

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta strojní – Ústav přístrojové a řídicí techniky



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**URČOVÁNÍ GEOMETRIE
A AERODYNAMICKÝCH
PARAMETRŮ SÁCÍHO KANÁLU
SPALOVACÍHO MOTORU**

**DETERMINATION OF GEOMETRY AND AERODYNAMIC PARAMETERS OF
THE INTERNAL COMBUSTION ENGINE INLET PORT**

Jan Hermoch

2021

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně s použitím literárních zdrojů a informací, které cituji a uvádím v seznamu použité literatury a zdrojů.

Datum:

Podpis

PODĚKOVÁNÍ

Mé poděkování patří Ing. Petru Hatschbachovi, CSc., za odborné vedení, cenné rady a vstřícnost při konzultacích a vypracovávání bakalářské práce.

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Hermoch** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **483144**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Určování geometrie a aerodynamických parametrů sacího kanálu spalovacího motoru

Název bakalářské práce anglicky:

Determination of geometry and aerodynamic parameters of the IC engine inlet port

Pokyny pro vypracování:

Seznamte se se způsoby tvorby geometrie kanálů spalovacího motoru. Převedte geometrii sacího kanálu reálné hlavy motoru vhodnými postupy a softwarovými nástroji do podoby 3D CAD dat. Vytvořte CAD model kanálu pro standardní stacionární profukovací zkoušku. Vytvořte podrobný popis nastavení výpočtu profukovací zkoušky v CFD modulu systému CREO.

Seznam doporučené literatury:

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Petr Hatschbach, CSc., ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **14.04.2021**

Termín odevzdání bakalářské práce: **14.07.2021**

Platnost zadání bakalářské práce: **19.09.2021**

Ing. Petr Hatschbach, CSc.
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Oldřich Vítek, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Anotace

Jméno Autora:	Jan Hermoch
Název Práce:	Určování geometrie a aerodynamických parametrů sacího kanálu spalovacího motoru
Anglický název:	Determination of Geometry and Aerodynamic Parameters of the Internal Combustion Engine Inlet Port
Rozsah práce:	55 Stran 17 Obrázků 2 Tabulky 2 Grafy
Akademický rok:	2020/2021
Ústav:	12 120 Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel
Studijní program:	Teoretický základ strojíního inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Petr Hatschbach, CSc.
Klíčová slova:	hlava válců, hmotnostní tok, sací kanál, CFD simulace, Creo Flow Analysis, fotogrametrie, průtokový součinitel
Key words:	cylinder head, mass flow rate, intake port, CFD simulation, Creo Flow Analysis, photogrammetry, flow coefficient

Abstrakt

Následující bakalářská práce pojednává o procesu přenosu prostorových dat do prostředí softwaru CREO 4.0 od společnosti PTC, bez průvodní technické dokumentace pomocí fotogrametrie, následné numerické analýze proudění a porovnává simulaci s reálnou zkouškou. Na úvod je zmíněn důvod potřeby numerické analýzy sacího kanálu. Teoretická část rámcově pojednává o výpočtových modelech termodynamických rovnic tekutin, diskretizaci výpočetní sítě, výpočtech turbulencí a možnostech simulace proudění vzduchu sacím kanálem zážehového spalovacího motoru Škoda 738.136 B. Praktická část popisuje samotný postup přenosu dat a nastavení simulace v modulu Creo Flow Analysis, následně porovnává výsledky se standardní stacionární profukovací zkouškou skutečné hlavy válců.

Abstract

This bachelor thesis describes the process of recreating a real 3D object in a virtual space of the software CREO 4.0 by PTC, using photogrammetry. The description of the flow simulation of a recreated model in the Creo Flow Analysis module is included, as well as the comparison of the computed data with the data gained from real-life measurement. The introduction of this thesis summarizes the reasons why there is a need for such an analysis. The theoretical part describes the process of photogrammetry and various computing models which were used throughout development of this method of analysis, such as various equations of state, discretization of the computational grid and the ways of computing a turbulent flow. The practical part describes the process of moving data from real world to virtual space, following the set-up of the analysis and comparing the results with those of the static flow measurement.

Obsah

1 Úvod	8
2 Teoretická část	9
2.1 Fotogrametrie	9
2.1.1 Princip fotogrametrie	9
2.1.2 Stereofotogrametrie	9
2.2 Simulace proudění	10
2.2.1 Termodynamický model vzduchu	10
Ideální plyn	10
Reálný plyn	12
2.2.2 Základní rovnice dynamiky tekutin	16
Rovnice kontinuity	16
Bernoulliho rovnice	17
Eulerova rovnice	18
Navier–Stokesova rovnice	19
2.2.3 Modelování proudění tekutin pomocí diskrétní matematiky	20
Metody prostorové diskretizace	21
Numerická schémata	22
Diskretizace závislá na čase	24
Výpočty turbulence	24
2.3 Shrnutí	30
3 Praktická část	31
3.1 Tvorba odlitku	32
3.2 Fotografování modelu	32
3.3 Tvorba parametrického modelu	33
3.4 Creo Flow Analysis	36
3.5 Měření na měřicí stanici	39
3.5.1 Hmotnostní tok	41
3.5.2 Hustota média	43
3.5.3 Turbulentní proudění	44
3.5.4 Součinitel expanze	44
3.5.5 Průtokový součinitel	44
4 Závěr	46
Seznam použitých značek a symbolů	48
Seznam použité literatury a zdrojů	50
Seznam použitého SW	53
Seznam příloh	55

1 Úvod

První motory s vnitřním spalováním se datují kolem roku 1876, kdy německý inženýr Nicolaus Otto poprvé uvedl v chod první čtyřdobý spalovací motor, jehož palivem byl benzín, který byl stlačen pístem a následně zažehnut zapalovací svíčkou. Tento motor předčil životností své předchůdce a právě to je jednou z kvalit, která tento motor staví nad ostatní. Od těch dob vývoj těchto strojů neustával, a protože se tyto tepelné stroje těšily čím dál větší popularitě, rostlo jejich využití a zvyšovala se poptávka pro jejich použití jako hnacích ústrojí různých komplexnějších zařízení. Spalovací motory a jejich výrobci, kteří je neustále zdokonalují, dnes hrají významnou roli v oblastech energetiky a dopravy. Tato práce byla sepsána za účelem průzkumu výpočetních modelů napříč vývojem numerických vývoju průtoku sacím kanálem, neboť právě průtokové charakteristiky a celkově chování směsi ovlivněné tvarem kanálu má vliv na celou řadu dalších součástí, např. celé sací a výfukové ústrojí, ventily a vačkovou hřídel. Všechny tyto prvky musí fungovat v harmonii a celkové shodě, aby bylo dosaženo kýženého efektu, ať už zvýšení účinnosti, snížení spotřeby paliva při stávajícím výkonu, anebo zvýšení výkonu a zlepšení charakteristiky průběhu točivého momentu bez ohledu na ostatní parametry. Cílem tedy bylo pokusit se analyzovat toto proudění pomocí numerických výpočtů, které lze praktikovat v teoretické rovině. Protože diskrétní analýza může v mnoha případech zapříčinit vznik rozdílu mezi teoretickou simulací a skutečnou hodnotou, je součástí této práce i jejich porovnání. Praktická část této práce se následně zabývá způsobem, jímž byl sací kanál motoru, pro který nebyla dosažitelná technická dokumentace, podroben takovéto analýze.

2 Teoretická část

2.1 Fotogrametrie

Pro prvotní přenos prostorových dat kanálu do virtuálního prostředí bylo použito metody, která funguje na principu vysvětleném níže.

2.1.1 Princip fotogrametrie

Fotogrametrie je vědní disciplína silně ovlivněná vývojem informačních technologií a elektroniky, která se neustále se vyvíjí. Německý průkopník Carl Zeiss byl první, kdo začal používat fotografie k tvorbě map a souřadnicovému zaznamenávání míst v zeměměřičství a kartografii. Tato vědní disciplína nemá přesnou definici, avšak nejbližší popis zní:

Fotogrametrie je vědní disciplína, která se zabývá získáváním spolehlivých dat o vlastnostech povrchů a objektů bez nutnosti fyzického kontaktu s těmito objekty, následného měření a vyhodnocování získaných dat. Takto získaná data se dělí do 4 kategorií: Geometrické informace: definují tvar, polohu a rozměry snímaného objektu.

Fyzikální informace: definují vlastnosti elektromagnetické radiace, vlnové délky a polarizace.

Sémantické informace: definují význam snímku.

Informace o změně v čase: definují vývoj jedné věci během času porovnáváním snímků vzniklých za stejných podmínek, ale s časovým rozestupem.

Fotogrametrie se dále dělí na další odvětví, nicméně pro účely této práce se bude dále rozvádět pouze odvětví industriální fotogrametrie. Pořízená fotografie je prohledána algoritmem, který vždy rozdělí část fotografie na čtyři další části, dokud nezbyde ta, která po celé své ploše vykazuje stejnou hodnotu, u digitálních fotografií známá jako pixel. Hodnotou je zde myšleno množství bílé na černobílé škále rozdělené většinou na 256 hodnot. Tímto lze celou fotografii substituuovat maticí, jejíž každá hodnota bude náležet hodnotě jednoho pixelu. [4]

2.1.2 Stereofotogrametrie

Zatímco fotogrametrie jako taková sloužila hlavně k práci s jednou fotografií, kde bylo možné vzít část fotografie o známých parametrech a podle ní v měřítku odhadovat rozměry a vzdálenosti ostatních objektů zachycených na fotografii (např. na fotografii oblasti se orientovat podle šířky vozovky a pak tvrdit, že pokud měří vozovka na šíři 3 metry, pak pokud je budova dlouhá jako 6 vozovek položených vedle sebe, lze tvrdit, že budova je dlouhá 18 metrů), nicméně k tomu, aby šlo tato data získávat i v dalším rozměru, bylo třeba fotografií více. Tím se zabývá stereofotogrametrie.

Stereofotogrametrie je jakýmsi evolučním stupněm fotogrametrie, který vznikl z důvodu potřeby rozšíření databází archeologických exponátů o přesný stav nalezeného objektu,

zachyceného jako plastický model. Oproti laserovému skenování, structured light skenování, technologii LIDAR a výpočetní tomografii je největší výhodou nízká pořizovací cena vybavení, protože, jako v tomto případě, dnešní mobilní zařízení dokážou fotografovat v dostatečné kvalitě na to, aby bylo možné touto metodou vytvořit věrný model. Programy, které jsou schopné vytvořit model z fotografie, jsou k dostání bez jakéhokoli poplatku, stejně tak programy, které umožňují zobrazení nebo editaci takového modelu. [5] Největší nevýhodou stereofotogrametrie je veliká citlivost na okolní podmínky (výsledky se mohou lišit při použití jiného světla nebo jiného fotoaparátu). Tento fakt znemožňuje replikovatelnost měření, neboť stejnou metodou lze za jiných podmínek získat body, které všechny opět náleží fotografovanému modelu, nicméně jejich polohy se v jednotlivých měřeních se liší. Další nevýhodou je, že jsou výsledky zpracovávány relativně, a vzniklý model je tedy nutné škálovat podle některého jeho rozměru (v tomto případě se jednalo o průměr válce).

Tato metoda tedy funguje tak, že vstupem jsou minimálně dvě fotografie, které se částečně překrývají nebo alespoň zachycují stejnou část zkoumaného objektu. Úkolem triangulačního programu je určit souřadnice pozic kamery při zachycování fotografií (čili omezit 12 stupňů volnosti). Triangulační program tak činí výpočetním algoritmem, který hledá body se shodným okolím, z nichž dopočítává pozici snímacího zařízení druhého snímku odchylkou dalších nalezených bodů od původního snímku.

2.2 Simulace proudění

Pro simulaci proudění byl zvolen program CREO 4.0 od společnosti PTC, který nabízí jak možnost importu naskenovaných dat ve formě prostorového modelu, tak tvorbu parametrického modelu kanálu a následnou simulaci proudění a průtoku. Bohužel však společnost PTC neposkytuje přesné podklady výpočtových modelů a rovnic použitých při daných simulacích, a proto byla zpracována následující rešerše možností, které by mohly přicházet v potaz.

2.2.1 Termodynamický model vzduchu

Ideální plyn Koncept ideálního plynu je založen na pohybu tělísek za nulového tlaku při zanedbání gravitace.

Zákon zachování energie Démokritos, který žil 300 let před naším letopočtem, popsal přírodu jako seskupení dále nedělitelných tělísek (atomů), které se pohybují ve vzduchoprázdnu. Tato tělíška se měla od sebe lišit skupenstvím, pozicí a hmotností. V případě plynu mělo být možné srážku mezi tělísky zanedbat, ale jejich kolize se stěnami nádoby už ne. Jeho následník Platón popsal vztah tepla a pohybu tělísek tak, že teplo lze získat dopadem a třením, což je pohyb. Dlouho po něm, na začátku 17. století,

Francis Bacon napsal v jednom ze svých článků, že samotná podstata tepla je pohyb, a nic jiného. V roce 1738 shledal Daniel Bernoulli, že atomy plynu se pohybují náhodně a tlak není nic jiného než jejich dopad na stěny nádoby, ve které je plyn přechováván. V roce 1830 Nicolas Carnot toto tvrzení obohatil a rozvedl v to, že teplo není nic jiného než pohybová síla anebo další forma pohybu. Pokud je tato forma zničena, vzniká teplo přímo úměrné pohybu zničenému. [7]

Boylův zákon Poté, co Galileo Galilei vynalezl teploměr, Evangelista Torricelli vynalezl barometr a Blaise Pascal objevil závislost zmenšování rtuťového sloupce jako funkce nadmořské výšky jako na redukci hmotnosti vzduchu nad barometrem, provedl Robert Boyle v roce 1660 pokus, kterým zjistil, že pokud je vzduch uzavřen v nádobě, pak součin jeho objemu a tlaku je za pokojové teploty konstantní. Další jeho experimenty prokázaly, že tento jev lze pozorovat u stejných experimentů za jakékoli konstantní teploty. Tím lze následně usoudit, že pokud by uvažovaná nádoba měla pohyblivý uzávěr ve formě pístu, pak vyvineme-li pístem na vzduch uvnitř nádoby tlak, vzduch se zahřeje, a pokud naopak zahřejeme vzduch a zamezíme jeho rozpínání, zvýší se tlak uvnitř nádoby. [8.]

$$V_{(P,\Theta)} = \frac{f(\Theta)}{P} \quad (1)$$

kde P je tlak, V objem a $f(\Theta)$ funkce teploty.

Gay-Lussacův zákon Roku 1802 francouzský chemik Joseph Gay-Lussac došel sérií pokusů k závěru, že za atmosférického tlaku je objemový přírůstek různých plynů v rozmezí teplot od bodu mrazu po bod varu vody 37,5%. Z toho pak vynesl závislosti objemu na teplotě a následně tyto závislosti opakoval pro různé tlaky. Z těchto pokusů a měření odvodil vztah:

$$V_{(P,\Theta)} = \Theta * g(P) \quad (2)$$

kde $g(P)$ je neznámá funkce tlaku. Kombinací Gay-Lussacova a Boyleova zákona dostáváme:

$$P * V = \Theta * h(N) \quad (3)$$

kde $h(N)$ je funkce množství uvažovaného plynu.

Avogadrovo číslo V roce 1803 John Dalton na základě svých studií chemických sloučenin a plyných směsí, které naznačovaly, že hmota sestává z atomů o rozdílných hmotnostech, mísících se v jednoduchých poměrech, stanovil zákon parciálních tlaků. Podle tohoto zákona je celkový tlak plynové směsi roven součtu tlaků jeho složek, pokud by existovaly v měřeném objemu samostatně. Konečně v roce 1811 Amedeo Avogadro zjistil, že stejné objemy plynů za stejné teploty a tlaku obsahují stejné množství molekul (nebo

částic), čímž stanovil, že:

$$\frac{P * V}{\Theta} = N \quad (4)$$

Z dalších objevů vzešel vztah:

$$\Theta = k_B * T \quad (5)$$

kde k_B je Boltzmannova konstanta. Tento vztah říká že, teplota θ je úměrná součinu Boltzmannovy konstanty a termodynamické teploty T. Hodnota teploty θ byla stanovena na 273,16 K, což je teplota trojného bodu vody. Pokud vezmeme v potaz, že jeden mol látky zabírá objem $0,0224 \text{ m}^3$ za standardního tlaku a teploty (přibližně 100 000 Pa a 300 K), lze psát, že:

$$P * V = R * T \quad (6)$$

kde R je ideální plynová konstanta $\simeq 8,314 \text{ J} * \text{K}^{-1}$

Reálný plyn

Van der Waalsův model Johannes van der Waals se domníval, že předpoklad, že částice plynu na sebe nepůsobí, respektive jejich kolize negenerují teplo, je implicitně chybný. Popsal tedy plyn jako prostředí, v němž na sebe molekuly plynu působí silou, a nemůže tedy k jejich kolizi dojít. Pro upřesnění – všechny molekuly na sebe působí silou kromě molekul, které jsou na přilehlé stěně: na ty působí síly vyvolané ostatními molekulami, které zpomalují jejich možný pohyb vůči stěně. Tvrzení, že každá částice působí na ostatní částice stejnou silou, by však znamenalo, že tlak, tedy množství molekul narážející do stěny nádoby obsahující zkoumaný plyn, by byl menší než za předpokladu, že molekuly se v plynu od sebe ideálně odrážejí. Pokles tlaku bude úměrný počtu molekul v objemu, tedy podílu Avogadrova čísla a měřeného objemu $\frac{N_A}{V}$ ve vrstvě nejbližší stěně. Následně můžeme říct, že:

$$\Delta P = P' - P \quad (7)$$

kde P' je vnitřní tlak plynu vypočtený vztahem:

$$P' = P + \frac{a}{V^2} \quad (8)$$

kde a, spolu s následujícím b, jsou tzv. van der Waalsovy konstanty, které berou v potaz ony korekce a spolu tvoří van der Waalsovou stavovou rovnici:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right) * (V - b) = R * T \quad (9)$$

Konstanty a a b lze získat z první $\left(\frac{dP}{dV}\right)$ a druhé $\left(\frac{d^2P}{dV^2}\right)$ derivace van der Waalsovy rovnice. V tomto bodě totiž křivka, která zobrazuje závislost tlaku na objemu, vykazuje inflexní bod.

Pro kritický tlak:

$$P_c = \frac{a}{27 * b^2} \quad (10)$$

Pro kritický objem:

$$V_c = 3 * b \quad (11)$$

Pro kritickou termodynamickou teplotu:

$$T_c = \frac{8 * a}{27 * R * b} \quad (12)$$

A pro kritickou stlačitelnost (vyjádřenou podílem součinu objemu s tlakem a součinu ideální plynové konstanty s termodynamickou teplotou):

$$z_c = \frac{3}{8} \quad (13)$$

pak

$$a = \frac{27 * R^2 * T_c^2}{64 * P_c} \quad (14)$$

$$b = \frac{R * T_c}{8 * P_c} \quad (15)$$

Pokud známe kritické hodnoty, lze dopočítat konstanty, které po dosazení do rovnice za předpokladu, že $(\frac{\delta P}{\delta V})_T > 0$, dokáží popsat chování kapaliny, výparů i plynu. [9]

Viriální model V roce 1870 přišel německý fyzik Rudolf Clausius s tzv. viriálním teorémem. Viriální teorém pojednává o vyhodnocování sil mezi molekulami a vychází z Newtonova druhého pohybového zákona čili popisuje pohyb částice o hmotnosti m_i , na kterou působí síla F_i ve směru x :

$$(F_i)_x = m_i * \frac{d^2 * x_i}{dt^2} \quad (16)$$

což může být zapsáno jako:

$$\frac{(x_i * F_i)_x}{2} = \frac{1}{2} * m_i * x_i * \frac{d^2 x_i}{dt^2} = -\frac{1}{2} * m_i * \left(\frac{dx_i}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} * \frac{d}{dt} * \left(m_i * x_i * \frac{dx_i}{dt}\right) \quad (17)$$

Clausius dále eliminoval poslední složku této rovnice tím, že vzal její průměrnou hodnotu získanou pozorováním po dostatečně dlouhý čas čili $\tau \Rightarrow \infty$. Integrací dostaneme:

$$-\frac{1}{2} \overline{[x_i * (F_i)_x]} = \frac{1}{2} m_i \overline{\left(\frac{dx_i}{dt}\right)^2} = \frac{1}{2} m_i * \overline{v_i^2} \quad (18)$$

pak

$$\Xi_i = -\frac{1}{2} \overline{(r_i * F_i)} = \overline{K_i} \quad (19)$$

kde K_i je střední hodnota kinetické energie částice, r_i je vektor pohybu částice vyvíjený silou (vektorem síly) F_i a Ξ je virialita síly. Holandský průkopník Heike Kamerlingh Onnes aplikoval Clausiův teorém na van der Waalsovou rovnici tak, aby fungovala i při velice nízkých teplotách. Výsledkem byla stavová rovnice ve tvaru:

$$\left(P + \frac{27}{64 * v_L^2}\right) * \left(v_L - \frac{1}{8}\right) = T \quad (20)$$

kde L je bezrozměrný koeficient:

$$L = \frac{R * T_c}{P_c * v_c} \quad (21)$$

a v_L je měrný kritický objem dělený koeficientem L:

$$v_L = \frac{v_c}{L} \quad (22)$$

Tato rovnice však požadovala další upřesnění, a tak byla rozvinuta v nekonečnou řadu, jejíž přesnost je definována podle počtu použitých koeficientů:

$$P = \frac{R * T}{v} + \frac{a(T)}{v^2} + \frac{b(T)}{v^3} \dots \quad (23)$$

kde $a(T)$, $b(T)$ atd. jsou tzv. viriální koeficienty, které jsou zjišťovány empiricky anebo statisticky. [10]

Redlich–Kwongův model S rozvojem výpočetní technologie se rozmohla potřeba zkoumat plyny přesněji než modelem van der Waalsovým nebo viriálním modelem druhého řádu, z nichž ani jeden nebyl úplně přesný a nebylo jimi možné pojmut tekuté fáze. Proto v roce 1948 pánové Otto Redlich a Joseph Kwong přišli se stavovou rovnicí, která se velmi rychle stala velice oblíbenou. Byla to totiž jediná rovnice v té době, která dosahovala požadované přesnosti, nepotřebovala vysoký výpočetní výkon a obsáhla i problematiku tekutých fází látek. Původní rovnice vypadala takto:

$$P = \frac{R * T}{V - b} - \frac{\frac{\alpha_0}{\sqrt{T_r}}}{V(V + b)} \quad (24)$$

kde

$$\alpha_0 = \frac{0,42747 * R^2 * T_c^2}{P_c} \quad (25)$$

$$b = \frac{0,08664 * R * T_c}{P_c} \quad (26)$$

kde T_r je redukováná termodynamická teplota vyjádřená $\frac{T}{T_c}$, T_c je teplota kritická.

V průběhu let se usilovalo o další zvýšení přesnosti dané rovnice. Rovnice Soave–Redlich–Kwongova našla využití zejména v oblastech výpočtů olejů a plynů a její úprava spočívala v nahrazení $\alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{T_r}}$ dvouparametrovým argumentem $\alpha_{(T_r, \omega)}$, kde ω je součinitel nekulovosti molekuly (angl. acentric factor). Další rovnice vycházející z Redlich–Kwongova modelu je rovnice Augier–Redlich–Kwongova, která vykazovala přesnější odhady v oblasti par, nadkritických tekutin blížících se kritickému bodu a při popisu látek se záporným koeficientem nekulovosti molekul. [11]

Peng–Robinsonův model Paralelně s vylepšením Redlich–Kwongovy rovnice odstraněním odmocniny vznikla Peng–Robinsonova rovnice: [12]

$$P = \frac{R * T}{(V - b)} - \frac{a}{V * (V + b) + b * (V - b)} \quad (27)$$

kde

$$a = 0,45724 * \frac{(R * T_c)^2}{P_c} * (1 + m * (1 - \sqrt{T_r}))^2 \quad (28)$$

a

$$b = 0,07780 * \frac{R * T_c}{P_c} \quad (29)$$

Beattie–Bridgemanův model V roce 1928 byla navržena stavová rovnice založená na pěti experimentálně zjištěných konstantách:

$$P = \frac{R * T}{\bar{v}^2} * \left(1 - \frac{c}{\bar{v} * T^3}\right) * (\bar{v} + B) - \frac{A}{\bar{v}^2} \quad (30)$$

při

Plyn	Značka	Ao	a	Bo	b	c
Vzduch		131,8441	0,01931	0,04611	-0,00111	43400
Argon	Ar	130,7802	0,02328	0,03931	0	59900
Oxid uhličitý	CO ₂	507,2836	0,07132	0,10476	0,07235	660000
Helium	He	2,1886	0,05984	0,014	0	40
Vodík	H ₂	20,0117	-0,00506	0,02096	-0,04359	504
Dusík	N ₂	136,2315	0,02617	0,05046	-0,00691	42000
Kyslík	O ₂	151,0857	0,02562	0,04624	0,004208	48000

Tab. 1: Koeficienty Beattie–Bridgemanova modelu pro vybrané tekutiny

pak

$$A = A_0 * \left(1 - \frac{a}{\bar{v}}\right) \quad (31)$$

a

$$B = B_0 * \left(1 - \frac{b}{v}\right) \quad (32)$$

O této rovnici je známo, že vykazuje přibližně přesné výsledky pro hustotu $\rho = \rho_c * 0,8$, kde ρ_c je kritická hustota. [13]

Benedict–Webb–Rubinův model V roce 1940 přišli Manson Benedict, George B. Webb a Louis Rubin s úpravou stavové rovnice dle Beattie–Bridgemanovy rovnice, která byla vyvinuta za účelem aplikace stavové rovnice na lehké uhlovodíky. Úprava rovnice vypadá následovně:

$$P = R * T * \rho + \left(B_0 * R * T - A_0 - \frac{C_0}{T^2}\right) * \rho^2 + (b * R * T - a * \rho^3 + a * \alpha * \rho^6 + \frac{c * \rho^3}{T^2} * (1 + \gamma * \rho^2 * e^{-\gamma * \rho^2})) \quad (33)$$

kde koeficienty A_0 , B_0 , C_0 hrají stejnou roli jako v rovnici Beattie–Bridgemanově, ale parametry a , c , γ a α s ní společné nejsou, přesto však musí být empiricky určeny. [14] O této rovnici je známo, že vykazuje přesných výsledků pro hustotu $\rho < 2,5 * \rho_c$.

2.2.2 Základní rovnice dynamiky tekutin

Rovnice kontinuity Pokud uvážíme, že platí zákon zachování hmoty, tj. hmota nevzniká ani nezaniká, lze tento princip aplikovat na libovolný kontrolní objem, v který může tekutina libovolně opouštět a vstupovat do něj. Libovolný element plochy na povrchu kontrolního objemu V nazveme kontrolní plochou dS a na ní vyznačíme normálový vektor n . Stejně jako u hmoty: lze říct, že podobným zákonům podléhá i hybnost a energie. Abychom určili míru akumulace hmotnosti v kontrolním objemu, je třeba začít s elementem kontrolního objemu dV . Protože nyní se hodnota hustoty v rámci celého kontrolního objemu může měnit, je nutné její součet vyjádřit integrací:

$$m = \int_V \rho * dV \quad (34)$$

Pokud budeme chtít vyjádřit takovouto změnu s ohledem na čas, dospějeme k následovnému:

$$\frac{dm}{dt} = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} * dV \quad (35)$$

kde t je čas.

Nyní je třeba si uvědomit, jak zjistit míru vstupu hmoty do kontrolního objemu. Nejjednodušší je stanovit hmotnostní tok v prostoru jako vektor \dot{Q} , který prostupuje povrchem kontrolního objemu. Protože ale může být objemový tok vůči povrchu

nerovnoměrný, opět jej získáme integrací:

$$\Delta m = \int_S \dot{Q} * dS \quad (36)$$

Velikost přírůstku hmoty látky uvnitř kontrolního objemu je přímo úměrná hmotnosti do kontrolního objemu vstupující. [15] Toto tvrzení lze popsat následující rovnicí:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \dot{Q} * dS = 0 \quad (37)$$

Dále lze říct, že:

$$\dot{Q} = \rho * v \quad (38)$$

a následně konstatovat, že pokud někde hmota do kontrolního objemu vstupuje, musí z něj zase vystupovat. Pokud omezíme náš kontrolní objem na známý tvar, třeba komolý kužel, jehož plášť je pro tekutinu neprostupný, pak pro jeho podstavy za předpokladu, že se hustota v kontrolním objemu nemění, lze tvrdit následující:

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 \quad (39)$$

$$\int_{S_1} v_1 dS_1 = \int_{S_2} v_2 dS_2 \quad (40)$$

Bernoulliho rovnice V roce 1726 švýcarský fyzik Daniel Bernoulli popsal princip, který řeší problém síly a energie v tekutinách. Jde v podstatě o další interpretaci zákona o zachování energie, aplikovanou na tekutiny. Je to přibližná závislost tlaku, rychlosti a elevace a je použitelná v oblastech stabilního a nestlačitelného proudění, kde třecí síly jsou zanedbatelné. Klíčové zjednodušení této rovnice tkví v tom, že efekt viskozity je zanedbatelně malý oproti gravitačním, odstředivým a tlakovým silám. Protože všechny tekutiny mají viskozitu, budeme se při operacích s touto rovnicí pohybovat na teoretické rovině, i přesto, že lze v jistých oblastech při použití této rovnice docílit rozumných výsledků. Pohyb částice a trajektorie, kterou následuje, je popsána rychlostním vektorem jako funkcí času, prostorových souřadnic a výchozí pozicí oné souřadnice. Všechny části, které procházejí jedním bodem, se pohybují po stejné trajektorii, kterou nazýváme proudnice. Lze říct, že v každém bodě této proudnice je vektor rychlosti částice k proudnici tečný. [15] Uvažujme pohyb částice ve stálém proudovém poli. Při aplikaci Newtonova druhého pohybového zákona ve směru s na částici pohybující se podél proudnice dostaneme:

$$\Sigma f_s = m * a_s \quad (41)$$

V oblastech toku, kde jsou třecí síly zanedbatelné, kde nedochází k žádné formě přestupu tepla podél proudnice, jsou významnými silami síly tlakové a složka hmotnosti částice ve

směru s. Poté výše popsaná rovnice nabude tvaru:

$$PdA - (P + dP)dA - W * \sin(\Theta) = mV * \frac{dV}{dS} \quad (42)$$

kde Θ je úhel mezi normálou proudnice a svislou osou y ve zkoumaném bodě, se závislostí:

$$\sin\Theta = \frac{dy}{ds} \quad (43)$$

m je hmotnost vyjádřená jako:

$$m = \rho * dV = \rho * dA * ds \quad (44)$$

W je síla od ní odvozená:

$$W = m * g = \rho * g * dA * ds \quad (45)$$

Po dosazení dostáváme:

$$- dP * dA - \rho * g * dA * ds * \frac{dy}{ds} = \rho * dA * ds * V * \frac{dV}{dS} \quad (46)$$

Po vykrácení přírůstku plochy lze rovnici zjednodušit na:

$$- dP - \rho * g * dz = \rho * V * dV \quad (47)$$

Při uvážení faktu, že $V * d = \frac{1}{2} * d(V^2)$, a po dělení každého členu hustotou tekutiny ρ získáme:

$$\frac{dP}{\rho} + \frac{1}{2} * d(V^2) + g * dz = 0 \quad (48)$$

Po integraci získáme rovnici:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \textit{konstanta podél proudnice} \quad (49)$$

kteřou nazýváme Bernoulliho rovnicí. Levá strana rovnice se skládá ze tří složek: $\frac{P}{\rho}$ je měrná energie proudění, $\frac{V^2}{2}$ je měrná kinetická energie částice a gz je měrná potenciální energie částice.

Eulerova rovnice Eulerovy rovnice pro nestlačitelné kapaliny jsou dílem Bernoulliho současníka Leonharda Eulera. Našly široké využití i mimo matematiku a jejich kompletní výčet od předpovědi počasí po exploze supernov by bylo možné vydávat po svazcích. Euler při odvozování těchto rovnic vycházel z Newtonova druhého pohybového zákona, a jak již bylo zmíněno, v tomto zákoně figuruje síla, a proto byly popsány síly působící na kapalinu (po zanedbání viskozity) jako objemové a plošné. [16]

Objemové (tělesové) síly Tyto síly, ke kterým se řadí třeba i gravitace, působí na každou částici v kontrolním objemu V . Lze tedy napsat:

$$F_v = \int_V \rho * g * dV \quad (50)$$

Plošné síly Tyto síly jsou způsobeny interakcemi na povrchu kontrolního objemu S . Pro zjednodušení budeme uvažovat jako nejpodstatnějšího zástupce těchto sil tlak. Kolize mezi molekulami tekutiny z obou stran povrchu kontrolního objemu (jak uvnitř, tak vně) tvoří momentový tok ve směru normály n . Sílu, kterou tento momentový tok vyvozuje, lze popsat jako:

$$F_s = \int_S -P * \vec{n} * dS \quad (51)$$

kde $P > 0$ je tlak v kapalině.

Newtonův pohybový zákon Newtonův druhý pohybový zákon nám říká, že součet sil působících na tekutinu v kontrolním objemu je přímo úměrný míře změny přírůstku jejího momentu. [17] Pokud řekneme, že u je rychlost pohybu částic podél pozorovaného směru x , pak $\frac{Du}{Dt}$ je její zrychlení. To lze interpretovat následovně:

$$\int_V \rho * \frac{Du}{Dt} * dV = \int_S -p * \vec{n} * dS + F_v = \int_V \rho * g * dV \quad (52)$$

Po použití Gauss–Ostrogradského věty:

$$\int_V \rho \frac{Du}{Dt} dV = \int_V (-\nabla p + \rho * g) dV \quad (53)$$

Po integraci po arbitrárním kontrolním objemu V dostaneme výraz:

$$\rho * \frac{Du}{Dt} = \rho * \left(\frac{\partial u}{\partial t} + (u * \nabla)u \right) = -\nabla * p + \rho * g \quad (54)$$

který nazýváme Eulerovou diferenciální rovnicí pro nestlačitelné a nevazké tekutiny.

Navier–Stokesova rovnice Podle Newtonova zákona viskozity souvisejí složky vazkého napětí s dynamickou viskozitou μ a koeficientem vazkého tlumení λ . [18] Složky zapsané ve formě tenzoru napětí pro stlačitelné tekutiny vypadají následovně:

$$\tau = \begin{bmatrix} 2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda * \text{div} \vec{V} & \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) & \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) & 2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial y} + \lambda * \text{div} \vec{V} & \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) \\ \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) & \mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial z} + \lambda * \text{div} \vec{V} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Zahrneme-li toto napětí do Eulerových rovnic, dostaneme: pro složku ve směru x:

$$\begin{aligned} & \rho * \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u * \frac{\partial u}{\partial x} + v * \frac{\partial u}{\partial y} + w * \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \quad (56) \\ & = \rho * g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda * \operatorname{div} \vec{V} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] \quad (57) \end{aligned}$$

pro složku ve směru y:

$$\begin{aligned} & \rho * \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u * \frac{\partial u}{\partial x} + v * \frac{\partial u}{\partial y} + w * \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \quad (58) \\ & = \rho * g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial y} + \lambda * \operatorname{div} \vec{V} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] \quad (59) \end{aligned}$$

pro složku ve směru z:

$$\begin{aligned} & \rho * \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u * \frac{\partial u}{\partial x} + v * \frac{\partial u}{\partial y} + w * \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \quad (60) \\ & = \rho * g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu * \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[2 * \mu * \frac{\partial u}{\partial z} + \lambda * \operatorname{div} \vec{V} \right] \quad (61) \end{aligned}$$

Pro nestlačitelné kapaliny platí, že $\operatorname{div} \vec{V} = 0$. V případě, kdy uvažujeme nestlačitelnou Newtonskou tekutinu (hustota $\rho = 0$, viskozita $\mu = 0$) s rychlostním polem $\vec{V} = (u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z))$, můžeme zjednodušit Navier–Stokesovu rovnici do následujícího tvaru:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + \rho * \vec{g} + \mu * \nabla^2 * \vec{V} \quad (62)$$

2.2.3 Modelování proudění tekutin pomocí diskretní matematiky

Historie matematického modelování proudění tekutin, jež nese anglickou zkratku CFD („computational fluid dynamics“), začala na počátku 70. let 20. století. Zájem o matematické modelování spustila dostupnost dostatečně výkonné počítačové techniky a nadále zůstává tento obor pevně spjat s jejím vývojem. Významné uplatnění si CFD modelování našlo při modelování proudění kolem raket mířících do kosmu při překonávání zvukové bariéry. V roce 1970 v americké soutěžní sérii NASCAR dokonce bylo poprvé použito počítačových výpočtů k analýze aerodynamického proudění kolem automobilu, což vedlo ke zlepšení aerodynamických vlastností soutěžních speciálů automobilky Chrysler tak velkému, že byly vzniklé modifikace už po první sezóně zakázány. Kvůli rostoucím požadavkům na komplexitu a menší časovou náročnost výpočtů začaly být simulace a generování sítí bodů čím dál, tím složitější. Vývoj začal s relativně jednoduchými sítěmi bodů, které

byly konstruovány buď za použití algebraických metod, nebo parciálních diferenciálních rovnic. Ale s rostoucí geometrickou složitostí tvarů a konfigurací výpočetních sítí musely být rozděleny na topologicky jednodušší bloky (přístup nesoucí název „multi-block“). Dalším logickým krokem bylo vytvořit výpočetní postup tak, aby bylo možné docílit toho, aby nesourodé struktury mohly existovat v jediném bloku. Řešením bylo nechat tyto nesourodé struktury se překrývat. Tak bylo možné zjistit chování vzduchu okolo celé rakety i s přídatnými nádržemi. Vývoj přirozeně pokračuje i nadále. Dnes už je možné provádět takovéto simulace v rozumné přesnosti na stolním, a dokonce na přenosném počítači s výpočetní dobou v řádu desítek minut. [20]

Metody prostorové diskretizace Postupem času se tvorba výpočetní sítě rozdělila na bodové sítě strukturované a nestrukturované. Strukturované sítě jsou tvořeny zejména čtyřúhelníky nebo šestistěny, kdežto nestrukturované se skládají z trojúhelníků anebo jehlanů (čtyřbokých nebo trojbokých). V dnešní době se využívá převážně kombinace. Hlavní předností strukturované sítě je, že hodnoty v bodech lze indexovat souřadnicemi i, j a k ; pak program nemusí řešit, který uzel navazuje na který. [20]

Metoda konečných diferencí Ve chvíli, kdy máme rozvržený způsob tvorby sítě, je třeba pokračovat k diskretizaci samotných fyzikálních rovnic. První v úvahu přichází metoda konečných diferencí. Tato metoda byla poprvé použita Eulerem v roce 1768. Protože ani koncepce současné výpočetní techniky neumožňuje analytický výpočet derivace, je třeba ji aproximovat pomocí základních matematických operací. Euler tak učinil Taylorovým rozvojem. [20]

Např.:

$$U_{(x_0+\Delta x)} = U_{(x_0)} + \Delta x * \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x_0} + \frac{\Delta x^2}{2} * \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (63)$$

První derivaci nahradíme:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x_0} = \frac{U_{(x_0+\Delta x)} - U_{(x_0)}}{\Delta x} + O_{(\Delta x)} \quad (64)$$

kde $O_{(\Delta x)}$ je chyba, kterou je aproximace zatížena. Důležitou výhodou tohoto způsobu je jeho jednoduchost. Je snadné tímto způsobem získat aproximace derivací vyšších řádů. Nevýhodou je, že tato metoda potřebuje strukturovanou síť, a dokonce, pokud se souřadný systém sítě odvíjí od tvaru výchozího tělesa, musí být nejprve přetransformován do kartézských souřadnic.

Metoda konečných objemů Další metodou je metoda konečných objemů, která vychází ze zákona zachování hmoty, energie a hybnosti, tj. integrální tvar Navier–Stokesových rovnic. Princip této metody spočívá v tom, že rozdělí jakýkoli

objem na omezený počet libovolných n-stěnných kontrolních objemů, načež je integrál na pravé straně rovnice

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\omega} \vec{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\vec{F}_c - \vec{F}_v) dS = \int_{\Omega} \vec{Q} d\Omega \quad (65)$$

nahrazen součtem hmotnostního toku všech stěn každého kontrolního objemu. Zde přesnost závisí na volbě použitého schématu. Lze použít buď schéma „cell-centered“, kdy jsou hodnoty sbírány v centroidu každého objemu, anebo „cell-vertex“, kdy jsou hodnoty zaznamenávány ve vrcholech těchto objemů. U schématu cell-vertex rozlišujeme, zda se kontrolní objemy překrývají – tehdy počítáme s průměrem vtoku ve všech plochách vrcholu přilehlých, nebo zda jsou zdvojené, kdy určujeme přesně objem kolem bodu, ze kterého je brán průměr. Velkou předností této metody je fakt, že metoda pracuje přímo s prostorem, a proto není třeba žádné transformace do jiných souřadných systémů. Oproti metodě konečných diferencí je výhodou, že touto metodou lze provádět výpočty jak ve strukturované, tak v nestrukturované výpočetní síti. [20]

Metoda konečných prvků Metoda konečných prvků byla poprvé použita v roce 1956 M. J. Turnerem na výpočetní analýzu nosníkových struktur a po deseti letech výzkumu se podařilo tuto metodu úspěšně aplikovat i na kontinua. Nicméně až začátkem 90. let se začala používat k výpočtům, které využívaly Eulerových a Navier–Stokesových rovnic. Princip této metody tkví v rozdělení prostoru do trojúhelníkovitých, nebo čtyřstěnných útvarů čili je potřeba vytvořit nestrukturovanou výpočetní síť. V závislosti na typu prvku a požadované přesnosti je na stěnách, nebo uvnitř prvku zvoleno několik bodů, které slouží jako etalon chování tekutiny pro celou buňku. Počet bodů je následně vydělen počtem neznámých, a tak je získán počet stupňů volnosti. Při použití této metody je třeba získat rovnice, ze kterých vycházíme, v integrálním tvaru. Toho lze docílit dvěma způsoby. Prvním je variační princip, při němž hledáme řešení, pro která funkce dosahuje maxima. Druhým je způsob zvaný vážený průměr residuů nebo také slabá formulace čili hledáme aproximace, při nichž je jejich odchylka (residuum) rovna nule. Tato formulace má stejnou výhodu jako metoda konečných objemů, a sice to, že umožňuje počítat s nespojitými řešeními. [20]

Numerická schémata At' už zvolíme jakoukoli diskretizaci, je třeba klást důraz na to, aby se výsledek výpočtu ustálil během iterací k jedné hodnotě. Běžnou praxí je pak porovnání výsledků s výpočtem např. s polovičním krokem sítě. Pokud se výsledky liší v rozumném rámci, hovoříme o konvergentním řešení. Při používání všech tří metod diskretizace lze použít různá schémata v závislosti na fyzikální podstatě měření.

Centrální schémata Do této kategorie spadají všechna schémata, jež aproximují derivace metodou centrálních diferencí. Principem těchto schémat je zprůměrovat

konzervativní proměnné nalevo a napravo, aby bylo možné vyhodnotit tok na stěnách kontrolních objemů. Protože tento typ schémat nedokáže rozpoznat a potlačit výskyt dvou nezávislých řešení pro jeden problém, přidává se k výpočtu tzv. umělá disipace (z angl. artificial dissipation), aby byla zajištěna stabilita výsledku. Nejrozšířenější implementace spočívá ve spojení diferencí druhého a čtvrtého řádu na strukturovaných výpočetních sítích podle vlastních čísel jakobiánu konvektivního toku.

Schématu typu upwind Jelikož se toto odvětví těší rozmanitému vývoji, existují další, pokročilejší diskretizační schémata, která vychází z fyzikálních vlastností Eulerových rovnic. Protože rozlišují mezi vlivy, které se dějí po proudu a proti proudu, byla pojmenována upwind, což lze přeložit z angličtiny jako „protivítr“.

Prvním z těchto schémat je „flux-vector splitting“, které rozkládá vektory konvektivních toků do dvou složek v závislosti na charakteristických proměnných. Nejprve se stanovuje směr proudu částic tekutiny. K tomuto účelu je zapotřebí fyzikálního modelu interakce mezi dvěma výpočetními buňkami. V praxi se využívá dvou způsobů. První spočívá v tom, že buňky mezi sebou interagují diskrétními vlnami s konečnou amplitudou. Chování, rychlost přenosu a amplituda těchto vln je zjišťována přesně, nebo přibližně pomocí Riemannova problému nespojitosti. Numerická metoda rozlišování mezi dopředu a dozadu se pohybujícími vlnami se nazývá „flux difference splitting“, viz níže. V modelu druhém je interakce mezi sousedními buňkami zapříčiněna mísením pseudočástic, které se pohybují dovnitř každé buňky a ven z ní (buňka = kontrolní objem ohraničený výpočetní sítí). Numerická metoda rozlišování mezi vlivy dopředu a zpětně se pohybujících částic se nazývá flux-vector splitting nebo také Boltzmannova metoda. Nevýhoda používání tohoto schématu je, že vede k numerické difuzi a kontaktní nespojitosti; lze nicméně odstranit a současný výzkum v této oblasti je zaměřen na docílení tohoto odstranění za použití co nejmenšího výpočetního výkonu. [21]

Princip schématu flux-difference splitting je založen na řešení lokálně jednorozměrných Eulerových rovnic pro nespojitě stavy. Touto metodou se například řeší Riemannův problém rázu. Tento koncept byl poprvé představen Sergejem Gordunovem v roce 1956 a později zdokonalen Američanem Philem Roem. Dané řešení je velice oblíbené kvůli svému kvalitnímu rozlišení hraničních vrstev a ostrých reprezentací rázů. Toto schéma konstruuje diskretizaci způsobem, který udržuje exaktní rovnováhu mezi gradienty toku a počátečními podmínkami. Tuto rovnováhu zaručuje fakt, že okrajové podmínky jsou získávány podél proudnic toku. [22]

Další typ schémat je označován zkratkou TVD (total variation diminishing, „minimalizace totální variace“). Poprvé byl představen v roce 1983 a je založen na konceptu zaměřujícím

se na předcházení generace nového extrému v řešení. Podmínky pro tento typ řešení jsou, že maxima řešení se nesmí zvyšovat, minima se nesmí snižovat a žádné nové lokální extrémy nemohou být vytvořeny. Příkladem je třeba monotonicity conserving („zachovávající monotonii“), které dokáže nacházet řešení rázů bez nežádoucích oscilací. [23] Tato metoda využívá hyperbolických rovnic ve tvaru:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f_i(\vec{u})}{\partial x_i} = 0 \quad (66)$$

Dále platí, že pro Jakobiho matici

$$A_i(u) = \frac{\partial f_i(\vec{u})}{\partial \vec{u}} \quad (67)$$

je systém

$$A(\vec{u}, V) = \sum_{i=1}^d V_i A_i(\vec{u}) \quad (68)$$

hyperbolický právě tehdy, když pro každé \vec{u} a $\omega = (V_1, \dots, V_d) \in R^d, V \neq 0$.

Poslední skupinou jsou tzv. „fluctuation splitting“ schémata (schémata rozdělující fluktuace). Jejich cílem je nalézt řešení i pro prvky proudu, které nejsou zarovnané s výpočetní sítí, což je podstatnou výhodou oproti všem výše zmíněným schématům. To znamená, že výsledky výpočtů nejsou tolik citlivé na kvalitu výpočetní sítě. Bohužel tato schémata trpí vysokou výpočetní náročností a konvergenčními problémy. [24]

Diskretizace závislá na čase Převažující počet numerických schémat pro řešení Eulerových nebo Navier–Stokesových rovnic aplikuje metody proudnic, tzn. diskretizují čas a prostor odděleně. Tento přístup přináší největší flexibilitu, protože mohou být jednoduše zvoleny různé stupně přesnosti aproximace pro konvekční a viskózní toky, stejně jako pro časovou integraci. Pokud budeme uvažovat statickou výpočetní síť, můžeme vzít objem V a matici hmotností \vec{M} vně časové derivace. [25] Poté můžeme aproximovat časovou derivaci pomocí nelineárního schématu

$$\frac{V \vec{M}}{\Delta t} * \Delta \rightarrow \quad (69)$$

Upwind 2. řádu Tato metoda je odvozena stejně jako metoda upwind, až na to, že Taylorův polynom, který aproximuje funkci, je rozveden do členu s druhou derivací. Výsledkem je přesnější, nicméně výpočetně náročnější schéma.

Výpočty turbulence Téměř všechny proudy vyskytující se v běžném prostředí jsou turbulentní, a proto je třeba je popsat pomocí výpočtů, přestože podstatě turbulentního

proudění nebylo zcela porozuměno. Komplexní chování turbulence je výsledkem Navier–Stokesových rovnic. Ale analytické řešení i těch nejjednodušších turbulentních proudů přesto není známo.

Direct numerical simulation Proměnná proudění (jako tlak a rychlost) jsou v případě Navier–Stokesových rovnic funkcemi prostoru a času a jako takové je možné je diskretizovat pro jednotlivé body v prostoru a určitých časových okamžicích. Tento postup je znám pod zkratkou DNS (z angl. direct numerical simulation, česky „přímá numerická simulace“). Nevýhodou této metody je takzvaný „aliasing error“, což je chyba, při níž dochází k odchylce od přesné hodnoty při dopočítávání hodnot mezi diskrétními hodnotami. Jedním z limitů této metody vzhledem k výpočetní době je také velikost Reynoldsova čísla. Přestože získávání výsledků pomocí této metody může být časově náročné, následné zpracování dat nevyžaduje složité operace. [26]

RANS rovnice (Reynolds-averaged Navier–Stokes equations) Tento typ výpočtu turbulence je méně časově náročný než přímá numerická simulace, ale dopouští se několika zjednodušení, která markantně ovlivňují přesnost výsledku. [27] Dle konceptu Reynoldsovy dekompozice platí:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (70)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (71)$$

kde u_i je rychlost tekutiny a p je tlak dělený hustotou. Po dosazení do Navier–Stokesových rovnic:

$$\frac{\partial u_t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i * u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_t} + \nu * \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (72)$$

získáme úpravou:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j * \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu * \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (73)$$

přičemž platí, že:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (74)$$

$$\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \quad (75)$$

V průběhu let byly různé modely vycházející z obdobného základu kategorizovány; přestože se od sebe tyto kategorie liší, základ zůstává pořád stejný. Těmito kategoriemi jsou:

Mean velocity fields

Tento typ RANS rovnic nevyužívá žádné další parciální diferenciální rovnice kromě těch, které jsou třeba pro výpočty uvnitř kontrolního objemu. Od základního modelu se tento typ

liší následující rovnici:

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3}K\delta_{ij} - \nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (76)$$

Jednorovnicový model

Tento typ RANS modelu zahrnuje další rovnici přenosu pro výpočet turbulentní rychlosti, vyjádřené zejména v průměrné turbulentní kinetické energii. Rovnice je vyjádřena jako

$$\frac{\partial E_k}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial E_k}{\partial x_i} = P_k - \epsilon - \frac{\partial D_i}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 E_k}{\partial x_i^2} \quad (77)$$

kde

$$P_k = -\tau_{ij} * \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (78)$$

$$\epsilon = \nu * \frac{\overline{\partial^2 u'_i}}{\partial x_j^2} \quad (79)$$

$$D_i = \frac{\overline{u'_k{}^2 * u'_i}}{2} + \overline{p' * u'_i} \quad (80)$$

E_k je kinetická energie.

Dvourovnicový model

Tento typ RANS modelu zahrnuje oproti přechozímu další rovnici přenosu, která slouží k výpočtu délky turbulence vyjádřené pomocí součinitele skalárního disipačního poměru turbulentní kinetické energie.

Tento model navíc zahrnuje rovnici:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = P_\epsilon + D_\epsilon - \Phi_\epsilon + \nu * \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x_i^2} \quad (81)$$

kde

$$\begin{aligned} P_\epsilon = & -2 * \nu * \frac{\overline{\partial u'_i}}{\partial x_i} * \frac{\overline{\partial u'_k}}{\partial x_j} * \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \\ & -2 * \nu * \frac{\overline{\partial u'_j}}{\partial x_i} * \frac{\overline{\partial u'_j}}{\partial x_k} * \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \\ & -2 * \nu * u'_k * \frac{\overline{\partial u'_i}}{\partial x_j} * \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k \partial x_j} \\ & -2 * \nu * \frac{\overline{\partial u'_i}}{\partial x_k} * \frac{\overline{\partial u'_i}}{\partial x_m} * \frac{\partial \bar{u}'_k}{\partial x_m} \end{aligned} \quad (82)$$

$$D_\epsilon = -\nu \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u'_k * \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \right)^2} \right) - 2 * \nu \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\frac{\partial p'}{\partial x_m} \frac{\partial u'_k}{\partial x_m}} \right) \quad (83)$$

$$\Phi_\epsilon = -2 * \nu^2 \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_m} \right)^2 \quad (84)$$

k- ϵ

Předpokladem použití tohoto modelu je výpočet plně turbulentního proudění čili je zanedbán vliv molekulární viskozity. Přidané transportní rovnice jsou použity ve tvaru:

Pro turbulentní kinetickou energii $k = \Phi$:

$$\frac{\partial}{\partial t} * \int_{\Omega_t} \rho * \Phi * d\Omega + \int_{\partial\Omega} \rho(v - v_\sigma) * n * \Phi * dS = \int_{\partial\Omega} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) * (\nabla \Phi * n) * dS + \int_{\partial\Omega} (G_t - \rho\epsilon) * dS \quad (85)$$

A pro disipaci turbulence ϵ_t :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} \rho * \epsilon_t * d\Omega + \int_{\partial\Omega} \rho(v - v_\sigma) * n * \epsilon_t * dS = \\ & = \int_{\partial\Omega} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) * (\nabla \epsilon_t * n) * dS + \int_{\partial\Omega} \left(c_1 * G_t * \frac{\epsilon_t}{\Phi} - c_2 * \rho * \frac{\epsilon_t^2}{\Phi} \right) * dS \end{aligned} \quad (86)$$

kde

$c_1 = 1,44$ a $c_2 = 1,92$ jsou konstanty modelu,

σ_Φ je Prandtlovo číslo turbulentní kinetické energie,

σ_{ϵ_t} je Prandtlovo číslo turbulentní disipace.

$$\Phi = \frac{1}{2} * (v'^2) \quad (87)$$

$$\epsilon_t = 2 * \frac{\mu}{\rho} (S'_{ij})^2 \quad (88)$$

$$S'_{ij} = \frac{1}{2} * \left(\frac{\partial'_i}{\partial x'_j} + \frac{\partial'_j}{\partial x'_i} \right) \quad (89)$$

$$\tau'_{ij} = -\rho * u'_i * u'_j \quad (90)$$

$$\mu_t = \rho * C_\mu * \frac{\Phi^2}{\epsilon_t} \quad (91)$$

$$G_t = \tau'_{ij} * S'_{ij} = -\rho * u'_i * u'_j * \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (92)$$

RNG k- ϵ

Pomocí statistické metody renormalizovaných grup (RNG = renormalization group method) byl předchozí model vylepšen o zahrnutí účinků vírů v proudění.

Vylepšenou transportní rovnicí proudění zapisujeme následovně:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} \rho * \epsilon_t * d\Omega + \int_{\partial\Omega} \rho((v - v_\sigma)\epsilon_t) dS = \\
& = \int_{\partial\Omega} \alpha_{\epsilon_t} (\mu + \mu_t) (\nabla \epsilon * n) dS + \int_{\partial\Omega} \left(c_1 * G_t * \frac{\epsilon_t}{\Phi} - c_{2(RNG)} * \rho \frac{\epsilon_t^2}{\Phi} \right) dS
\end{aligned} \tag{93}$$

kde

$$c_{2(RNG)} = c_2 + \frac{C_\mu * \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right)}{1 + \beta * \eta^3} \tag{94}$$

$$\eta = \frac{\Phi}{\epsilon_t} \sqrt{2 * s_{ij}'^2} \tag{95}$$

$c_1 = 1,42$, $c_2 = 1,68$, $\beta = 0,012$, $\eta_0 = 4,38$ a C_μ jsou konstanty modelu, $\alpha_{\epsilon_t} = 1,39$ je inverzní Prandtlovo číslo turbulentní disipace.

Modely rovnic napětí (Stress-equation models)

Tento model zahrnuje několik dalších rovnic přenosu pro složky Reynoldsova tenzoru napětí.

Tyto rovnice mají tvar:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + \overline{u_k} * \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} = P_{ij} + \Pi_{ij} - \epsilon_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_k} * C_{ijk} + \nu * \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_k^2} \tag{96}$$

kde

$$P_{ij} = -\tau_{ik} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} - \tau_{jk} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \tag{97}$$

$$\Pi_{ij} = \overline{p' * \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \right)} \tag{98}$$

$$\epsilon_{ij} = 2 * \nu \overline{\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \right)^2} \tag{99}$$

$$C_{ijk} = \overline{u_i' * u_j' * u_k'} + \overline{p' * u_i'} \delta_{jk} + \overline{p' * u_j'} * \delta_{ik} \tag{100}$$

Large eddy simulation Protože ale pro simulaci turbulence často postačují „velké víry“ (z angl. eddy, „vír“), protože ty jsou nejmarkantnější příčinou energetických ztrát, je potřeba „malé víry“ odfiltrovat. [28] Filtrovací proces byl definován jako:

$$\overline{u}(\underline{x}) = \int \underline{u}(\underline{x}') G(\underline{x}', \underline{x}) d\underline{x}' \tag{101}$$

kde

\underline{u} je rychlost toku,

\overline{u} je odfiltrovaná rychlost toku,

$G(\underline{x}', \underline{x})$ je Gaussova filtrační funkce, definována jako

$$G(\underline{x}', \underline{x}) = \left(\sqrt{\frac{6}{\pi}} * \frac{1}{\Delta} \right)^3 * e^{-\frac{6(\underline{x}-\underline{x}')^2}{\Delta^2}} \quad (102)$$

kde Δ je velikost filtru. Filtrované rovnice vyjadřující zachování hmoty a hybnosti v Newtonských nestlačitelných tekutinách mohou být v konzervativním tvaru zapsány jako:

$$\partial_t * \bar{u}_i = 0 \quad (103)$$

$$\partial_t * (\rho * \bar{u}_i) + \partial_j (\rho * \bar{u}_i * \bar{u}_j) = -\partial_i \bar{p} + 2 * \partial_j * (\mu * \bar{S}_{ij}) - \partial_j (\tau_{ij}) \quad (104)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_i * \bar{u}_j + \partial_j * \bar{u}_i) \quad (105)$$

$$\rho (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i * \bar{u}_j) \quad (106)$$

kde

ρ je hustota,

\bar{u}_i je filtrovaná rychlost proudění,

\bar{p} je filtrovaný tlak,

μ je kinematická viskozita,

\bar{S}_{ij} je SGS tenzor napětí (resolved scale strain rate tensor). Existuje mnoho různých druhů modelu SGS tenzoru napětí a většina z nich (např. Boussinesqova hypotéza) nakonec dochází k následujícímu:

$$\tau_{ij} = 2 * \mu_t * \bar{S}_{ij} + \frac{1}{3} * \delta_{ij} * \tau_{ll} \quad (107)$$

kde μ_t je tzv. SGS vírová viskozita.

Po dosazení do rovnice (93) získáme:

$$\partial_t (\rho * \bar{u}_i) + \partial_j (\rho * \bar{u}_i * \bar{u}_j) = -\partial_i * \bar{P} + 2 * \partial_j [(\mu + \mu_t) * \bar{S}_{ij}] \quad (108)$$

kde

$$\bar{P} = \bar{p} + \frac{1}{3} * \tau_{ll} \quad (109)$$

K určení SGS vírové viskozity použijeme základní model z roku 1963:

$$\mu_t = \rho (C_s * \bar{\Delta})^2 * S \quad (110)$$

$$\bar{p} = \sqrt{(2 * \bar{S}_{ij} * \bar{S}_{ij})} \quad (111)$$

$$\bar{\Delta} = \sqrt[3]{\Delta_x \Delta_y \Delta_z} \quad (112)$$

kde C_s je Smagorinského konstanta, která závisí na typu proudění: např. $C_s = 0.18$ poskytuje rozumné výsledky pro izotropní turbulenci, kdežto proudění blízkí se stěně by

mělo redukovat tuto konstantu k hodnotě $C_s = 0.1$.

Přestože simulace turbulencí pomocí velkých vírů je v povědomí už nějakou dobu, stále se těší vývoji, zejména v oblastech přesnějších SGS modelů. [29]

Postupem času byl vyvinut nový model viskozity, který nezávisí na velikosti filtru:

$$\nu_T = 0.41 \langle \overline{u_k^2} - \overline{u_k}^2 \rangle \langle 2 * \overline{S_{ij}^2} \rangle^{-\frac{1}{2}} \quad (113)$$

nový model Reynoldsových napětí

$$\tau_{ij} \simeq \overline{u_i} * \overline{u_j} - \overline{\overline{u_i}} * \overline{\overline{u_j}} - \frac{1}{3} * (\overline{u_k^2} - \overline{\overline{u_k}^2}) \delta_{ij} \quad (114)$$

a nový model disipace nahrazující Smagorinského model, který vznikne dosazením nového modelu Reynoldsových napětí do původního modelu.

Dalším vylepšením tohoto modelu byla tzv. „proper orthogonal decomposition“, také známá jako Karhunen–Loévova expanze, což je statistická technika, která umožňuje získat optimální plošný základ pro zachycení plošné struktury většiny energetických fluktuací v tokovém poli. [20]

Je známo, že některé nelineární chyby (vzniklé v důsledku nahrazení nekonečného součtu konečným) některých diskretizačních schémat Navier–Stokesových rovnic interferují s explicitně přidanými SGS modely (subgrid-scale) a zároveň mohou SGS uzavřít, aniž by byl jakýkoli model zahrnut. Proto byl vyvinut systematictější přístup k analýze těchto bezmodelových přístupů a je znám pod zkratkou ILES neboli implicit large eddy simulation model, česky „implicitní simulační model velkých vírů“. [20]

2.3 Shrnutí

Pro simulaci v Creo Flow Analysis bylo použito stavové rovnice ideálního plynu, neboť podmínky při reálné zkoušce se blížily optimálním laboratorním podmínkám, pro něž se tento model od ostatních liší ve výsledcích pouze zanedbatelně. Dále bylo použito tří iteračních schémat, a to schéma upwind prvního a druhého řádu a schéma centrální. Pro výpočet turbulencí byla zvolena metoda velkých vírů. Všechny tyto simulace proběhly na strukturované generované síti výpočtem metody konečných objemů.

3 Praktická část

Přestože tato práce vykazuje charakter především teoretické rešerše o způsobech numerického výpočtu chování tekutiny v sacím kanálu motoru, byl proveden pokus o rekonstrukci takovéto simulace pro reálný motor. Tímto motorem byl agregát Škoda 781.136 B s původním výkonem 50 kW a vícebodovým vstřikováním paliva MPI (multi-point injection). Tento motor je řadový čtyřválec o objemu 1289 ccm s rozvodem OHV (overhead valves) a osmi ventily. Vačková hřídel je tedy součástí bloku motoru a je poháněna řetězovým převodem od klikové hřídele, která je uložena ve třech kluzných ložiskách. Motor je podčtvercový se zdvihem 72 mm a vrtáním o průměru 75,5 mm. Ústí sacího kanálu hlavy je o průměru 27 mm a horní hrana komolého kužele sedla ventilu má průměr $D_v = 30\text{mm}$. Průměr dříku sacího ventilu činí $d = 8\text{mm}$ a největší průměr ventilu činí 34 mm.



Obr. 1: Fotografie hlavy válců motoru Škoda 781.136 B

3.1 Tvorba odlitku

Aby bylo možné vytvořit model sacího kanálu v počítačovém prostředí, bylo zapotřebí najít způsob, kterým by bylo možné takový kanál zachytit. Finančně nejvýhodnějším řešením, které se naskytlo, byla metoda fotogrametrie, která oproti 3D měřicí stanici a laserovým či ultrazvukovým snímačům polohy nevyžaduje nákup drahého zařízení. Takže nezapočítáme-li cenu materiálu odlitku, který by bylo pro metody jmenované výše stejně nutné zhotovit, proběhl tento převod do virtuálního prostředí bez jakýchkoli finančních výdajů. Jako forma modelu byla užita sama hlava motoru, z níž byla vyjmuta zapalovací svíčka a sací i výfukový ventil a vzniklé otvory byly náležitě zaslepeny. Dále byl vnitřek spalovacího prostoru sacího i výfukového kanálu vyčištěn od nečistot, které se zde usadily v průběhu jeho používání, a natřen separátorem. Jako separátor bylo použito plastické mazivo Mogul LA-2. Následně došlo k zatěsnění všech otvorů kromě ústí sacího a výfukového kanálu, které plnily funkci vtoku a výtoku. Jako materiál modelu byl zvolen plastický tmel Lukopren N1522, vyráběný Lučebními závody Kolín. Tento tmel byl zvolen pro svou schopnost dobře kopírovat tvar formy a své mechanické vlastnosti usnadňující manipulaci s modelem, zejména jeho extrakci z formy. Pro vyjmutí modelu z formy bylo použito pryžové palivové hadičky o vnitřním průměru 8 mm, která byla vedena skrze celý model a mimo usnadnění manipulace sloužila také jako deformační prvek. (Vzduch v hadičce je deformací odlitku vytlačen ven a tímto předchází plastickému porušení samotného odlitku, čímž zvyšuje maximální možnost jeho deformace při působení vnější síly.)

3.2 Fotografování modelu

Po extrakci z formy, očištění modelu od nedokonalostí způsobených špatným utěsněním aj. byl model položen na rovný prázdný stůl a vyfotografován. Fotografie byly pořízeny fotoaparátem zabudovaným v běžném mobilním telefonu pomocí režimu sekvence snímků a současným pozvolným pohybem fotoaparátu. Nakonec vzniklo přes čtrnáct set snímků o rozlišení 1080x1920 pixelů z různých úhlů. Tyto fotografie byly nahrány do programu Meshroom, pomocí něhož byly fotografie výše popsáním postupem převedeny ve změřené body v prostoru. Po naškálování a odstranění bodů vygenerovaných podložkou v programu Blender bylo použito tohoto plošného modelu jako předlohy pro parametrickou tvorbu v softwaru Creo.

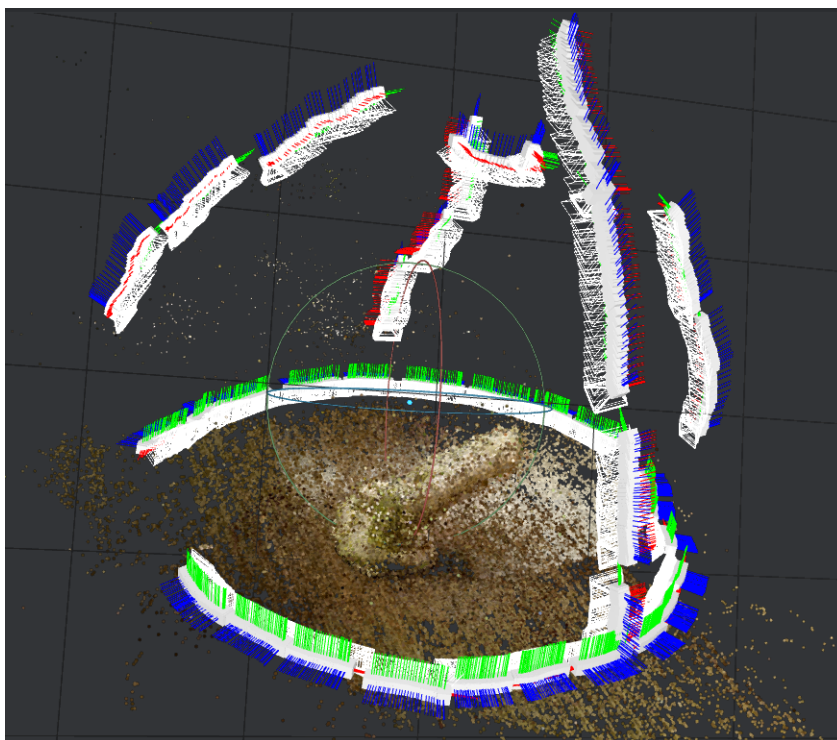


Obr. 2: Výsledný odlitek spalovacího prostoru a kanálu

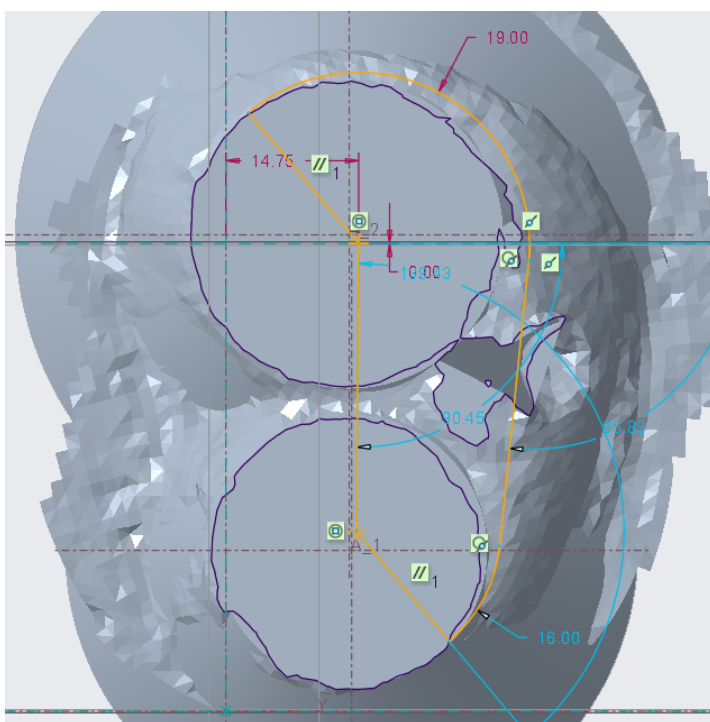
3.3 Tvorba parametrického modelu

Prvním krokem při modelování kanálu byla tvorba modelu spalovacího prostoru, protože uvažovaný motor disponuje klínovitým spalovacím prostorem, ze vzdálenosti mezi nejnižším bodem a nejvyšším bodem od podložky. Jejich výškovým rozdílem byl vypočten úhel sklonu klínu a v tomto úhlu byla položena první náčrtová rovina.

Na náčrtovou rovinu byly poté vyneseny kružnice představující sedla ventilů. Tyto kružnice byly ekvidistantně odsazeny o změřenou vzdálenost a toto odsazení bylo na jedné ze stran opatřeno přímkou tečnou k oběma kružnicím. Obrys vzniklý sjednocením ekvidistantních kružnic a přímkou se stal základním tvarem pro extruzi spalovacího prostoru.



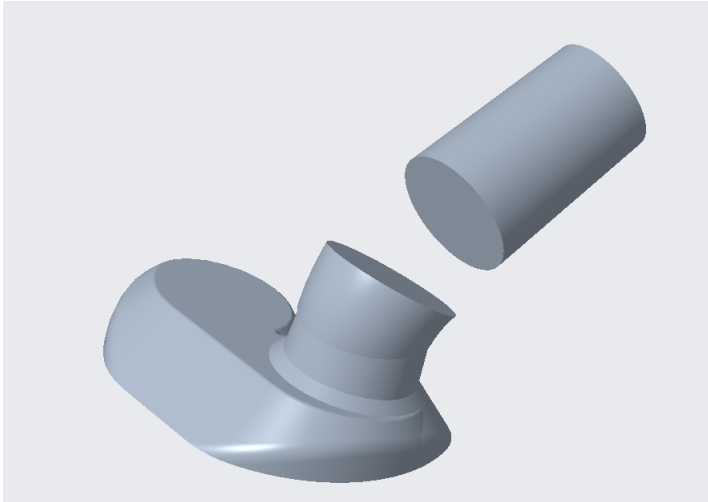
Obr. 3: Prostředí programu Meshroom znázorňující body vygenerované programem a pozice fotoaparátu při pořizování jednotlivých fotografií



Obr. 4: Náčrt tvaru spalovacího prostoru s ohledem na předlohu

Samotný kanál byl pak tvořen čtyřmi částmi. První částí bylo samotné sedlo ventilu, na které přímo navazovala část druhá, sestávající z pozvolna se rozšiřujícího válce, který, aby kanál směřoval směs do pozvolného víru ve spalovacím prostoru, musel mít základny posunuty

mimostředně. Třetí část tvořilo ústí kanálu, což byl opět pouze pomalu se rozšiřující válec. Čtvrtá část sestávala z oblého spojení části druhé a třetí.



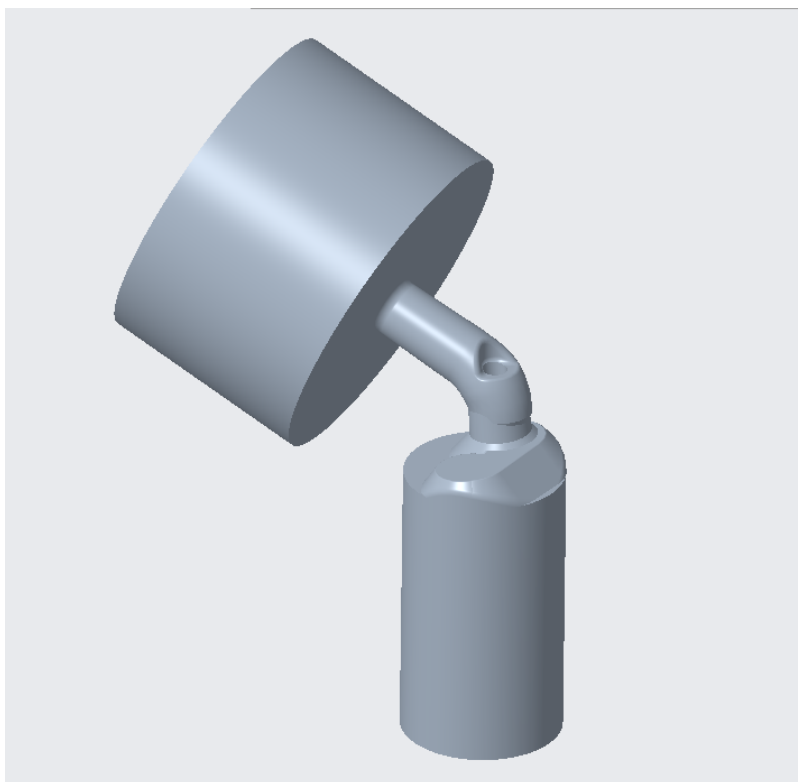
Obr. 5: Extruze částí sacího kanálu

Poté byl z takto vzniklého „kolene“ odečten prostor, který v kanálu zabírá ventilové pouzdro. Po získání hrubého tvaru byly zahlazeny nerovnosti vzniklé použitím jednotlivých metod



Obr. 6: Odečítání ventilového pouzdra a indentace kanálu pro možnost jeho ukotvení

(např. přidáním radiusů). Vzniklý kanál byl na ploše pod spalovacím prostorem následně osazen válcem o délce 132 mm, který měl simulovat prostor válce při podmínkách zkoušky, a na začátek vstupu kanálu byl umístěn válec o délce 100 mm a průměru 160 mm, který sloužil jako připodobnění uklidňovacího prostoru, jímž je okolí při profukovací zkoušce.



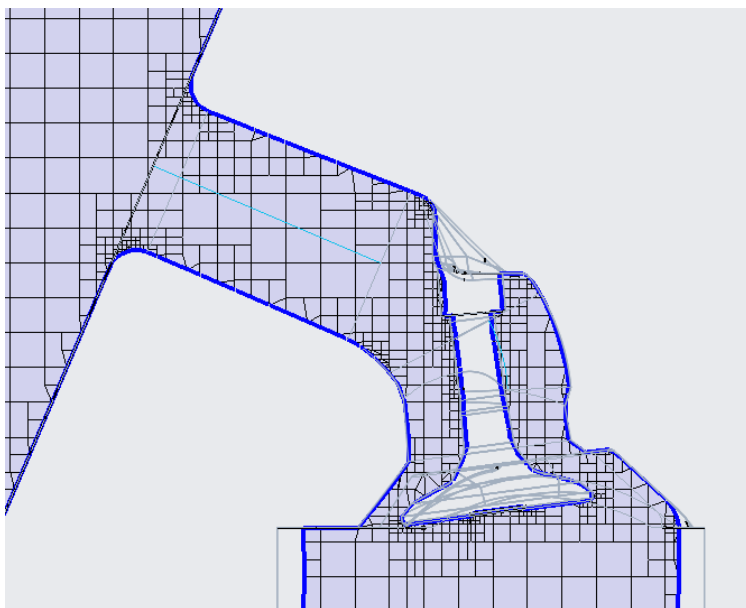
Obr. 7: Výsledný model, na němž byla prováděna simulace

3.4 Creo Flow Analysis

Protože konečná simulace byla prováděna až po reálné zkoušce, bylo možné nastavit parametry zkoušky tak, aby co nejvěrohodněji replikovaly reálné měření. Z modelu kanálu, z něhož byl postupně odečten model ventilu posunutý o hodnoty od jednoho po deset milimetrů, byla vytvořena strukturovaná síť o následujících parametrech:

	Value
▼ Surface Tessellation	
Type	Simulation
	Update Tessellation
▼ Mesh Generation	
Setup Options	Normal Mode
Create/Replace Mesh	Replace: WHOLE_MESH
Mesh Location	Interior Volumes
CAD Surfaces	
Cell Size Specification	Relative to All CAD Surfaces
Critical Edge Angle	30.000000
Curvature Resolution	35.000000
Maximum Cell Size	0.020000
Minimum Cell Size	0.000700
Cell Size on Surfaces	0.010000
Create a Refinement Zone	No
▼ Volume Name:	KANAL_7_MM
▶ CAD Surfaces	
New Volume Surfaces	
Cell Size on Boundaries	Default
Min. Cell Refinement on Boundaries	Default

Obr. 8: Nastavení parametrů výpočetní sítě



Obr. 9: Ukázka vygenerované výpočetní sítě

Jako počáteční podmínka pro vstup byl zvolen vstup do uklidněného prostředí o statickém tlaku odečteném ze staničního barometru při reálné zkoušce.

	Value
▼ Flow	Specified Total Pressure
Directional Option	Boundary Normal
Total Pressure	98509 Pa
Velocity Profile	Zero Gradient
Output	Default
▼ Turbulence	Specified Values
Turb. Kinetic Energy	0.01 m2/s2
Turb. Kinetic Energy Diss. Rate	1 m2/s3
Output	Default
▼ Streamline	Open
Release Particle	Yes
Direction	Forward
Random Release	Yes
Number of Particles	200
Release Position	Face Center
Output	Default

Obr. 10: Nastavení vstupní okrajové podmínky

Podmínka pro výstup tekutiny z modelu byla zvolena následovně:

Chování tekutiny v oblasti stěn bylo podmíněno takto:

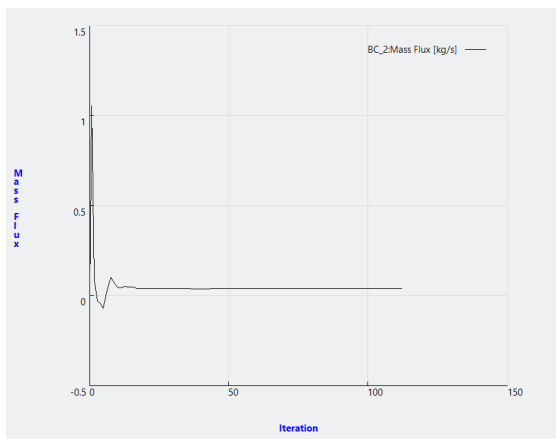
	Value
▼ Flow	Specified Pressure Outlet
Pressure	93609 Pa
▼ Velocity Profile	User Specified
▶ Back Flow Velocity(optional)	0, 0, 0
Output	Default
▼ Turbulence	Outlet
Turb. Kinetic Energy	0.01 m2/s2
Turb. Kinetic Energy Diss. Rate	1 m2/s3
Output	Default
▼ Streamline	Open
Release Particle	No
Output	Default

Obr. 11: Nastavení výstupní okrajové podmínky

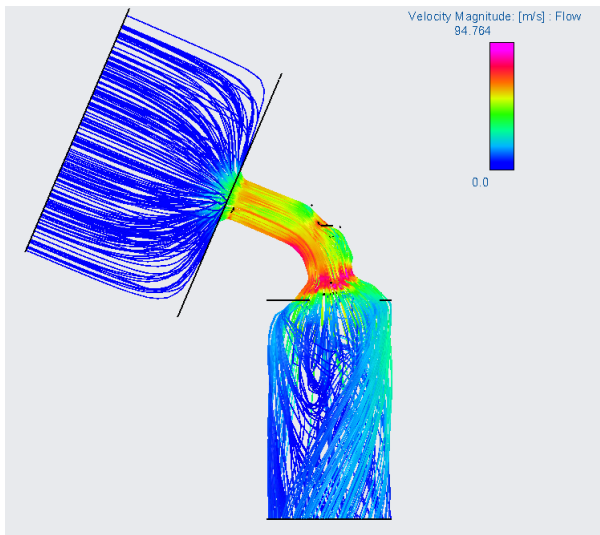
	Value
▼ Flow	Wall
Options	Stationary
Wall Type	Rigid
High Order Shear	No
Output	Default
▼ Turbulence	Wall
Wall Function	Standard
▼ Wall Roughness Model	Rough
Roughness Height	6e-06 m
Output	Default
▼ Streamline	Wall
Release Particle	No
Output	Default

Obr. 12: Nastavení okrajových podmínek na stěnách modelu

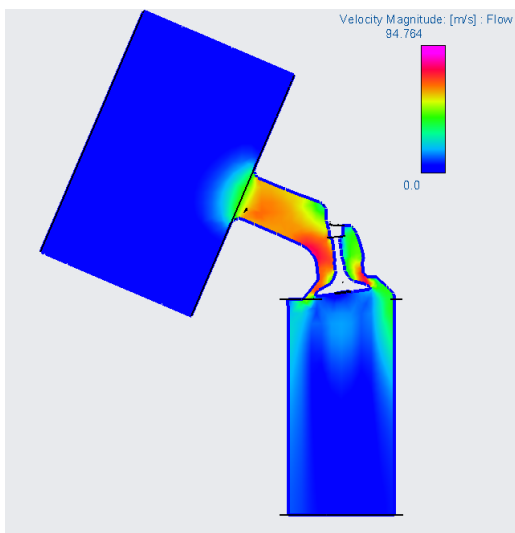
Číselné výsledky byly vloženy do programu MS Excel, zpracovány a přidány ke grafickému porovnání s reálnou zkouškou. Kontrolou byly grafické výstupy, které Creo umožňuje zobrazit:



Graf 1: Zobrazení generovaných hodnot hmotnostního toku v závislosti na průběhu simulace



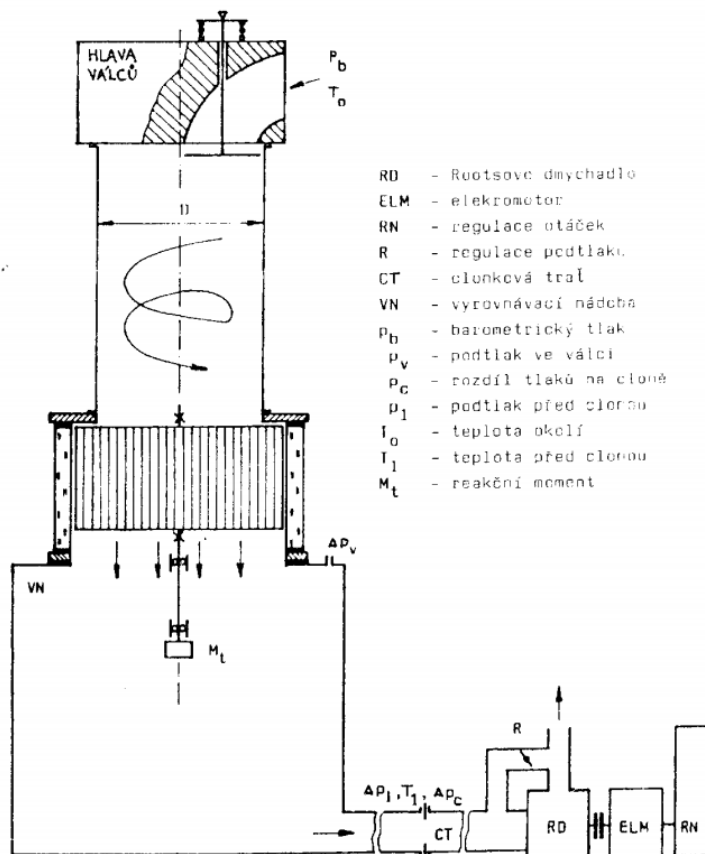
Obr. 13: Zobrazení proudnic toku kanálem



Obr. 14: Zobrazení rychlosti proudění v kanálu (řez)

3.5 Měření na měřicí stanici

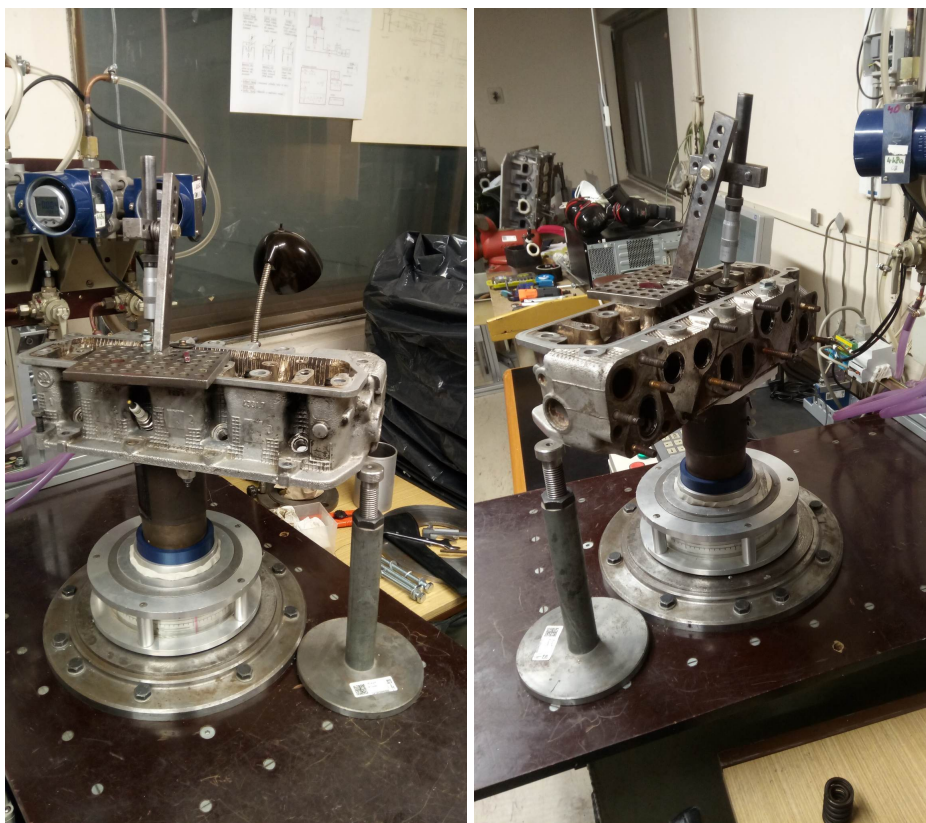
Pro možnost porovnání vypočtených výsledků simulací byla provedena průtoková zkouška na aerodynamické trati v Těžkých laboratořích Fakulty strojní ČVUT v Praze, Pod Juliskou 4. Měřicí zkouška probíhala dle normy ČSN EN ISO 5167.



Obr. 15: Schéma měřicí tratě

Hlava motoru, opatřená ventily osazené zdatně měkkými pružinami, byla pomocí přírub usazena na předpřipravený válec o průměru vrtání a podepřena tak, aby nedošlo k jejímu převážení. Válec byl ustaven na zařízení pro měření víření, které už bylo součástí měřicí trati. Následně byla hlava opatřena zařízením s mikrometrickým šroubem pro polohování sacího ventilu. Netěsnosti byly utěsněny plastickou hmotou a na vstupu do sacího kanálu byl umístěn lem z této hmoty, který usnadňoval přechod vzduchu z okolního prostředí do sacího kanálu.

Naměřené hodnoty byly spolu se vstupními údaji vneseny do předpřipraveného programu MS Excel.



Obr. 16: Fotografie z ustavení hlavy na měřicí trati z přední strany

Obr. 17: Fotografie z ustavení hlavy na měřicí trati ze zadní strany

3.5.1 Hmotnostní tok

Hlavní charakteristikou použitou k porovnání byl hmotnostní tok. U reálné zkoušky byl hmotnostní tok výsledkem rovnice tvaru:

$$\dot{Q} = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^4}} * \epsilon * \frac{\pi}{4} * d^2 * \sqrt{2 * \Delta p * \rho_1} \quad (115)$$

kde C je součinitel průtoku získaný Reader-Harris/Gallagherovou rovnicí, která slouží k určení součinitele průtoku při měření diferenčním tlakovým průtokoměrem. Její celé znění je:

$$C = 0.5961 + 0.0261\beta^2 - 0.216\beta^8 0000521 \left(\frac{10^6 \beta}{Re_D} \right)^{0.7} \\ + (0.0188 + 0.0063A)\beta^{3.5} \max \left[\left(\frac{10^6}{Re_D} \right)^{0.3}; 22.7 - 4700 \left(\frac{Re_D}{10^6} \right) \right] \\ + (0.043 + 0.080e^{-10Li} - 0.123e^{-7Li})(1 - 0.11A) * \frac{\beta^4}{1 - \beta^4}$$

$$\begin{aligned}
& -0.031(M_2' - 0.8M_2'^{1.1}) \left[1 + 8 \max\left(\log\left(\frac{3700}{Re_D}\right)\right) \right] \beta^{1.3} \\
& + 0.011 (0.75 - \beta) \max\left(2.8 - \frac{D}{25.4}, 0.0\right)
\end{aligned} \tag{116}$$

Nicméně v případě našeho měření lze říct, že uvažujeme koeficient průtoku C jako součet tohoto koeficientu pro nekonečné Reynoldsovo číslo a jeho zvýšení při použití malého Reynoldsova čísla. To znamená, že nám stačí prvních 5 členů a rovnice po vyčíslení konstant nabývá tvaru:

$$\begin{aligned}
C &= C_\infty + C_s = 0.5961 \\
& + 0.0261\beta^2 - 0.216\beta^8 \\
& + 0000521 \left(\frac{10^6\beta}{Re_D}\right)^{0.7} \\
& + (0.0188 + 0.0063A)\beta^{3.5} \max\left[\left(\frac{10^6}{Re_D}\right)^{0.3}; 22.74700 \left(\frac{Re_D}{10^6}\right)\right]
\end{aligned} \tag{117}$$

kde

$$A = \left(\frac{19000 * \beta}{Re_D}\right)^{0.8} \tag{118}$$

$$\beta = \frac{d}{D} \tag{119}$$

Pro získání hmotnostního toku bude třeba použít iteraci. [30]

Invarianta:

$$A_{in} = \frac{\epsilon d^2 \sqrt{2\Delta p \rho_1}}{\mu_1 * D \sqrt{1 - \beta^4}} \tag{120}$$

kde

$$\mu_1 = -0,00003462 * T^2 + 0,0682 * T + 1,184 \tag{121}$$

pak

$$A_{in} = \frac{Re_D}{C} \tag{122}$$

tedy

$$X_n = Re_D = CA_{in} \tag{123}$$

Pro iniciální výpočet bylo použito součinitele průtoku pro nekonečné Reynoldsovo číslo.

$$C = C_\infty = 0,5961 + 0,0261 * \beta^2 - 0,216 * \beta^8 \tag{124}$$

Pro následující iterace byla použita rovnice (106).

Vztah pro hmotnostní tok byl upraven po dosazení iterace s invariantou do následujícího tvaru:

$$\dot{Q} = \frac{\pi}{4} * \mu * D * X \quad (125)$$

Výsledný hmotnostní tok je iterován, dokud je chyba lineárního algoritmu

$$\delta = \left| \frac{X_n - X_{n-1}}{X_n} * 100 \right| \quad (126)$$

menší než požadovaná hodnota.

Tento výsledek lze při použití numerické simulace v případě následného výpočtu průtokových součinitelů zaměnit za výsledek získaný numerickou simulací.

Pro zjištění hmotnostního toku byla označena okrajová podmínka (boundary condition) na výstupu z válce a pro ni byl vyhodnocen graf: Na něm je vidět, že hodnota konverguje k číslu $0.0723883 \text{ kg} * \text{s}^{-1}$. Hodnota 500 iterací byla nastavena manuálně s ohledem na komplexnost tvaru. Z vynesené závislosti je zřejmé, že počet iterací mohl být se stejným výsledkem očekáván už při 100. iteraci a tím mohla být snížena výpočetní složitost až desetinásobně. Pro konvergenční kritérium bylo ponecháno výchozí nastavení programu, tj. jedna miliontina simulované veličiny. To znamená, že program začne počítat, a dokud se řešení předchozí a následující iterace neliší od sebe hodnotou menší než 0.000001, počítá další iteraci.

3.5.2 Hustota média

Protože se měření odehrávalo při hodnotách blízkých laboratorním podmínkám, je možné bez větší chyby použít rovnici ideálního plynu:

$$pV = nRT \quad (127)$$

ze které úpravou lze získat rovnice:

$$\rho_1 = \frac{p}{T_r} \quad (128)$$

Ve skutečnosti lze síly mezi molekulami zanedbávat jen při relativně velkých mezimolekulárních vzdálenostech, které se zvětšují snižujícím se tlakem anebo rostoucí hustotou. Moderní výklad reálného chování plynu vychází z existence sil působících mezi molekulami; a na základě znalostí kinetické teorie plynů a statistické mechaniky předepisuje odchylky od ideálního chování mocninnou řadou. Toto vede k viriálním koeficientům, které zde již byly popsány (23).

3.5.3 Turbulentní proudění

Tekutina se může pohybovat dvěma kvalitativně zcela odlišnými typy proudění, laminárním a turbulentním. Rozmezí je dáno přechodovou oblastí v okolí kritického Reynoldsova čísla Re_K . Pro laminární proudění tekutiny jsou nestability proudu tlumeny viskozitou tekutiny. Se zvyšováním rychlosti tekutiny se Reynoldsovo číslo zvyšuje nad úroveň kritické hodnoty a tím se proudění dostává do oblasti turbulentního proudění, pro niž je typická pulsace všech veličin. Jedná se o trojrozměrný, časově proměnný pohyb tekutiny s nahodilými změnami tlaku, hustoty, teploty, rychlosti proudu a koncentrace látek. Odchylky okamžitých hodnot od středních hodnot, určených za dostatečně dlouhý časový interval, nazýváme fluktuace. Základní vyšetřovanou veličinou je rychlost v jednotlivých místech proudového pole, neboť ta ovlivňuje fyzikální a chemické procesy, jejichž průběh můžeme usuzovat z informací o rychlostech. Turbulence není vlastností tekutiny, ale jejího pohybu. Vyznačuje se především vířivým pohybem částic tekutiny, který vzniká účinkem momentu vyvolaným tečnými napětími ve smykové vrstvě. Rychlost proudění vypočteme následovně:

$$u = \bar{u} + u' + u'' \quad (129)$$

kde

$$\bar{u} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} u dt \quad (130)$$

je střední hodnota rychlosti,

u' je organizovaná proměnná složka, u'' je chaotická fluktuace. Následně je vyhodnocována hustota pravděpodobnosti:

$$\epsilon_{rho} = \frac{\sqrt{u''^2}}{\bar{u}} \quad (131)$$

3.5.4 Součinitel expanze

Součinitel expanze je vyjádřen rovnicí:

$$\epsilon = 1 - (0.351 + 0.256 * \beta^4 + 0.93 * \beta^8 * \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\right)) \quad (132)$$

3.5.5 Průtokový součinitel

Součinitel průtoku bude porovnáván s výsledkem měření na skutečné trati,

$$C_d = \frac{\dot{Q}_{simulovan}}{\rho * S_v * v_2} \quad (133)$$

kde $\dot{Q}_{simulovan}$ je číslo, k němuž dospěl program, ρ je hustota vzduchu při teplotě, při které zkouška probíhala.

$$p * V = m * r * T \quad (134)$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p_0}{r * T} = \frac{98509}{287 * 295.37} = 1.162 \text{ kg} * \text{m}^{-3} \quad (135)$$

kde r je měrná plynová konstanta vzduchu = $287 \text{ J} * \text{kg}^{-1} * \text{K}^{-1}$,

p_0 je tlak na vstupu do sacího kanálu = $98\,509 \text{ Pa}$, S_v je průtoková plocha mezi sedlem a ventilem:

$$S_v = \pi * D_v * L_v \quad (136)$$

kde

D_v je nejmenší průměr dosedací plochy sacího ventilu,

L_v je zdvih sacího ventilu,

u_2 je rychlost proudění.

$$u_2 = \sqrt{\frac{2 * \kappa}{\kappa - 1} * r * T_0 * \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]} \quad (137)$$

kde

κ je Poissonovo číslo = 1.4 ,

p_{out} je tlak na výstupu:

$$p_{out} = p_0 - \Delta p = 98509 - 4900 = 93609 \text{ Pa} \quad (138)$$

Průtokové číslo C_f je vypočteno obdobně.

$$C_f = \frac{\dot{Q}_{simulovan}}{\rho * S_p * v_2} \quad (139)$$

kde S_p je průřez sacího kanálu bez uvažování dřívku.

$$S_p = \frac{\pi * D_v^2}{4} = \frac{\pi * 0.03^2}{4} = 0.000707 \text{ m}^2 = 707 \text{ mm}^2 \quad (140)$$

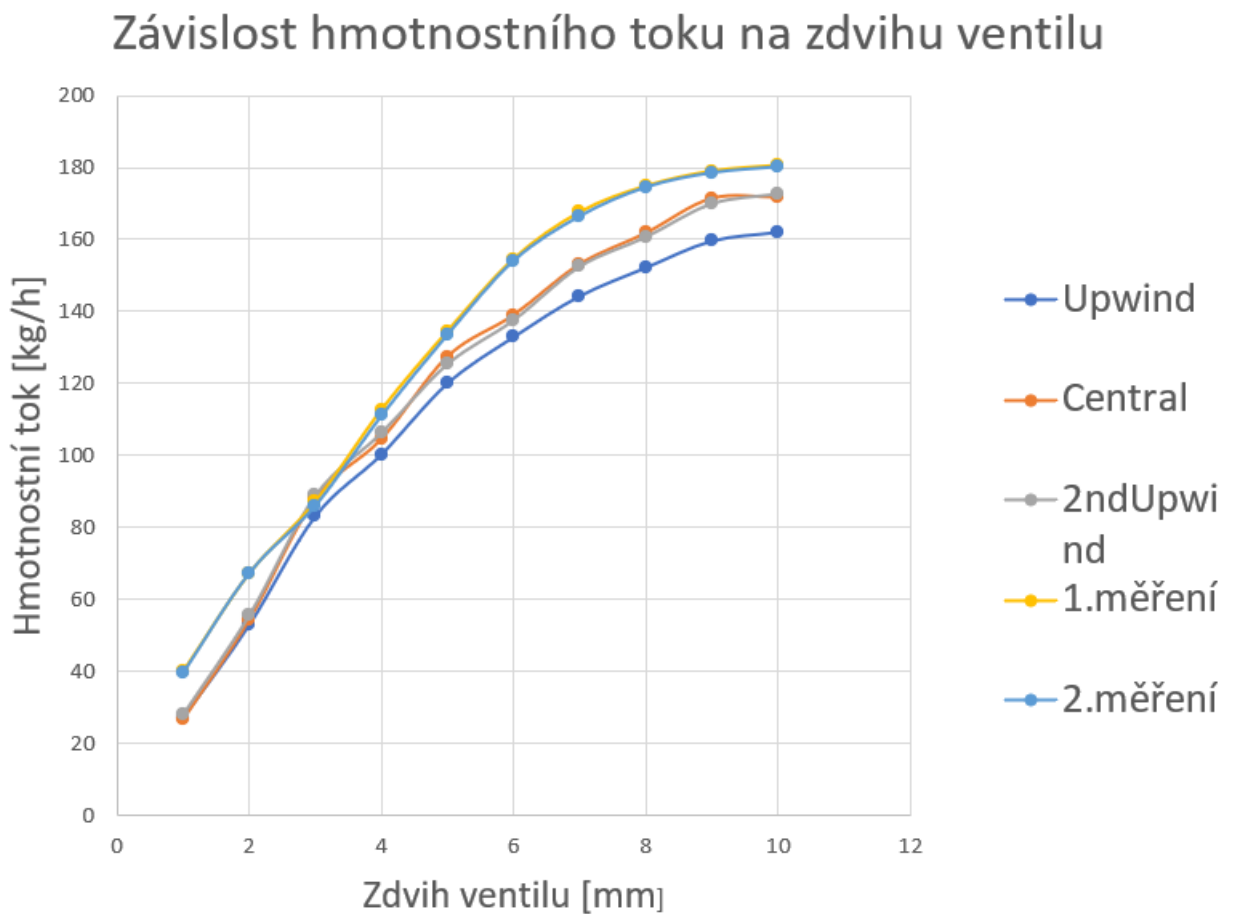
Výsledky zkoušky byly zapsány do následující tabulky:

Tab. 2: Naměřené hodnoty a zpracované výsledky stacionární profukovací zkoušky

h [mm]	dp1 [Pa]	dpv [Pa]	dpc [Pa]	· BS [g]	h/dv [1]	qV [m3/h]	qm [kg/h]	nejist.qm [%]	cpist [m/s]	Cd mis [1]	Cf [1]
1	4924	4924	62	1	0,033	36,6	40,4	3,53	2,27	0,152	0,0192
2	4923	4923	178	3,5	0,067	61,1	67,5	1,80	3,79	0,255	0,0401
3	4921	4921	302	4,5	0,100	79,1	87,3	1,55	4,91	0,330	0,0399
4	4926	4926	511	5,8	0,133	102,2	112,8	1,46	6,34	0,426	0,0398
5	4921	4921	734	9	0,167	121,9	134,6	1,43	7,56	0,508	0,0518
6	4899	4899	975	9	0,200	140,0	154,6	1,42	8,69	0,585	0,0452
7	4905	4905	1150	10	0,233	151,8	167,6	1,42	9,42	0,634	0,0463
8	4912	4912	1254	10	0,267	158,3	174,8	1,42	9,82	0,661	0,0443
9	4912	4912	1316	10,5	0,300	162,1	179,0	1,41	10,06	0,677	0,0455
10	4914	4914	1340	10,5	0,333	163,5	180,6	1,41	10,15	0,682	0,0450

4 Závěr

Výsledkem popsaných simulací a skutečné zkoušky je následující graf:



Graf 2: Závislost objemového toku na otevření ventilu

Z grafu je patrné, že objemový tok měřený je vyšší než objemový tok vypočtený. Přestože

se numerické simulace liší od reálné zkoušky, není tento jev nikterak neobvyklý [31]. Důvodem pro takovéto odchýlení od reálné zkoušky mohou být například benevolence, kterými byl zjednodušen tvar kanálu při jeho parametrickém modelování, nebo přílišná velikost objemů použitých k výpočtům, případně zanedbání malých fluktuací použitím metody velkých vírů (LES). Pokud je vzato v potaz, že s výpočetní přesností se vypočtený výsledek přibližuje reálné hodnotě, je možné, že lze docílit přesnějších výsledků aproximací derivace v diferenci místo dopředné Eulerovy diference např. metodou Runge–Kutty vyššího řádu, což by vyžadovalo použití jiného výpočetního softwaru (např. OpenFOAM). Otázkou ovšem zůstává, zda by na takto zpracovaný a zadaný výpočet bylo stále možné použít běžně dostupný hardware.

Seznam použitých značek a symbolů

V	Objem
P	Tlak
Θ	Teplota
N	Látkové množství
T	Termodynamická teplota
R	Univerzální plynová konstanta
N_A	Avogadrovo číslo
k_B	Boltzmannova konstanta
ΔP	Tlakový rozdíl
P'	Vnitřní tlak plynu
P_c	Kritický tlak
V_c	Kritický objem
T_c	Kritická termodynamická teplota
z_c	Kritická stlačitelnost
F	Síla
W	Tíhová síla
m	Hmotnost
t	Čas
v	Rychlost částice
v_c	Kritická rychlost
E_k	Kinetická energie
K	Sřední hodnota kinetické energie částice
Ξ	Virialita síly
L	Kamerlinghův bezrozměrný koeficient
v_L	Kamerlinghův měrný kritický objem
T_r	Redukovaná termodynamická teplota
ρ	Hustota
ρ_c	Kritická hustota
\dot{Q}	Hmotnostní tok
a	Zrychlení částice
θ	Úhel mezi svislicí a normálou proudnice
s	Vzdálenost
g	Gravitační zrychlení
F_v	Objemová síla
F_s	Plošná síla
p	Měrný tlak

μ	Kinematická viskozita
λ	Koeficient vazkého tlumení
$O_{(\Delta x)}$	Chyba aproximace
u	Rychlost proudění tekutiny
ω	Součinitel nekulovosti molekuly
δ_{ij}	Kroneckerova delta
D_{ϵ}	Skalární disipační poměr
Φ_{ϵ}	Turbulentní kinetická energie
P_{ϵ}, P_{ij}	Produkce kinetické energie
Π_{ij}	Součinitel tlakové korelace
ϵ	Součinitel expanze
\bar{u}_i	Filtrovaná rychlost proudění
\bar{p}	Filtrovaný tlak
C_s	Smagorinského konstanta
ν_T	Dynamická viskozita
β	Světlost průtoku
Re_D	Reynoldsovo číslo
δ	Chyba lineárního algoritmu
n	Látkové množství
ϵ_ρ	Hustota pravděpodobnosti
u'	Organizovaná proměnná složka
u''	Chaotická fluktuace
C_d	Součinitel průtoku
r	Měrná plynová konstanta vzduchu
S_v	Průtoková plocha mezi sedlem a ventilem
D_v	Nejmenší průměr dosedací plochy sacího ventilu
d_v	Průměr dřívku sacího ventilu
L_v	Zdvih sacího ventilu
κ	Poissonovo číslo
C_f	Průtokové číslo
S_p	Průřez sacího kanálu
p_0	Barometrický tlak
p_{out}	Tlak na výstupu sacího kanálu
Δp	Tlakový spád
X_n	Proměna v lineárním algoritmu

Seznam použité literatury a zdrojů

- [1] HATSCHBACH, Petr. *Different Ways of Intake Port Flow Description*, 49. ročník mezinárodní vědecké konference českých a slovenských univerzit, oddělení a institucí zabývajících se výzkumem spalovacích motorů "KOKA 2018". Nitranské rudno, Slovensko, 19–21. 9. 2018.
- [2] BAUMRUK, Pavel. *Problematika náplně válce spalovacích motorů*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1966. ISBN 80-01-01009-0.
- [3] HEYWOOD, John B. *Internal Combustion Engine Fundamentals*. Sloan (Massachusetts): McGraw-Hill, 1988. ISBN 0-07-028637-X
- [4] SCHENK, Toni. *Introduction to Photogrammetry*. Columbus (Ohio): Ohio State University, 2005.
- [5] MAGNANI, Matthew a Matthew DOUGLASS. Photogrammetry and Stereophotogrammetry. In: LOPÉZ VAREIA, Sandra L., ed. *Encyclopedia of Archeological Sciences*. New York (USA): Wiley, 2019. DOI 10.1002/9781119188230.saseas0451.
- [6] SCHMID, Helmut. *An Analytical Treatment of the Problem of Triangulation by Stereophotogrammetry*. Aberdeen Proving Ground (Maryland): Elsevier B. V., 1956. DOI 10.1016/S0031-8663(56)80009-4.
- [7] ARNAUD, Jacques, Laurent CHUSSEAU a Fabrice PHILIPPE. *On the ideal gas law*. Université Montpellier (Francie): Institut d'Électronique du Sud, 2011. ISBN 9780819462503.
- [8] BERBERAN SANTOS, Mario N., Evgeny BODUNOV a Lionello POGLIANI. On the barometric formula. *American Journal of Physics*. American Association of Physics Teachers, American Institute of Physics (USA): 2010. DOI 65.404-412.10.1119/1.18555.
- [9] BERBERAN SANTOS, Mario N., Evgeny BODUNOV a Lionello POGLIANI. The Van der Waals equation: Analytical and Approximate Solutions. *Journal of mathematical chemistry*. 43(4), s. 1437–1457. DOI 10.1007/s10910-007-9272-4.
- [10] PRIYADARSHINI, Sindhuja. *Cubic Equation of State Models* ANSYS help 17.0 SAS IP, Inc., 2019. Dostupné z https://www.academia.edu/41690856/7.16.3._Cubic_Equation_of_State_Models_7.16.3.1._Overview_and_Limitations?auto=download
- [11] SOAVE, Georgio. 20 Years of Redlich-Kwong Equation of State. *Fluid Phase Equilibria*. 82, s. 345–359, 1993. DOI 10.1016/0378-3812(93)87158-W.
- [12] WISNIAK, Jaime. Heike Kamerlingh – The Virial Equation of State.

- Indian Journal of Chemical Technology*. 10, s. 564-572, 2003. Dostupné z https://www.researchgate.net/publication/236233782_Heike_Kamerlingh_-_The_Virial_Equation_of_State
- [13] ÇENGEL, Yunus A. a Michael A. BOLES. *Thermodynamics: An Engineering Approach*. McGraw-Hill Education (USA): 2014. ISBN 98145952922.
- [14] BENEDICT, Manson, George B. WEBB a Louis C. RUBIN. An Empirical Equation for Thermodynamic Properties of Light Hydrocarbons and Their Mixtures. *The Journal of Chemical Physics*, 8. USA: 1940. DOI 10.1063/1.1750658.
- [15] SHANKAR SUBRAMANIAN, Ram. *Continuity Equation*. New York (USA): 2019. Dostupné z :<https://www.researchgate.net/publication/334576189>
- [16] KERSALÉ, Evy, S. Welsh a C. A. Jones. *Compressible Taylor-Couette flow -instability mechanism and codimension 3 points*. Kap. 5, s. 39–44. *Journal of mechanics*, Leeds (UK): 2014. DOI 10.1017/jfm.2014.279.
- [17] Hilovic Armin *Derivation of Navier-Stokes equation* KTH Royal institute of technology, Sockholm, Sweden 2019 dostupné z : http://ingforum.haninge.kth.se/armin/fluid/exer/deriv_navier_stokes.pdf
- [18] GAD-EL-HAK, Mohamed *Stokes' Hypotetis for a Newtonian,Isotropic Fluid* Department of Aerospace a nd Mechanical Engineering University of Notre Dame *Journal of Fluids Engineering* 117,c. 1 str. 3-5 r. 1995
- [19] BLAZEK J. *Computational Fluid dynamics: Principles a nd Applications* ELSVEIR Baden-Daettwil, Switzerland 2001 ISBN: 0080430090
- [20] VAN LEER, Bram. *Flux-Vector Splitting for the Euler Equation* Lecture Notes in Physics 170. DOI: 10.1007/3-540-11948 _ 5-66
- [21] HUBBARD, M. E. & GARCIA-NAVARRO, P. *Flux Difference Splitting a nd the Balancing of Source Terms a nd Flux Gradients* *Journal of Computational Physics* 165, 89-125 USA. 2000 DOI:10.1006/jeph.2000.6603
- [22] FÜRST, Jiří *Numerical Solution of Compressible Flows Using TVD a nd ENO Finite Volume Methods* Vydavatelství ČVUT Praha 2004
- [23] NISHIKAWA, Hiroaki & ROE, Phillip *On High Order Fluctuation-Splitting Schemes for Navier-Stokes Equations*. *Computational Fluid Dynamics*, Michigan USA 2004 DOI:10.1007/3-540-31801-1 _ 116
- [24] SCHWARZ, S & KEMPE Tobias & FRÖHLICH, Jochen *A Temporal Discretization Scheme to Compute the Motion of Light Particles in Viscous Flows by a n Immersed Boundary Method*. *Journal of Computational Physics* 281, 2015.

DOI:10.1016/j.jcp.2014.10.039

- [25] MOIN, Parviz & MAHESH, Krishnan *Direct Numerical Simulation: A Tool in Turbulence Research* Annual Revue of Fluid Mechanics 1998 30. 539-578 DOI 10.1146/annurev.fluid.30.1.539
- [26] ALFONSI, Giancarlo *Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations for Turbulence Modeling* Applied Mechanic reviews 2009 62. DOI:10.1115/1.3124648
- [27] YANG, Zhiyin *Large-eddy simulation: Past, present and the future* Chinese Journal of Aeronautics 2015 28 11-24 DOI:10.1016/j.cja.2014.12.007
- [28] BARDINA, J.& FERZIGER, J., & REYNOLDS, W. *Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation* 13th Fluid and Plasma Dynamics Conference. 1980 doi:10.2514/6.1980-1357
- [29] READER-HARRIS, M. *Orifice Discharge Coefficient* Orifice Plates and Venturi Tubes 127–186, USA 2015 . doi:10.1007/978-3-319-16880-7_5
- [30] ČSN EN ISO 5167 *Měření průtoku tekutin pomocí snímačů diferenčního tlaku vložených do zcela zaplněného potrubí kruhového průřezu* Český normalizační institut 2003
- [31] CATELLANI, Cristian, & CAZZOLI, Giulio & FALFARI, Stefania & FORTE, Claudio & MARCO BIANCHI, Gian *Large Eddy simulation of a steady flow test bench using OpenFoam* 71st Conference of the Italian Thermal Machines Engineering Association, ATI2016, Turín Itálie 14-16. 9. 2016.

Seznam obrázků, grafů a tabulek

Seznam obrázků

Obrázek 1	Fotografie hlavy válců motoru Škoda 781.136 B	31
Obrázek 2	Výsledný odlitek spalovacího prostoru a kanálu	33
Obrázek 3	Prostředí programu Meshroom znázorňující body vygenerované programem a pozice fotoaparátu při pořizování jednotlivých fotografií	34
Obrázek 4	Náčrt tvaru spalovacího prostoru s ohledem na předlohu	34
Obrázek 5	Extruze částí sacího kanálu	35
Obrázek 6	Odečítání ventilového pouzdra a indentace kanálu pro možnost jeho ukotvení	35
Obrázek 7	Výsledný model, na němž byla prováděna simulace	36
Obrázek 8	Nastavení parametrů výpočetní sítě	36
Obrázek 9	Ukázka vygenerované výpočetní sítě	37
Obrázek 10	Nastavení vstupní okrajové podmínky	37
Obrázek 11	Nastavení výstupní okrajové podmínky	38
Obrázek 12	Nastavení okrajových podmínek na stěnách modelu	38
Obrázek 13	Zobrazení proudnic toku kanálem	39
Obrázek 14	Zobrazení rychlosti proudění v kanálu (řez)	39
Obrázek 15	Schéma měřicí tratě	40
Obrázek 16	Fotografie z ustavení hlavy na měřicí trati z přední strany	41
Obrázek 17	Fotografie z ustavení hlavy na měřicí trati ze zadní strany	41

Seznam grafů

Graf 1:	Zobrazení hodnot hmotnostního toku v závislosti na průběhu simulace	37
Graf 2:	Závislost objemového toku na otevření ventilu	45

Seznam tabulek

Tabulka 1	Koeficienty Beattie–Bridgemanova modelu pro vybrané tekutiny	15
Tabulka 2	Naměřené hodnoty a zpracované výsledky stacionární profukovací zkoušky	45

Seznam použitého SW

- Texmaker
- MiKTeX (\LaTeX)

- Meshroom
- Instant Meshes
- Blender 2.89
- PTC Creo Parametric 4.0
- MS Excel 2020

Seznam příloh

Příloha 1: Sešit MS Excel obsahující výsledky simulací a výstupní graf

Příloha 2: Sešit MS Excel obsahující naměřená data při reálné zkoušce.