jako multilineární pružno-plastický pracovní diagram s 50ti hodnotami.



Obr. 5.9 – Multilineární pracovní diagram experimentálně zkoušené oceli použitý v programu Ansys Workbench

5.2.1 Validace numerického modelu – 1. test



Obr. 5.10 – Amplituda tvaru počátečního průhybu centrálního prutu – vzorek 1

Vykreslení počátečních imperfekcí je vykresleno schematicky pro vykreslení tvaru počáteční imperfekce. Výsledný tvar imperfekce centrálního nosného prutu v numerickém modelu odpovídá prostorové trajektorii podélné osy centrálního prutu, kde zakřivení osy odpovídá velikosti celkové prostorové imperfekce dle osových imperfekcí X a Z centrálního prutu při provedených experimentech.

Výchozí nastavení prvního validovaného vzpínadla v numerickém modelu bylo nastaveno dle provedeného experimentu.

Parametry nastavení:

Předpětí:

5,44 kN – celková předpínací síla

- Předpětí v lanech bylo nerovnoměrně vneseno v numerickém modelu tak, aby bylo dosaženo počátečního vyrovnaného stavu s amplitudami imperfekce jako u zkoušeného vzpínadla při experimentech, viz obr. 5.10.

Počáteční prostorová imperfekce:

$w_{1/4} = 0,92$ mm $w_{1/2} = 8,51$ mm $w_{3/4} = 0,36$ mm

- Výsledná velikost prostorové imperfekce centrálního sloupu v numerickém modelu po vnesení nerovnoměrného předpětí v lanech. Jedná se o nulový stav, po kterém bude v následujícím kroku provedeno zatížení konstrukce.

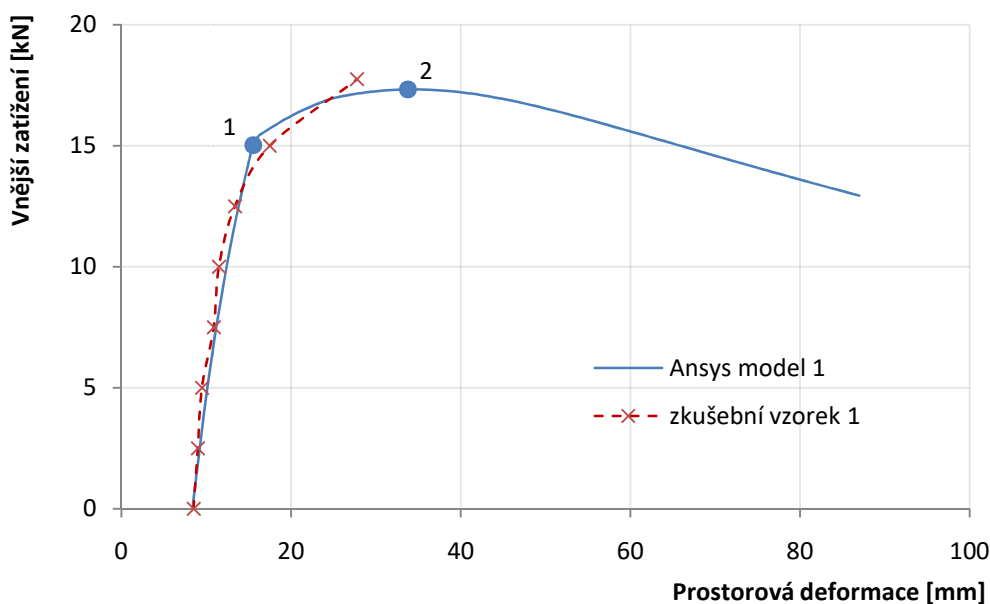
Zatížení konstrukce:

$\Delta y = 10$ mm – numerický model, zatížení v plném rozsahu

$N_{\max, \exp} = 17,75$ kN – dosažené maximální zatížení

- Velikost stlačení sloupu při experimentu nebyla zjišťována.

5.2.1.1 Výsledek validace numerického modelu pro vzpínadlo 1



Obr. 5.11 – Validace numerického modelu na experimentu (vzpínadlo 1)

Numerické výsledky pro vzpínadlo 1 jsou dle počátečních parametrů nastavení v téměř ideální shodě s ohledem jak na prostorové chování vzpínadla, tak i na celkovou dosaženou únosnost konstrukce při experimentech a v numerickém modelu.

Velikost příčné deformace centrálního prutu v závislosti na velikosti vnějšího zatížení numerického modelu odpovídá chování experimentálně zkoušeného vzpínadla jak na začátku zatěžování, tak až do bodu 1, kdy dochází k vyčerpání celkové předpínací síly v lanech a k následnému vybočení centrálního nosného prutu ve směru prostorové imperfekce a následné aktivaci lan na konvexní straně vzpínadla. Lana na konkávní straně zůstávají bez předpětí, které bylo při zatěžování vyčerpáno. Dosažená hodnota bodu 1 tak “odpovídá“ bifurkačnímu bodu pro ideálně přímý centrální prut, kdy dochází ke ztrátě stability a je dosaženo kritické zatížení.

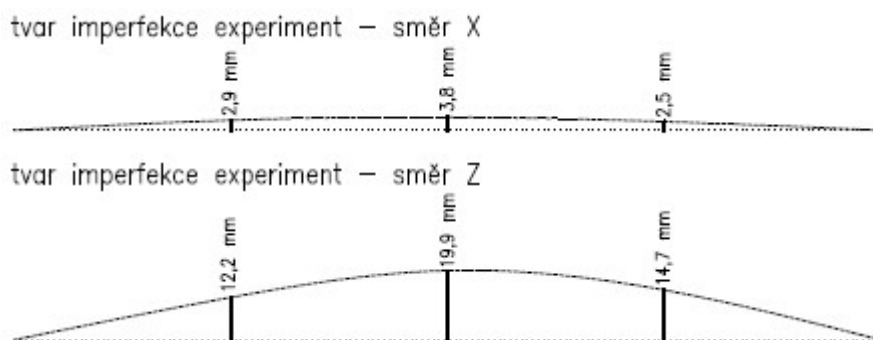
S ohledem na volený rozsah snímání hodnot příčné deformace a zatížení při experimentech nemůže být detailněji porovnáno a vyhodnoceno chování numerického modelu dle provedeného experimentu mezi body 1 a 2. Hodnoty příčné deformace a zatížení při experimentech byly odměřovány po 2,5 kN přírůstku vnějšího zatížení. Extrémní nárůst příčné deformace s pomalejším nárůstem vnějšího zatížení není detailně u experimentu vyhodnocen.

Maximální dosažené zatížení vzpínadla při experimentu je rovno $N_{\max, \exp} = 17,75$ kN, s odpovídající deformací $w_{1/2} = 27,8$ mm. Experiment byl v tomto bodě ukončen s ohledem na nadměrnou deformaci zkoušeného vzpínadla. Numerická hodnota maximálního zatížení je rovna $N_{\max, \text{num}} = 17,33$ kN, s odpovídající deformací $w_{1/2} = 33,24$ mm.

Vyhodnocení:

Prostorové chování numerického modelu je v téměř ideální shodě s provedeným experimentem. Dosažené maximální zatížení při experimentu $N_{\max, \text{exp}} = 17,75 \text{ kN}$ je o 2,4 % vyšší než u numerické analýzy $N_{\max, \text{num}} = 17,33 \text{ kN}$. S ohledem na ukončení experimentu před dosažením $N_{\max, \text{num}}$, nemůže být věrohodně porovnána celková únosnost i s prostorovou deformací vzpínadla.

5.2.2 Validace numerického modelu – 2. test



Obr. 5.12 – Amplituda tvaru počátečního průhybu centrálního prutu – vzorek 2

Vykreslení počátečních imperfekcí je vykresleno schematicky pro vykreslení tvaru počáteční imperfekce. Výsledný tvar imperfekce centrálního nosného prutu v numerickém modelu odpovídá prostorové trajektorii podélné osy centrálního prutu, kde zakřivení osy odpovídá velikosti celkové prostorové imperfekce dle osových imperfekcí X a Z centrálního prutu při provedených experimentech.

Výchozí nastavení druhého validovaného vzpínadla v numerickém modelu bylo nastaveno dle provedeného experimentu.

Parametry nastavení:

Předpětí:

4,54 kN – celková předpínací síla

- Předpětí v lanech bylo v numerickém modelu vneseno nerovnoměrně tak, aby bylo dosaženo počátečního vyrovnaného stavu s amplitudami imperfekce jako u zkoušeného vzpínadla při experimentech, viz obr. 5.12.

Počáteční prostorová imperfekce:

$w_{1/4} = 12,54 \text{ mm}$ $w_{1/2} = 20,26 \text{ mm}$ $w_{3/4} = 14,91 \text{ mm}$

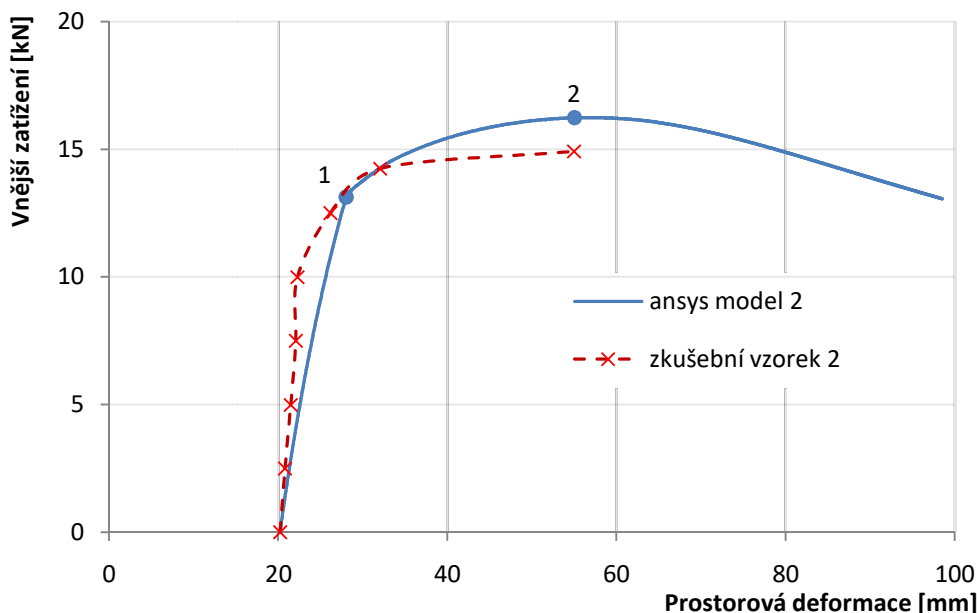
- Výsledná velikost prostorové imperfekce centrálního prutu v numerickém modelu po vnesení nerovnoměrného předpětí v lanech. Jedná se o nulový stav, po kterém bude v následujícím kroku provedeno zatížení konstrukce.

Zatížení konstrukce:

$\Delta y = 10 \text{ mm}$ – numerický model, zatížení v plném rozsahu

$N_{\max, \text{exp}} = 14,93 \text{ kN}$ – dosažené maximální zatížení

- Velikost stlačení prutu při experimentu nebyla zjišťována.

5.2.2.1 Výsledek validace numerického modelu pro vzpínadlo 2

Obr. 5.13 – Výsledky validace numerického modelu a experimentu (vzpínadlo 2)

Numerické výsledky vzpínadla 2 jsou v počátku zatěžování ve shodě s provedeným experimentem. Se zvyšujícím se zatížením vzniká rozdíl, kdy dochází ke zpomalení nárůstu příčné deformace u experimentu vzpínadla, kde je při měření v zatěžovacích krocích prut až do hodnoty 10 kN vnějšího zatížení stabilizován. U numerického modelu je vliv druhého řádu při zatížení kontinuální a je viditelný pomalý nárůst příčné deformace až do bodu 1, kde opět dochází ke ztrátě stability centrálního prutu a k aktivaci lan na konvexní straně z důvodu vybočení sloupu ve směru prostorové imperfekce. Samotná ztráta stability centrálního prutu u experimentálně zkoušeného vzpínadla je opět jako u modelu 1 v téměř ideální shodě s numerickým modelem, kdy dochází k rychlejšímu nárůstu příčné deformace s pomalejším nárůstem vnějšího zatížení od bodu 1 až do bodu 2.

Test vzpínadla 2 byl ukončen s nadměrnou prostorovou deformací odpovídající dosaženému maximálnímu zatížení u numerické analýzy. Maximální dosažená únosnost při testu vzpínadla byla $N_{\max, \text{exp}} = 14,93 \text{ kN}$, s odpovídající naměřenou deformací $w_{1/2} = 55,0 \text{ mm}$. Numerická analýza dosáhla celkové únosnosti $N_{\max, \text{num}} = 16,24 \text{ kN}$, s odpovídající příčnou deformací sloupu $w_{1/2} = 57,0 \text{ mm}$.

Vyhodnocení:

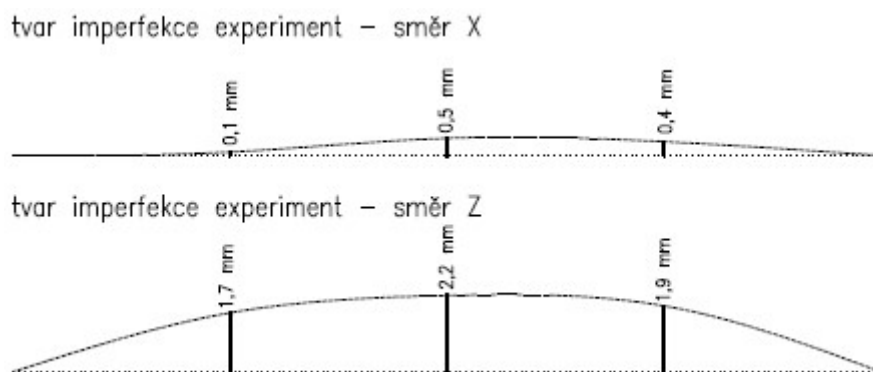
Prostorové chování vzpínadla při testu bylo v počátečních zatěžování v ideální shodě s numerickým modelem až do hodnoty $N_{\text{exp}} = 5,0$ kN, kdy došlo postupně ke stabilizaci centrálního prutu a k zastavení nárůstu příčné deformace od účinků druhého řádu až do hodnoty $N_{\text{exp}} = 10,0$ kN. Následně se experimentální výsledky opět shodovaly s numerickou analýzou až k okolí bodu 1, kdy dochází ke ztrátě stability centrálního sloupu a k extrémnímu zrychlení nárůstu příčné deformace. Dosažené maximální zatížení při experimentu $N_{\text{max,exp}} = 14,93$ kN je o 8,8 % nižší než u numerické analýzy $N_{\text{max,num}} = 16,24$ kN.

Výsledky numerického modelu s ohledem na celkovou dosaženou únosnost jsou s experimentem v relativní shodě a numerický model opět svým prostorovým chováním odpovídá provedenému experimentu.

Samotná vyšší dosažená únosnost není vyhovující, ale z pohledu problematiky stability štíhlých předpjatých a stanovení jejich únosností hrají roli veškeré detaily, které mohou samotnou únosnost ovlivnit. Jedná se především o detailní provedení experimentálních vzorků vzpínadel, jejich uložení při experimentech, přesnost měření, případný vliv prokluzu při experimentu, který mohl být odlišný než u numerického modelu atp.

Validaci numerického modelu dle zkoušeného vzpínadla 2 lze považovat opět za úspěšnou.

5.2.3 Validace numerického modelu – 3. test



Obr. 5.14 – Amplituda tvaru počátečního průhybu centrálního prutu – vzorek 3

Vykreslení počátečních imperfekcí je vykresleno schematicky pro vykreslení tvaru počáteční imperfekce. Výsledný tvar imperfekce centrálního nosného sloupu v numerickém modelu odpovídá prostorové trajektorii podélné osy centrálního prutu, kde zakřivení osy odpovídá velikosti celkové prostorové imperfekce dle osových imperfekcí X a Z centrálního prutu při provedených experimentech.

Výchozí nastavení třetího validovaného vzpínadla v numerickém modelu bylo nastaveno dle provedeného experimentu.

Parametry nastavení:

Předpětí:

- V první variantě nebylo předpětí v lanech zavedeno. Lana zůstala nepředepnutá, ale bylo zamezeno jejich průvěsu. Nastavení platí jak pro experiment, tak i numerickou analýzu.
- V druhé variantě byla lana v numerickém modelu úplně uvolněna jejich ohřátím a vzpínadlo bylo numericky analyzováno jako prostě uložený sloup.

Počáteční imperfekce: $w_{1/4} = 1,70 \text{ mm}$ $w_{1/2} = 2,26 \text{ mm}$ $w_{3/4} = 1,94 \text{ mm}$

- Výsledná velikost prostorové imperfekce centrálního prutu v numerickém modelu po vnesení nerovnoměrného předpětí v lanech. Jedná se o nulový stav, po kterém bude v následujícím kroku provedeno zatížení konstrukce.

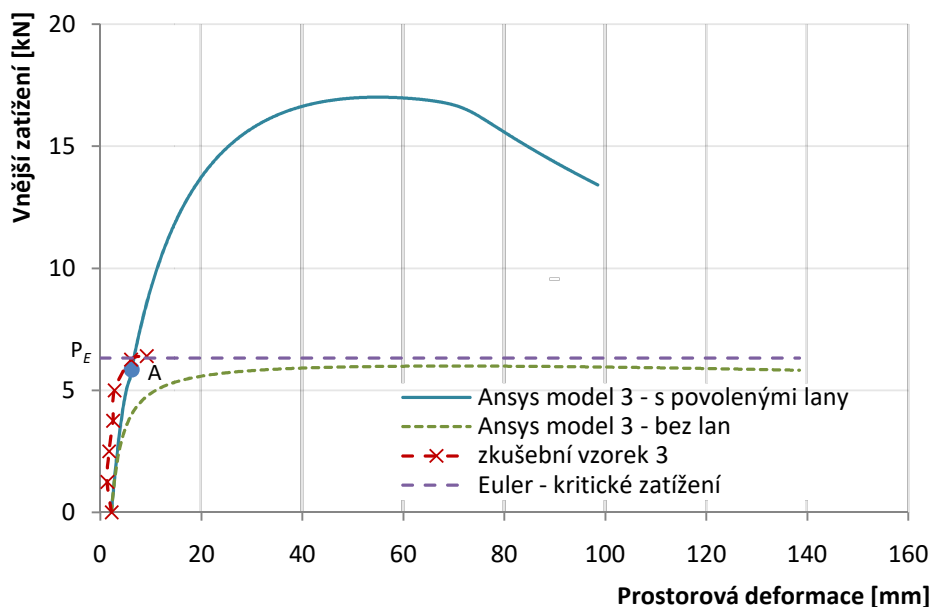
Zatížení konstrukce:

$\Delta y = 10 \text{ mm}$ – numerický model, zatížení v plném rozsahu

$N_{\max, \text{exp}} = 6,4 \text{ kN}$ – dosažené maximální zatížení

- Velikost stlačení prutu při experimentu nebyla zjišťována.

5.2.3.1 Výsledek validace numerického modelu pro vzpínadlo 3



Obr. 5.15 – Výsledky validace numerického modelu a experimentu (vzpínadlo 3)

Validace numerického modelu dle experimentu vzpínadla 3 je provedena ve dvou variantách.

První varianta je validace numerického modelu pro vzpínadlo s nulovým předpětím v předpínacích lanech, která jsou nepředepnuta, ale jsou napnuta tak, aby nevznikal průvės před zahájením zatěžování. Prostorové chování experimentálně zkoušeného vzpínadla a numerického modelu je opět v relativní shodě, kdy je opět patrný vliv druhého řádu při postupném zatěžování. Experiment na vzpínadle 3 byl brzy ukončen z důvodu náhlého rychlého vybočení sloupu, ačkoli deformace nebyla tak velká jako u předchozích zkoušených vzpínadel, která byla stabilizována a jištěna předepnutými lany. V tomto případě byla nepředepnutá lana na počátku zatížení pouze vypnuta z důvodu zamezení průvėsu, ale při zatěžování dochází k jejich postupnému uvolňování a vzniku průvėsu až do náhlého vybočení (bifurkace), které opět vedlo k napnutí lan na konvexní straně. Jelikož je ale dle výsledků změna náhlá, experiment byl po vybočení a zajištění prutu lany ihned ukončen a nemohl být plně změřen efekt stabilizace lan na konvexní straně na celkovou dosaženou maximální únosnost $N_{\max, \text{exp}}$, která by s největší pravděpodobností byla násobně větší než změřená únosnost N_{exp} . Při experimentu dosažená únosnost $N_{\text{exp}} = 6,4$ kN odpovídá Eulerovu kritickému břemenu pro ideální přímý sloup bez předpínacích lan. U numerického modelu dochází k bifurkaci v bodě A, kde dochází opět k aktivaci lan na konvexní straně vzpínadla a stabilizaci centrálního prutu. Celková dosažená únosnost je $N_{\max, \text{num}} = 17,01$ kN, s odpovídající příčnou deformací sloupu $w_{1/2} = 55,94$ mm.

Druhou variantou tohoto modelu je pak řešení s úplně uvolněnými předpínacími lany, u kterých pomocí ohřátí vzniká průvės a při zatěžování se vliv lan v celé délce zatížení neprojeví na stabilizaci centrálního prutu. Numerický model vzpínadla potom představuje prostě uložený prut, který je porovnán s Eulerovým kritickým břemenem ideálního, přímého a kloubově uloženého prutu. Průběh závislosti vnějšího zatížení a příčné deformace je dobře patrný na obr. 5.15, kde křivka označená Ansys model 3 – bez lan vykresluje průběh pro imperfektní, prostě uložený tlačný prut, kde se při zatížení značně projeví vliv druhého řádu a celková únosnost dosažená s extrémní příčnou deformací sloupu dosahuje maximální únosnosti $N_E = 6,0$ kN. Kritické Eulerovo zatížení pro ideální, kloubově uložený prut, je přitom $N_{\text{cr}} = 6,32$ kN.



Vyhodnocení:

Validace numerického modelu pro vzpínadlo 3 opět potvrdila správné prostorové chování numerického modelu při aplikovaném zatížení. Platí to pro vzpínadlo s vypnutými předpínacími lany bez průvěsů, které stabilizují centrální prut a zvyšují jeho celkovou únosnost. Rovněž to platí pro prostě uložený imperfektní prut, který byl numericky analyzován pro úplnost pro ověření s kritickým Eulerovým břemenem.

Všechny tři validace numerického modelu byly úspěšně validovány dle provedených experimentů a model je proto dále používán pro parametrické numerické studie.

6 Analytické řešení – vzpínadlo s jedním křížem

Analytické řešení použité v kap. 6.1. pro testované vzorky vychází z analytických studií dle Haféze a kol. [14], kde byly odvozeny vztahy pro rovinné konstrukce vzpínadel s jedním křížem.

Analytický výpočet je proveden pro parametry oceli, kdy je modul pružnosti uvážen z tabulkových hodnot pro nerezovou ocel 1.4301 a počáteční modul pružnosti předpínacích lan odpovídá počátečnímu tabulkovému modulu pružnosti táhel MacAlloy. Modul pružnosti je vždy zaveden jako bilineární, po dosažení smluvní meze kluzu je zavedeno zpevnění.

6.1 Analytické řešení pro 3D konstrukci – vzpínadlo s jedním křížem

Geometrie konstrukce testovaného vzpínadla je podle obr. 5.1.

Parametry konstrukce (modul pružnosti, plocha průřezu, moment setrvačnosti):

$E_c = 200 \text{ GPa}$, $A_c = 3,015 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $I_c = 8,71 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$ - parametry hlavního nosného prutu

$E_a = 200 \text{ GPa}$, $A_a = 110,74 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, $I_a = 7,67 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$ - parametry vzpínadlového kříže

$E_s = 200 \text{ GPa}$, $A_s = 1,256 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ - parametry předpínacích lan

Pro výpočet hranice zóny 1 podle obr. 2.5 je nutné stanovit minimální předpínací sílu, kdy vzpínadlo chová stále jako prostě podepřený prut a kritické břemeno hlavního nosného prutu je rovno Eulerovu kritickému břemenu. Pro stanovení T_{\min} je nutné vypočítat osové tuhosti jednotlivých konstrukčních prvků vzpínadlového sloupu, tj. pro hlavní nosný prut, ramena vzpínadlového kříže a předpínací lana (25), (26), (27) a součinitel C_1 , který pak zohledňuje geometrii konstrukce (28).

$$K_c = \frac{E_c A_c}{L_c} = \frac{200000 \cdot 301,59}{5000} = \underline{12063,6} \text{ kN/m} \quad (25)$$

$$K_a = \frac{E_a \cdot A_a}{a} = \frac{200000 \cdot 110,74}{250} = \underline{88592} \text{ kN/m} \quad (26)$$

$$K_s = \frac{E_s A_s}{L_s} = \frac{200000 \cdot 12,56}{2513} = \underline{1000} \text{ kN/m} \quad (27)$$

$$C_1 = \frac{\cos \alpha}{2K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{2 \sin^2 \alpha}{K_a} + \frac{2 \cos^2 \alpha}{K_c} \right)} = \underline{0,0354} \quad (28)$$

Eulerovo kritické břemeno $N_{cr,1}$ je dáno vztahem (29).

$$N_{cr,1} = \frac{\pi^2 E_c I_c}{L^2} = \frac{\pi^2 200000 \cdot 87,1 \cdot 10^3}{5000^2} = \underline{6,87} \text{ kN} \quad (29)$$

Výsledná minimální předpínací síla je pak dána vztahem (30). Jedná se o předpínací sílu ze všech čtyř lan. Výsledná síla pro jedno předpínací lano odpovídá jedné čtvrtině celkové síly.

$$T_{\min} = C_1 \cdot N_{cr,1} = 6,87 \cdot 0,0354 = \underline{0,24} \text{ kN} \quad (30)$$

Pro stanovení velikosti kritického břemene je nutné zjistit tzv. bezrozměrný stabilitní koeficient kl , který pro danou geometrii konstrukce, rozměry a materiálové vlastnosti jednotlivých prvků konstrukce, určí tvar vybočení hlavního nosného sloupu při dosažení kritického břemene. Pro zjednodušení iteračních rovnic při stanovení rozhodujícího součinitele kl je nutné dopočítat ohybové tuhosti hlavního nosného sloupu a ramena vzpínadlového kříže (31), (32).

$$B_c = \frac{8E_c I_c}{L_c^3} = \frac{8 \cdot 200000 \cdot 87,1 \cdot 10^3}{5000^3} = \underline{1,11} \text{ kN/m} \quad (31)$$

$$B_a = \frac{E_a I_a}{a^3} = \frac{200000 \cdot 7,67 \cdot 10^3}{250^3} = \underline{98,25} \text{ kN/m} \quad (32)$$

Pomocí následujících rovnic (33), (34) je pak rozhodnuto o rozhodujícím tvaru vybočení, při kterém dosáhne konstrukce kritické zatížení. Rozhodující pro výsledný návrh bude menší z hodnot pro první a druhý vlastní tvar, tedy pro symetrický a antisymetrický tvar vybočení.

$$\psi_{sym} = \frac{2K_s}{B} \sin^2 \alpha = \frac{kl^3}{kl - \tan kl} \rightarrow \frac{2 \cdot 1000 \cdot 0,0994^2}{1,11} = \frac{kl^3}{kl - \tan kl} \quad (33)$$

$$\begin{aligned}\psi_{anti} &= \frac{1}{B} \left(\frac{1}{3B_a \tan^2 \alpha} + \frac{1}{2K_s \sin^2 \alpha} \right)^{-1} = \frac{kl - \tan kl}{kl^2 \tan kl} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{1,11} \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot 98,25 \cdot 0,0999^2} + \frac{1}{2 \cdot 1000 \cdot 0,0994^2} \right)^{-1} = \frac{kl - \tan kl}{kl^2 \tan kl}\end{aligned}\quad (34)$$

Řešení soustavy:

$$\psi_{sym} = 17,77 \rightarrow kl = 3,78$$

$$\psi_{anti} = 2,309 \rightarrow kl = 3,635$$

Na obr. 5.9 jsou pro ilustraci uvedeny první dva tvary vybočení ideálního vzpínadla při řešení programem Scia Engineer, které ovšem platí pro nulové předepnutí táhel a které neumožňuje stanovení optimální předpínací síly a kritického břemene předpjatého vzpínadlového prutu.



Obr. 5.9 – Výsledné tvary vybočení hlavního nosného prutu – Scia Engineer

Odpovídající kritické břemeno a optimální předpínací síla jsou dána vztahy (35),(36).

$$N_{\max}^C = \min(\psi_{sym}, \psi_{anti}) = \frac{4 \cdot kl^2 \cdot EI}{L^2} = \frac{4 \cdot 3,635^2 \cdot 200000 \cdot 87,1 \cdot 10^3}{5000^2} = \underline{36,78} \text{ kN} \quad (35)$$

$$T_{opt} = C_1 \cdot N_{\max}^C = 0,0354 \cdot 36,78 = \underline{1,3} \text{ kN} \quad (36)$$

7 Parametrické studie – vzpínadlo s jedním křížem

Parametrické studie pro vzpínadlovou konstrukci s jedním křížem byly zaměřeny na řešení 3D GNIA popř. na materiálovou nelinearitu 3D GMNIA a ověření analytického výpočtu v kap.6.1. Další parametrické studie byly převážně zaměřeny na vliv velikosti a tvaru počátečních imperfekcí pro kluzná a pevná uložení předpínacích lan ke vzpínadlovému kříži pro 3D GMNIA.

Pro zjištění kritických hodnot zatížení ideálně přímých vzpínadlových sloupů není možné použít numerické řešení pomocí lineární bifurkační analýzy (LBA) z důvodu náhlé změny vnitřní energie řešené soustavy vzpínadla při vybočení prutu. Z toho důvodu při bifurkaci vzpínadla řešení vlastních čísel celé soustavy nemá řešení, jelikož globální matice tuhosti soustavy je singulární. Je to dáno tím, že při bifurkaci dochází k vybočení centrálního nosného prutu a aktivaci lan na konvexní straně vybočení, zatímco na konkávní straně jsou v reálné situaci lana vyloučena (plně uvolněna). V této situaci je tuhost těchto nepředepnutých lan nulová. Tento stav náhlé dynamické změny chování konstrukce v zóně 2 nemůže být z tohoto důvodu u LBA numericky řešen a proto je nutné použít 2D nebo 3D GNIA, popř. GMNIA.

V rámci disertační práce jsou numerické modely vzpínadel demonstrovány pouze ve 3D z důvodu prokázání prostorového chování při dosažení kritických zatížení a maximálních únosností (rovněž provedená řešení ve 2D nejsou pro menší vypovídající hodnotu prezentována). Dřívější i dosavadní publikované zahraniční studie jsou výhradně řešeny pouze ve 2D, kdy jsou imperfekce zavedeny vždy ve směru ramene vzpínadlového kříže a tvary vybočení tomu taktéž odpovídají.

7.1 Geometricky nelineární analýza s imperfekcemi – GNIA

K ověření numerického 3D řešení pro oba způsoby uložení lan na vzpínadlový kříž bylo nutné získat graf závislosti kritického zatížení na předpínací síle v lanech (viz obr. 2.5) a porovnání velikosti kritického zatížení s analytickým řešením. Porovnání GNIA s analytickým řešením je provedeno při zavedení bilineárního pracovního diagramu jak pro centrální nosný prut, tak i pro ramena vzpínadlových křížů a předpínací lana.

Prostorové chování vzpínadla bylo ovlivněno i zadáním prostorové počáteční imperfekce mezi ramena vzpínadlového kříže.

7.1.1 GNIA – ověření analytických studií pro zónové chování vzpínadel

Tato numerická studie je zaměřena na ověření analytické studie popisující zónové chování vzpínadel dle kap. 6.1. Výsledky jsou uvedeny pouze pro vzpínadlo s pevným uložením předpínacích lan ke vzpínadlovému kříži. Numerický řešení zahrnuje celou řadu jednotlivých výpočtů pro různá předpětí táhel.

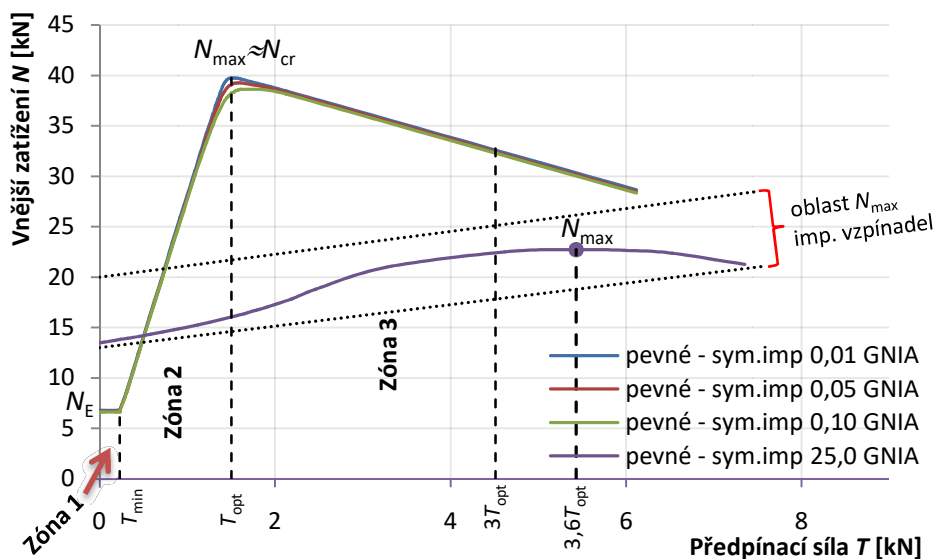
Verifikace tedy spočívá zejména v porovnání vypočtených hodnot optimálních předpínacích sil a kritických břemen vzpínadel dle kap. 6.1., kde bylo definováno kritické zatížení pro rozhodující tvar vybočení v antisymetrickém tvaru centrálního nosného prutu, který pro danou geometrii vzpínadla rozhoduje.

Materiálové nastavení modelu vzpínadla odpovídá bilineárnímu pracovnímu diagramu z analytického výpočtu v kap. 6.1. Počáteční modul pružnosti byl zaveden s hodnotou $E_1 = 200$ GPa až do hodnoty meze kluzu $f_y = 250$ MPa. Zpevnění materiálu po dosažení meze kluzu je zavedeno modulem pružnosti $E_2 = 50$ GPa až do meze pevnosti materiálu $f_u = 460$ MPa.

7.1.1.1 Symetrický tvar imperfekce - GNIA

Pro porovnání chování numerického modelu s analytickou studií byla provedena nejprve analýza pro téměř ideálně přímý centrální sloup vzpínadla s imperfekcí $L/500000$, což odpovídá prostorové imperfekci 0,01 mm uprostřed délky sloupu. Imperfekce byla zadána ve tvaru jedné sinusové polovlny. Pro detailnější zhodnocení významu amplitudy imperfekce byly doplněny výsledky o numerické analýzy s celkovou imperfekcí 0,05 a 0,1 mm. Následně byl numerický model testován pro amplitudu imperfekce centrálního prutu o velikosti $L/200$, která odpovídá dle [39] EC3 pro za studena tvarované trubky.

Numerické řešení pro počáteční imperfekci $L/500000$ dává kritické zatížení $N_{cr} = 39,82$ kN pro optimální předpětí $T_{opt} = 1,41$ kN.



Obr. 7.1 – GNIA pro vzpínadlo se symetrickou počáteční imperfekcí

Z výsledného obr. 7.1. je patrné, že numerické řešení potvrzuje analytickou studii vlivu předpínací síly na kritická zatížení vzpínadlových prutů. Pro ideální vzpínadlo - s infinitesimální imperfekcí - jsou pro různá předpětí získána kritická napětí. Dosažené hodnoty kritického zatížení pro nepředepnutý vzpínadlový sloup odpovídají Eulerovu kritickému zatížení $N_E = 6,78$ kN až do hodnoty $T_{min} = 0,23$ kN. Tato část je označena jako zóna 1. Vliv zvyšování předpínací síly je pak jasně patrný až do hodnoty $T_{opt} = 1,51$ kN, kdy bylo dosaženo i maximálního kritického zatížení $N_{max} = N_{cr} = 39,73$ kN. Tato oblast je označena jako zóna 2.

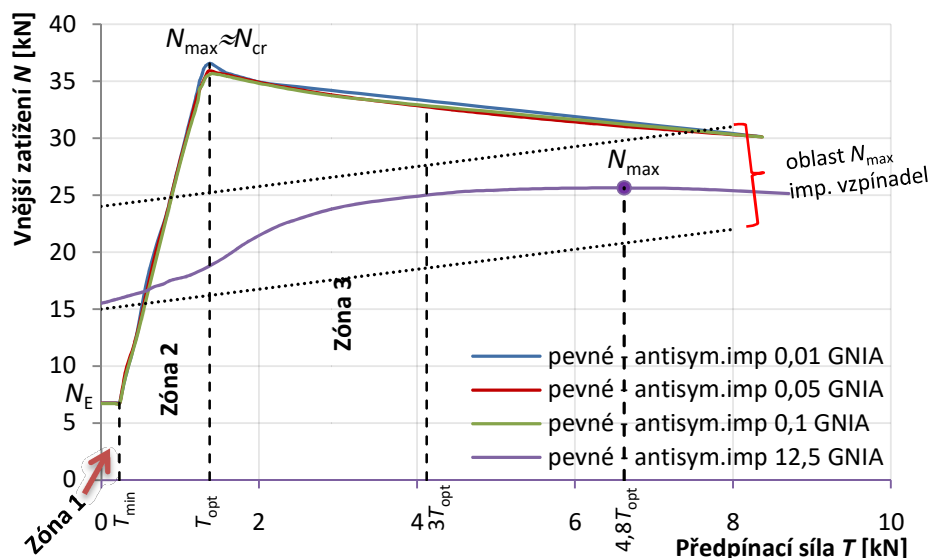
Následná oblast je označena jako zóna 3, kde vliv zvyšování předpětí má opačný efekt a dochází tím ke snižování kritických napětí vzpínadlových prutů při dané velikosti předpětí v lanech (výsledné dosažené kritické zatížení pro infinitesimální imperfekci je v zóně 3 rovno dosažené únosnosti, zatímco v zónách 1 a 2 tomu tak není, neboť po vybočení se uvolněná lana se na konvexní straně aktivují a únosnost vzpínadla se zvyšuje). Tato oblast je nevýhodná právě z důvodu vyčerpání části celkové únosnosti vzpínadlového sloupu předpětím v lanech, na druhé straně je závislost na předpětí v zóně 3 mírnější než v zóně 2.

Pro imperfektní vzpínadlové sloupy s imperfekcí $L/200$ byla maximální únosnost vzpínadla dosažena až při vyšší velikosti předpínací síly v lanech než $3T_{opt}$. Pro symetrický tvar počáteční imperfekce odpovídá maximální dosažená únosnost dané geometrie vzpínadla hodnotě $N_{max} = 22,71$ kN pro předpínací sílu $T = 5,43$ kN, což je 3,6ti násobek optimální předpínací síly, pro kterou bylo dosaženo maximálního kritického zatížení téměř ideálního vzpínadlového sloupu s nulovou imperfekcí.

7.1.1.2 Antisymetrický tvar imperfekce - GNIA

Ověření analytické studie pro antisymetrický tvar počáteční imperfekce bylo provedeno se stejným rozsahem počátečních imperfekcí jako u analýzy vzpínadla s imperfekcí centrálního prutu v symetrickém tvaru. Zavedená antisymetrická počáteční imperfekce je ve tvaru dvou sinusových polovin.

Numerické řešení pro počáteční imperfekci s amplitudou $L/250000$ dává kritické zatížení $N_{cr} = 36,78$ kN pro optimální předpětí $T_{opt} = 1,3$ kN.



Obr. 7.2 – GNIA pro vzpínadlo s antisymetrickou počáteční imperfekcí

Z výsledného obr. 7.2. je patrné, že řešení numerického modelu opět potvrzuje analytické studie vlivu předpínací síly na kritická zatížení vzpínadlových sloupů i pro antisymetrický počáteční tvar imperfekce. Dosažené hodnoty kritického zatížení pro nepředepnutý vzpínadlový sloup odpovídají Eulerovu kritickému zatížení $N_E = 6,78$ kN až do hodnoty $T_{min} = 0,23$ kN. Tato část je označena jako zóna 1.

Vliv zvyšování předpínací síly je pak jasně patrný až do hodnoty $T_{opt} = 1,38$ kN, kdy bylo dosaženo i maximálního kritického zatížení, které je i rovno maximální dosažené únosnosti dané ideální konstrukce $N_{max} = N_{cr} = 36,78$ kN. Tato oblast je označena jako zóna 2.

Následná oblast je opět označena jako zóna 3, kde vliv zvyšování předpětí má opačný efekt a dochází tím ke snižování kritických napětí vzpínadlových prutů při dané velikosti předpětí v lanech (výsledné dosažené kritické zatížení pro infinitesimální imperfekci je v zóně 3 opět rovno dosažené únosnosti). Opět platí, že tato oblast je nevýhodná z důvodu vyčerpání části celkové únosnosti vzpínadlového sloupu předpětím v lanech, na druhé straně je závislost na předpětí v zóně 3 mírnější než v zóně 2.



Pro imperfektní vzpínadlové sloupy s imperfekcí $L/200$ byla maximální únosnost vzpínadla dosažena při vyšší velikosti předpínací síly v lanech než $3T_{\text{opt}}$. Pro antisymetrický tvar počáteční imperfekce odpovídá maximální dosažená únosnost dané geometrie vzpínadla $N_{\text{max}} = 25,64$ kN pro předpínací sílu $T = 6,63$ kN, což je 4,8násobek optimální předpínací síly, pro kterou bylo dosaženo maximálního kritického zatížení téměř ideálního vzpínadlového sloupu s nulovou imperfekcí.

7.2 Geometricky a materiálově nelineární analýza s imperfekcemi – GMNIA

Jedním z cílů studie vzpínadlových křížů v rámci doktorského studia bylo porovnání vlivu kluzného uložení předpínacích lan oproti pevnému uložení u vzpínadla s jedním vzpínadlovým křížem. Právě ověření vlivu typu uložení na celkovou únosnost a kritické zatížení vzpínadla pro oba typy počátečních imperfekcí je zásadní pro určení výhodnosti/nevýhodnosti použití kluzného uložení u reálných konstrukcí.

Hlavním předpokladem u této studie bylo rozdílné chování vzpínadel při počátečním antisymetrickém tvaru imperfekce. Pro symetrický tvar imperfekce lze předpokládat chování vzpínadel s kluzným i pevným uložením jako identické co se týče celkové únosnosti i kritických zatížení. Právě vliv antisymetrického tvaru imperfekce a vliv prokluzu v místě uložení na sedle dává rozdílné výsledky v únosnosti vzpínadla jak při malé počáteční imperfekci, tak i u imperfekcí s větší amplitudou, kde byly dosaženy nejvyšší únosnosti až při vyšších hodnotách předpětí v lanech, než tomu bylo u vzpínadel s téměř nulovou imperfekcí centrálního prutu.

Materiálové nastavení modelu vzpínadla bylo provedeno samostatně pro centrální nosný prut, ramena vzpínadlového kříže a pro model s kluzným uložením i pro sedla. Pro materiálovou nelinearitu byl použit výsledný pracovní diagram experimentálně zkoušené oceli jako multilineární pracovní diagram s počáteční hodnotou modulu pružnosti $E_{ini} = 184,3$ GPa zjištěnou při experimentech. Celkový rozsah pracovního diagramu je rozdělen na celkem 50 hodnot reprezentujících výsledný pracovní diagram až do hodnoty napětí $\sigma = 492$ MPa a přetvoření $\varepsilon = 9,4$ %. Vyšší hodnoty napětí a přetvoření nejsou pro tento typ konstrukce podstatné a rozsah pracovního diagramu plně pokryje celý rozsah numerické analýzy pro dané zatížení a velikosti předpětí v předpínacích lanech.

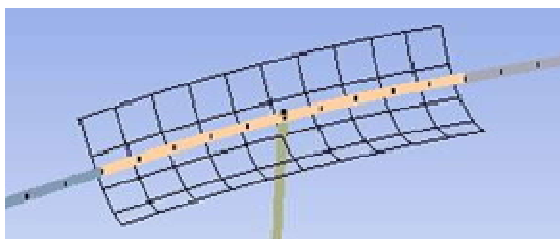
Pro předpínací lana byl zachován původní materiálový model zavedený pomocí bilineárního pracovního diagramu s počátečním modulem pružnosti $E_1 = 200$ GPa až do hodnoty meze kluzu $f_y = 250$ MPa. Zpevnění materiálu po dosažení meze kluzu je zavedeno modulem pružnosti $E_2 = 50$ GPa až do meze pevnosti materiálu $f_u = 460$ MPa.

7.2.1 Vliv kluzného uložení lan na kříži pro různé imperfekce centrálního prutu vzpínadla

Porovnání vlivu kluzného uložení předpínacích lan na kříži oproti pevnému uložení bylo provedeno pomocí GMNIA. Numerické řešení uložení lan bylo detailně popsáno v kap. 5.1.3. Součinitel tření mezi lany a sedlem byl zvolen hodnotou $\mu = 0,1$ (platí pro přímý kontakt ocel-ocel). Parametrická studie pro oba způsoby upevnění byla řešena pro oba tvary počátečních imperfekcí, jak v symetrickém, tak i antisymetrickém tvaru.

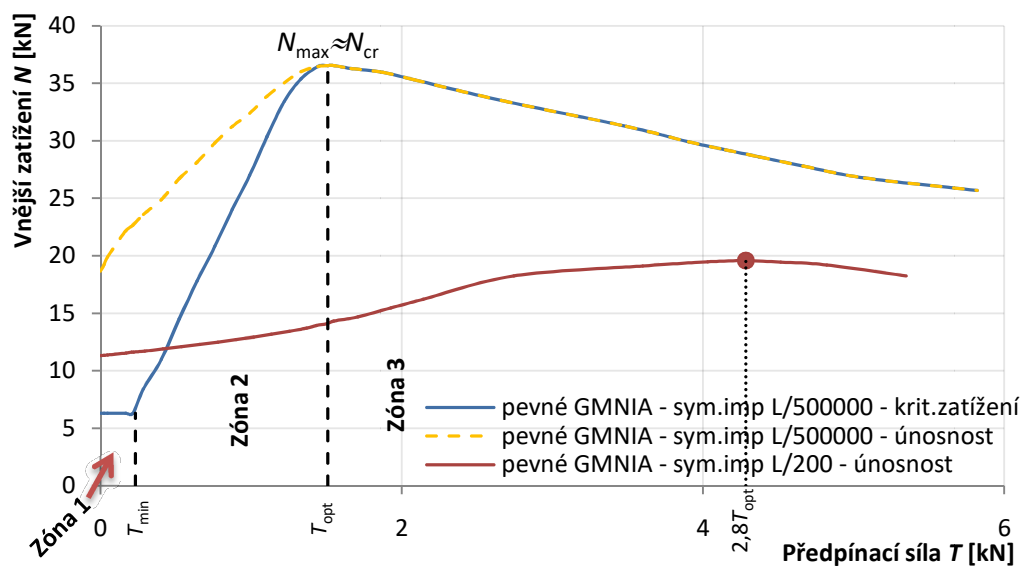
Numerické řešení pro symetrický a antisymetrický tvar imperfekce byl zkoumán pro počáteční imperfekce o velikostech $L/500000$ (téměř ideální vzpínadlový sloup), $L/1000$, $L/400$ a $L/200$ pro kluzné uložení předpínacích lan. Pro pevné uložení byly provedeny pouze numerické analýzy s velikostí počáteční imperfekce $L/500000$ a $L/200$.

Hodnota počáteční imperfekce $L/200$ odpovídá požadované maximální imperfekci pro návrh a posouzení pro za studena tvarované trubky dle ČSN EN 1993-1-1[39]. Počáteční imperfekce s velikostí $L/400$ a $L/1000$ byly u kluzného uložení zavedeny z důvodu ověření rozdílů případného rozdílu vybočení a tvaru vybočení centrálního nosného sloupu při různých velikostech předpětí v lanech.

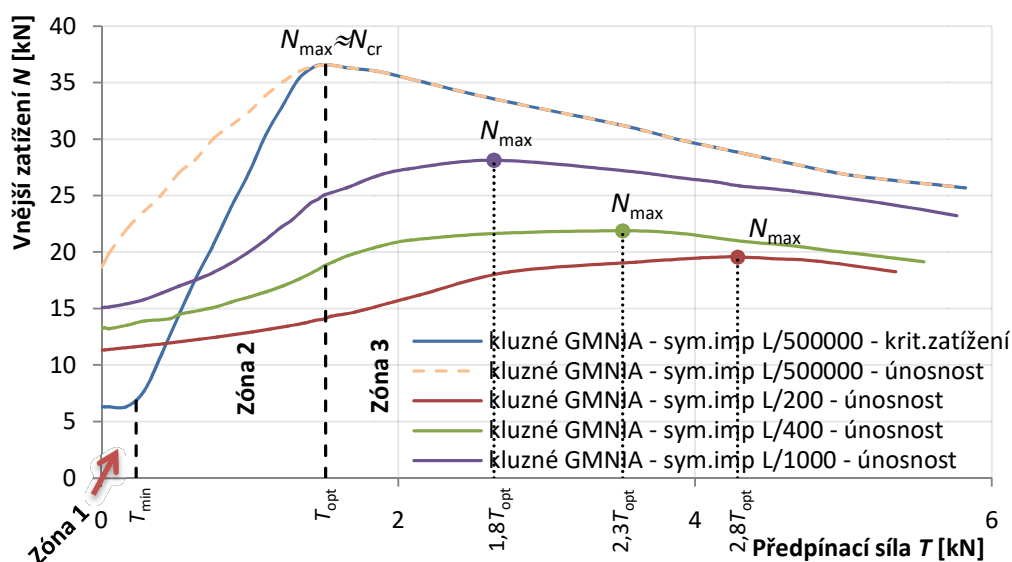


Obr. 7.3 - Detail kluzného uložení lana – numerický model

7.2.1.1 Symetrický tvar imperfekce – pevné a kluzné uložení táhel na kříži



Obr. 7.4 – GMNIA – pevné uložení, symetrický tvar imperfekce



Obr. 7.5 – GMNIA – kluzné uložení, symetrický tvar imperfekce

Z výsledných grafů získaných z numerické analýzy je patrné, že vliv kluzného uložení pro symetrický tvar imperfekce nemá na kritická zatížení a únosnost pro téměř ideální sloup bez imperfekcí žádný vliv. Z obr. 7.4 a obr. 7.5 je zřejmé identické chování pro vzpínadlové pruty s počáteční imperfekcí L/500000 – L/200 při jakékoli velikosti předpětí v předpínacích lanech. Vybočení a výsledný tvar vzpínadla při dosažení kritického zatížení a maximálních únosností imperfektních vzpínadel byl vždy ve směru mezi ramena vzpínadlového kříže a tvar vybočení odpovídal symetrickému tvaru počáteční imperfekce centrálního nosného prutu.

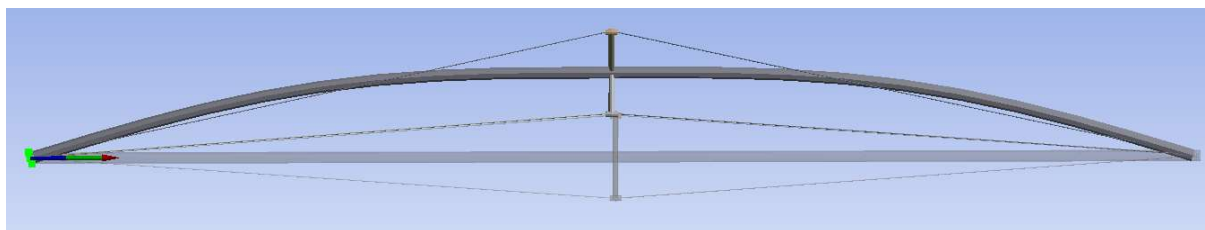
Výsledky podle obr. 7.4, 7.5 prokazují pro vzpínadlo s nepatrnou imperfekcí $L/500000$ shodu s analytickým řešením podle kap. 6.1.1. Hodnoty dosaženého kritického zatížení pro nepředepnutý vzpínadlový sloup odpovídají Eulerovu kritickému zatížení $N_E = 6,29$ kN až do hodnoty $T_{\min} = 0,23$ kN, tato část označena jako zóna 1.

Vliv zvyšování předpínací síly je pak jasně patrný až do hodnoty $T_{\text{opt}} = 1,51$ kN, kdy bylo dosaženo i maximálního kritického zatížení, které je pro toto vzpínadlo rovno maximální dosažené únosnosti $N_{\max} = N_{\text{cr}} = 36,55$ kN. Tato oblast je označena jako zóna 2.

Zóna 3 pak opět reprezentuje oblast vzpínadla, ve které je kritické zatížení, resp. únosnost, zmenšována velikostí předpětí v lanech.

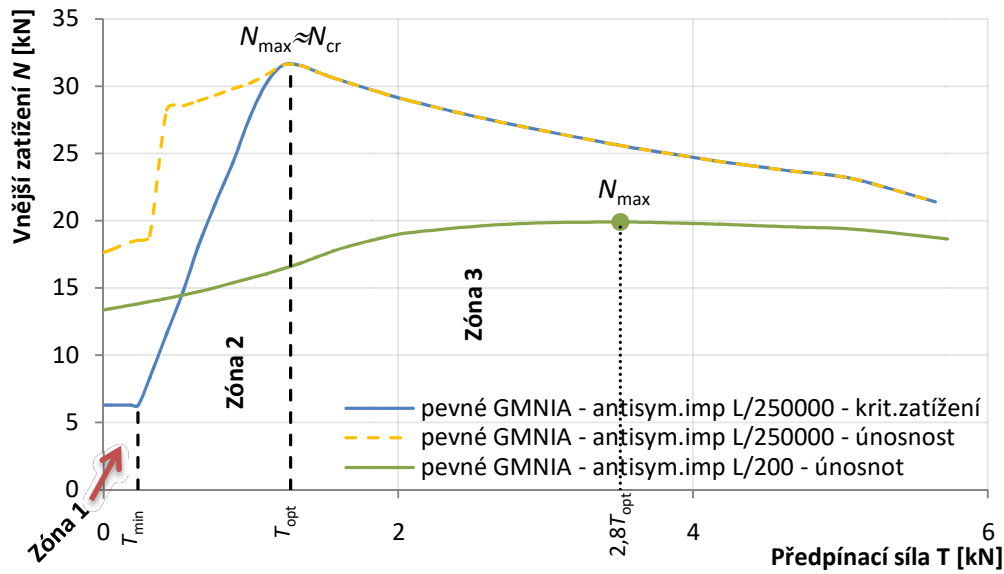
Pro imperfektní vzpínadlové sloupy s amplitudou imperfekce $L/200$ již jde o únosnosti (nikoliv kritické zatížení) a maximální únosnost vzpínadla byla dosažena až při vyšší velikosti předpínací síly v lanech, odpovídající $2,8 T_{\text{opt}}$. Dosažená únosnost pro toto předpětí odpovídá $N_{\max} = 19,57$ kN.

Pro symetrický tvar počáteční imperfekce centrálního nosného prutu pro pevné i kluzné uložení nastalo vybočení sloupu vždy do prostoru mezi ramena vzpínadlového kříže, v symetrickém tvaru podle obr. 7.6. Pro žádnou amplitudu počáteční imperfekce a úroveň předpětí v lanech nedošlo k přeskočení tvaru vybočení centrálního sloupu do druhého vlastního tvaru (do antisymetrického tvaru) nebo do tzv. interaktivního tvaru, který svým tvarem odpovídá spojení symetrického tvaru vybočení s antisymetrickým tvarem.

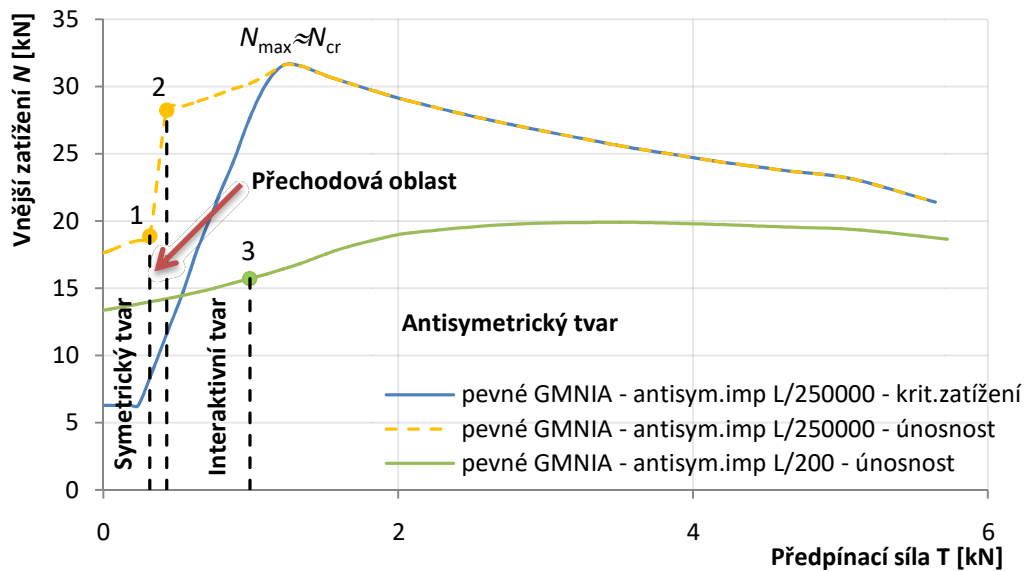


Obr. 7.6 – Výsledný tvar vybočení pro symetrický tvar počáteční imperfekce centrálního prutu vzpínadla z numerického modelu Ansys Workbench

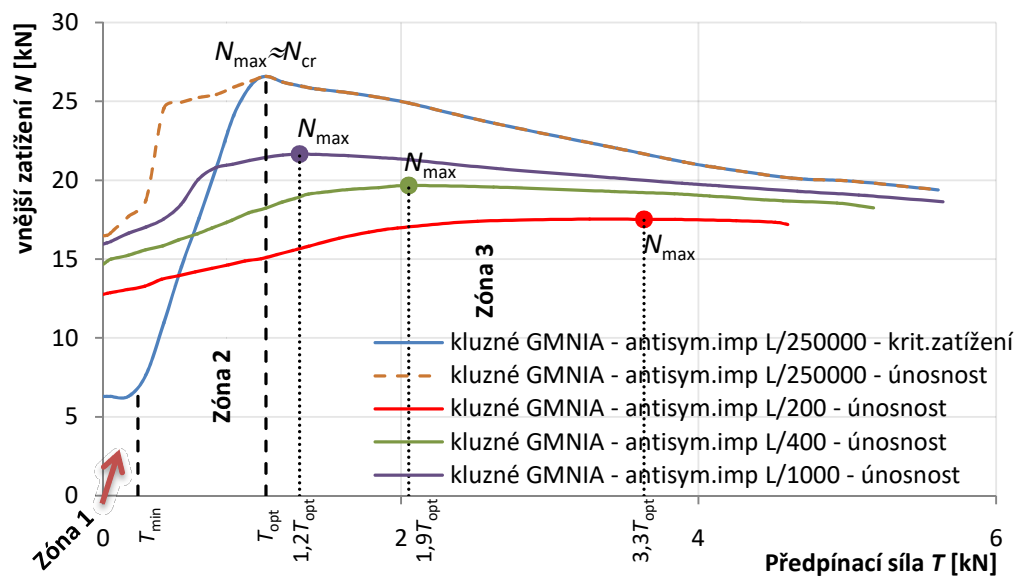
7.2.1.2 Antisymetrický tvar imperfekce – pevné a kluzné uložení táhel na kříži



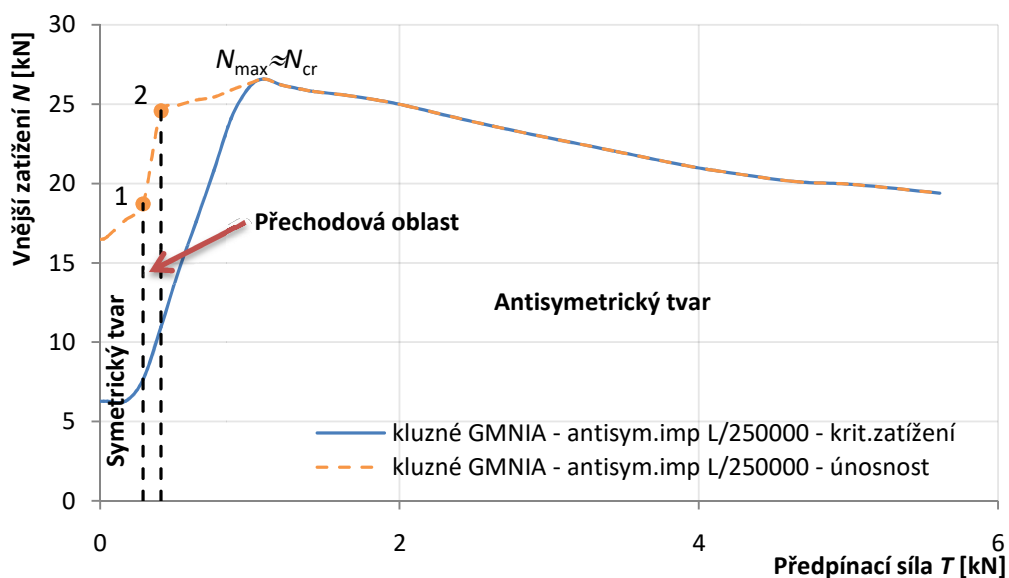
Obr. 7.7 – Pevné uložení, antisymetrický tvar imperfekce



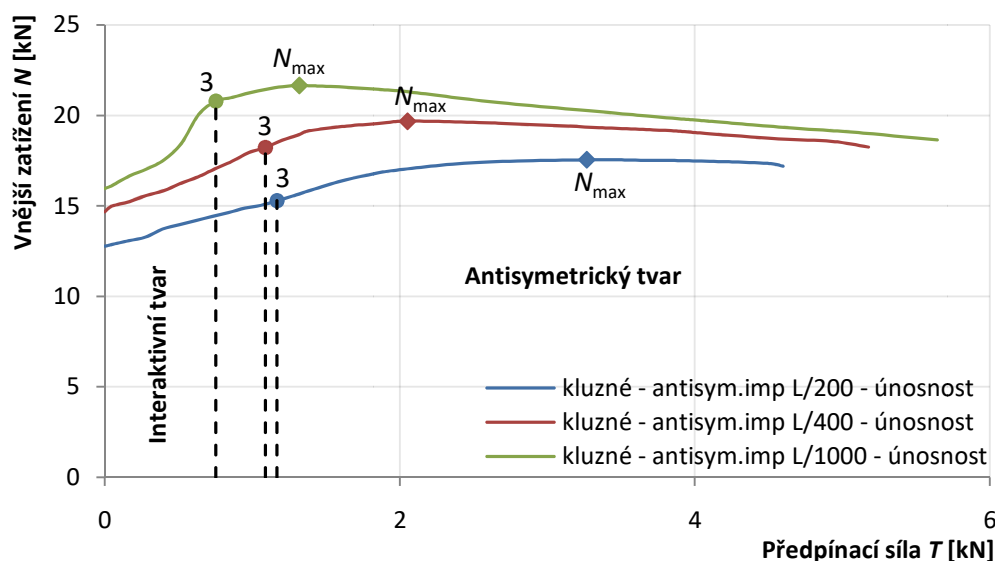
Obr. 7.8 – Rozbor tvarů vybočení



Obr. 7.9 – Kluzné uložení, antisymetrický tvar imperfekce



Obr. 7.10 – Rozbor tvarů vybočení pro „ideální“ vzpínadlo



Obr. 7.11 – Rozbor tvarů vybočení pro imperfektní vzpínadla

Porovnání vlivu uložení předpínacích lan pro antisymetrický tvar počáteční imperfekce centrálního nosného prutu vzpínadla ukázalo rozdílné chování vzpínadel jak z hlediska kritických hodnot zatížení tak únosnosti, ať už se jedná o “ideální“ (s nepatrnou amplitudou počátečního prohnutí) nebo imperfektní vzpínadlo.

Dosažené kritické hodnoty zatížení pro pevné upevnění lan odpovídají analytickým vztahům dle kap. 6.1. pro počáteční modul pružnosti $E_{ini} = 184,3$ GPa. Analytické vztahy však neumožňují zavedení prokluzu. Porovnání numerického a analytického řešení není v tomto případě možné a dosažené numerické výsledky jsou porovnány dle studií Hafeze a kol. [14].

Dosažená kritická zatížení a maximální únosnosti vzpínadel pro pevné uložení lan jsou zobrazeny na obr. 7.7. Maximální kritické zatížení a maximální únosnost dosažené pro počáteční imperfekci $L/250000$ jsou $N_{max} = N_{cr} = 31,58$ kN, což odpovídá optimální předpínací síle $T_{opt} = 1,22$ kN. Maximální únosnost imperfektního prutu s počáteční imperfekcí $L/200$ je rovna $N_{max} = 19,57$ kN pro předpínací sílu odpovídající $2,8T_{opt} = 4,28$ kN.

Kritická zatížení a maximální únosnosti vzpínadel pro kluzné uložení předpínacích lan jsou uvedeny na obr. 7.9. Maximální kritické zatížení a maximální únosnost dosažené pro počáteční imperfekci $L/250000$ je rovno $N_{max} = N_{cr} = 26,59$ kN, což odpovídá optimální předpínací síle $T_{opt} = 1,09$ kN. Maximální únosnost imperfektního sloupu s počáteční imperfekcí $L/200$ je rovna $N_{max} = 17,55$ kN pro předpínací sílu odpovídající $3,3T_{opt} = 3,27$ kN. Uvedeny jsou i průběhy pro menší amplitudy imperfekcí.

Na obr. 7.8 pro pevné uložení a na obr. 7.10 a 7.11 pro kluzné uložení jsou zobrazeny křivky dosažených maximálních únosností pro dané počáteční imperfekce s vyznačenými hranicemi přeskoků tvarů vybočení při maximálních únosnostech pro danou úroveň předpětí.

Z obr. 7.8 jsou patrné hranice výsledných tvarů vybočení pro křivku maximální únosnosti pro počáteční imperfekci $L/250000$ vzpínadla s pevným uložením lan, kde v počáteční fázi, kdy jsou předpětí téměř nulová až do bodu 1, centrální nosný prut vždy vybočí v prvním vlastním tvaru (symetrický tvar vybočení), odpovídajícímu prostě uloženému prutu bez kříže a předpínacích lan (viz obr. 7.12). Oblast mezi body 1 a 2 pak není přesně definována z důvodu rozsahu volitelných velikostí předpětí v numerické analýze. Předpětí bylo zadáváno v oblasti nízkých předpětí pomocí ochlazení předpínacích lan s konstantním krokem ochlazení $\Delta 5^\circ \text{C}$. Předpokládá se, že v tomto rozmezí dochází k přeskoku z jednoho tvaru vybočení do druhého, což má za následek skokové zvýšení dosažené maximální únosnosti. Ačkoli byla dosažená únosnost za bodem 2 až do hodnoty odpovídající optimální předpínací síle “stabilizována“ dle tvaru vybočení, je pro reálnou konstrukci tato oblast problematická z důvodu nepřesného stanovení maximální únosnosti vzpínadla. Pro předpětí za úrovní optimální předpínací síly už jsou tvary vybočení při dosažení maximální únosnosti stále v antisymetrickém tvaru, viz obr. 7.13. Je tedy vhodné takto konstrukci předpínat a stanovit příslušnou únosnost i za cenu jejího snížení oproti maximální hodnotě.

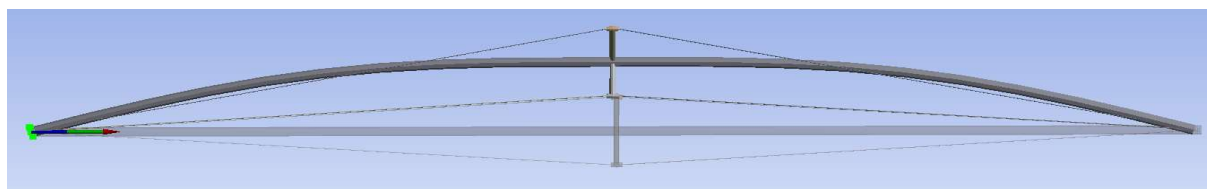
Pro amplitudu počáteční imperfekce $L/200$ je chování vzpínadlového sloupu v počáteční fázi zatěžování odlišné a křivka maximální únosnosti dle úrovně předpětí je již v celém jejím průběhu zatěžovacích kroků spojitá. I tak ale dochází k přeskoku tvaru vybočení centrálního nosného prutu v bodě 3 na obr. 7.8. Nicméně nedochází při této změně tvaru vybočení k rapidnímu skokovému zvýšení únosnosti. Výsledný tvar vybočení sloupu pro nízkou úroveň předpětí (až téměř do bodu 3) odpovídá obr. 7.14., což je označeno jako interaktivní tvar vybočení. Ten odpovídá kombinaci prvního vlastního tvaru (symetrický tvar) a druhého vlastního tvaru (antisymetrický tvar). V okolí bodu 3 pak dochází k plynulé změně opět na antisymetrický tvar dle obr. 7.13. Za bodem 3 dochází ke stabilizaci do antisymetrického tvaru vybočení. Z křivky maximální únosnosti opět vyplývá, že je vhodné imperfektní vzpínadlo předpínat s předpětím vyšším než je T_{opt} .

Chování vzpínadla s kluzným uložením lan (obr. 7.10 a 7.11) je velmi podobné tomu s pevným uložením lan. Rozdíl je pouze v oblastech definovaných úrovní předpínací síly, kdy opět dochází k přeskoku a rapidnímu nárůstu dosažené maximální únosnosti pro vzpínadlo s počáteční imperfekcí $L/250000$. Pro počáteční imperfekci $L/200$ je chování vzpínadla téměř identické jako tomu bylo u pevného uložení lan. Opět dochází k plynulému přecházení z interaktivního tvaru do antisymetrického. Pro kluzné uložení je ale hranice přechodu nebo její průměr dán velikostí předpínací síly $T = 1,17 \text{ kN}$, což odpovídá teplotě ochlazení $\Delta T = -30^\circ \text{C}$. Tento posun hranice přeskoku je dán právě vlivem prokluzu a nutnosti většího předpětí,

při němž dojde ke stabilizaci předpínacího lana v sedle kluzného uložení a zamezení prokluzu lana. Tento efekt má vliv nanamáhání ramen vzpínadlového kříže v místě upevnění k centrálnímu prutu, způsobí tím rotaci středu prutu v místě upevnění vzpínadlového kříže a vynutí tak antisymetrický tvar vybočení centrálního prutu.

Chování vzpínadla s amplitudou $L/400$ má stejný charakter jako u vzpínadla s amplitudou $L/200$. Rozdíl je pouze v posunu hranice přechodu z interaktivního tvaru vybočení do antisymetrického, které odpovídá pevnému uložení s imperfekcí $L/200$.

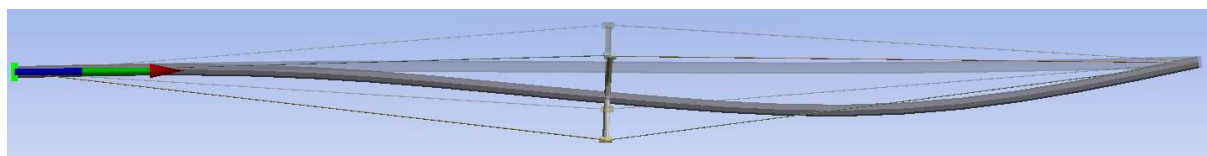
Pro počáteční imperfekci vzpínadla v antisymetrickém tvaru s hodnotou $L/1000$ je v chování prutu při dosažení maximální únosnosti pro danou úroveň předpětí analogie se vzpínadlem s počáteční imperfekcí $L/250000$. Křivka v okolí předpětí 1 kN má opět strmý nárůst únosnosti, což je způsobeno vlivem postupného přechodu z interaktivního do antisymetrického tvaru. Přechod není sice tak náhlý jako u téměř ideálního vzpínadla, ale výsledný tvar křivky maximální únosnosti se téměř ideálnímu vzpínadlu přibližuje.



Obr. 7.12 –symetrický tvar vybočení



Obr. 7.13 –antisymetrický tvar vybočení



Obr. 7.14 –interaktivní tvar vybočení

7.3 Výsledné zhodnocení parametrické numerické studie – porovnání GNIA/GMNIA pro kluzné a pevné uložení vzpínadla s jedním křížem

Parametrické studie zahrnující GNIA a GMNIA včetně porovnání vlivu kluzného a pevného uložení jsou celkově zhodnoceny v následující tabulce výsledků.

Numerické analýzy GNIA a GMNIA potvrdily výsledky analytického řešení vzpínadla v kap. 6.1. podle [14], kde bylo pro danou konfiguraci stanoveno kritické zatížení a tvar vybočení, který odpovídal druhému vlastnímu tvaru (antisymetrický tvar). Analytické řešení umožnilo stanovení velikosti minimální a optimální předpínací síly, které definují hranice zón chování vzpínadlových konstrukcí. Zóny vhodně popisují vliv velikosti předpínací síly na příslušná kritická zatížení. Z dosažených výsledků je patrné, že pro ideální přímý sloup dává 3D numerický model výsledky ve shodě s analytickým řešením.

Materiálová nelinearita významně snižuje kritické síly (pro „ideální vzpínadlo“) i únosnosti (pro imperfektní vzpínadla), viz Tab. 7.

Následná studie analyzovala vliv uložení táhel (resp. v tomto případě lan) na vzpínadlový kříž. Symetrický počáteční tvar imperfekce dává shodné výsledky pro oba způsoby uložení lan (kluzné i pevné). Tento symetrický tvar zůstává po předpětí zachován a výsledky pro různé amplitudy (jak pro téměř nulové počáteční imperfekce, tak i pro větší amplitudy imperfekcí s hodnotou $L/200$) se neliší.

Studie s antisymetrickým tvarem počáteční imperfekce však ukázala významnou slabinu kluzného uložení lan. Numerická hodnota dosažených kritických zatížení ideálního i maximálních únosností imperfektních vzpínadel pro kluzné a pevné uložení je rozdílná. Pevné uložení dává pro téměř ideální prut vzpínadla kritické hodnoty zatížení vyšší než pro kluzné uložení téměř o 18,8 %. Pro imperfektní vzpínadla s počáteční imperfekcí v antisymetrickém tvaru a hodnotou amplitudy $L/200$ je dosažena maximální únosnost pro pevné uložení o 13,4 % vyšší než pro kluzné uložení.



Tab. 7: Tabulka porovnání maximálních kritických břemen ideálních vzpínadel a únosností imperfektních vzpínadel s pevným a kluzným uložením

Počáteční imperfekce w_0 [mm]	Symetrický tvar počáteční imperfekce				Antisymetrický tvar počáteční imperfekce				Rozhodující $N_{cr,max}$ [kN]
	Pevné uložení		Kluzné uložení		Pevné uložení		Kluzné uložení		
	T_{opt} [kN]	$N_{cr,max}/$ N_{max} [kN]	T_{opt} [kN]	$N_{cr,max}/$ N_{max} [kN]	T_{opt} [kN]	$N_{cr,max}/$ N_{max} [kN]	T_{opt} [kN]	$N_{cr,max}/$ N_{max} [kN]	
0 (odpovídá [14], 3D)	1,41	39,82	---	---	1,30	36,79	---	---	36,79
0,01 (3D, GNIA)	1,51	39,73	---	---	1,35	36,55	---	---	36,55
0,05 (3D, GNIA)	1,58	39,25	---	---	1,37	35,92	---	---	35,92
0,10 (3D, GNIA)	1,61	38,62	---	---	1,40	35,66	---	---	35,66
25,0 (3D, GNIA)	1,50	39,72	---	---	1,37	28,32	---	---	28,32
$L/500000$ – 3D GMNIA	1,51	36,54	1,51	36,54	1,22	31,58	1,09	26,59	26,59
$L/1000$ – 3D GMNIA	---	---	2,65	28,11	---	---	1,32	21,65	21,65
$L/400$ – 3D GMNIA	---	---	3,51	21,89	---	---	2,05	19,67	19,67
$L/200$ – 3D GMNIA	4,29	19,57	4,29	19,57	3,51	19,9	3,27	17,55	17,55

8 Analytické a numerické řešení pro vzpínadlo se dvěma kříži

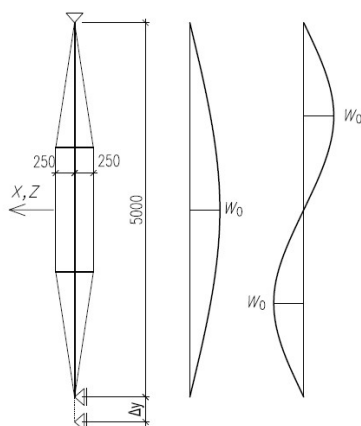
Numerická studie pro vzpínadlovou konstrukci se dvěma kříži v třetinách délky centrálního nosného prutu byla zaměřena pouze na porovnání vlivu tvaru počátečních imperfekcí v symetrickém a antisymetrickém tvaru a na vliv materiálové nelinearity centrálního nosného sloupu a ramen vzpínadlového kříže. Numerické výsledky byly dále použity k ověření analytického řešení pro definování zónového chování vzpínadel v kap. 8.1.

Studie je zaměřena pouze na numerické řešení s pevným uložením táhel. Kluzné uložení nebylo pro takto geometricky a konstrukčně složitou konstrukci řešeno s ohledem na časovou náročnost numerického výpočtu.

Volené velikosti počátečních imperfekcí jsou opět v rozmezí odpovídající numerické analýze pro vzpínadlo s jedním křížem. Rozsah amplitudy počáteční imperfekce byl volen pro oba počáteční tvary v rozmezí $L/500000$ a $L/200$. Počáteční imperfekce jsou pro GNIA i GMNIA zadávány opět v prostoru mezi ramena kříže vzpínadla.

Analogie se vzpínadlovými konstrukcemi s jedním křížem je v řešení samotné vzpínadlové konstrukce pomocí numerických výpočtů GNIA a GMNIA. Jak pro vzpínadlo s jedním křížem, tak i pro vzpínadlo se dvěma kříži je nutné pro zjištění kritických hodnot zatížení řešit konstrukci geometricky nelineární analýzou s infinitesimální počáteční imperfekcí (téměř nulovou amplitudou, viz kap. 7). Lineární bifurkační analýzu (LBA) opět pro stanovení chování vzpínadel v celém rozsahu předpětí (zejména v zóně 2) nelze použít.

Pro definování zónového chování vzpínadla s dvěma vzpínadlovými kříži nebyla dříve provedena žádná analytická studie zahrnující větší počet vzpínadlových křížů. Studie vycházela z předpokladu, že dojde ke zvýšení kritických zatížení vzpínadel s téměř nulovou počáteční imperfekcí a maximálních únosností vzpínadel s větší amplitudou počáteční imperfekce.



Obr. 8.1 – Geometrie analyzované vzpínadlové konstrukce se dvěma kříži

8.1 Analytické řešení vzpínadel se dvěma kříži

Předpokladem pro numerickou analýzu vzpínadel se dvěma kříži bylo podobné chování jako u vzpínadel s jedním křížem, zejména o rozdělení vlivu předpětí na kritická zatížení do tří zón, které jsou definovány minimální a optimální předpínací silou.

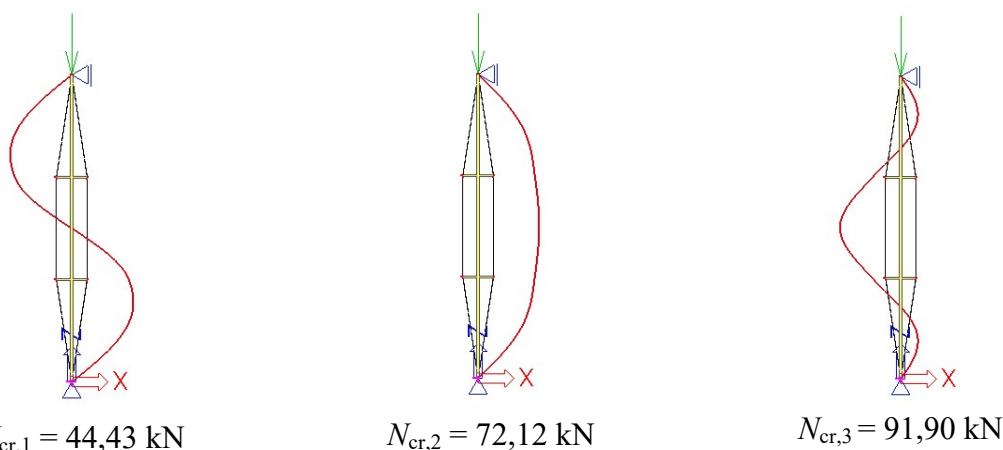
Nicméně, pro řešení vzpínadlových konstrukcí s dvěma kříži nebyly provedeny žádné analytické studie, které by predikovaly dané chování, tzn. odvození vzorců pro výpočet minimální a optimální předpínací síly, korespondující kritická zatížení a jejich následné ověření.

Analytické vztahy byly proto v rámci disertační práce částečně odvozeny z analytických vzorců pro vzpínadlo s jedním křížem uprostřed délky centrálního prutu. Úprava vzorců zahrnovala jak prostorové chování pro 3D vzpínadlovou konstrukci se čtyřmi předpínacími lany, tak i úpravu pro rovinnou konstrukci pouze s dvěma předpínacími lany.

Pro odvození analytických vztahů platí stejné předpoklady, jako tomu bylo u vzpínadla s jedním křížem. Analytické řešení je odvozeno pro dokonalý sloup bez imperfekcí, na koncích kloubově uložený s pevným upevněním předpínacích lan. Teoretická kritická zatížení pro danou geometrii konstrukce byly v počátečním kroku definovány pomocí softwaru Scia Engineer, kde byly namodelovány jednoduché konstrukce vzpínadel s dvěma vzpínadlovými kříži, které odpovídají geometrii vyšetřované konstrukce.

Po odvození potřebných analytických vztahů byl proveden výpočet pro vzpínadlo podle obr. 8.1, s jednotným modulem pružnosti všech prvků (centrálního prutu, křížů i táhel) podle tabulkových hodnot pro nerezovou ocel 1.4301.

8.1.1 LBA, prutový model – stanovení kritických zatížení



Obr. 8.2 – První tři vlastní tvary a kritická zatížení – Scia Engineer, prutový model

Pomocí prutového modelu v programu Scia Engineer 2017 byly zjištěny první tři vlastní tvary vybočení centrálního nosného sloupu vzpínadla a stanovena odpovídající kritická zatížení pro konstrukci vzpínadla bez předpětí. Řešení úlohy bylo provedeno pomocí lineární bifurkační (stabilitní) analýzy (LBA) pro 2D konstrukci vzpínadla a ideální centrální prut (bez počátečních imperfekcí).

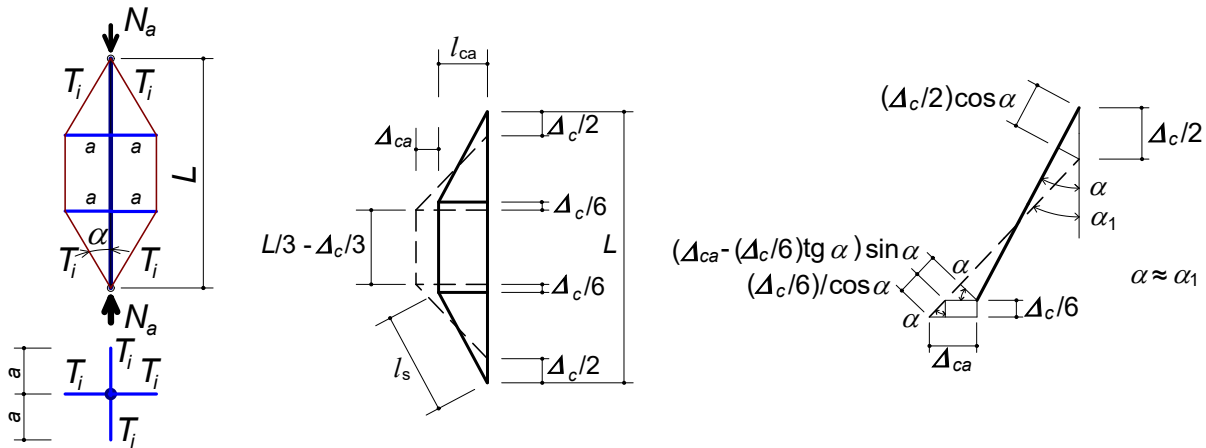
Konstrukční řešení vzpínadla odpovídá vzpínadlu s jedním křížem s pevným uložením předpínacích lan. Ramena křížů jsou připojena k centrálnímu nosnému prutu tuhým přípojem. Předpínací táhla jsou v modelu zavedena jako nepředepnuté tyčové prvky s průměrem profilu $\varnothing 4 \text{ mm}$.

Geometrie konstrukce vzpínadla s dvěma kříži odpovídá vzpínadlové konstrukci s jedním křížem. Délka centrálního nosného sloupu je 5000 mm, vyložení ramen křížů je 250 mm. Průměr předpínacích táhel je $\varnothing 4 \text{ mm}$. Předpínací táhla byla v LBA modelu zavedena jako tyčové prvky s osovou tuhostí v tlaku.

Výsledná kritická zatížení a odpovídající vlastní tvary jsou uvedeny na obr. 8.2. Rozhodující tvar vybočení a kritické zatížení odpovídá antisymetrickému tvaru s dosaženou kritickou hodnotou zatížení $N_{cr,1} = 44,43 \text{ kN}$. Další dva vlastní tvary pak vybočí v symetrickém tvaru. Druhý tvar s jednou sinusovou polovlnou a hodnotou kritického zatížení $N_{cr,2} = 72,12 \text{ kN}$, třetí vlastní tvar odpovídá vybočení se třemi sinusovými polovlnami s hodnotou kritického zatížení $N_{cr,3} = 91,90 \text{ kN}$.

LBA numerické řešení je bez předpětí a dává pouze představu o chování předpjatých vzpínadel a tvarech vybočení při dosažení předpokládaných kritických zatížení.

8.1.2 Analytické řešení – geometrická analýza



Obr. 8.3 – Geometrie vzpínadla se dvěma kříži, osové změny v okamžiku vybočení, rozklad deformací a sil

Z dané geometrie vzpínadla a podle obr. 8.3 lze odvodit geometrické závislosti mezi zatížením a deformací táhel v okamžiku vybočení. Jedná se hlavně o měnu délek táhel, tedy jejich zkrácení (37),(38).

Krajní táhlo:

$$\Delta_{se} = \frac{\Delta_c}{2} \cdot \cos \alpha - \left(\Delta_{ca} - \frac{\Delta_c}{6} \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) \cdot \sin \alpha - \frac{\Delta_c}{6 \cdot \cos \alpha} = \frac{1}{3} \cdot \Delta_c \cdot \cos \alpha - \Delta_{ca} \cdot \sin \alpha \quad (37)$$

Střední táhlo:

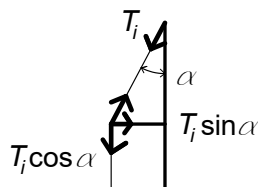
$$\Delta_{sm} = \frac{\Delta_c}{3} \quad (38)$$

Počáteční síla v prutu N_i pro předpětí T_i v n počtu táhel je dána vztahem (39), kde v prostoru pro 4 táhla je $n = 4$, v rovině pro 2 táhla $n = 2$.

$$N_i = n T_i \cos \alpha \quad (39)$$

Počáteční síla po předpětí je v jednom rameni kříže podle obr. 8.3 dána vztahem (40).

$$F_i = 1 \cdot T_i \sin \alpha \quad (40)$$



Obr. 8.4 Rozdělení sil v rameni vzpínadlového kříže po předpětí

Výsledná síla v prutu po jeho zatížení je dána vztahem (41), kde T_f je síla v krajních táhlech po zavedení zatížení N_a :

$$N_f = N_a + nT_f \cos \alpha = N_a + 4T_f \cos \alpha \quad (41)$$

Tomu odpovídající výsledná osová síla působící v rameni vzpínadlového kříže je (42):

$$F_f = T_f \sin \alpha \quad (42)$$

Tuhosti jednotlivých prvků vzpínadla jsou dány vztahy (43), (44), (45), které korespondují se vztahy pro vzpínadlovou konstrukci s jedním křížem.

$$K_c = \frac{E_c A_c}{L_c} \text{ - centrální sloup} \quad (43)$$

$$K_a = \frac{E_{ca} \cdot A_{ca}}{l_{ca}} \text{ - rameno kříže} \quad (44)$$

$$K_s = \frac{E_s A_s}{L_s} \text{ - táhlo} \quad (45)$$

Pro deformace jednotlivých prvků od zatížení a po dosazení (39), (40), (41), (42) platí vztahy pro zkrácení prutu (46), protažení ramene vzpínadlového kříže od poklesu tlaku (47), zkrácení krajního táhla od poklesu tahu (48):

$$\Delta_c = \frac{N_f - N_i}{K_c} = \frac{N_a - n(T_i - T_f) \cos \alpha}{K_c} \quad (46)$$

$$\Delta_{ca} = \frac{F_i - F_f}{K_{ca}} = \frac{(T_i - T_f) \sin \alpha}{K_{ca}} \quad (47)$$

$$\Delta_{se} = \frac{T_i - T_f}{K_s} = \frac{1}{3} \Delta_c \cos \alpha - \Delta_{ca} \sin \alpha \quad (48)$$

Po dosazení (46) a (47) do rovnice (48) plyne pro snížení tlaku v táhlech po zatížení vztah (49) a po úpravě (50):

$$T_i - T_f = \frac{K_s [N_a - n(T_i - T_f) \cos \alpha] \cos \alpha}{3K_c} - \frac{K_s [(T_i - T_f) \sin \alpha] \sin \alpha}{K_{ca}} \quad (49)$$

$$T_i - T_f = \frac{N_a \cos \alpha}{3K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{n \cos^2 \alpha}{3K_c} + \frac{\sin^2 \alpha}{K_{ca}} \right)} = N_a C_1 \quad (50)$$

Vztah (50) vyjadřuje lineární závislost mezi vnějším zatížením prutu N_a a změnou tahu v táhlech. Konstanta C_1 je pak definována vztahem (51):

$$C_{1,n} = \frac{\cos \alpha}{3K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{n \cos^2 \alpha}{3K_c} + \frac{\sin^2 \alpha}{K_{ca}} \right)} \quad (51)$$

Zkrácení sloupu Δ_c po dosazení rovnice (41) pak platí:

$$\Delta_c = \frac{N_f - nT_f \cos \alpha - [n(T_i - T_f) \cos \alpha]}{K_c} = \frac{N_f - nT_i \cos \alpha}{K_c} \quad (52)$$

Konečný tah v táhle je dán vztahem (53), který byl po dosazení rovnic (47) a (51) upraven:

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{1}{-\frac{1}{K_s} - \frac{\sin^2 \alpha}{K_{ca}}} \left[-\frac{T_i}{K_s} + \frac{(N_f - nT_i \cos \alpha) \cos \alpha}{3K_c} - \frac{T_i \sin^2 \alpha}{K_{ca}} \right] = \\ &= T_i - \frac{(N_f - nT_i \cos \alpha) \cos \alpha}{3K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{\sin^2 \alpha}{K_{ca}} \right)} \end{aligned} \quad (53)$$

Úpravou vztahu (41) a dosazením vztahu (53) dostaneme pro vnější aplikované zatížení vztah (54), kde N_f je výsledná síla v prutu (od zatížení a předpětí) a konstanta C_2 je pak tuhostní poměr pro definování hranice zóny 2, stejně jako tomu bylo u vzpínadlového prutu s jedním vzpínadlovým křížem:

$$N_a = (N_f - nT_i \cos \alpha) \left[1 + \frac{n \cos^2 \alpha}{3K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{\sin^2 \alpha}{K_{ca}} \right)} \right] = (N_f - nT_i \cos \alpha) C_2 \quad (54)$$

$$C_{2,n} = 1 + \frac{n \cos^2 \alpha}{3K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{\sin^2 \alpha}{K_{ca}} \right)} \quad (55)$$

Obdobně jako při řešení předpjatého vzpínadlového prutu s jedním křížem existují 3 zóny chování podle velikosti předpětí táhel:

V zóně 1 je předpětí malé ($T_f \leq T_{min}$) a po zatížení vymizí $T_f = 0$. Prut se chová jako příčně nepodepřený a ztrácí stabilitu po dosažení Eulerovy síly N_E :

$$N_{cr} = N_E = \frac{\pi^2 E_c I_c}{L^2} \quad (56)$$

Předpětí T_{min} odpovídající tomuto stavu plyne ze vztahu (50):

$$T_i = T_{min} = N_a C_{1,n} = N_E C_{1,n} = \frac{\pi^2 E_c I_c}{L^2} C_{1,n} \quad (57)$$

V zóně 2 je předpětí větší než minimální, ale menší než předpětí optimální (dávající maximální kritické zatížení), $T_{min} < T_f < T_{opt}$. Při vybočení prutu předpětí v táhlech vymizí ($T_f = 0$), ale okamžitě po vybočení se aktivují táhla na konvexní straně. Odpovídající kritické zatížení prutu $N_{cr} = N_a$ bude podle vztahu (50) odpovídat předpětí T_i a bude vyšší než Eulerovo:

$$N_{cr} = N_a = \frac{T_i}{C_{1,n}} \quad (58)$$

Ze vztahu (54) plyne velikost výsledné síly v prutu:

$$N_f = \frac{N_a}{C_{2,n}} + n T_i \cos \alpha \quad (59)$$

Maximální velikost výsledné kritické síly v prutu lze získat tohoto vztahu pro kritické zatížení obratem $N_a = N_{cr,n,T=0}$ řešené pomocí MKP pro prut, jehož táhla jsou uvažována s osovým tlakem, ale bez předpětí ($T_i = 0$).

$$N_{cr,max} = N_f = \frac{N_{cr,n,T=0}}{C_{2,n}} \quad (60)$$

Optimální předpětí, odpovídající maximální kritické síle $N_{cr,max}$ plyne ze vztahu (58):

$$T_{opt} = N_{cr,max} C_{1,n} \quad (61)$$

V zóně 3 je předpětí větší než optimální. Při vybočení zůstávají táhla napnutá a velikost kritické síly se snižuje v důsledku příslušné složky sil v táhlech. Velikost síly v táhlech plyne ze vztahu (54). Kde pro konstantu C_3 platí vztah (63):

$$T_f = T_i - \frac{(N_f - n T_i \cos \alpha) \cos \alpha}{3 K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{\sin^2 \alpha}{K_{ca}} \right)} = T_i - (N_f - n T_i \cos \alpha) C_3 \quad (62)$$

$$C_3 = \frac{\cos \alpha}{3K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{\sin^2 \alpha}{K_{ca}} \right)} \quad (63)$$

Při dosažení kritické síly N_{cr} zůstává v táhle reziduální napětí T_r , plynoucí ze vztahů (60), (62)

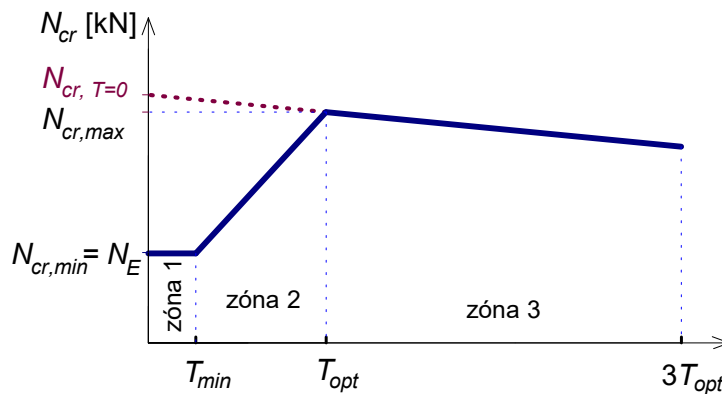
$$T_r = T_i - (N_{cr,max} - nT_i \cos \alpha) C_3 \quad (64)$$

Maximální počáteční předpětí T_{max} , při kterém prut vybočí vlivem samotného předpětí bez vnějšího zatížení, plyne ze vztahu (65) pro $T_r = T_i$:

$$T_{max} = \frac{N_{cr,max}}{n \cos \alpha} \quad (65)$$

Kritická síla v zóně 3 plyne ze vztahu (54) pro $N_a = N_{cr}$ a $N_f = N_{cr,max}$:

$$N_{cr} = (N_{cr,max} - nT_i \cos \alpha) C_{2,n} \quad (66)$$



Obr. 8.5 – Idealizovaný diagram kritického zatížení N_{cr} vzpínadel se dvěma kříži pro různá předpětí táhel T

Důležitá poznámka:

Při tomto odvození není zohledněn fakt, že u vzpínadel se dvěma kříži může pro různá předpětí dojít ke změně tvaru vybočení. Oproti vzpínadlům s jedním křížem dává proto analytické řešení pouze přibližné hodnoty kritických břemen a optimálních předpětí [40].

Číselné hodnoty pro geometrii testovaného vzpínadla, doplněného však dvěma kříži ve třetinách délky (obr. 8.1):

Parametry konstrukce:

$$E_c = 200 \text{ GPa}, A_c = 3,015 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, I_c = 8,71 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 \quad - \text{ parametry hlavního nosného sloupu}$$

$$E_a = 200 \text{ GPa}, A_a = 110,74 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2, I_a = 7,67 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4 \quad - \text{ parametry vzpínadlových křížů}$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}, A_s = 1,256 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \quad - \text{ parametry předpínacích lan}$$

$$K_c = 12063,7 \text{ N/mm} \quad - \text{ tuhost sloupu}$$

$$K_{ca} = 88592,0 \text{ N/mm} \quad - \text{ tuhost ramene vzpínadlového kříže}$$

$$K_s = 1491,7 \text{ N/mm} \quad - \text{ tuhost předpínacího táhla}$$

Úhel lanek s hlavním prutem: $\alpha = 8,53^\circ$ (tj. $\cos \alpha = 0,9889$; $\sin \alpha = 0,1483$).

Eulerovo kritické zatížení nepředpjatého prutu:

$$N_E = \frac{\pi^2 E_c I_c}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 8,70 \cdot 10^4}{5000^2} = \underline{6870 \text{ N}}$$

Stanovení hranice minimální předpínací síly T_{\min} :

$$C_{1,4} = \frac{\cos \alpha}{3K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{4 \cos^2 \alpha}{3K_c} + \frac{\sin^2 \alpha}{K_{ca}} \right)} = \frac{0,9889}{3 \cdot 12063,7 \cdot \left(\frac{1}{1491,7} + \frac{4 \cdot 0,9889^2}{3 \cdot 12063,7} + \frac{0,1483^2}{88592,0} \right)} = \underline{0,0351}$$

$$C_{2,4} = 1 + \frac{4 \cos^2 \alpha}{3K_c \left(\frac{1}{K_s} + \frac{\sin^2 \alpha}{K_{ca}} \right)} = 1 + \frac{4 \cdot 0,9889^2}{3 \cdot 12063,7 \cdot \left(\frac{1}{1491,7} + \frac{0,1483^2}{88592,0} \right)} = \underline{1,1612}$$

$$T_{\min} = C_{1,4} N_E = 0,0351 \cdot 6870,0 = \underline{241 \text{ N}}$$

Stanovení kritických zatížení a odpovídajících předpínacích sil v táhlech:

Z řešení MKP modelu ve 2D (Scia Engineer software), tj. pro $n = 2$, platí pro první tvar vybočení (viz obr. 8.2).

$N_{cr,2,T=0} = \underline{44430 \text{ N}}$ – kritická hodnota zatížení pro nepředepnutá táhla – antisymetrický tvar

$$N_{cr,\max} = N_f = \frac{N_{cr,2,T=0}}{C_{2,4}} = \frac{44430}{1,1612} = \underline{38262 \text{ N}} \quad - \text{ předpokládaná hodnota maximálního zatížení}$$

$$T_{opt} = N_{cr,\max} \cdot C_{1,4} = 38262 \cdot 0,0351 = \underline{1343 \text{ N}} \quad - \text{ optimální předpínací síla pro } N_{cr,\max}$$

8.2 Numerické řešení vzpínadel se dvěma kříži v GNIA a GMNIA

Numerická analýza byla provedena pro geometrii konstrukce vzpínadla dle obr. 8.1.

Parametry jednotlivých komponent konstrukce jsou shodné se vzpínadlem dle experimentů z kap. 4 a dle numerické studie z kap. 7.

Provedené numerické analýzy byly opět provedeny v rozsahu předpětí v lanech od nulové hodnoty až do předpětí ochlazením $\Delta T = -400^\circ\text{C}$, což odpovídá předpínací síle téměř 13 kN pro ideální centrální sloup s infinitesimální imperfekcí.

Okrajové podmínky numerického modelu jsou stejné jako pro vzpínadlo s jedním vzpínadlovým křížem. Jedná se o oboustranné kloubové uložení centrálního nosného prutu s kloubovým (pevným) připojením předpínacích táhel ke křížům i hlavnímu nosnému prutu. Konstrukce je řešena ve 3D, s tvarem a velikostí počátečních imperfekcí zadávaných v rovinách ramen vzpínadlového kříže. Jedná se tedy o prostorové imperfekce mezi rameny křížů.

Materiálové vlastnosti jednotlivých komponent jsou pro GNIA a GMNIA definovány stejně, jako tomu bylo u numerického modelu vzpínadla s jedním vzpínadlovým křížem, tedy:

GNIA:

$E_1 = 200$ GPa až do hodnoty meze kluzu $f_y = 190$ MPa – tabulkové hodnoty ocel 1.4301

$E_2 = 50$ GPa – zpevnění materiálu do meze pevnosti $f_u = 500$ MPa.

Materiálové vlastnosti jsou shodné pro všechny nosné prvky (centrální sloup, vzpínadlové kříže a předpínací lana).

GMNIA:

Pro GMNIA byl použit pracovní diagram experimentálně zkoušené oceli jako multilineární pracovní diagram (obr. 4.9). Uvedený pracovní diagram je numericky definován celkem 50 lineárními hodnotami až do hodnoty napětí $\sigma = 492$ MPa a přetvoření $\varepsilon = 9,4$ %.

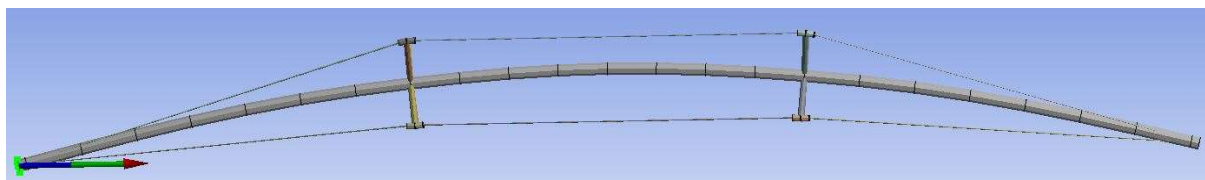
$E_{ini} = 184,3$ GPa – počáteční hodnota modulu pružnosti v souladu s obr. 4.8 a 4.9.

Pro předpínací lana byl zachován původní materiálový model zavedený pomocí bilineárního pracovního diagramu s počátečním modulem pružnosti $E_1 = 200$ GPa až do hodnoty meze kluzu $f_y = 190$ MPa. Zpevnění materiálu po dosažení meze kluzu je zavedeno modulem pružnosti $E_2 = 50$ GPa až do meze pevnosti materiálu $f_u = 500$ MPa.

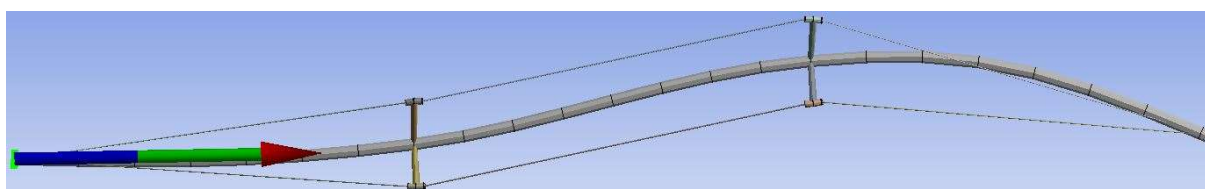
Z důvodu změny konstrukce vzpínadla v umístění a celkovém počtu křížů, bylo nutné pro získání plného rozsahu křivek závislosti kritických zatížení, resp. maximálních únosností na předpětí zvětšit zatížení posunem podpory na $\Delta y = 20$ mm. Posun podpory $\Delta y = 10$ mm při nulových nebo minimálních hodnotách předpínací síly nepokryje křivku maximálních zatížení

pro ideální pruty s minimální počáteční imperfekcí. Obr. 8.6 až 8.8 ukazují typické tvary vybočení.

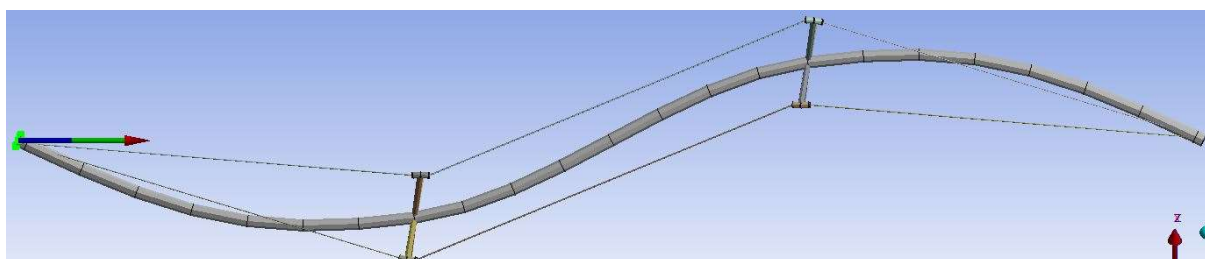
Numerický výpočet byl při řešení vzpínadla s dvěma kříži řešen dodatečně se stabilizací numerického řešení, která dle nastavené velikosti stabilizační energie eliminuje rozvoj druhého řádu centrálního prutu od vnějšího zatížení až do chvíle, kdy je právě překročen nastavený limit stabilizačního faktoru a centrální prut následně vybočí. Odpovídající vlastní tvar vybočení pak odpovídá obr. 8.9..



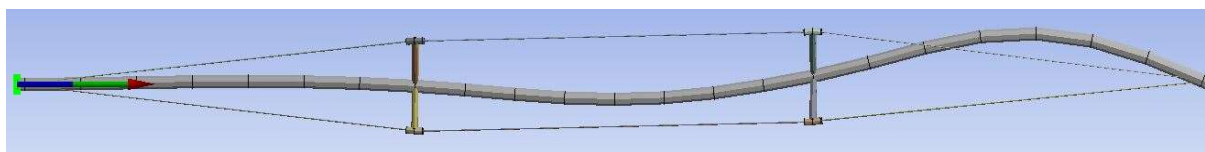
Obr. 8.6 – Symetrický tvar vybočení při dosažení kritického/maximálního zatížení



Obr. 8.7 – Interaktivní tvar vybočení při dosažení kritického/maximálního zatížení



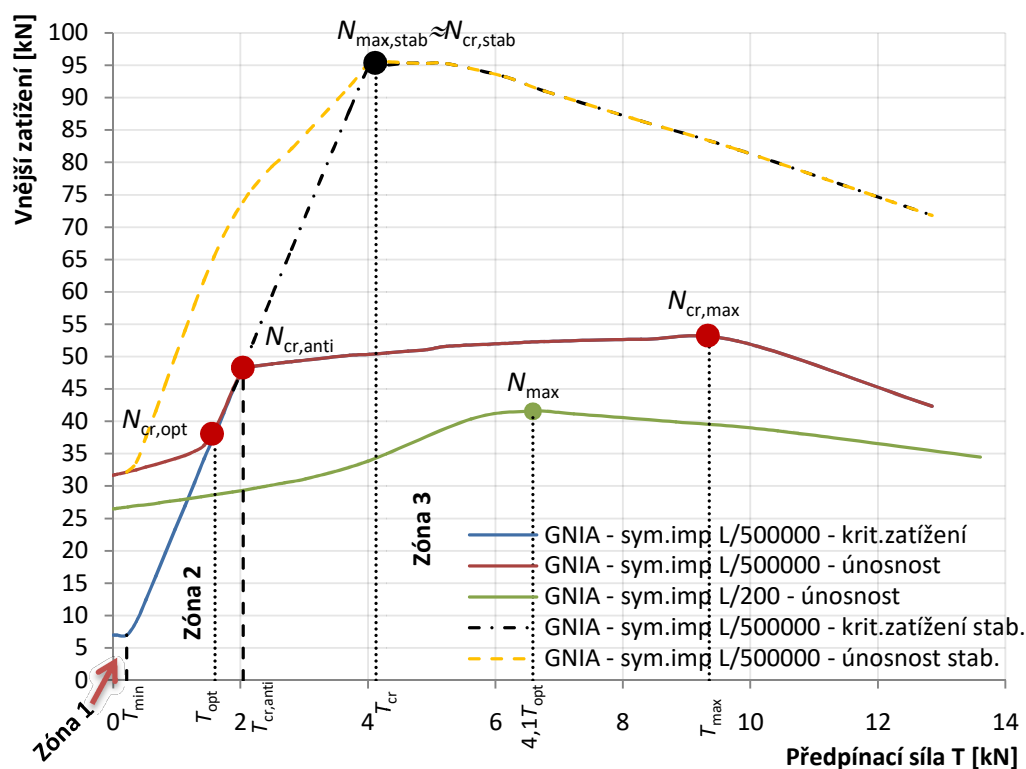
Obr. 8.8 – Antisymetrický tvar vybočení při dosažení kritického/maximálního zatížení



Obr. 8.9 – Třetí vlastní tvar vybočení při dosažení kritického/maximálního zatížení

8.2.1 GNIA – symetrický tvar počáteční imperfekce

Pro pružnou analýzu GNIA byl zaveden jednotný modul pružnosti $E = 200$ GPa. Z dosažených výsledků, které reprezentuje obr. 8.10, je patrné, že pro numerické řešení vzpínadlové konstrukce s dvěma kříži je závislost kritických zatížení, resp. maximální únosnosti na předpětí odlišná pro řešení bez použití stabilizace konstrukce vzpínadla a s použitím stabilizace. Je důležité připomenout, že v grafu je pro každou hodnotu předpětí získáno kritické napětí nebo únosnost iteračním výpočtem (nejde tedy o obvykle kreslené závislosti zatížení – deformace). Vrcholy křivek jsou tedy extrémy pro dané předpětí.



Obr. 8.10–Symetrický tvar počáteční imperfekce, zónové chování vzpínadla s dvěma kříži

Hodnoty $N_{cr,opt}$, $N_{cr,anti}$ a N_{max} , $N_{cr,max}$ odpovídají příslušnému předpětí. Hodnota kritického zatížení $N_{cr,anti} = 47,85$ kN, která je z dosažených výsledků uvažována jako kritická hodnota zatížení, je téměř o 8 % vyšší než byla zjištěna kritická hodnota zatížení vzpínadla bez předpětí pomocí software Scia Engineer, $N_{cr} = 44,45$ kN. Tvar vybočení u této hodnoty odpovídá antisymetrickému tvaru, viz obr. 8.8.

Hodnota kritického zatížení $N_{cr,opt} = 38,2$ kN, která odpovídá splynutí křivek kritického zatížení a únosnosti vzpínadla s minimální amplitudou imperfekce a je shodná s analyticky zjištěnou hodnotou kritického zatížení pro optimální předpínací sílu.

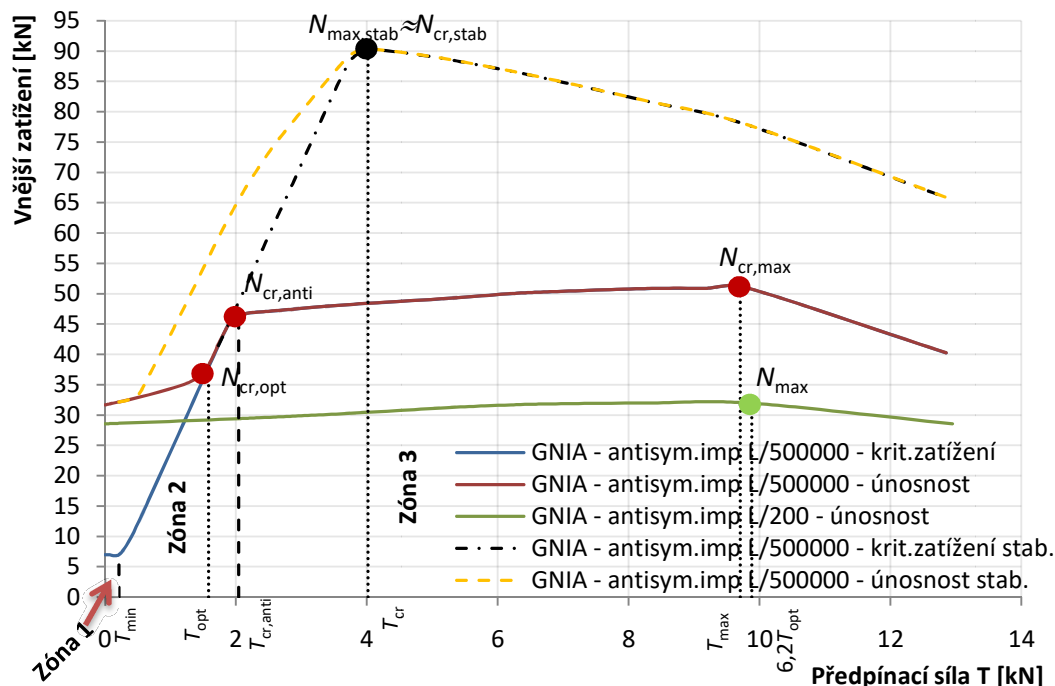


Při použití stabilizace vzpínadla při numerické analýze, byla dosažena kritická hodnota zatížení rovna $N_{cr,stab} = 95,51$ kN s tvarem vybočení podle obr. 8.9. Stabilizační faktor byl použit pouze pro ověření numerických výsledků z programu Scia Engineer.

Pro imperfektní vzpínadlo s amplitudou počáteční imperfekce $L/200$ v symetrickém tvaru činí dosažená maximální únosnost $N_{max} = 41,54$ kN.

8.2.2 GNIA – antisymetrický tvar počáteční imperfekce

Výsledky pro počáteční tvar imperfekce v antisymetrickém tvaru s amplitudou počáteční imperfekce $w_0/2 = L/1000000$ jsou téměř identické s hodnotami pro symetrický tvar. Rozdíly jsou však patrné pro imperfektní vzpínadla, jak ukazuje případ s amplitudou $w_0/2 = L/400$.



Obr. 8.11 – Antisymetrický tvar počáteční imperfekce, zónové chování vzpínadla s dvěma kříži

Hodnota dosaženého kritického zatížení vzpínadla s minimální imperfekcí je $N_{cr,opt} = 38,2$ kN, která odpovídá splynutí křivek pro kritické zatížení a únosnost, odpovídá analytickému řešení a je i ve shodě s numerickým řešením pro symetrický počáteční tvar imperfekce.

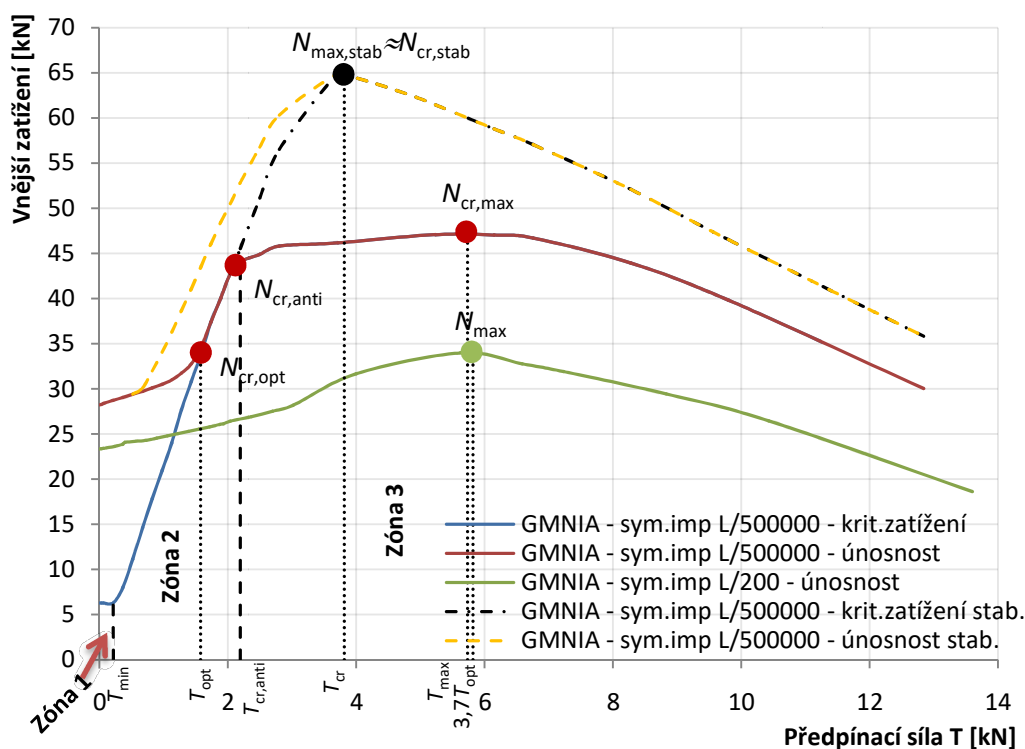
Kritická hodnota zatížení $N_{cr,anti} = 46,36$ kN, která je považovaná za kritické zatížení pro ideální vzpínadlo, je přibližně o 4 % vyšší než byla zjištěna kritická hodnota zatížení nepředpjatého vzpínadla v Scia Engineer software, $N_{cr} = 44,45$ kN. Tvar vybočení pro kritické zatížení je shodný, prut opět vybočuje v antisymetrickém tvaru, viz obr. 8.8.

Při použití stabilizace numerického výpočtu dosahuje kritické zatížení hodnotu $N_{cr,stab} = 90,27$ kN a příslušný tvar vybočení opět odpovídá tvaru dle obr. 8.9.

Pro imperfektní vzpínadlo s amplitudou počáteční imperfekce $L/400$ v antisymetrickém tvaru činí dosažená maximální únosnost $N_{max} = 31,99$ kN.

8.2.3 GMNIA – symetrický tvar počáteční imperfekce

Numerická analýza s materiálovou nelinearitou (GMNIA) dává oproti pružné analýze GNIA nižší výsledky jak pro kritická zatížení, tak pro únosnost, viz obr. 8.12. Důvodem je nižší počáteční modul pružnosti a jeho pokles s napětím (obr. 4.9). Nelinearita materiálu se projevuje vysokých předpětí v táhlech, což je patrné zejména pro předpětí od 7 kN. Tvar vybočení centrálního prutu při dosažení zlomového kritického zatížení $N_{cr,anti} = 44,10$ kN odpovídá antisymetrickému tvaru (obr. 8.8). V porovnání s GNIA je hodnota $N_{cr,anti}$ z GMNIA o téměř 9 % nižší, což odpovídá právě rozdílným modulům pružnosti materiálu. Hodnota kritického zatížení $N_{cr,opt} = 34,62$ kN odpovídá splynutí křivek kritického zatížení a únosnosti ideálního vzpínadla s minimální amplitudou počáteční imperfekce a je po přepočtu pro daný modul pružnosti shodná s analytickými vzorci.



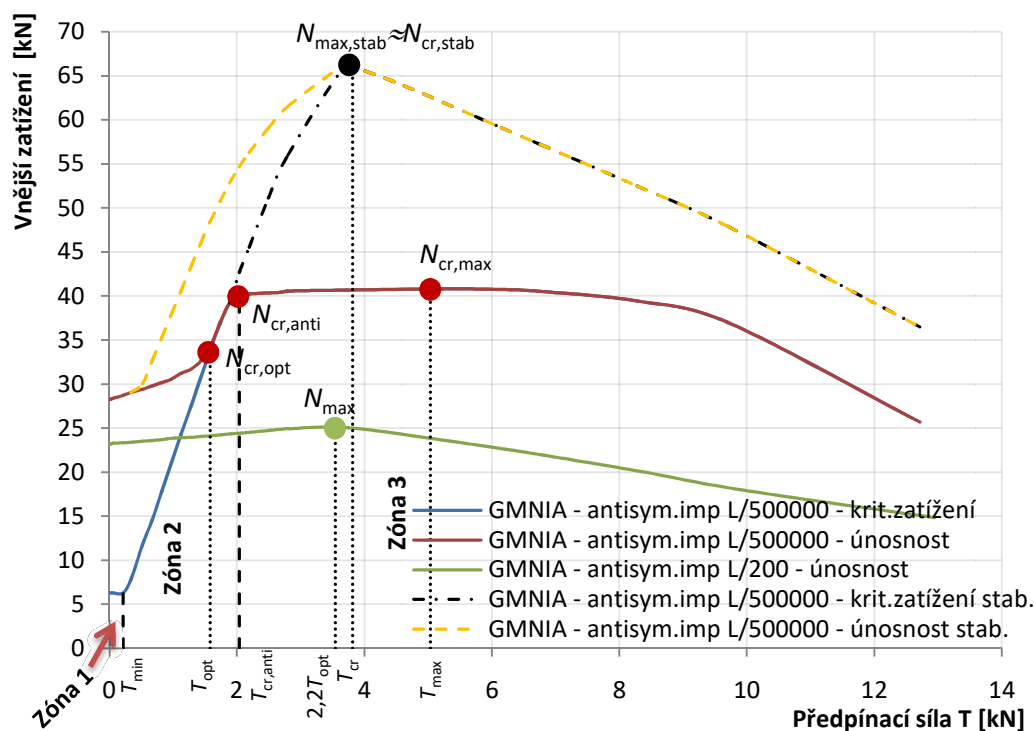
Obr. 8.12 – Symetrický tvar počáteční imperfekce, zónové chování vzpínadla s dvěma kříži

Numerické řešení se stabilizací vzpínadla opět dává vyšší výsledky než je tomu u numerického řešení bez použití stabilizace. Nicméně hodnota dosaženého kritického zatížení je podstatně nižší, než byla u GNIA. Kritické zatížení je rovno $N_{cr,stab} = 64,91$ kN, s tvarem vybočení hlavního prutu podle obr. 8.9. Tento tvar vybočení odpovídá třetímu vlastnímu tvaru zjištěného z programu Scia Engineer, viz obr. 8.2 – vpravo.

Pro imperfektní vzpínadlo s velikostí amplitudy imperfekce $L/200$ v počátečním symetrickém tvaru je maximální únosnost vzpínadla $N_{max} = 34,0$ kN.

8.2.4 GMNIA – antisymetrický tvar počáteční imperfekce

Výsledky pro numerickou analýzu s materiálovou nelinearitou a s antisymetrickým tvarem počáteční imperfekce vzpínadla jsou uvedeny na obr. 8.13. Vzpínadlo při dosažení zlomové hodnoty $N_{cr,anti} = 40,08$ kN vybočí rovněž v antisymetrickém tvaru (viz obr. 8.8). Tato kritická hodnota zatížení opět odpovídá numerickému řešení ze Scia Engineer pro počáteční modul pružnosti $E = 184,1$ GPa. Hodnota kritického zatížení $N_{cr,opt} = 34,62$ kN, která odpovídá splynutí křivek kritického zatížení a únosnosti ideálního vzpínadla s minimální amplitudou počáteční imperfekce, je shodná jak pro symetrický, tak i pro antisymetrický tvar počáteční imperfekce vzpínadla.



Obr. 8.13 – Antisymetrický tvar počáteční imperfekce, zónové chování vzpínadla s dvěma kříži

Pro imperfektní vzpínadlo s amplitudou počáteční antisymetrické imperfekce $w_0/2 = L/400$ činí maximální únosnost vzpínadla $N_{max} = 25,04$ kN.

Nicméně hodnota dosaženého kritického zatížení je podstatně nižší, než byla u GNIA v antisymetrickém tvaru počáteční imperfekce. Kritické zatížení je rovno $N_{cr,stab} = 66,29$ kN s tvarem vybočení hlavního prutu podle obr. 8.9. Tento tvar vybočení odpovídá třetímu vlastnímu tvaru zjištěného z programu Scia Engineer, viz obr. 8.2 – vpravo.

8.3 Porovnání výsledků studie vzpínadel s jedním a dvěma kříži

Tab. 8: Porovnání velikosti kritického zatížení a únosnosti vzpínadel s jedním a dvěma kříži s pevným uložením táhel podle řešení 3D GNIA a 3D GMNIA

Počáteční imperfekce w_0 [mm]	Symetrický tvar počáteční imperfekce				Antisymetrický tvar počáteční imperfekce				Rozhodující $N_{cr,max}$ [kN]
	Jeden kříž – pevné uložení		Dva kříže – pevné uložení		Jeden kříž – pevné uložení		Dva kříže – pevné uložení		
	T_{opt} [kN]	$N_{cr,max}$ [kN]	T_{opt} [kN]	$N_{cr,max}$ [kN]	T_{opt} [kN]	$N_{cr,max}$ [kN]	T_{opt} [kN]	$N_{cr,max}$ [kN]	
L/500000 - 3D GNIA	1,51	39,73	2,04	47,85	1,35	36,55	2,04	46,36	36,55
L/200 – 3D GNIA	5,43	22,71	6,59	41,54	6,63	25,64	8,35	31,99	22,71
L/500000 – 3D GMNIA	1,51	36,54	2,19	44,10	1,22	31,58	2,04	40,07	31,58
L/200 – 3D GMNIA	4,29	19,57	5,62	34,0	3,51	19,90	3,75	25,04	19,57

Dle tabulkových výsledků je jasně patrné, že počet vzpínadlových křížů umístěných po délce hlavního nosného prutu má velký vliv na výsledná kritická zatížení ideálních vzpínadel s infinitesimálními počátečními imperfekcemi i na únosnost vzpínadel s velkou počáteční imperfekcí s amplitudou až $L/200$.

Pro vzpínadla s jedním a dvěma kříži a s téměř nulovou počáteční imperfekcí, je zvýšení kritického zatížení v rozmezí 20,4 – 26,9 % pro obě varianty numerických analýz (GNIA/GMNIA).

Pro vzpínadla s jedním i dvěma kříži a s imperfekcí $L/200$ je navýšení únosnosti nejrapidnější pro počáteční symetrický tvar imperfekce. Navýšení únosnosti je téměř 74 % pro GMNIA. U GNIA to bylo téměř 83 %. Pro antisymetrický tvar počáteční imperfekce, je navýšení maximální únosnosti menší, téměř 25 % pro obě analýzy (GNIA/GMNIA).

Je nutné zmínit, že v této práci byla numericky zkoumána pouze jedna geometrie vzpínadla. Vliv vzpínadlových křížů na konstrukce s jinou geometrií však lze předpokládat obdobně.

9 Závěr

Předložená disertační práce je zaměřena na prostorové chování vzpínadlových prutů z nerezové (resp. korozivzdorné) oceli. Práce je rozdělena na tři hlavní části.

V první části jsou shrnuty poznatky ze světové literatury týkající se předpjatých vzpínadlových prutů, které byly publikovány od 70. let minulého století až po současnost. Většina odborných zahraničních studií se však zabývala vzpínadly z běžné uhlíkové oceli a pouze v rovinném uspořádání konstrukce. Na základě rozboru těchto prací byly stanoveny cíle disertační práce.

Druhá část disertační práce je zaměřena na experimenty provedené na vzpínadlech z nerezové austenitické oceli (1.4301), jejich vyhodnocení a provedení materiálových zkoušek pro zavedení plného nelineárního pracovního diagramu do numerických modelů.

Třetí a poslední, hlavní část disertační práce, je věnována numerickým studiím zaměřeným na tyto konstrukce, která se zabývá 2D GNIA a 3D GNIA (geometricky nelineární analýzou s imperfekcemi) a dále 3D GMNIA (geometricky a materiálově nelineární analýzou s imperfekcemi) v porovnání s analytickým řešením. Vyšetřovány jsou dále: vliv velikosti a tvaru počáteční amplitudy imperfekce centrálního prutu, vliv uložení předpínacích táhel na vzpínadlový kříž a vliv počtu vzpínadlových křížů po výšce sloupu. Analytické rovinné řešení pro pruty s jedním křížem bylo převzato z literatury [14] a pro dva kříže bylo odvozeno v rámci disertační práce.

9.1 Experimentální výzkum

Experimentální část zaměřená na zkoušení vzpínadlových prutů obsahuje 4 testy provedené na třech vzpínadlových prutech, které byly na FSv experimentálně zkoušeny v roce 2010 kolegyní K. Servítovou. Vzpínadlové pruty byly experimentálně zkoušeny jako po výšce prutu geometricky vyrovnané, nerovnoměrně předepnuté konstrukce zatěžované axiálním tlakovým zatížením stlačením podpory až do projevů nadměrných příčných deformací na konstrukci vzpínadla. Vyrovnání centrálního prutu bylo pro každou vzpínadlovou konstrukci dosaženo nerovnoměrným předepnutím příslušných táhel.

Doplňující materiálové zkoušky byly provedeny na vzorcích vyrobených z trubek z austenitické oceli 1.4301 s průřezy $\varnothing 50 \times 2,0$ mm (centrální prut) a $\varnothing 25 \times 1,5$ mm (kříže). Pro materiálové testy byly vyrobeny 2 sady zkušebních vzorků, vždy po třech kusech pro každý průměr trubky. Připravené vzorky měly oslabení průřezu pro jasné definování zóny protažení vzorku a vzniku krčku. V této oblasti byly oboustranně nalepeny tenzometry pro vyloučení

ohybu trubky při tahové zkoušce. Výsledné pracovní diagramy zkoušených vzorků byly zprůměrovány a výsledný pracovní diagram byl použit v numerickém modelu Ansys Workbench jako multilineární pracovní diagram s počátečním modulem pružnosti $E_{ini} = 184,1$ GPa.

9.2 Numerická část

Numerické řešení bylo provedeno v sofistikovaném softwaru Ansys Workbench jako konečno-prvkový prostorový 3D model s pevným nebo kluzným uložením táhel (popř. lan), který byl validován podle provedených experimentů na vzpínadlových konstrukcích z experimentální části.

Provedené parametrické studie vlivu velikosti amplitudy a tvaru počáteční imperfekce, vlivu kluzného a pevného uložení táhel a vlivu počtu křížů po výšce centrálního prutu byly řešeny pomocí 2D GNIA, 3D GNIA a 3D GMNIA. Výsledné numerické výsledky byly zaměřeny na velikosti kritických zatížení „ideálních“ vzpínadel, optimální předpětí pro dosažení maximálního kritického zatížení a maximální zatížení „imperfektních“ vzpínadel. Hodnoty kritických zatížení a optimálních předpětí pak byly porovnávány s analytickými studiemi převzatými z literatury (pro vzpínadla s jedním křížem) a odvozenými v rámci disertační práce (pro vzpínadla se dvěma kříži).

Numerický prostorový model také potvrdil předpoklad, že centrální prut vzpínadel vybočuje v prostoru, mezi ramena kříže, a to pro všechny případy velikostí a tvarů počáteční imperfekce. Nicméně toto vybočení prakticky neovlivňuje velikosti kritických, popř. maximálních zatížení vzpínadel oproti vybočení v rovině ramen, řešených dříve v rovině (ve 2D).

9.3 Přínos k řešené problematice

Definované cíle disertační práce byly v celém rozsahu splněny. V disertační práci bylo dosaženo následujících hlavních poznatků:

- K určení kritické síly vzpínadla v celé šíři různých předpětí táhel je zapotřebí GNIA (popř. GMNIA pro nelineární materiály), se zavedením infinitesimální amplitudy a příslušného tvaru počátečního průhybu centrální trubky,
- Z důvodu "aktivace" táhel vzpínadla na konvexní straně při vybočení může být únosnost při malých předpětích dokonce i u ideálních (dokonale přímých) vzpínadel vyšší než kritická síla.
- Směr vybočení čtyřramenného vzpínadla, ať ve směru ramen nebo mezi ramena kříže, téměř neovlivňuje velikost kritické síly ani únosnost vzpínadla.

- Vliv tvaru a amplitudy počátečního průhybu w_0 na únosnost vzpínadla je podstatný.
- Materiálová nelinearita (např. při použití nerezových ocelí pro centrální prut a kříž) významně snižuje kritické síly i únosnost vzpínadla.
- Vliv tuhosti táhel (změna průřezu nebo změna modulu pružnosti) významně ovlivňuje kritické síly i únosnost vzpínadla.
- Významný je způsob uložení táhel na kříži. Projevuje se však pouze u antisymetrického vybočení, kde u kluzného uložení dochází k prokluzu na kříži.
- Analytické řešení kritického zatížení pro vzpínadla se dvěma kříži nemůže poskytnout hodnověrné výsledky v celém rozsahu předpětí, neboť nepostihuje změny tvarů vybočení. Nicméně, dává orientační konzervativní hodnoty pro optimální předpětí a příslušnou kritickou sílu.
- Přidání druhého kříže k jinak zcela stejnému vzpínadlu s jedním křížem podstatně zvyšuje jak kritické zatížení, tak únosnost.

9.4 Náměty pro další výzkum

S ohledem na možnou variabilitu provedení konstrukce vzpínadla (geometrickou i konstrukční) by byla vhodná širší studie vzpínadlových prutů s kluzným uložením táhel. Vzhledem k praktickým návrhům je nutné zaměřením na materiálově nelineární materiály (korozi-vzdorné oceli). Rovněž je žádoucí studie s jiným uspořádáním křížů (jak co se týče počtu ramen, tak počtu křížů po délce centrálního prutu).

Vzpínadlo s dvěma kříži a kluzným uložením táhel nebylo v disertační práci řešeno z důvodu časové náročnosti numerické analýzy. Hlubší numerická analýza vzpínadla s kluzným uložením táhel na dvou křížích by umožnila určit výhodnost nebo nevýhodnost tohoto způsobu uložení táhel pro praktické aplikace.

V současné době jsou v zahraničí numericky analyzována i vzpínadla s vlivem příčného zatížení, reprezentující např. tlak větru nebo jiná předem definovaná zatížení s danou velikostí. Vliv příčného zatížení na centrální nosný prut může hrát významnou roli ve stanovení celkové únosnosti vzpínadla při kombinaci tlaku a ohybu.

Literatura

- [1] **Cochrane, D., Helzel, M.:** *Guide to Stainless Steel Finishes, Third Edition*, Euro Inox, Building Series, Vol. 1, 2005, 21 s.
- [2] **Jandera, M.:** *Reziduální pnutí v uzavřených čtverhranných profilech z korozivzdorné oceli*, Disertační práce, Praha 2009
- [3] **Euro Inox:** *Vlastnosti korozivzdorných ocelí*, Euro Inox, 2002, 23 s.
- [4] **Badoo, N.R.:** *Stainless steel in construction: A review of research, applications, challenges and opportunities*, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 64, 2008, s. 1199-1206.
- [5] <http://www.visitingdc.com/new-york/chrysler-building-address.asp>
- [6] http://en.wikipedia.org/wiki/Gateway_Arch
- [7] **Badoo, N.R., Burgan, B.A., Ogden, R.:** *Architects' guide to stainless steel*, The Steel Constructional Research, Vol. 64, 2008, s. 1194-1198
- [8] **Chu, K-H., Berge, S. S.:** *Analysis and design of struts with tension ties*, Journal of the Structural Division, ASCE., Vol. 89, 1963, 127 - 163.
- [9] **Mauch, H.R., Felton, L.P.:** *Optimum Design of Columns Supported by Tension Ties*, Journal of the Structural Division, ASCE., Vol. 93, No. ST3, Proc. Paper 5281, June 1967, 210 - 220.
- [10] **Smith, R. J., McCaffrey, G. T., Ellis, J. S.:** *Buckling of a single-crossarm stayed column*, Journal of the Structural Division, Vol. 111, ASCE, 1975, s. 249 - 268
- [11] **Timoshenko, S.P., Gere, J.M.:** *Elastic Buckling of Bars and Frames, Theory of Elastic Stability*, 2nd en., McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1961. s. 54-55.
- [12] **Temple, M. C.:** *Buckling of stayed columns*, Journal of the Structural Division, Vol. 103, ASCE, 1977, s. 839 - 851
- [13] **Livesley, R.K., Chandler, D.B.:** *Stability Functions for Structural Frameworks*, Manchester University Press, Manchester, England, 1956
- [14] **Hafez, H. H., Temple, M. C., Ellis, J. S.:** *Pretensioning of single-cross-arm stayed columns*, Journal of the Structural Division, Vol. 105, ASCE, 1979, s. 359 - 375
- [15] **Howson, W. P., Williams, F. W.:** *A parametric study of the initial buckling of stayed columns*, ICE Proceedings Vol. 69, no. 2, ICE, 1980, s. 261 - 279
- [16] **Howson, W. P., Williams, F. W.:** *Stayed column design for optimum initial buckling*, 3rd. International Conference Space Structures, Elsevier Applied Science Publishers, Londýn, 1984, s. 706 - 712



- [17] **Wong, K. C., Temple, M. C.:** *Stayed column with initial imperfection*, Journal of the Structural Division, Vol. 108, ASCE, 1982, s. 1623 - 1640
- [18] **Chan, S. L., Shu, G., Lü, Z.:** *Stability analysis and parametric study of pre-stressed stayed columns*. Engineering Structures, Vol. 24, 2002, s. 115 - 124
- [19] **Temple, M. C., Prakash, M. V., Ellis, J. S.:** *Failure criteria for stayed columns*, Journal of the Structural Division, Vol. 110, ASCE, 1984, s. 2677 - 2689
- [20] **Smith, E. A.:** *Behavior of columns with pretensioned stays*, Journal of the Structural Division, Vol. 111, ASCE, Vol. 111, 1985, s. 961 - 972
- [21] **Jemah, A. K., Williams, F. W.:** *Parametric experiments on stayed columns with slender bipods*, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 32, 1990, s. 93-100
- [22] **Steirteghema, J. V., De Wilde, W. P., Samyn, P., Verbeeck, B. P., Wattel, F.:** *Optimum design of stayed columns with split-up cross arm*, Advances in Engineering Software., Vol. 36, 2005, s. 614 - 625
- [23] **Saito, D., Wadee, M. A.:** *Post-buckling behaviour of prestressed steel stayed columns*, Engineering Structures, Vol. 30, 2008, s. 1224-1239
- [24] **Liew, J. Y. R., Li, J-J.:** *Advanced analysis of pre-tensioned bowstring structures*, International Journal of Steel Structures, Vol. 6, 2006, s. 153 - 162
- [25] **Araujo R.R., Andrade S. A. L., Vellasco P. C. G., Silva J. G. S. a Lima L. R. O.:** *Structural response of prestressed stayed steel columns*, Stability and ductility of steel structures, Lisbon, 2006, s. 241-248
- [26] **Araujo, R.R.:** *Comportamento Estrutural de colunas de Aço Estaiadas e Protendidas*, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009, 23 s.
- [27] **Araujo R.R., Andrade S. A. L., Vellasco P. C. G., Silva J. G. S. a Lima L. R. O.:** *Experimental and numerical assessment of stayed steel columns*, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 64, 2008, s. 1020–1029
- [28] **Araujo, R. R., Velasco, P. C. G., Lima, L. R. O., Silva, J. G. S., Andrade, S. A. L., Silva, L. A. P. S.:** *An experimental investigation of prestressed stayed steel columns*, 6th European Conference on Steel and Composite Structures, Budapešť, Vol. C, 2011, s. 1761 -1766
- [29] **Wadee, M. A., Gardner, L., Osofero, A. I.:** *Design of prestressed stayed columns*, Journal of Construction Steel Research, Vol. 80, 2013, s. 287 – 298



- [30] **Osofero, A. I., Wade, M. A., Gardner, L.:** *Experimental study of critical and post-buckling behaviour of prestressed stayed columns*, Journal of Construction Steel Research, Vol. 79, 2012, s. 226-241
- [31] **ČSN EN 1993-1-4.:** *Navrhování ocelových konstrukcí, Část 1-4: Obecná pravidla - Doplnující pravidla pro korozivzdorné oceli*, ČNI, Praha, 2007
- [32] **Servitová, K., Macháček, J.:** *Chování štíhlých prutů z nerezových ocelí*, písemná práce ke státní doktorské zkoušce, ČVUT, 2012
- [33] **Koska, B.:** *Optoelektronické metody 3D zaměření povrchů předmětů*, disertační práce, ČVUT, 2009
- [34] **ČSN EN ISO 6892-1.:** *Kovové materiály. Zkouška tahem, Část 1: Zkouška tahem za okolní teploty*. ČNI, Praha, 1994
- [35] **Ansys Inc.** *PDF Documentation:*
- [36] www.cae.tntech.edu/~chriswilson/FEA/ANSYS/g_ctec90.pdf
- [37] <https://www.focus-nerez.com/2020/12/09/frunek-inox-s-r-o-vyuziti-brousnych-a-lestonych-povrchu-nerezove-oceliv-prumyslovych-oborech/>
- [38] <https://www.elonx.cz/starship-sn8-dostala-spicku-a-je-temer-pripravena-na-svuj-prvni-let-ktery-podle-muska-skoncit-kraterem-v-zemi/>
- [39] **ČSN EN 1993-1-1.:** *Navrhování ocelových konstrukcí, Část 1-1: Obecná pravidla - Doplnující pravidla pro pozemní stavby*, ČNI, Praha, 2011

Vlastní publikace

1. **Píchal, R. - Macháček, J.:** *Stability of stainless steel prestressed stayed columns*, Proc. 21st Int. Conf. Engineering Mechanics 2015, eds. J. Náprstek and C. Fischer, Svratka, 2015, pp. 230-231 [ISBN 978-80-86146-42-0]
2. **Píchal, R. - Macháček, J.:** *3D stability of prestressed stayed columns*. Proc. 22nd Int. Conf. Engineering Mechanics 2016, eds. I. Zolotarev, V. Radolf, Svratka, 2016, pp. 462-465 [ISBN 978-80-87012-59-8, ISSN 1805-8248]
3. **Píchal, R. - Macháček, J.:** *Slender prestressed stayed tube columns*. Sbor. Doktorská konference k 95. výročí Kloknerova ústavu, ed. M. Kostecká, Česká Technika – nakladatelství ČVUT, 2016, s. 81-91 [ISBN 978-80-01-06006-3], <http://www.klok.cvut.cz/wp-content/uploads/2016/02/sbornik-konference-web.pdf>
4. **Píchal, R. - Macháček, J.:** *Buckling and post-buckling of prestressed stainless steel stayed columns*, *Procedia Engineering*, Vol. 172, 2017, pp. 875–882 [ISSN 1877-7058], <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2017.02.089>, Scopus
5. **Píchal, R. - Macháček, J.:** *Experimental and numerical study of stayed steel columns*. Proc. Eng. Mechanics 2017, ed. V. Fuis (Brno University of Technology, Institute of Solid Mechanics, Mechatronics and Biomechanics), pp. 774-777 [ISBN 978-80-214-5497-2, ISSN 1805-8248], http://www.engmech.cz/2017/im/doc/EM2017_proceedings_all.pdf
6. **Píchal, R. - Macháček, J.:** *Buckling and post-buckling of prestressed stainless steel stayed columns*, *Engineering Structures and Technologies*, Vol. 9, No. 2, 2017, pp. 63-69 [ISSN 2029-882X, eISSN 2029-8838], <http://dx.doi.org/10.3846/2029882X.2016.1277169>
7. **Píchal, R. - Macháček, J.:** *Single-crossarm stainless steel stayed columns*, *Advances in Technology Innovation*, Vol. 3, No. 1, 2018, pp. 9-16 [ISSN 2415-0436, online ISSN 2518-2994], <http://ojs.imeti.org/index.php/AITI/issue/view/50>
8. **Píchal, R. - Macháček, J.:** *Stainless steel prestressed stayed columns*, Eurosteel 2017, Copenhagen, September 13–15, ce/papers, vol. 1, issue 2-3, 2017, pp: 1219-1224 [ISSN 25097075], <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/cepa.163/abstract;jsessionid=3D1CFE0E6C5B7929EF9A4A16D1EF27C0.f01t03>, doi: 10.1002/cepa.163

9. **Macháček, J. – Píchal, R.:** *Předpjaté (vzpínadlové) pruty z nerezové oceli*, Seminář Navrhování konstrukcí z korozivzdorných ocelí, ČVUT FSv, 27.9.2017, PPP, s. 1-16, http://ocel-drevo.cz/?page_id=822
10. **Píchal, R. - Macháček, J.:** *Buckling and postbuckling behaviour of stainless steel stayed double crossarm prestressed compression elements*. Proc. 24th Eng. Mechanics 2018, Eds. C. Fišer and J. Náprstek (ITAM of the Czech Academy of Sciences, Prague), Svratka, Paper #144, 2018, pp. 681-684 [ISBN 978-80-86246-88-8 (printed), ISBN 978-80-86246-91-8 (electronic), ISSN 1805-8248 (printed), ISSN 1805-8256 (electronic)], <http://www.engmech.cz/improc/2018/681.pdf>, doi: 10.21495/91-8-681
11. **Macháček J. – Píchal, R.:** *Stability and strength of stainless steel stayed columns with one and two crossarms*, 8th Int. Conf. on Thin-Walled Structures (ICTWS 2018), Eds. D. Camotim, N. Silvestre, P. B. Dinis, R. Gonçalves, C. Basaglia, A. Landesmann, Lisbon, 2018, pp. 1-12 [ISBN: 978-989-20-8665-1], <http://ictws2018.ist.utl.pt/index.html>
12. **Macháček J. – Píchal, R.:** *Buckling and collapse capacity of prestressed steel tube stayed columns with one and two crossarms*, Thin-Walled Structures, Vol. 132, 2018, pp. 58-68 [ISSN 0263-8231], <https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.07.045>
13. **Macháček J. – Píchal, R.:** *Prestressed stainless steel stayed columns with two crossarms*, Advances in Technology Innovation, Vol. 4, No. 1, 2019, pp. 1 - 10 , [2415-0436 (Print); 2518-2994 (Online)], <http://ojs.imeti.org/index.php/AITI/article/view/2523/731>
14. **Macháček J. – Píchal, R.:** *Collapse and buckling of stainless steel prestressed stayed columns*, Interdependence between Structural Engineering and Construction Management (ISEC-10), Eds. D. Ozevin, H. Ataei, M. Modares, A.Gurgun, S.Yazdani, S., A.Singh, Chicago, 2019, pp. STR-67-1-STR-67-6 [ISBN: 978-0-9960437-6-2], https://www.isec-society.org/ISEC_PRESS/ISEC_10/html/STR-67.xml, Scopus
15. **Píchal, R. - Macháček J.:** *Buckling and strength of prestressed steel stayed columns*, International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures (SDSS 2019), Eds. F. Wald and M. Jandera, 2019, pp. 906-910 [ISBN 978-0-367-33503-8], <https://online.vitalsource.com/#/books/9781000752243/pageid/926>, Scopus
16. **Macháček J. – Píchal, R.:** *Předpjatá trubková ocelová vzpínadla s jedním křížem*, TZB-info, ocelové konstrukce, 7. 9. 2020, 15 stran, [ISSN 1801-4399], <http://www.tzb.cz>



[ps://stavba.tzb-info.cz/ocelove-konstrukce/21117-predpjata-trubkova-ocelova-vzpinadla-s-jednim-krizem](https://stavba.tzb-info.cz/ocelove-konstrukce/21117-predpjata-trubkova-ocelova-vzpinadla-s-jednim-krizem)

17. **Macháček J. – Pichal, R.:** *Předpjatá trubková ocelová vzpínadla s dvěma kříži*, TZB-info, ocelové konstrukce, 14. 9. 2020, 15 stran, [ISSN 1801-4399], <https://stavba.tzb-info.cz/ocelove-konstrukce/21139-predpjata-trubkova-ocelova-vzpinadla-se-dvema-krizi>