

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ
ÚSTAV LETADLOVÉ TECHNIKY



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Porovnání optimalizačních algoritmů pro účely aerodynamiky
Comparison of optimization algorithms for aerodynamics

AUTOR: Bc. Tomáš NAJMAN

STUDIJNÍ PROGRAM: Letectví a kosmonautika

VEDOUCÍ PRÁCE: Ing. Pavel Hospodář

PRAHA 2021

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Najman** Jméno: **Tomáš** Osobní číslo: **466682**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav letadlové techniky**
Studijní program: **Letectví a kosmonautika**
Studijní obor: **Letadlová a kosmická technika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Porovnání optimalizačních algoritmů pro účely aerodynamiky

Název diplomové práce anglicky:

Pokyny pro vypracování:

Bude provedena rešerše optimalizačních technik. Jednotlivé body práce jsou:

- 1) porovnání optimalizačních metod na testovacích funkcích v prostředí Matlab/Octave/SciLab,
- 2) geometrická parametrizace profilu metodou PARSEC
- 3) optimalizace tvaru profilu pro zadanou cílovou funkci s využitím programu Xfoil.

Seznam doporučené literatury:

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Pavel Hospodář, VZLU Praha

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **30.04.2021**

Termín odevzdání diplomové práce: **08.06.2021**

Platnost zadání diplomové práce:


Ing. Pavel Hospodář
podpis vedoucí(ho) práce


Ing. Robert Theiner, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana/ky

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

27. 5. 2021
Datum převzetí zadání

Najman T.
Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně, s použitím pramenů a literatury, které jsou uvedené v seznamu citovaných zdrojů.

V Praze dne:

Podpis:

Anotace

Cílem diplomové práce je sestavení výpočtového programu pro optimalizaci tvaru profilu křídla. První část diplomové práce tvoří rešerše optimalizačních metod včetně metody vytvořené autorem práce. Metody jsou testovány testovacími funkcemi, a jedna z těchto metod je následně použita v optimalizačních výpočtech. Pro optimalizaci tvaru profilu křídla je použita parametrizace PARSEC. Výpočty probíhají v prostředí programu Octave s využitím programu Xfoil.

Klíčová slova

Optimalizace, PARSEC, Xfoil, Octave, MATLAB, profil, optimalizační metody, gradientní metoda, simplexová metoda, Nelder-Meadova metoda, testovací funkce.

Annotation

The goal of this thesis is to create a calculation program for an optimization of an aerofoil's shape. The first part of the thesis is a recherche of optimization methods including one author's method. These methods are tested by some test functions, and then one of the methods is used in the optimizations. In the optimizations, PARSEC parameterization is used. Calculations run in Octave and Xfoil.

Key words

Optimization, PARSEC, Xfoil, Octave, MATLAB, aerofoil, optimization methods, gradient method, simplex method, Nelder-Mead method, test functions.

Poděkování

Děkuji panu Ing. Pavlu Hospodáři za podnětné rady a připomínky, které mi v průběhu diplomového projektu a tvorby této práce poskytoval.

Obsah

Úvod	9
1 Optimalizační metody	10
1.1 Metoda autora	10
1.2 Simplexová metoda	11
1.3 Gradientní metoda	12
1.4 Shrnutí optimalizačních metod	14
2 Testování optimalizačních metod	15
2.1 Účel testování optimalizačních metod	15
2.2 Testovací funkce	15
2.2.1 Boothova funkce	16
2.2.2 Matyasova funkce	17
2.2.3 Sphere funkce	18
2.2.4 Rosenbrockova funkce	19
2.2.5 Three-hump Camel funkce	20
2.3 Podmínky testování optimalizačních metod	21
2.4 Výsledky testování optimalizačních metod	21
2.5 Zhodnocení testování optimalizačních metod	23
3 Parametrizace profilu křídla metodou PARSEC	24
3.1 Převod souřadnic profilu křídla do parametrů PARSEC	24
3.1.1 Výpočet parametru p(1)	25
3.1.2 Výpočet parametru p(2)	25
3.1.3 Výpočet parametru p(3)	25
3.1.4 Výpočet parametru p(4)	26
3.1.5 Výpočet parametru p(5)	27
3.1.6 Výpočet parametru p(6)	27
3.1.7 Výpočet parametru p(7)	27
3.1.8 Výpočet parametru p(8)	28
3.1.9 Výpočet parametru p(9)	29
3.1.10 Výpočet parametru p(10)	29
3.1.11 Výpočet parametru p(11)	29
3.2 Převod parametrů PARSEC do souřadnic profilu křídla	29

4	Program Xfoil.....	30
4.1	Stručný popis programu Xfoil	30
4.2	Vstupní hodnoty pro program Xfoil	31
5	Optimalizace tvaru profilu křídla	32
5.1	Struktura optimalizačního programu	32
5.2	Vstupní hodnoty optimalizačního výpočtu.....	33
5.3	Vstupní tvar profilu křídla	33
5.4	Účelová funkce pro optimalizaci	35
5.5	Omezení hodnot parametrů PARSEC	36
5.6	Výsledky optimalizace tvaru profilu křídla	37
	Závěr.....	40
	Zdroje	41
	Příloha 1 – Testování optimalizačních metod	43
	Příloha 2 – Optimalizace profilu křídla.....	58

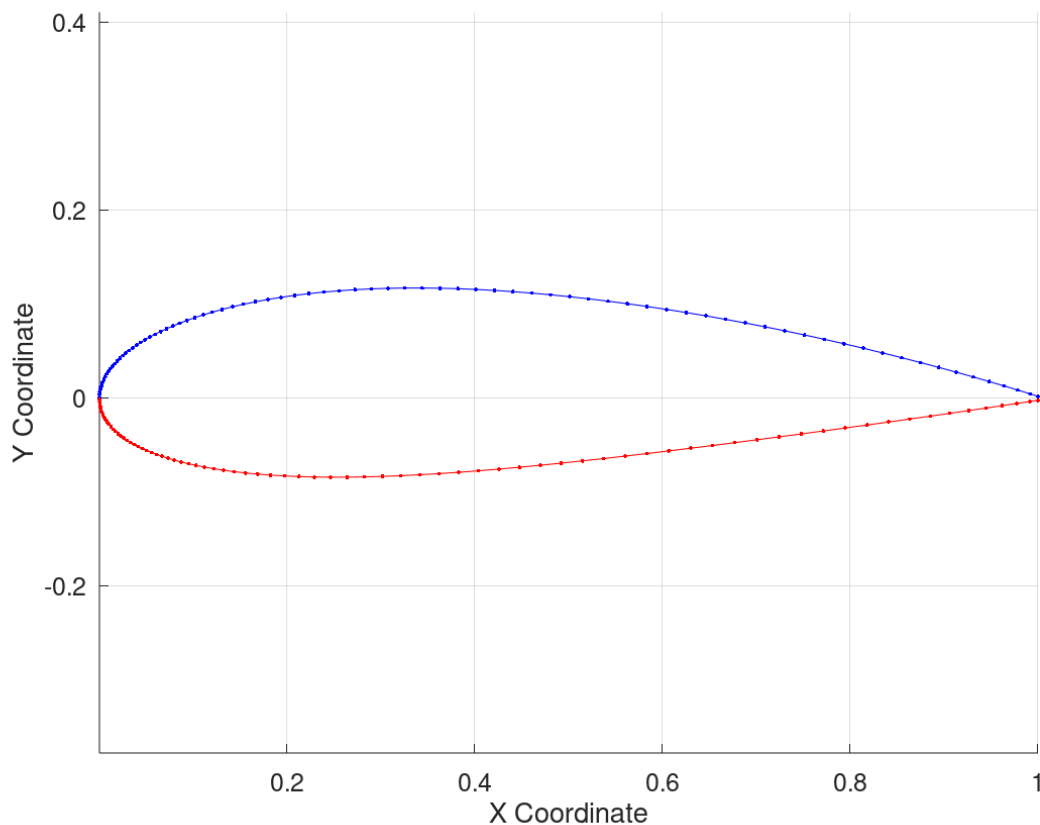
Úvod

V této diplomové práci se autor zaměřil na optimalizaci tvaru profilu křídla. Samotným optimalizačním výpočtům předcházela stručná rešerše některých optimalizačních metod. Uvedené metody byly podrobeny testovacím výpočtům s využitím testovacích funkcí. Do testů byla zařazena i metoda autora, která sloužila zejména k seznámení se autora s problematikou optimalizačních metod a výpočtů.

Cílem zmíněného testování byl výběr jedné z testovaných metod pro optimalizační výpočty, tj. pro optimalizaci tvaru profilu křídla. Zvolená metoda pak byla zařazena do výpočtového optimalizačního programu napsaného v prostředí Octave [10]. Pro určení aerodynamických vlastností počítaných profilů křídel byl použit program Xfoil [11]. V optimalizačních výpočtech byl použit převod souřadnic profilu křídla do parametrů PARSEC, podle kterých byl tvar profilu křídla optimalizován.

Výsledkem optimalizace byl tvar profilu křídla optimalizovaný podle zadané cílové funkce (v práci nazývané jako účelová), vstupních podmínek a omezujících kritérií.

Některá schémata uvedená v této práci byla vytvořena CAD programem pro 2D kreslení QCAD [12]. Všechny výpočty probíhaly na notebooku pouze s využitím vlastního hardware.



Obr. 1 – Vstupní profil NACA 2520 jednoho z optimalizačních výpočtů. Obrázek Octave.

1 Optimalizační metody

V této kapitole je uveden přehled optimalizačních metod, jež byly testovány podle metodiky popsané v následující části práce. Cílem bylo nalézt vhodnou optimalizační metodu pro optimalizaci tvaru profilu křídla. V diplomovém projektu byly zahrnuty tyto optimalizační metody:

- Metoda autora.
- Simplexová metoda (Nelder-Meadova metoda).
- Gradientní metoda.

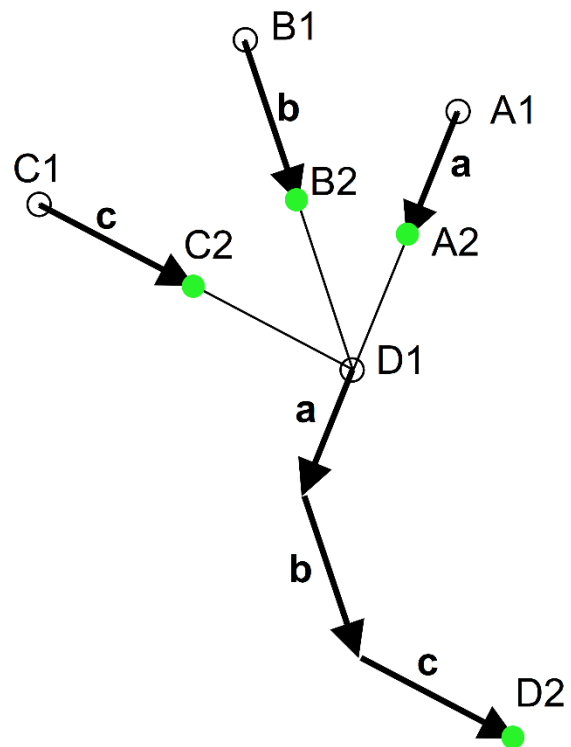
Výše uvedené metody jsou stručně popsány v následujících podkapitolách.

1.1 Metoda autora

Optimalizační metoda sestavená autorem v rámci diplomové práce sloužila zejména k seznámení se autora s problematikou optimalizačních metod. Pro praktické použití této metody by byl nutný její důkladnější vývoj, což však přesahuje rámec této práce.

Uvedená metoda byla inspirována animacemi genetických algoritmů, ve kterých se body zdánlivě pohybují směrem k extrému funkce (přestože se nejedná o pohyb bodů, ale o sestavení nové generace bodů). Metoda autora je proto založena na vektorech posunutí, jimiž je definován pohyb bodů v definičním oboru zadané funkce. Pro přehlednost je postup uvedené optimalizační metody popsán v očíslovaném seznamu a znázorněn na obr. 2:

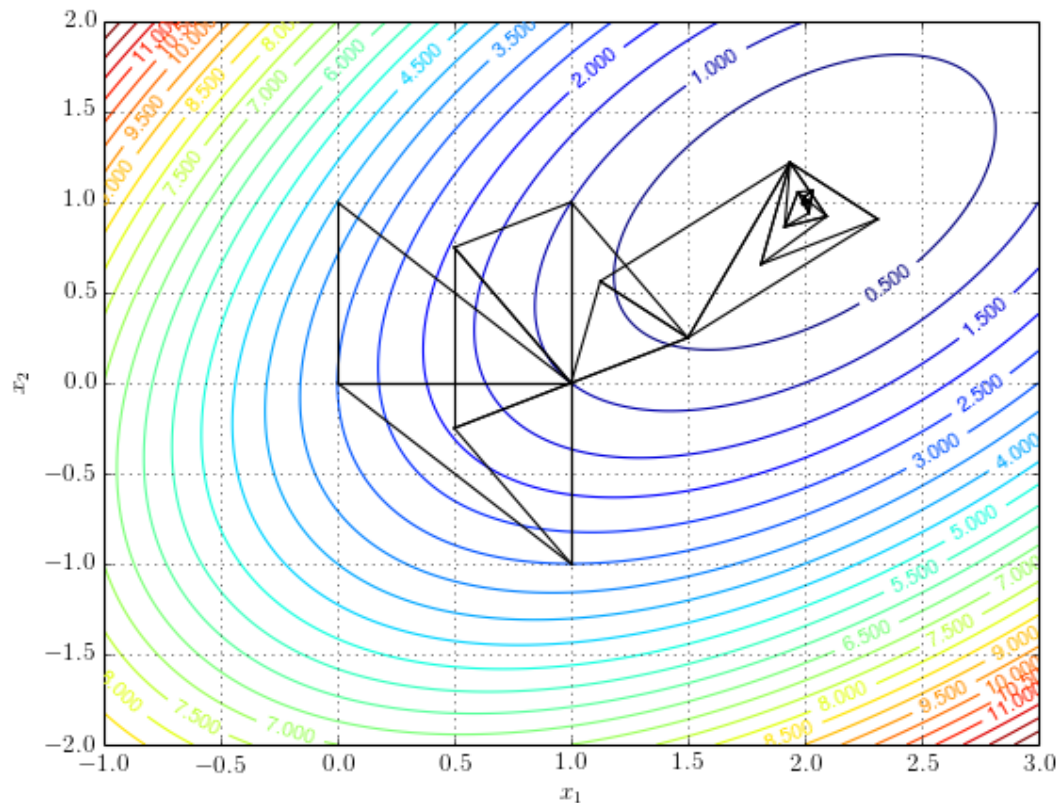
- 1) Uvnitř definičního oboru zadané funkce jsou náhodně zvoleny 4 body (A1, B1, C1 a D1).
- 2) V každém ze zvolených bodů je vypočítána funkční hodnota.
- 3) Funkční hodnoty ve zvolených bodech jsou mezi sebou porovnány, přičemž se stanovuje, ve kterém bodě nabývá zadaná funkce extrémní hodnoty (dále je tento bod nazýván jako extrémní bod; zde se jedná o bod D1).
- 4) K nalezenému extrémnímu bodu jsou posunuty všechny zbylé body o vektory posunutí **a**, **b**, **c**. Vektory posunutí jsou vůči vzdálenostem extrémního bodu a zbylých bodů poloviční např. $|\mathbf{a}| = 0,5 \cdot |\mathbf{A1D1}|$.
- 5) Extrémní bod se posune o vektorový součet vektorů posunutí zbylých bodů, tj. $\mathbf{d} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$.
- 6) Všechny body jsou v nových polohách (A2, B2, C2, D2) a cyklus se opakuje od odrážky č. 2.



Obr. 2 - Schéma optimalizační metody autora práce. Obrázek autora.

1.2 Simplexová metoda

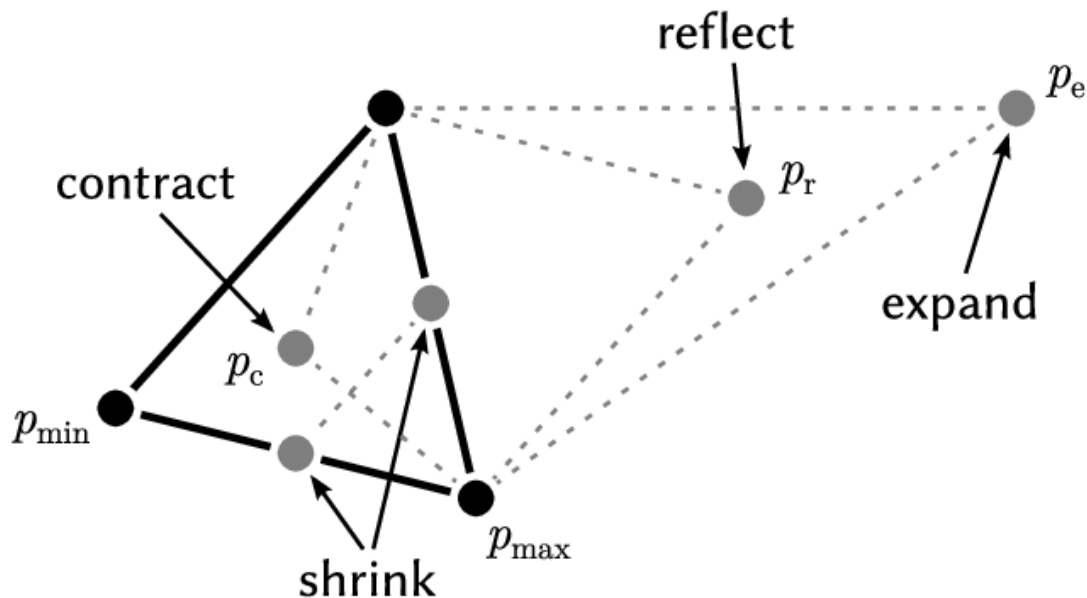
Simplexová metoda je založena na vytvoření simplexů, jejichž vrcholy jsou body v definičním oboru funkce. V rámci projektu byla použita simplexová metoda nesoucí název po svých tvůrcích Nelder-Meadova (viz obr. 3), někdy označována jako tzv. flexibilní simplexová metoda [1].



Obr. 3 - Princip Nelder-Meadovy simplexové metody při hledání extrému funkce pro 2 nezávisle proměnné. Obrázek [5].

Na počátku optimalizace je zvolen vstupní simplex (v případě funkce pro 2 nezávisle proměnné je volen trojúhelník, v případě 3 nezávisle proměnných čtyřstěn atd.), jehož vrcholy jsou vzájemně porovnávány. Z tohoto srovnání bodů simplexu je odvozeno, jak se simplex před následující iterací zdeformuje. Uvažovány jsou tyto možnosti:

- Převrácení simplexu (anglicky *reflect*), kdy se převrací v případě hledání maxima bod s minimální nalezenou funkční hodnotou (na obr. 4 se bod p_{\min} převrací do bodu p_r).
- Převrácení a zvětšení simplexu (anglicky *expand*); opět od původního minimálního bodu. Bod p_{\min} přechází do bodu p_e .
- Kontrakce (anglicky *contract*), tzn. zmenšení vzdálenosti jednoho bodu od protější strany, tj. výšky trojúhelníku v případě dvourozměrného simplexu. Na obr. 4 přechází bod p_{\min} do bodu p_c .
- Zmenšení simplexu (anglicky *shrink*). Maximální nalezený bod (v případě hledání maxima) zůstává na místě, a simplex se zmenší posunem všech ostatních bodů k tomuto bodu (na obr. 4 k bodu p_{\max}).



Obr. 4 – Deformace simplexu v případě dvou nezávisle proměnných. Obrázek [6].

V případě uvedeném na obr. 4 je požadavkem nalézt maximum funkce pro dvě nezávisle proměnné. Pokud po převrácení, zvětšení, ani kontrakci simplexu nebude nalezen bod s větší funkční hodnotou než bod p_{\max} , zmenší se simplex k tomuto bodu.

Deformacemi simplexu (viz obr. 4) se Nelder-Meadova simplexová metoda odlišuje od původní simplexové metody, v které je použit konstantní krok [1].

Iterování simplexové metody může být ukončeno (stejně jako v případě gradientní metody) jejím divergováním, splněním kritéria rozdílu dvou posledních nalezených funkčních hodnot nebo splněním kritéria velikosti simplexu.

1.3 Gradientní metoda

Gradientní metoda, jiným názvem metoda největšího spádu, spočívá v určení parciálních derivací v daném bodě, z nichž je vyvozena poloha nového bodu v následující iteraci.

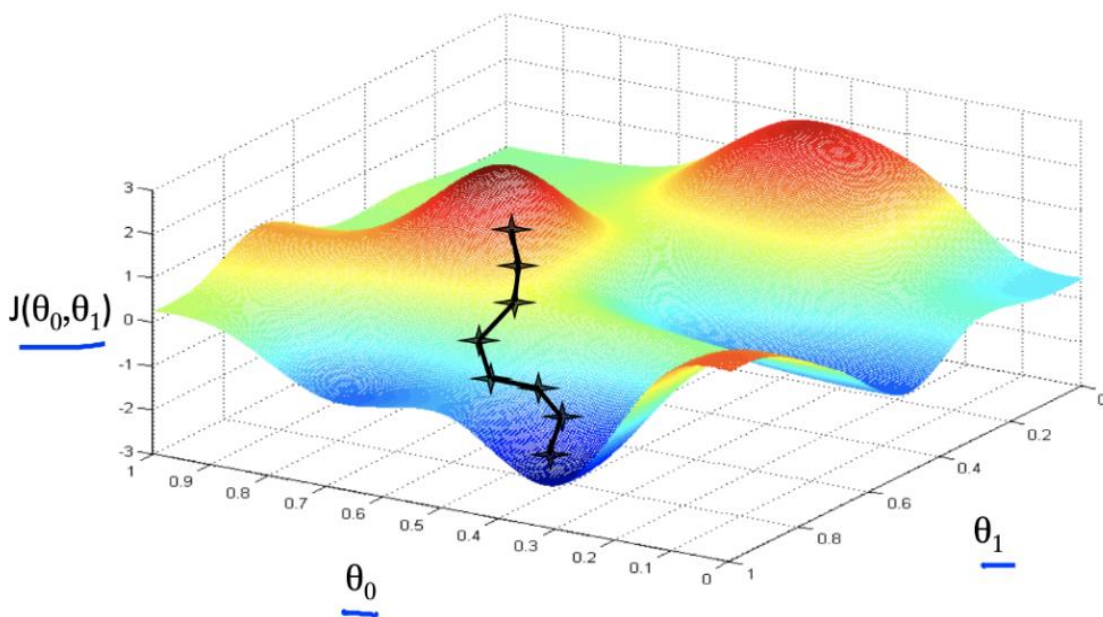
Gradient descent algorithm

```
repeat until convergence {
   $\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta_0, \theta_1)$ 
  (for  $j = 1$  and  $j = 0$ )
}
```

Obr. 5 - Matematický zápis zjednodušené gradientní metody. Obrázek [9].

V zjednodušené gradientní metodě (viz obr. 5) je při každé nové iteraci spočítán gradient funkce v daném bodě. Směr gradientu určuje směr, ve kterém je zvolen nový bod, velikost gradientu určuje velikost kroku ze stávajícího do nového bodu. Proto má také gradientní metoda tendenci zpomalovat postup (konvergování) v okolí lokálního extrému, kde se velikost gradientu blíží nule.

Existuje i jiná možnost volby velikosti kroku. Je možno zvolit konstantní velikost kroku, která je při každé iteraci ze zadané hodnoty zmenšována na polovinu, dokud není nalezen ve směru záporného gradientu¹ bod s nižší funkční hodnotou než bod stávající (viz [2]).



Obr. 6 - Gradientní metoda při hledání minima funkce pro 2 nezávisle proměnné. Obrázek [7].

Z obr. 6 je patrné, že u tvarově složitějších funkcí s více lokálními extrémy závisí výsledek nalezený gradientní metodou na volbě počátečního bodu.

Výpočet gradientní metody může být ukončen opuštěním definičního oboru funkce (např. při divergenci gradientní metody), splněním kritéria pro velikost gradientu nebo splněním kritéria pro rozdíl dvou posledních zjištěných funkčních hodnot.

$$g(x) = \nabla f(x) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^T +$$

Obr. 7 - Varianty zápisu gradientu funkce. Místo označení $g(x)$ se také používá zápis $\text{grad}(x)$. Obrázek [8].

¹ Toto platí v případě hledání minima.

V [2] je uvedeno, že gradientní metoda může zkolabovat při hledání extrému např. Rosenbrockovy funkce (viz kapitola 2.2.4 *Rosenbrockova funkce*), která při grafickém znázornění pro 2 nezávisle proměnné vykazuje v širokém okolí globálního minima rozlehlou a zakřivenou oblast s relativně nízkými absolutními hodnotami parciálních derivací (tj. plochu s nevýrazným spádem).

Výše uvedený případ byl v této práci řešen pro 2 i 3 nezávisle proměnné², přičemž v obou případech gradientní metoda divergovala a opustila zadaný definiční obor Rosenbrockovy funkce (viz *Příloha 1 – Testování optimalizačních metod*).

Gradientní metodu je možno rozšířit o výpočet Hessovy matice (viz obr. 8), která reflektuje i konvexnost nebo konkávnost funkce v daném bodě, resp. dokáže odlišit sedlový bod funkce od extrému.

$$H(f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

Obr. 8 - Hessova matice. Obrázek [8].

Pro snazší a rychlejší výpočty byla pro testování optimalizačních metod v této práci zvolena prvně zmíněná verze gradientní metody, tj. bez výpočtu Hessovy matice. V použité gradientní metodě byla velikost kroku odvozena od velikosti gradientu. Kritériem pro ukončení výpočtů při testování optimalizačních metod bylo kritérium požadovaného rozdílu dvou posledních zjištěných funkčních hodnot (viz dále).

1.4 Shrnutí optimalizačních metod

K testování byly vybrány tři optimalizační metody. První metoda je metodou autora, která vznikla v rámci diplomového projektu, a která sloužila k seznámení se s problematikou této práce. Druhou metodou je metoda simplexová (jedná se o pokročilou flexibilní variantu Nelder-Meadovu). Poslední metodou testovanou v této práci je metoda gradientní (zjednodušená varianta bez Hessovy matice).

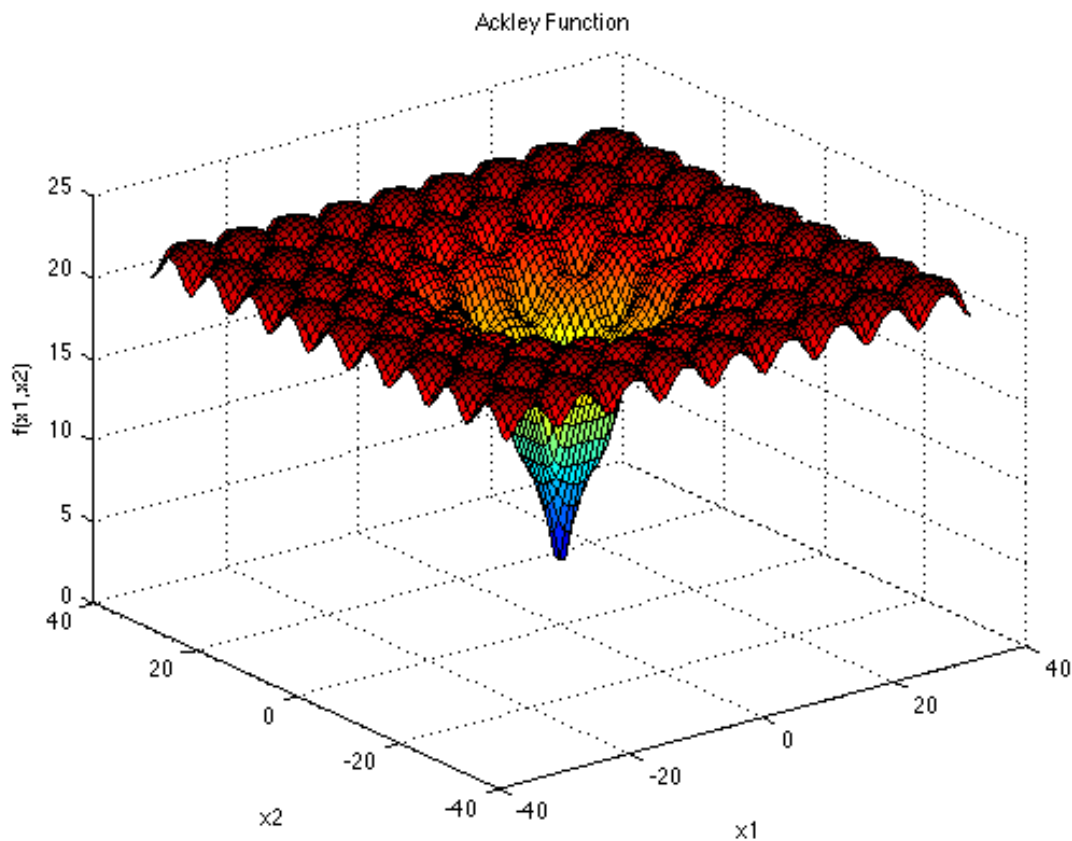
² Některé funkce byly řešeny i pro 4 a 5 nezávisle proměnných, jak je uvedeno dále.

2 Testování optimalizačních metod

2.1 Účel testování optimalizačních metod

Cílem testování uvedených optimalizačních metod bylo nalézt vhodnou optimalizační metodu pro optimalizaci tvaru profilu křídla. Změna parametrů profilu způsobuje zpravidla plynulou změnu vlastností profilu (např. změna součinitele vztlaku na konstantním úhlu náběhu závislá na změně maximální tloušťky profilu). Z tohoto důvodu byly optimalizační metody testovány na testovacích funkcích s plynulým průběhem, jak ukazují obrázky testovacích funkcí (obr. 10 až obr. 14).

Na obr. 9 je příklad komplikované testovací funkce. Vzhledem k předpokládaným plynulým a jednoduchým změnám aerodynamických charakteristik profilu křídla při změně geometrických paramterů profilu křídla jsou v této práci optimalizační metody testovány na tvarově jednodušších funkcích, jak je uvedeno dále.



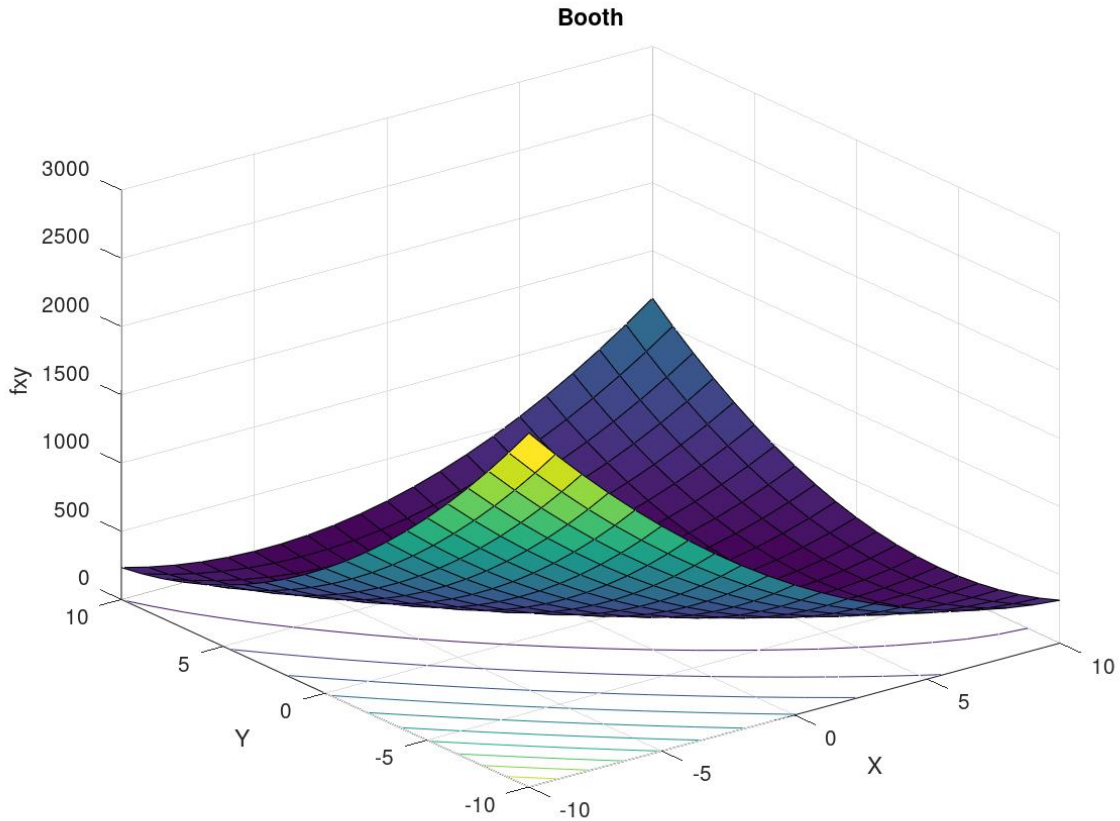
Obr. 9 - Příklad komplikované funkce pro testování optimalizačních algoritmů. Obrázek [3].

2.2 Testovací funkce

Pro testování výše uvedených optimalizačních metod byly sestaveny testovací funkce pro 2, 3, 4 a 5 nezávisle proměnných. V následujících podkapitolách jsou uvedeny obrázky znázorňující grafické vyjádření testovacích funkcí pro 2 nezávisle proměnné. Vzhledem k tomu, že optimalizační metody byly testovány i pro 3, 4 a 5 nezávisle proměnných, bylo nutné sestavit testovací funkce i pro odpovídající počet nezávisle proměnných. Souřadnice bodů funkcí pro 5 nezávisle proměnných mají značení $[x, y, z, v, w]$.

2.2.1 Boothova funkce

Boothova testovací funkce je uváděna [3] pouze pro 2 nezávisle proměnné (2.1a), proto autor této práce provedl vlastní rozšíření Boothovy funkce pro více nezávisle proměnných. Graf Boothovy funkce pro 2 nezávisle proměnné je znázorněn na obr. 10.



Obr. 10 - Graf Boothovy funkce pro 2 nezávisle proměnné. Obrázek Octave.

Dále jsou uvedeny tvary Boothovy funkce pro 2, 3, 4 a 5 nezávisle proměnných:

$$f(x, y) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2 . \quad (2.1a)$$

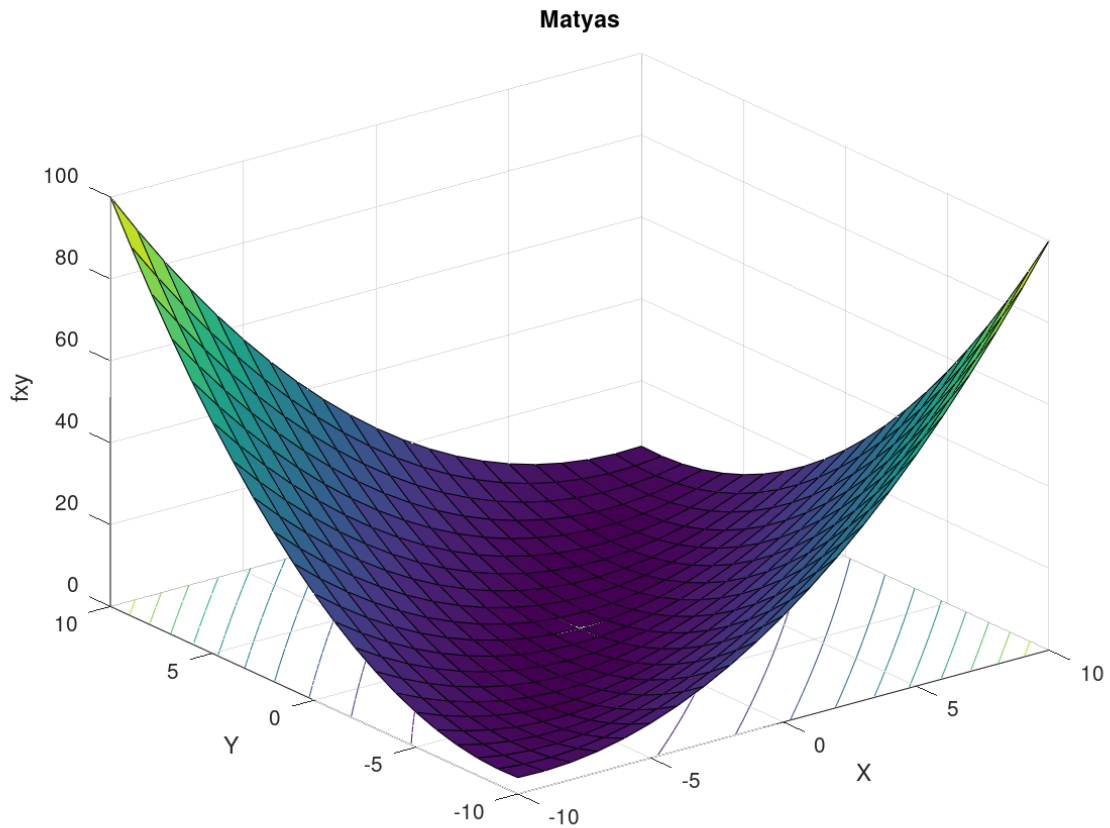
$$f(x, y, z) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2 + (x + 2z - 7)^2 . \quad (2.1b)$$

$$f(x, y, z, v) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2 + (x + 2z - 7)^2 + (2x + v - 5)^2 . \quad (2.1c)$$

$$f(x, y, z, v, w) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2 + (x + 2z - 7)^2 + \\ + (2x + v - 5)^2 + (2y + w - 5)^2 . \quad (2.1d)$$

2.2.2 Matyasova funkce

Matyasova testovací funkce je uváděna [3] pouze pro 2 nezávisle proměnné (2.1a), proto autor této práce opět provedl vlastní rozšíření Matyasovy funkce i pro 3 nezávisle proměnné. Graf Matyasovy funkce pro 2 nezávisle proměnné je znázorněn na obr. 11.



Obr. 11 - Graf Matyasovy funkce pro 2 nezávisle proměnné. Obrázek Octave.

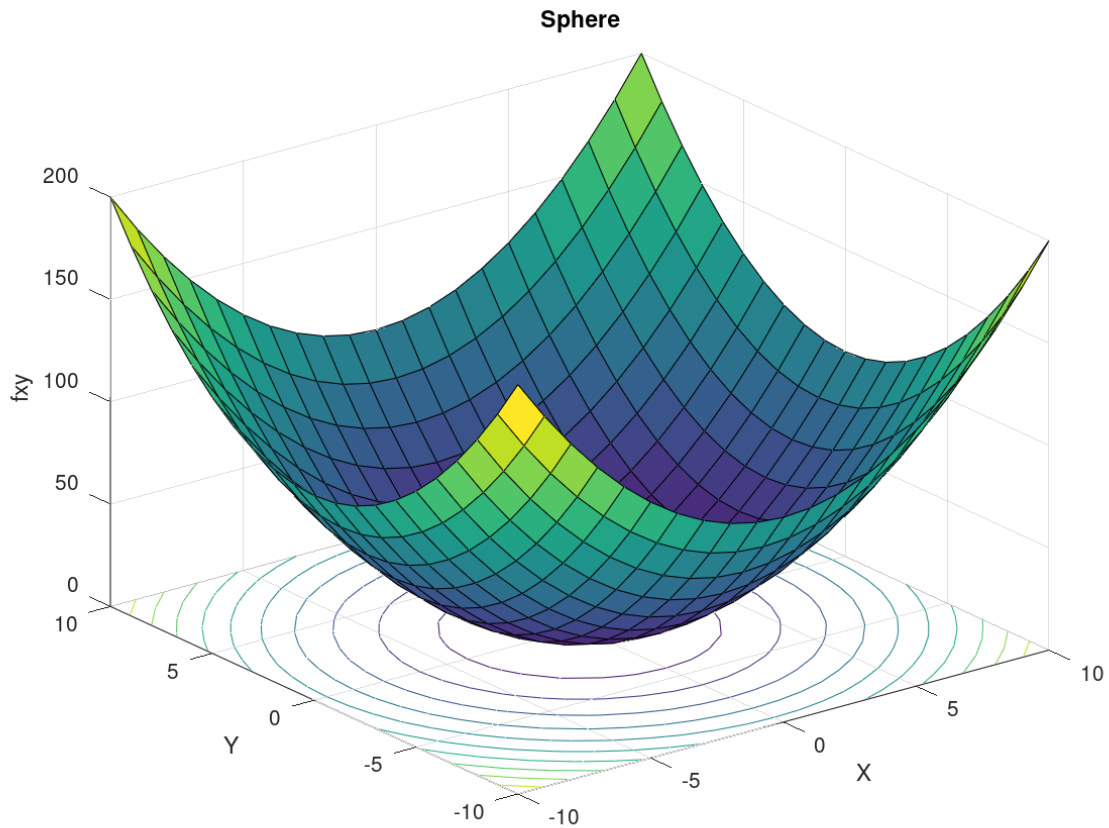
Dále jsou uvedeny tvary Matyasovy funkce pro 2 a 3 nezávisle proměnné:

$$f(x, y) = 0,26 \cdot (x^2 + y^2) - 0,48 \cdot xy . \quad (2.2a)$$

$$f(x, y, z) = 0,26 \cdot (x^2 + y^2) - 0,48 \cdot xy + 0,26 \cdot (x^2 + z^2) . \quad (2.2b)$$

2.2.3 Sphere funkce

Sférická funkce je uváděna [3] v sumačním zápisu, jak znázorňuje vztah (2.3.0). Následující funkce (2.3a) až (2.3d) jsou zápisem prvně uvedeného vztahu postupně pro nezávisle proměnné x, y, z, v, w . Graf sférické funkce pro 2 nezávisle proměnné je znázorněn na obr. 12.



Obr. 12 - Graf sférické funkce pro 2 nezávisle proměnné. Obrázek Octave.

Vztah (2.3.0) znázorňuje obecný zápis sférické funkce sumou:

$$f(x) = \sum_{i=1}^d x_i^2 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, d \quad . \quad (2.3.0)$$

Dále jsou uvedeny tvary sférické funkce pro 2, 3, 4 a 5 nezávisle proměnných:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 \quad . \quad (2.3a)$$

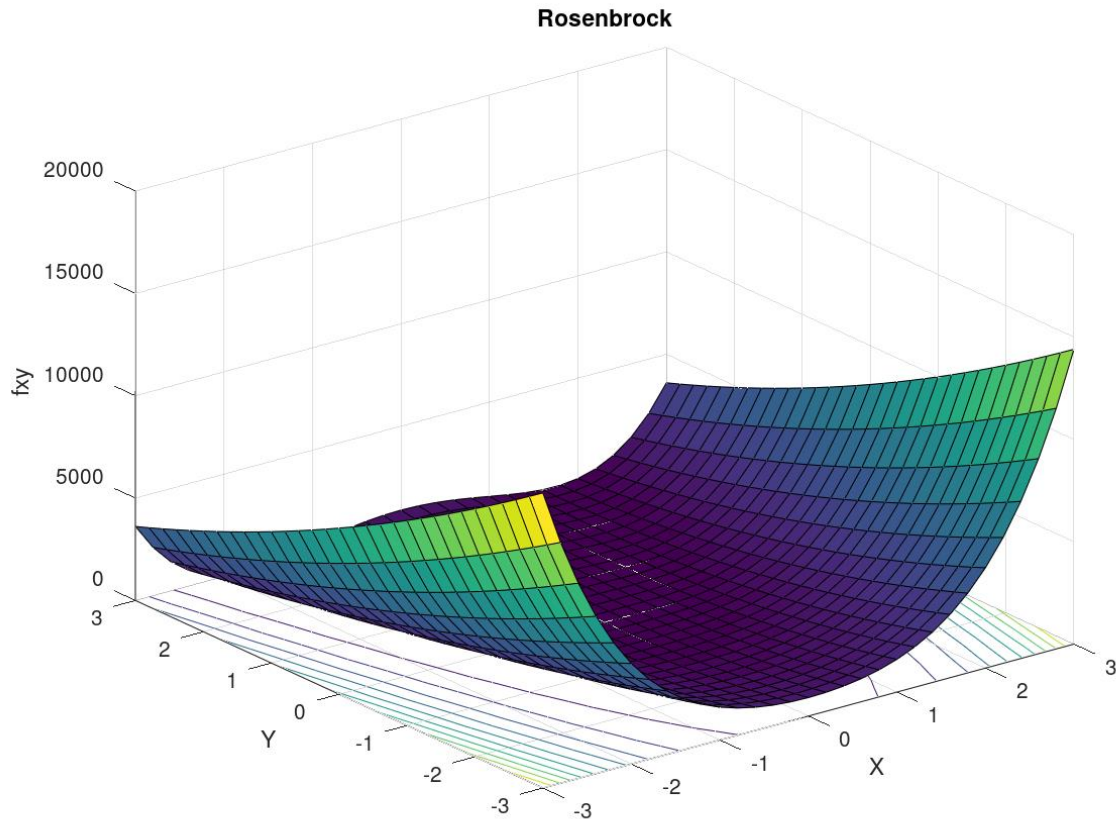
$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 \quad . \quad (2.3b)$$

$$f(x, y, z, v) = x^2 + y^2 + z^2 + v^2 \quad . \quad (2.3c)$$

$$f(x, y, z, v, w) = x^2 + y^2 + z^2 + v^2 + w^2 \quad . \quad (2.3d)$$

2.2.4 Rosenbrockova funkce

Rosenbrockova funkce je uváděna [3] v sumačním zápisu, jak ukazuje vztah (2.4.0). Následující vztahy (2.4a) a (2.4b) jsou vyjádřením této funkce pro nezávisle proměnné x, y, z . Graf Rosenbrockovy funkce pro 2 nezávisle proměnné je znázorněn na obr. 13.



Obr. 13 - Graf Rosenbrockovy funkce pro 2 nezávisle proměnné. Obrázek Octave.

Vztah (2.3.0) znázorňuje obecný zápis Rosenbrockovy funkce sumou:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{d-1} 100 \cdot (x_{i-1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2, \quad i = 1, 2, \dots, d. \quad (2.4.0)$$

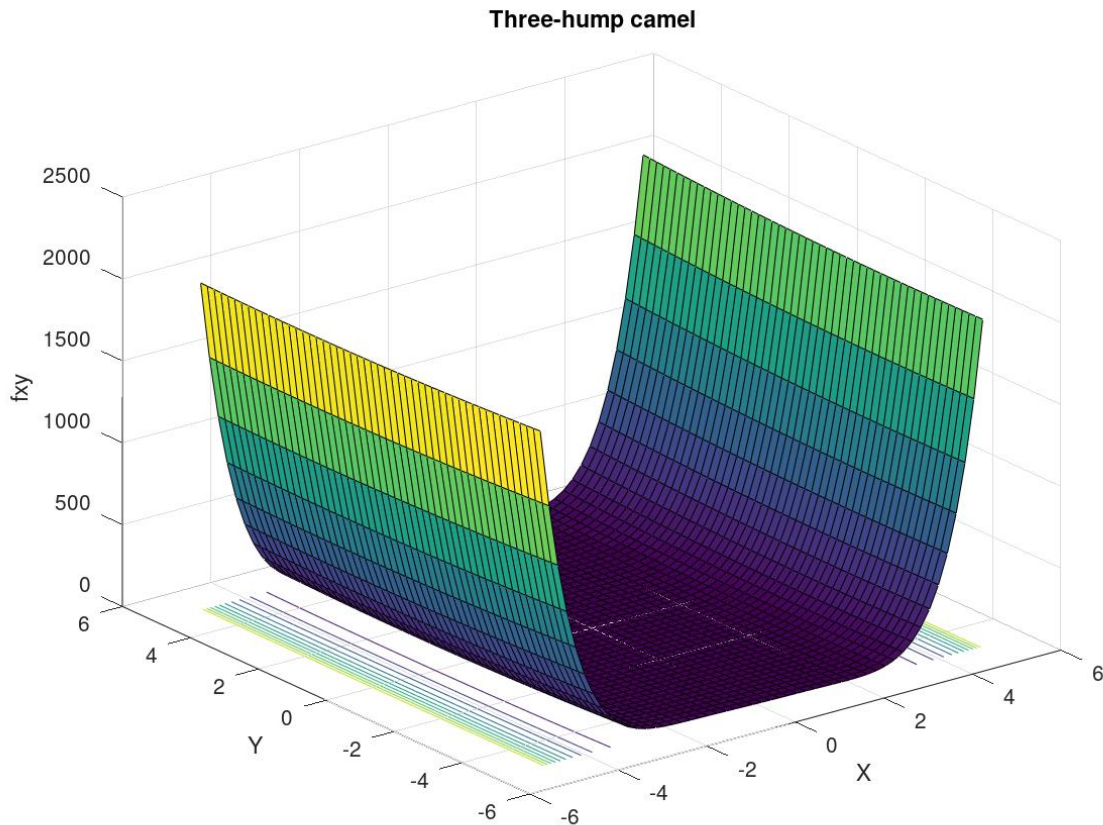
Dále jsou uvedeny tvary Rosenbrockovy funkce pro 2 a 3 nezávisle proměnné:

$$f(x, y) = 100 \cdot (y - x^2)^2 + (1 - x)^2. \quad (2.4a)$$

$$f(x, y, z) = 100 \cdot (y - x^2)^2 + (1 - x)^2 + 100 \cdot (z - y^2)^2 + (1 - y)^2. \quad (2.4b)$$

2.2.5 Three-hump Camel funkce

Funkce Three-hump Camel je uváděna [3] pouze pro 2 nezávisle proměnné. Testovací funkce Three-hump Camel pro 3 nezávisle proměnné byla sestavena autorem. Graf Three-hump Camel funkce pro 2 nezávisle proměnné je znázorněn na obr. 14.



Obr. 14 - Graf funkce Three-hump Camel pro 2 nezávisle proměnné. Obrázek Octave.

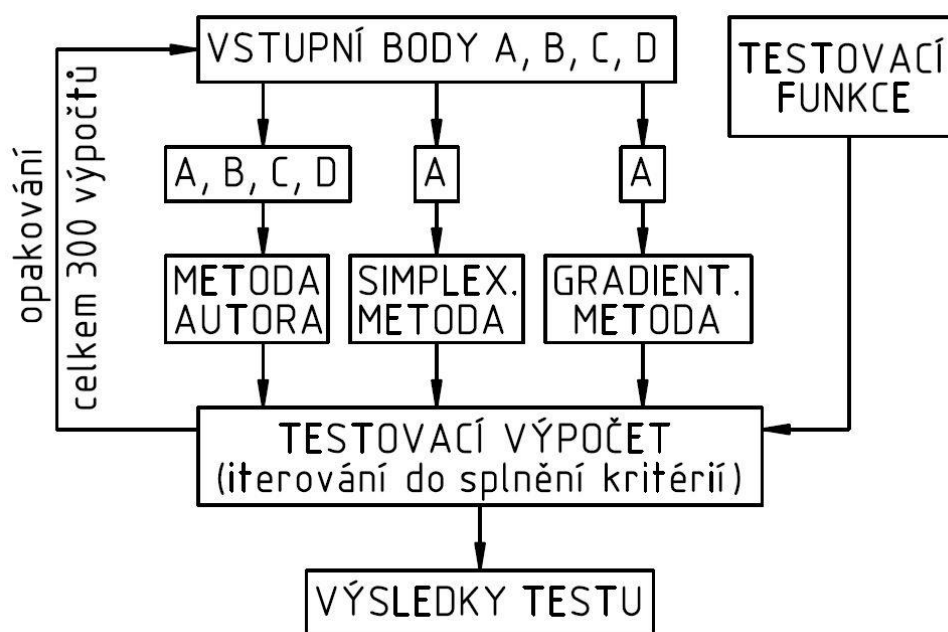
Dále jsou uvedeny tvary Three-hump Camel funkce pro 2 a 3 nezávisle proměnné:

$$f(x, y) = 2 \cdot x^2 - 1,05 \cdot x^4 + \frac{1}{6} \cdot x^6 + xy + y^2 . \quad (2.5a)$$

$$f(x, y, z) = 2 \cdot x^2 - 1,05 \cdot x^4 + \frac{1}{6} \cdot x^6 + xy + y^2 + yz + z^2 . \quad (2.5b)$$

2.3 Podmínky testování optimalizačních metod

Pro zachování objektivnosti testování optimalizačních metod byly dodrženy vstupní parametry a způsob zpracování výpočtů, které byly shodné při testování všech dříve uvedených metod i všech uvedených testovacích funkcí. Testování optimalizačních metod probíhalo v prostředí programu Octave. Způsob testování optimalizačních metod je znázorněn na obr. 15.



Obr. 15 - Schéma výpočtů testování optimalizačních metod. Obrázek autora.

Testovací výpočty proběhly podle těchto podmínek:

- Každá optimalizační metoda byla testována 300krát každou funkcí pro daný počet nezávisle proměnných.
- Souřadnice výchozích bodů byly voleny náhodně funkcí RAND.
- Byly voleny vždy 4 body (nutný počet vstupních bodů pro optimalizační metodu autora).
- Vždy první zvolený bod (bod A) byl použit jako vstupní i pro gradientní a simplexovou optimalizační metodu.
- Tento postup (volba náhodných bodů) byl 300krát zopakován, tj. tyto náhodně zvolené vstupní body byly každou metodou použity pouze jednou.
- Výpočet (iterování) byl ukončen vždy, když rozdíl dvou posledních nalezených funkčních hodnot byl menší než $2e-3$.
- Pokud byl při výpočtu opuštěn definiční obor funkce, byl výpočet ukončen a výsledek (nalezená funkční hodnota testovací funkce) označen jako NaN, tj. není číslo.
- Směrodatná odchylka byla odvozena z normálního rozložení hustoty pravděpodobnosti.

2.4 Výsledky testování optimalizačních metod

Pro názornost jsou v této kapitole číselně i graficky znázorněny výsledky testování všech tří optimalizačních metod Boothovou testovací funkcí pro 2 nezávisle proměnné. **Všechny výsledky testovacích výpočtů jsou uvedeny v Příloze 1 – Testování optimalizačních metod.**

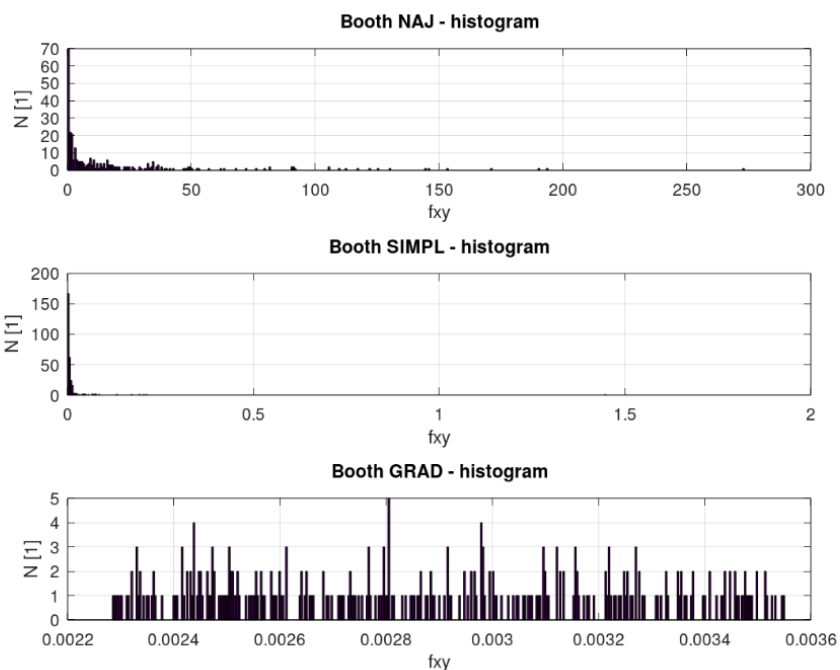
Následující tabulka uvádí značení veličin použitých při zápisu výsledků testů optimalizačních metod:

Značka	Význam značky
f_{\min}	globální minimum testovací funkce
F	průměrná nalezená funkční hodnota testovací funkce
S	směrodatná odchylka testovacích výpočtů
Iterace	průměrný počet iterací do ukončení jednoho výpočtu
CPU	průměrný strojní čas do ukončení jednoho výpočtu
NAJ	značení metody autora
GRAD	značení gradientní metody
SIMPL	značení simplexové metody

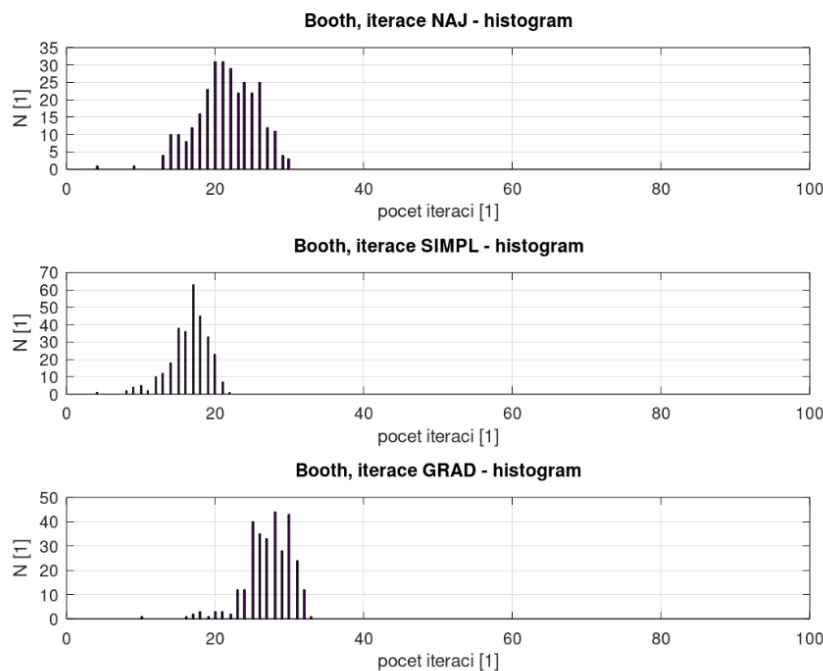
Tabulka uvedená níže uvádí výsledky testu optimalizačních metod při testování metod Boothovou funkcí pro 2 nezávisle proměnné:

Booth	2 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	16,7	31,9	21,0	1,26e-2
Simplexová metoda	1,63e-2	6,77e-2	16,6	1,85e-2
Gradientní metoda	2,87e-3	0,38e-3	27,1	6,25e-3

Následující obrázky znázorňují výsledky testovacích výpočtů sadami histogramů. V prvním případě (obr. 16) se jedná o histogramy nalezených funkčních hodnot (při hledání globálního minima testovací funkce), v druhém případě (obr. 17) jsou uvedeny histogramy uvádějící rozložení počtu iterací testovacích výpočtů.



Obr. 16 - Histogramy výsledných funkčních hodnot Boothovy testovací funkce po 300 výpočtech každou ze zvolených metod. Obrázek Octave.



Obr. 17 - Histogram počtu iterací pro výše uvedené testovací výpočty optimalizačních metod. Obrázek Octave.

2.5 Zhodnocení testování optimalizačních metod

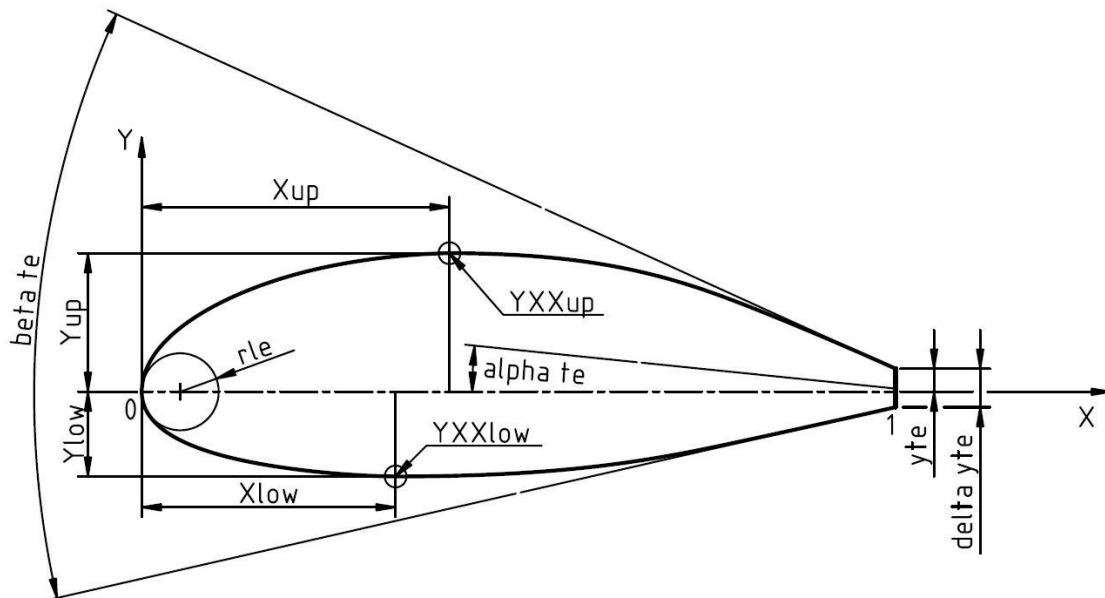
Z testovacích výpočtů optimalizačních metod, jejichž podrobně popsání podmínky a výsledky jsou popsány v *Příloze 1 – Testování optimalizačních metod*, je možno vyvodit následující závěry:

- Metoda autora není pro optimalizační výpočty využitelná. Sloužila pouze pro seznámení se autora práce s problematikou optimalizace. Pro použití této metody v optimalizačních výpočtech by byl nutný její detailnější vývoj.
- Gradientní metoda je rychlá a spolehlivá i při hledání extrému funkce s 3 a více nezávisle proměnnými, ale pouze v případě tvarově velmi jednoduché funkce (např. funkce sféry). Při hledání extrému tvarově složitějších funkcí (Booth, Rosenbrock) gradientní metoda diverguje během několika málo iterací ve všech výpočtech nebo v jejich nezanedbatelném množství.
- Simplexová metoda je pomalejší a méně přesná metoda oproti gradientní metodě v případech hledání extrému tvarově jednodušších funkcí.
- Předpokládá se, že ač může být účelová funkce zapsána ve tvaru jednoduché funkce (např. sférické), obsahuje proměnné (aerodynamické parametry profilu křídla vycházející z výpočtů v programu Xfoil), které nelineárně závisí na nezávisle proměnných veličinách, což jsou parametry PARSEC.

Z výše uvedených důvodů byla pro optimalizační výpočty (tj. pro optimalizaci tvaru profilu křídla) zvolena simplexová metoda.

3 Parametrizace profilu křídla metodou PARSEC

Pro optimalizační výpočty bylo nutné převést souřadnice profilu do parametrů PARSEC. Jedná se o 11 parametrů, které jednoznačně definují geometrii profilu křídla, a podle kterých lze tvar profilu křídla optimalizovat. Parametry PARSEC jsou relativně vyjádřené rozměry profilu křídla vůči jednotkové hloubce profilu křídla (vyjma úhlů, které jsou udávány v obloukové míře, tj. v radiánech). Jednotlivé parametry PARSEC jsou znázorněny na obr. 18 a definovány v následující tabulce:



Obr. 18 - Parametry PARSEC znázorněny v ilustrativním profilu křídla. Tětiva profilu znázorněná čerchovanou čarou je úsečkou na ose X od bodu [0, 0] do bodu [1, 0]. Obrázek autora.

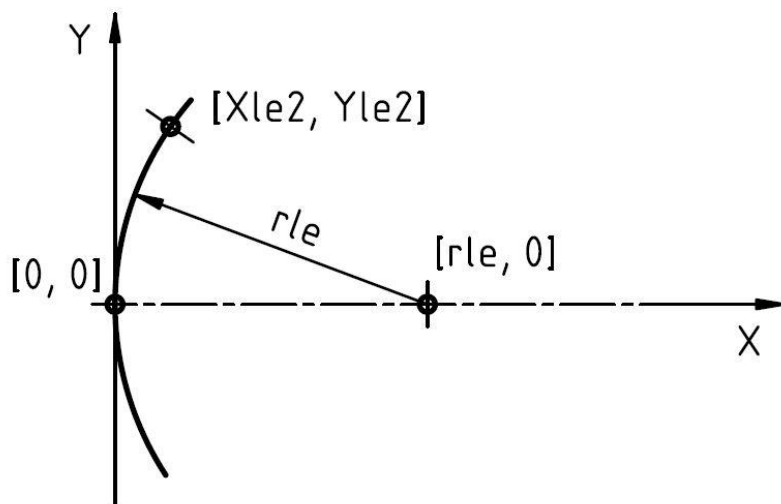
Parametr	Značka	Popis
p(1)	r_{le}	poloměr náběžné hrany profilu
p(2)	X_{up}	poloha maximální tloušťky horní části profilu
p(3)	Y_{up}	maximální tloušťka horní části profilu
p(4)	Y_{XXup}	prohnutí horní části profilu v poloze X_{up}
p(5)	X_{low}	poloha maximální tloušťky dolní části profilu
p(6)	Y_{low}	maximální tloušťka dolní části profilu
p(7)	Y_{XXlow}	prohnutí dolní části profilu v poloze X_{low}
p(8)	y_{te}	poloha horního bodu odtokové hrany
p(9)	Δy_{te}	tloušťka odtokové hrany
p(10)	β_{te}	úhel odtokové hrany
p(11)	α_{te}	úhel osy odtokové hrany

3.1 Převod souřadnic profilu křídla do parametrů PARSEC

Vzhledem k tomu, že optimalizace tvaru profilu křídla probíhaly změnami parametrů PARSEC, bylo nutné sestavit program pro převedení souřadnic profilu křídla do těchto parametrů. Matematické vztahy určené pro převod souřadnic profilu křídla do parametrů PARSEC jsou uvedeny v následujících podkapitolách.

3.1.1 Výpočet parametru p(1)

Parametr PARSEC č. 1 je poloměr náběžné hrany r_{1e} . Jeho hodnotu lze určit podle souřadnic druhého bodu směrem od náběžné hrany (možno vybrat bod horní nebo dolní strany profilu). Vztah pro výpočet poloměru náběžné hrany (3.1) je odvozen z předpokladu, že střed části kružnice aproximující náběžnou hranu má nulovou y-ovou souřadnici, jak je znázorněno na obr. 19.



Obr. 19 - Znázornění druhého bodu od náběžné hrany, resp. prvního bodu od náběžné hrany s nenulovými souřadnicemi. Obrázek autora.

Následuje vztah pro výpočet poloměru náběžné hrany r_{1e} :

$$\begin{aligned} (X_{1e2} - r_{1e})^2 + Y_{1e2}^2 &= r_{1e}^2, \\ X_{1e2}^2 - 2 \cdot X_{1e2} \cdot r_{1e} + r_{1e}^2 + Y_{1e2}^2 &= r_{1e}^2, \\ r_{1e} &= \frac{X_{1e2}^2 + Y_{1e2}^2}{2 \cdot X_{1e2}}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

3.1.2 Výpočet parametru p(2)

Parametr PARSEC č. 2 je x-ová souřadnice bodu horní strany profilu s maximální y-ovou souřadnicí (viz obr. 18). Tento parametru je označen jako X_{up} . Matematický postup zjištění tohoto parametru je vyjádřen vztahem (3.2).

$$X_{up}: X_{up} \in [X_{up}, Y_{up}], Y_{up} = \max(Y). \quad (3.2)$$

3.1.3 Výpočet parametru p(3)

Parametr PARSEC č. 3 je y-ová souřadnice bodu horní strany profilu s maximální y-ovou souřadnicí Y_{up} , jinými slovy tloušťka horní strany profilu křídla měřená od tělavy profilu křídla (viz obr. 18). Matematický postup pro zjištění tohoto parametru je shodný s předchozím výrazem.

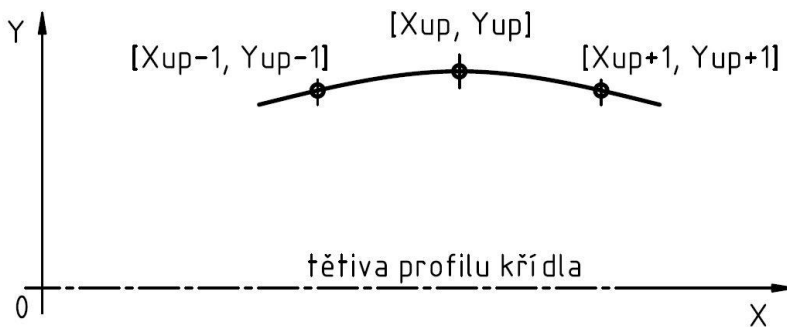
$$Y_{up}: Y_{up} = \max(Y). \quad (3.3)$$

3.1.4 Výpočet parametru p(4)

Parametr PARSEC č. 4 je prohnutí horní strany profilu křídla, resp. 2. derivace této části profilu křídla $Y_{XX_{up}}$ v místě největší tloušťky horní části profilu křídla, tj. v bodě $[X_{up}, Y_{up}]$. V okolí tohoto bodu byla horní část profilu aproximována kubickou křivkou (3.4a), kde X je nezávisle proměnná a Y závisle proměnná:

$$Y = Y_{up} - C_{UP1} \cdot (X - X_{up})^2 - C_{UP2} \cdot (X - X_{up})^3, \quad (3.4a)$$

jejíž koeficienty C_{UP1} a C_{UP2} byly určeny z okrajových podmínek, tj. souřadnic jednoho bodu před a jednoho bodu za bodem $[X_{up}, Y_{up}]$, viz obr. 20.



Obr. 20 – Souřadnice horní části profilu použité k jejich proložení aproximáční kubickou křivkou v okolí bodu $[X_{up}, Y_{up}]$. Obrázek autora.

Pro výpočet koeficientů C_{UP1} a C_{UP2} byla řešena soustava dvou rovnic (3.4b).

$$\begin{aligned} Y_{up+1} &= Y_{up} - C_{UP1} \cdot (X_{up+1} - X_{up})^2 - C_{UP2} \cdot (X_{up+1} - X_{up})^3 \\ Y_{up-1} &= Y_{up} - C_{UP1} \cdot (X_{up-1} - X_{up})^2 - C_{UP2} \cdot (X_{up-1} - X_{up})^3 \end{aligned} \quad (3.4b)$$

Soustava rovnic byla převedena do tvaru (3.4c).

$$\begin{aligned} C_{UP1} \cdot (X_{up+1} - X_{up})^2 + C_{UP2} \cdot (X_{up+1} - X_{up})^3 &= Y_{up} - Y_{up+1} \\ C_{UP1} \cdot (X_{up-1} - X_{up})^2 + C_{UP2} \cdot (X_{up-1} - X_{up})^3 &= Y_{up} - Y_{up-1} \end{aligned} \quad (3.4c)$$

Dále byla provedena substituce (3.4d) pro zjednodušení zápisu výše uvedené soustavy rovnic.

$$\begin{aligned} X_{up+1} - X_{up} &= X_{PLUSU}, & Y_{up} - Y_{up+1} &= Y_{PLUSU}, \\ X_{up-1} - X_{up} &= X_{MINUSU}, & Y_{up} - Y_{up-1} &= Y_{MINUSU}. \end{aligned} \quad (3.4d)$$

Výše uvedená soustava rovnic byla následně převedena do maticového tvaru (3.4e).

$$\begin{bmatrix} X_{PLUSU}^2 & X_{PLUSU}^3 \\ X_{MINUSU}^2 & X_{MINUSU}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{UP1} \\ C_{UP2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{PLUSU} \\ Y_{MINUSU} \end{bmatrix}. \quad (3.4e)$$

Z maticového tvaru soustavy rovnic (3.4e) byly vypočítány koeficienty C_{UP1} a C_{UP2} . Dalším krokem bylo vyjádření 2. derivace rovnice aproximační kubické křivky (3.4f), čímž bylo dosaženo hodnoty požadovaného parametru Y_{XXup} .

$$Y = Y_{up} - C_{UP1} \cdot (X - X_{up})^2 - C_{UP2} \cdot (X - X_{up})^3 ,$$

$$\frac{dY}{dX} = -2 \cdot C_{UP1} \cdot (X - X_{up}) - 3 \cdot C_{UP2} \cdot (X - X_{up})^2 ,$$

$$\frac{d^2Y}{dX^2} = -2 \cdot C_{UP1} - 6 \cdot C_{UP2} \cdot (X - X_{up}) ,$$

$$Y_{XXup} = \left. \frac{d^2Y}{dX^2} \right|_{X=X_{UP}} = -2 \cdot C_{UP1} . \quad (3.4f)$$

3.1.5 Výpočet parametru p(5)

Parametr PARSEC č. 5 je x-ová souřadnice bodu dolní strany profilu s minimální y-ovou souřadnicí (viz obr. 18). Tento parametru je označen jako X_{low} . Matematický postup zjištění tohoto parametru je vyjádřen vztahem (3.5).

$$X_{low}: X_{low} \in [X_{low}, Y_{low}], Y_{low} = \min(Y) . \quad (3.5)$$

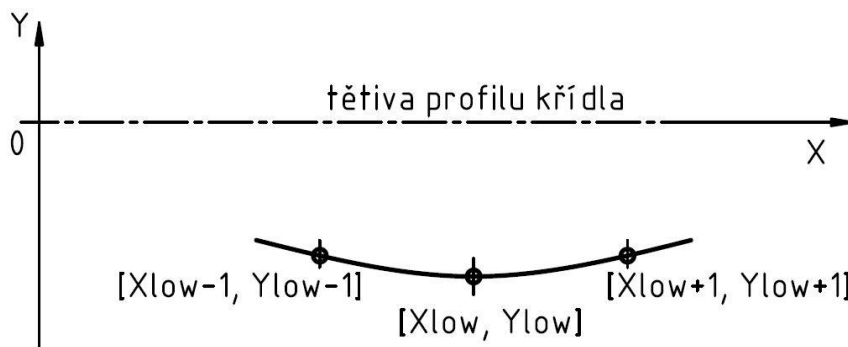
3.1.6 Výpočet parametru p(6)

Parametr PARSEC č. 6 je y-ová souřadnice bodu dolní strany profilu s minimální y-ovou souřadnicí Y_{low} , jinými slovy tloušťka dolní strany profilu křídla měřená od tětiny profilu křídla (viz obr. 18). Matematický postup pro zjištění tohoto parametru je shodný s předchozím výrazem.

$$Y_{low}: Y_{low} = \min(Y) . \quad (3.6)$$

3.1.7 Výpočet parametru p(7)

Parametr PARSEC č. 7 je prohnutí dolní strany profilu křídla, resp. 2. derivace této části profilu křídla Y_{XXlow} v místě největší tloušťky dolní části profilu křídla, tj. v bodě $[X_{low}, Y_{low}]$.



Obr. 21 - Souřadnice dolní části profilu použité k jejich proložení aproximační kubickou křivkou v okolí bodu $[X_{low}, Y_{low}]$. Obrázek autora.

V okolí tohoto bodu (viz obr. 21) byla dolní část profilu aproximována kubickou křivkou (3.7a), kde X je nezávisle proměnná a Y závisle proměnná.

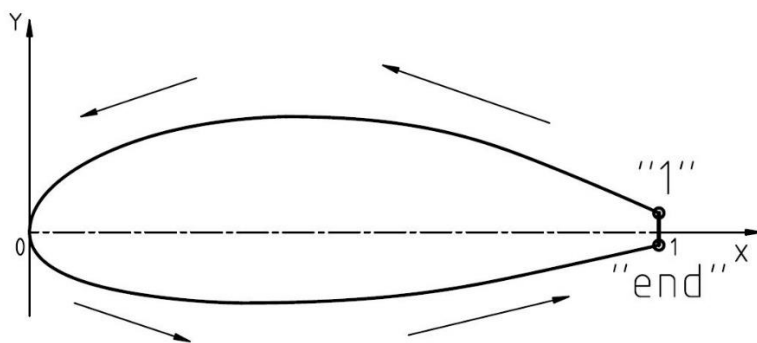
$$Y = Y_{low} + C_{LOW1} \cdot (X - X_{low})^2 + C_{LOW2} \cdot (X - X_{low})^3 . \quad (3.7a)$$

Postup výpočtu prohnutí dolní strany profilu je shodný s postupem výpočtu prohnutí horní strany profilu (parametr PARSEC č. 4), proto je uveden pouze výsledný vztah pro Y_{XXlow} (3.7b).

$$Y_{XXlow} = \left. \frac{d^2Y}{dX^2} \right|_{X=X_{low}} = 2 \cdot C_{LOW1} . \quad (3.7b)$$

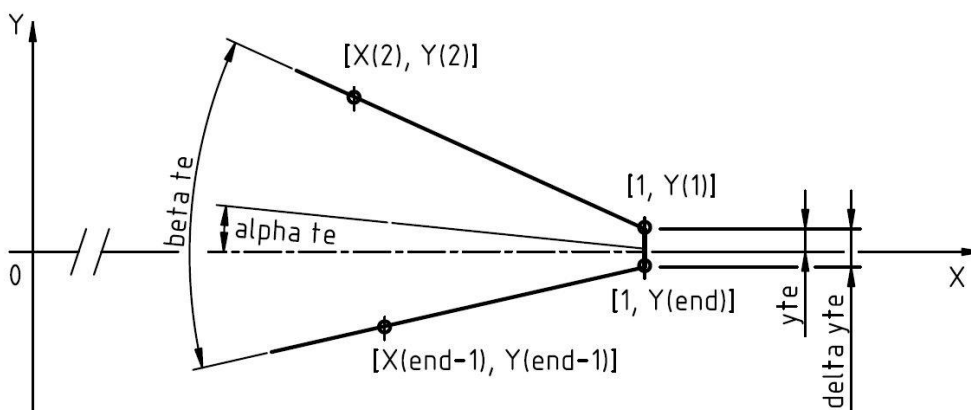
3.1.8 Výpočet parametru p(8)

Parametr PARSEC č. 8 je y -ová souřadnice horního bodu odtokové hrany profilu křídla, značená y_{te} . Na obr. 22 je znázorněn směr indexování souřadnic profilu křídla. Na horní části odtokové hrany je bod s indexem „1“. Posledním indexovaným bodem (anglický index „end“) je dolní bod odtokové hrany profilu křídla.



Obr. 22 - Směr řazení, resp. indexování souřadnic profilu křídla. Obrázek autora.

Určení parametru y_{te} je znázorněno na obr. 23, kde jsou pro úplnost znázorněny i ostatní parametry PARSEC, jimiž je popsána geometrie odtokové hrany profilu křídla.



Obr. 23 - Parametry PARSEC popisující geometrii odtokové hrany profilu křídla. Obrázek autora.

Podle výše uvedeného způsobu značení bodů je vyvozen vztah pro y-ovou souřadnici horního bodu odtokové hrany profilu křídla (3.8).

$$y_{te} = Y(1) . \quad (3.8)$$

3.1.9 Výpočet parametru p(9)

Parametr PARSEC č. 9 je tloušťka odtokové hrany Δy_{te} . Jak je také uvedeno na obr. 23, jedná se o rozdíl y-ových souřadnic bodů na odtokové hraně profilu křídla. Vzhledem k výše uvedenému způsobu číslování souřadnic profilu křídla lze sestavit vztah pro výpočet tloušťky odtokové hrany (3.9).

$$\Delta y_{te} = Y(1) - Y(\text{end}) . \quad (3.9)$$

3.1.10 Výpočet parametru p(10)

Parametr PARSEC č. 10 je úhel osy odtokové hrany profilu křídla β_{te} , jak ukazuje obr. 23. Úhel β_{te} je možno rozdělit těživou profilu na $\beta_{horní}$ a $\beta_{dolní}$, čehož je využito v následujících výpočtových vztazích. Je zde využito značení, které je uvedeno v obr. 23. Je nutné zdůraznit, že úhly $\beta_{horní}$ i $\beta_{dolní}$ byly definovány jako kladné pro případ symetrického profilu. Výsledný výpočet parametru β_{te} je vyjádřen vztahem (3.10c).

$$\beta_{horní} = \arctg \left(\frac{Y(2) - Y(1)}{X(1) - X(2)} \right) . \quad (3.10a)$$

$$\beta_{dolní} = \arctg \left(\frac{Y(\text{end}) - Y(\text{end} - 1)}{X(\text{end}) - X(\text{end} - 1)} \right) . \quad (3.10b)$$

$$\beta_{te} = \beta_{horní} + \beta_{dolní} . \quad (3.10c)$$

3.1.11 Výpočet parametru p(11)

Parametr PARSEC č. 11 je úhel osy odtokové hrany α_{te} (viz obr. 23). Pro výpočet parametru α_{te} je opět využito rozdělení úhlu β_{te} na $\beta_{horní}$ a $\beta_{dolní}$. Výpočet parametru α_{te} je dán vztahem (3.11).

$$\alpha_{te} = \frac{\beta_{horní} - \beta_{dolní}}{2} . \quad (3.11)$$

3.2 Převod parametrů PARSEC do souřadnic profilu křídla

Zatímco optimalizační výpočty spočívaly ve změně parametrů PARSEC, pro aerodynamické výpočty v programu Xfoil byly potřebné souřadnice profilu. Z tohoto důvodu bylo nutné zařadit do optimalizačních výpočtů funkci, která převede parametry PARSEC do souřadnic profilu. Snahou autora bylo původně vyjádřit analyticky řídicí body Beziérových kubických křivek závislé na parametrech PARSEC, ale jednalo se o velmi nepřesnou a nespolehlivou metodu převodu parametrů PARSEC do souřadnic profilu křídla.

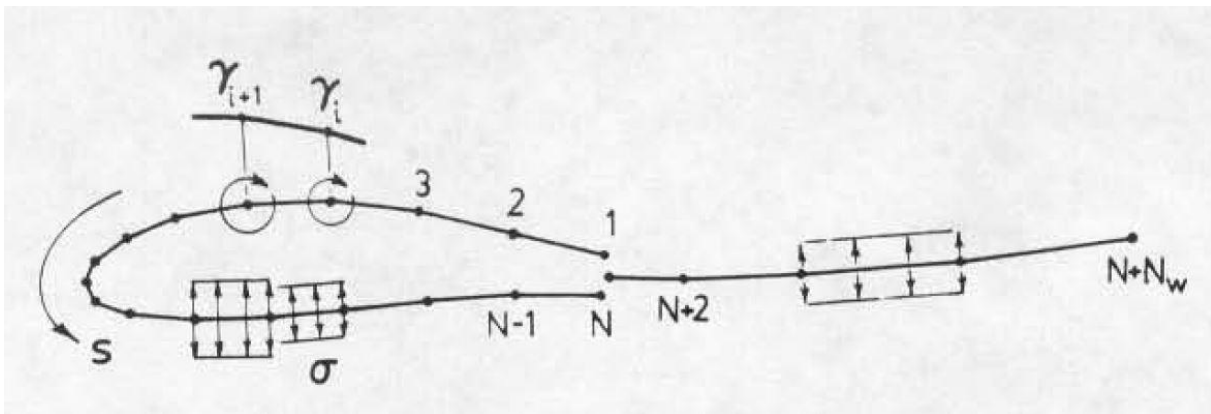
Z výše uvedeného důvodu byl pro převod parametrů PARSEC do souřadnic profilu křídla použit autorem modifikovaný výpočtový program [4], jímž byly z parametrů PARSEC určeny součinitele polynomů 6. stupně zvláště pro horní a dolní stranu profilu.

Po sestavení programu, který převáděl souřadnice profilu křídla do parametrů PARSEC a zpět do souřadnic profilu křídla, bylo grafickou metodou zjištěno, že vstupní a výstupní tvar profilu křídla jsou shodné (nepřesnosti znatelné až při výrazném zvětšení obrázku, z hlediska velikosti profilu zanedbatelné), tudíž bylo **možno oba převody zařadit do optimalizačních výpočtů**.

4 Program Xfoil

4.1 Stručný popis programu Xfoil

Xfoil je software vyvinutý Markem Drelou působícím v Cambridge, Massachusetts. Program Xfoil je určen pro výpočty aerodynamických charakteristik 2rozměrných profilů křídla při podkritickém proudění vzduchu. Pro výpočet aerodynamických vlastností profilu křídla je profil křídla rozdělen na panely s body 1 až N. Na každém panelu vzniká elementární vír s intenzitou γ a každý panel je zároveň čárovým vřídlem s intenzitou σ , viz obr. 24. Na obr. 24 je také znázorněno rozdělení čáry úplavu na panely s body N+1 až N+N_w. Tyto panely jsou opět čárovými vřídly.



Obr. 24 - Panelování profilu a úplavu. Obrázek [16].

Následuje sestavení proudové funkce (zatím pro proudění vzduchu bez viskozity), jak je znázorněno na obr. 25.

$$\Psi(x, y) = u_{\infty}y - v_{\infty}x + \frac{1}{2\pi} \int \gamma(s) \ln r(s; x, y) ds + \frac{1}{2\pi} \int \sigma(s) \theta(s; x, y) ds$$

Obr. 25 - Proudová funkce pro bezviskózní proudění tekutiny. Obrázek [16].

Dále se proudová funkce převádí do maticového zápisu, přičemž do řešení je zahrnuta Kuttova podmínka, tj. nevířivé proudění (bez cirkulace) na odtokové hraně profilu křídla. Při analýze profilu křídla dochází k výpočtu elementárních vířivostí Gaussovou eliminační metodou výše zmíněné maticově zapsané soustavy rovnic. Pro praktické použití může být do výpočtu zahrnut matematický model mezní vrstvy pro vazké proudění vzduchu. V [16] je uvedeno, že se jedná o Kármán-Tsienův model mezní vrstvy, podle kterého jsou dopočítána elementární vřídla σ .

V této podkapitole byl stručně popsán matematický základ programu Xfoil, který byl použitý v optimalizačním programu v rámci této diplomové práce.

4.2 Vstupní hodnoty pro program Xfoil

Analýza profilů křídel v Xfoilu probíhá podle vstupních podmínek, které obsahují:

- Reynoldsovo číslo,
- volbu, zda se jedná o proudění vzduchu s viskozitou nebo bez viskozity,
- a souřadnice analyzovaného profilu.

V posledním výše uvedeném bodě připadají v úvahu dvě možnosti volby profilu:

1. Příkaz NACA s dopsanými 4 číslicemi vygeneruje profil 4číselné řady NACA podle zadaného počtu bodů tvořících tvar profilu křídla.
2. Příkaz LOAD a název souboru (např. formátu txt), který obsahuje souřadnice profilu křídla. Volaný soubor je načten do Xfoilu, zkontrolován a použit k sestavení modelu profilu křídla. I v tomto případě je možno profil dodatečně panelovat podle jiného počtu bodů, než kolik soubor obsahuje souřadnic.

Oba způsoby vytvoření modelu profilu křídla v Xfoilu byly ve výpočtovém optimalizačním programu využity. Jako vstupní profil křídla byl volen profil 4číselné řady NACA generován přímo v Xfoilu. Při optimalizaci pak bylo nutné do programu Xfoil načítat momentálně vytvořený profil křídla, jehož souřadnice byly dopočítány z parametrů PARSEC.

V této kapitole byl popsán stručně princip výpočtů v programu Xfoil a vstupní hodnoty použité tímto programem. Konkrétní vstupní hodnoty pro optimalizační výpočet jsou uvedeny v kapitolách 5.2 *Vstupní hodnoty optimalizačního výpočtu* a 5.3 *Vstupní tvar profilu křídla*.

```
XFOIL  c> NACA 1212
Max thickness =      0.120035  at x =   0.300
Max camber    =      0.010000  at x =   0.202

Buffer airfoil set using 331 points

Blunt trailing edge.  Gap =  0.00252

Paneling parameters used...
  Number of panel nodes      160
  Panel bunching parameter   1.000
  TE/LE panel density ratio  0.150
  Refined-area/LE panel density ratio  0.200
  Top   side refined area x/c limits  1.000 1.000
  Bottom side refined area x/c limits  1.000 1.000

XFOIL  c>
```

Obr. 26 - Terminál programu Xfoil.

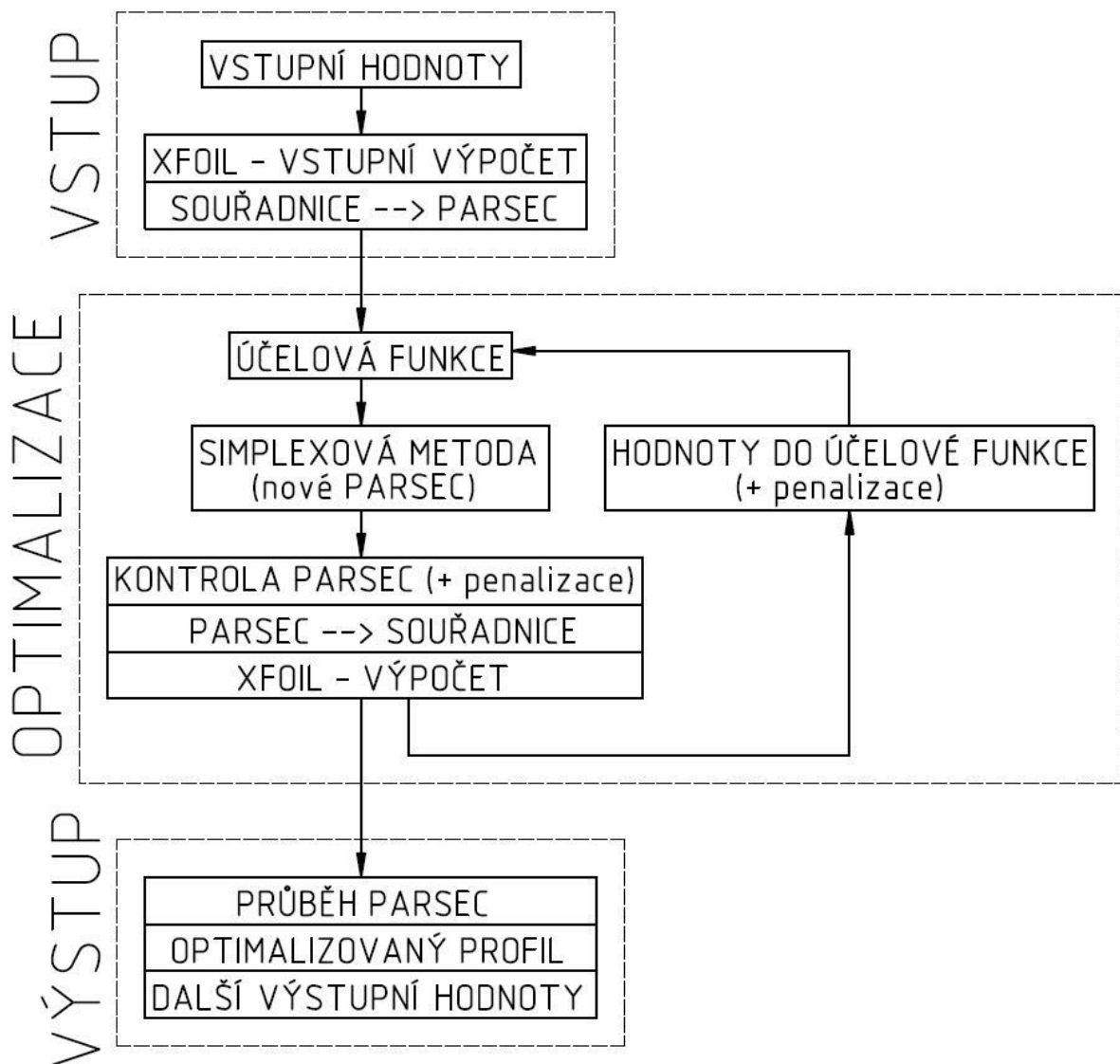
5 Optimalizace tvaru profilu křídla

5.1 Struktura optimalizačního programu

Optimalizační program je uzpůsoben pro zadání vstupních hodnot a převedení souřadnic vstupního profilu křídla do parametrů PARSEC.

Následuje spuštění simplexové metody, čímž dojde k optimalizování tvaru profilu křídla podle účelové funkce (viz dále).

Pro výpočet aerodynamických parametrů jsou parametry PARSEC opětovně převáděny do souřadnic bodů, které vstupují do aerodynamických výpočtů v programu Xfoil. Celý proces je znázorněn ve schématu (viz obr. 27).



Obr. 27 - Schéma optimalizačního výpočtového programu. Obrázek autora.

5.2 Vstupní hodnoty optimalizačního výpočtu

Mezi vstupní hodnoty optimalizačního výpočtu byly zařazeny např. požadovaný součinitel vztlaku, vlastnosti prostředí (Reynoldsovo číslo), vstupní profil 4číselné řady NACA generovaný v programu Xfoil a další požadavky pro výsledný profil. Požadavek minimální dovolené tloušťky je možno považovat za požadavek pevnostní, jednoznačně daná tloušťka odtokové hrany za požadavek technologický. Seznam vstupních veličin a jejich hodnot uvádí tabulka:

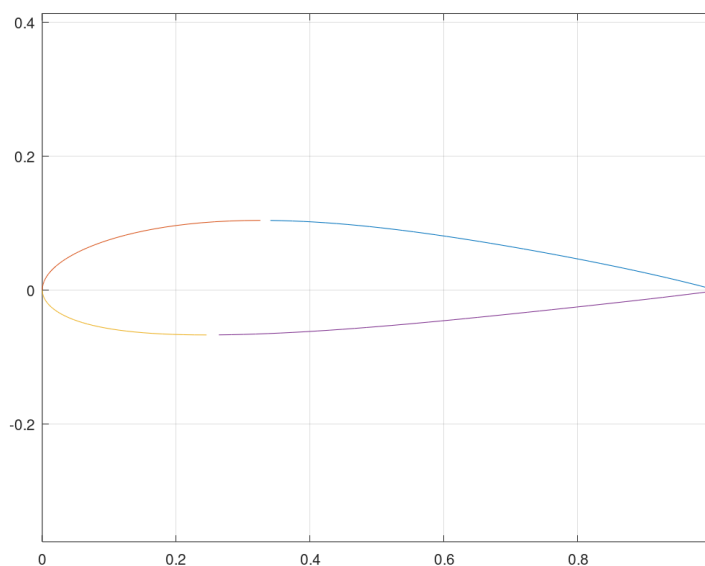
Vstupní veličina	Vstupní hodnota
Reynoldsovo číslo	$Re = 5e6$
Vstupní profil	NACA 2417
Parametr PARSEC č. 8*	$p(8) = 0,0005$
Parametr PARSEC č. 9**	$p(9) = 0,001$
Minimální tloušťka profilu	17 % (zařazeno v účelové funkci)
Požadavek součinitele C_L	$C_L = 0,9$
Počet bodů – panelování***	160
Ukončení optimalizace	Velikost simplexu $\leq 1e-3$

*Poloha horního bodu odtokové hrany.
**Tloušťka odtokové hrany.
***Panelování profilu křídla pro výpočty v programu Xfoil.

Výše uvedené vstupní veličiny byly použity pro optimalizační výpočet, který je uveden v této práci (viz kapitola 5.6 *Výsledky optimalizace tvaru profilu křídla*).

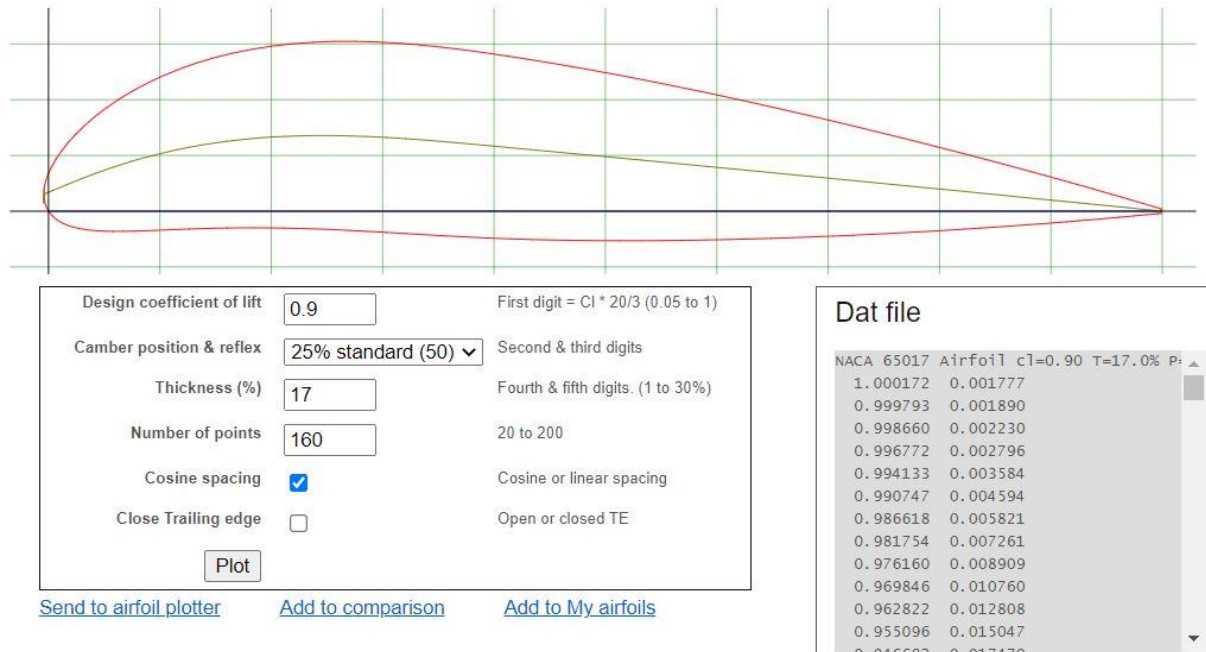
5.3 Vstupní tvar profilu křídla

Jako vstupní tvar profilu křídla byly pro optimalizační výpočty voleny profily 4číselné řady NACA (viz obr. 28).



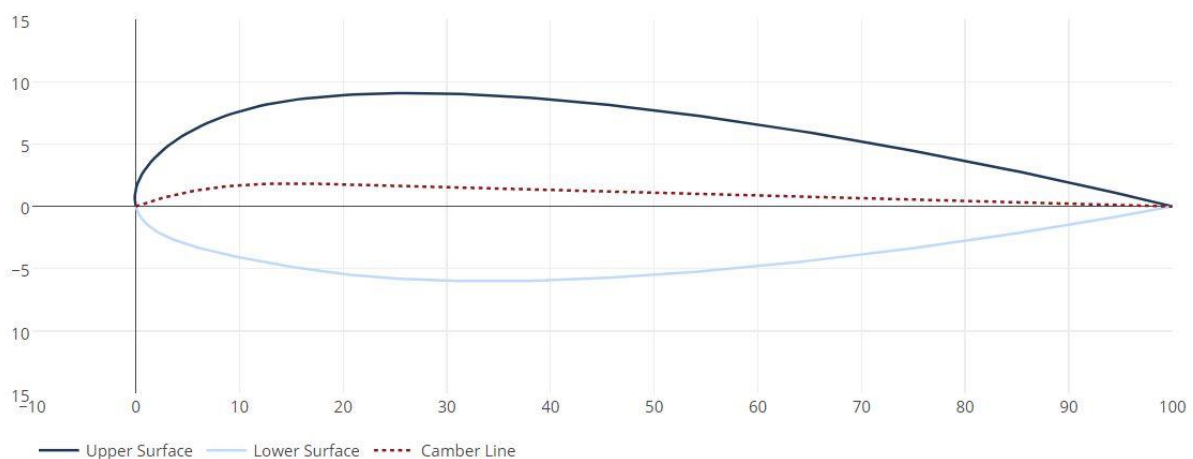
Obr. 28 - Vstupní profil NACA 2417. Obrázek Octave.

Byla zvažována i možnost volby 5číselné řady profilů NACA. Důvodem byly požadované parametry, které vstupovaly do optimalizačního výpočtu. Jednalo se zejména o požadovaný součinitel vztlačku $C_L = 0,9$ a minimální tloušťku profilu 17 %. Přesně tyto parametry definují tvar profilů NACA 5číselné řady. Avšak jak ukázaly generátory těchto profilů [13] a [14], náběžný bod profilu byl generován v obou případech se zápornou souřadnicí na vodorovné ose a s nenulovou souřadnicí na ose svislé (viz obr. 29 a obr. 30).



Obr. 29 - Profil NACA 65017. Obrázek [13].

Podobný nedostatek je zřejmý i na jiném profilu NACA 23012 (viz obr. 30), kde opět horní ani dolní strana profilu křídla není v náběžném bodě tečná k svislé ose souřadného systému.



Obr. 30 - Profil NACA 23012. Obrázek [14].

Kromě toho generovaný profil NACA 65017 vykazoval složitější tvar dolní strany profilu, který je nevýhodný jak z hlediska obtékání vzduchu (vícerá změna vektoru hybnosti vzduchu způsobující přidavný odpor profilu), tak z hlediska technologie (obtížně vyrobitelná složitě prohnutá spodní strana, resp. plocha v případě výroby křídla).

Z časových důvodů nebyl výpočetní optimalizační program rozšířen o nutný převod těchto profilů do správného rozsahu souřadnic, tudíž do optimalizace vstupovaly pouze profily NACA 4číselné řady.

Bylo však využito programu Profili 2 [15], ve kterém bylo možno profily NACA 5číselné řady vybrat z databáze a provést alespoň porovnávací výpočet optimalizovaného profilu a profilu NACA 65017. Výsledky optimalizace a výše zmíněné porovnání profilů je uvedeno v kapitole 5.6 *Výsledky optimalizace tvaru profilu křídla* a v Příloze 2 – *Optimalizace profilu křídla*.

5.4 Účelová funkce pro optimalizaci

Účelová funkce byla sestavena tak, aby při optimalizaci tvaru profilu byla zohledněna maximální tloušťka profilu, součinitel odporu C_D a součinitel klopivého momentu C_m . Před zápisem účelové funkce je uvedena tabulka, která uvádí použité veličiny a jejich značení:

Značka	Význam značky
f	účelová funkce
f_{aero}	člen účelové funkce s aerodynamickými veličinami
f_T	-/- obsahující tloušťku profilu křídla
f_{par1}	-/- s přímo vyjádřeným parametrem $p(1)$
f_{par13}	-/- s přímo vyjádřeným parametrem $p(1)$ a $p(3)$
f_{par16}	-/- s přímo vyjádřeným parametrem $p(1)$ a $p(6)$
$f_{par7\beta}$	-/- s přímo vyjádřeným parametrem $p(7)$ a úhlem $\beta_{dolní}$
p^*	parametry PARSEC jako nezávisle proměnné veličiny
C_D	součinitel odporu
C_m	součinitel klopivého momentu
T_{max}	tloušťka profilu křídla

*Nezávisle proměnnými byly parametry PARSEC č. 1–7, 10 a 11. Parametry PARSEC č. 8 a 9 (poloha a tloušťka odtokové hrany profilu) byly definovány jako konstanty, jak je uvedeno v kapitole 5.2 *Vstupní hodnoty optimalizačního výpočtu*.

Obecný zápis účelové funkce f pro optimalizaci tvaru profilu křídla podle parametrů PARSEC p je uveden pod označením (5.1).

$$f(p) = f_{aero}(p) + f_T(p) + f_{par1}(p) + f_{par13}(p) + f_{par16}(p) + f_{par7\beta}(p) . \quad (5.1)$$

Účelová funkce $f(p)$ se skládá z části aerodynamické $f_{aero}(p)$ (5.2), části pro tloušťku profilu $f_T(p)$ (5.3) a části pro zvláštní podmínky pro parametry PARSEC (5.4) až (5.7).

Funkce signum zde funguje podobně jako logická funkce „pokud“. Např. ve vztahu (5.2) způsobuje funkce signum podmínku „pokud je $C_m(p)$ menší nebo roven -0,1, je aktivní druhý člen vztahu (5.2)“.

$$f_{aero}(p) = 10 \cdot [C_D(p)]^2 - [\text{sign}(C_m(p) + 0,1) - 1] \cdot 5000 \cdot (C_m(p) + 0,1)^2 . \quad (5.2)$$

Člen pro tloušťku profilu (5.3) uvádí požadavek pro tloušťku co nejbližší 17 %, ale pokud je tloušťka nižší, dojde k silnému znevýhodnění výsledku, neboť tloušťka by neměla být nižší než 17 %.

$$f_T(p) = 1000 \cdot [T_{\max}(p) - 0,17]^2 - \\ - [\text{sign}(T_{\max}(p) - 0,17) - 1] \cdot 3000 \cdot (T_{\max}(p) - 0,17)^2. \quad (5.3)$$

Podobně jako v předchozím případě (5.3), ve vztahu (5.4) je znevýhodnění výsledku při hodnotě poloměru náběžné hrany menší než 0,024.

$$f_{\text{par1}}(p) = -[\text{sign}(p(1) - 0,024) - 1] \cdot 50 \cdot (p(1) - 0,024)^2. \quad (5.4)$$

Následuje funkční závislost (5.5) mezi poloměrem náběžné hrany $p(1)$ a tloušťkou horní části profilu $p(3)$, kde je výsledek znevýhodněný, pokud je poloměr náběžné hrany $p(1)$ větší než tloušťka horní části náběžné hrany $p(3)$.

$$f_{\text{par13}}(p) = -[\text{sign}(p(3) - p(1)) - 1] \cdot 50 \cdot (p(3) - p(1))^2. \quad (5.5)$$

Podobně je zapsána funkční závislost (5.6) pro poloměr náběžné hrany $p(1)$ a tloušťku dolní části profilu $p(6)$, která má zápornou hodnotu. V tomto případě je však zvolen přísnější požadavek, vycházející ze zkušenosti s předchozími optimalizačními výpočty, kdy výsledek je znevýhodněn, pokud je poloměr náběžné hrany $p(1)$ větší než třetina tloušťky dolní části profilu $p(6)$.

$$f_{\text{par16}}(p) = -[\text{sign}(3 \cdot p(1) + p(6)) - 1] \cdot 1000 \cdot (3 \cdot p(1) - p(6))^2. \quad (5.6)$$

Následující funkčně zapsané podmínky (5.7) opět vycházejí ze zkušenosti s předchozími optimalizačními výpočty, přičemž se jedná o podmínku volit co nejmenší prohnutí dolní části profilu $p(7)$ a co nejmenší úhel dolní části odtokové hrany profilu $\beta_{\text{dolní}}$.

$$f_{\text{par7}\beta}(p) = 5000 \cdot (p(7))^2 + 1000 \cdot \left(\frac{p(10)}{2} - p(11) \right)^2 = \\ = 5000 \cdot (p(7))^2 + 1000 \cdot (\beta_{\text{dolní}}(p))^2. \quad (5.7)$$

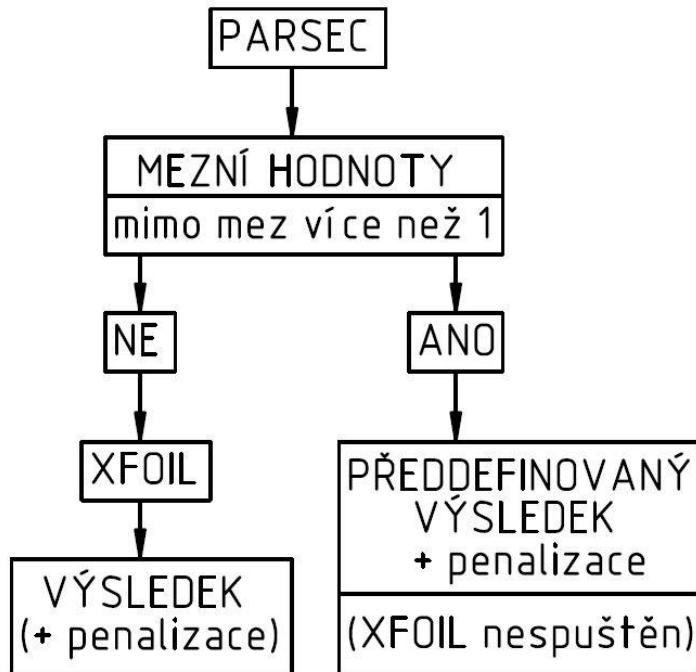
Snahou funkčně vyjádřených podmínek pro aerodynamické a geometrické parametry bylo vytvořit plynulou účelovou funkci, aby snáze proběhl optimalizační výpočet.

5.5 Omezení hodnot parametrů PARSEC

V samotné simplexové metodě není zahrnuto žádné omezení nezávisle proměnných veličin. Z tohoto důvodu docházelo při prvních optimalizačních výpočtech k vytváření nereálných tvarů profilu křídla, které při vstupu do programu Xfoil způsobovali přerušení výpočtu.

Do optimalizačního výpočtu byl proto zahrnut předpis pro povolený počet parametrů PARSEC, které mohou překročit povolené meze.

S tím byl také vytvořen systém penalizace výsledků, který znehodnocoval hodnoty veličin dosazovaných do účelové funkce, viz obr. 31. Pokud více než jeden parametr PARSEC opustilo požadované meze, byl přeskočen výpočet v programu Xfoil, a hodnoty příslušných veličin byly určeny podle předem daného matematického vztahu, který opět zahrnoval penalizaci. Penalizační body byly tím vyšší, čím větší počet parametrů PARSEC překročil povolené meze.



Obr. 31 – Schéma omezení hodnot parametrů PARSEC a vliv jejich překročení na výpočet. Obrázek autora.

Výše uvedeným způsobem bylo dosaženo zrychlení optimalizačního výpočtu a relativně rychlé uzpůsobení volby nových nezávisle proměnných parametrů PARSEC optimalizační metodou tak, aby do programu Xfoil vstupovaly reálné tvary profilů křídla.

Konkrétní hodnoty mezí pro jednotlivé parametry PARSEC jsou uvedeny v Příloze 2 – *Optimalizace profilu křídla*.

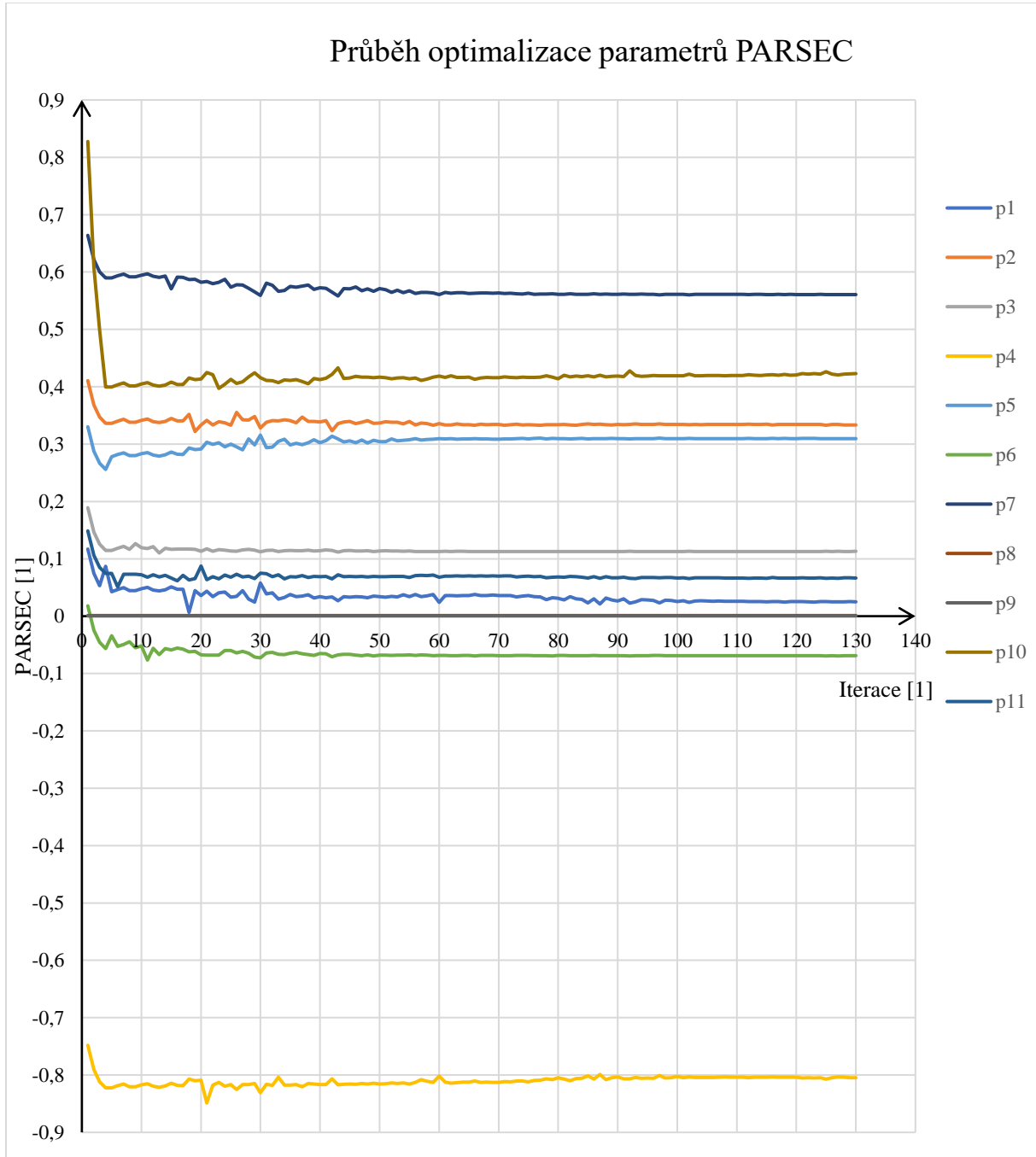
5.6 Výsledky optimalizace tvaru profilu křídla

Optimalizace tvaru profilu křídla proběhla ve výpočtovém programu, jehož struktura byla popsána v kapitole 5.1 *Struktura optimalizačního programu*. Vstupním profilem byl profil NACA 2417. Další vstupní hodnoty byly uvedeny v kapitole 5.2 *Vstupní hodnoty optimalizačního výpočtu*. Optimalizace probíhala pomocí simplexové optimalizační metody na základě účelové funkce, která byla rozepsána v kapitole 5.4 *Účelová funkce pro optimalizaci*.

Zadání pro optimalizační výpočet znělo:

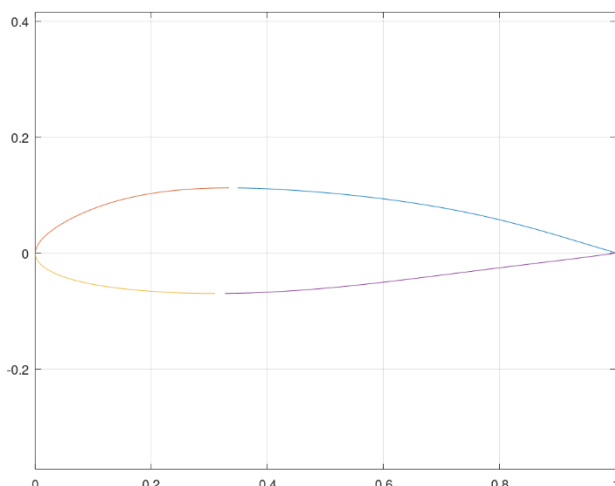
- Optimalizovat tvar profilu křídla.
- Minimální tloušťka profilu křídla 17 %.
- Reynoldsovo číslo $Re = 5e6$, vazké prostředí.
- Minimalizovat součinitel odporu C_D a součinitel klopivého momentu C_m .
- Z technologických důvodů definovat tloušťku odtokové hrany konstantními parametry PARSEC $p(8) = 0,0005$ a $p(9) = 0,001$.

Byl vykreslen průběh hodnot parametrů PARSEC během iterací optimalizačního výpočtu. Tato závislost je znázorněná na obr. 32. Je zřejmé, že výpočet konvergoval v případě všech proměnných parametrů PARSEC, tudíž lze předpokládat, že došlo k úspěšné optimalizaci tvaru profilu křídla podle zadání. Pro ucelenost jsou v obr. 32 znázorněny i průběhy konstantních parametrů PARSEC $p(8) = 0,0005$ a $p(9) = 0,001$.





Obr. 32 - Graf průběhu parametrů PARSEC při optimalizačním výpočtu.

Výsledný optimalizovaný tvar profilu křídla vznikl optimalizačním výpočtem po 130 iteracích (viz obr. 33). Vzhledem k obtížím s převodem profilu NACA 65017 do parametrů PARSEC (viz kapitola 5.3 *Vstupní tvar profilu křídla*) byl tento profil porovnán s optimalizovaným profilem.



Obr. 33 - Optimalizovaný tvar profilu křídla. Obrázek Octave.

V následující tabulce je provedeno výše zmíněné porovnání optimalizovaného profilu křídla s profilem křídla NACA 65017. Červené a zelené hodnoty v závorkách vyjadřují, o kolik procent je optimalizovaný profil s daným aerodynamickým nebo geometrickým parametrem horší nebo lepší než profil NACA 65017.

	Optimalizovaný profil	NACA 65017
Obrázek		
Maximální tloušťka	18,18 % (-6,82 %)	16,94 % ≈ 17 % (100 %)
Poloha max. tloušťky	33,9 %	30,9 %
Maximální prohnutí	2,47 %	5,60 %
Poloha max. prohnutí	52,8 %	26,4 %
Požadovaný součinitel C_L	0,9	0,9
Při součiniteli C_D	0,0069 (+8,70 %)	0,0075 (100 %)
Při součiniteli C_m	-0,060 (+3,33 %)	-0,062 (100 %)
Při úhlu náběhu α	5,7 °	3,7 °

Podrobnější srovnání optimalizovaného profilu a profilu NACA 65017 viz Příloha 2 – *Optimalizace profilu křídla*. Z porovnání obou výše uvedených profilů vyplývá, že optimalizačním výpočtem vznikl profil křídla, který má o 1,18 % hloubky profilu větší tloušťku, ale který z hlediska aerodynamických parametrů (součinitele odporu a součinitele klopivého momentu) překonává profil NACA 65017, který byl generován ze stejných vstupních veličin. **Optimalizační výpočet lze považovat za úspěšný.**

Závěr

V diplomové práci byla provedena rešerše některých optimalizačních metod včetně jedné metody vytvořené autorem, která vznikla zejména se záměrem seznámit se s problematikou optimalizačních výpočtů.

Z uvedených metod byla pro optimalizační výpočty vybrána metoda simplexová. Zmíněná optimalizační metoda byla zařazena do výpočtového programu vytvořeného v prostředí Octave, který byl propojen s programem Xfoil.

Pro potřeby optimalizačních výpočtů byl sestaven převodní program pro určení parametrů PARSEC ze souřadnic profilu křídla. Tvar profilu křídla byl pak optimalizován právě podle parametrů PARSEC. Optimalizace proběhla podle autorem sestavené cílové, resp. účelové funkce, podle vstupních podmínek a omezujících kritérií.

Optimalizovaný profil křídla byl porovnán s profilem 5číselné řady NACA, přičemž bylo zjištěno, že optimalizovaný profil vykazuje příznivější hodnoty součinitele odporu i klopivého momentu oproti srovnávanému profilu NACA při zadaném součiniteli vztlaku, přestože má optimalizovaný profil nevýrazně větší tloušťku.

Vzhledem k výsledkům uvedeným v této práci je možno konstatovat, že sestavení výpočtového optimalizačního programu i samotnou optimalizaci tvaru profilu křídla lze považovat za úspěšné.

Zdroje

- [1] KOČICA, Martin. *Iterační metody optimalizace*. Zlín, 2006. Diplomová práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky. Vedoucí práce Ing. Roman Prokop.
- [2] SVOZIL, Jan. *Optimalizace potrubních tvarovek*. Brno, 2010. Doktorská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Doc. Ing. Jaroslav Štigler, PhD.
- [3] *Simon Fraser University, Virtual Library of Simulation Experiments: Test Functions and Datasets* [online]. [cit. 2021-5-17]. Dostupné z: <https://www.sfu.ca/~ssurjano/> .
- [4] Sean Wu (2021). PARSEC airfoil polynomial coefficient solver (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50138-parsec-airfoil-polynomial-coefficient-solver>), MATLAB Central File Exchange. Retrieved May 17, 2021.
- [5] JOGLEKAR, S. *The Nelder-Mead Method* [online]. [cit. 2021-5-24]. Dostupné z: <https://codesachin.wordpress.com/2016/01/16/nelder-mead-optimization/> .
- [6] YU CHENG, Jade a Thomas MAILUND. *Ancestral population genomics using coalescence hidden Markov models and heuristic optimisation algorithms* [online]. [cit. 2021-5-24]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/figure/An-iteration-of-the-Nelder-Mead-method-over-two-dimensional-space-showing-point-p-min_fig13_273390709 .
- [7] SURAI, Celine. *Machine learning fundamentals. 2.Gradient descent algorithm* [online]. [cit. 2021-5-24]. Dostupné z: <https://medium.com/swlh/machine-learning-fundamentals-2-gradient-descent-algorithm-6c8f5204bd9b> .
- [8] Gradient vector, Jacobian, Hessian matrix. *ProgrammerSought* [online]. [cit. 2021-5-24]. Dostupné z: <https://programmersought.com/article/61764607784/> .
- [9] REDDY, Nikil. How Does the Gradient Descent Algorithm Work in Machine Learning? *Analytics Vidhya* [online]. [cit. 2021-5-27]. Dostupné z: <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2020/10/how-does-the-gradient-descent-algorithm-work-in-machine-learning/> .
- [10] EATON, John W. a kolektiv. *GNU Octave: Scientific Programming Language* [online]. [cit. 2021-5-27]. Dostupné z: <https://www.gnu.org/software/octave/index> .

- [11] DRELA, Mark. *Xfoil: Subsonic Airfoil Development System* [online]. [cit. 2021-5-27]. Dostupné z: <https://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/> .
- [12] *QCAD: 2D CAD for Windows, Linux and Mac* [online]. RibbonSoft [cit. 2021-5-27]. Dostupné z: <https://www.qcad.org/en/> .
- [13] NACA 5 digit airfoil generator (NACA65017 AIRFOIL). *Airfoil Tools* [online]. [cit. 2021-5-29]. Dostupné z: <http://airfoiltools.com/airfoil/> .
- [14] NACA 5 Series Airfoil Generator. *AeroToolbox* [online]. [cit. 2021-5-29]. Dostupné z: <https://aerotoobox.com/naca-5-series-airfoil-generator/> .
- [15] DURANTI, Stefano. *Profili 2* [online]. [cit. 2021-5-29]. Dostupné z: <http://www.profili2.com/eng/default.asp> .
- [16] DRELA, Mark. *XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils* [online]. MIT Dept. of Aeronautics and Astronautics, Cambridge, Massachusetts [cit. 2021-5-30]. Dostupné z: https://web.mit.edu/drela/Public/papers/xfoil_sv.pdf

Příloha 1 – Testování optimalizačních metod

V této příloze jsou uvedeny výsledky testovacích výpočtů optimalizačních metod. Testování optimalizačních metod bylo provedeno pro 2, 3, 4 a 5 nezávisle proměnných. Závěry testování jsou uvedeny v kapitole 2.5 *Zhodnocení testování optimalizačních metod*. Následující tabulka uvádí značení použité v této příloze:

Značka	Význam značky
f_{\min}	globální minimum testovací funkce
F	průměrná nalezená funkční hodnota testovací funkce
S	směrodatná odchylka testovacích výpočtů
Iterace	průměrný počet iterací do ukončení jednoho výpočtu
CPU	průměrný strojní čas do ukončení jednoho výpočtu
NAJ	značení metody autora
GRAD	značení gradientní metody
SIMPL	značení simplexové metody

Testovací výpočty proběhly podle podmínek uvedených v kapitole 2.3 *Podmínky testování optimalizačních metod*.

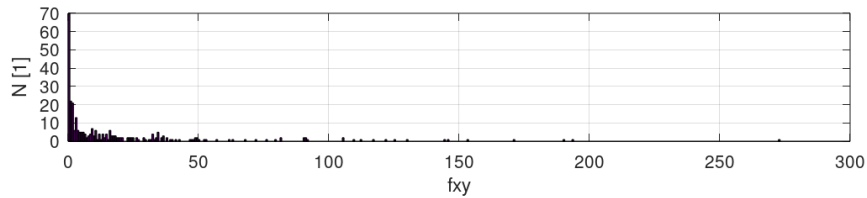
Výsledky testovacích výpočtů jsou uvedeny na následujících stránkách této přílohy v tomto pořadí:

Funkce	Stav	Stránka
Booth	2 nezávisle proměnné	44
Matyas	2 nezávisle proměnné	45
Sphere	2 nezávisle proměnné	46
Rosenbrock	2 nezávisle proměnné	47
Three-hump Camel	2 nezávisle proměnné	48
Booth	3 nezávisle proměnné	49
Matyas	3 nezávisle proměnné	50
Sphere	3 nezávisle proměnné	51
Rosenbrock	3 nezávisle proměnné	52
Three-hump Camel	3 nezávisle proměnné	53
Booth	4 nezávisle proměnné	54
Sphere	4 nezávisle proměnné	55
Booth	5 nezávisle proměnných	56
Sphere	5 nezávisle proměnných	57

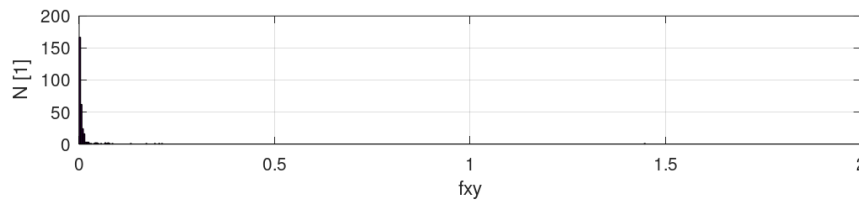
Výsledky testovacích výpočtů:

Booth	2 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	16,7	31,9	21,0	1,26e-2
Simplexová metoda	1,63e-2	6,77e-2	16,6	1,85e-2
Gradientní metoda	2,87e-3	0,38e-3	27,1	6,25e-3

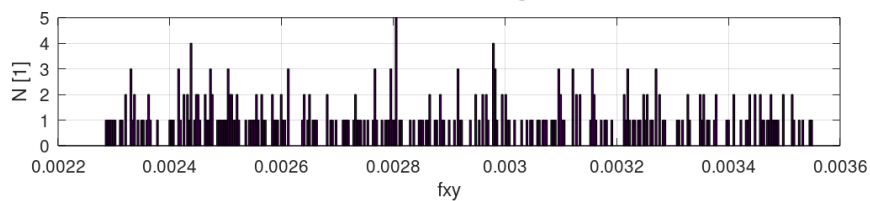
Booth NAJ - histogram



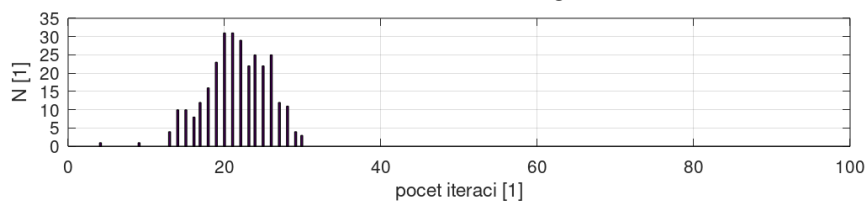
Booth SIMPL - histogram



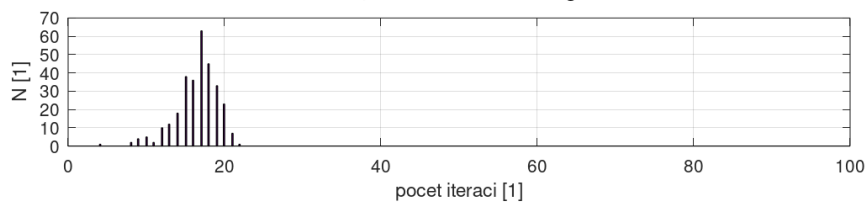
Booth GRAD - histogram



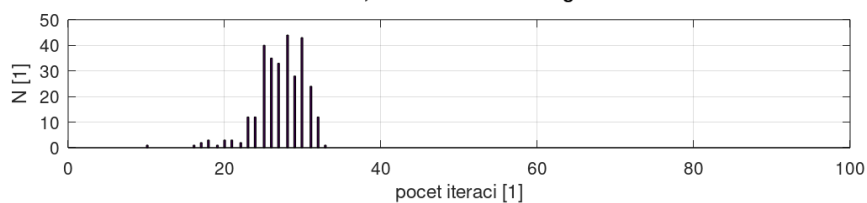
Booth, iterace NAJ - histogram



Booth, iterace SIMPL - histogram

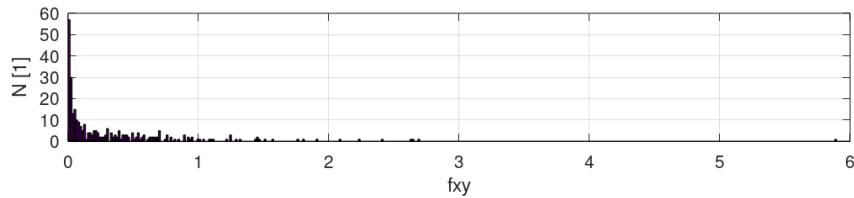


Booth, iterace GRAD - histogram

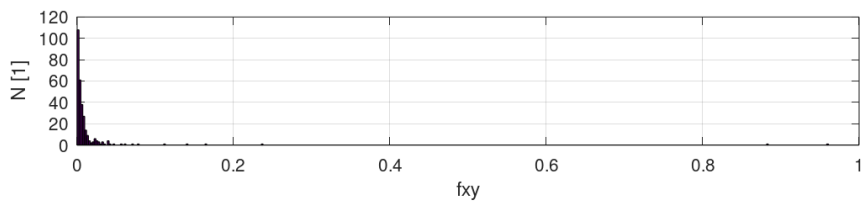


Matyas	2 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	0,362	0,558	12,7	7,08e-3
Simplexová metoda	1,16e-2	2,74e-2	11,7	1,29e-2
Gradientní metoda	0,162	0,094	101	1,79e-2

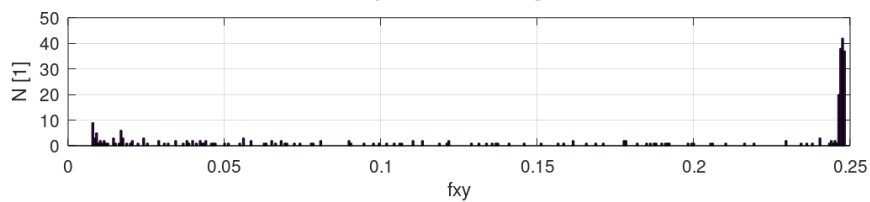
Matyas NAJ - histogram



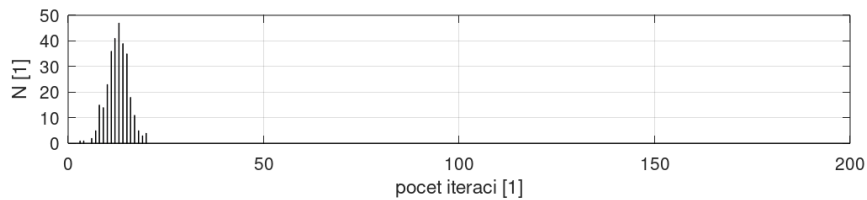
Matyas SIMPL - histogram



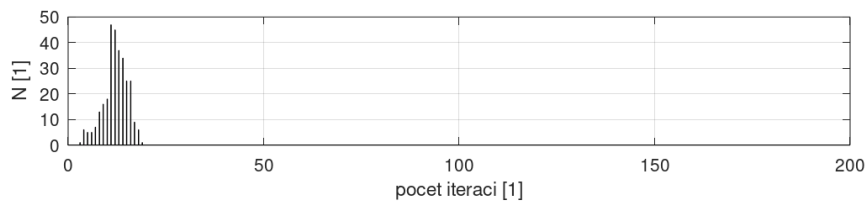
Matyas GRAD - histogram



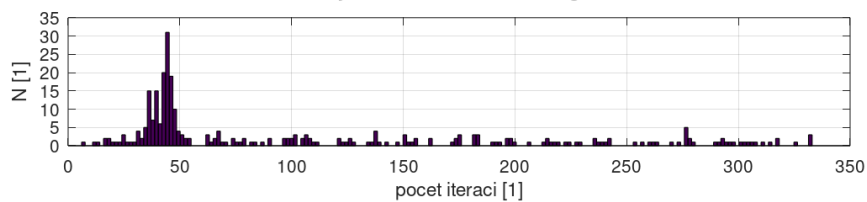
Matyas, iterace NAJ - histogram



Matyas, iterace SIMPL - histogram

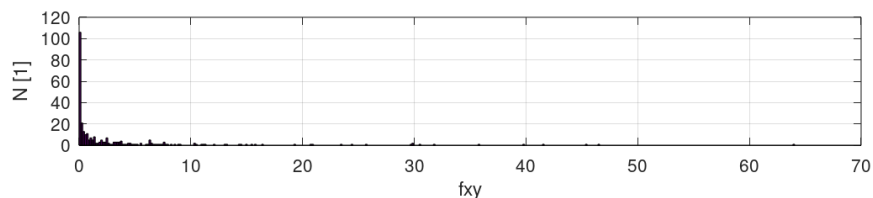


Matyas, iterace GRAD - histogram

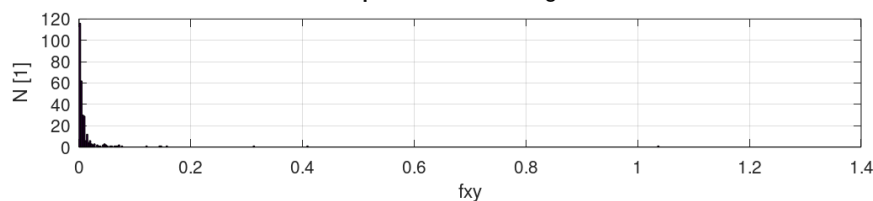


Sphere	2 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	3,87	8,38	17,5	8,28e-3
Simplexová metoda	0,0590	0,8330	15,3	1,37e-2
Gradientní metoda	2,93e-3	0,38e-3	23,8	3,43e-3

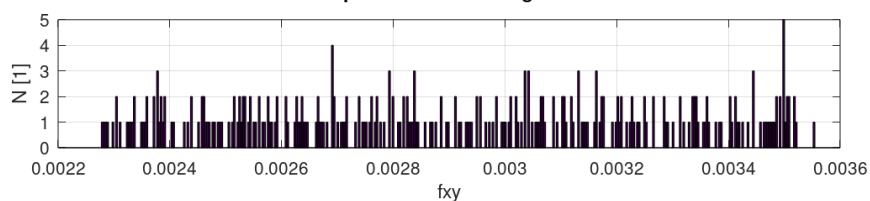
Sphere NAJ - histogram



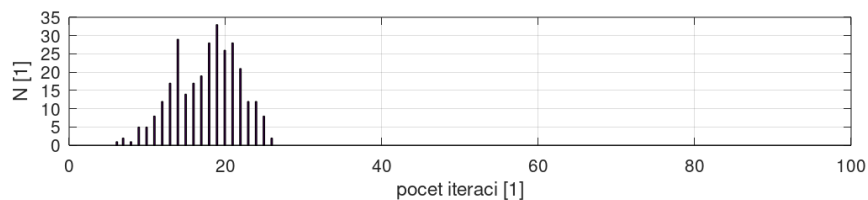
Sphere SIMPL - histogram



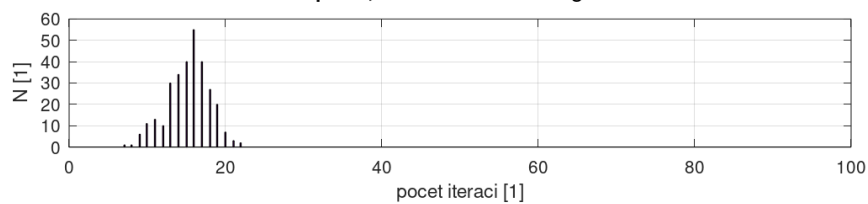
Sphere GRAD - histogram



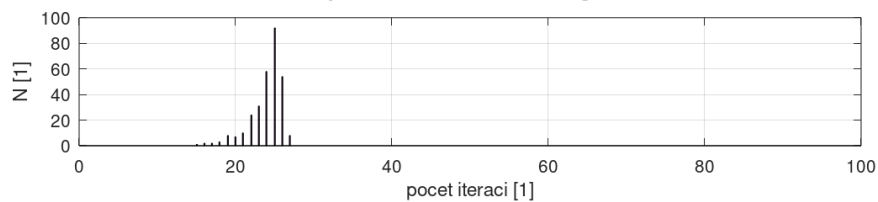
Sphere, iterace NAJ - histogram



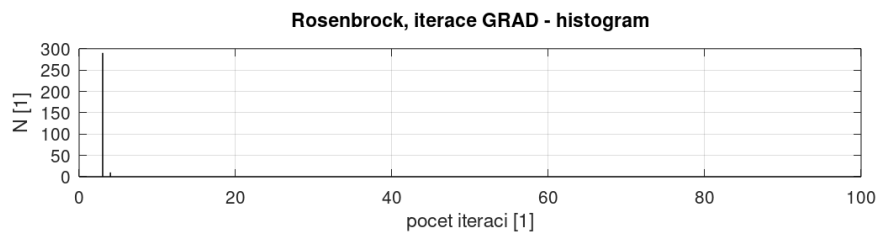
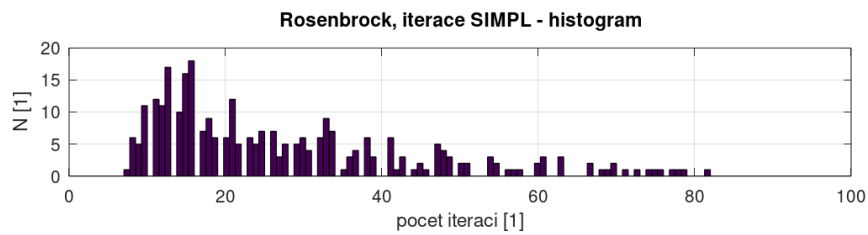
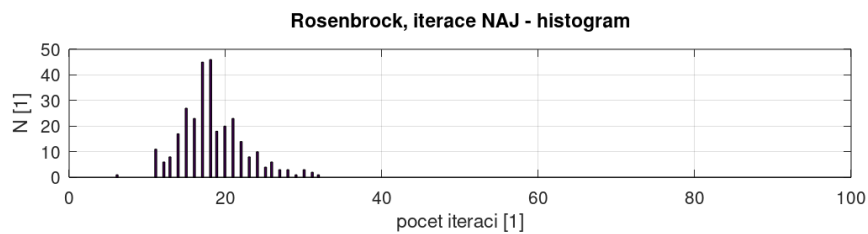
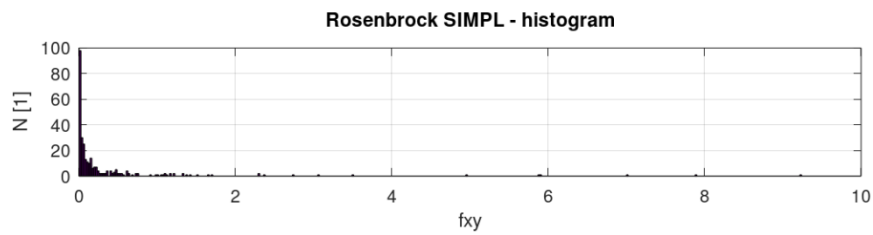
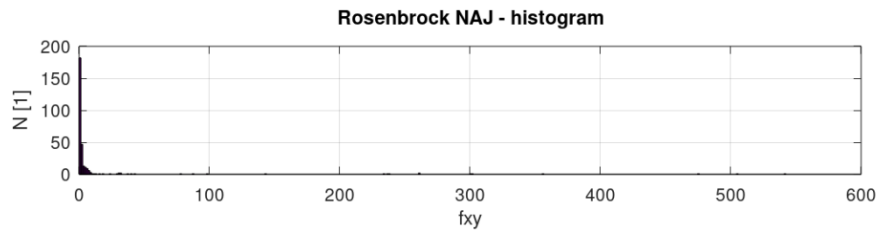
Sphere, iterace SIMPL - histogram



Sphere, iterace GRAD - histogram

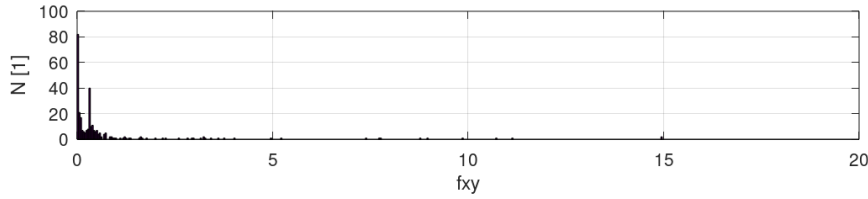


Rosenbrock	2 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	14,4	52,8	18,5	9,84e-3
Simplexová metoda	0,634	1,670	28,4	2,49e-2
Gradientní metoda	NaN	NaN	3,02	8,33e-4

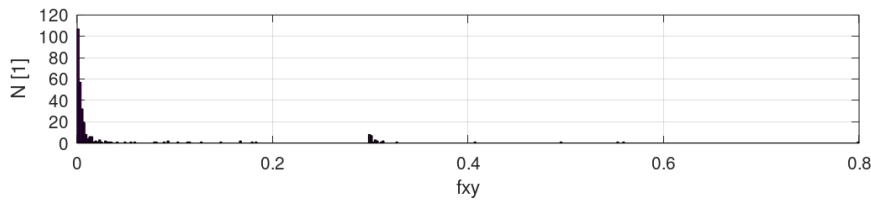


Three-hump Camel	2 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	0,681	1,852	14,4	7,92e-3
Simplexová metoda	4,00e-2	9,69e-2	13,5	1,33e-2
Gradientní metoda	NaN	NaN	11,2	3,07e-3

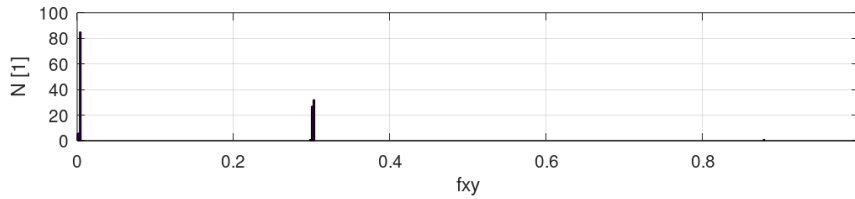
Three-hump camel NAJ - histogram



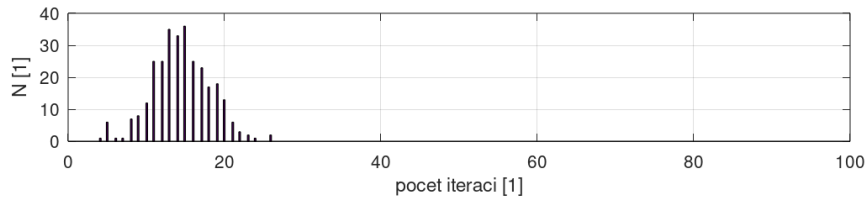
Three-hump camel SIMPL - histogram



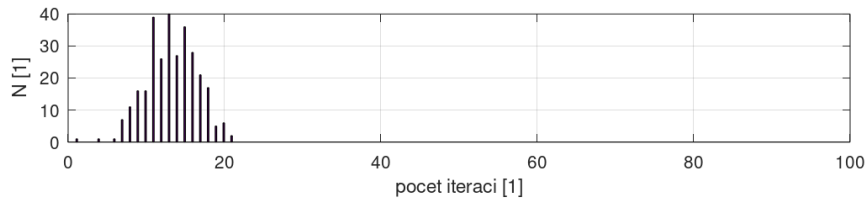
Three-hump camel GRAD - histogram



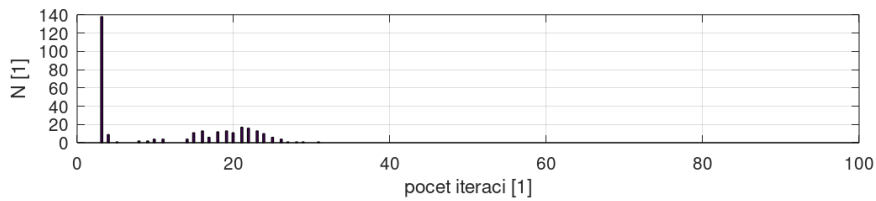
Three-hump camel, iterace NAJ - histogram



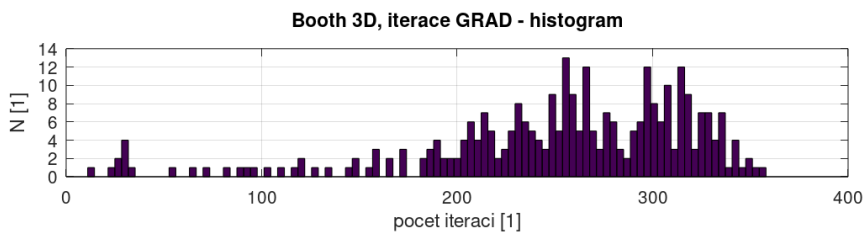
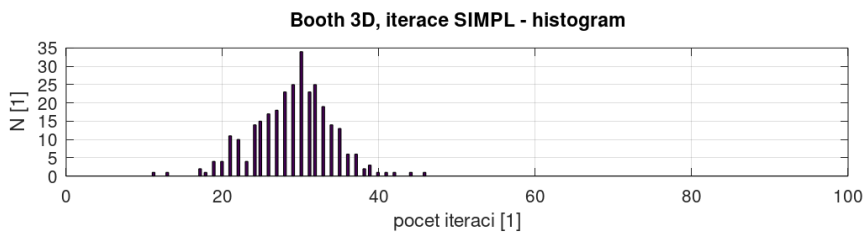
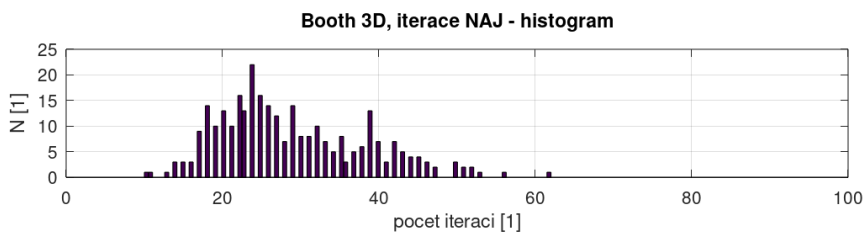
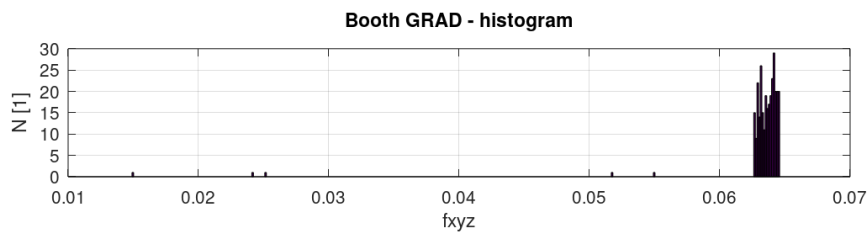
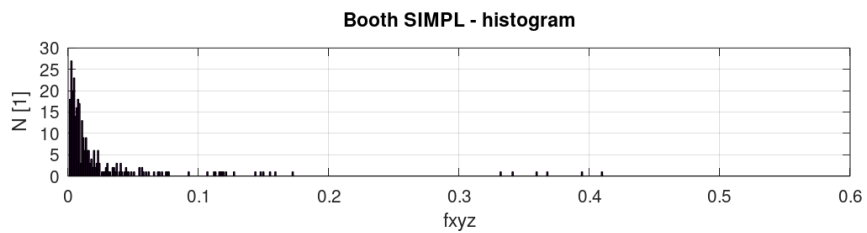
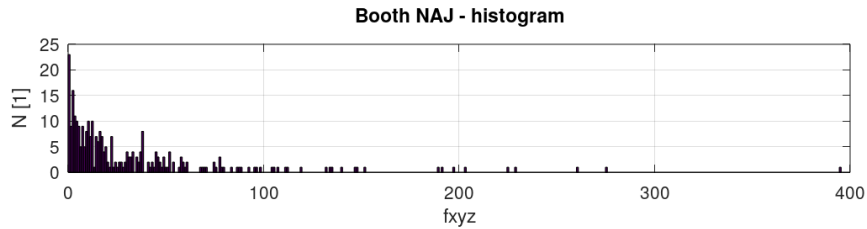
Three-hump camel, iterace SIMPL - histogram



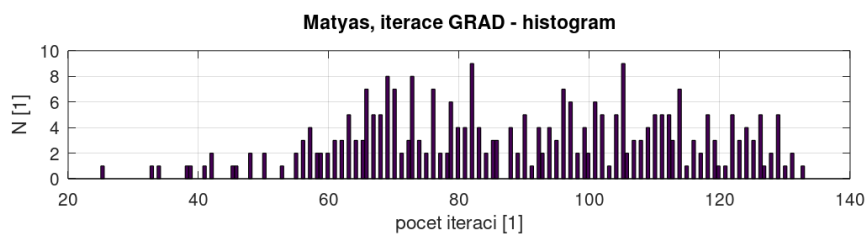
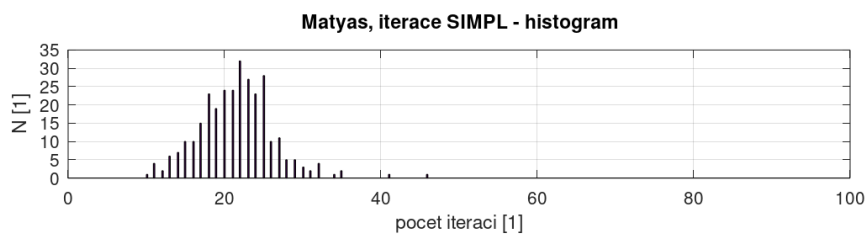
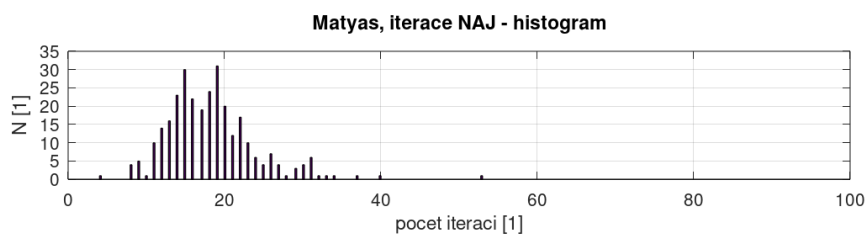
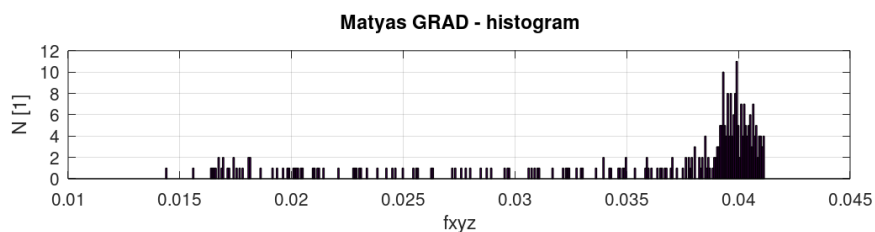
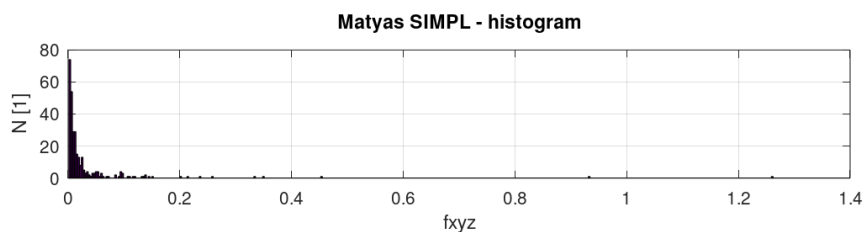
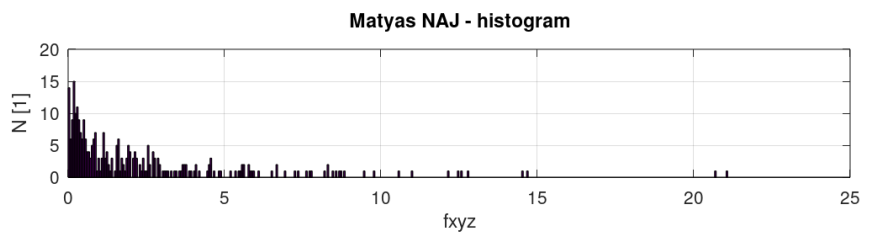
Three-hump camel, iterace GRAD - histogram



Booth	3 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	40,2	66,4	28,7	2,21e-2
Simplexová metoda	5,70e-2	25,97e-2	29,1	2,81e-2
Gradientní metoda	6,33e-2	0,40e-2	260	6,92e-2

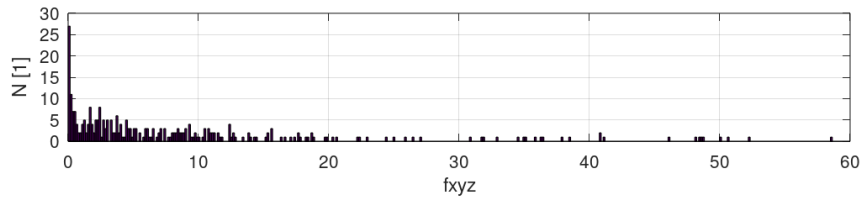


Matyas	3 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	2,52	4,18	18,6	1,31e-2
Simplexová metoda	9,41e-2	70,09e-2	21,0	2,10e-2
Gradientní metoda	3,58e-2	0,74e-2	89,2	2,26e-2

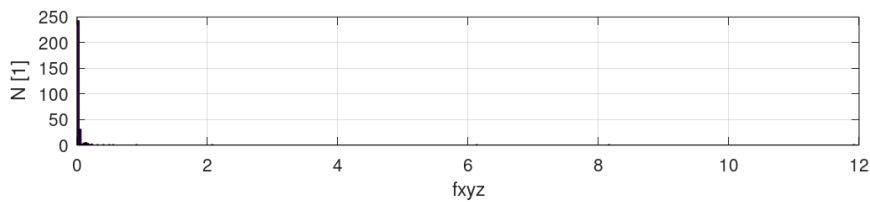


Sphere	3 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	8,67	11,7	22,0	1,42e-2
Simplexová metoda	3,51e-2	15,50e-2	24,5	2,22e-2
Gradientní metoda	2,87e-3	0,36e-3	25,1	5,16e-3

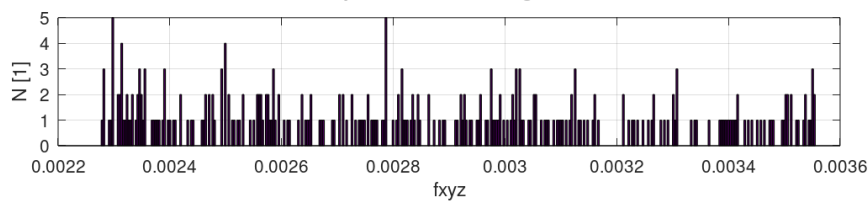
Sphere NAJ - histogram



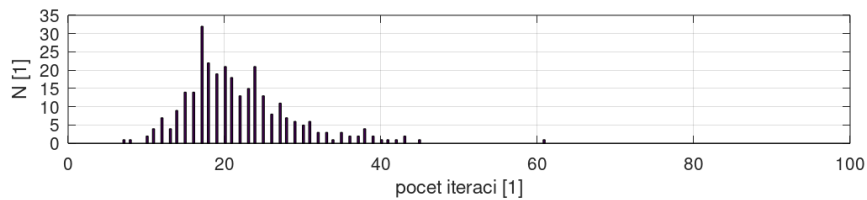
Sphere SIMPL - histogram



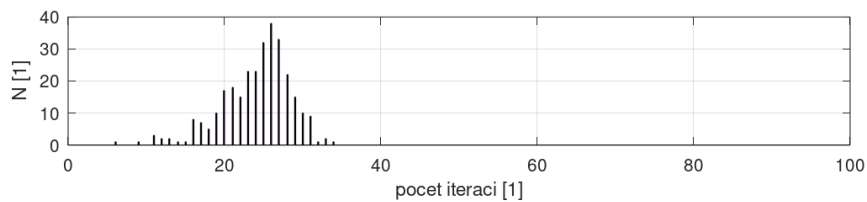
Sphere GRAD - histogram



Sphere, iterace NAJ - histogram



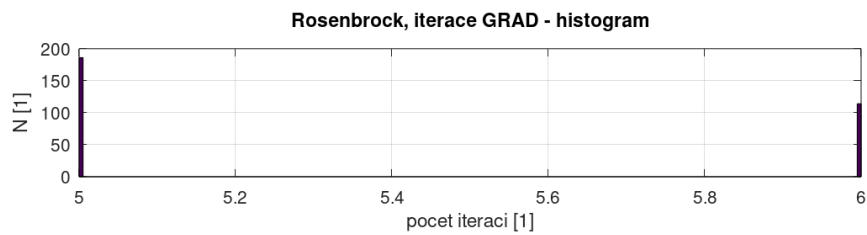
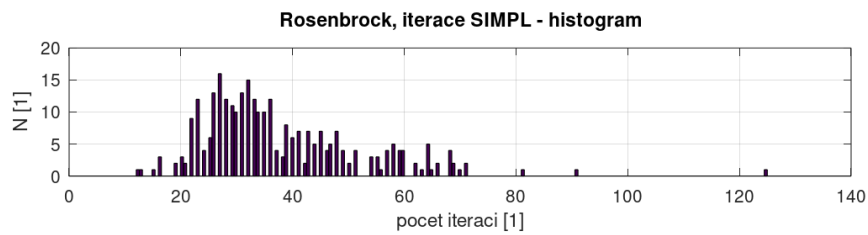
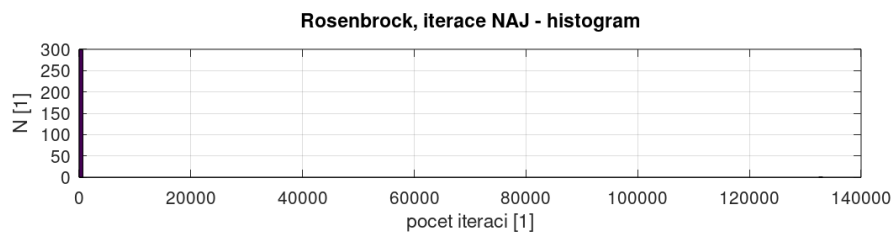
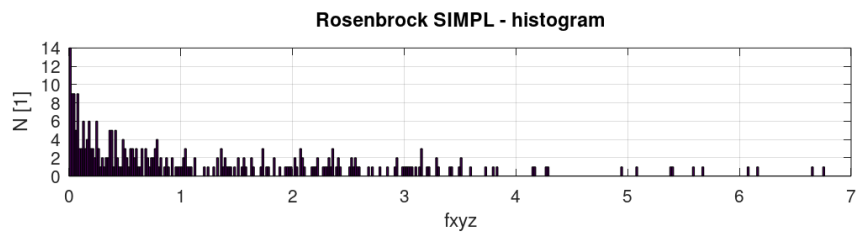
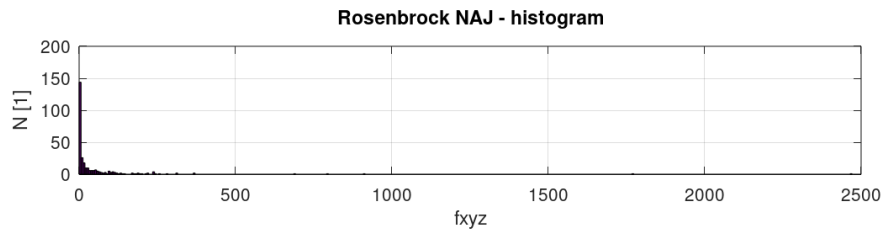
Sphere, iterace SIMPL - histogram



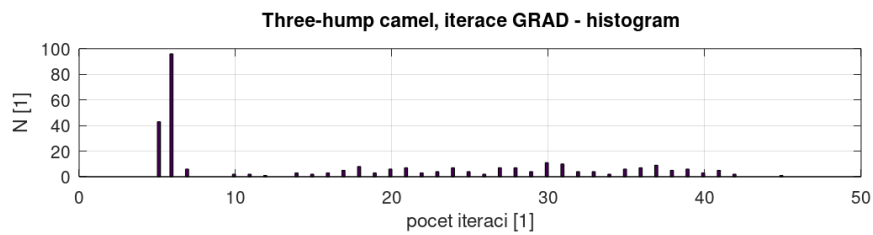
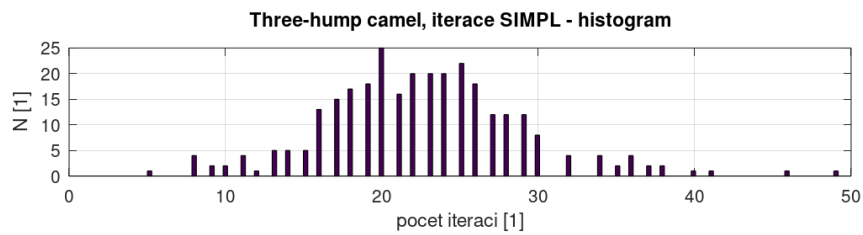
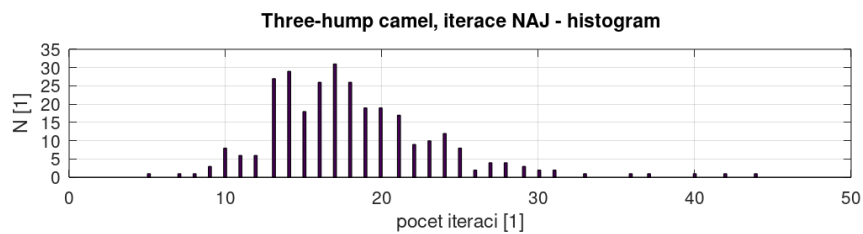
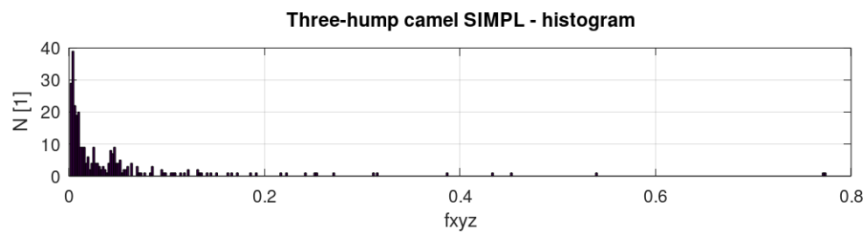
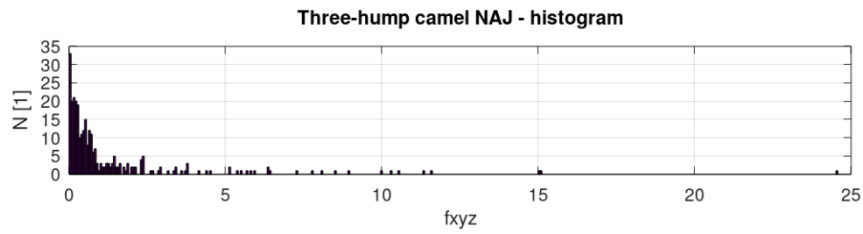
Sphere, iterace GRAD - histogram



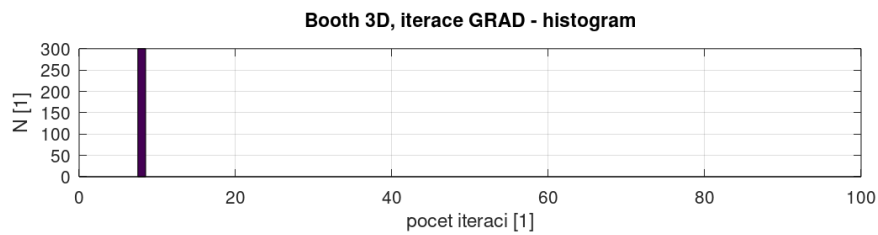
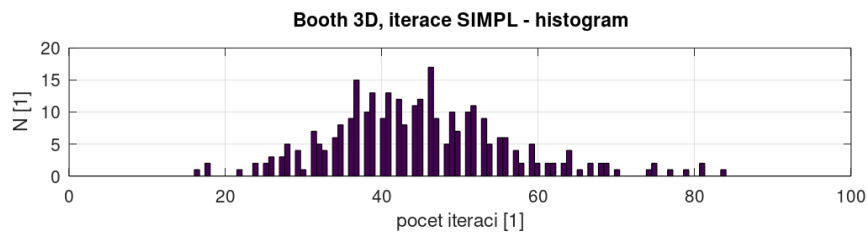
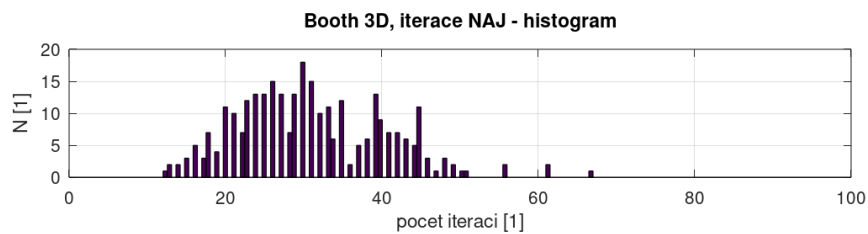
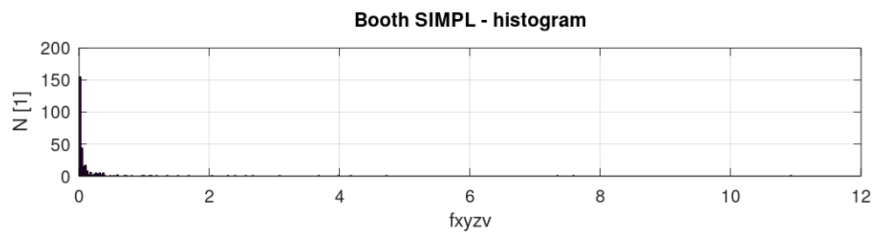
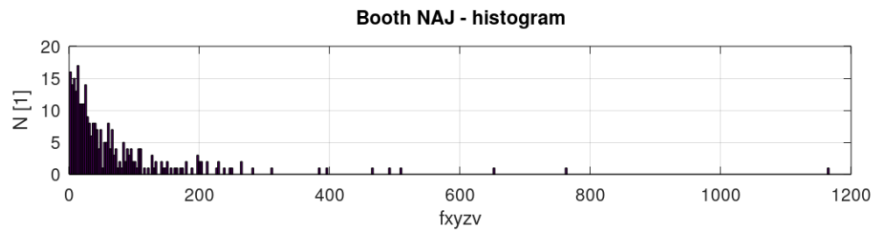
Rosenbrock	3 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	49,8	128,6	288	0,256
Simplexová metoda	1,51	1,59	39,6	5,19e-2
Gradientní metoda	NaN	NaN	5,38	2,60e-3



Three-hump Camel	3 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	1,22	2,16	17,3	1,31e-2
Simplexová metoda	4,91e-2	12,19e-2	22,2	2,20e-2
Gradientní metoda	NaN	NaN	17,1	5,68e-3

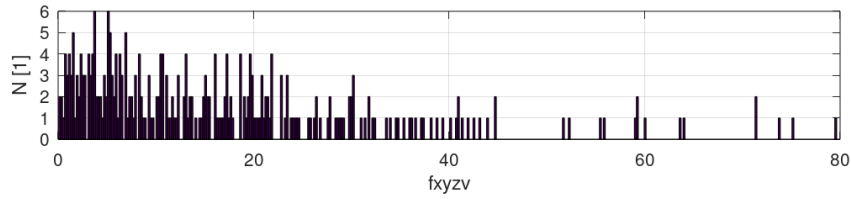


Booth	4 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	72,5	114,1	31,0	3,50e-2
Simplexová metoda	0,293	1,052	44,9	6,40e-2
Gradientní metoda	NaN	NaN	8	3,91e-3

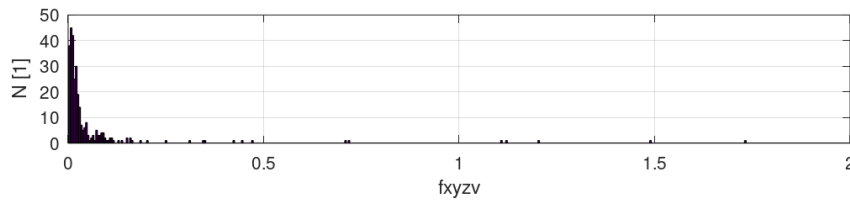


Sphere	4 nezávisle proměnné			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	16,9	15,5	22,6	0,019
Simplexová metoda	6,37e-2	18,80e-2	33,2	0,031
Gradientní metoda	2,87e-3	0,36e-3	25,8	6,19e-3

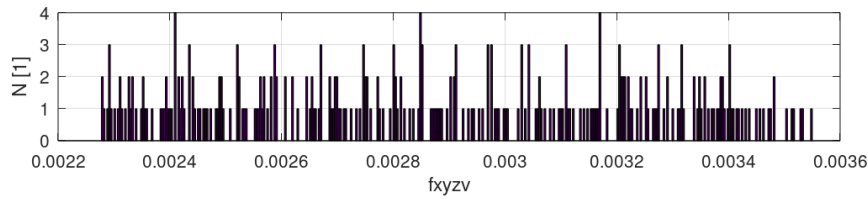
Sphere NAJ - histogram



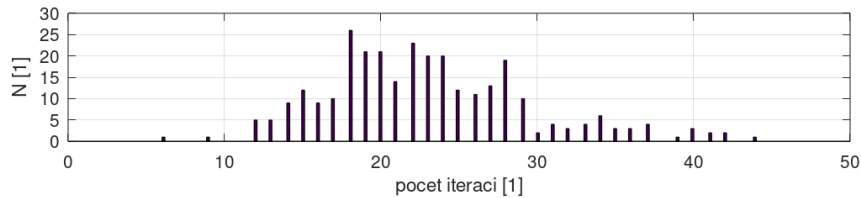
Sphere SIMPL - histogram



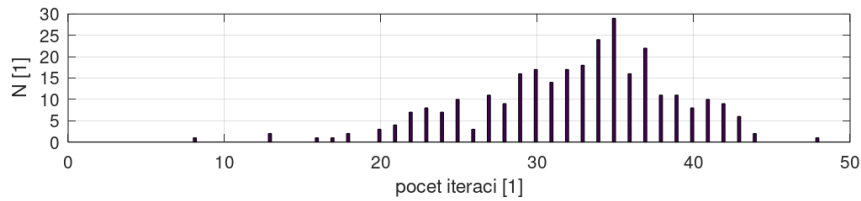
Sphere GRAD - histogram



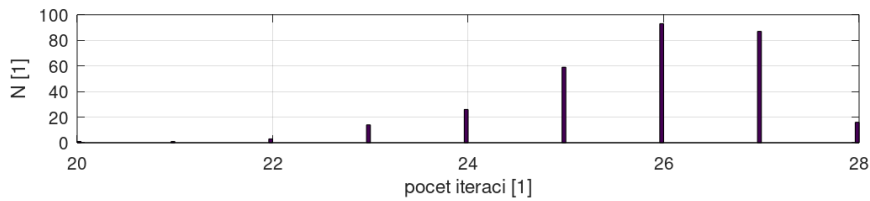
Sphere, iterace NAJ - histogram



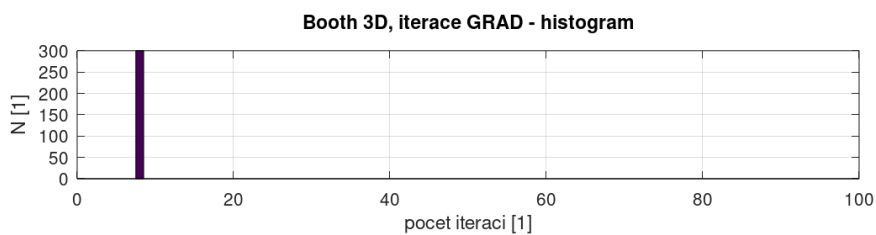
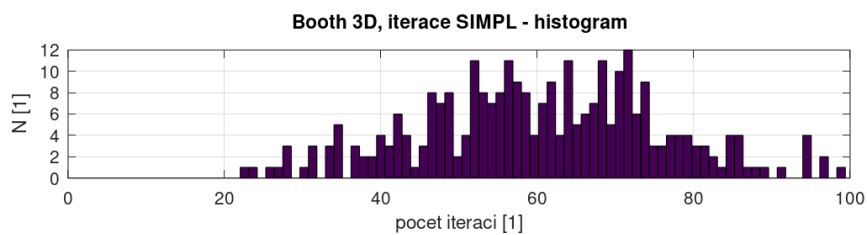
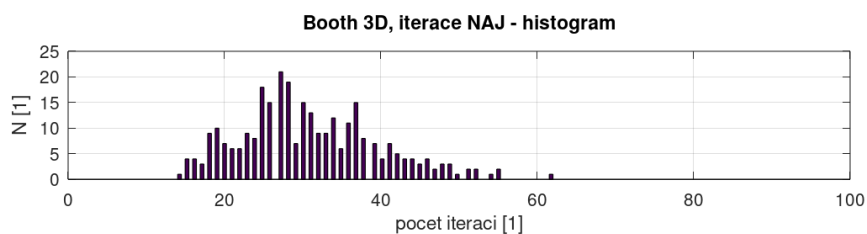
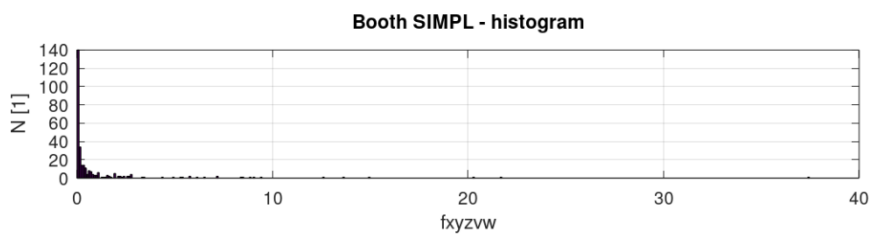
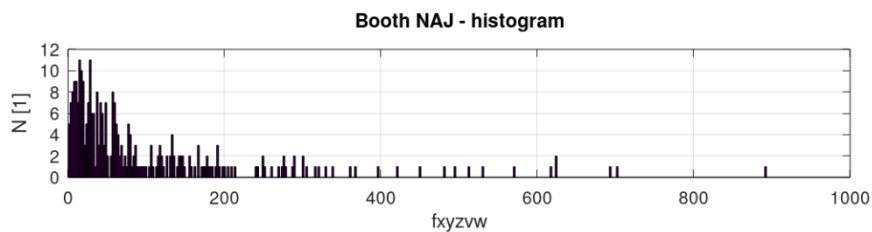
Sphere, iterace SIMPL - histogram



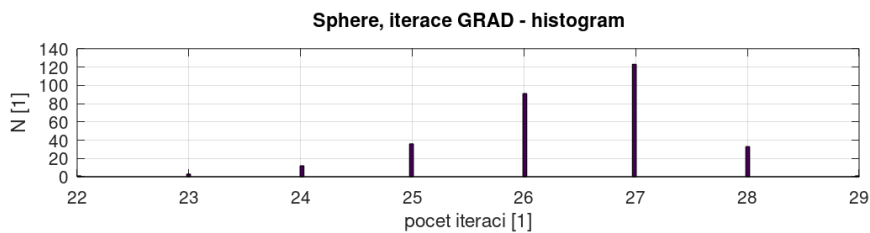
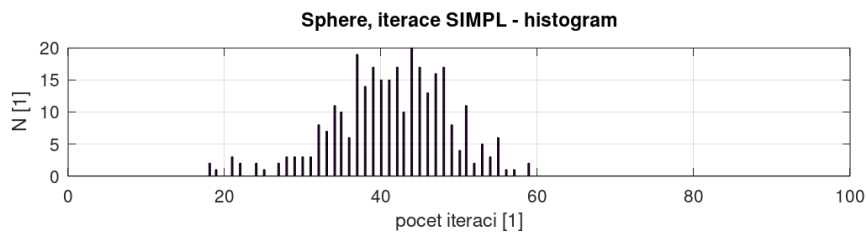
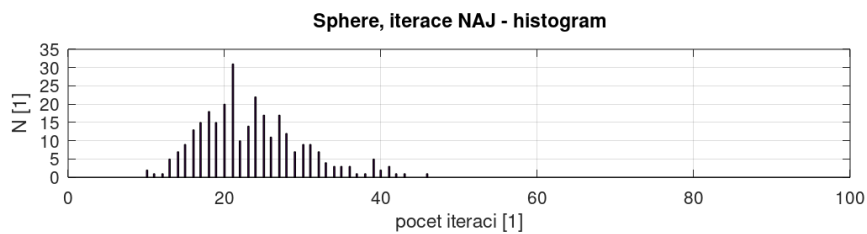
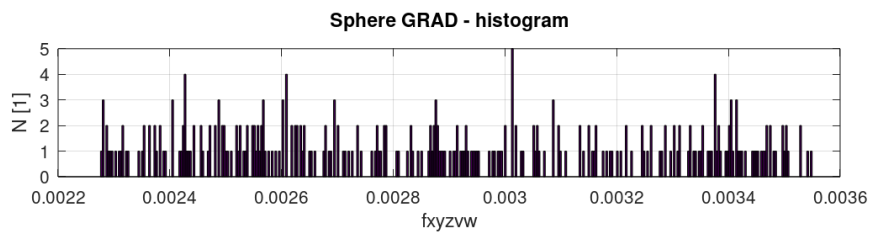
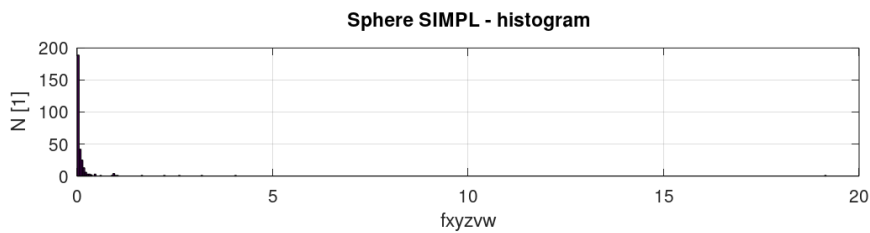
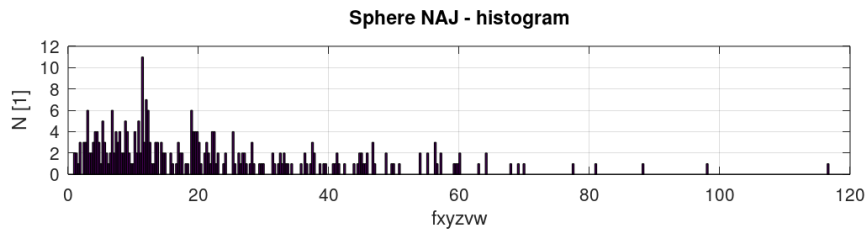
Sphere, iterace GRAD - histogram



Booth	5 nezávisle proměnných			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	102	134	30,8	4,70e-2
Simplexová metoda	1,13	3,37	62,1	7,13e-2
Gradientní metoda	NaN	NaN	8	3,91e-3



Sphere	5 nezávisle proměnných			
$f_{\min} = 0$	F	S	Iterace	CPU
Metoda autora	22,1	18,8	24,5	0,034
Simplexová metoda	0,192	1,166	40,1	0,043
Gradientní metoda	2,87e-3	0,38e-3	26,3	0,012



Příloha 2 – Optimalizace profilu křídla

V této příloze jsou uvedeny vstupní podmínky optimalizačního výpočtu, omezení parametrů PARSEC při optimalizačním výpočtu a průběh optimalizace. V této příloze jsou její jednotlivé části uvedeny v následujícím pořadí:

Téma	Stránka
Zadání optimalizačního výpočtu	58
Tabulka vstupních hodnot	58
Omezení parametrů PARSEC	59
Průběh optimalizovaných parametrů PARSEC	60
Průběh optimalizace tvaru profilu křídla	61

Porovnání aerodynamických charakteristik optimalizovaného profilu a profilu NACA 65017 (odkaz v kapitole 5.6 *Výsledky optimalizace tvaru profilu křídla*) je provedeno na níže uvedených stranách:

Téma	Stránka
Aerodynamická data	62
Poláry profilů	63
Vztlakové čáry	64
Momentové čáry	65
Porovnání optimalizovaného profilu a profilu NACA 65017	66

Zadání optimalizačního výpočtu:

- Optimalizovat tvar profilu křídla.
- Minimální tloušťka profilu křídla 17 %.
- Reynoldsovo číslo $Re = 5e6$, vazké prostředí.
- Minimalizovat součinitel odporu C_D a součinitel klopivého momentu C_m .
- Z technologických důvodů definovat tloušťku odtokové hrany konstantními parametry PARSEC $p(8) = 0,0005$ a $p(9) = 0,001$.

Tabulka vstupních hodnot:

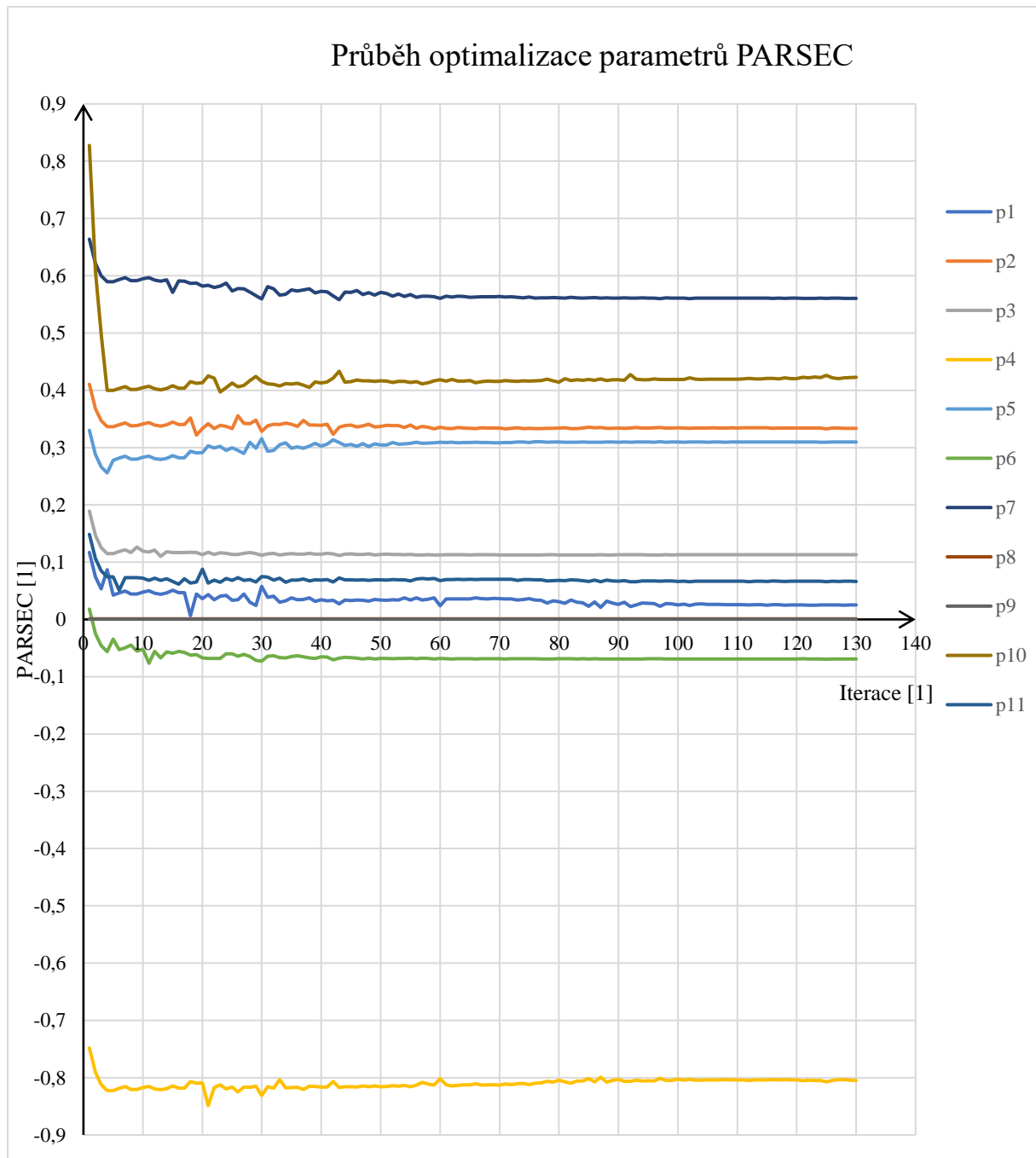
Vstupní veličina	Vstupní hodnota
Reynoldsovo číslo	$Re = 5e6$
Vstupní profil	NACA 2417
Parametr PARSEC č. 8*	$p(8) = 0,0005$
Parametr PARSEC č. 9**	$p(9) = 0,001$
Minimální tloušťka profilu	17 % (zařazeno v účelové funkci)
Požadavek součinitele C_L	$C_L = 0,9$
Počet bodů – panelování***	160
Ukončení optimalizace	Velikost simplexu $\leq 1e-3$
*Poloha horního bodu odtokové hrany.	
**Tloušťka odtokové hrany.	
***Panelování profilu křídla pro výpočty v programu Xfoil.	

Omezení parametrů PARSEC (viz kapitola 5.5 *Omezení hodnot parametrů PARSEC*) je uvedeno v následující tabulce. Původně byly jako mezní hodnoty použity parametry PARSEC profilů NACA 2515 a NACA 2527, ale později byla většina parametrů modifikována (zvětšení nebo zmenšení povoleného intervalu).

Parametr PARSEC	Značení parametru	Dolní mez [1]	Horní mez [1]
p(1)	Γ_{te}	0,0249188	0,0797856
p(2)	X_{up}	0,24897	0,38219
p(3)	Y_{up}	0,112559	0,162277
p(4)	Y_{XXup}	-0,8367769	-0,4200429
p(5)	X_{low}	0,235371	0,309918
p(6)	Y_{low}	-0,069328	-0,02
p(7)	Y_{XXlow}	0	0,3
p(8)*	y_{te}	0,0005	0,0005
p(9)*	Δy_{te}	0,001	0,001
p(10)	β_{te}	0,1436286	0,6050212
p(11)	α_{te}	0	0,080531

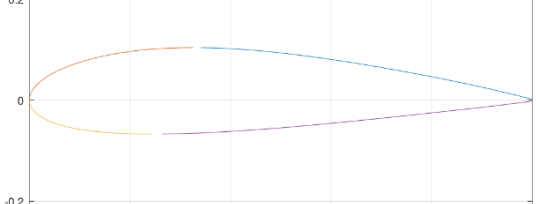
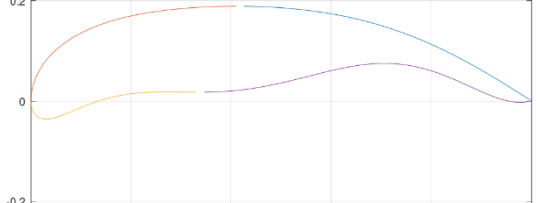
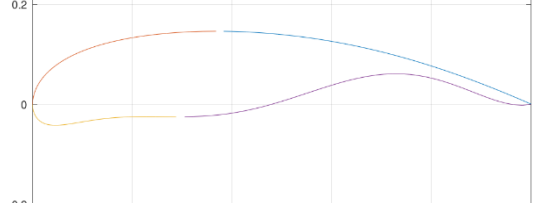
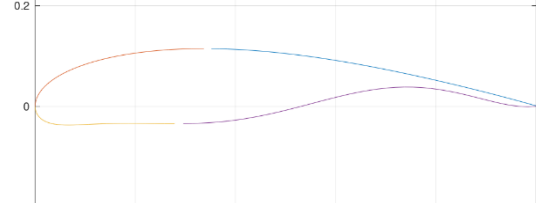
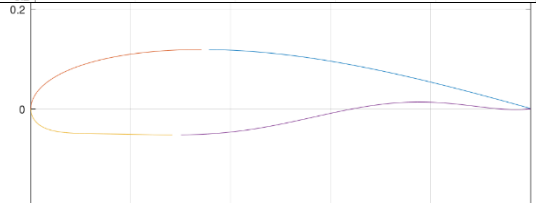
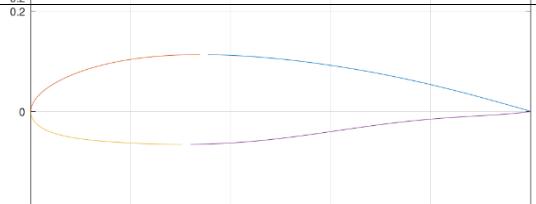
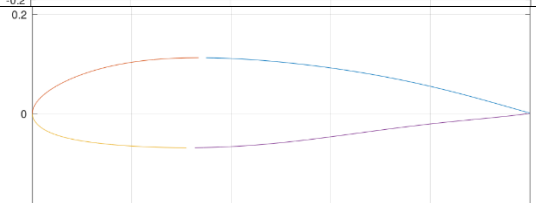
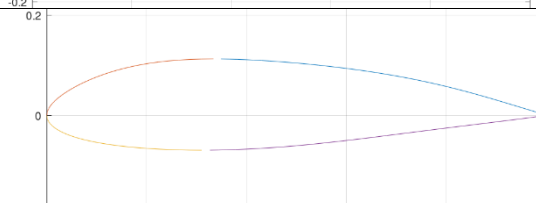
*Konstanty.

Následující graf znázorňuje **průběh optimalizovaných parametrů PARSEC** (bylo uvedeno i v kapitole 5.6 *Výsledky optimalizace tvaru profilu křídla*):



Průběh optimalizace z hlediska tvaru profilu křídla je uveden na následující straně této přílohy jako série obrázků některých iterací.

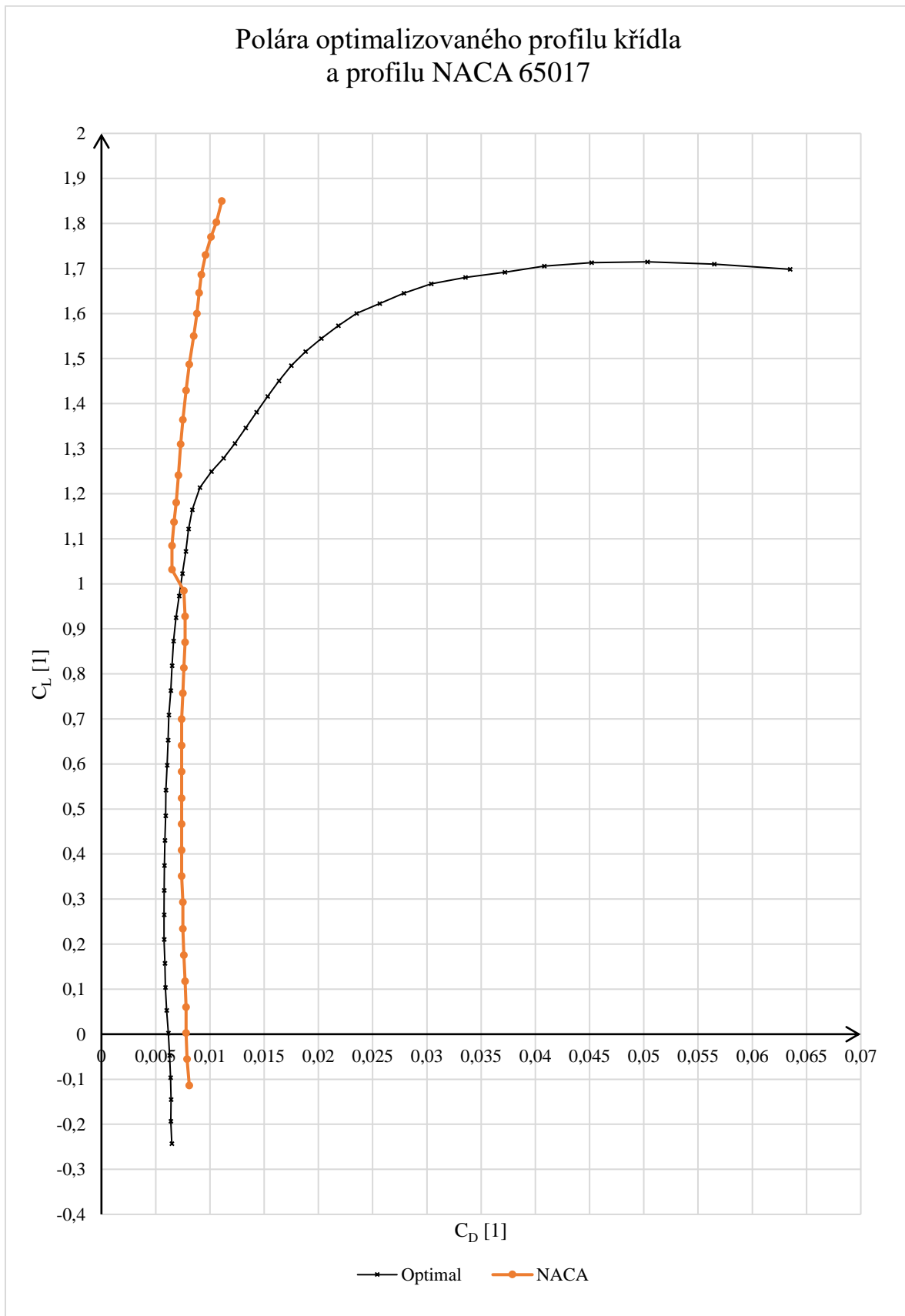
Následující tabulka znázorňuje **průběh optimalizace tvaru profilu křídla:**

Pozice výpočtu	Obrázek profilu
Vstup	
Iterace 1	
Iterace 2	
Iterace 5	
Iterace 10	
Iterace 40	
Iterace 80	
Iterace 130 (konec)	

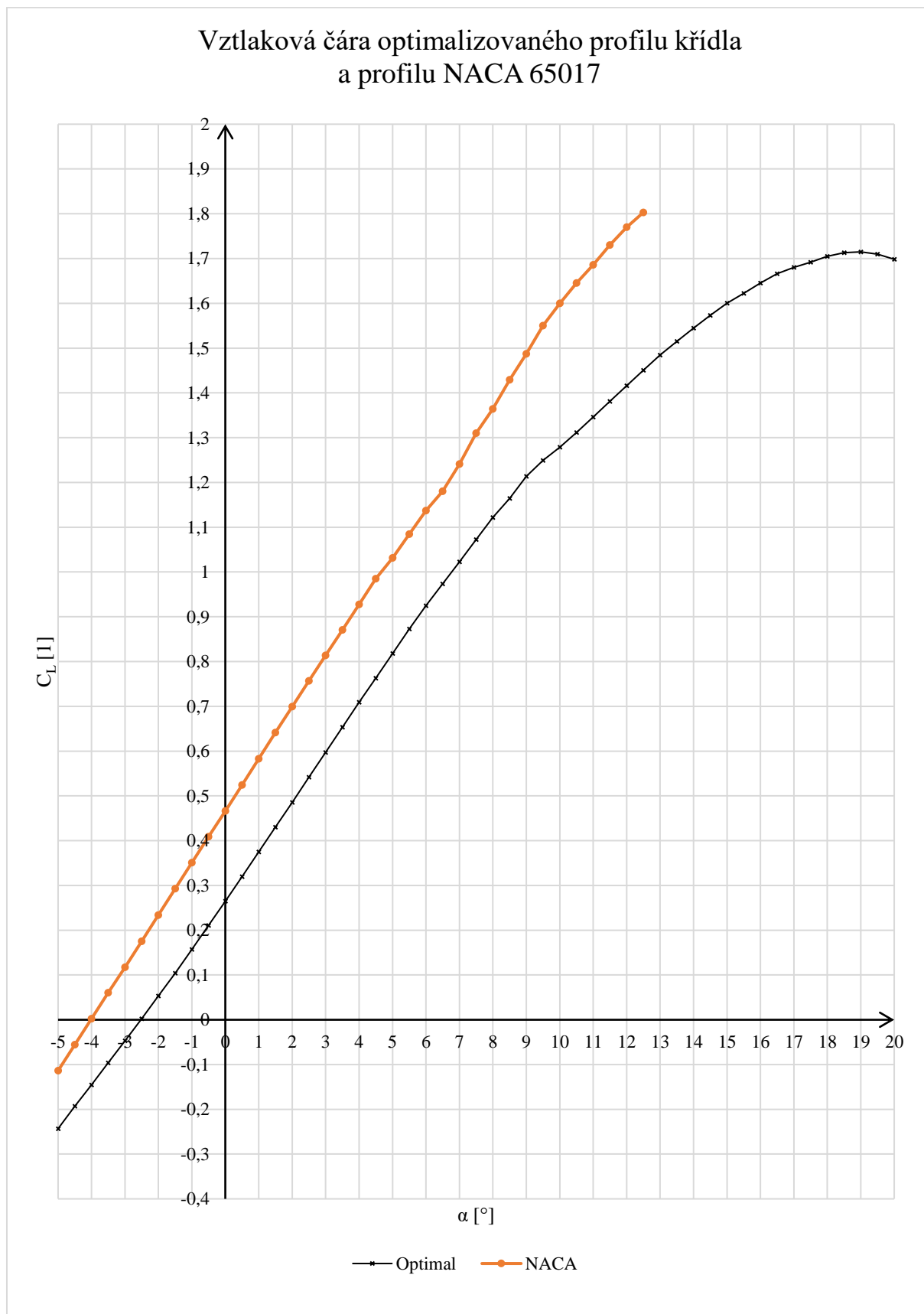
Aerodynamická data optimalizovaného profilu a profilu NACA 65017:

α [°]	Optimalizovaný profil			NACA 65017		
	C_L [1]	C_D [1]	C_m [1]	C_L [1]	C_D [1]	C_m [1]
-5,0	-0,2432	0,00649	-0,0684	-0,1137	0,0081	-0,0606
-4,5	-0,1932	0,0064	-0,0673	-0,0556	0,0079	-0,0606
-4,0	-0,1453	0,00642	-0,0657	0,0025	0,0078	-0,0606
-3,5	-0,0964	0,00636	-0,0644	0,0602	0,0078	-0,0605
-3,0	-0,0472	0,00627	-0,0632	0,1174	0,0077	-0,0604
-2,5	0,0024	0,00616	-0,062	0,1753	0,0076	-0,0604
-2,0	0,053	0,006	-0,0611	0,2339	0,0075	-0,0606
-1,5	0,104	0,0059	-0,0603	0,2928	0,0075	-0,0609
-1,0	0,1572	0,00584	-0,0598	0,3509	0,0074	-0,061
-0,5	0,2105	0,00577	-0,0594	0,4087	0,0074	-0,0612
0,0	0,2649	0,00577	-0,0592	0,4662	0,0074	-0,0613
0,5	0,3194	0,00579	-0,059	0,5241	0,0074	-0,0615
1,0	0,3748	0,00581	-0,059	0,5827	0,0074	-0,0619
1,5	0,4302	0,00586	-0,0591	0,6412	0,0074	-0,0622
2,0	0,4853	0,00592	-0,059	0,6995	0,0074	-0,0626
2,5	0,5418	0,00595	-0,0593	0,7568	0,0075	-0,0629
3,0	0,5972	0,00605	-0,0594	0,8134	0,0076	-0,063
3,5	0,6531	0,00614	-0,0595	0,8703	0,0077	-0,0633
4,0	0,709	0,00622	-0,0597	0,9277	0,0077	-0,0636
4,5	0,7629	0,0064	-0,0596	0,9847	0,0076	-0,064
5,0	0,8182	0,00651	-0,0597	1,0315	0,0065	-0,0628
5,5	0,8726	0,00665	-0,0597	1,0846	0,0065	-0,0623
6,0	0,9249	0,00687	-0,0593	1,1369	0,0067	-0,0617
6,5	0,9732	0,00717	-0,0581	1,18	0,0069	-0,0614
7,0	1,0226	0,00746	-0,0572	1,24	0,0071	-0,061
7,5	1,0722	0,00778	-0,0565	1,31	0,0073	-0,063
8,0	1,1217	0,00804	-0,0557	1,36	0,0075	-0,0653
8,5	1,1645	0,00837	-0,0535	1,43	0,0078	-0,0672
9,0	1,2134	0,00907	-0,053	1,49	0,0081	-0,0686
9,5	1,249	0,01013	-0,0502	1,55	0,0085	-0,0698
10,0	1,2785	0,01126	-0,0462	1,60	0,0088	-0,0709
10,5	1,3115	0,01229	-0,0431	1,65	0,009	-0,068
11,0	1,3461	0,01329	-0,0403	1,69	0,0092	-0,0663
11,5	1,3809	0,0143	-0,0378	1,73	0,0096	-0,0651
12,0	1,416	0,01532	-0,0354	1,77	0,0101	-0,0627
12,5	1,4505	0,01637	-0,0331	1,80	0,0106	-0,0602
13,0	1,4842	0,0175	-0,0309	1,85	0,0111	-0,0587
13,5	1,5153	0,01882	-0,0285			
14,0	1,5445	0,02027	-0,0261			
14,5	1,5729	0,02183	-0,0238			
15,0	1,6002	0,02352	-0,0216			
15,5	1,6224	0,02566	-0,0192			
16,0	1,6454	0,02788	-0,0172			
16,5	1,6658	0,03039	-0,0153			
17,0	1,6804	0,03356	-0,0134			
17,5	1,6917	0,03719	-0,0118			
18,0	1,7051	0,04082	-0,0107			
18,5	1,713	0,04519	-0,0099			
19,0	1,7149	0,05033	-0,0094			
19,5	1,7097	0,05649	-0,0093			
20,0	1,6985	0,06349	-0,0096			

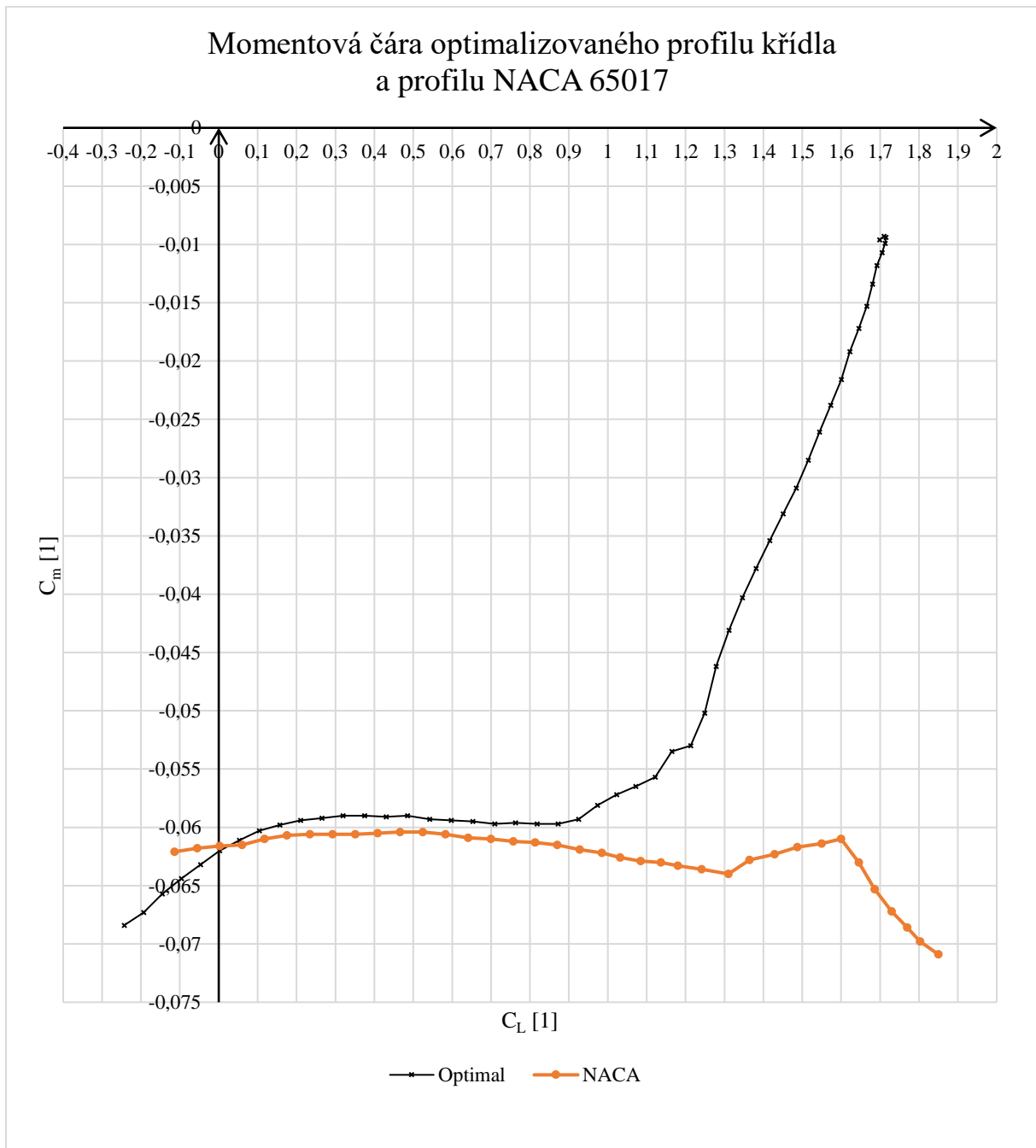
Poláry profilů – optimalizovaného profilu a profilu NACA 65017 (optimalizovaný profil značen „Optimal“ a profil NACA 65017 značen „NACA“):




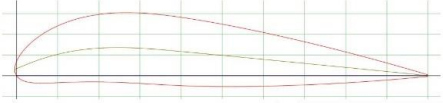
Vztlakové čáry optimalizovaného profilu a profilu NACA 65017 (optimalizovaný profil značen „Optimal“ a profil NACA 65017 značen „NACA“):



Momentové čáry optimalizovaného profilu a profilu NACA 65017 (optimalizovaný profil značen „Optimal“ a profil NACA 65017 značen „NACA“):



Porovnání optimalizovaného profilu a profilu NACA 65017 (bylo uvedeno i v kapitole 5.6 *Výsledky optimalizace tvaru profilu křídla*):

	Optimalizovaný profil	NACA 65017
Obrázek		
Maximální tloušťka	18,18 % (-6,82 %)	16,94 % ≈ 17 % (100 %)
Poloha max. tloušťky	33,9 %	30,9 %
Maximální prohnutí	2,47 %	5,60 %
Poloha max. prohnutí	52,8 %	26,4 %
Požadovaný součinitel C_L	0,9	0,9
Při součiniteli C_D	0,0069 (+8,70 %)	0,0075 (100 %)
Při součiniteli C_m	-0,060 (+3,33 %)	-0,062 (100 %)
Při úhlu náběhu α	5,7 °	3,7 °