

ČESKÉ VYSOKÉ  
UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE

FAKULTA  
STROJNÍ



BAKALÁŘSKÁ  
PRÁCE

2021

LUKÁŠ  
VÖLFL



**FAKULTA  
STROJNÍ  
ČVUT V PRAZE**

Ústav letadlové techniky

# Koncepční návrh křídla soutěžního letounu

Conceptual design  
of competition aircraft wing

Bakalářská práce  
2021

**Lukáš VÖLFL**

**Studijní program:** B2342 TEORETICKÝ ZÁKLAD STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
**Studijní obor:** 2301R000 Studijní program je bezoborový  
**Vedoucí práce:** Ing. Jakub Valenta

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Vöfl** Jméno: **Lukáš** Osobní číslo: **483996**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávací katedra/ústav: **Ústav letadlové techniky**  
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**  
Studijní obor: **bez oboru**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Koncepční návrh křídla soutěžního letounu**

Název bakalářské práce anglicky:

**Conceptual design of competition aircraft wing**

Pokyny pro vypracování:

Náplní této práce je vytvořit koncepční návrh křídla soutěžního letounu ACC 2021.

Body zadání:

- Základní pojmy problematiky
- Volba profilu
- Návrh geometrických parametrů křídla
- Určení aerodynamických charakteristik

Seznam doporučené literatury:

Dle pokynů vedoucího.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

**Ing. Jakub Valenta, ústav letadlové techniky FS**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **30.04.2021**

Termín odevzdání bakalářské práce: **10.06.2021**

Platnost zadání bakalářské práce: \_\_\_\_\_

Ing. Jakub Valenta  
podpis vedoucí(ho) práce

Ing. Robert Theiner, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

\_\_\_\_\_  
Datum převzetí zadání

\_\_\_\_\_  
Podpis studenta

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne .....

.....

Lukáš Vöfl

## **Poděkování**

Nejprve bych chtěl poděkovat svým nejbližším za podporu během studií, především v této nelehké době. Dále děkuji týmu Chicken wings a zvláště pak vedoucímu tohoto týmu Ing. Filipu Kublákovi za ochotu a věcné připomínky. Největší dík však patří panu Ing. Jakubu Valentovi za výbornou spolupráci a za nadstandardní výklady, na kterých jsem během práce hodně stavěl.

Lukáš Vöfl

## Anotace

Tato bakalářská práce zpracovává aerodynamický návrh křídla bezpilotního letounu, který má uspět v soutěži Air Cargo Challenge. Úvodní části se zabývají jednak omezujícími požadavky letounu a dále pak rešerší v oblasti aerodynamiky a mechaniky letu. Následuje praktická část, která popisuje průběh návrhu a použité výpočetní vztahy. Součástí práce je také porovnání koncepce s odlišným návrhem.

<b>Autor:</b>	Lukáš Vöfl
<b>Název bakalářské práce:</b>	Koncepční návrh křídla soutěžního letounu
<b>Rok vyhotovení:</b>	2021
<b>Univerzita:</b>	České vysoké učení technické v Praze Fakulta strojní
<b>Studijní program:</b>	B2342 Teoretický základ strojního inženýrství
<b>Obor studia:</b>	2301R000 Studijní program je bezoborový
<b>Ústav:</b>	Ústav letadlové techniky
<b>Vedoucí bakalářské práce:</b>	Ing. Jakub Valenta
<b>Bibliografické údaje:</b>	Počet stran: 65 Počet obrázků: 20 Počet grafů: 18 Počet tabulek: 8 Počet příloh: 6
<b>Klíčová slova</b>	Aerodynamické charakteristiky, křídlo letounu, koncepční návrh, profil křídla

## Annotation

This bachelor thesis deals with the aerodynamic design of a wing of an unmanned aircraft, which should succeed in the Air Cargo Challenge competition. The theoretical parts begin with the limiting requirements of the aircraft and then continues with the research in the field of aerodynamics and flight mechanics. The following applied part describes the design process and used computational methods. The thesis also includes a comparison of the concept with a different design.

<b>Author:</b>	Lukáš Vöfl
<b>Title of bachelor thesis:</b>	Conceptual design of competition aircraft wing
<b>Academic year:</b>	2021
<b>University:</b>	Czech Technical University in Prague Faculty of mechanical engineering
<b>Studijní program:</b>	B2342 Theoretical fundamentals of mechanical engineering
<b>Obor studia:</b>	2301R000 The study programme is without specialisation
<b>Department:</b>	Department of Aerospace Engineering
<b>Supervisor:</b>	Ing. Jakub Valenta
<b>Extent:</b>	Number of pages: 65 Number of figures: 20 Number of graphs: 18 Number of tables: 8 Number of attachments: 6
<b>Keywords</b>	Aerodynamic characteristics, airfoil, airplane wing, conceptual design

# Obsah

<b>Seznam obrázků</b>	<b>9</b>
<b>Seznam grafů</b>	<b>10</b>
<b>Seznam tabulek</b>	<b>11</b>
<b>Seznam příloh</b>	<b>11</b>
<b>Seznam použitých programů</b>	<b>12</b>
<b>Seznam použitých zkratk</b>	<b>12</b>
<b>Seznam použitých indexů</b>	<b>12</b>
<b>Seznam použitých značení</b>	<b>12</b>
<b>1 Úvod</b>	<b>14</b>
<b>2 Specifikace soutěže</b>	<b>15</b>
2.1 Omezující podmínky . . . . .	15
2.2 Základní technické požadavky . . . . .	15
2.3 Popis koncepce letounu . . . . .	16
<b>3 Úvod do aerodynamiky nízkých rychlostí</b>	<b>18</b>
3.1 Mezinárodní srovnávací atmosféra . . . . .	18
3.2 Vlastnosti plynů . . . . .	19
3.2.1 Viskozita . . . . .	20
3.2.2 Stlačitelnost . . . . .	20
3.3 Proudění . . . . .	21
3.3.1 Základní úlohy proudění . . . . .	22
3.3.2 Reynoldsovo číslo . . . . .	22
3.3.3 Mezní vrstva . . . . .	23
3.3.4 Zákon spojitosti proudění . . . . .	24
3.3.5 Bernoulliho rovnice . . . . .	25
<b>4 Základy mechaniky letu</b>	<b>26</b>
4.1 Základní silové účinky při vodorovném ustáleném letu . . . . .	26
4.1.1 Vztlak . . . . .	26
4.1.2 Odpor . . . . .	27
4.1.3 Klopivý moment . . . . .	27
4.1.4 Tah . . . . .	27
4.1.5 Tíha . . . . .	27
4.2 Aerodynamické charakteristiky . . . . .	28
4.2.1 Tlakový součinitel . . . . .	28



4.2.2	Součinitel vztlaku . . . . .	29
4.2.3	Součinitel odporu . . . . .	30
4.2.4	Součinitel klopivého momentu . . . . .	30
4.3	Geometrie křídla . . . . .	31
4.3.1	Půdorysný tvar křídla . . . . .	31
4.3.2	Profil křídla . . . . .	34
4.3.3	Nárys křídla . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Návrhové výpočty</b>	<b>36</b>
5.1	Plocha křídla . . . . .	36
5.2	Charakteristika profilu . . . . .	40
5.2.1	Volba vhodného profilu z databáze . . . . .	41
5.2.2	Ověření parametrů profilu . . . . .	43
5.2.3	Detailní porovnání klopivého momentu . . . . .	44
5.2.4	Závěr výpočtů profilu . . . . .	45
5.3	Geometrie křídla . . . . .	46
5.4	Aerodynamické parametry křídla . . . . .	48
5.4.1	Způsob první: zanedbaná změna Reynoldsova čísla po rozpětí . . . . .	48
5.4.2	Způsob druhý: zanedbání změny Reynoldsova čísla . . . . .	49
5.4.3	Porovnání obou způsobů . . . . .	51
5.4.4	Poloha křidélek . . . . .	52
5.4.5	Charakteristické hodnoty křídla . . . . .	53
5.4.6	Klopivý moment křídla . . . . .	54
5.5	Souhrn výsledků aerodynamické charakteristiky . . . . .	55
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>59</b>
	<b>Reference</b>	<b>60</b>
	<b>Přílohy</b>	<b>61</b>

## Seznam obrázků

1	Schéma letu [1] . . . . .	16
2	Renderovaný obrázek koncepčního návrhu letounu s eliptickým křídlem (Catia V5) . . . . .	17
3	Půdorysný pohled koncepčního návrhu v ohraničení dané kosočtvercem 1,5 m (Catia V5) . . . . .	17
4	Schéma průběhu teploty s výškou [3] (upraveno) . . . . .	19
5	Rychlostní gradient u obtékaného povrchu [3] (upraveno) . . . . .	20
6	Laminární proudění a turbulentní proudění v oblasti odtržení (za profilem vzniká tzv. úplav) [3] (upraveno) . . . . .	21
7	Proudění na mezní vrstvě u rovné desky [3] . . . . .	23
8	Proudění na mezní vrstvě s tlakovým gradientem [3] . . . . .	24
9	Základní silové účinky působící na profil (zpracováno autorem), působiště sil se nachází v aerodynamickém středu profilu AC (více kapitola 4.3) . . .	26
10	Ukázka rozložení tlakového součinitele na profilu [3] . . . . .	29
11	Ukázka základních typů křídel [3] (upraveno) . . . . .	32
12	Nalezení aerodynamického středu [9] (upraveno) . . . . .	33
13	Grafická metoda k určení střední aerodynamické tětiny SAT [9] (upraveno)	34
14	Základní charakteristiky profilu - ukázáno na profilu K3311 [10][3] (upraveno) . . . . .	35
15	Ukázka grafu analýzy omezení (převzato z anglické literatury) [11] . . . . .	36
16	Lichoběžníkové křídlo o zúžení 0,7 bez úprav (měřítko 1:20) . . . . .	46
17	Lichoběžníkové křídlo o zúžení 0,7 s ořezy s respektováním předběžného určení těžiště (měřítko 1:20) . . . . .	47
18	Analýza křivosti provedená v Catia V5 . . . . .	47
19	Schematicky zobrazené, dosazované veličiny . . . . .	54
20	Render modelu křídla - Catia V5 . . . . .	57

## Seznam grafů

1	Ukázka aerodynamické poláry profilu MH32 . . . . .	30
2	Ukázka charakteristik na profilu MH32 . . . . .	30
2.1	Vztlaková čára . . . . .	30
2.2	Odporová čára . . . . .	30
2.3	Momentová čára . . . . .	30
3	Graf analýzy omezení pro různé štíhlosti . . . . .	38
4	Přepočítané závislosti z tahové charakteristiky na výkonovou charakteristiku	39
5	Výsledné závislosti režimů letu při štíhlosti $\lambda = 8,3$ s grafickým znázor- něním maximálních součinitelů vztlaku . . . . .	40
6	Poláry pěti vybraných profilů . . . . .	41
7	Poláry tří vybraných profilů - detail . . . . .	42
8	Charakteristiky tří vybraných profilů . . . . .	42
8.1	Odporová čára . . . . .	42
8.2	Vztlaková čára . . . . .	42
9	Charakteristiky vybraných profilů při $Re = 185\ 000$ . . . . .	43
9.1	Aerodynamická polára . . . . .	43
9.2	Vztlaková čára . . . . .	43
10	Momentové čáry vybraných profilů po korekci AC . . . . .	45
11	Součinitel vztlaku po rozpětí křídla $Re = konst$ . . . . .	49
12	Součinitel vztlaku po rozpětí křídla $Re \neq konst$ . . . . .	51
13	Srovnání obou metod Glauertova řešení . . . . .	51
14	Vztlaková čára křídla a profilu MH32 střední geometrické tětivy . . . . .	53
15	Aerodynamická polára křídla . . . . .	55
16	Korekce momentové čáry kořenového a koncového profilu . . . . .	55
17	Srovnání vztlakových čar . . . . .	56
18	Srovnání aerodynamických polár . . . . .	57

## Seznam tabulek

1	Průměrné hodnoty fyzikálních veličin u hladiny moře [3] . . . . .	19
2	Srovnání vybraných profilů (barevná škála označuje: červená - nejhorší výsledek, modrá nejlepší výsledek) . . . . .	41
3	Porovnání profilů MH32 a SD7037 . . . . .	45
4	Výsledky kapitoly Geometrie křídla . . . . .	47
5	Vstupní data (hodnoty profilu střední geometrické tětiny) . . . . .	48
6	Vstupní data (hodnoty kořenového a koncového profilu) . . . . .	50
7	Výsledky výpočtu polohy křidélek . . . . .	52
8	Srovnání základních aerodynamických parametrů . . . . .	56

## Seznam příloh

1	Poláry vybraných profilů zpracované programem XFLR . . . . .	61
2	Vztlkové čáry vybraných profilů zpracované programem XFLR . . . . .	62
3	Momentové čáry vybraných profilů zpracované programem XFLR . . . . .	63
4	Linearizace vztlkové čáry střední geometrické tětiny - profil MH32, $Re = 185\ 000$ . . . . .	64
5	Linearizace vztlkové čáry kořenového profilu - profil MH32, $Re = 217\ 000$	65
6	Linearizace vztlkové čáry koncového profilu - profil MH32, $Re = 152\ 000$	65

## Seznam použitých programů

1. Overleaf LaTeX editor
2. Microsoft Excel 2021
3. XFLR5
4. Program Glauert.tcl
5. Catia V5
6. Affinity Designer

## Seznam použitých zkratk

AC	Aerodynamický střed
ACC	Air cargo challenge
SAT	Střední aerodynamická tětva

## Seznam použitých indexů

$a$	Křídélko
$p$	Profil
$W$	Křídlo

## Seznam použitého značení

$b_0$	[m]	Hloubka kořenového profilu
$b_k$	[m]	Hloubka koncového profilu
$c_d$	[—]	Dvourozměrný součinitel odporu
$c_D$	[—]	Třírozměrný součinitel odporu
$c_{Di}$	[—]	Součinitel indukovaného odporu
$c_l$	[—]	Dvourozměrný součinitel vztlaku
$c_L$	[—]	Třírozměrný součinitel vztlaku
$c_m$	[—]	Součinitel klopivého momentu
$c_{m0}$	[—]	Součinitel klopivého momentu vzhledem k AC
$c_p$	[—]	Součinitel tlaku
$D$	[N]	Odporová síla
$e$	[—]	Oswaldův koeficient
$g$	[m s <sup>-2</sup> ]	Tíhové zrychlení
$G$	[N]	Tíha letounu
$l$	[m]	Rozpětí křídla
$L$	[N]	Vztlaková síla
$m$	[kg]	Hmotnost letounu
$n$	[—]	Násobek
$p$	[Pa]	Statický tlak
$P_M$	[W]	Výkon motoru
$q$	[Pa]	Dynamický tlak
$S$	[m <sup>2</sup> ]	Plocha křídla
$T$	[N]	Tah motoru
$v$	[m/s]	Rychlost letu
$v_c$	[m/s]	Cestovní rychlost
$v_p$	[m/s]	Pádová rychlost
$v_y$	[m/s]	Stoupací rychlost
$x$	[m]	Souřadnice v podélném směru
$y$	[m]	Souřadnice ve svislém směru
$z$	[m]	Souřadnice v příčném směru
$\alpha$	[°]	Úhel náběhu
$\alpha_0$	[°]	Nulový úhel náběhu
$\alpha_g$	[°]	Úhel mezi tětivy kořenového a koncového profilu
$\delta$	[—]	Glauertův opravný součinitel
$\eta$	[—]	Zúžení křídla
$\lambda$	[—]	Štíhlost křídla
$\mu$	[N s m <sup>-2</sup> ]	Dynamická viskozita vzduchu
$\nu$	[m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	Kinematická viskozita vzduchu
$\rho$	[kg m <sup>-3</sup> ]	Hustota vzduchu
$\tau$	[Pa]	Smykové napětí

# 1 Úvod

Cílem této bakalářské práce je vypracovat optimální aerodynamický návrh křídla sou-těžního letounu. Bezpilotní letoun má být zkonstruován studentským týmem ČVUT Fa-kulty strojní Chicken Wings za účelem reprezentace ČVUT na prestižní mezinárodní sou-těži Air Cargo Challenge v srpnu 2021. Vzhledem ke komplexnosti a náročnosti celého návrhu bude tato práce vycházet ze základního koncepčního návrhu týmu a práce ostat-ních členů.

Při návrhu bylo netradičně zvoleno eliptické křídlo a řada výpočtů zde byla počítána pomocí numerických metod. v této práci hledám, mimo jiné, jestli se tým nezaměřil na jedno řešení problematiky a neexistuje-li jiné, například jednodušší a případně lepší ře-šení. V této práci budu provádět výpočty na běžném lichoběžníkovém křídle, které využívá odlišné teorie a postupy.

První část práce je věnována rozboru omezujících požadavků na letoun, které plynou z pravidel samotné soutěže. V závěru této kapitoly je stručně popsán koncepční návrh, ze kterého práce vychází. Druhá a třetí část je čistě rešeršní. Čtenáři se snaží zjednodušeně shrnout problematiku aerodynamiky a mechaniky letu. Jsou zde zmíněny vztahy a ter-míny, na které je často odkazováno v poslední, výpočtové části.

Zbytek práce se snaží shrnout poznatky z rešeršní části a vhodně je aplikovat při návr-hových výpočtech křídla letounu. Závěrem této části je srovnání obou konceptů z hlediska aerodynamického návrhu. Výsledkem porovnání s lichoběžníkovým křídlem zjistíme, zda je eliptické křídlo opravdu nejlepší variantou.

## 2 Specifikace soutěže

Soutěž Air cargo challenge, které se jako studentský tým plánujeme zúčastnit, má každý rok odlišná pravidla a zadání, avšak tradičně se týmy snaží přepravit co největší náklad. Tento požadavek se promítá nejvíce do celkového hodnocení týmů a má tak prověřit inženýrské schopnosti studentů z celého světa. Každoročně pořadatelé k soutěži vymýšlejí unikátní sadu pravidel a omezujících požadavků, které mají práci ještě více znesnadnit. V následujících částech práce se pokusím shrnout nejdůležitější body z pravidel soutěže ACC.

### 2.1 Omezující podmínky

Cílem soutěže je postavit letadlo, které je těžší než vzduch a je poháněno elektrickým propulzním pohonem. Pohon pomocí pohyblivé nosné plochy je také zakázán. Motor, baterie i vrtule jsou v této soutěži pevně zadané, tudíž se hlavní bodové ohodnocení promítne především v celkovém aerodynamickém a pevnostním návrhu letounu. [1]

V soutěži byl také zadaný zvláštní požadavek na rozměry, který významně komplikuje návrh geometrie letounu. Dle pravidel by se letadlo připravené na vzlet mělo půdorysně vejít do kosočtverce o straně 1,5 m, přičemž vnitřní úhly tohoto kosočtverce si týmy mohou zvolit. Maximální výška od země s podvozkem nesmí překročit 0,5 m. [1]

### 2.2 Základní technické požadavky

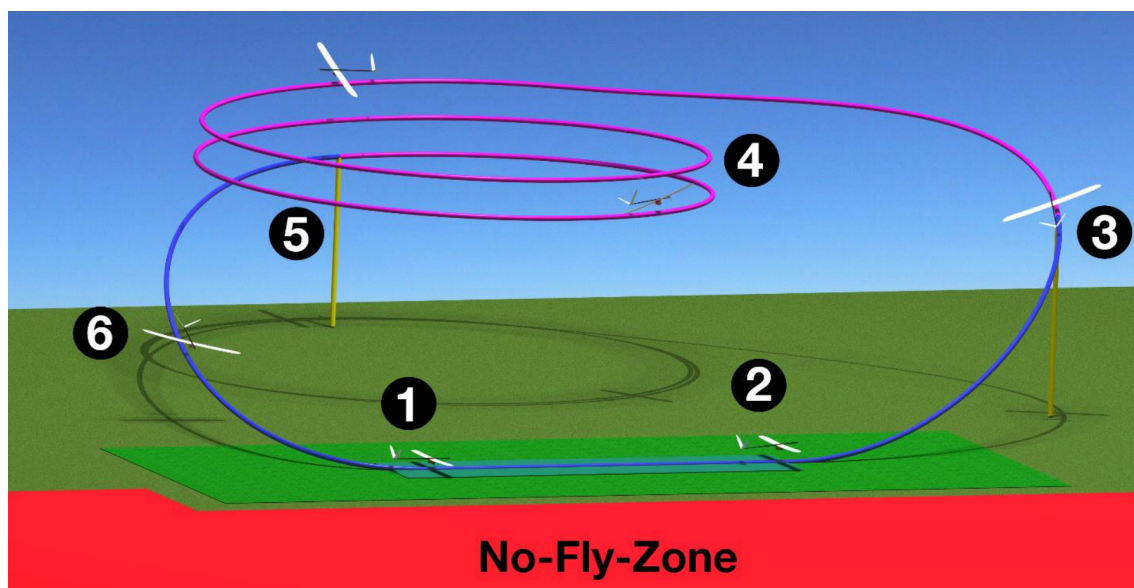
Základní technické požadavky na letoun vychází z pravidel samotné soutěže. Odborná porota bude porovnávat kvality jednotlivých týmů na základě mise, ke které jsou letadla určena. Bodový zisk je potom vyhodnocen pomocí matematických výrazů, které se pojí s veličinami naměřenými při letu. Objektivní část je také doplněna o subjektivní názor členů poroty, která vyhodnocuje prezentaci týmu a celkové kvality zpracování.

Hlavní mise má simulovat doručení potřebného lékařského materiálu do nepřístupných míst, odstřižených například povodněmi nebo lavinou. Cílem je vše přepravit co nejrychleji a zároveň co nejohleduplněji k životnímu prostředí. Jako náklad do soutěžních letounů poslouží zátěž ve formě transfúzních sáčků naplněných tekutinou podobné hustoty jako má krev. Hlavními požadavky k hodnocení potom jsou:

- Přeprava co největšího nákladu
- Tento náklad přepravit co nejdále během dvou 2 minut
- Po vzletu vystoupat do bezpečné výšky a to co nejrychleji
- Potřebuje se také co nejmenší prostor pro vzlet a montáž nákladu
- Bonusové body při vzletu na 40 m [1]



Tyto parametry jsou vyhodnocovány pomocí hodnot naměřených na letadle a trajektorii letu má zaznamenávat "GPS logger" (GPS záznamník) umístěný na vhodném místě v letounu. Za kvalitu signálu GPS zodpovídají týmy. Na obrázku 1 je zjednodušené schéma letu.



Obr. 1: Schéma letu [1]

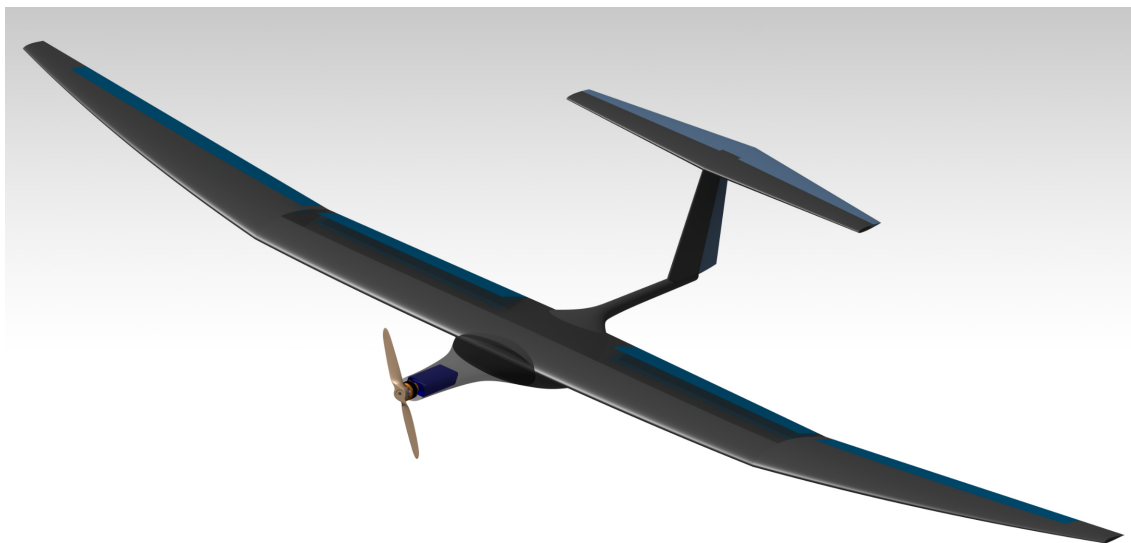
1. Vzlet
2. Stoupání
3. Vyhodnocení stoupání po 60 sekundách
4. Volný let
5. Vyhodnocení nalétané vzdálenosti
6. Bezpečné přistání

Z trajektorie je patrné, že k hlavním požadavkům patří rychlost vzletu a rychlost stoupání. Jelikož je při letu zakázán jakýkoliv typ autopilota, významnou mírou se na bodovém ohodnocení podílí kvalita řízení a rychlost v zatáčce za velkého násobku, aby letadlo zůstalo v bezpečné vzdálenosti a zaznamenalo co nejdelší trajektorii letu.

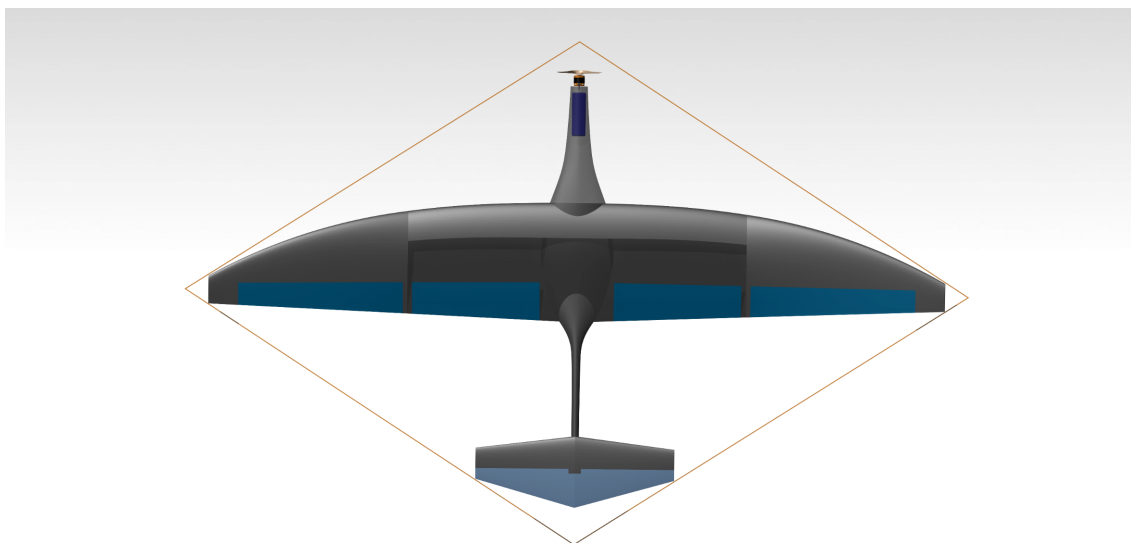
### 2.3 Popis koncepce letounu

Základ koncepce byl postaven na základě zkušeností z předchozích soutěží. Jedná se o hornokřídly jednoplošník o maximálním rozpětí 2,1 m s ocasionálními plochami uspořádanými do T. Většina nákladu bude umístěna uvnitř křídla a v trupu. Tažný motor poháněný tříčlánkovým akumulátorem, který je taktéž kvůli pravidlům omezen, se nachází v přední

části trupu. V soutěži jsou dovolené jakékoliv materiály, proto předpokládáme, že budeme používat především kompozitní materiály. Na obrázku 3 je koncepční návrh s geometricky nekrouceným eliptickým křídlem ohraničený kosočtvercem dle pravidel soutěže. Kořenový profil byl vybrán K3311 a koncovým profilem je SD7003.



**Obr. 2:** Renderovaný obrázek koncepčního návrhu letounu s eliptickým křídlem (Catia V5)



**Obr. 3:** Půdorysný pohled koncepčního návrhu v ohraničení dané kosočtvercem 1,5 m (Catia V5)

### 3 Úvod do aerodynamiky nízkých rychlostí

Aerodynamika je vědní obor zabývající se pohybem plynů a jeho účinky na tělesa. Cílem oboru je porozumět aerodynamickým silám a momentům, vznikajících při letu nebo při obtékání těles tekutinou. Na tento obor navazuje mechanika letu, která se snaží díky pochopení aerodynamiky určit po jaké trajektorii se bude letoun pohybovat a jak tuto trajektorii měnit. [2]

#### 3.1 Mezinárodní srovnávací atmosféra

Atmosféra je vrstva vzduchu obklopující zeměkouli. V průměru je složena ze 78% dusíku, 21% kyslíku a zbytek tvoří vzácné plyny. Svými odlišnými fyzikálními vlastnostmi se atmosféra dělí na několik vrstev, z nichž nejvýznamnější pro běžné letectví je troposféra. Vlivem zemské rotace je na rovníku troposféra silnější (17 km) a na pólech slabší (11 km). V troposféře probíhá mnoho změn a jevů, které se charakterizují jako počasí. [2]

Model mezinárodní srovnávací (standardní) atmosféry slouží jako základ pro unifikaci výpočtů letounů. Zanedbává přirozené změny a výkyvy počasí. Tím usnadňuje výpočty ke srovnávání výkonů a vlastností letadel. Výpočty s tímto modelem využívají několika základních předpokladů.

- Vzduch je ideální plyn, který je popsán stavovou rovnicí.

$$p = R \rho T \quad (3.1)$$

kde  $R$  značí specifickou plynovou konstantu a  $T$  teplotu, jejíž hodnota je ovlivněna molekulárními vlastnostmi ve vyšších nadmořských výškách. Stavovou rovnicí je potom možné zapsat vztahem 3.2.

$$p = R_0 \frac{m_0}{m} \rho T \quad (3.2)$$

$R_0$  a  $m_0$  jsou pak fyzikální konstanty na hladině moře (viz tabulka 1)

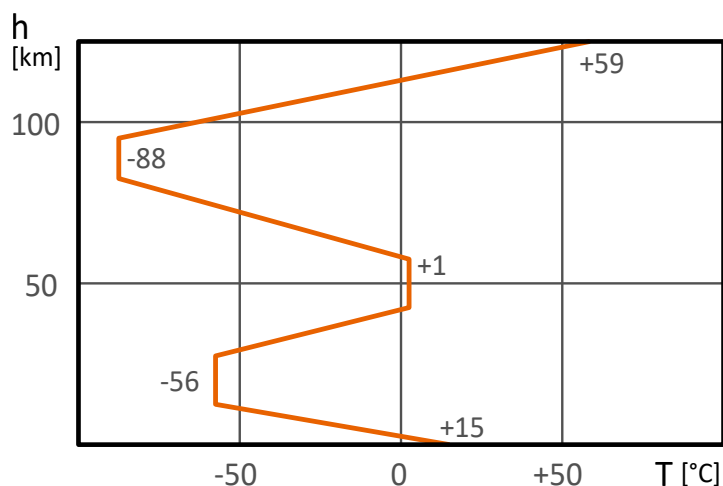
- Tíhové zrychlení  $g$  se mění s výškou  $h$ , což určuje Newtonův gravitační zákon.

$$g(h) = g_0 \left( \frac{r}{r+h} \right)^2 \quad (3.3)$$

kde  $r$  je poloměr Země ( $r = 6378$  km). Odvozením lze získat vztah pro geopotenciální výšku - veličinu úměrné práci, kterou je třeba vykonat proti gravitační síle při zvednutí jednotkové hmoty od hladiny moře do výšky  $h$ .

$$H = \frac{r \cdot h}{r+h} \quad (3.4)$$

- Průběh teploty s výškou je aproximován přímkovými úseky viz obrázek 4. V troposféře má teplota přímkový průběh takový, že klesá každých 100 m výšky o 0,65 °C.
- Jsou určeny výchozí hodnoty na hladině moře, od kterých se odvíjí další výpočty. Vypsání veličiny jsou v tabulce 1 [3]



**Obr. 4:** Schéma průběhu teploty s výškou [3] (upraveno)

FYZIKÁLNÍ KONSTANTY		
Tíhové zrychlení	$g_0$ [m/s <sup>2</sup> ]	9,807
Molekulová hmotnost vzduchu	$m_0$ [-]	28,97
Plynová konstanta vzduchu	$R_0$ [J kg <sup>-1</sup> K]	287,1
STAVOVÉ VELIČINY		
Teplota	$T_0$ [K]	288,2
Tlak	$p_0$ [N m <sup>-2</sup> ]	$1,014 \cdot 10^5$
Hustota (měrná hmotnost)	$\rho_0$ [kg m <sup>-3</sup> ]	1,225
ODVOZENÉ VELIČINY		
Dynamická viskozita	$\mu_0$ [N s m <sup>-2</sup> ]	$1,789 \cdot 10^{-5}$
Kinematická viskozita	$\nu_0$ [m <sup>2</sup> s]	$1,461 \cdot 10^{-5}$

**Tab. 1:** Průměrné hodnoty fyzikálních veličin u hladiny moře [3]

### 3.2 Vlastnosti plynů

Spolu s kapalinami vytváří plyny určitou kategorii látek - tekutiny. Některé vlastnosti a zákony kapalin lze aplikovat především v malých rychlostech také na plyny. Tekutiny se však svým chováním podstatně liší od pevných látek.

Zásadním rozdílem je jejich odlišná odezva na účinek vnějších sil snažících se změnit původní objem a tvar hmotného elementu. Při změnách těchto parametrů kladou pevné látky poměrně významný odpor. Tekutiny však podléhají kontinuální deformaci bez ohledu na velikost působící síly a vnitřní napětí je pak úměrné časové změně deformace. Reakce na tyto změny souvisí s molekulárními vlastnostmi pevných látek a tekutin.

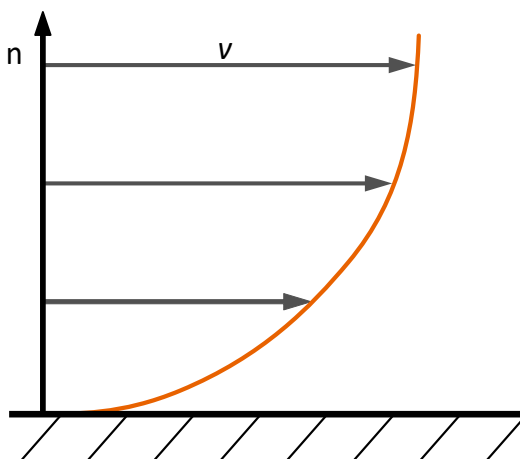
Při popisu tekutin bylo třeba zavést podstatné veličiny - vazkost a stlačitelnost. [3]

### 3.2.1 Viskozita

Vazkost nebo-li viskozita udává míru působení smykové (tangenciální) síly mezi dvěma přilehlými vrstvami. Smykové napětí  $\tau$  lze spočítat ze vztahu 3.5 známého jako Newtonův zákon tření.

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dn} \quad (3.5)$$

kde  $\mu$  je dynamická vazkost. Na obrázku 5 je schematicky zachycen příčný rychlostní gradient s obtékaným povrchem.



Obr. 5: Rychlostní gradient u obtékaného povrchu [3] (upraveno)

Dynamická viskozita je závislá na fyzikálním stavu tekutiny, přičemž nejvíce souvisí s teplotou. S rostoucí teplotou hodnota  $\mu$  v plynech roste, zatímco v kapalinách klesá. U standardních výpočtů se vzduchem se užívá empirický vztah Rayleighův 3.6, popřípadě také vztah Sutherlandův 3.7.

$$\mu = \mu_0 \cdot \left( \frac{T}{273} \right)^{3/4} \quad (3.6)$$

$$\mu = \frac{\beta \cdot T^{3/2}}{T + S} \quad (3.7)$$

kde  $\beta$  a  $S$  jsou konstanty o hodnotách  $\beta = 1,458 \cdot 10^{-6} \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  a  $S = 110,4 \text{ K}$ . Z dynamické viskozity také vyplývá vztah pro součinitel kinematické viskozity 3.8, který bývá velmi často užívaným parametrem při posuzování proudění, uvažuje-li se konstantní měrná hustota tekutiny  $\rho$ . [3]

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.8)$$

### 3.2.2 Stlačitelnost

Stlačitelnost tekutin se hodnotí podle změn objemu způsobených změnami působícího tlaku. Plyny lze oproti kapalinám stlačit snadno. Například vzduch je oproti vodě asi 20000x stlačitelnější. Matematicky lze stlačitelnost posuzovat vztahem 3.9.

$$d\rho = \frac{1}{a^2} dp \quad (3.9)$$

Přírůstky tlaku a hustoty jsou zde závislé na rychlosti zvuku v daném prostředí. Uvažujeme-li šíření zvukových vln jako děj adiabatický, můžeme pracovat s rovnicí 3.10 vycházející z Poissonova zákona

$$\frac{dp}{d\rho} = \kappa \cdot \frac{p}{\rho} \quad (3.10)$$

kde  $\kappa$  je Poissonova konstanta. Ze vztahů 3.9 a 3.10 pak dostaneme výpočet 3.11 rychlosti zvuku v plynu  $a$ .

$$a = \sqrt{\kappa \cdot \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa R T} \quad (3.11)$$

kde  $R$  je univerzální plynová konstanta. U výpočtu pro vzduch lze rovnici zjednodušit. [3]

$$a \doteq 20 \sqrt{T} \quad (3.12)$$

### 3.3 Proudění

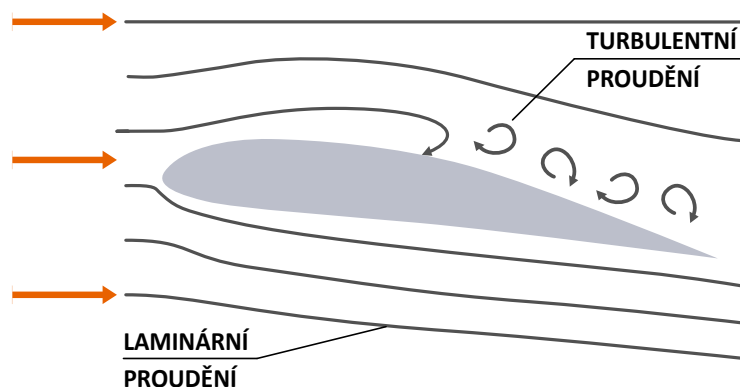
Proudění je pohyb částic tekutiny. Dráhy těchto částic nazýváme trajektorie. Proudnice jsou vektorové čáry v rychlostním poli. Při ustáleném (stacionárním) proudění, které se v čase nemění, jsou proudnice totožné s trajektorií. U neustáleného (nestacionárního - tzn. měnícího se v čase) proudění jsou proudnice vesměs odlišné. Základním rozdělením proudění je laminární a turbulentní proudění (obrázek 6).

- **Laminární proudění**

Ustálené proudění, kde jsou proudnice přibližně rovnoběžné, částice se posouvají stejným směrem a nerotují.

- **Turbulentní proudění**

Vířivé, nestacionární proudění, kde proudnice mají nestálý směr a trajektorie se protínají. K tomu dochází při odtržení mezní vrstvy. [4]



**Obr. 6:** Laminární proudění a turbulentní proudění v oblasti odtržení (za profilem vzniká tzv. úplav) [3] (upraveno)

### 3.3.1 Základní úlohy proudění

Proudění okolo letadla je třírozměrné, často si však vystačíme s dvourozměrným modelem, například u obtékání profilu. [2] Na základě vazkosti a stlačitelnosti pak rozlišujeme několik matematických modelů, pomocí kterých určíme proudění okolo profilu.

- **Proudění ideálního nestlačitelného prostředí**

Nestlačitelné prostředí  $\rho = konst$

Ideální, nevazké proudění bez tření  $\mu = 0$

Nejjednodušší, idealizovaná metoda zanedbává působení smykového napětí. Při výpočtech musíme brát v potaz, že veličiny, které zanedbáváme, mají v mnoha případech rozhodující vliv.

- **Proudění nestlačitelného vazkého prostředí**

Nestlačitelné prostředí  $\rho = konst$

Vazké proudění s třením  $\mu \neq 0$

I přes podstatné zjednodušení je tento model použitelný pro reálné proudění média o malé rychlosti a nízké viskozitě.

- **Proudění ideálního stlačitelného prostředí**

Stlačitelné prostředí  $\rho \neq konst$

Nevazké proudění bez tření  $\mu = 0$

Základní model při proudění ve vysokých rychlostech.

- **Proudění stlačitelného vazkého prostředí**

Stlačitelné prostředí  $\rho \neq konst$

Vazké proudění s třením  $\mu \neq 0$

Nejkomplikovanější model, kterým lze popsat většinu jevů. Je nutný pro pochopení chování proudění při letu ve vysokých výškách. [3]

### 3.3.2 Reynoldsovo číslo

Charakter proudění lze také snadněji popsat pomocí Reynoldsova čísla. Toto číslo pracuje s více veličinami a jsme schopni s ním určit, zda-li se jedná o proudění laminární nebo turbulentní. Lze ho vyjádřit vztahem 3.13

$$Re = \frac{v \cdot l}{\nu} \quad (3.13)$$

kde  $\nu$  je kinematická viskozita,  $l$  je charakteristický rozměr a  $v$  je rychlost proudění. Reynoldsovo číslo nám udává poměr setrvačných a třecích sil působící na určitou část tekutiny, proto se vzrůstajícím Reynoldsovým číslem klesá vliv třecích sil. Přechod mezi turbulentním a laminárním prouděním vyznačuje Reynoldsovo kritické číslo. [4]

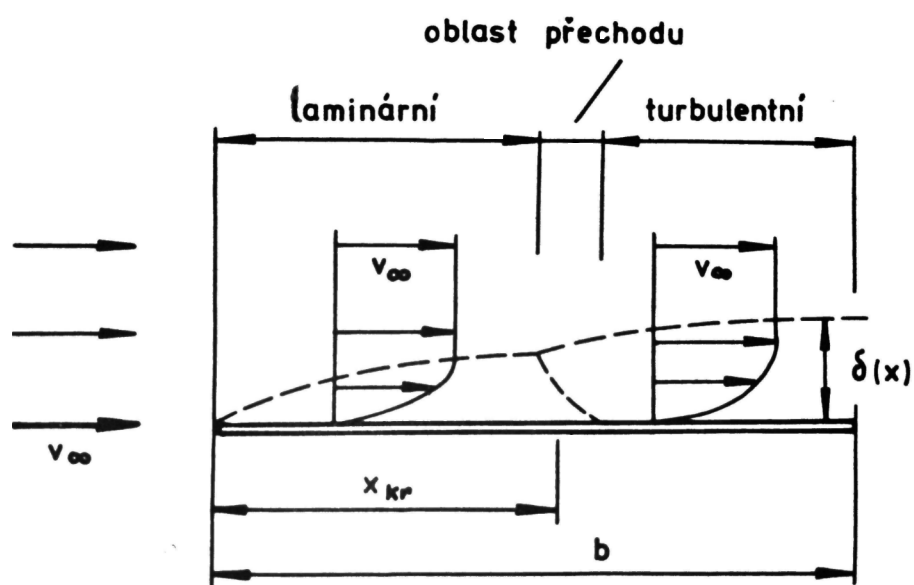
### 3.3.3 Mezní vrstva

Proudové pole u obtékaného tělesa lze rozdělit obecně na tři oblasti.

- **Vnější proud** je oblast, kde nemusíme uvažovat viskozitu látek. Proudění zde dosahuje téměř ideálních podmínek a obvykle ho popisujeme jako laminární.
- **Mezní vrstva** je tenká vrstva u povrchu tělesa s intenzivními gradienty rychlosti.
- **Úplav** je proudové pole za tělesem, avšak částice jsou zbrzděné vlivem mezní vrstvy.

Ke vzniku mezní vrstvy dochází vlivem nenulové viskozity tekutiny. Tloušťka vrstvy je silně navázána na hodnotu Reynoldsova čísla. Většinou bývá tato vrstva tenká pouze několik milimetrů, maximálně dva až tři centimetry. [2] V mezní vrstvě dochází k brzdění tekutiny vlivem viskózního odporu. Bezprostředně u povrchu je rychlost proudu nulová a s rostoucí vzdáleností se rychlost zvyšuje. O tomto pojednával Newtonův zákon tření 3.5. Rychlostní gradient se však v reálné tekutině vyvíjí rozdílně. Obecně lze říci, že stoupání turbulentního rychlostního profilu u stěny je strmější. V závislosti na Reynoldsově čísle je možné určit jakým způsobem se bude tekutina okolo tělesa pohybovat. Mezní vrstvu potom dělíme na tři oblasti:

- **Oblast laminárního proudění**
- **Přechodná oblast**
- **Oblast turbulentního proudění**



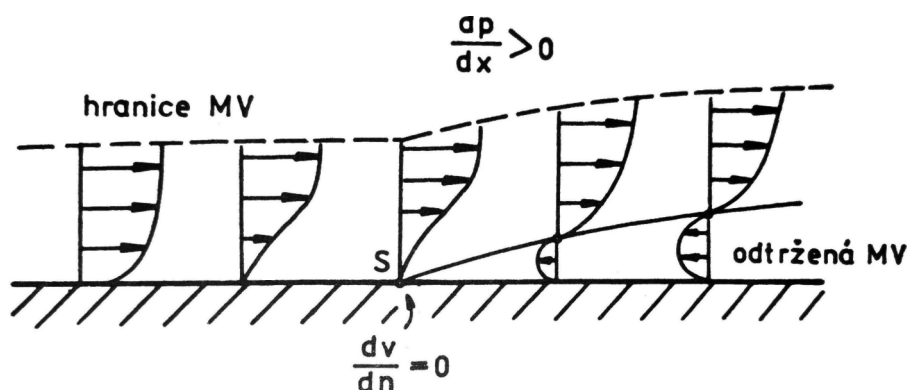
Obr. 7: Proudění na mezní vrstvě u rovné desky [3]



Obrázek 7 výstižně popisuje vývoj proudění na rovné desce, přičemž polohu oblasti přechodu je možné určit z hodnoty kritického Reynoldsova čísla. Za touto souřadnicí bude proudění turbulentní.

$$Re_{krit} = \frac{v_{\infty} \cdot x_{krit}}{\nu} \quad (3.14)$$

Stále však platí podmínka, že je-li  $Re < Re_{krit}$ , proudění bude po celé oblasti laminární [3]. Při laminárním obtékání nedochází k přenosu kinetické energie z větších vzdáleností od povrchu do nižších. U turbulentní mezní vrstvy už dochází k přenosu energie do vrstev nižších, což bývá často nežádoucí.[2]



**Obr. 8:** Proudění na mezní vrstvě s tlakovým gradientem [3]

Složitější případ nastává například u leteckých profilů, kde je proměnné tlakové rozložení ( $dp/dx \neq 0$ ). Kombinace tření a nepříznivého tlakového gradientu má za následek zastavení proudu tekutiny v blízkosti profilu a odtržení mezní vrstvy. Překoná-li tento negativní účinek kinetickou energii místního proudu, vytvoří se i zpětné proudění. Obecně platí, že turbulentní proudění je podstatně odolnější proti odtržení než proudění laminární. [3]

Održení velmi často komplikuje aerodynamický návrh, proto se vždy snažíme umístit polohu odtržení na správné místo, aby neovlivňovalo například řízení letounu.

### 3.3.4 Zákon spojitosti proudění

Zákon spojitosti proudění, neboli rovnice kontinuity, je obecně platný fyzikální zákon, který vychází ze zákona zachování hmoty. Lze ho zapsat vztahem:

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2 = konst \quad (3.15)$$

Uvažujeme-li trubici o proměnném průřezu  $S$ , tak nám tato rovnice říká, že za jednotku času musí protéci každým průřezem stejná hmotnost vzduchu. Jinými slovy hmotnostní tok je konstantní. [2]

### 3.3.5 Bernoulliho rovnice

Pomocí Bernoulliho rovnice lze určit změny tlaku v proudu. Rovnice vychází ze zákona zachování mechanické energie. Říká, že součet potenciální a kinetické energie je stálý. Při proudění v trubici ve vodorovné poloze můžeme nahradit polohovou energii energií tlakovou. Její mírou je pak statický tlak  $p_{stat}$ .

U energie pohybové můžeme postupovat podobně a získáme tak dynamický tlak  $q$ . Ve výsledku pak získáváme Bernoulliho rovnici v jiném tvaru 3.16, na jejímž principu funguje například Prandtlova trubice. [2]

$$p_{stat} + q = p_{stat} + \frac{1}{2} \rho v^2 = konst \quad (3.16)$$

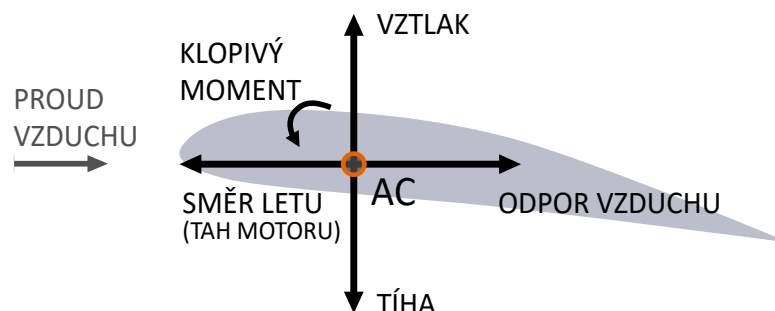
## 4 Základy mechaniky letu

Každé těleso pohybující se látkovým prostředím je vystaveno působení sil. Na letounu vznikají nejvýznamnější aerodynamické síly na křídle a ocasních plochách. Cílem návrhu by mělo být tyto síly správně odhadnout a efektivně využít. [2]

### 4.1 Základní silové účinky při vodorovném ustáleném letu

Během letu působí na křídlo základní aerodynamické silové účinky viz obrázek 9. V následujících kapitolách budou tyto účinky detailněji popsány.

- **Aerodynamické síly draku**  
Vztlak, odpor vzduchu, klopivý moment
- **Propulzní síly**  
Tah pohonných jednotek
- **Gravitační síly**  
Tíha



**Obr. 9:** Základní silové účinky působící na profil (zpracováno autorem), působiště sil se nachází v aerodynamickém středu profilu AC (více kapitola 4.3)

#### 4.1.1 Vztlak

Na profilu obtékaném proudem vzduchu dochází ke změnám místních rychlostí, tím pádem i rozdílu tlaků. U těles souměrných podle osy, která leží ve směru proudu, působí výsledná aerodynamická síla ve směru proudu. Profil se proto navrhne buď nesymetrický nebo je nastaven na určitý úhel náběhu. Výsledná síla se potom rozloží do dvou vektorových složek, kde vztlak je kolmou složkou výsledné síly ke směru proudu a odpor je rovnoběžný s nabíhající proudem. [2]

K rozdílu tlaků a vzniku vztlaku dochází díky rozdílu rychlostí na horní (sací) a dolní straně profilu. Částice unášené proudem vzduchu jsou rozdělčovány náběžnou hranou buď

k horní nebo dolní straně profilu. Rozdělené proudy částic se spojí u odtokové hrany. V důsledku nesymetrie profilu nebo jen nastavením úhlu náběhu musí však proud horní strany urazit větší vzdálenost za stejný čas jako proud dolní strany profilu. Z tvrzení vyplývá, že se tedy musí pohybovat větší rychlostí. Z rovnice kontinuity (vztah 3.15) potom plyne, že zvětší-li se rychlost, tlak musí klesnout. U odtokové hrany se rozdíl tlaků obou proudů opět dorovná a tím vzniká vztlačová síla viz rovnice 4.1.

$$L = \frac{1}{2} \rho S v^2 c_L \quad (4.1)$$

kde  $S$  je plocha tělesa,  $v$  je rychlost letu a  $c_L$  je součinitel vztlaku (z anglického slova  $L = \text{Lift}$ ).

#### 4.1.2 Odpor

Aerodynamická odporová síla je druhou složkou výsledné aerodynamické síly vzniklé odporem prostředí, který vzduch klade na profil při pohybu vpřed. Výpočet odporové síly je obdobný, jako pro vztlak.

$$D = \frac{1}{2} \rho S v^2 c_D \quad (4.2)$$

kde  $S$  je znova plocha tělesa,  $v$  je relativní rychlost mezi tělesem a prostředím,  $c_D$  je pak součinitel aerodynamického odporu (z anglického slova  $D = \text{Drag}$ ).

#### 4.1.3 Klopivý moment

Jedná se o moment, který vzniká v důsledku působení dílčích vztlačových sil a tvoří tak momentovou dvojici. Obecně ho lze vyjádřit jako:

$$M_Z = \frac{1}{2} \rho S v^2 b c_{mz} \quad (4.3)$$

kde  $c_{mz}$  je součinitel klopivého momentu a  $b$  je hloubka křídla. [3]

#### 4.1.4 Tah

Tah je propulzní silou nutnou k překonání odporu u motorových letadel. Zdrojem této tažné síly je pohonná jednotka.

#### 4.1.5 Tíha

Jelikož se stále pohybujeme ve výškách se silným gravitačním zrychlením, je třeba zavést tíhu Země. Jedná se o sílu, která vzniká jako výslednice síly od gravitačního zrychlení a odstředivé síly vznikající zemskou rotací. Pro běžné účely mechaniky ji při vodorovném pohybu uvažujeme směrem dolů.[5]

$$G = m \cdot g \quad (4.4)$$

V rovnici 4.4 používáme hmotnost  $m$  a tíhové zrychlení  $g$ . Výpočty zjednodušíme konstantou tíhového zrychlení na hladině moře mezinárodní srovnávací atmosféry (viz tab. 1).

## 4.2 Aerodynamické charakteristiky

K určení charakteristiky těles v proudící tekutině slouží součinitele vztlaku, odporu a klopivého momentu. Jedná se o bezrozměrné veličiny, které jsou závislé na tvaru tělesa, úhlu jeho náběhu a bezrozměrných fyzikálních veličinách, jako je Reynoldsovo nebo Machovo číslo [3].

### 4.2.1 Tlakový součinitel

Obdobně jako silové účinky působící na profil je velikost součinitelů spjata s tlakovým rozdílem na horní (sací) straně profilu a dolní (tlakové) straně profilu. Tlakové působení kolmo na povrch profilu znázorňuje vektor tlakového součinitele. Velikost tlakového součinitele  $c_p$  je definovaná vztahem 4.5, kde rozhodujícím parametrem je rozdíl tlaků nabíhajícího proudu a místního tlaku na profilu.

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty v_\infty^2} = \frac{\Delta p}{q} \quad (4.5)$$

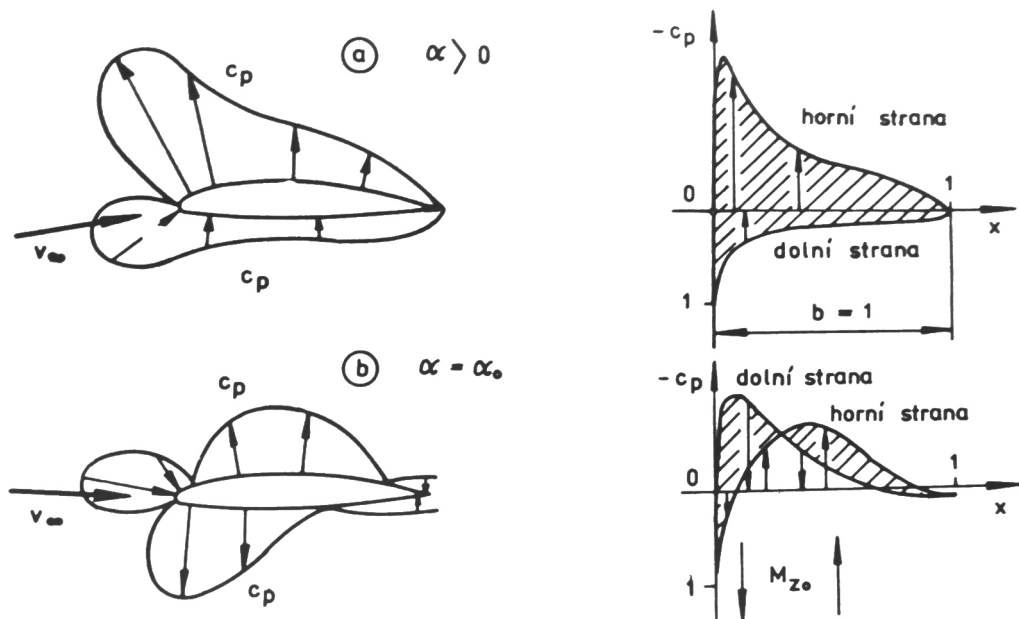
Veličina  $q$  představuje dynamický tlak [6]. Z rovnice continuity lze vztah zjednodušit.

$$c_p = 1 - \left( \frac{v}{v_\infty} \right)^2 \quad (4.6)$$

kde  $v$  je místní rychlost na profilu křídla a  $v_\infty$  je rychlost nabíhajícího proudu. Směřuje-li vektor  $c_p$  kolmo do povrchu profilu, jedná se o přetlak  $c_p > 0$ . Směřuje-li vektor  $c_p$  kolmo z povrchu profilu, potom jde o sání  $c_p < 0$ . Obrázek 10 ukazuje příklad rozložení tlakového součinitele po leteckém profilu.[3]

Tlakový součinitel a jeho rozložení je zcela zásadní ke zjištění výsledného vztlaku, odporu a klopivého momentu profilu. Princip měření vychází z obrázku 10. Jednou z prověřených metod je snímání tlaku ve válcových dutinách, které jsou rozmístěné rovnoměrně po obrysu profilu. Osy válcových dutin jsou většinou totožné s normálou plochy v místě odběru. Z každé dutiny jsou potom snímané tlaky vedeny k tlakovému převodníku, kde se získávají data na vynesení tlakového rozložení. Nevýhodou jsou obecně vysoké nároky na přesnost měřeného modelu a měřících zařízení. Výsledky z takového měření jsou však s minimálními odchylkami, proto je tato metoda používána především u aerodynamicky čistých dílů, kde potřebujeme, aby bylo proudění okolo tělesa minimálně narušeno (typicky profil).

Vnitřní odebírání tlaku je z hlediska experimentálního měření zřejmě nejpoužívanější. Další metodou jsou tlakové pásky umístěné na vnějšku měřeného tělesa. Jedná se o plošné spoje, které na sobě mají senzory absolutního tlaku. Přesnost tohoto měření může být však znehodnocena narušením aerodynamické jemnosti povrchu. Jednou z moderních



**Obř. 10:** Ukázka rozložení tlakového součinitele na profilu [3]

metod je použití tlakocitlivé barvy (PSP - Pressure Sensitive Paint), která mění odrazivost povrchu v závislosti na tlaku. Výsledkem je potom souvislá oblast naměřeného tlaku v závislosti na barevném spektru.[7] Dnes se také kromě experimentálních měření uplatňují počítačové simulace, které určují rozložení tlakového součinitele pomocí různých matematických modelů.

Z tlakového součinitele lze snadno získat vztlkový součinitel pomocí vztahu 4.7.

$$c_L = \int_0^1 \Delta c_P d\bar{x} \quad (4.7)$$

kde  $\bar{x}$  je poměrná veličina délky. V integrálu je dosazeno  $\Delta c_P$ , pro které platí, že je rozdílem tlakového součinitele na sací a tlakové straně profilu  $\Delta c_P = c_{Pd} - c_{Ph}$ . Podobným vztahem získáme i součinitel klopivého momentu  $c_{mz}$ .

$$c_{mz} = \int_0^1 \bar{x} \cdot \Delta c_P d\bar{x} \quad (4.8)$$

Chceme-li dostat rovnici pro celkový vztlak, vztáhneme integrál v rovnici součinitele vztlaku na celou hloubku křídla, doplníme o hustotu tekutiny  $\rho$  a rychlost nabíhajícího proudu  $v_\infty$ . [3]

$$L = \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 \int_0^b \Delta c_P dx \quad (4.9)$$

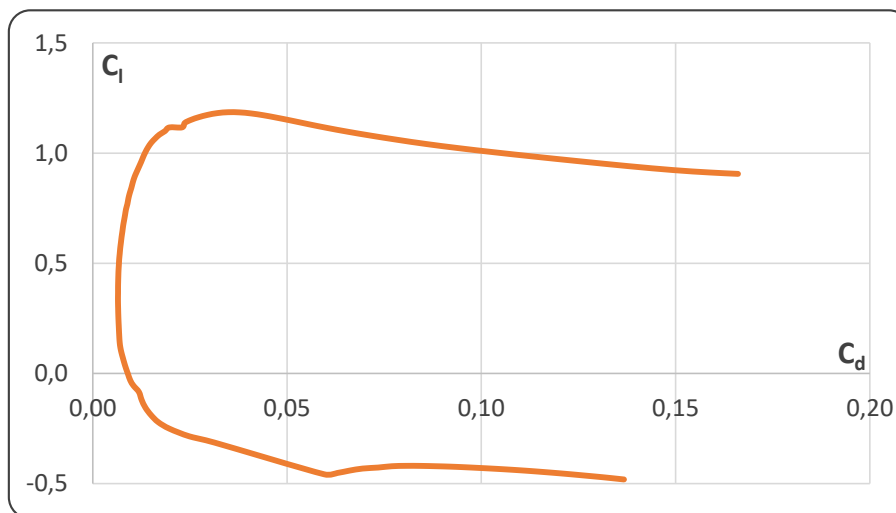
#### 4.2.2 Součinitel vztlaku

Součinitel vztlaku  $c_L$  vyjadřuje, kolik daný předmět generuje vztlaku. U leteckých profilů vyhodnocujeme tzv. vztlkovou čáru profilu, nebo-li průběh součinitele vztlaku na zvětšujícím se úhlu náběhu. Tento průběh je součástí experimentálního měření každého profilu.

### 4.2.3 Součinitel odporu

Součinitel odporu  $c_D$  vyjadřuje, jaký se vygeneruje odpor při pohybu tělesa prostředím. Odporová čára je dána závislostí na součiniteli odporu a úhlu náběhu.

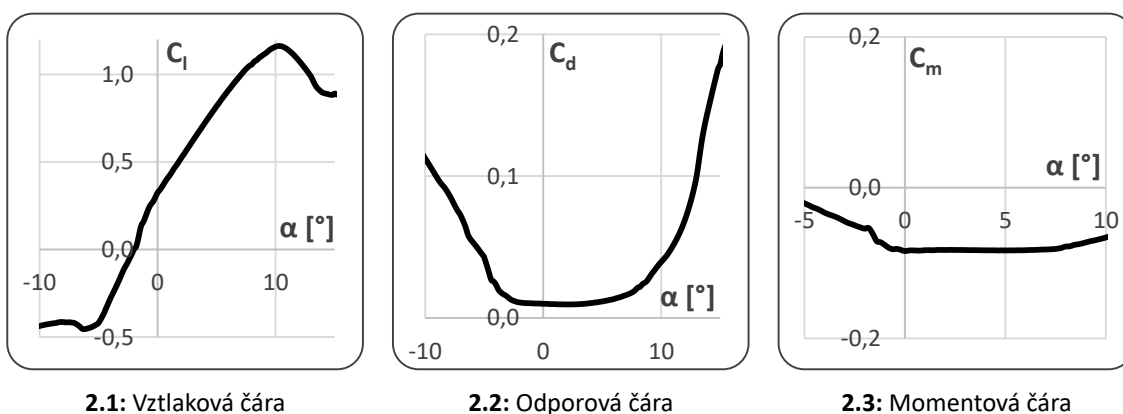
Na základě součinitele vzlaku a součinitele odporu vyhodnocujeme u profilů tzv. poláru. Jedná se o shrnutí závislostí obou součinitelů do jednoho grafu. Typický průběh lze vidět na grafu 1.



Graf 1: Ukázka aerodynamické poláry profilu MH32

### 4.2.4 Součinitel klopivého momentu

Součinitel klopivého momentu  $c_{mz}$  udává míru vzniku klopivého momentu. Z tohoto součinitele vychází průběh momentové čáry.



Graf 2: Ukázka charakteristik na profilu MH32

### 4.3 Geometrie křídla

Tato práce se zaměřuje na komplexní návrh křídla letounu a k určení vhodné geometrie bylo nutné si zavést parametry, které nám charakterizují tvary křídel a usnadňují tak výpočty. Charakteristiky tvaru jsou nejlépe vidět v průmětech jednotlivých rovin. Klíčovou roli při konání vztlaku má půdorysný tvar křídla.

#### 4.3.1 Půdorysný tvar křídla

Rozpětí křídla  $l$  je vzdálenost mezi konci křídel. U letounů se vzepětím se neměří délka křídel, ale jejich průmět do vodorovné roviny. Podobně rozeznáváme také efektivní rozpětí, které se používá v případě, že jsou konce křídel oblé. V takovém případě oblí konec nahrazujeme ostrým tvarem. [8]

Hloubka křídla  $b$  je definována jako vzdálenost odtokové hrany od náběžné. U obdélníkového křídla je parametr konstantní a u jiných tvarů se mění.

Nosnou plochu křídla  $S$  musíme podobně jako rozpětí uvažovat v průmětu do vodorovné roviny. Obecně pro výpočet platí:

$$S = \int_{-l/2}^{l/2} b(z) dz \quad (4.10)$$

Střední geometrická tětíva  $b_s$  je střední délka tětív křídla. Pro výpočet platí obecný vztah:

$$b_s = \frac{S}{l} \quad (4.11)$$

Štíhlost křídla  $\lambda$  je pak parametr, který souvisí s rozpětím křídla a právě délkou střední geometrické tětivy. Obecně ji lze vyjádřit vztahem 4.12. Štíhlost významně ovlivňuje letové výkony, proto se v předběžných výpočtech velmi často užívá. Obecně lze říci, že křídla s vyšší štíhlostí mají nižší aerodynamický odpor, ale jsou náročnější z hlediska konstrukce. Křídla o nižší štíhlosti jsou zase více příčně obratná.

$$\lambda = \frac{l}{b_s} = \frac{l^2}{S} \quad (4.12)$$

Zavádí se také zúžení křídla  $\eta$ , vyjadřující poměr koncové a kořenové hloubky.

$$\eta = \frac{b_0}{b_k} \quad (4.13)$$

kde  $b_0$  je hloubka u kořene křídla a  $b_k$  je hloubka na konci křídel. V mnoha zdrojích však najdeme zúžení zavedené odlišným způsobem 4.14. Hloubky křídel jsou převráceny. Důvodem je především vhodnější způsob zápisu, když máme křídlo trojúhelníkového typu. V takovém případě je hodnota  $b_0 = 0$  a zúžení tak vyjde 0, nikoliv nekonečno.

$$\eta = \frac{b_k}{b_0} \quad (4.14)$$



K rozlišení křídel je také nutné znát úhel šípu  $\kappa$ , který udává rozložení profilů ve směru osy  $x$ . Úhel šípu je třeba uvažovat především u letadel dosahujících vyšších rychlostí. Přidáme-li k vlastnostem ještě rozložení místních hloubek, jsme potom schopni určit základní tvary křídel užívané v průběhu let. [3][9]

- **Obdélníkové křídlo**

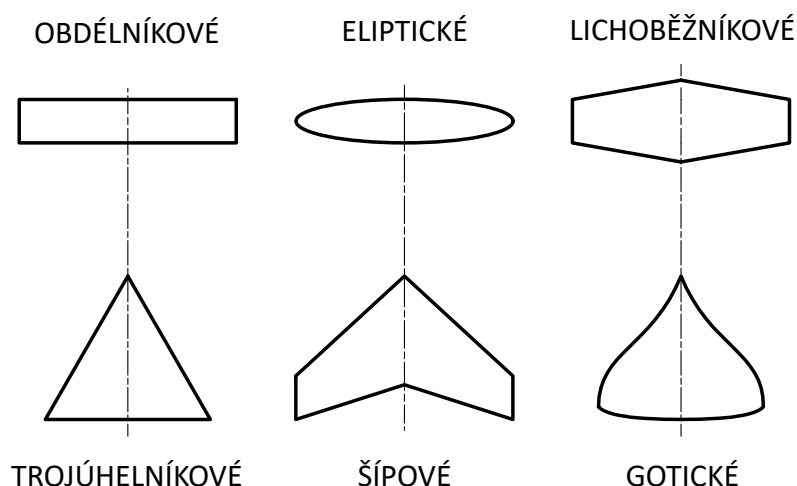
Mezi nejznámější patří klasické obdélníkové křídlo. Užívala se vůbec první a jsou výhodná především tam, kde jsou na prvním místě pořizovací náklady a nezáleží tolik na výkonech samotného letounu. Výroba u takovýchto křídel není v porovnání s ostatními náročná.

- **Lichoběžníkové křídlo**

Dalším typem je křídlo lichoběžníkového typu, kde je podstatně nižší indukovaný odpor. Zároveň je hloubka křídla v souladu s narůstající velikostí momentu od zatížení křídla. Návrh lichoběžníkových křídel je však o něco komplikovanější. V důsledku zúžení křídla se řeší problém s odtrháváním proudu vzduchu na nevhodných místech, například v oblasti křídélek. Konstrukce takového křídla je obecně náročnější a má vyšší technologické nároky.

- **Eliptické křídlo**

Tento typ je nejvýhodnější ze všech alternativ z hlediska indukovaného odporu. Byl populární především v třicátých letech minulého století, kdy se díky vysokým letovým výkonům užívalo především u závodních speciálů. V době před vynálezem počítačů bylo však velmi obtížné křídlo napočítat a zkonstruovat bez počítačového modelování. Velkou nevýhodou a důvodem proč se dnes eliptická křídla neužívají, je fakt, že rovnoměrné rozložení vzlaku dává křídlu horší pádové vlastnosti. [8]

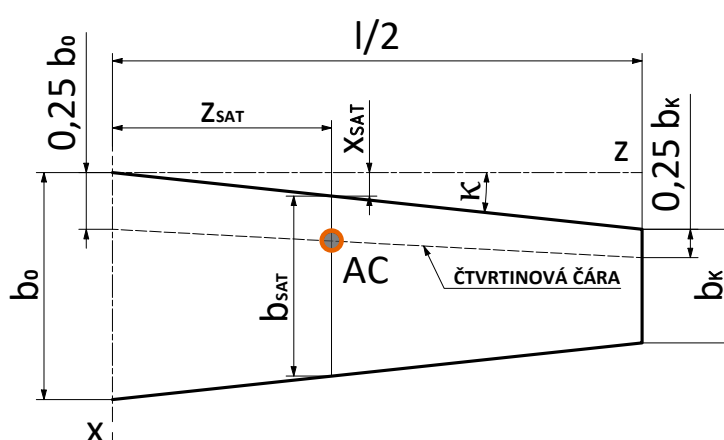


**Obr. 11:** Ukázka základních typů křídel [3] (upraveno)

Velmi častým řešením bývá zkombinovat více typů dohromady. Důvody mohou být různé, cílem však bývá kompenzace nevýhod jednoho typu křídla a tím vytvořit jakýsi kompromis mezi dvěma druhy. S rozvojem letových výkonů a překonání rychlosti zvuku se tvary velmi změnily. Pro ještě lepší aerodynamické vlastnosti v transsonických oblastech

byla vyvinuta trojúhelníková křídla. Jejich úpravou vznikaly i jiné alternativy, například go-tické křídlo použité pro britsko-francouzský Concorde. Podobně zakřivený půdorys měly například i raketoplány NASA. [8] Na obrázku 11 můžeme vidět zjednodušená schémata půdorysných tvarů křídel.

K výpočtům a již zavedeným rovnicím je nutné, kromě charakteristik tvaru křídla, znát aerodynamický střed křídla (dále AC) a střední aerodynamickou tětivu (dále SAT). AC je bod, který považujeme za působiště soustředěných aerodynamických sil. Získání přesné souřadnice AC je při návrhu důležité především z pohledu podélné stability. Obecně lze říci, že klopivý moment je v místě AC vzhledem k úhlu náběhu konstantní. Přesná poloha AC je ovlivněna kromě typu tvaru křídla také typem profilu. U většiny zavedených profilů však platí, že AC leží přibližně na průsečnici čtvrtinové čáry a SAT. (viz Obr. 12). [9]



**Obr. 12:** Nalezení aerodynamického středu [9] (upraveno)

Střední aerodynamická tětiva prochází těžištěm půdorysu křídla. Z tohoto předpokladu vycházejí následující vzorce 4.15 až 4.17 SAT. Popis jednotlivých parametrů, důležitých pro aerodynamické charakteristiky, je zřejmý z obrázku 12. Obecně lze délku SAT, polohu od náběžné hrany a polohu SAT po rozpětí určit takto:

$$b_{SAT} = \frac{2}{S} \cdot \int_0^{l/2} b^2(z) \cdot dz \quad (4.15)$$

$$z_{SAT} = \frac{2}{S} \cdot \int_0^{l/2} b(z) \cdot z(x) \cdot dz \quad (4.16)$$

$$x_{SAT} = \frac{2}{S} \cdot \int_0^{l/2} b(z) \cdot x(z) \cdot dz \quad (4.17)$$

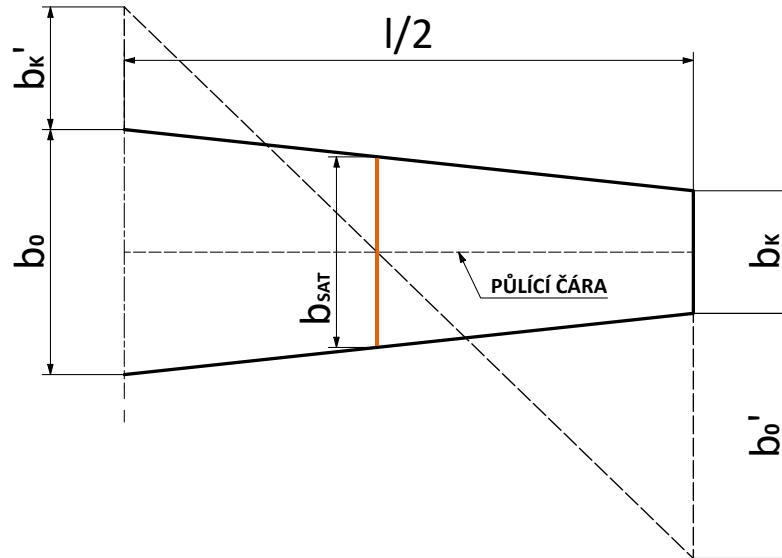
Z nepříliš praktických tvarů rovnic lze vyvodit přímé vztahy pro nejčastěji užívané lichoběžníkové křídlo.

$$b_{SAT} = \frac{2}{3} \cdot \frac{b_0^2 + b_0 \cdot b_k + b_k^2}{b_0 + b_k} \quad (4.18)$$

$$z_{SAT} = \frac{1}{6} \cdot \frac{b_0 + 2 b_k}{b_0 + b_k} \quad (4.19)$$

$$x_{SAT} = z_{SAT} \cdot \operatorname{tg}(\kappa) \quad (4.20)$$

kde vystupuje již zavedený úhel zúžení  $\kappa$ , plynoucí ze zúžení křídla (viz 4.14). Další možností je grafické řešení patrné z obrázku 13.



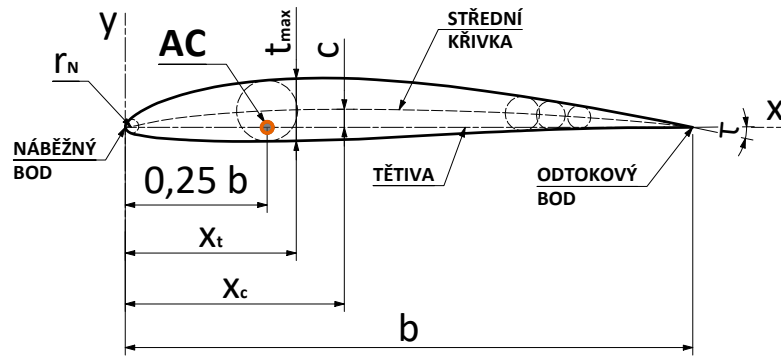
**Obr. 13:** Grafická metoda k určení střední aerodynamické těţivy SAT [9] (upraveno)

#### 4.3.2 Profil křídla

U bokorysu křídla uvidíme geometrii jednotlivých profilů a jejich úhlové rozložení. Profil a jeho ideální tvar byly řešeny již od počátků letectví. Cílem je dosáhnout co nejvyšší aerodynamické jemnosti a maximálního možného vztlaku za podmínky vhodných průběhů klopivého momentu. Profily byly v průběhu let zdokonalovány teoreticky i experimentálně a vytvořil se tak dnešní základ pro používání profilů jak u letadel, tak lopatkových strojů. [3]

Nejvýznamnější vliv na vývoj leteckých profilů měla americká aerodynamická laboratoř NACA, což byl předchůdce dnešního NASA. Z těchto laboratoř vznikla řada podzvukových profilů, nesoucí dodnes označení NACA. V mnoha leteckých aplikacích se tyto profily běžně používají [2].

Geometrické vlastnosti profilů se významně promítají do kvality celkového aerodynamického návrhu letounu. Na obrázku 14 jsou vyznačeny základní charakteristiky. Střední křivka je čarou spojující středy kružnic vepsaných do profilu. Přímka spojující náběžný a odtokový bod se nazývá těţiva. Vzdálenost mezi těmito čarami definuje průběh prohnutí profilu  $c$  po ose  $x$ . Další proměnnou po ose  $x$  je tloušťka  $t(x)$ . Průměr náběžné kružnice značíme  $r_N$  a  $\tau$  je úhel na odtokové hraně. Jak již bylo zmíněno, veličiny se při analýze, až na úhel odtokové hrany, uvádějí většinou v bezrozměrných veličinách, tedy:  $\bar{t}_{max}, \bar{x}_t, \bar{c}, \bar{x}_c, \bar{r}_N$



**Obr. 14:** Základní charakteristiky profilu - ukázáno na profilu K3311 [10][3] (upraveno)

Úhel mezi tětivou profilu a přitékajícím proudem nazýváme tzv. úhel náběhu  $\alpha_\infty$ . Úhel nastavení je potom úhel sevřený mezi tětivou profilu a podélnou osou trupu. Jak už z definice plyne, úhel náběhu je aerodynamická veličina, která se musí měnit v průběhu letu v závislosti na okamžité hmotnosti letounu a rychlosti, zatímco úhel nastavení je pevný [10].

Na těchto úhlech jsou významně navázány součinitele vztlaku a odporu (viz kapitola 4.2). Při návrhu se zavádí tzv. úhel nulového vztlaku  $\alpha_0$ , nebo-li úhel, při kterém profil nekoná vztlak. U symetrických profilů je zřejmé, že nulový úhel je úhlem nulového vztlaku. Obecně platí vztah 4.21 mezi součinitelem vztlaku a úhlem nulového vztlaku.

$$c_L = c_{L\alpha} \cdot (\alpha_\infty - \alpha_0) \quad (4.21)$$

kde se rozdíl  $\alpha_\infty - \alpha_0$  rovná aerodynamickému absolutnímu úhlu náběhu  $\alpha_a$ . Stoupání vztlakové čáry se ve vztahu značí  $c_{L\alpha}$ . Tento vztah je možné v důsledku zjednodušení použít pouze při malých úhlech náběhu.

### 4.3.3 Nárys křídla

Pohled ve směru osy  $x$  ukazuje především úhel vzepětí křídla. Hodnota tohoto úhlu se promítá hlavně do stranových vlastností letounu. Ve většině případů nepřekoná hranici  $5^\circ$ . [3]

## 5 Návrhové výpočty

Následující rovnice pracují s omezujícími požadavky zmíněnými v prvních kapitolách (viz část 2.2). Tato práce také však vychází z dalších výpočtů a postupů, které tým na letadle provedl. V práci se proto často odkáží na již spočítaný materiál.

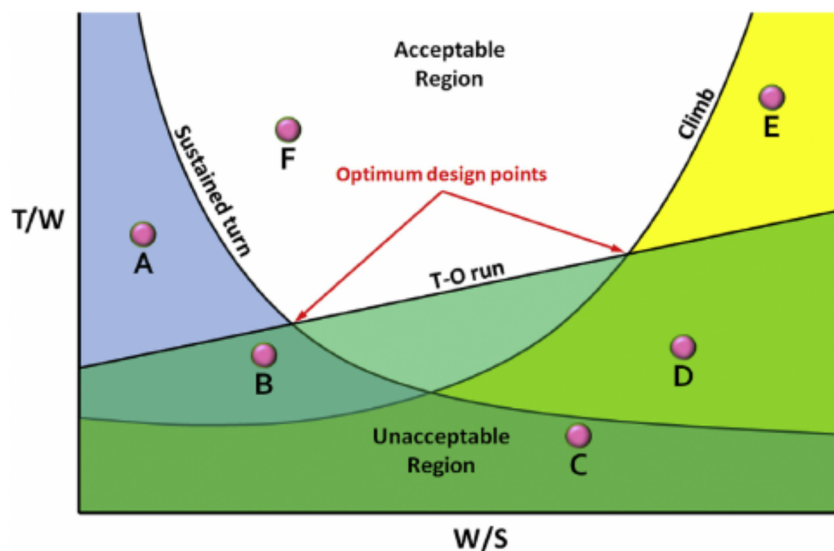
### 5.1 Plocha křídla

Při navrhování letadla je řada parametrů nutných pro dosazování do používaných vztahů neznámá. Kvůli tomuto faktu je třeba na úvod provést návrhové výpočty, díky kterým získáme přibližné základní vlastnosti letounu. Na předběžný výpočet plochy křídla jsem využil ověřené postupy z knihy *General aviation aircraft design* [11]. K lepšímu uchopení problematiky jsem dále čerpal z diplomové práce Ing. Jakuba Valenty [12], která z knihy z velké části vychází.

K dosažení je nutné si definovat některé ze známých parametrů. Na základě hmotnostního rozboru se určí tíha letounu. Z prováděných odhadů hmotnosti jednotlivých částí letounů a reálné hmotnosti komponent, jsme jako tým určili, že vzletová hmotnost je  $m = 5,54$  kg. Tíhu spočítáme takto:

$$G = m \cdot g = 5,54 \cdot 9,807 \doteq 54,35 \text{ N} \quad (5.1)$$

U motoru v dané konfiguraci s vrtulí byl naměřen maximální výkon  $P_M = 200,47$  W. Katalogový výkon motoru je sice vyšší, z měření však vyplynulo, že zadaná vrtule není schopna plně využít potenciál motoru. Na základě optimálního zatížení baterie byla zjištěna také cestovní rychlost v dané konfiguraci  $v_c = 18$  m/s a účinnost vrtule při této rychlosti  $\eta = 0,76$ .



Obr. 15: Ukázka grafu analýzy omezení (převzato z anglické literatury) [11]

Principem osvědčeného výpočtu je vypracovat si na základě omezujících požadavků takzvanou analýzu omezení a vynést ji do dvourozměrného grafu. Do grafu se vynášejí závislosti výkonového a plošného zatížení pro různé režimy letu. Z vyobrazení těchto křivek následně stanovíme mezní hodnoty a oblasti, kdy je letoun ještě schopný dané požadavky splnit. Obrázek 15 ukazuje různé oblasti grafu včetně optimálního návrhu. Veličina  $T$  je zde tah ( $T$  (thrust)),  $W$  je zatížení  $G$  (weight) a  $S$  plocha křídla.

Pro naše účely díky analýze prozkoumáme, jaká plocha křídla je vhodná na použití dané cestovní rychlosti pro vodorovný let. Dále lze nastavit vhodnou štíhlost křídla a získat tak představu o chování letounu při stoupání a ustálené zatáčce. Cílem je tyto parametry vhodně optimalizovat a získat základní charakteristiky letounu. Pro ustálený vodorovný let platí vztah 5.2, který charakterizuje křivku pro vodorovný let v grafu 3.

$$\frac{T}{G} = q c_{Dmin} \left( \frac{1}{G/S} \right) + \left( \frac{1}{\pi \cdot e \cdot \lambda} \right) \left( \frac{1}{q} \right) \left( \frac{G}{S} \right) \quad (5.2)$$

kde  $q$  je dynamický tlak (zmíněný již ve vztahu 3.16) v režimu cestovní rychlosti  $v_c = 18$  m/s. V rovnici vystupuje tzv. Oswaldův koeficient, který pracuje se štíhlostí křídla. Dosažení je předvedeno pro optimalizovanou štíhlost  $\lambda = 8,3$ .

$$e = 1,78 \cdot (1 - 0,045 \cdot \lambda^{0,68}) - 0,64 \quad (5.3)$$

$$e = 1,78 \cdot (1 - 0,045 \cdot 8,3^{0,68}) - 0,64 \doteq 0,802$$

Do vztahu 5.2 je dosazen minimální součinitel odporu, který je zatím neznámý. Pro předběžné výpočty však postačí tabulková hodnota pro prvotní návrh [11], t.j.  $c_{Dmin} = 0,02$ . Následující výpočet je předveden pro  $G/S = 85$  N/m<sup>2</sup>.

$$\frac{T}{G} = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 18^2 \cdot 0,02 \cdot \frac{1}{85} + \frac{1}{\pi \cdot 0,802 \cdot 8,3} \cdot \frac{1}{1/2 \cdot 1,225 \cdot 18^2} \cdot 85$$

$$\frac{T}{G} \doteq 0,067$$

Pro stoupání je možné průběh vyšetřit podobným vztahem, který pracuje s výslednou rychlostí a rychlostí ve vertikálním směru. Stoupavost je jedna z hlavních priorit soutěže, proto je optimální bod v analýze omezení optimalizován především podle těchto parametrů.

$$\frac{T}{G} = \frac{v_y}{v} + q c_{Dmin} \left( \frac{1}{G/S} \right) + \left( \frac{1}{\pi \cdot e \cdot \lambda} \right) \left( \frac{1}{q} \right) \left( \frac{G}{S} \right) \quad (5.4)$$

Podobně jako u předchozích rovnic pro ukázkou jsou dosazeny navržené hodnoty pro ideální charakteristiku -  $G/S = 85$  N/m<sup>2</sup>,  $v = 10$  m/s a  $v_y = 2$  m/s.

$$\frac{T}{G} = \frac{2}{10} + \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 10^2 \cdot 0,02 \cdot \frac{1}{85} + \frac{1}{\pi \cdot 0,802 \cdot 8,3} \cdot \frac{1}{1/2 \cdot 1,225 \cdot 10^2} \cdot 85$$

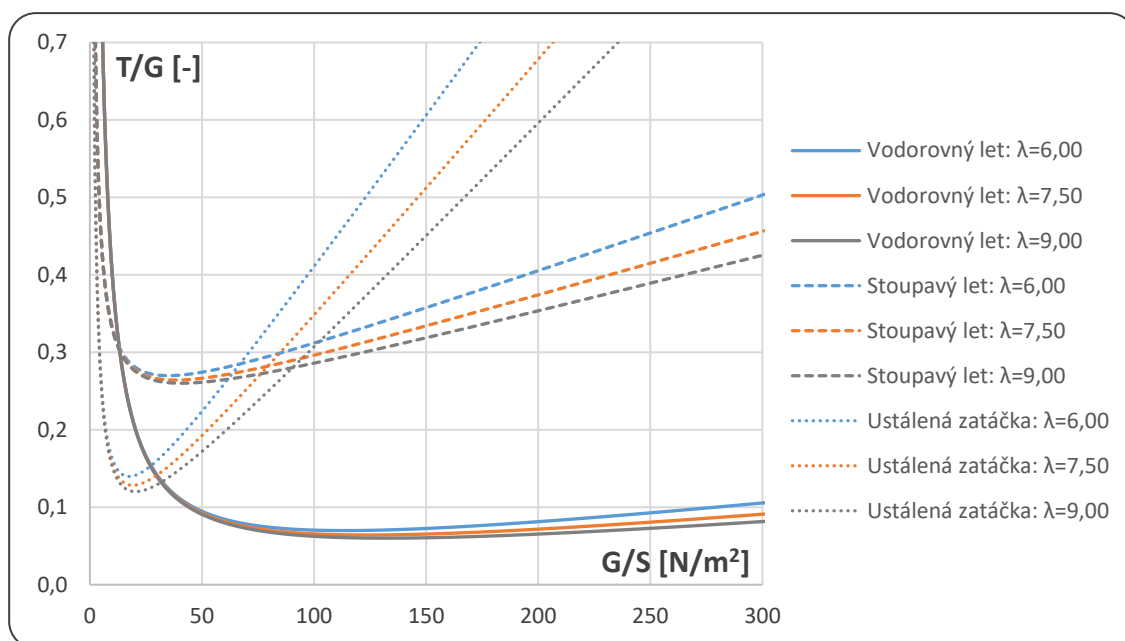
$$\frac{T}{G} \doteq 0,28$$

Z rovnice ustálené zatáčky 5.5 lze potom odvodit jaká bude rychlost letounu za určitého násobku. Pro ukázkou jsou dosazeny optimalizované hodnoty -  $G/S = 85 \text{ N/m}^2$ ,  $v = 10 \text{ m/s}$  a  $n = 2$ .

$$\frac{T}{G} = q \left[ c_{Dmin} \left( \frac{1}{G/S} \right) + \left( \frac{1}{\pi \cdot e \cdot \lambda} \right) \left( \frac{n}{q} \right)^2 \left( \frac{G}{S} \right) \right] \quad (5.5)$$

$$\frac{T}{G} = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 10^2 \cdot \left[ 0,02 \cdot \frac{1}{85} + \frac{1}{\pi \cdot 0,802 \cdot 8,3} \cdot \left( \frac{2}{1/2 \cdot 1,225 \cdot 10^2} \right)^2 \cdot 85 \right]$$

$$\frac{T}{G} \doteq 0,28$$



**Graf 3:** Graf analýzy omezení pro různé štíhlosti

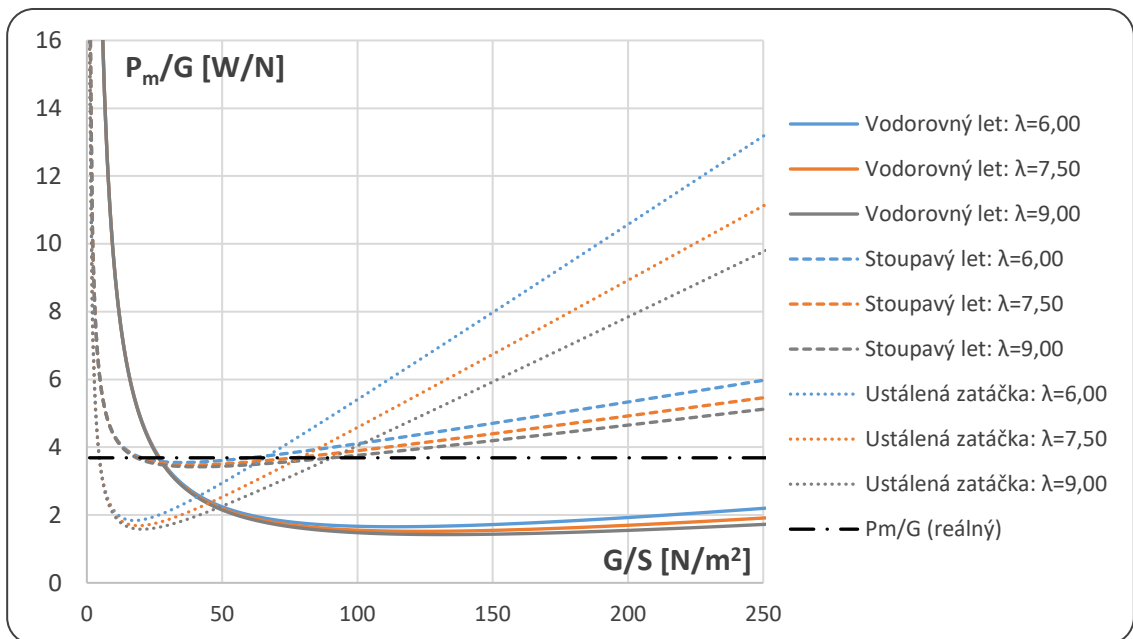
Vynesené závislosti pro tyto tři režimy shrnuje graf 3. Jsou zde srovnány závislosti při různých štíhlostech. Vzhledem k zadaným parametrům je vhodné analýzu upravit a nahradit tahové zatížení zatížením výkonovým  $P_m/G$ . Tento krok se provede následujícím výpočtem na všechny závislosti. Ukázka je zpracována pro vodorovný let.

$$\frac{P_m}{G} = \frac{v_c}{\eta} \cdot \left( \frac{T}{G} \right) = \frac{18}{0,76} \cdot 0,067 \doteq 1,59 \text{ W/N} \quad (5.6)$$

kde  $\eta$  je účinnost vrtule. Do analýzy je potom možné vložit hlavní parametr a to omezení reálným maximálním výkonem motoru.

$$\frac{P_{m \text{ real}}}{G} = \frac{200,466}{54,35} \doteq 3,69 \text{ W/N} \quad (5.7)$$

Po tomto přepočtu jsou závislosti shrnuty v grafu 4. Z grafu je zřejmé, že parametr stoupavosti je ovlivněn štíhlostí letounu. Štíhlost 8 až 9 umožňuje dosáhnout lepších letových vlastností, z tohoto důvodu byla zvolena na letounu štíhlost  $\lambda = 8,3$ .



**Graf 4:** Přepracované závislosti z tahové charakteristiky na výkonovou charakteristiku

Při zadané štíhlosti lze potom zjistit plošné zatížení a následně spočítat plochu křídla. Po optimalizaci vyšla hodnota  $G/S = 85 \text{ N/m}^2$ . Z této hodnoty potom můžeme určit vlastnosti pro jednotlivé režimy letu.

- **Vodorovný let**  
Rychlost:  $v = v_c = 18 \text{ m/s}$
- **Stoupavý let**  
Rychlost:  $v = 10 \text{ m/s}$   
Rychlost stoupání:  $v_y = 2 \text{ m/s}$
- **Ustálená zatáčka**  
Rychlost:  $v = 10 \text{ m/s}$   
Násobek:  $n = 2$

Dále je možné stanovit výslednou plochu křídla pomocí jednoduché následující rovnice.

$$S = \frac{G}{G/S} = \frac{54,35}{85} = 0,64 \text{ m}^2 \quad (5.8)$$

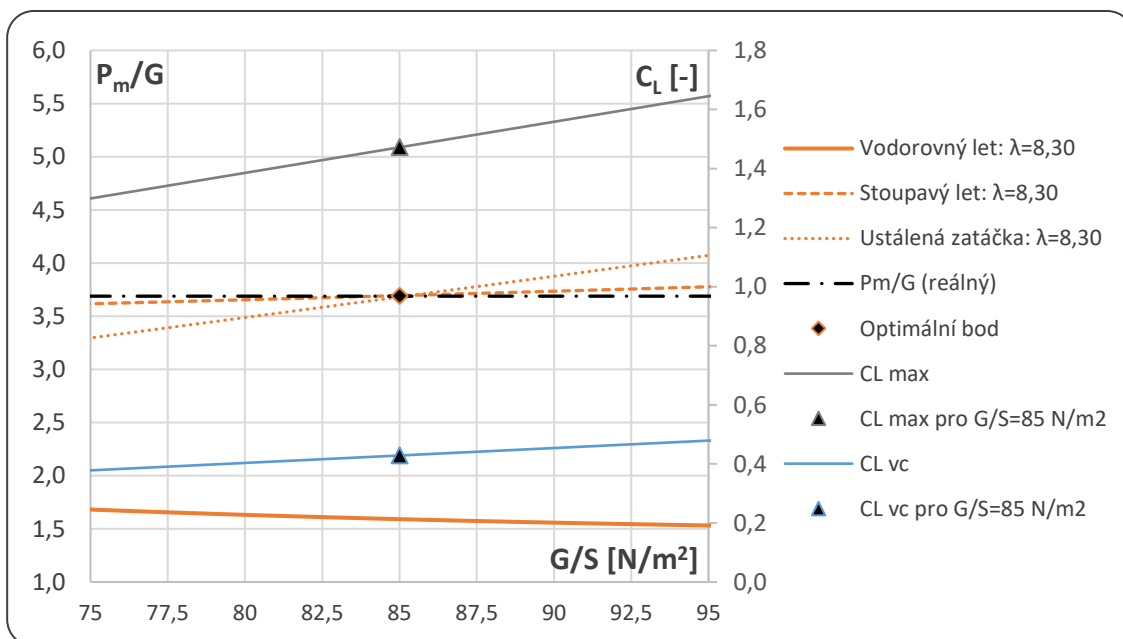
Z plochy křídla a štíhlosti je proveden výpočet rozpětí.

$$l = \sqrt{S \cdot \lambda} = \sqrt{0,64 \cdot 8,3} = 2,304 \text{ m} \quad (5.9)$$

Pro další výpočty a optimální navržení profilů je vhodné získat součinitele maximálního vztlaku pro pádovou rychlost 5.10 a součinitel vztlaku pro rychlost cestovní 5.11.

$$c_{L \max} = \frac{2 \cdot G}{\rho \cdot v_p^2 \cdot S} = \frac{2 \cdot 54,35}{1,225 \cdot 9,71^2 \cdot 0,64} \doteq 1,47 \quad (5.10)$$





**Graf 5:** Výsledné závislosti režimů letu při štíhlosti  $\lambda = 8,3$  s grafickým znázorněním maximálních součinitelů vztlaku

$$C_{Lvc} = \frac{2 \cdot G}{\rho \cdot v^2 \cdot S} = \frac{2 \cdot 54,35}{1,225 \cdot 18^2 \cdot 0,64} \doteq 0,43 \quad (5.11)$$

Reynoldsovo číslo je nutné ke stanovení charakteristik profilů (viz 5.2). Při prvotním výpočtu Reynoldsova čísla je použit předpoklad, že se jedná o jednoduché obdélníkové křídlo. Výpočty se tím značně zjednoduší a pro prvotní návrh je tato úvaha dostačující. Do rovnice Reynoldsova čísla je potom dosazena délka střední geometrické tětivy. Střední geometrickou tětivu  $b_g$  určíme takto:

$$b_g = \frac{S}{l} = \frac{0,64}{2,3} = 0,278 \text{ m} \quad (5.12)$$

Následuje výpočet Reynoldsova čísla, kde je za charakteristický rozměr  $l$  dosazena délka střední geometrické tětivy.

$$Re = \frac{v \cdot l}{\nu} = \frac{v_c \cdot b_g}{\nu} = \frac{18 \cdot 0,28}{1,461 \cdot 10^{-7}} \doteq 341\,960 \quad (5.13)$$

Pro další postup je Reynoldsovo číslo uvažováno  $Re = 345\,000$ .

## 5.2 Charakteristika profilu

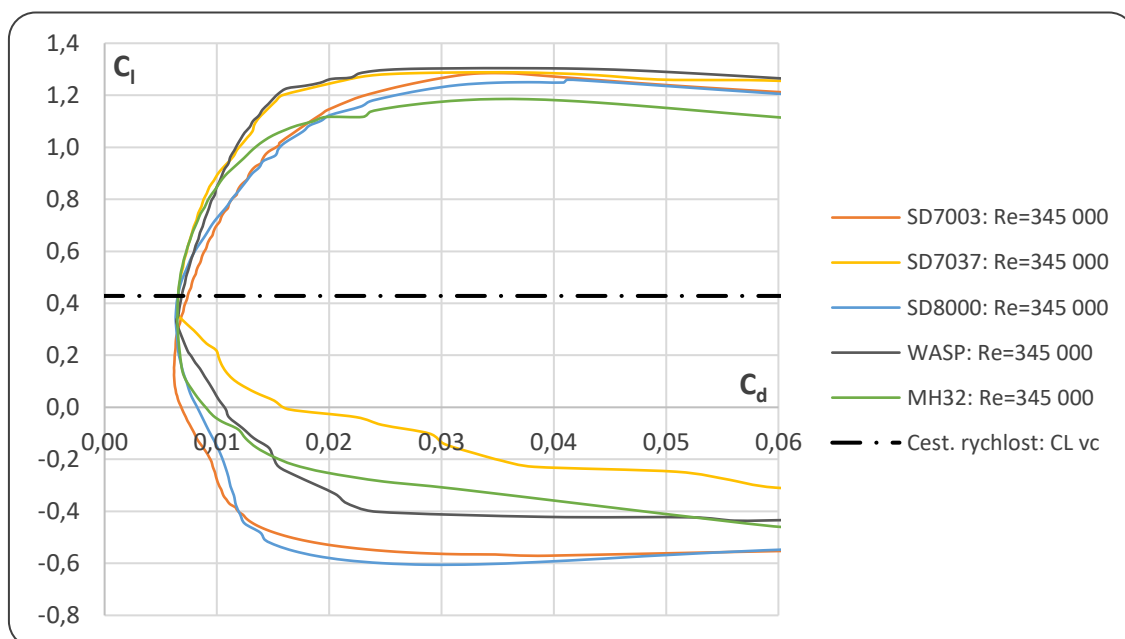
Pro výběr vhodného profilu jsou zpracována data z webových stránek Airfoil tools [13]. U jednotlivých profilů jsou zde vypsány souřadnice definující geometrii a závislosti vygenerované numerickou metodou ve výpočetním programu Xfoil, avšak pro nevhodná Reynoldsova čísla. Ke zpřesnění charakteristik pro  $Re = 345\,000$  byl proto použit uživatelsky přívětivý program XFLR, který z algoritmů programu Xfoil vychází.

## 5.2.1 Volba vhodného profilu z databáze

Při porovnávání bylo uvažováno deset aerodynamicky vhodných profilů, jejichž geometrie byla převzata z Airfoil tools a následně vyhodnocena v programu XFLR. Výsledky simulace jsou postupně shrnuty v následujících částech práce. Tabulka 2 zběžně posuzuje kvality jednotlivých profilů. Z výsledků je možné vidět, že některé profily nevyhovují jak z pohledu maximálního součinitele vztlaku, tak minimálního odporu i velikostí klopivého momentu. Bližší aerodynamické charakteristiky, t.j. vztlakové čáry, poláry a momentové čáry všech zkoumaných profilů, jsou umístěny v přílohách na straně 61 až 63.

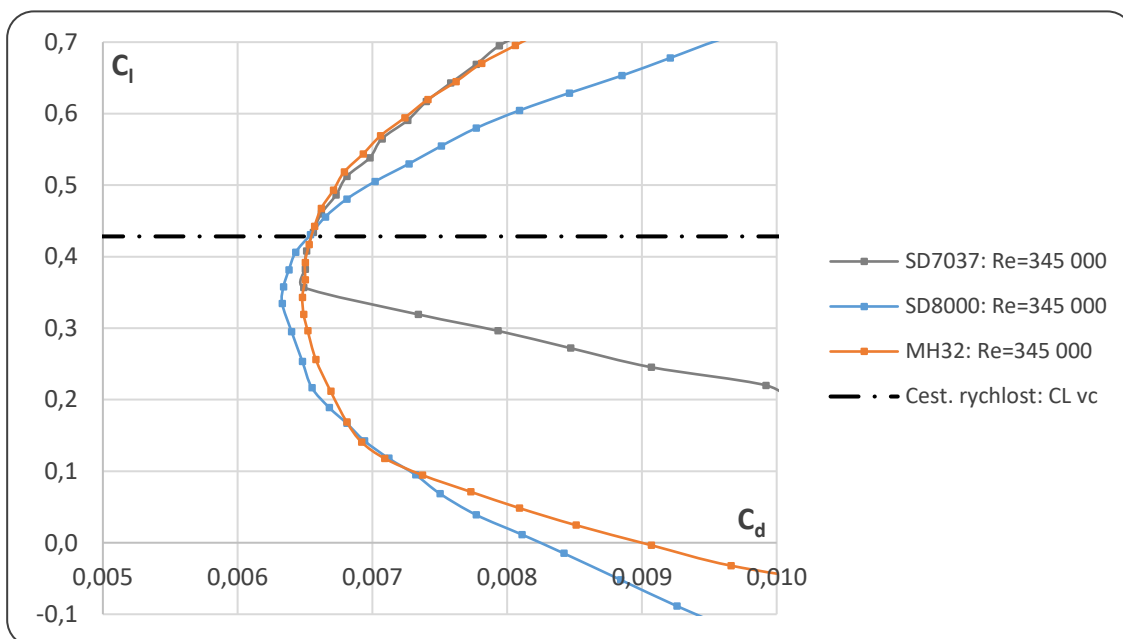
Označení profilu	Max. součinitel vztlaku $C_{l\ max}$	Min. součinitel odporu $C_{d\ min}$	Klopivý moment při cestovní rychlosti $C_m$
SD6060	1,102	0,0074	-0,0378
SD7003	1,285	0,0062	-0,0348
SD7032	1,450	0,0068	-0,0921
SD7037	1,288	0,0065	-0,0789
SD8000	1,260	0,0063	-0,0511
K3311	1,071	0,0089	-0,0790
WASP	1,304	0,0064	-0,0828
MH32	1,186	0,0065	-0,0627
S3002	1,562	0,0077	-0,0811
S7055	1,233	0,0073	-0,0794

**Tab. 2:** Srovnání vybraných profilů (barevná škála označuje: červená - nejhorší výsledek, modrá nejlepší výsledek)

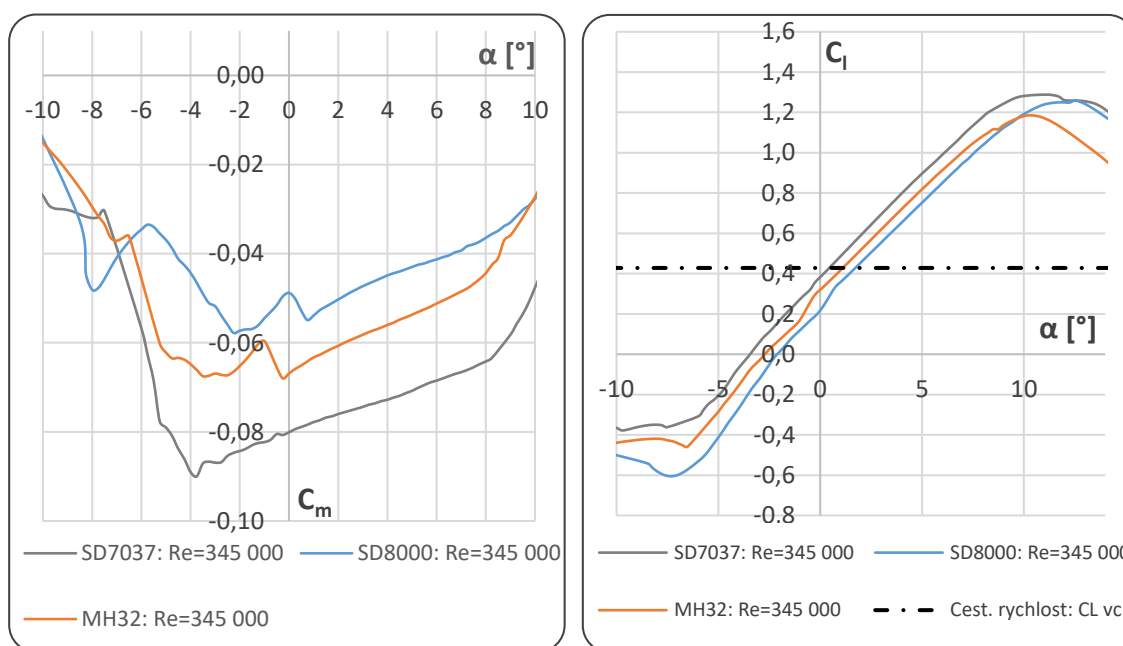


**Graf 6:** Poláry pěti vybraných profilů

V tabulce je vybráno pět profilů označené podtržením. Tyto profily jsou následně porovnávány z hlediska minimálního odporu při cestovní rychlosti  $v_c = 18$  m/s. Graf 6 vhodně znázorňuje dané hledisko. Součinitel odporu při cestovní rychlosti je vyšší u profilů SD7003 a WASP. Tři zbývající jsou blíže porovnány na grafu 7.



**Graf 7:** Poláry tří vybraných profilů - detail



**8.1:** Odporová čára

**8.2:** Vztlaková čára

**Graf 8:** Charakteristiky tří vybraných profilů

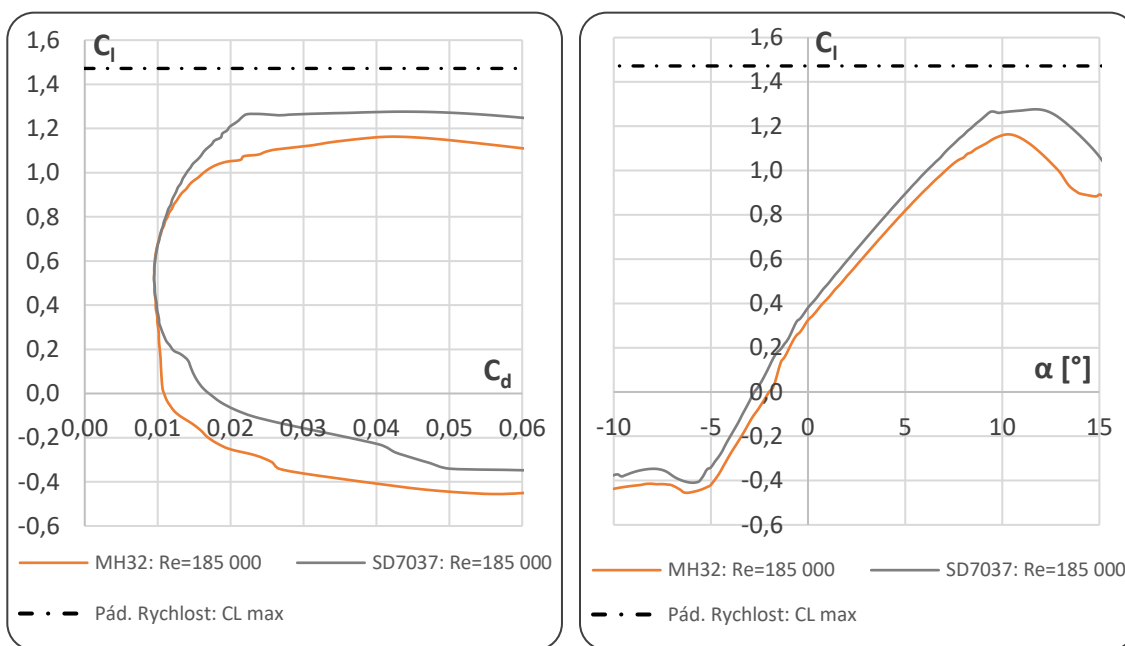
Z grafu plyne, že aerodynamický odpor na profilech při zadané cestovní rychlosti je přibližně stejný. Profil SD8000 je však koncipován zřejmě na vyšší rychlosti a v nižších rychlostech se chová z hlediska odporu podstatně hůře než zbylé dva profily. Profily SD7037 a MH32 mají

velmi podobné vlastnosti. Z grafů 8.1 a 8.2 je vidět, že vyšší součinitel vztlaku u SD7037 je kompenzován větším klopivým momentem.

## 5.2.2 Ověření parametrů profilu

Pro přesnější výpočet je dále vynesena aerodynamická charakteristika profilu MH32 a SD7037 při Reynoldsově čísle odvozeného z pádové rychlosti, která specifikuje režim vzletu. V následující rovnici se stále pracuje s hodnotou střední geometrické těživy.

$$Re = \frac{v_p \cdot b_g}{\nu} = \frac{9,71 \cdot 0,28}{1,461 \cdot 10^{-7}} \doteq 184\,468 \quad (5.14)$$



9.1: Aerodynamická polára

9.2: Vztlaková čára

Graf 9: Charakteristiky vybraných profilů při  $Re = 185\,000$

V programu XFLR bylo uvažováno  $Re = 185\,000$ . Z charakteristiky profilů (viz grafy 9) je zřejmé, že se při režimu stoupání musí u letounu navýšit vztlak u obou dvou profilů. Vyššího vztlaku se dosáhne pomocí klapky. Zda-li budou klapky dostatečné například i u profilu MH32, se ověří pomocí empiricky stanovených rovnic 5.15 a 5.16.

$$C_{Lw\ max} = A \cdot \frac{C_{l\ max0} + C_{l\ maxk}}{2} \quad (5.15)$$

$$\Delta C_{L\ max} = B \cdot \frac{l_{kl}}{l/2} \quad (5.16)$$

kde  $A$  je empiricky stanovený koeficient. Pro lichoběžníková křídla platí  $A = 0,95$ . Konstanta  $B$  je podobně stanovená pro výpočet vztlaku klapky. Pro sklopnou klapku, kterou je v plánu na letadle použít, zejména z konstrukčních důvodů, platí  $B = 0,9$ .

Délka klapek je předběžně určena  $l_{kl} = 0,439$  m. Hodnoty jsou potom dosazeny do vztahu 5.16.

$$\Delta c_{L_{max}} = B \cdot \frac{l_{kl}}{l/2} = 0,9 \cdot \frac{0,439}{2,304/2} \doteq 0,343$$

Maximální součinitele vztlaku profilu získané z charakteristiky (viz grafy 9) jsou poté dosazeny do vztahu pro maximální součinitel vztlaku křídla 5.15. Celkový vztlak křídla s klapkami se potom rovná jejich součtu.

- Profil MH32

$$c_{LW_{max}} = A \cdot c_{lp_{max}} = 0,95 \cdot 1,163 \doteq 1,104$$

$$c_L = \Delta c_{L_{max}} + c_{LW_{max}} = 0,343 + 1,104 \doteq 1,447$$

- Profil SD7037

$$c_{LW_{max}} = A \cdot c_{lp_{max}} = 0,95 \cdot 1,276 \doteq 1,212$$

$$c_L = \Delta c_{L_{max}} + c_{LW_{max}} = 0,343 + 1,212 \doteq 1,555$$

Vztah 5.15 je značně zjednodušen, vzhledem k tomu, že křídlo není nijak kroucené (součinitel vztlaku u kořene  $c_{l_{max0}}$  a na konci  $c_{l_{maxk}}$  se rovnají).

Požadovaný maximální součinitel vycházející z návrhových výpočtů je  $c_{L_{max}} = 1,472$ . Z výpočtů je zřejmé, že profil MH32 koná s klapkami o něco méně vztlaku než je požadovaná hodnota, zatímco SD7037 je o poznání lepší. Požadavek vztlaku však značně přesáhl a bude nutné kompenzovat jeho klopivý moment většími ocasními plochami.

### 5.2.3 Detailní porovnání klopivého momentu

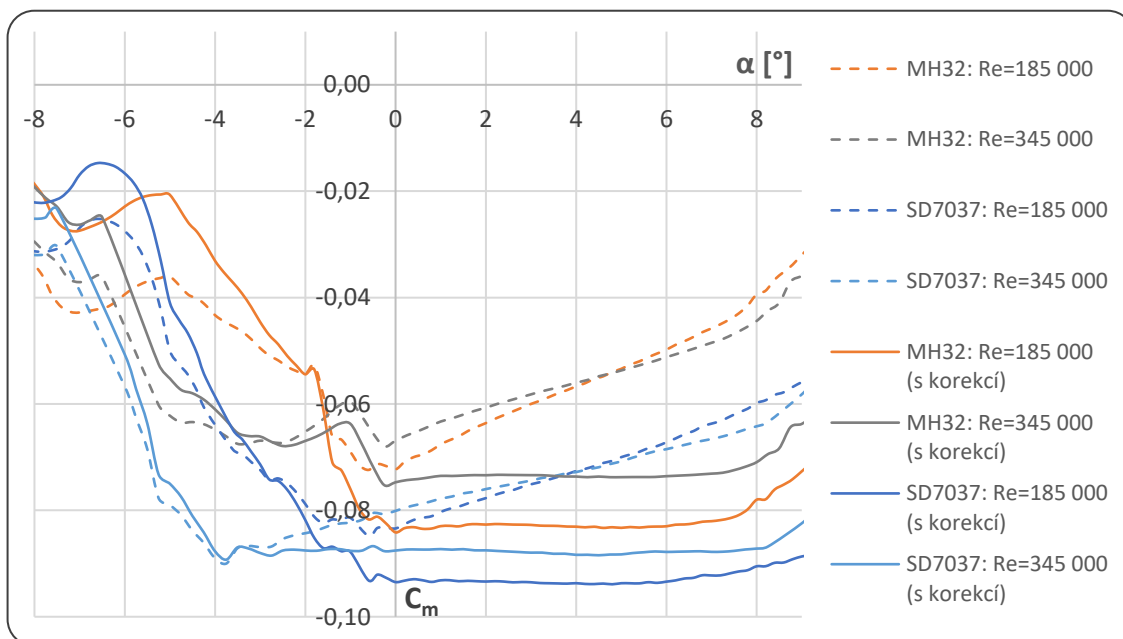
Momentové čáry profilů, které jsou v práci zmíněné, nemají konstantní průběh. Tento fakt je nejvíce zřejmý z grafu 8.1. U téměř lineární části křivky je vidět, že funkce je rostoucí. Hodnoty zde byly vypočítané správně, nikoliv však k aerodynamickému středu profilu. Důvodem je, že program XFLR počítá charakteristiky profilu ke čtvrtinovému bodu. Na porovnávání profilů neměla tato nepřesnost zásadní vliv. Pro získání přesné hodnoty součinitele klopivého momentu  $c_{m_0}$  je však vhodné hodnotu upravit korekčním výpočtem.

$$c_{m_0} = c_m + c_l \cdot \Delta x \quad (5.17)$$

kde  $c_m$  je původní momentový součinitel,  $c_l$  je vztlakový součinitel a  $\Delta x$  je vhodně stanovená vzdálenost čtvrtinového bodu od AC. Poloha aerodynamického středu je vzhledem k rostoucímu průběhu funkce někde před čtvrtinovým bodem a je potom určena:

$$x_{AC} = x_{0,25b} + \Delta x \quad (5.18)$$

Průběhy momentových čar po korekčním výpočtu jsou zobrazeny na grafu 10. Na oblasti  $0^\circ$  až  $6^\circ$  je vidět téměř konstantní průběh a je možné, říci že se jedná o hodnotu momentového součinitele k místu AC. V oblasti, kde se průběh chová nelineárně, nefungovaly zřejmě výpočty správně.



Graf 10: Momentové čáry vybraných profilů po korekci AC

#### 5.2.4 Závěr výpočtů profilu

Výsledky obou profilů jsou zaznamenány do tabulky 3. Pro další práci byl zvolen profil MH32, ačkoliv maximální součinitel vztlaku nedosahuje s klapkami požadovaného vztlaku. Vzhledem k přesnosti výpočtů není zatím takto malá odchylka rozhodující. Hlavní výhoda profilu MH32 však spočívá v nízkém klopivém momentu. Kosočtvercové omezení totiž významně zasahuje do vodorovných ocasních ploch a je možné, že s nimi nepůjde větší klopivý moment zredukovat. Z tohoto důvodu je snaha vybrat profil s co nejmenším klopivým momentem a nedostatek vztlaku doladit pomocí větších klapek nebo zvýšením pádové rychlosti.

Označení profilu	Reynolsovo číslo $Re$	Souč. vztlaku křídla $C_{L\ max}$	Součinitel vztlaku $C_{l\ max}$	Součinitel odporu $C_{d\ min}$	Klopivý moment $C_{m_0}$	Poloha AC $x_{AC}$
MH32	185 000	1,4475	1,1626	0,0095	-0,0830	0,214
	345 000	-	1,1855	0,0065	-0,0737	0,226
SD7037	185 000	1,5552	1,2760	0,0095	-0,0935	0,224
	345 000	-	1,2882	0,0065	-0,0878	0,231

Tab. 3: Porovnání profilů MH32 a SD7037

### 5.3 Geometrie křídla

Pro další výpočty je vhodné si zadefinovat geometrii křídla. V kapitole 5.1 vplynuly parametry jako: Plocha křídla  $S$ , štíhlost křídla  $\lambda$  a rozpětí  $l$ . V následujících postupech bude uvažována osvědčená hodnota zúžení  $\eta = 0,7$ . Z parametrů lze potom určit hloubku křídla.

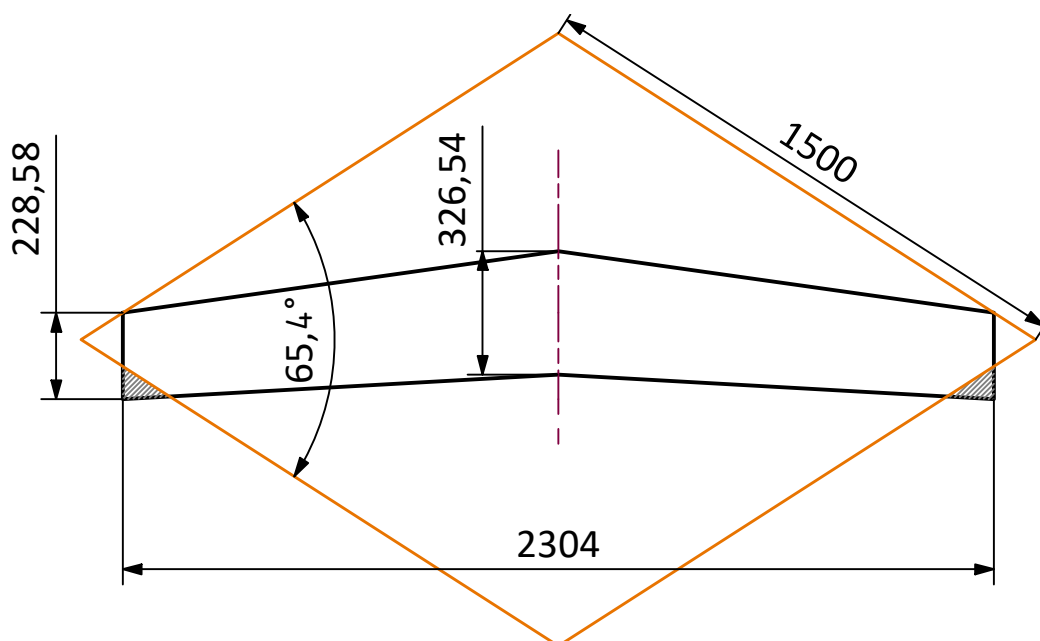
- Hloubka kořenového profilu

$$b_0 = \frac{2}{1 + \eta} \cdot \sqrt{\frac{S}{\lambda}} = \frac{2}{1 + 0,7} \cdot \sqrt{\frac{0,639}{8,3}} = 0,327 \text{ m} \quad (5.19)$$

- Hloubka koncového profilu

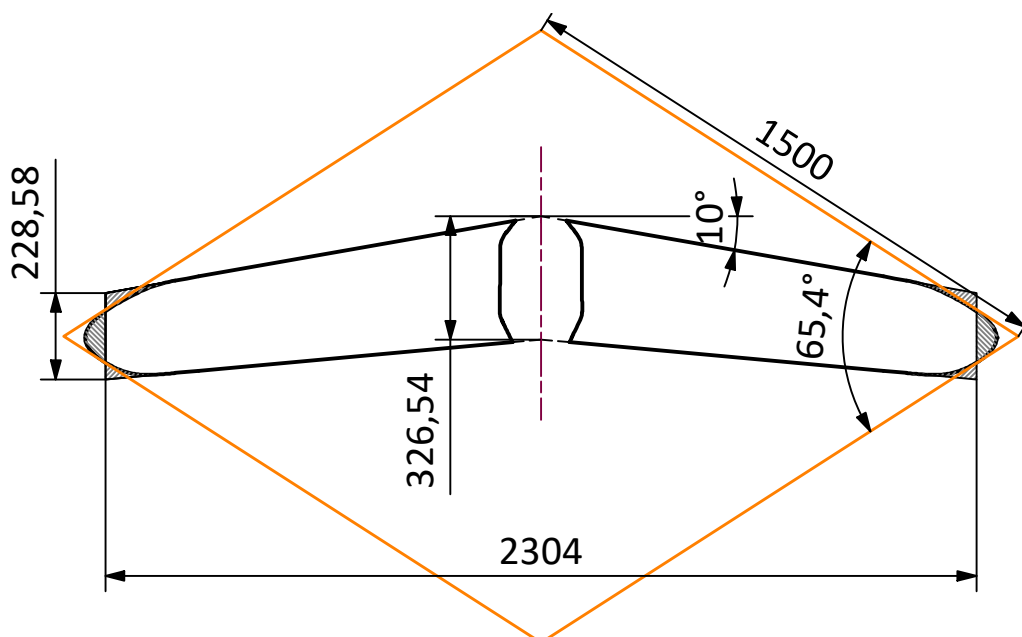
$$b_k = \eta \cdot b_0 = 0,7 \cdot 0,327 = 0,229 \text{ m} \quad (5.20)$$

Jedním z hlavních omezení spočívá v půdorysném tvaru letadla. Křídlo by se mělo vejít do kosočtverce 1,5 m, přičemž úhel sevřený v tomto kosočtverci vyplývá z koncepčního návrhu celého letounu. Z obrázku 16 je zřejmé, že křídlo se půdorysně do pravidly stanovené plochy o malý kus nevejde. Tvar křídla je z tohoto důvodu jen mírně poupraven s cílem využít maximální potenciál rozpětí.

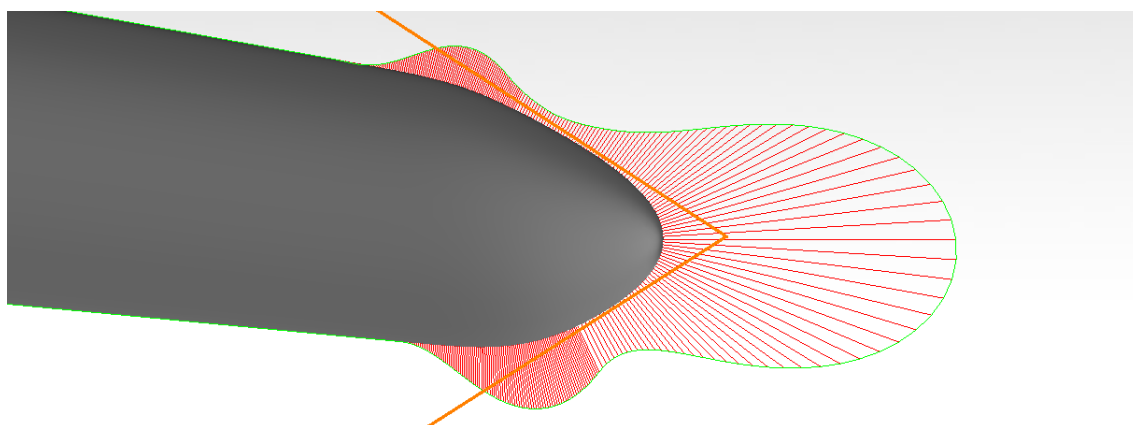


**Obr. 16:** Lichoběžníkové křídlo o zúžení 0,7 bez úprav (měřítko 1:20)

Obrázek 17 ukazuje možný typ řešení. Při návrhu je zachováno zúžení 0,7 po co největším rozsahu. Při ořezu plochy je však stále nutné respektovat požadovanou plochu křídla, proto je oříznutá plocha nahrazena plochou v rohu kosočtverce. S cílem co největší aerodynamické jemnosti byla v programu Catia V5 zadána G3 návaznost křivek a následně provedena analýza křivosti. Na obrázku 18 je vidět, že analýza křivosti vykazuje drobné odchylky od vhodné geometrie. Důvodem je především tvar kosočtverce, který geometrii komplikuje.



**Obr. 17:** Lichoběžníkové křídlo o zúžení 0,7 s ořezy s respektováním předběžného určení těžiště (měřítko 1:20)



**Obr. 18:** Analýza křivosti provedená v Catia V5

Vzhledem k velikosti ořezů postačí, když v dalších výpočtech budeme uvažovat běžný lichoběžník o zúžení  $\eta = 0,7$ . V následující tabulce 4 jsou vypsány parametry, se kterými se bude dále pracovat.

<b>Plocha křídla</b>	$S$ [m <sup>2</sup> ]	0,639
<b>Rozpětí</b>	$l$ [m]	2,304
<b>Zúžení</b>	$\eta$	0,7
<b>Hloubka kořenového profilu</b>	$b_0$ [m]	0,327
<b>Hloubka koncového profilu</b>	$b_k$ [m]	0,229

**Tab. 4:** Výsledky kapitoly Geometrie křídla



## 5.4 Aerodynamické parametry křídla

K výpočtu charakteristik celého křídla je použit program Glauert.tcl, jehož algoritmus je založený na numerickém výpočtu Glauertova řešení Prandtlovy teorie nosné čáry. Do programu se zadává vstupní geometrie, která byla v průběhu práce spočítána. Při výpočtu však nejsou uvažovány koncové oblouky především z důvodu zjednodušení. Při optimalizaci by bylo potřeba křídlo rozdělit po rozpětí na více řezů především v oblasti koncových oblouků, výsledek by byl tak méně zkreslený. Návrhový výpočet rovněž zanedbává vliv úhlu šípů. Výpočet v programu je proveden dvěma způsoby.

První způsob zanedbává vliv rozdílného Reynoldsova čísla zmenšujícího se profilu po rozpětí letounu. Reynoldsovo číslo je zde odvozeno konstantní ze střední geometrické tětiny.

Druhý způsob už vliv rozdílného Reynoldsova čísla zahrnuje. V programu XFLR byly spočítány aerodynamické charakteristiky pro kořenový a koncový profil. Program pro výpočet Glauertova řešení potom zohledňuje rozdílné parametry profilu jako aerodynamické kroucení a hodnoty mezi kořenovým profilem a profilem koncovým linearizuje.

### 5.4.1 Způsob první: zanedbaná změna Reynoldsova čísla po rozpětí

K výpočtu je třeba zadat úhel nulového vztlaku a stoupání vztlakové čáry. U vztlakové čáry profilu střední geometrické tětiny byla proto provedena lineární regrese (viz příloha 4) při Reynoldsově čísle odpovídajícímu pádové rychlosti, jelikož zkoumanou veličinou je maximální součinitel vztlaku. Výsledky a data, která jsou nutná k provedení výpočtu jsou zaznamenána v následující tabulce 5.

<b>Plocha křídla</b>	$S$ [m]	0,639
<b>Polorozpětí</b>	$z$ [m]	1,152
<b>Úhel kroucení</b>	$\alpha_g$ [°]	0
<b>Hloubka kořenového profilu</b>	$b_0$ [m]	0,327
<b>Hloubka koncového profilu</b>	$b_k$ [m]	0,229
<b>Reynoldsovo číslo</b>	$Re$ [—]	185 000
<b>Úhel nulového vztlaku</b>	$\alpha_0$ [°]	-2,214
<b>Úhel nulového vztlaku (radiány)</b>	$\alpha_0$ [rad]	-0,039
<b>Stoupání vztlakové čáry</b>	$c_l/\alpha$ [rad <sup>-1</sup> ]	6,759
<b>Maximální vztlakový součinitel</b>	$c_{l\max}$ [—]	1,163
<b>Zadaný úhel náběhu křídla</b>	$\alpha_W$ [rad]	0,0429

Tab. 5: Vstupní data (hodnoty profilu střední geometrické tětiny)

Ve výpočtu figuruje úhel náběhu křídla, který byl vyhledán pro součinitel vztlaku při cestovní rychlosti.

$$c_{LW}(\alpha_W = 0,0429 \text{ rad}) = 0,428 \quad (5.21)$$

Výsledkem jsou data, která udávají rozložení hloubek křídla  $b(z)$  a rozložení součinitele vztlaku  $c_L(z)$ . Křídlo není nijak kroucené, takže jsou výpočty rozložení vztlaku značně zjednodušeny. Výpočet normálového rozložení vztlaku je dán takto vztahem 5.22.

$$c_{Ln} = \frac{c_L}{c_{LW}} \quad (5.22)$$

Odvozeným vztahem 5.23 se zjistí maximální součinitel vztlaku:

$$c_{LW \max} = \min\left(\frac{c_{L \max}}{c_{Ln}}\right) = 1,0832 \quad (5.23)$$

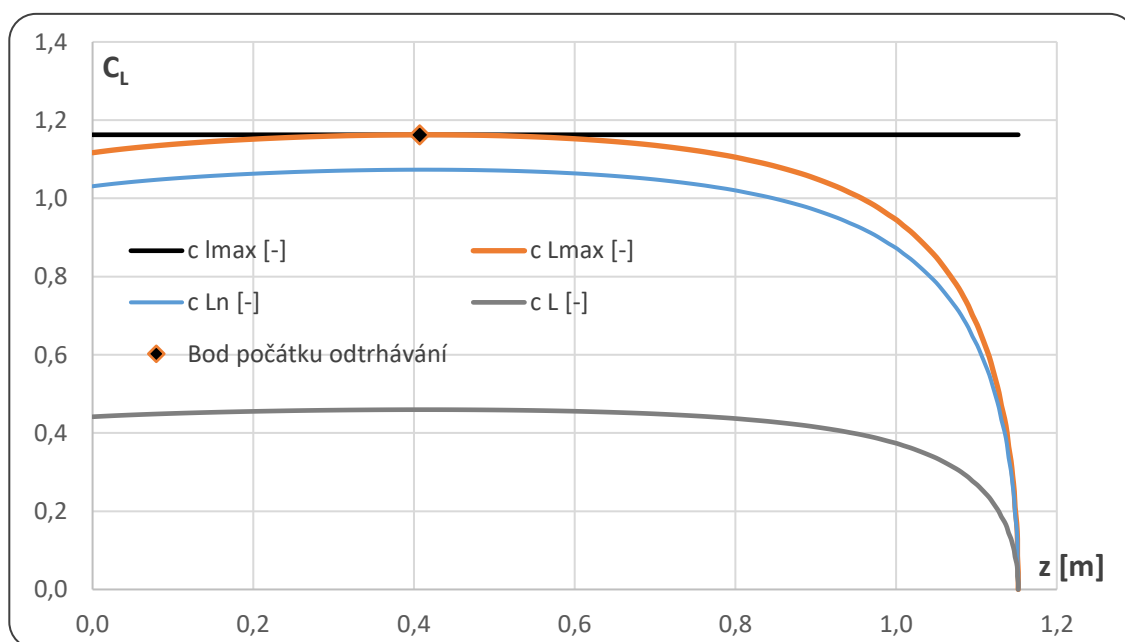
Hodnotě  $c_{LW \max}$  přísluší místo, kde se proud vzduchu začíná odtrhávat:

$$z_{po} = 0,407 \text{ m} \quad (5.24)$$

Následně je možné určit rozložení maximálního součinitele vztlaku:

$$c_{L \max} = c_{Ln} \cdot c_{LW \max} \quad (5.25)$$

Po těchto úpravách jsou dány závislosti vztlaku po rozpětí křídla (viz graf 11).



**Graf 11:** Součinitel vztlaku po rozpětí křídla  $Re = konst$

#### 5.4.2 Způsob druhý: nezanedbání změny Reynoldsova čísla

U této metody byly do programu Glauert.tcl zadány rozdílné charakteristiky kořenného a koncového profilu podle rozdílu charakteristického rozměru. Výpočet potom počítá na základě parametrů aerodynamicky kroucené křídlo. Podobně jako v předchozím případě byla provedena linearizace vztakové čáry, avšak obou profilů (viz příloha 5 a 6). Reynoldsovo číslo je taktéž uvažováno pro pádovou rychlost. Vstupní hodnoty do programu jsou potom zaznamenány v tabulce 6.

<b>Plocha křídla</b>	$S$ [m]	0,639
<b>Polorozpětí</b>	$z$ [m]	1,152
<b>Úhel kroucení</b>	$\alpha_g$ [°]	0,000
<b>Úhel náběhu</b>	$\alpha_W$ [rad]	0,0432

		<b>Kořenový profil</b>	<b>Koncový profil</b>
<b>Hloubka profilu</b>	$b$ [m]	0,327	0,229
<b>Reynoldsovo číslo</b>	$Re$	217 000	152 000
<b>Úhel nulového vztlaku</b>	$\alpha_0$ [°]	-2,431	-1,871
<b>Úhel nulového vztlaku (radiány)</b>	$\alpha_0$ [rad]	-0,042	-0,033
<b>Stoupání vztlakové čáry</b>	$c_l/\alpha$ [rad <sup>-1</sup> ]	6,508	7,167
<b>Maximální vztlakový součinitel</b>	$c_{l\max}$ [-]	1,167	1,140

**Tab. 6:** Vstupní data (hodnoty kořenového a koncového profilu)

Obdobně jako v předchozím případě je vybrán úhel náběhu křídla k dosažení vztlaku při cestovní rychlosti.

$$c_{LW}(\alpha_W = 0,0429 \text{ rad}) = 0,428 \quad (5.26)$$

Kroucení křídla způsobuje, že charakteristiky se liší o nulové rozložení vztlaku. V programu byl proto nalezen úhel nulového vztlaku, tedy úhlu, kdy křídlo nekoná vztlak.

$$\alpha_{0W} = 0,038 \text{ rad} \quad (5.27)$$

Tato hodnota byla u předchozího způsobu totožná s nulovým úhlem profilu. Nyní je však závislá na rozložení nulového součinitele vztlaku po rozpětí  $c_{L0}(z)$ . Při výpočtu normálového rozložení vztlaku se uvažuje i toto rozložení.

$$c_{Ln} = \frac{c_L - c_{L0}}{c_{LW}} \quad (5.28)$$

Nalezení maximálního součinitele vztlaku potom vypadá takto:

$$c_{LW\max} = \min\left(\frac{c_{l\max} - c_{L0}}{c_{Ln}}\right) = 1,0775 \quad (5.29)$$

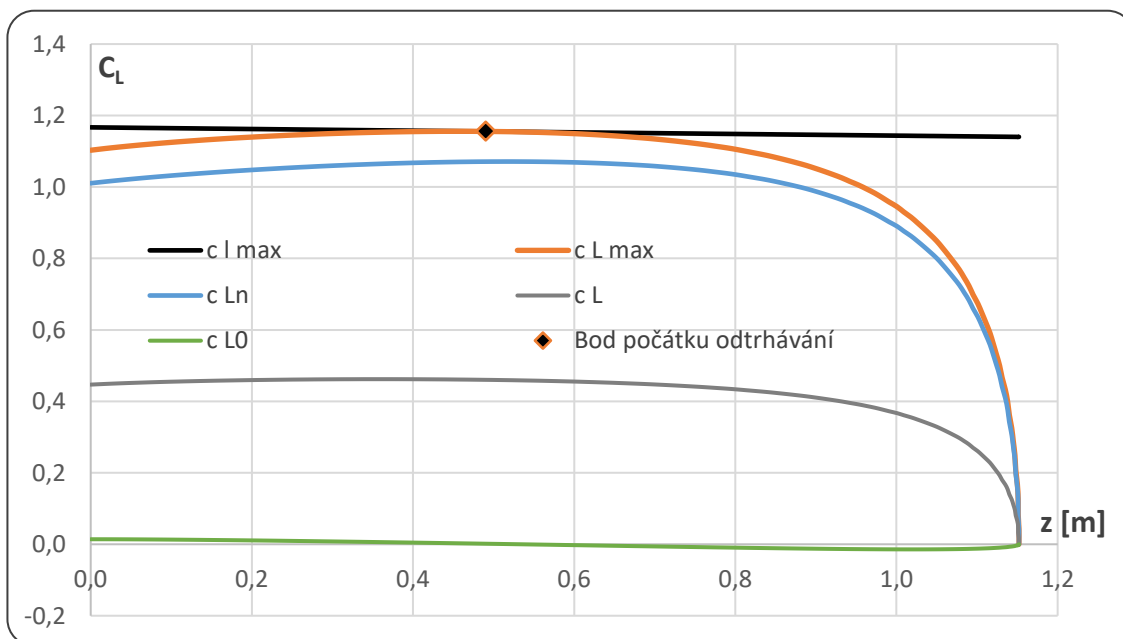
Hodnota  $c_{LW\max}$  také definuje souřadnici  $z$ , kde nastane počátek odtrhávání:

$$z_{po} = 0,490 \text{ m} \quad (5.30)$$

Výsledný průběh maximálního součinitele vztlaku je dán vztahem 5.31.

$$c_{L\max} = c_{Ln} \cdot c_{LW\max} + c_{L0} \quad (5.31)$$

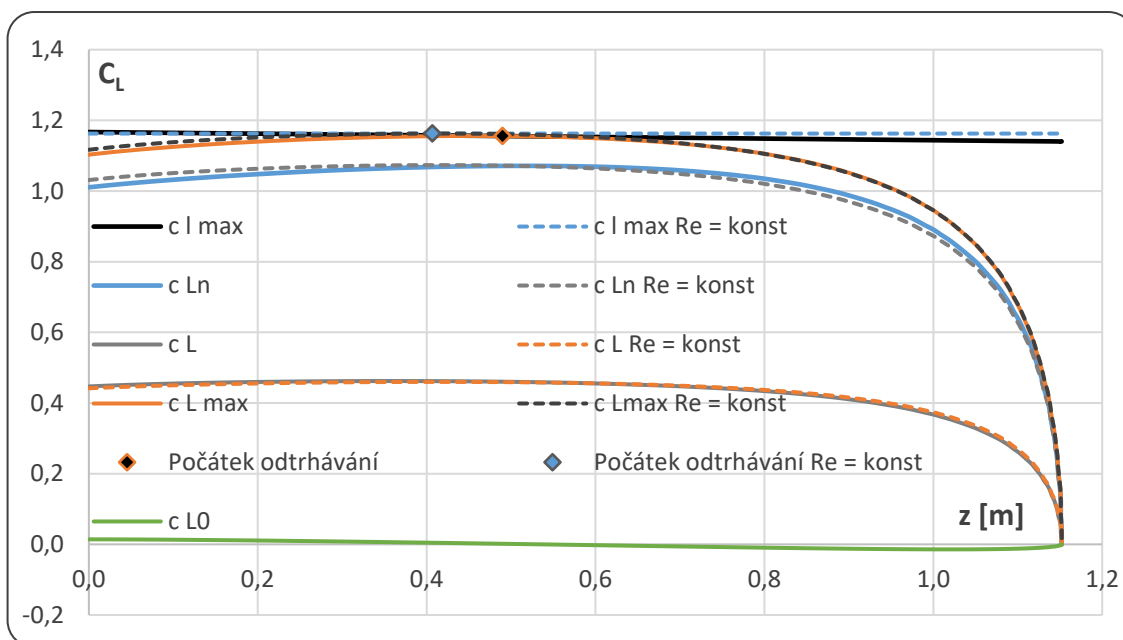
Výsledkem je graf 12, který znázorňuje rozložení vztlaku po vzdálenosti  $z$ .



**Graf 12:** Součinitel vzlaku po rozpětí křídla  $Re \neq konst$

### 5.4.3 Porovnání obou způsobů

Graf 13 znázorňuje vzlaková rozložení po rozpětí křídla, je-li brána v úvahu rozdílná velikost charakteristického rozměru profilu. Rovněž je v grafu zaznačeno původní rozložení, určené ze střední geometrické tělavy.



**Graf 13:** Srovnání obou metod Glauertova řešení

Je zřejmé, že výpočet charakteristik pro kořenový a koncový profil MH32 neměl na výpočet maximálního součinitele vzlaku nijak zásadní vliv. Rozdílná hodnota však vyšla

u polohy počátku odtrhávání, který má vliv především na polohu křidélek viz následující kapitola.

#### 5.4.4 Poloha křidélek

Průběh maximálního součinitele vztlaku a bod počátku odtrhávání je důležitý z pohledu správné polohy křidélek. V nejhorším případě se může stát, že zásoba vztlaku je u křídélka příliš malá a letoun se stává neovladatelný. Obecně platí rovnice 5.32 a 5.33, které by mělo umístění křidélek splňovat. Kořen křídélka by měl splňovat tuto podmínku:

$$\Delta c_{L a0} = c_{l max}(z) - c_{L max}(z) \geq 0,05 \quad (5.32)$$

Pro střed křídélka platí podobný vztah:

$$\Delta c_{L a0,5} = c_{l max}(z) - c_{L max}(z) \geq 0,1 \quad (5.33)$$

U návrhových výpočtů se předběžně uvažuje minimální délka křidélek 30 % rozpětí. Vzhledem ke koncovým obloukům, které byly v Glauertově řešení zanedbány, je možné konstrukčně konce křidélek uvažovat na hodnotu maximálního rozpětí. Po těchto úvážích, vychází poloha středu a kořene takto:

$$z_{a0} = 0,80$$

$$z_{a0,5} = 0,98$$

Zásoba vztlaku je potom spočítána do vztahů 5.32 a 5.33.

$$\Delta c_{L a0} \doteq 1,148 - 1,100 = 0,049$$

$$\Delta c_{L a0,5} \doteq 1,144 - 0,971 = 0,174$$

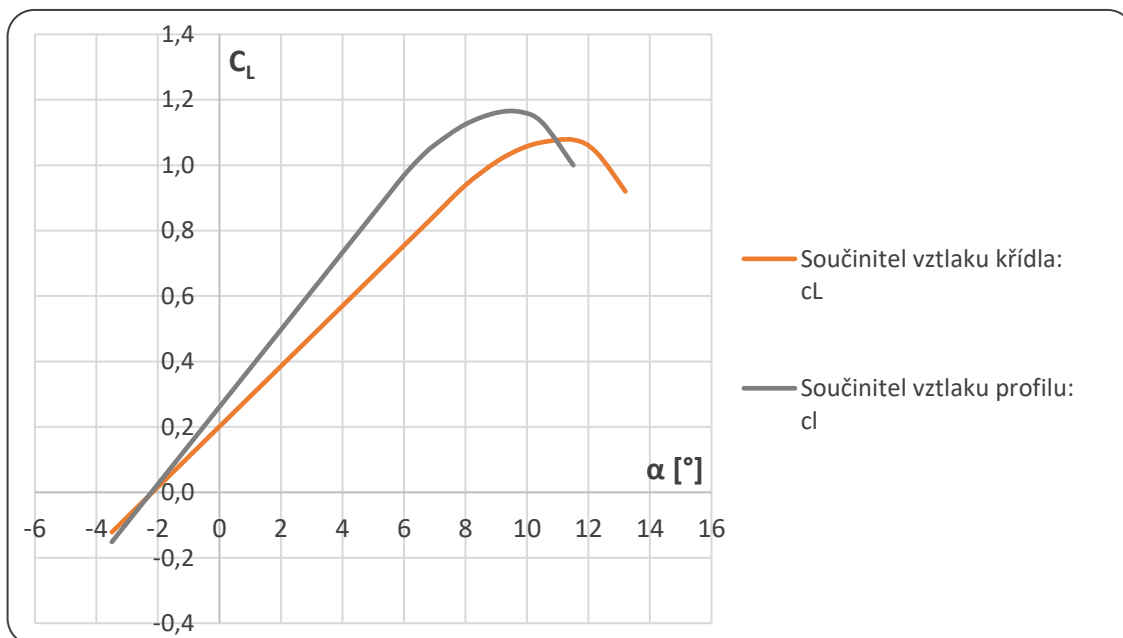
Zásoba vztlaku na kořeni křídélka vychází o něco méně než je doporučená hodnota, stále se však pohybuje v přijatelné mezi. Podobným způsobem jsou spočítána křídélka pro první způsob při konstantním Reynoldsově čísle. Z výsledků ukázaných v tabulce 7 je vidět, že první způsob vychází ve všech ohledech příznivěji. Jak již bylo zmíněno, maximální součinitel vztlaku je prakticky totožný, ale poloha odtrhávání a s tím i zásoba vztlaku se už poměrně značně liší. Druhý způsob, tedy méně příznivý, je však zřejmě přesnější a vhodnější pro další optimalizaci křidélek.

Metoda výpočtu	Max. součinitel vztlaku $c_{LW max} [-]$	Počátek odtrhávání $z_p [m]$	Vztlak na kořeni $\Delta c_{L a0} [-]$	Vztlak na středu $\Delta c_{L a0,5} [-]$
$Re = konst$	1,0832	0,41	0,0636	0,192
$Re \neq konst$	1,0775	0,49	0,0485	0,174

Tab. 7: Výsledky výpočtu polohy křidélek

## 5.4.5 Charakteristické hodnoty křídla

Z výsledků Glauertova řešení se dále může určit vztaková čára křídla. Funkce vztakové čáry se získá z bodu, který je charakterizován úhlem nulového vztaku  $\alpha_{0W}$ , bodu zadaného úhlu náběhu  $c_{LW}(\alpha_W = 0,0429 \text{ rad})$  a bodu maximálního součinitele vztaku  $c_{LW \max}$ .



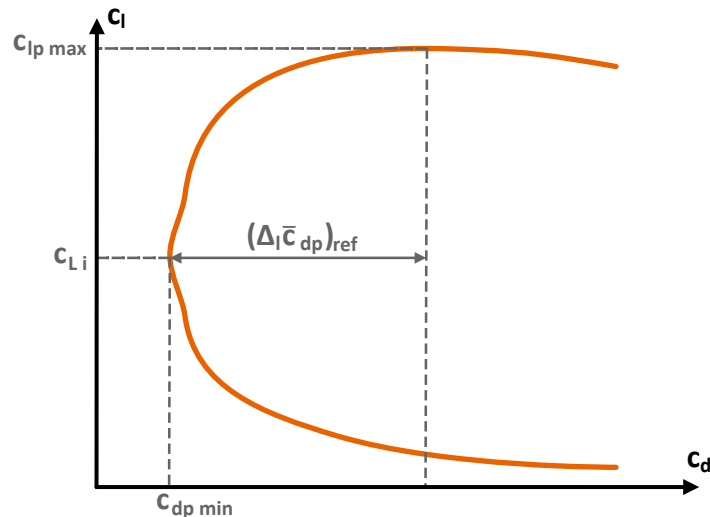
**Graf 14:** Vztaková čára křídla a profilu MH32 střední geometrické tětiny

Graf 14 ukazuje vztakovou čáru profilu a celého křídla. Z těchto hodnot se následně určí aerodynamická polára. Vztahy 5.34 a 5.35 převzaté z knihy Airplane Design Part VI [14] jsou pouze přibližné a nahrazují poláru kvadratickou funkcí. Nejprve je spočítán odpor profilu celého křídla.

$$C_{DpW} = C_{d \min} \cdot \frac{S_{net}}{S} + 0,75 \cdot (\Delta_I \bar{c}_{dp})_{ref} \cdot \left( \frac{c_L - c_{Li}}{c_{LW \max} - c_{Li}} \right)^2 \quad (5.34)$$

kde  $S_{net}$  je půdorysná plocha křídla omývaná proudem vzduchu (tedy plocha křídla bez trupu). Parametr byl odečten v programu Catia V5. Veličiny  $C_{d \min}$ ,  $c_{Li}$  a  $(\Delta_I \bar{c}_{dp})_{ref}$  nejlépe vystihuje následující obrázek 19. Hodnoty jsou posléze odečteny z charakteristiky střední geometrické tětiny a dosazeny. Tentokrát už jsou uvažovány hodnoty Reynoldsova čísla  $Re = 345\,000$ , tedy při cestovní rychlosti, jelikož zkoumaným parametrem je závislost odporu křídla na vztaku v režimu letu.

$$C_{DpW} = 0,0065 \cdot \frac{0,566}{0,639} + 0,75 \cdot (0,0284) \cdot \left( \frac{c_L - 0,523}{1,078 - 0,523} \right)^2$$



Obr. 19: Schematicky zobrazené, dosazované veličiny

Další zkoumanou veličinou je indukovaný odpor křídla, který je spočítán pomocí následující rovnice. Výpočet je značně zjednodušen kvůli nulovému úhlu zkroucení.

$$c_{DiW} = \frac{c_L^2}{\pi \cdot \lambda} \cdot (1 + \delta) \quad (5.35)$$

$$c_{DiW} = \frac{c_L^2}{\pi \cdot 8,3} \cdot (1 + 0,0264)$$

kde  $\delta$  je Glauertův opravný součinitel, který byl také převzat z numerického výpočtu v programu Glauert.tcl. Výsledkem jsou kvadratické závislosti, jejichž součtem získáme průběh celkového součinitele odporu na součiniteli vztlaku.

$$c_{DW} = c_{DpW} + c_{DiW} \quad (5.36)$$

Výsledky jsou zřejmé z grafu 15.

#### 5.4.6 Klopivý moment křídla

Součinitel klopivého momentu je možné přibližně určit pomocí rovnice z knihy Airplane design [14]. U výpočtu není uvažován úhel šípů, který se doladí spíše později v závislosti na hmotnostním rozboru letounu.

$$c_{m0W} = \frac{\lambda}{\lambda + 2} \cdot \frac{c_{m00} + c_{m0k}}{2} \quad (5.37)$$

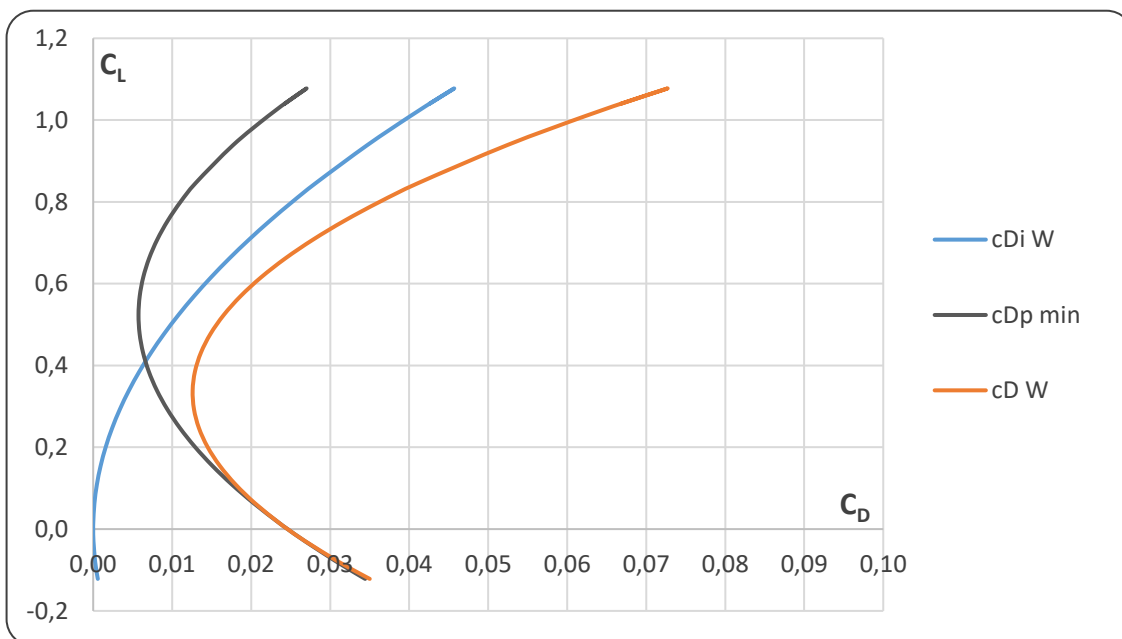
Podobně jako v kapitole 5.2.3 byla provedena korekce momentové čáry kořenového a koncového profilu z dat XFLR (viz graf 16). Korigované hodnoty potom jsou:

$$c_{m00} = 0,0800$$

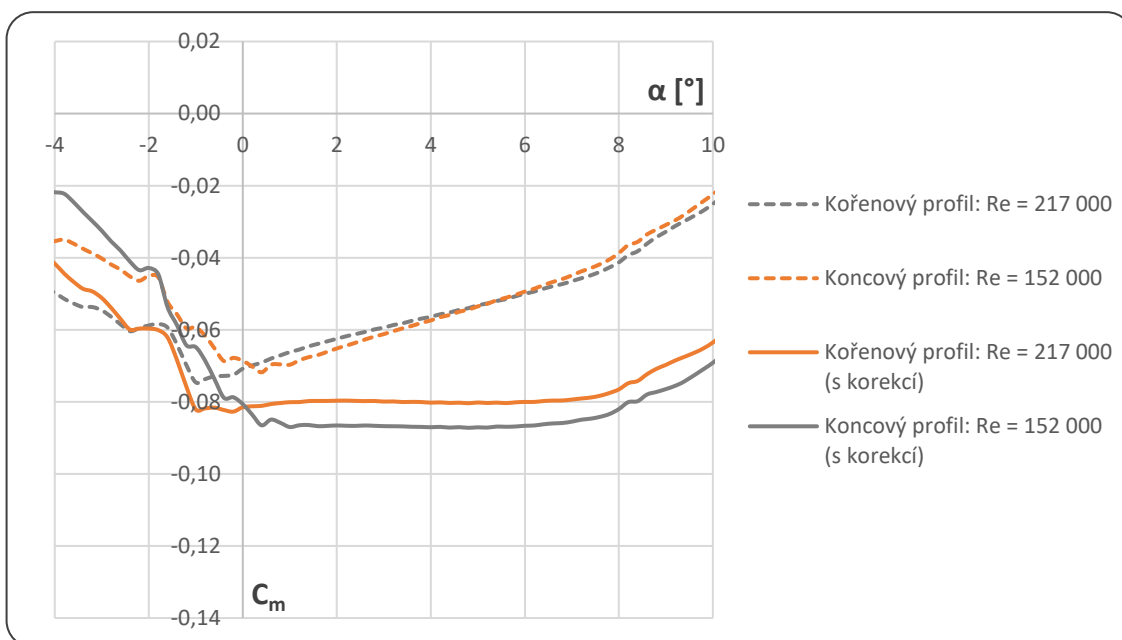
$$c_{m0k} = 0,0867$$

Vypočítané veličiny jsou dosazeny do rovnice 5.37.

$$c_{m0W} = \frac{8,3}{8,3 + 2} \cdot \frac{0,0800 + 0,0867}{2} = -0,0672$$



**Graf 15:** Aerodynamická polára křídla



**Graf 16:** Korekce momentové čáry kořenového a koncového profilu

## 5.5 Souhrn výsledků aerodynamické charakteristiky

V této kapitole jsou shrnuty výsledky návrhu a porovnány s původním koncepčním návrhem eliptického křídla. Hodnoty byly získány podobným způsobem a jsou zcela porovnatelné, jen jsou převzaty od členů týmu. Tabulka 8 ukazuje základní výsledky.

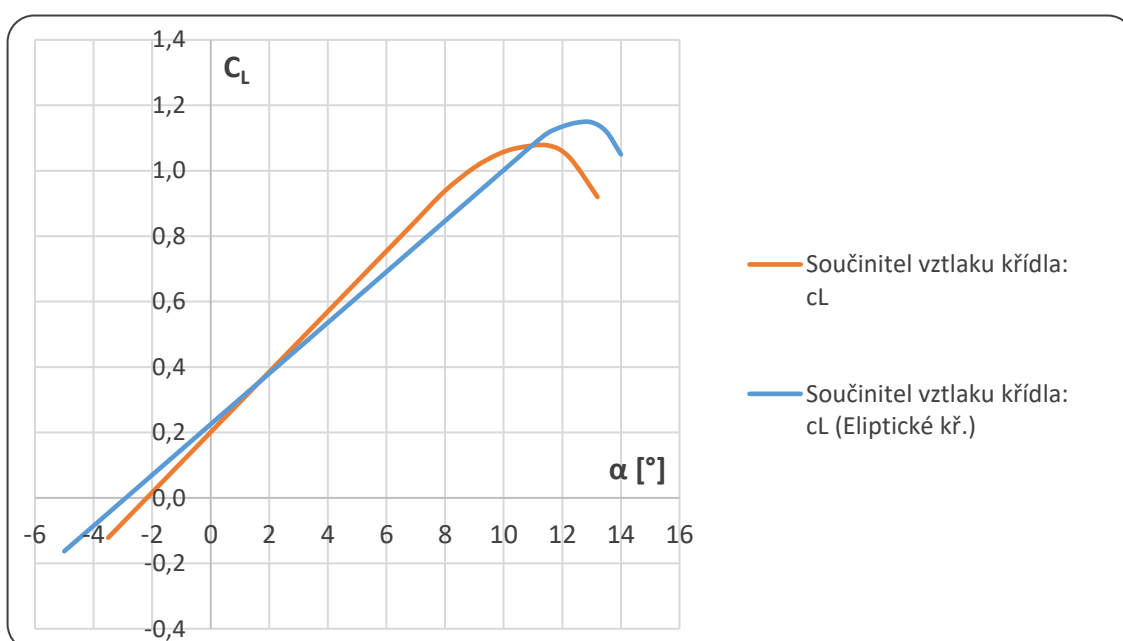
U lichoběžníkového návrhu je podstatně menší relativní rozpětí křidélek. Důvodem je především vhodnější odtrhávání u eliptického křídla. Na druhou stranu, výslednice síly generovaná vztlakem je u lichoběžníku na větším rameni, takže křídélko bude pracovat



efektivněji. Dále je možné pracovat s daleko většími vztakovými klapkami. Celkové součinitele klopivého momentu pak vyšly u obou konceptů prakticky totožné. Velmi výrazné odchylky jsou však u součinitelů odporu a vzlaku.

Návrh křídla		Lichoběžníkové	Eliptické
Profil		MH32	K3311, SD7003
Rozpětí	$l$ [m]	2,3	2,1
Max. součinitel vzlaku	$c_{Lmax}$ [-]	1,078	1,148
Souč. odporu při cest. rychlosti	$c_{Dvc}$ [-]	0,013	0,019
Souč. klopivého momentu	$c_{m0}$ [-]	-0,067	-0,063
Relativní délka křidélek	[%]	30	46

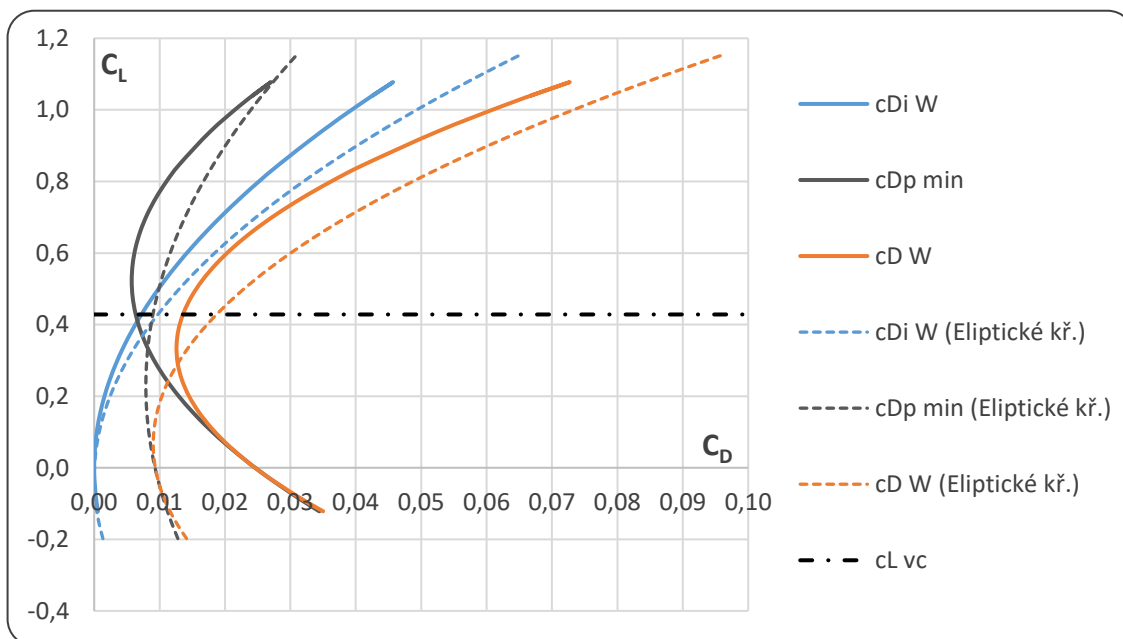
Tab. 8: Srovnání základních aerodynamických parametrů



Graf 17: Srovnání vztakových čar

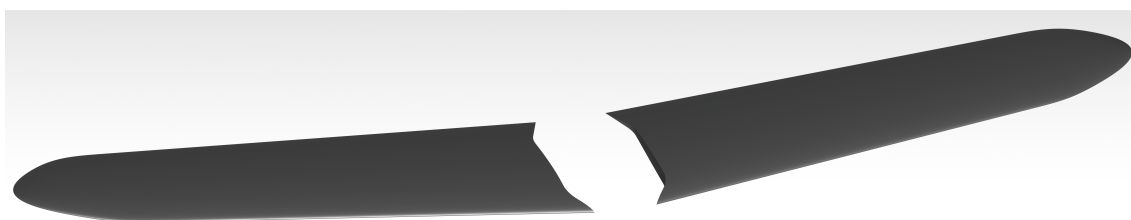
U vztakových čar je možné vidět strmější průběh lichoběžníkového křídla s menším maximem součinitele vzlaku, což je dáno především větší štíhlostí křídla a použitým profilem.

Graf 18 potom porovnává aerodynamické poláry. U eliptického křídla je vidět menší minimální odpor, konkrétně  $c_{Dmin} = 0,009$ . Křídlo vypadá jako vhodnější alternativa, ale z tahového měření vyplynulo, že motor s vrtulí může dosáhnout rychlosti maximálně 25 m/s. Cestovní rychlost pak byla stanovena na 18 m/s z důvodu vhodně odebíraného proudu z tříčlánkové baterie. Cestovní rychlosti odpovídá součinitel vzlaku  $c_{Lvc} = 0,428$ . Mezi, kdy se stává výhodnější eliptické křídlo a tedy průsečík obou polár, je součinitel vzlaku  $c_L = 0,28$ , což odpovídá rychlosti přibližně 22 m/s. Od této rychlosti součinitel odporu lichoběžníkového křídla značně roste a eliptické křídlo teprve nabírá svých nejlepších hodnot minimálního odporu. Součinitele  $c_{Dmin}$  však eliptické křídlo pravděpodobně nikdy nedosáhne, protože této hodnotě odpovídá rychlost přes 35 m/s.



**Graf 18:** Srovnání aerodynamických polár

Charakteristiky křídla do jisté míry odpovídají charakteristikám profilů MH32 a profilu SD7003, který je použitý jako koncový profil eliptického křídla. SD 7003 má lepší vlastnosti pro vyšší rychlosti (charakteristiky profilů je možné porovnat v příloze 1). Značnou nevýhodou profilu MH32 je jeho tloušťka (pouze 8,7 %), což je nevýhodné z pohledu týmového koncepčního návrhu. Oproti tomu kořenový profil eliptického křídla má dostatečnou hloubku a tloušťku (11 %) na umístění nákladu do křídla, což je výhodné z hlediska momentového zatížení křídla od vztlaku. Koncepční návrh lichoběžníku by vyžadoval dát více nákladu do trupu a je možné, že by malá tloušťka omezovala návrh zatahovacího podvozku.



**Obr. 20:** Render modelu křídla - Catia V5

Oba návrhy jsou povedené. U lichoběžníku je třeba dodat, že zúžení 0,7 je standardní hodnotou, která svými vlastnostmi tolik nepřekvapí. Při další optimalizaci by bylo vhodné vyzkoušet jiné varianty zúžení se zohledněním úhlu šípů. Další velmi zajímavou alternativou je křídlo lomené. Koncept eliptického křídla by byl ideální s lepšími tahovými komponenty, kterými bychom dosáhli vyšších rychlostí, ale soutěž je nedovoluje. Značnou výhodou je poloha počátku odtrhávání, která zajišťuje dostatek vztlaku pro křídélka. Otázkou však zůstává, jestli je to v soutěži potřeba a jestli nedosáhneme podobné manévrovatelnosti i s křídlem lichoběžníkovým. Při dalších optimalizacích by pak bylo zajímavé zpracovat eliptické křídlo na nižší rychlosti a tím dosáhnout lepšího porovnání obou konceptů.

Eliptické křídlo je, obzvlášť v nesespecializovaném prostředí, poměrně náročné na výrobu. Z tohoto důvodu je v práci také uvažované nulové geometrické kroucení, které by mohlo aerodynamickým vlastnostem výrazně pomoci. Další otázkou tedy je, jestli se více nezaměřit na kroucení lichoběžníkových a lomených křídel a upustit tak od složité výroby eliptických křídel. Všechny tyto alternativy je možné při koncepci uvažovat a rozhoduje o nich mnoho proměnných i mnoho práce.

## 6 Závěr

V této práci nalezneme souhrn návrhových výpočtů k aerodynamické optimalizaci křídla bezpilotního letounu. Letoun je určený na soutěž Air Cargo Challenge, kde se jednotlivé týmy snaží navrhnout a zkonstruovat koncepty splňující kritéria často náročného zadání. Pravidla jsou každý rok koncipována tím způsobem, že aerodynamika má na výsledek zásadní vliv.

Výpočtové kapitole předchází základní požadavky soutěže a výtah z pravidel. Další části jsou věnovány rešerši, která by měla čtenáři objasnit základní pojmy aerodynamiky, použitých následně i v samotných výpočtech.

Práce pracuje s obecně platnými vztahy, které jsou aplikovatelné i na větší letouny a může tak být použita jako jednoduchý návod na novou koncepci. Hlavním úkolem však bylo porovnat eliptické křídlo, které navrhl tým Chicken Wings ČVUT FS, s běžným lichoběžníkovým křídlem. Práce se zabývá od návrhu plochy křídla, přes návrh profilu až po kompletní aerodynamické charakteristiky. Během návrhu už jsme se drobně odchýlili při výběru profilu, který má na výsledek nemalý vliv.

Eliptické křídlo je velmi výhodné z pohledu počátku odtrhávání proudu, což umožňuje především zvětšit velikost křidélek a zlepšit tak manévrovatelnost letounu. Ačkoliv manévrovatelnost letounu není posuzovaným kritériem soutěže, poskytne pilotovi větší komfort při řízení a tím může v konečném důsledku mít vliv na celkové hodnocení. Eliptické křídlo by mělo mít také o něco menší indukovaný odpor, což se v práci nepotvrdilo. Důvodem je, že lichoběžník má vyšší štíhlost a eliptické křídlo není s ohledem na kroucení a rovnou odtokovou hranu čistě eliptické. Celkový odpor má eliptické křídlo nižší pouze pro vyšší rychlosti. Pro zadanou cestovní rychlost vyšlo výhodněji křídlo lichoběžníkové. Výsledek je ale zkreslen použitím rozdílných profilů v návrzích. Pro celkově lepší analýzu by bylo dobré srovnat oba koncepty se stejnými profily.

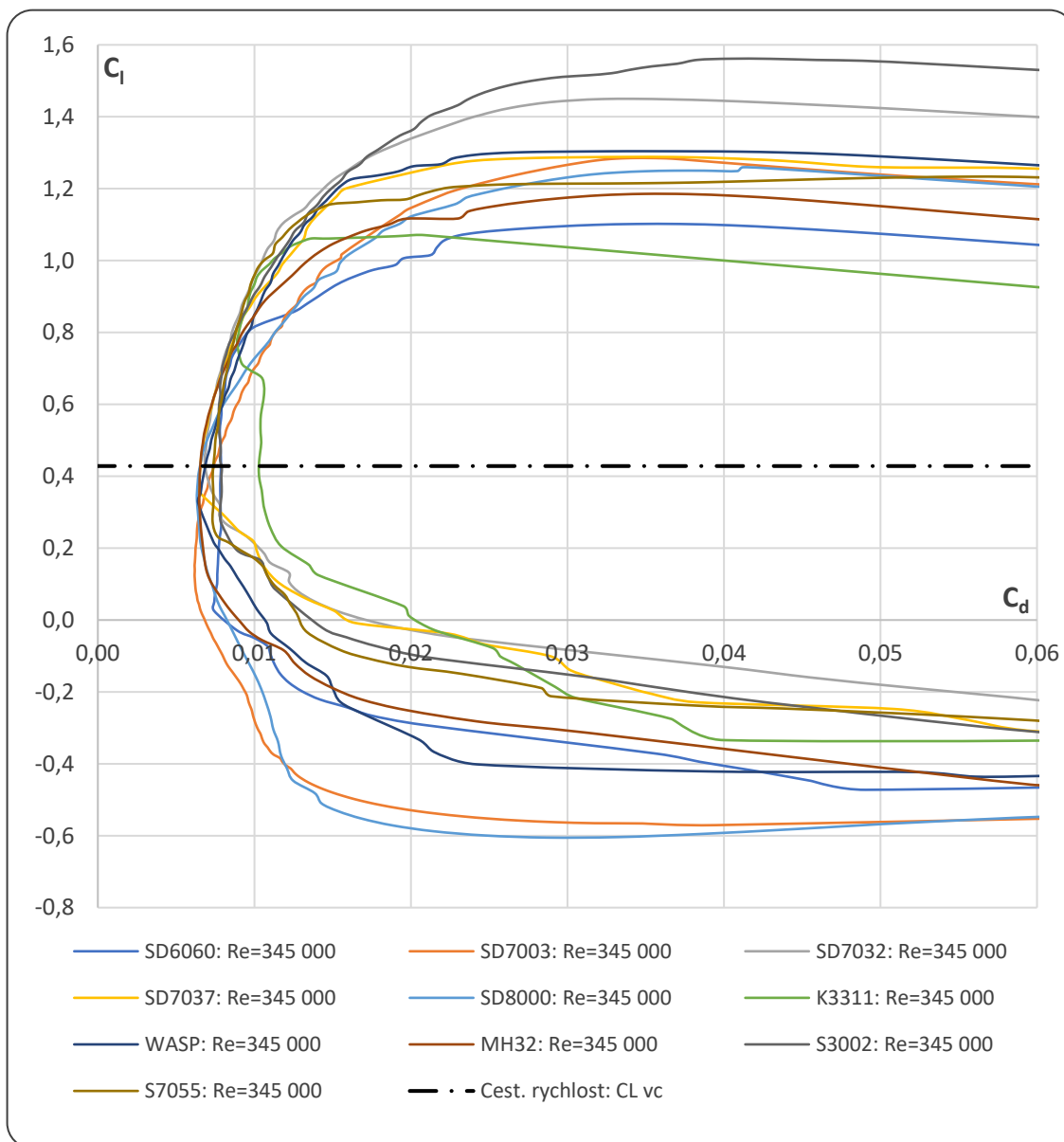
Navržené lichoběžníkové křídlo je snadněji vyrobitelné a pro účely soutěže dostačující, ale pravděpodobně se nebude jednat o vítězný koncept.

## Reference

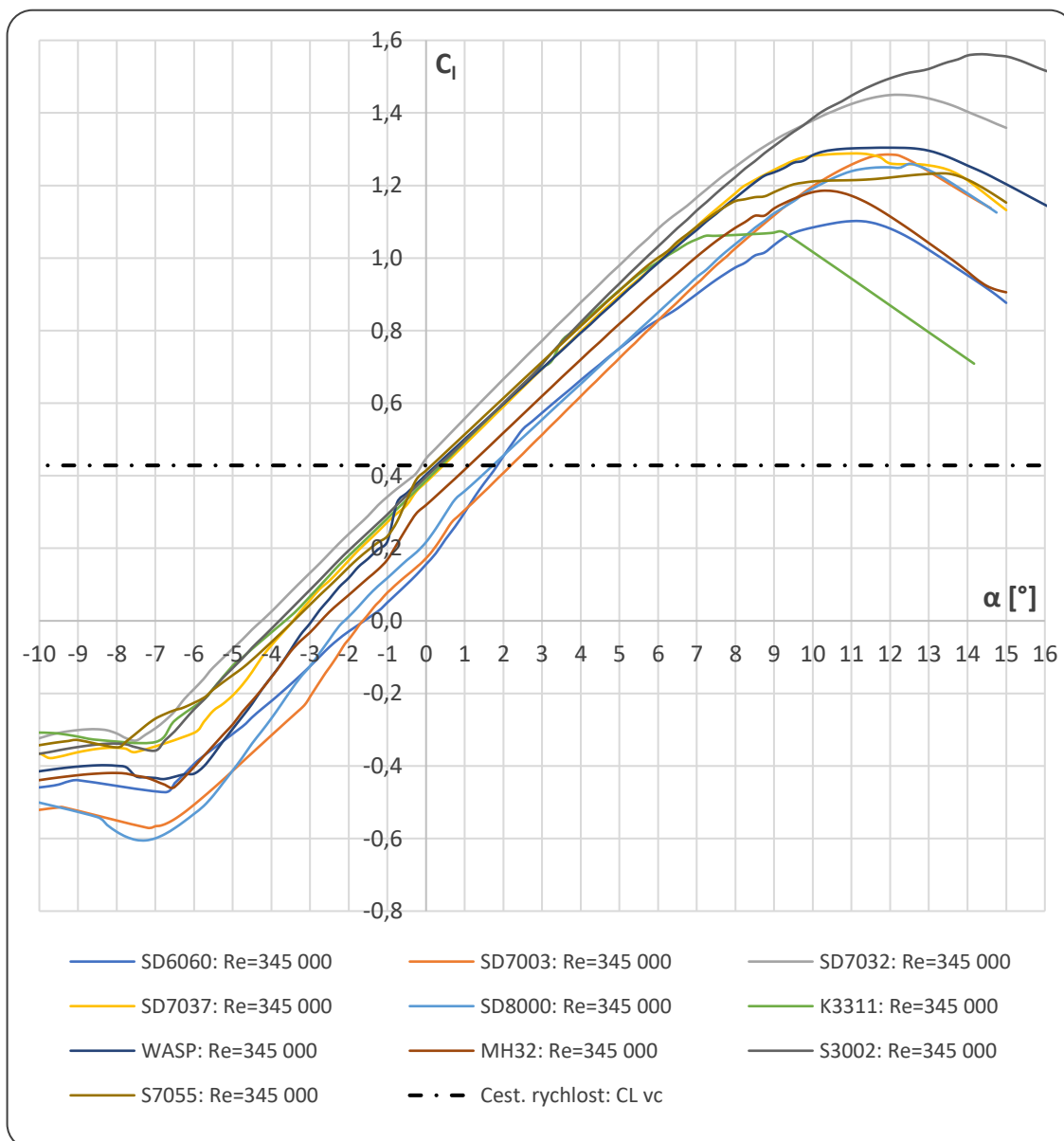
1. *Participation Handbook*. 2020. Dostupné také z: <https://akamodell-muenchen.de/acc-2021/regulations/>.
2. ZÁRYBNICKÝ, Vít. *Aerodynamika*. 1999. Dostupné také z: <https://docplayer.cz/17437265-Autor-ing-vit-zarybnicky-vydano-v-souladu-predpisy-jar-tisk-vy-cvikove-stredisko-r-lp-c-r-s-p.html>.
3. BROŽ, Václav. *Aerodynamika nízkých rychlostí: Určeno pro stud. fak. strojní*. Praha: ČVUT, 1990. ISBN 978-80-01-00198-1.
4. JEŽEK, Jan; VÁRADIOVÁ, Blanka; ADAMEC, Josef. *Mechanika tekutin*. Praha: ČVUT, 1997. ISBN 978-80-01-01615-2.
5. DANĚK, Vladimír. *Mechanika letu. I*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2009. ISBN 978-80-7204-659-1.
6. GUDMUNDSSON, Snorri. The Anatomy of the Airfoil. In: *General aviation aircraft design: applied methods and procedures*. First edition. Oxford ; Waltham, MA: Butterworth-Heinemann, 2013, s. 236–295. ISBN 978-0-12-397308-5. Dostupné také z: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/cvut/reader.action?docID=1377690>.
7. TRNKA, Aleš. *Porovnání metod k určování rozložení tlaku na letadlovém křídle při malých Re* [online]. 2015 [cit. 2021-04-23]. Dostupné z: <https://dspace.cvut.cz/handle/10467/63546>. České vysoké učení technické v Praze. Vypočetní a informační centrum.
8. SLAVĚTÍNSKÝ, Dušan. *Půdorysný Tvar Křídla*. 2010. Dostupné také z: [http://www.slavetind.cz/stavba/koncepce/Koncepce1\\_4.aspx](http://www.slavetind.cz/stavba/koncepce/Koncepce1_4.aspx).
9. SLAVĚTÍNSKÝ, Dušan. *Obecná Geometrie Křídla*. 2010. Dostupné také z: <http://www.slavetind.cz/stavba/konstrukce/kridlo/Kridlo-obecnageometrie.aspx>.
10. SLAVĚTÍNSKÝ, Dušan. *Profil Křídla*. 2010. Dostupné také z: [http://www.slavetind.cz/stavba/konstrukce/kridlo/Profil\\_kridla.aspx](http://www.slavetind.cz/stavba/konstrukce/kridlo/Profil_kridla.aspx).
11. GUDMUNDSSON, Snorri. Initial Sizing. In: *General Aviation Aircraft Design: Applied Methods and Procedures*. First edition. Oxford ; Waltham, MA: Butterworth-Heinemann, 2013, s. 55–75. ISBN 978-0-12-397308-5.
12. VALENTA, Jakub. *Koncepční Návrh Rychlostního Letounu*. 2019. Dostupné také z: <https://dspace.cvut.cz/handle/10467/84757>. České vysoké učení technické v Praze. Vypočetní a informační centrum.
13. *Airfoil Tools* [online] [cit. 2021-05-01]. Dostupné z: <http://airfoiltools.com/>.
14. ROSKAM, Jan. *Airplane design: Part VI*. Lawrence, Kan: DARcorporation, 1986. ISBN 978-1-884885-52-5.

# Přílohy

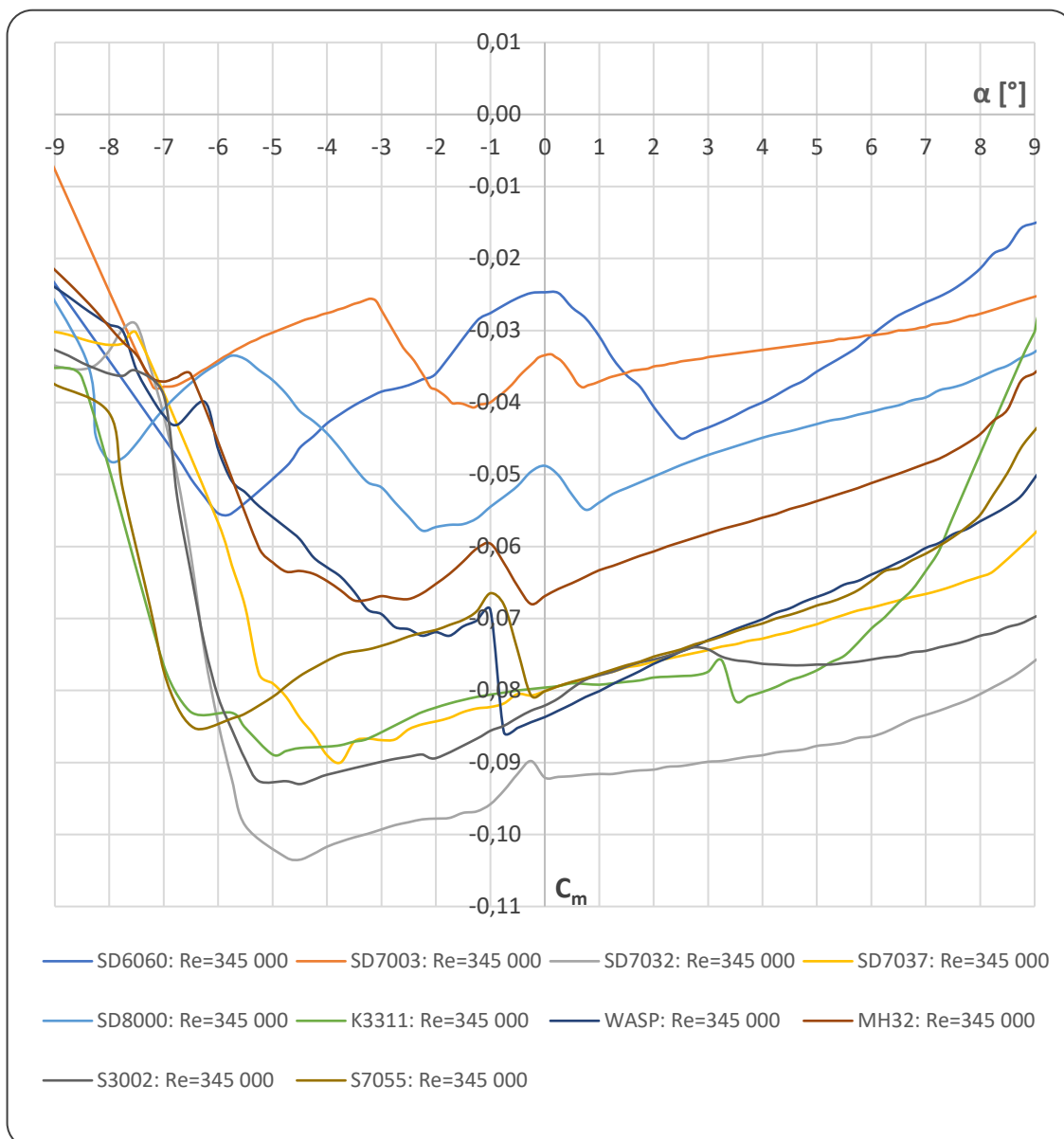
## Aerodynamické charakteristiky vybraných profilů



**Příloha 1:** Poláry vybraných profilů zpracované programem XFLR



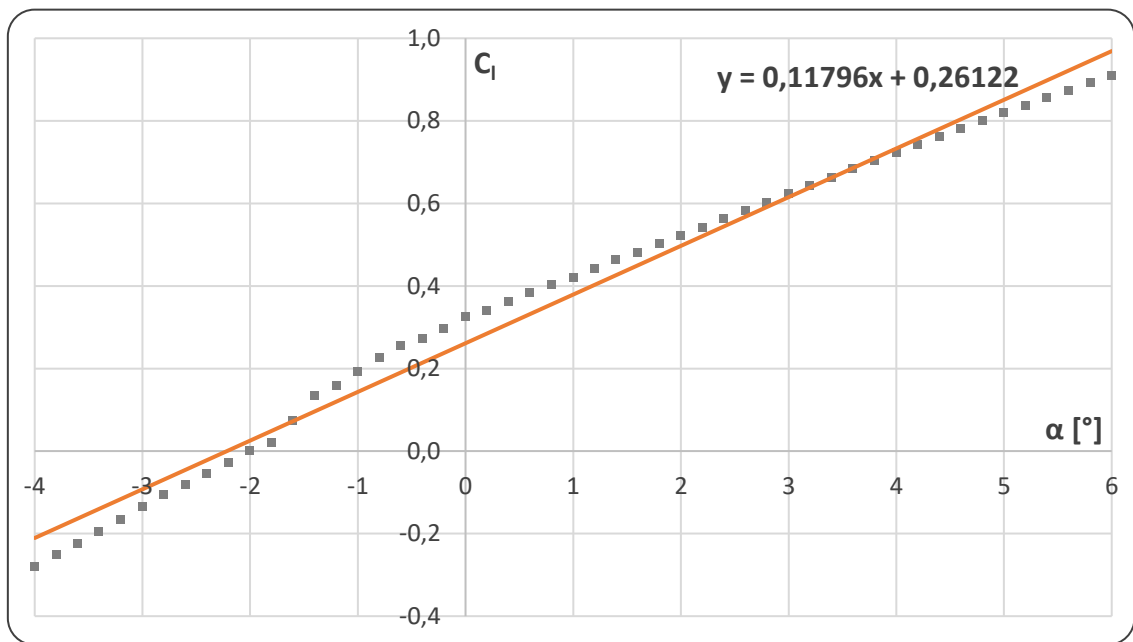
**Příloha 2:** Vztlakové čáry vybraných profilů zpracované programem XFLR



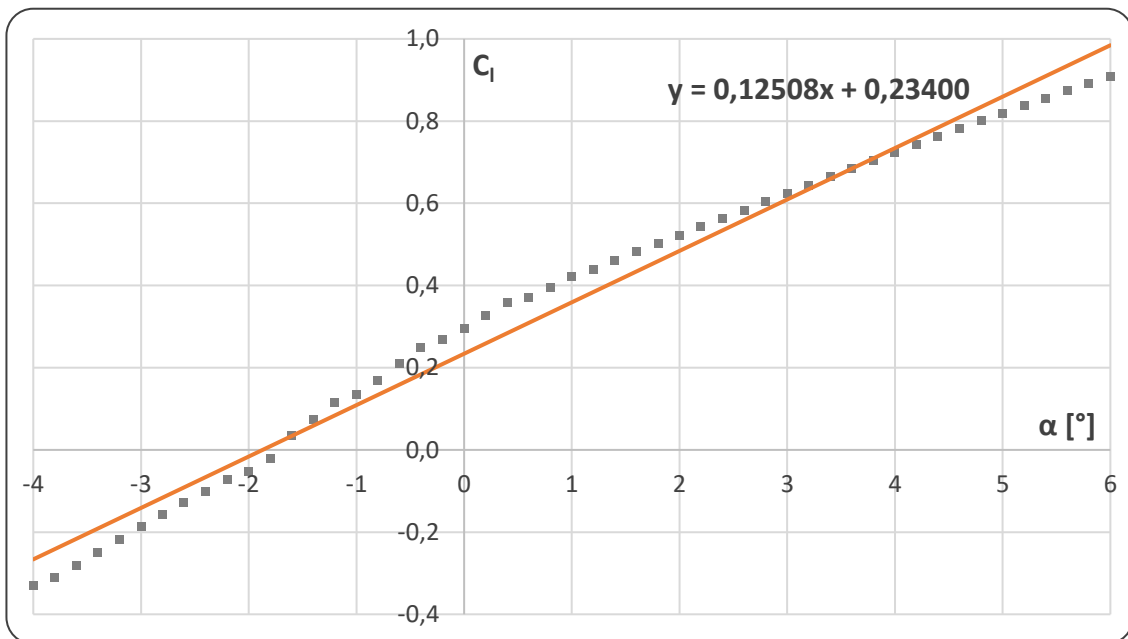
**Příloha 3:** Momentové čáry vybraných profilů zpracované programem XFLR



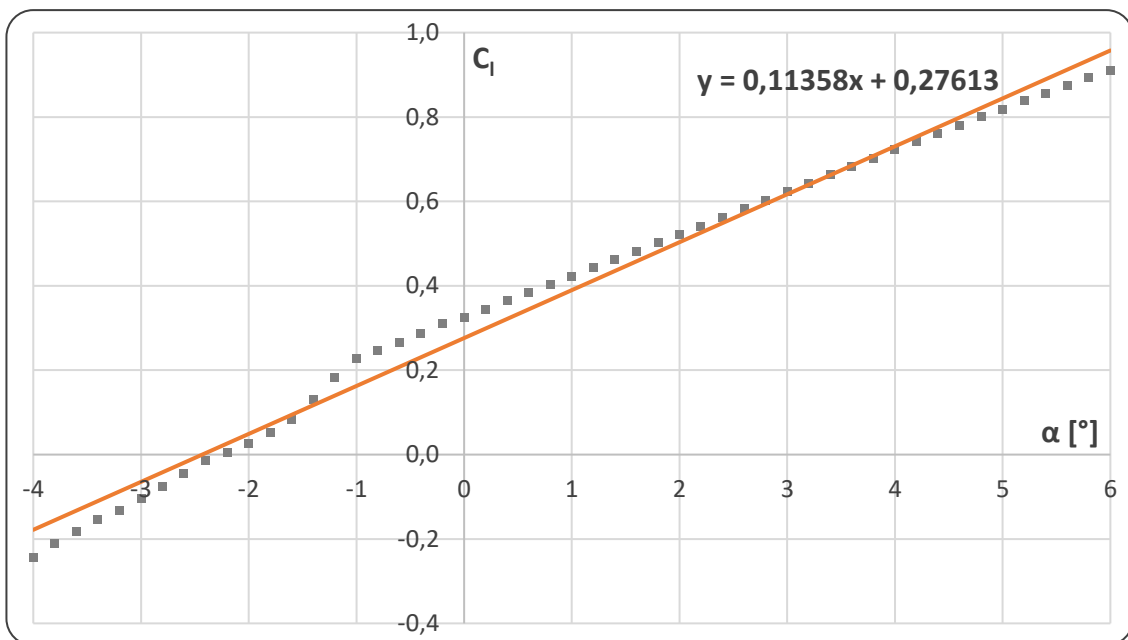
## Linearizace vztakových čar z programu XFLR



**Příloha 4:** Linearizace vztakové čáry střední geometrické tětiny - profil MH32,  $Re = 185\ 000$



**Příloha 5:** Linearizace vztahové čáry kořenového profilu - profil MH32,  $Re = 217\ 000$



**Příloha 6:** Linearizace vztahové čáry koncového profilu - profil MH32,  $Re = 152\ 000$