

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V
PRAZE

Fakulta jaderná a fyzikální inženýrská

Katedra fyziky



DIPLOMOVÁ PRÁCE

PIC simulace urychlování elektronů v brázdovém
poli laseru ve vlnovodném režimu.

Autor: Bc. Ekaterina Eremenko
Vedoucí: Ing. Michal Nevrkla, Ph.D
Akademický rok: 2020/2021

Na toto místo přijde svázat **zadání bakalářské/diplomové práce!**
V jednom z výtisků musí být **originál** zadání, v ostatních kopie.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

V Praze

.....
Bc. Ekaterina Eremenko

Poděkování

Chtěla bych srdečně poděkovat Ing. Martině Greplové Žákové za ochotu pomáhat a odpovídat na mé četné otázky, a za velkou pomoc s porozuměním EPOCH kódu. Také bych chtěla poděkovat Ing. Michalovi Nevrklovi Ph.D. za jeho vedení mé diplomové práce.

Bc. Ekaterina Eremenko

Název práce: **PIC simulace urychlování elektronů v brázdovém poli laseru ve vlnovodném režimu.**

Autor: Bc. Ekaterina Eremenko

Obor: Experimentální jaderná a částicová fyzika

Druh práce: Diplomová práce

Vedoucí práce: Ing. Michal Nevrkla, Ph.D. KFE FJFI ČVUT / ELI Beamlines, FZÚ AV ČR

Abstrakt: Práce se zaměřuje na studium šíření intenzivního laserového pulzu plazmatem uvnitř kapiláry s profilem daným výsledky MHD simulace. Používá se modelování pomocí PIC simulace v EPOCH kódu. Rozebírá se mechanismus urychlování elektronů v brázdovém poli laseru, včetně využití plazmového kanálu na vedení laserového pulzu. Princip PIC simulace je stručně popsán a EPOCH kód je představen. Hustotní profil kapiláry je zpracován a simulace dějů v modelované soustavě jsou provedeny. Výsledky jsou zpracovány a vyhodnoceny.

Klíčová slova: LWFA, Plazmový kanál, Výbojová kapilára, PIC simulace, EPOCH kód

***Title:* PIC simulation of Laser Wakefield Electron Acceleration in guided regime.**

Author: Bc. Ekaterina Eremenko

Abstract: The work focuses on the study of the propagation of an intense laser pulse through the plasma inside the capillary discharge waveguide with the density profile given by the results of MHD simulation. PIC simulation with EPOCH code is used. The mechanism of laser wakefield electron acceleration and use of a plasma channel laser pulse waveguide are discussed. The principle of PIC simulation is briefly described and the EPOCH code is introduced. Capillary density profile is processed and simulations of processes in the modeled system are performed. The results are evaluated and discussed.

Key words: LWFA, Plasma channel, Capillary discharge waveguide, Particle-In-Cell simulation, EPOCH code

Obsah

Úvod	9
1 Urychlování částic v plazmatu	11
1.1 Popis laserového pulzu	12
1.1.1 Gaussovský svazek	13
1.1.2 Supergaussovský svazek	14
1.1.3 Normalizovaný vektorový potenciál	15
1.2 Působení laserového pulzu na plazma	15
1.2.1 Relativistická korekce	17
1.2.2 Ponderomotorická síla	17
1.2.3 Lineární vlna v plazmatu	18
1.2.4 Nelineární vlna	19
1.2.5 Překlopení nelineární vlny	20
1.2.6 Samo-fokusace svazku	21
1.3 Nestability a energetický zisk elektronů	21
1.3.1 Difrakce pulzu	21
1.3.2 Vyčerpání pulzu	22
1.3.3 Defázování elektronů	22
1.3.4 Energetický zisk elektronů	22
1.4 Vedení vln	23
1.4.1 Parabolický plazmový kanál	23
1.4.2 Způsoby generování plazmového kanálu	24
1.4.3 Capillary discharge waveguide	24
1.5 Způsoby urychlování v plazmatu	24
1.6 Vstřikování elektronů	26
2 PIC simulace	27
2.1 Cyklus	27
2.2 Podmínky stability	29
2.3 EPOCH	30
3 Zpracování dat MHD simulace	31
3.1 Postup zpracování	32
3.1.1 Interpolace	32
3.1.2 Fitování hustoty elektronů	32
3.1.3 Fitování hustoty atomů H	36
3.2 Úplně ionizované plazma	38
4 Simulace	43
4.1 Parametry simulace	44
4.2 Inicializace prostředí	45
5 Výsledky simulace	47
5.1 Zpracování výsledků	47

Závěr	62
6 Skript na zpracování výsledků MHD simulace	68
7 Vstupní soubor EPOCH simulace	72
8 Skript na zpracování energie elektronů 2. simulace v MATLAB	76

Úvod

Urychlené svazky elektronů se hojně používají ve fyzice, průmyslu a medicíně a proto jsou technologie urychlování velice důležité v současném světě. Dnes jsou hlavními instrumenty lineární a kruhové urychlovače. Elektrické pole, které může být dosažené v konvenčních urychlovačích, je omezené hodnotou 100 MV/m. Větší energie svazku částic mohou být získány pouze zvětšováním urychlovací délky. Kilometrové zařízení, i když jsou velice účinné, vedou k obrovským nákladem a jejich stavba je náročným a dlouhým procesem. Řešením vzniklých problémů mohou být plazmové urychlovače. Ionizované plazma v sebe může udržet gradient elektrického pole až 100 GV/m a svazek elektronů může být urychlen na jednotky GeV na centimetrové vzdálenosti, což není možné dosáhnout pomocí konvenčních urychlovačů.

Existuje více způsobů urychlování v plazmatu, v této práci je popsán a studován LWFA (Laser WakeField Acceleration). LWFA metoda používá ultrakrátký intenzivní laserový pulz na vybudění plazmové vlny, ve které mohou vzniknout a být zachovány velké urychlovací gradienty. Velkým problémem při urychlování laserem v plazmatu je vznik nestabilit, které mohou vést ke změně parametrů a kvality pulzu a v důsledku ke zániku plazmové vlny a svazku urychlovaných elektronů. Pro zvětšení urychlovací vzdálenosti může být použito vedení laserového pulzu, např. pomocí parabolického plazmového kanálu, který může být dosažen elektrickým výbojem v kapiláře plněné vodíkem. Teoretický popis všech potřebných pojmů a mechanismů urychlování v plazmatu a vedení laserového pulzu je představen v první kapitole.

Šíření laserového pulzu plazmatem je náročný nelineární proces, který musí být pro lepší pochopení simulován. Dobrým nástrojem pro modelování plazmatu je PIC (Particle-In-Cell) simulační metoda, její popis je uveden v druhé kapitole.

Cílem této práce je modelování interakce laseru s plazmatem uvnitř kapiláry plněné vodíkem, s profilem hustoty daným výsledky MagnetoHydroDynamické simulace elektrického výboje v ní. Zpracování výsledků MHD simulace jsou uvedeny v třetí kapitole.

Simulace se prováděly pomocí EPOCH kódu. Čtvrtá kapitola popisuje návrh simulovaných soustav a volbu parametrů. Výsledky a jejich zpracování jsou představeny v poslední páté kapitole.

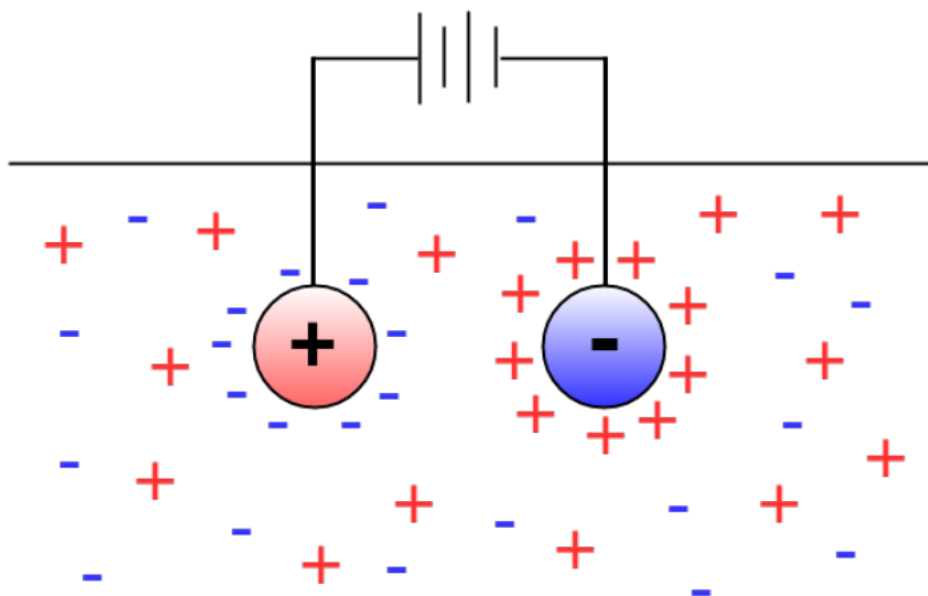
Kapitola 1

1 Urychlování částic v plazmatu

Plazma je kvazineutrální soubor volných nosičů naboje, který prokazuje kolektivní chování [1]. Nabité částice v plazmatu interagují mezi sebou převážně Lorentzovou silou. Důležitou vlastností plazmatu je stínění nábojů (Obr. 1) ve vzdálenosti větší než tzv. Debyeova vzdálenost

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e}}, \quad (1)$$

kde ε_0 je permitivita vakua, k_B Boltzmannova konstanta, e elektronový náboj a T_e a n_e jsou elektronová teplota a hustota.



Obr. 1: Stínění nábojů.

Působením elektromagnetického pole je možné vytvořit z plazmatu prostředí vhodné pro urychlování elektronů. Platí tzv. Lawsonův-Woodwardův teorém [2]: **Čistý energetický zisk interakce elektronu s elektromagnetickým polem ve vakuu je nulový.** Teorém platí za předpokladů:

1. Laserové pole se nachází v neomezeném volném prostoru ve vakuu.
2. V prostoru nejsou přítomná statická elektrická a magnetická pole.
3. Oblast interakce je nekonečná.
4. Elektron je vysoce relativistický.
5. Nelineární efekty (např. $\vec{v} \times \vec{B}$) jsou zanedbány.

Na to, že by došlo k urychlování elektronů vlivem laserového svazku je nutné porušit alespoň jeden z těchto předpokladů. Bereme-li v úvahu interakci laserového pulsu s plazmatem, dochází k poruše více předpokladů: laserové pole se už nenachází ve vakuu, oblast interakce nemůže být nekonečná a dochází k nelineárním efektům. Z čehož vyplývá, že energetický zisk elektronu nemusí být nulový a je možné v takovém systému urychlit svazek elektronů [3].

Intenzivní laserový pulz prolétávající plazmatem vytváří podélnou vlnu změny hustoty elektronů, tzv. brázdové pole (WakeField). Separace elektronů a iontů v brázdovém poli vede k vzniku velkých gradientů elektrického pole, které může být využito na urychlování elektronů uvězněných plazmovou vlnou.

Pro chápání procesů probíhajících při interakci laseru s plazmatem a vyvolávajících urychlování částic je nutné zavést některé pojmy popisující laserový svazek a také objasnit některé koncepty fyziky plazmatu. Dále bude představen teoretický souhrn některých důležitých konceptů.

1.1 Popis laserového pulzu

Laserový pulz je vlnovým balíkem elektromagnetického pole. Elektromagnetické záření je popsáno pomocí Maxwellových rovnic:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (5)$$

Této rovnice spojují mezi sebou základní elektromagnetické veličiny: elektrické a magnetické pole - \vec{E} a \vec{H} , elektrická a magnetická indukce - \vec{D} a \vec{B} . Také v rovnicích figurují tok \vec{j} a hustota ρ nábojů.

Z Maxwellové sady vztahů víme odvodit vlnovou rovnici pro elektrické pole v určitém prostředí, např. pro vakuum, kde nejsou přítomní nosiči nábojů ($\rho = 0$, $\vec{j} = \vec{0}$), získáme:

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (6)$$

Pro řešení vlnové rovnice je zapotřebí určit okrajové podmínky konkrétní úlohy. Pro harmonickou postupnou vlnu ve vakuu platí řešení:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad (7)$$

kde $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$ je amplitudou, ω je úhlovou frekvencí a \vec{k} je vlnovým vektorem vlny.

Pro reální systémy mezi úhlovou frekvencí ω a vlnovým vektorem \vec{k} platí vztah, tzv. disperzní relace, která udává charakter chování daných vln v určitém prostředí:

$$\omega = \omega(\vec{k}), \quad (8)$$

$$\vec{k} = \vec{k}(\omega). \quad (9)$$

Rychlost, kterou se pohybuje fáze vlny v prostoru, se nazývá fázovou rychlostí v_f a je dána poměrem úhlové frekvence a vlnového vektoru

$$v_f = \frac{\omega}{\vec{k}}, \quad (10)$$

pomocí této rychlosti a konstanty rychlosti světla ve vakuu c , se také zavádí bezrozměrná veličina

$$n = \frac{c}{v_f}, \quad (11)$$

kteřá se nazývá indexem lomu prostředí a popisuje vlastnosti media ve kterém propaguje určené elektromagnetické záření. V případě, že mluvíme o vlnovém balíku, zavádí se nejenom rychlost fáze, ale i také rychlost pohybu celého balíku - grupová rychlost v_g , pro kterou platí vztah:

$$v_g = \frac{d\omega}{d\vec{k}} = \left(\frac{d\vec{k}}{d\omega} \right)^{-1}. \quad (12)$$

Důležitou veličinou pro popis laserového pulzu je plošná hustota zářivého toku, tzv. intenzita elektromagnetického záření, která udává energii procházející jednotkou plochy za jednotku času. Můžeme ji zapsat pomocí vztahu

$$I[\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] = c\varepsilon_0 \langle |\vec{E}|^2 \rangle = \frac{c\varepsilon_0 n}{2} |E_0|^2. \quad (13)$$

1.1.1 Gaussovský svazek

V laserové fyzice se velmi často potkáme se svazkem, který má profil elektrického pole a intenzity ve tvaru Gaussové funkce se třemi parametry a, x_0, b

$$f(x) = a \cdot \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2b^2}\right). \quad (14)$$

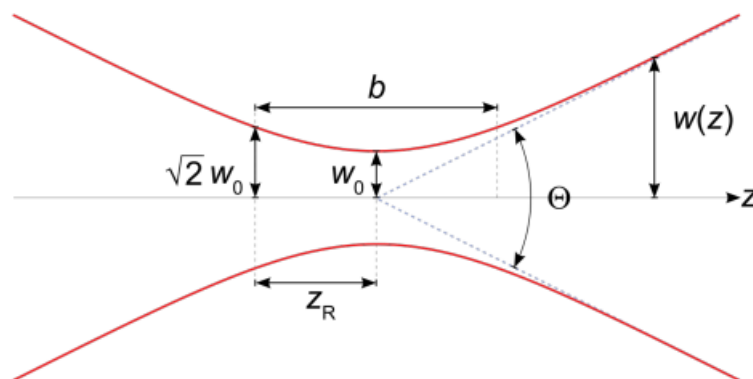
Důležitou vlastností gaussovského svazku je to, že při propagaci vakuem zůstává svazek gaussovským (mění se pouze jeho parametry). Elektrické pole monochromatického svazku vlnové délky λ letícího ve směru osy z je [4]

$$\vec{E}(r, z, t) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left(i \left[kz - \text{actan} \frac{z}{z_R} + \frac{kr^2}{2R(z)} \right]\right), \quad (15)$$

kde $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$ je poloměr gaussovského svazku a $w_0 = \sqrt{2z_R/k}$ je poloměrem kaustiky (beam waist), $R(z) = z \sqrt{1 + (z_R/z)^2}$ je poloměrem vlnoplochy a $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ je tzv. Rayleighova vzdálenost, délka intervalu od kaustiky do místa zdvojnásobení plochy svazku, $k = 2\pi/\lambda$ je vlnovým číslem. Na Obr. 2 je znázornění poloměru svazku $w(z)$ v závislosti na vzdálenosti podél svazku z .

Rozložení intenzity je potom dáno funkcí

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp\left(-2\frac{r^2}{w(z)^2}\right). \quad (16)$$



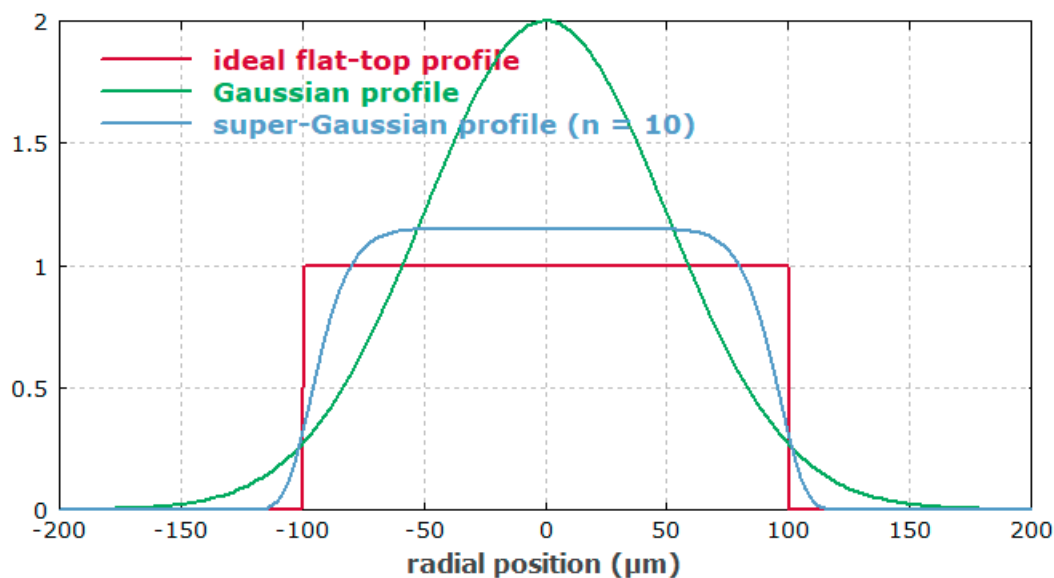
Obr. 2: Závislost poloměru Gaussovského svazku $w(z)$ na vzdálenosti podél svazku z . Převzato z [5].

1.1.2 Supergaussovský svazek

Supergaussovský svazek je popsán pomocí supergaussovské funkce

$$f(x) = a \cdot \exp\left(-2 \left(\frac{x - x_0}{b}\right)^n\right), \quad (17)$$

kteřá představuje gaussovou funkci, ve které je exponenciála umocněná n , což vede ke zploštění vrcholu funkce, přičemž čím větší je hodnota n , tím víc se vyrovná její vrchol. V případě, že n pošleme do nekonečna ($n \rightarrow \infty$), dostaneme tzv. flat-top profil, který má ideální obdélníkový tvar.



Obr. 3: Porovnání profilů intenzity flat-top (červeně), Gaussovského (zeleně) a super-Gaussovského (modře) svazků. Převzato z [6].

Intenzita supergaussovského svazku by potom měla tvar

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp \left(-2 \left(\frac{r^2}{w(z)^2} \right)^n \right). \quad (18)$$

Na Obr. 3 jsou znázorněny profily intenzity pro gaussovský, supergaussovský a flat-top svazky.

1.1.3 Normalizovaný vektorový potenciál

Elektromagnetické pole může být také popsáno pomocí vektorového \vec{A} a skalárního φ potenciálů

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}, \quad (19)$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \quad (20)$$

Důležitou veličinou pro popis interakce laserového svazku s plazmatem je normalizovaný vektorový potenciál

$$\vec{a} = \frac{e\vec{A}}{m_e c^2}, \quad (21)$$

a jeho špičková hodnota $a_0 = eA_0/m_e c$, která se také nazývá silou laseru. Pro případ pohybu elektronu hybnosti \vec{p} v poli laseru, se dá normalizovaný potenciál a_0 napsat ve tvaru

$$a_0 = \frac{p_{\perp}}{m_e c}, \quad (22)$$

kvůli čemuž hodnota veličiny a_0 určuje míru toho, nakolik je pohyb elektronu v poli laseru relativistický. Hodnota $a_0 = 1$ je tzv. relativistický threshold (práh), pro veličinu $a_0 > 1$ jsou elektrony relativistické. Pro laser s intenzitou I_L a vlnovou délkou λ_L je možné napsat

$$a_0 = \sqrt{\frac{e^2}{2\pi^2\epsilon_0 m_e^2 c^5} \lambda_L^2 I_L} = 0.86 \cdot \lambda_L [\mu\text{m}] \sqrt{I_L [10^{18} \text{W/cm}^2]}. \quad (23)$$

1.2 Působení laserového pulzu na plazma

Šíření elektromagnetického svazku plazmatem je složitý komplexní proces, při kterém může docházet k nelineárním dějům, a proto je vhodné pro chápání základních principů interakce, začít jednoduchým případem pohybu elektronu v elektromagnetickém poli.

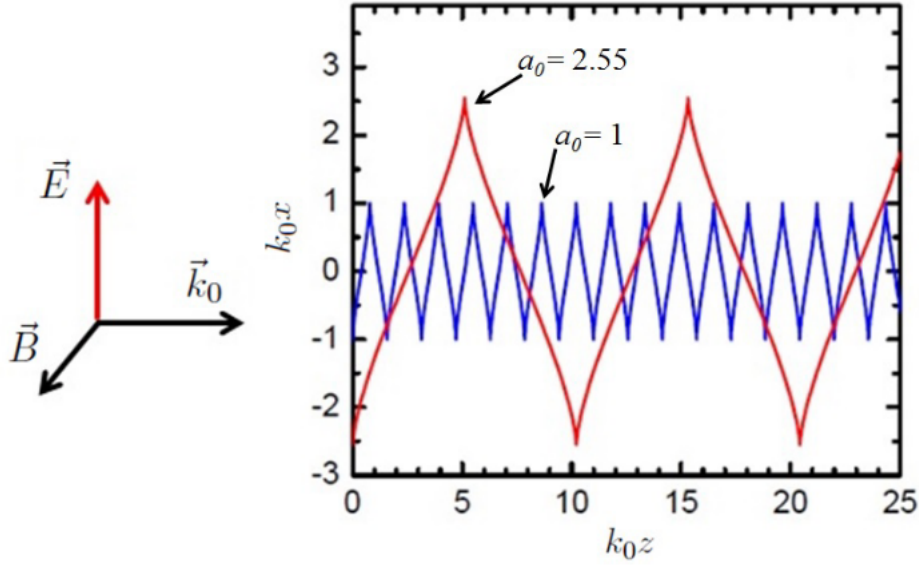
Na elektron hybnosti \vec{p} v poli laseru působí Lorentzova síla

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (24)$$

Bereme-li v úvahu svazek s $a_0 \ll 1$, mluvíme o nerelativistickém případě a druhý člen Lorentzovy síly $\vec{v} \times \vec{B}$ může být zanedbán, elektron osciluje ve směru elektrického pole \vec{E} bez výsledného zisku energie.

Jestli-že naopak vezmeme relativistický případ s $a_0 \gtrsim 1$, rychlost oscilace elektronu se přibližuje rychlosti světla c a magnetický člen Lorentzovy síly už nemůže

být zanedbán. Spolu s oscilací, vlivem magnetického členu, jsou elektrony poháněny dopředu ve směru pohybu laseru, přičemž pro vysoce relativistické elektrony ($a_0 \gg 1$) převládá podélný drift elektronu nad jeho příčnou oscilací. [7] Na Obr. 4 jsou graficky znázorněny trajektorie pohybů elektronu v poli laseru pro $a_0 = 1$ a $a_0 = 2.55$.



Obr. 4: Porovnání trajektorií elektronu v poli laseru v laboratorní soustavě pro $a_0 = 1$ a $a_0 = 2.55$. Převzato z [7].

Kmitání každého jednotlivého elektronu v plazmatu vede k poruše jeho rovnovážného stavu a dochází k oscilacím plazmatu, které jsou charakterizovány plazmovou frekvencí ω_p , pro kterou platí [1]

$$\omega_p^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2, \quad (25)$$

$$\omega_{pe}^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}, \quad (26)$$

$$\omega_{pi}^2 = \frac{n_i Z^2 e^2}{m_i \epsilon_0}, \quad (27)$$

kde ω_{pe} je frekvence elektronů a ω_{pi} je frekvence iontů. Za předpokladu kvazineutrality $n_i = n_e/Z$, můžeme přepsat vztah (26) do tvaru

$$\omega_p^2 = \omega_{pe}^2 \left(1 + \frac{Z m_e}{m_i} \right) \approx \omega_{pe}^2. \quad (28)$$

Hmotnost iontů m_i je značně větší hmotnosti elektronů m_e a proto člen v závorkách můžeme zanedbat.

Takové oscilace plazmatu vyvolané elektromagnetickým pulzem nazýváme brázdovým polem laseru. Pro laserový svazek s úhlovou frekvencí ω_L letící plazmatem platí disperzní relace [1] (za předpokladu $m_e \ll m_i$)

$$\omega_L^2 = \omega_{pe}^2 + k_L^2 c^2, \quad (29)$$

kde pro vlnové číslo laseru platí $k_L = 2\pi/\lambda_L$. Na to, aby vůbec došlo ke vybuzení brázdrového pole, musí být elektromagnetické záření schopné šířit se plazmatem, což znamená, že musí být splněna podmínka $\omega_L \leq \omega_{pe}$. Z rovnosti $\omega_L = \omega_{pe}$ a pomocí vztahů (26) a (29) můžeme určit tzv. kritickou hustotu elektronů v plazmatu

$$n_c = \frac{\varepsilon_0 m_e c^2}{4\pi^2 e^2 \lambda_L}. \quad (30)$$

Pro vybuzení plazmových oscilací a urychlování elektronů je podstatné aby byla elektronová hustota prostředí podkritická, tzn. $n_e < n_c$.

Z disperzní relace (29) a definice (11) také víme určit index lomu plazmatu

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_L^2}} = \sqrt{1 - \frac{n_e}{n_c}} < 1 \quad (31)$$

kde nerovnost platí za předpokladu podkritické hustoty plazmatu.

1.2.1 Relativistická korekce

Pro situaci, ve které se zachází s vysoce intenzivním pulzem ($a_0 > 1$), musíme uvažovat relativistickou korekci pro pohyb elektronů, která se provádí pomocí relativistického faktoru γ . Pro elektron rychlosti \vec{v} platí

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \vec{v}^2/c^2}}, \quad (32)$$

dá se ukázat, že pro relativistický faktor lineárně polarizovaného svazku [8] platí

$$\gamma(r) \simeq \sqrt{1 + \frac{a_0^2(r)}{2}}. \quad (33)$$

Elektronová plazmová frekvence relativistického plazmatu musí být korigována pomocí relativistického faktoru

$$\omega_{pe,rel} = \frac{\omega_{pe}}{\sqrt{\gamma}}, \quad (34)$$

takže pro index lomu plazmatu dostaneme vztah

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\gamma \omega_L^2}} \approx \sqrt{1 - \frac{n_e}{\gamma n_c}}. \quad (35)$$

1.2.2 Ponderomotorická síla

Vznik brázdrového pole v plazmatu je řízen tzv. ponderomotorickou silou \vec{F}_p , která vzniká v přítomnosti prudkého gradientu intenzity laserového pulzu

$$\vec{F}_p \propto -\nabla I_L. \quad (36)$$

Ponderomotorickou sílu dostaneme průměrováním Lorentzovy síly v čase

$$\vec{F}_p = \left\langle \frac{d\vec{p}}{dt} \right\rangle_T = -\frac{e^2}{2m_e \omega_L^2} \nabla \langle \vec{E}^2 \rangle_T = -\frac{e^2}{2m_e \varepsilon_0 \omega_L^2 c} \nabla I_L \quad (37)$$

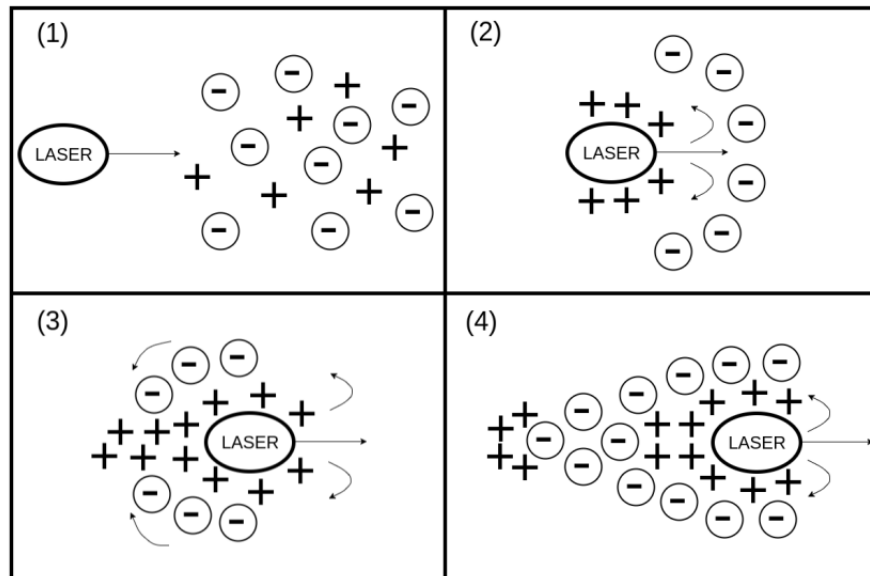
Ponderomotorická síla vytlačuje částice z cesty laserového pulzu a je stejná pro částice jak s kladným, tak i se záporným nábojem. Důležitá je nepřímá úměrnost hmotnosti, kvůli které jsou lehké částice vytěšňované o několik řádů větší silou než ionty. Tato vlastnost vede k tomu, že při interakci laseru s plazmatem, můžou být ionty považovány za nehybné a plazmová vlna je vybuzená kvůli interakci elektronů.

1.2.3 Lineární vlna v plazmatu

Úsilím ponderomotorické síly jsou elektrony vypuzovány z cesty laserového pulsu. Takové náhlé vytěšnění lehkých částic vede k poruše neutrality a vzniku silného elektrického pole, které tahá elektrony nazpět na jejich původní pozici. Působením elektrického pole elektron také získá hybnost větší původní, přeletí svoji počáteční polohu a následně začne kolem ni oscilovat. Tyto děje probíhají podél trajektorie pulzu a vedou k vzniku podélné plazmové vlny. Vybuzené brázdové pole pronásleduje pulz, přičemž jeho fázová rychlost v_f odpovídá grupové rychlosti pulzu

$$v_f = v_{gL} = c\sqrt{1 - \frac{n_e}{n_c}}, \quad (38)$$

kteřá je menší rychlosti světla ve vakuu c . Schematické znázornění vzniku brázdového pole je na Obr. 5.



Obr. 5: Vytváření plazmové vlny působením ponderomotorické síly.

V nerelativistickém případě malointenzivního laseru $a_0 \ll 1$, je vyvolaná plazmová vlna lineární, má tvar sinusoidy a její vlnová délka se rovná

$$\lambda_p = \frac{2\pi v_f}{\omega_p} \approx \frac{2\pi c}{\omega_p}. \quad (39)$$

Amplituda plazmové vlny a elektrické pole jsou proporční intenzitě laseru a nedochází k nelineárním efektům [9]. Podélné elektrické pole, stejné jako plazmová vlna, tvoří sinusoidu

$$E_z = E_{\max} \sin(\omega_p(z/v_f - t)), \quad (40)$$

kde pro amplitudu vlny v lineárním režimu platí $E_{\max} \ll E_0$ a E_0 je tzv. nerelativistické přelomové pole, které je dáno vztahem [10]

$$E_0 = \frac{cm_e\omega_p}{e} \quad (41)$$

$$E_0[\text{V/cm}] \simeq 0.96\sqrt{n_e[\text{cm}^{-3}]}. \quad (42)$$

Již v lineárním režimu může elektrické pole v brázdovém poli nabývat obrovských hodnot, např. v plazmatu s hustotou elektronů $n_e \sim 10^{18}\text{cm}^{-3}$ může elektrické pole dosáhnout hodnot $E_0 \sim 96\text{GV/m}$. Při zachycení elektronů ve správné fázi vlny, může být její elektrické pole využito na urychlování tohoto uvězněného svazku.

Excitace plazmové vlny je nejefektivnější, když se laserový pulz délky $c\tau_L$ vejde do první půlperiody plazmové vlny [11]

$$c\tau_L \leq \frac{\lambda_p}{2}, \quad (43)$$

přičemž rovnost $c\tau_L = \lambda_p/2$ je rezonanční podmínkou a spolu s (39) dává vztah

$$\omega_p \cdot \tau_L = \pi. \quad (44)$$

1.2.4 Nelineární vlna

Chování brázdového pole se mění, když laser zaměníme na intenzivní s $a_0 > 1$. Plazmová vlna přechází na nelineární režim, maxima hustoty elektronů se transformují na strmé píky a perioda vlny se zvětšuje. Větší separace nábojů vyvolává silné elektrické pole s profilem pílové vlny a amplitudou větší než nerelativistické přelomové pole $E_{\max} \gtrsim E_0$. Pro lineárně polarizovaný svazek je amplituda podélného elektrického pole [10]

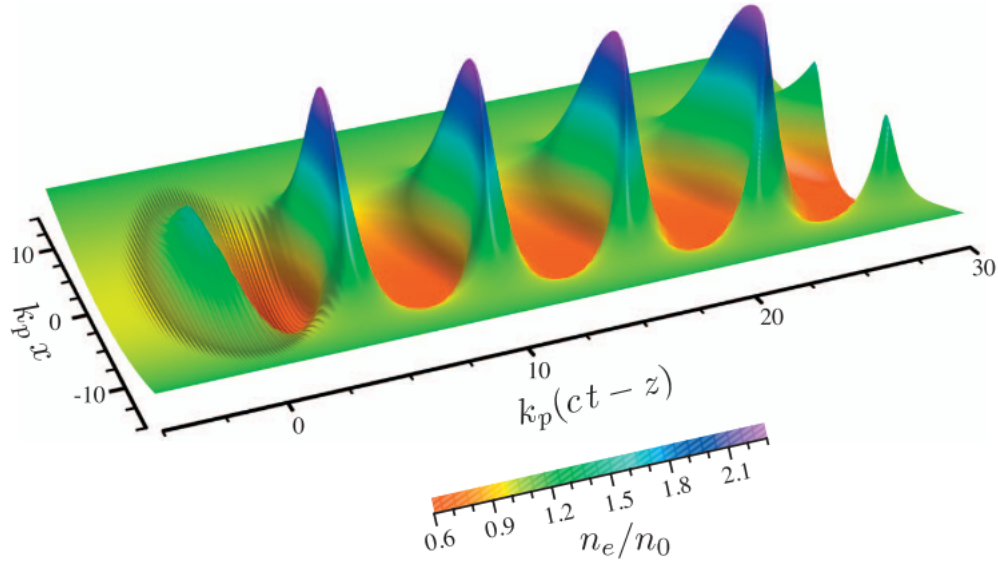
$$E_{\max} \simeq \frac{a_0^2/2}{\sqrt{1 + a_0^2/2}} E_0. \quad (45)$$

Plazma s hustotou $n_e \sim 10^{18}\text{cm}^{-3}$ a laser s intenzitou $I_L = 10^{19}\text{Wcm}^2$ ($a_0 \sim 2.2$) vyvolávají podélné pole s amplitudou $E_{\max} \sim 1.3E_0$, a to nabývá hodnoty $\sim 1.26\text{GV/m}$.

Plazmová vlna, řízena s větší silou na ose šíření a menší mimo ní, jako např. při působení Gaussovského svazku, má největší amplitudu na ose a její vlnová délka klesá v radiálním směru. Tato skutečnost vede ke zakřivení vlnoplochy, která má tvar podkovy.

Na Obr. 6 je mapa poruchy hustoty elektronů n_e/n_0 v plazmové vlně vyvolané Gaussovým pulzem s $a_0 = 1.5$ získána 2D simulací [12]. Spolu s brázdovým polem jsou k pozorování oscilace s velmi krátkou vlnovou délkou, které se nacházejí vepředu plazmové vlny a jsou vyvolány lineární polarizací laserového pulzu.

V případě, že laserový svazek je vysoce intenzivní ($a_0 \geq 4$ [13]) a je kratší plazmové vlnové délky λ_p , ponderomotorická síla vytlačí všechny elektrony z cesty a hned za pulzem se vytvoří prázdná bublina, ve které nezůstane žádný elektron. V takové bublině vzniká silné a podél celé dutiny stejné elektrické pole, které je velice výhodné pro vytvoření a urychlování stabilního monoenergetického svazku elektronů, při jejich uvěznění uvnitř takové bubliny.



Obr. 6: Porucha hustoty elektronů v brázdovém poli Gaussového pulzu s $a_0 = 1.5$, laser se šíří vlevo. Převzato z [12].

1.2.5 Překlopení nelineární vlny

Jestli-že rychlost jednotlivých elektronů uvnitř plazmové vlny dosáhne fázové rychlosti této vlny, elektronové oscilace jsou tak velké, že částice jsou schopny uniknout kolektivnímu chování a opustit vlnu, což může přivést k její podélnému překlopení. Tento proces nastává, když amplituda a elektrické pole vlny jsou maximální. Maximální dosažitelná amplituda v nelineárním režimu se získá pomocí relativistické korekce [10, 11], která dává pro relativistické přelomové pole (wavebreaking field) vztah

$$E_{\text{WB}} = \sqrt{2(\gamma_f - 1)}E_0, \quad (46)$$

$$\gamma_f = \frac{\omega_L}{\omega_{pe}}, \quad (47)$$

kde γ_f je relativistický faktor odpovídající fázové rychlosti elektronů v_f . Pro plazma s $n_e \sim 10^{18} \text{cm}^{-3}$ ($\omega_{pe} = 5.64 \cdot 10^{13} \text{s}^{-1}$) a laser s vlnovou délkou $\lambda_L = 0.8 \mu\text{m}$, je maximální elektrické pole $E_{\text{WB}} \simeq 9E_0$, což číselně dosahuje hodnoty 864GV/m .

Elektrony můžou uniknout z vlny jak dopředu, tak i v opačném směru. V plazmové vlně s velkou amplitudou mají elektrony dostatečně vysokou energii na to, aby jí předběhli a padli do 'dutiny' (prostor s nedostatkem e^-) před pikem vlny. Takový proces překlopení se také nazývá samo-zachycením (self-trapping) elektronů a díky velkému elektrickému poli v prostoru před pikem, můžou být v něm zachycené elektrony urychlené.

Existuje také příčný mechanismus překlopení vlny, ke kterému dochází, jestli-že je vlnová délka plazmatu větší, než šířka laserového pulzu. [14] V nelineárním režimu se vlnoplocha brázdového pole zakřivuje a když je poloměr zakřivení srovnatelný s posunem elektronů ve vlně, dochází ke přelomu vlny v příčném směru. V případě, že hustota elektronů u stěny bubliny dosáhne potřebné hodnoty, pomocí kolmému

překlopení, částice můžou být uvězněné v urychlovací fázi plazmové vlny.

1.2.6 Samo-fokusace svazku

Gaussovský pulz má největší intenzitu na ose, která klesá k okrajům, což znamená, že normalizovaný vektorový potenciál svazku je větší na ose, než ve vzdálenosti r od ní $a_0(0) > a_0(r)$ a také ponderomotorická síla působí na plazma více v centru, než na vzdálenosti r a s největší silou vytlačuje elektrony na ose $n_e(0) < n_e(r)$. Této dvě skutečnosti vyvolávají ponderomotorický a relativistický mechanismy tzv. samo-fokusaci. Index lomu relativistického plazmatu (35)

$$\eta(r) \simeq \sqrt{1 - \frac{n_e(r)}{\gamma(r)n_c}}, \quad (48)$$

je funkcí r s maximem na ose $r = 0$. Takový profil indexu lomu působí jako konvexní čočka, fokusující laserový pulz směrem do centra.

Aby docházelo k samo-fokusaci svazku, jeho výkon P musí být větší než tzv. kritický výkon P_c , který závisí na hustotě plazmatu a platí vztah [15, 16]

$$P_c = \frac{8\pi\epsilon_0 m_e^2 c^5}{e^2} \left(\frac{\omega_L}{\omega_{pe}}\right)^2 \simeq 17.4 \left(\frac{\omega_L}{\omega_{pe}}\right)^2 [\text{GW}]. \quad (49)$$

Přítomnost ponderomotorické síly snižuje kritický výkon na hodnotu

$$P_c[\text{GW}] \simeq 16.2(\omega_L/\omega_{pe})^2. \quad (50)$$

Pro ultra krátké pulzy $c\tau_L \leq \lambda_p$ přestává být samo-fokusace efektivní, kvůli tomu, že se ponderomotorický a relativistický efekty vyruší. [17]

1.3 Nestability a energetický zisk elektronů

Skutečná interakce laserového pulzu a plazmatu je složitý nelineární proces během kterého vznikají různé děje a nestability, které můžou ovlivnit výsledky experimentu. Například, v relativistickém plazmatu může vzniknout situace, když díky relativistickému nárůstu hmotnosti elektronů a následnému zvětšování indexu lomu prostředí, dojde ke rozštěpení laserového pulzu na úzké svazky (filament). Taková nestabilita se nazývá vlákňováním laseru [18].

Velice důležitým parametrem je urychlovací délka, která určuje možnou dosažitelnou energii elektronového svazku. Hlavní děje determinující urychlovací délku a omezující urychlování jsou difrakce, vyčerpání pulzu a defázování elektronů.

1.3.1 Difrakce pulzu

Šíření laserového pulzu prostředím vyvolává jeho difrakci. Po dosažení Rayleighove vzdálenosti z_R velikost plochy svazku rychle roste, což výrazně zmenšuje jeho intenzitu. Tato skutečnost omezuje urychlovací délku na několik z_R . V relativistickém plazmatu dochází ke samo-fokusaci vysoce intenzivního pulzu, která prodlužuje urychlování na několik desítek násobků Rayleighove vzdálenosti. Urychlování elektronů na velké energie vyžaduje dlouhou interakční délku. Obejít omezení vzdálenosti na několik z_R je možné pomocí optického vědění svazku, např. využitím plazmového vlnovodu.

1.3.2 Vyčerpání pulzu

Svazek propagující plazmatem budí brázdové pole a předává mu svou energii, tento proces vyčerpává pulz a omezuje proces urychlování elektronů. Délka vyčerpání je vzdálenost na které se energie obsažená v plazmové vlně rovná energii laserového pulzu [19, 12]

$$E_{\max}^2 L_{\text{depl}} \simeq E_L^2 c \tau_L. \quad (51)$$

Délka vyčerpání pro Gaussovský svazek je

$$L_{\text{depl}} \sim \left(\frac{\omega_L}{\omega_{pe}} \right)^2 \lambda_L \begin{cases} 1/a_0^2, & a_0 \ll 1. \\ 1, & a_0 \gg 1. \end{cases} \quad (52)$$

1.3.3 Defázování elektronů

Při urychlování v plazmové vlně rychlost elektronů roste a přibližuje se rychlosti světla ve vakuu c , na druhou stranu fázová rychlost plazmové vlny je stejná podél cesty a je vázána na grupovou rychlost laseru, která je menší rychlosti světla c , např. pro laser vlnové délky $\lambda_L = 0.8 \mu\text{m}$, fázová rychlost plazmové vlny se rovná $\sim 0.99996c$ (38). Vysoce relativistický elektron urychlovaný plazmovou vlnou v nějaký okamžik získá dostatečnou rychlost aby opustil vlnu a unikne ze zrychlovací fáze do zpomalovací [3].

Defázovací délka je dána vzdáleností, již urazí vysoce relativistický elektron $v_e \simeq c$, dokud nepadne do zpomalovacího úseku, resp. proletí polovinou vlnové délky plazmatu [12]

$$\left(1 - \frac{v_f}{c}\right) L_{\text{def}} = \frac{\lambda_p}{2}. \quad (53)$$

Po úpravách v jedno-dimenzionálním případě pro defázovací délku platí

$$L_{\text{def}}^{1D} \sim \left(\frac{\omega_L}{\omega_{pe}} \right)^2 \lambda_p, \quad (54)$$

pro 2D systém musíme brát v úvahu, že pouze čtvrtina periody urychluje a fokusuje v radiálním směru [7], což implikuje vztah

$$L_{\text{def}}^{2D} = \frac{1}{2} L_{\text{def}}^{1D} \sim \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_L}{\omega_{pe}} \right)^2 \lambda_p. \quad (55)$$

1.3.4 Energetický zisk elektronů

Energetický zisk elektronu urychlovaného v plazmové vlně závisí na elektrickém poli vlny E_{\max} a také na urychlovací délce L_{acc} [3]

$$\Delta W = e E_{\max} L_{\text{acc}} = e \frac{a_0^2/2}{\sqrt{1 + a_0^2/2}} E_0 L_{\text{acc}}, \quad (56)$$

druhá rovnost platí pro lineárně polarizovaný pulz.

Porovnáním vztahů (52) a (54), je vidět, že v lineárním režimu urychlování ($a_0 \ll 1$) je defázovací délka menší délky vyčerpání $L_{\text{def}} < L_{\text{depl}}$ a vede to k omezení urychlovací vzdálenosti a zisku energie defázováním elektronů

$$W_{\text{max}} \simeq eE_{\text{max}}L_{\text{def}} \propto \frac{1}{n_e}. \quad (57)$$

V nelineárním režimu jsou si obě omezovací délky úměrné $L_{\text{def}} \sim L_{\text{depl}}$. Energetický zisk je v případě velkých intenzit laseru (3D 'bubble regime') [20]

$$W_{\text{max}} \simeq \frac{2}{3}m_e c^2 \left(\frac{\omega_L}{\omega_{pe}} \right)^2 a_0 \propto \frac{a_0}{n_e} \quad (58)$$

a je vidět, že závisí nejenom na hustotě elektronů v plazmatu, ale také i na a_0 .

1.4 Vedení vln

Pro dosažení stabilního vysokoenergetického svazku elektronů je zapotřebí zvětšit délku interakce svazku s plazmatem. Urychlovací vzdálenost je omezená difrakcí a ztrátou energie laserového pulzu a také defázováním elektronů. Hlavní překážkou pro dosažení nutných vzdáleností interakce je difrakce pulzu omezující proces na několik Rayleighových vzdáleností. Zvětšit urychlovací délku na několik desítek z_R napomáhá samo-fokusace laserového svazku v plazmatu, ke které dochází v případě vysoce intenzivních pulzů. Lepších výsledků se dá dosáhnout vedením pulzu, které může prodloužit délku interakce na stovky Rayleighových vzdáleností i pro méně intenzivní svazky.

Optické vedení pulzu můžeme dosáhnout využitím předtvarovaného plazmového kanálu, který má příčný profil s nejmenší hustotou na ose šíření laseru, rostoucí směrem od ní. Takové rozložení hustoty působí jako čočka fokusující svazek podél cesty.

1.4.1 Parabolický plazmový kanál

Dobrym instrumentem na vedení pulzu je plazmový kanál s parabolickým profilem hustoty ve směru kolmém na šíření svazku. Ideální parabolický profil hustoty má tvar [21]

$$N_e(r) = N_e(0) + \Delta N_e \left(\frac{r}{r_{ch}} \right)^2, \quad (59)$$

kde $N_e(0)$ je hustota elektronů na ose, r_{ch} je poloměrem kanálu a ΔN_e je přírůst hustoty elektronů u stěny kanálu v $r = r_{ch}$

$$\Delta N_e = N_e(r_{ch}) - N_e(0). \quad (60)$$

Gaussovský svazek fokusovaný do rozměru s krčkem (spot size) w rovnému tzv. odpovídajícímu poloměru (matched spot size)

$$w_M = \sqrt[4]{\frac{r_{ch}^2}{\pi r_e \Delta N_e}}, \quad (61)$$

v ideálním případě bez ionizace a se zanedbáním nelineárních efektů, bude veden takovým kanálem bez disperze s konstantním poloměrem kaustiky. V případě, že se svazek neshoduje s parabolickým kanálem, potom bude jeho krček oscilovat mezi w a hodnotou w_M^2/w .

1.4.2 Způsoby generování plazmového kanálu

Plazmový kanál s radiálním profilem hustoty můžeme získat pomocí působení na plynové prostředí dlouhým laserovým svazkem. První vedení krátkého pulzu plazmovým kanálem bylo demonstrováno pomocí fokusování intenzivního laserového pulzu axicon čočkou na plyn s vysokým Z [22], urychlovací pulz byl vstříknut z opačné strany kanálu s optimálním zpožděním. Existují také i další způsoby tvorby kanálu pomocí laseru, jako např. 'pump-probe' metoda využívající intenzivní čerpací (pump) pulz s $P > P_c$ na produkci plazmového kanálu, ve kterém je následně veden nízko-výkonný urychlovací (probe) svazek [23]. Průměrná délka kanálu vytvořeného laserovým svazkem je několik milimetrů. Další možnost generování parabolického kanálu je využití výboje vysokého napětí v kapiláře. Tento způsob má hlavní výhodu oproti laserové tvorbě v tom, že takový kanál může mít až několika centimetrovou délku.

1.4.3 Capillary discharge waveguide

Plazmový kanál může být získán pomocí pomalého elektrického výboje ve vyprázdněné polypropylenové kapiláře [24], který ionizuje a ohřívá stěny kapiláry a tím vytváří plazma s přibližně parabolickým profilem hustoty. Odstranění iontů přímo ze stěn kapiláry omezuje možnost jejího použití na několik stovek výbojů. Plazma vytvořené tímto způsobem je pouze částečně ionizované a kvůli tomu vede laserový pulz nestabilně s velkými oscilacemi jeho krčku.

Na vedení laseru může být také využita kapilára naplněná vodíkem [21, 25], ve které plazma získáme elektrickým výbojem. Kapilára s vodíkem má delší životnost a plazmový kanál vytvořený v kapiláře po výboji je plně ionizovaný, kvůli čemuž vede laser s minimálními oscilacemi rozměru pulzu. Schematické zobrazení vodíkové kapiláry je na Obr. 7. Pomocí trubice se do kapiláry přivede plyn tlaku řádově 10 – 100mbar, vnitřní průměr kapiláry je $\sim 200\mu\text{m}$, proud se pouští přes elektrody umístěné na okrajích. Profil a dynamika vzniklého plazmového kanálu může být teoreticky studován pomocí MHD (MagnetoHydroDynamické) simulace [26].

1.5 Způsoby urychlování v plazmatu

Existuje více možností pro urychlování částic v brázdovém poli laseru. Různé druhy urychlovačů se mezi sebou liší způsobem vytváření plazmové vlny a také mechanismem jejího zachování na větší vzdálenosti pro účinnější urychlování.

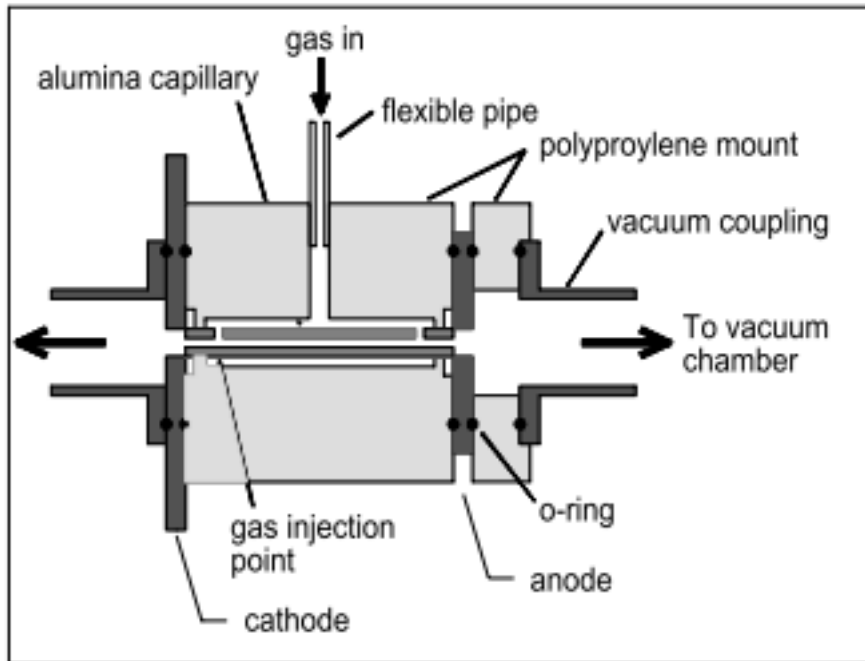
PBWA

Jeden ze způsobů je PBWA (Plasma Beat-Wave Acceleration) [3], který je založen na využití dvou dlouhých řídicích laserových pulzů pro rezonanční vybudování brázdového pole. Dva svazky s frekvencemi ω_1 a ω_2 a hustota plazmatu jsou zvoleny tak, aby platila rezonanční podmínka

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 \simeq \omega_p, \quad (62)$$

která zajišťuje vybudování brázdového pole s velkou amplitudou. Taková metoda umožňuje urychlování v plazmatu i při využití pulzů menších intenzit.

Jedno z hlavních omezení PBWA je saturace amplitudy plazmové vlny. Během interakce pulzů s plazmatem, amplituda brázdového pole roste, což vede k relativistickému



Obr. 7: Schematický diagram vlnovodné výbojové kapiláry naplněné vodíkem. Převzato z [25].

vzrůstání hmotnosti elektronů, jenž ve výsledku zmenšuje frekvenci plazmatu a vede k poruše rezonanční podmínky [27]. Amplituda může být také omezená výskytem interakčních nestabilit.

První pozorování vzniku plazmové vlny s využitím dvou budících pulzů byl proveden skupinou UCLA v roce 1985 [28] s využitím CO₂ laseru v plazmatu s hustotou $\sim 10^{17} \text{cm}^{-3}$. Uvěznění a urychlení elektronů na 10MeV bylo poprvé pozorováno v roce 1992 [29].

LWFA

Ve LWFA (Laser Wakefield Accaleration) se na vybuzení plazmové vlny využívá jeden krátký ($\lesssim 1\text{ps}$) vysoce intenzivní ($\gtrsim 10^{17} \text{W/cm}^2$) laserový pulz [30]. Takový pulz pomocí ponderomotorické síly ze své cesty vytlačuje elektrony a tím generuje nelineární plazmovou vlnu relativistických elektronů.

Tři nezávislé experimenty [31, 32, 33] v roce 2004 ukázali, že LWFA je vhodnou a nadějnou metodou a úspěšně urychlili svazek elektronů na energie $\sim 200\text{MeV}$ na milimetrové vzdálenosti. V experimentech se používal CPA (Chirped Pulse Amplification) laser fokusovaný na supersonickou trysku s heliem s elektronovou hustotou řádově 10^{19}cm^{-3} .

V současné době s využitím vedení pulzu pomocí plazmového kanálu byli dosaženy energie svazku řádově jednotek GeV na centimetrové vzdálenosti [34, 35].

1.6 Vstřikování elektronů

Cílem kontrolovaného urychlování elektronů je stabilní svazek s nejmenším možným rozsahem energií. V procesu urychlování v brázdovém poli je velice důležité uvěznění elektronů ve správné fázi vlny, do které se mohou dostat pouze elektrony, které již na to získali vhodnou hybnost. V relativistickém případě vysoce intenzivního laseru, elektrony mají na pozadí možnost dostat potřebnou hybnost a ocitnout se v urychlovací fázi. Ve výsledku obdržíme urychlený svazek, ale parametry takového svazku jsou těžce kontrolovatelné. Jestli-že laser nemá postačující intenzitu, amplituda brázdového pole je nízká a elektrony se již nedostanou do urychlovací části vlny. Aby bylo možné urychlit elektrony v takové situaci, musejí být vstříknuty s dostatečnou původní energií do správné fáze.

Vstřikování elektronů a tvorba svazku je podstatným procesem ovlivňujícím výsledek urychlování v plazmové vlně a existuje více způsobů jak ho provést.

Samo-injekce

Nejjednodušším mechanismem je samo-injekce, ke které dochází za správných podmínek bez vnějšího působení. Je-li amplituda vlny dostatečně velká, dochází ke překlopení vlny v podélném nebo příčném směru, některé elektrony můžou být uvězněny v urychlovacím elektrickém poli vlny. [36]

Nevýhodou samo-injekce je její špatná kontrolovatelnost, ke vstřikování může dojít v různých částech, v odlišný čas urychlování a proces je ovlivněn nelineárními ději interakce. Ve výsledku parametry získaného svazku elektronů hodně fluktuují.

Down-ramp injekce

Vstřikování elektronů může být dosaženo a kontrolováno pomocí gradientu profilu hustoty plazmatu [37]. Relativně pomalý pokles hustoty v podélném směru vede k růstu plazmové vlnové délky, fázová rychlost vlny se zmenšuje a elektrony tím získávají možnost být zachyceny v urychlující fázi brázdového pole. Tento proces probíhá podél celé délky spadu hustoty a proto má výsledný svazek elektronů velký rozsah energií, také pokles hustoty a narůst plazmové vlnové délky vedou k rychlému defázování elektronů.

Jestli-že je gradient hustoty plazmatu prudký, vede to k náhlé změně plazmové vlnové délky a tím ke dobré kontrolovatelnosti parametrů svazku elektronů. Ve výsledném získaném svazku je rozsah energií malý. [38]

Ionizací

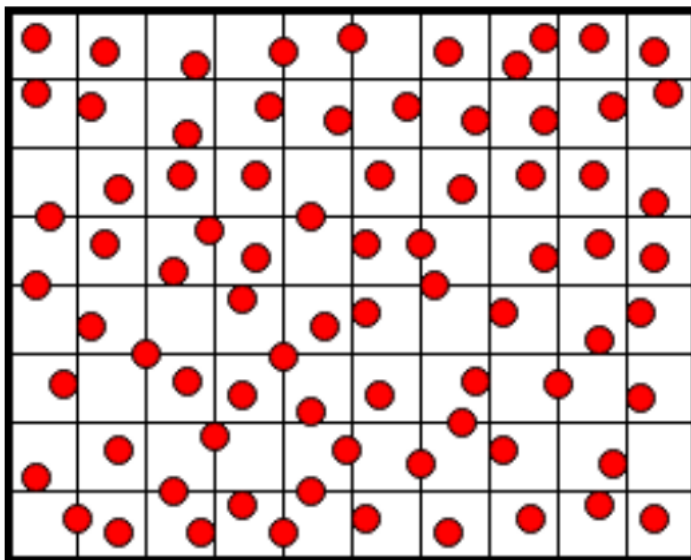
K zachycení elektronů může docházet během ionizace prostředí, což může být dosaženo přidáním těžšího plynu do vodíkového nebo heliového terče [39, 40]. Při působení vysoce intenzivního laseru na takovou směs, jsou lehčí plyn a elektrony z vnějších slupek těžkého plynu ionizovány a tímto vzniká plazma. K ionizaci elektronů v K slupce těžšího plynu dochází pouze v blízkosti maxima intenzity laseru, čímž jsou této částice vstříknuté do brázdového pole s velkou přesností. Svazek elektronů získaný pomocí vstřikování ionizací je velmi krátký a monoenergetický.

Kapitola 2

2 PIC simulace

Interakce laserového pulzu a plazmatu je náročným procesem, který se nedá popsat pouze analytickými funkcemi. Lepšího chápání urychlování v brázdovém poli se dá dosáhnout provedením numerických simulací. Dobrým nástrojem na modelování složitých elektromagnetických dějů je tzv. Particle-In-Cell (v překladě z angl. částice v buňce, dále PIC) simulace.

Hlavním principem PIC je rozdělování výpočetní oblasti na buňky obsahující 1 a více částic každá (Obr. 8). Pohybové rovnice se vyhodnocují pro každou přítomnou částici, ale elektrické a magnetické pole z Maxwellových rovnic (5) se počítají pouze ve vrcholech obdržené mřížky. Tím, že se silové působení v systému nepočítá zvlášť pro každou z N částic, ale se zredukuje pouze na interakci se středním polem částic, výpočetní náročnost se z N^2 zmenší na $N \log N$ [41].



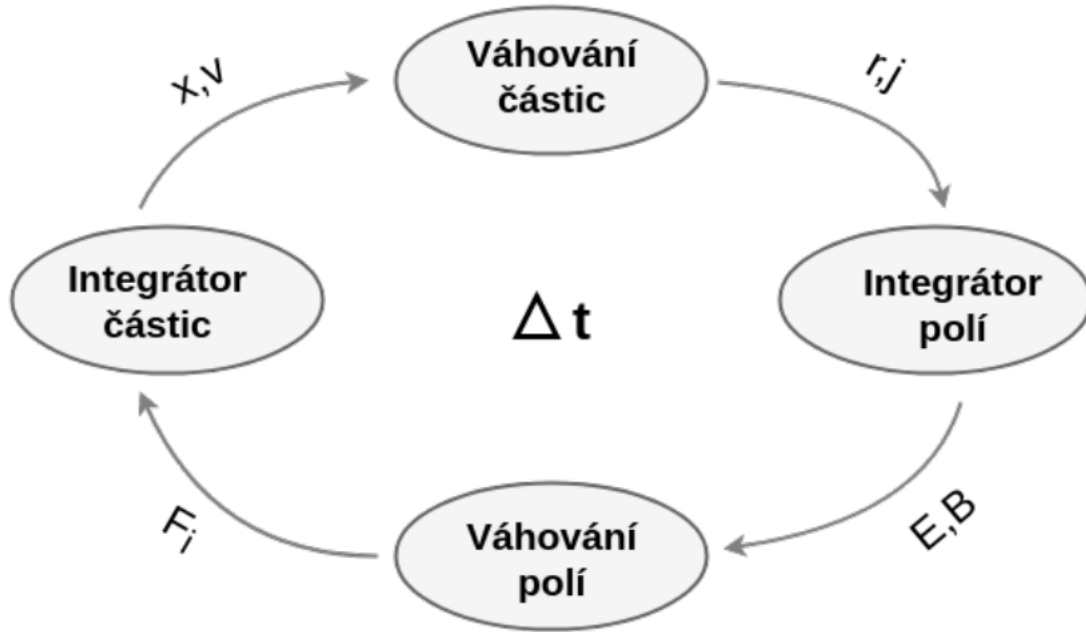
Obr. 8: Rozdělení výpočetní oblasti PIC simulace na buňky.

2.1 Cyklus

Základem PIC simulace je výpočetní cyklus, který se dělí na 4 hlavní kroky. Průběh cyklu jedním časovým krokem Δt je schematicky zobrazen na Obr. 9. Dále jsou stručně popsány kroky simulace, index i určuje částici, j určuje vrchol výpočetní mřížky a k je pořadovým číslem cyklu.

Váhování částic $(\vec{x}, \vec{v})_i \rightarrow (\rho, \vec{j})_j$

V prvním kroku cyklu, ze znalosti polohy \vec{x}_i a rychlosti \vec{v}_i částic v buňce, se získají hustota ρ_j a proud nábojů \vec{j}_j v její vrcholech. Přiřazení elektrického náboje vrcholům,



Obr. 9: Schematický náčrt cyklu PIC.

v závislosti na počátečním rozložení částic v buňce, se říká váhování částic a existuje více způsobů jak takové přiřazení provést.

Nejjednodušší možný způsob rozdělení nábojů je váhování nultého řádu, částice se přiřazuje celá k níh nejbližšímu uzlu. Taková jednoduchá metoda může ale přivést k nestabilitě numerického výpočtu. Dalším možným postupem je metoda prvního řádu, která namísto jednoduchého přiřazení částice nejbližšímu vrcholu, určuje její vliv v závislosti na její vzdálenosti od uzlu a na základě této informace přiřazuje část její náboje každému vrcholu. Obr. 10 je schematickým znázorněním obou metod. Existují i výpočetně náročnější metody, které dávají přesnější výsledky.

Po váhování musí v každém uzlu platit rovnice kontinuity

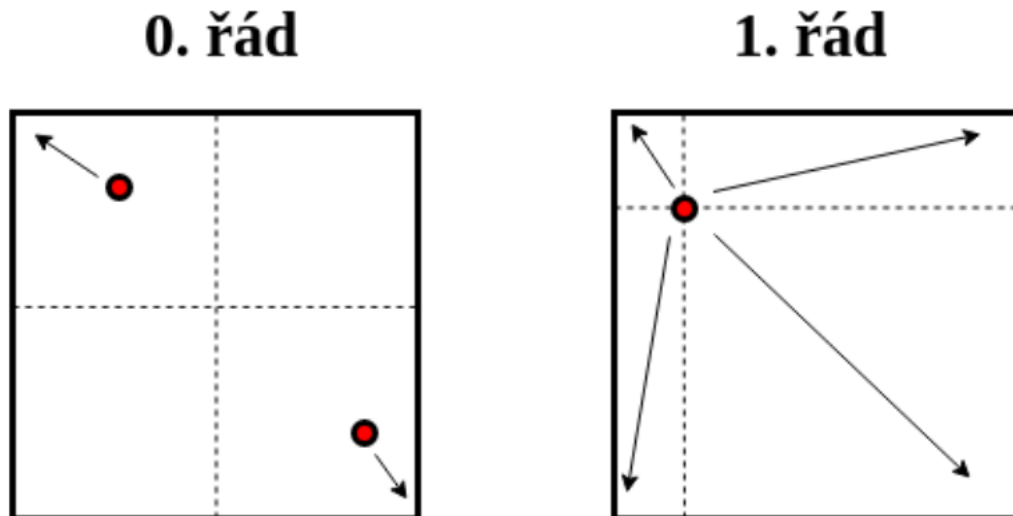
$$\frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j}_j = 0. \quad (63)$$

Integrátor polí $(\rho, \vec{j})_j \rightarrow (\vec{E}, \vec{B})_j$

V druhém kroku se ve vrcholech mříže vypočítávají skalární φ_j a vektorový \vec{A}_j potenciály, ze kterých se pomocí (20) již určují elektrické \vec{E}_j a magnetické \vec{B}_j pole. Tento výpočet je poněkud náročný. V případě, že se elektrické pole za časový krok Δt změní dostatečně málo, výpočet potenciálů může být zredukován na kalkulaci Poissonových rovnic

$$\nabla^2 \varphi_j = -\frac{\rho_j}{\epsilon_0}, \quad (64)$$

$$\nabla^2 \vec{A}_j = -\mu_0 \vec{j}_j. \quad (65)$$



Obr. 10: Váhování částic multého a prvního řádu.

Váhování polí $(\vec{E}, \vec{B})_j \rightarrow \vec{F}_i$

Ze znalosti elektrického a magnetického pole ve vrcholech se dále spočítá Lorentzova síla působící na každou částici, a to pomocí váhování. Princip a metody váhování jsou stejné jako v prvním kroku. Řád váhování polí musí odpovídat zvolenému řádu váhování částic.

Integrátor částic $\vec{F}_i \rightarrow \vec{j}_j \rightarrow \vec{x}_i$

V posledním kroku se ze znalosti Lorentzovy síly (24) a pohybové rovnice

$$\frac{F_i}{m_i} = \frac{d(\gamma \vec{v}_i)}{dt}, \quad (66)$$

$$\vec{v}_i = \frac{d\vec{x}_i}{dt}. \quad (67)$$

určí rychlost každé částice a následnou integrací rychlosti přes časový interval $(t_k, t_k + \Delta t)$ cyklu se zjistí její poloha.

2.2 Podmínky stability

Nastavení parametrů simulace může ovlivnit její numerickou stabilitu. Prostorový Δx a časový Δt krok jsou základními parametry Particle-In-Cell simulace a pro jejich správné určení platí určité podmínky stability. Porušení těchto podmínek vede ke vzniku takových nefyzikálních jevů jako např. numerický ohřev - narůst celkové energie soustavy, nevyvolaný žádným fyzikálním jevem.

Podmínka omezující vztah prostorového a časového kroků je Courant-Fridrichs-Lewyho (dále CFL) podmínka. Pro elektromagnetickou vlnu s rychlostí šíření u je dána vztahem

$$u\Delta t \leq \Delta x. \quad (68)$$

Z této rovnice vidíme, že se simulovaná částice za jeden časový krok může dostat nejdál do sousední buňky.

Omezení časového kroku simulace plazmovou frekvencí je druhou důležitou podmínkou stability

$$\omega_p \Delta t \leq 2, \quad (69)$$

porušení této podmínky může vést k vzniku numerického ohřevu.

Ještě jedna podmínka omezující rozměr buňky (Δx) udává minimální možné rozlišení simulační plochy a určuje se pomocí počtu buněk na jednu plazmovou délku. V případě, že chceme obdržet korektní popis fyzikálních dějů probíhajících v simulované soustavě, je zapotřebí rozmístit alespoň 10 výpočetních buněk do jedné plazmové vlnové délky

$$10\Delta x \leq \lambda_p. \quad (70)$$

2.3 EPOCH

Pro praktickou realizaci simulace v této práci se používal EPOCH (Extendable PIC Open Collaboration) kód, který je open source kódem pro provedení PIC simulací. EPOCH byl vyvinutý na základě PSC (Particle Simulation Code) metody v programovacím jazyce Fortran na Warwickské univerzitě. Simulace se počítají v 1D, 2D a také i 3D. Kód je ke stažení na platformě GitHub [42].

Vstupní parametry simulace se zadávají do souboru **input.deck**, který se dělí na bloky. Každý blok má svůj účel:

- *control* - nastavuje simulační plochu,
- *boundaries* - udává okrajové podmínky,
- *laser* - popisuje laser,
- *window* - přidává do soustavy letící okno,
- *species* - inicializuje simulované fyzikální částice,
- *output* - uvádí potřebné výstupní veličiny.

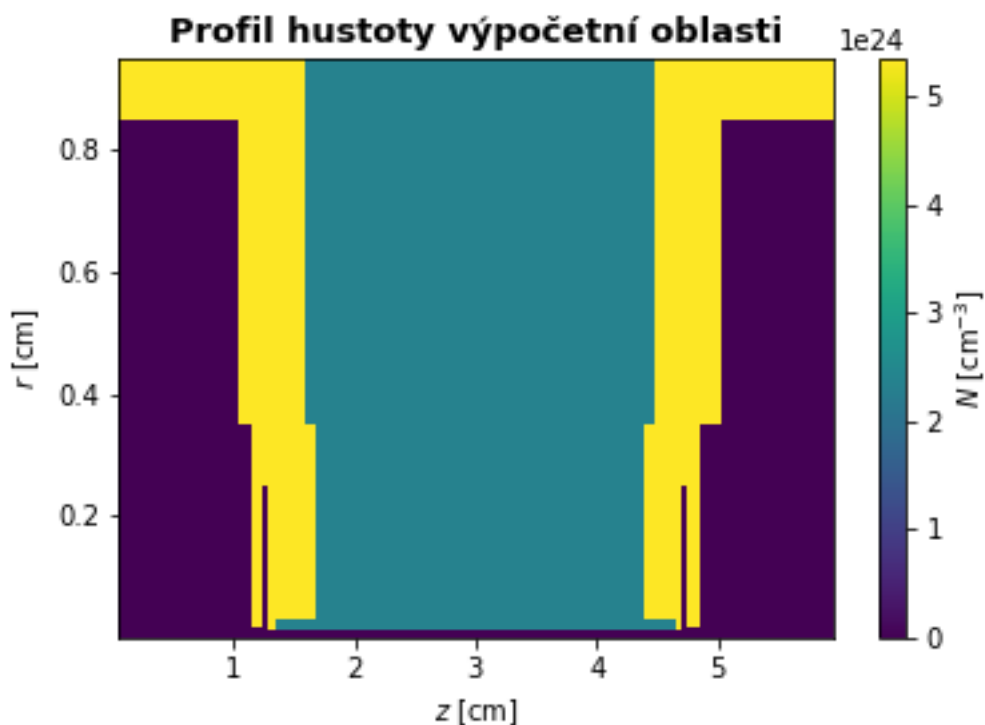
Výstupem simulace jsou **.sdf** (self-describing file) soubory. Součástí kódu jsou skripta převádějící tyto soubory do proměnných v Matlab.

Kapitola 3

3 Zpracování dat MHD simulace

Úkolem této práce je simulace interakce laserového pulzu s plazmatem vytvořeným výbojem v kapiláře naplněné vodíkem, který byl namodelován pomocí MagnetoHydro-Dynamické (dále MHD) simulace.

Kapilára, s poloměrem $100\mu\text{m}$ a délkou 3cm , je rozmístěna tak, že její osa leží na přímce $r = 0$. Platí osová symetrie v příčném směru r a proto se simulace počítá pouze pro kladnou polovinu systému $r \geq 0$. Profil hustoty výpočetní oblasti MHD simulace po výboji je zobrazen na Obr. 11.



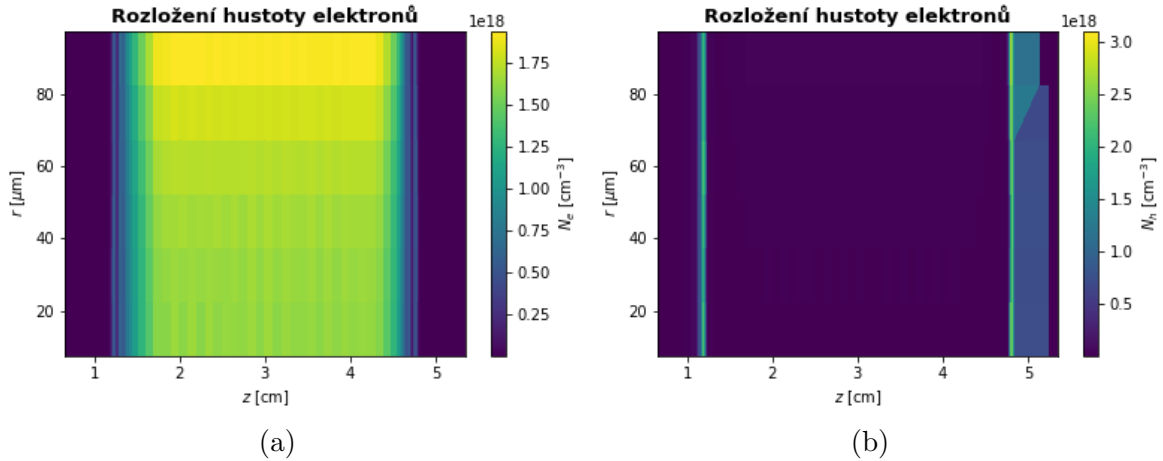
Obr. 11: Profil hustoty celé výpočetní oblasti MHD simulace.

Data z MHD simulace jsem zpracovávala pomocí knihoven **Pandas**, **NumPy**, **Matplotlib** a **SciPy** programovacího jazyku **Python**. Syrová data jsem interpolovala, rozdělila na oblasti se stejným chováním a každou z nich následně fitovala vhodnými analytickými funkcemi. Do vstupního souboru `input.deck` EPOCH simulace se může profil hustoty prostředí zadávat nejenom jako analytická funkce, ale také i pomocí explicitních hodnot na mřížce, které budou extrapolované kódem při vyhodnocování simulace. I tak zůstává analytická funkce preferovaným způsobem určování vstupních hustot, kvůli omezení nekontrolovatelných chyb vznikajících extrapolací uzlových hodnot uvnitř simulace a také kvůli jednoduššímu a přehlednějšímu zadání.

Dále je popsán podrobný postup upravení dat z MHD simulace.

3.1 Postup zpracování

Pro svojí práci jsem potřebovala vytěžit z výsledků simulace hustotu elektronů a atomů vodíku pro vnitřní prostor kapiláry ($r \leq 0.01\text{cm}$ a $z \in (1, 5)\text{cm}$). Z výsledků simulace mě zajímaly hodnoty proměnné $N_e[\text{Av}]$, která představuje hustotu elektronů vzniklých ionizací, a také $Dens[\text{g}/\text{cm}^3]$, jež udává hustotu protonů a zbylých neionizovaných atomů vodíku. Obě proměnné jsem před zpracováním převedla na jednotky cm^{-3} . Hustota neionizovaných atomů H je rozdílem původních proměnných $N_h[\text{cm}]^{-3} = Dens[\text{cm}]^{-3} - N_e[\text{cm}]^{-3}$.



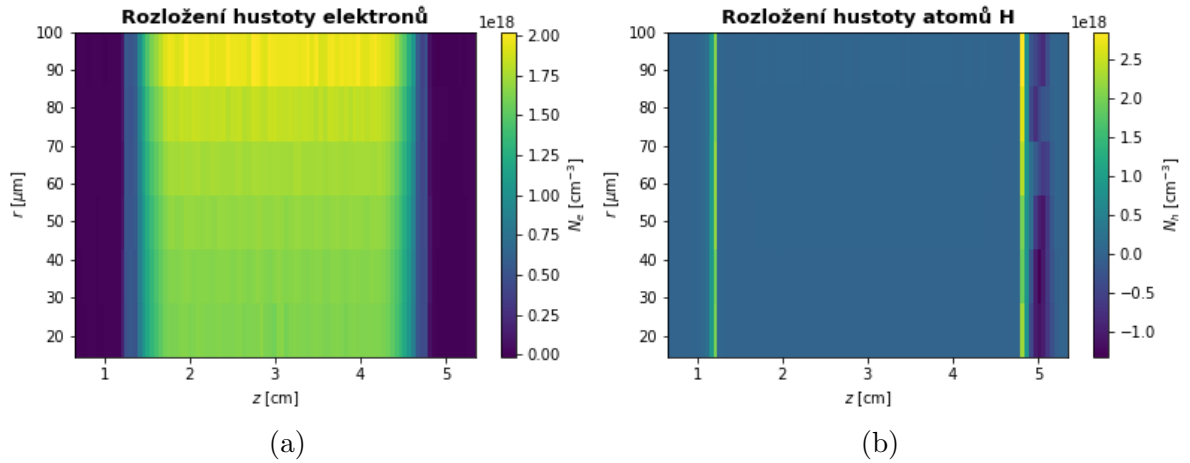
Obr. 12: Rozložení hustoty elektronů a atomů vodíku na nepravidelní mřížce před zpracováním.

3.1.1 Interpolace

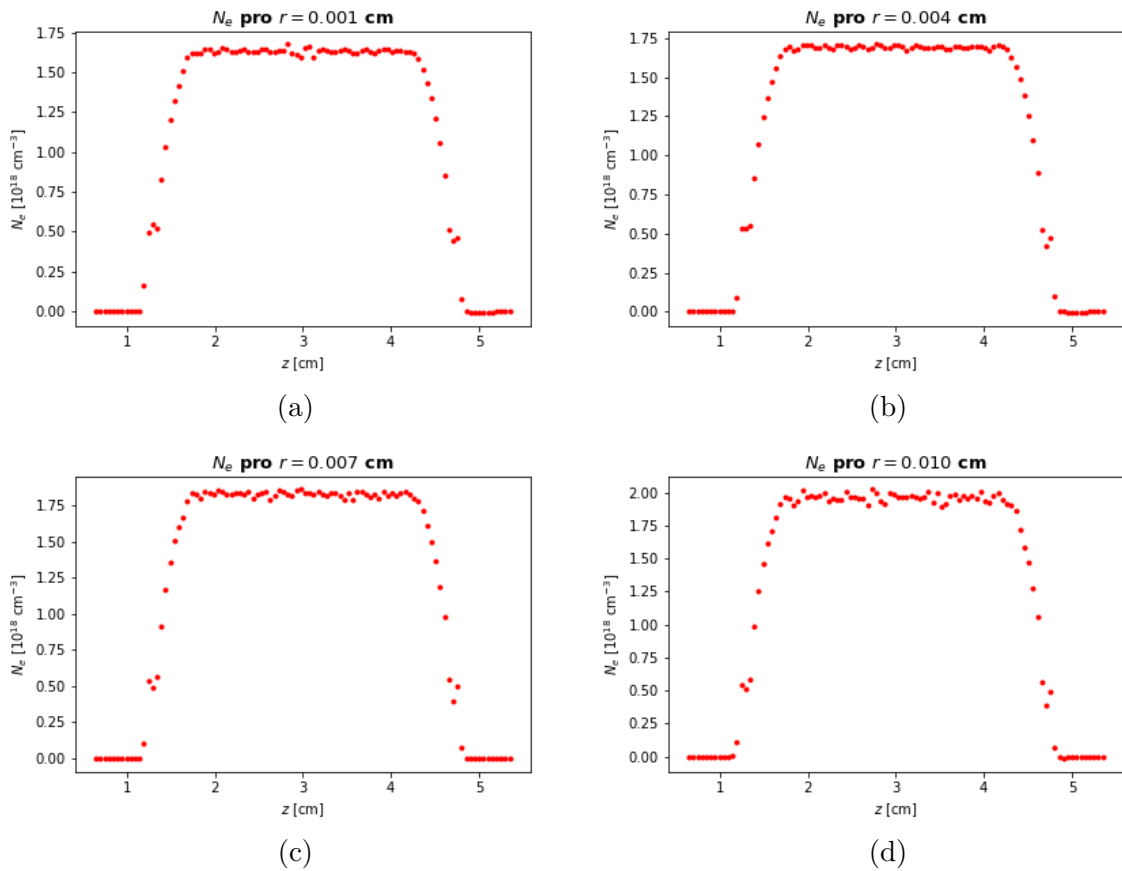
Vybraná data představují rozložení hustot na nepravidelní $[r, z]$ mřížce s rozměrem 7×96 bodů. Na Obr. 12 jsou vykresleny rozložení hustoty elektronů a atomů H na původní nepravidelní mřížce. Před dalším zpracováním jsem interpolovala data na ekvidistantní mřížku stejného rozměru. Rozložení obou hustot po interpolaci je na Obr. 13. Interpolace atomů vodíku (Obr. 13b) v oblasti druhého píku ($z \sim 5$) dává chybné záporné hodnoty.

3.1.2 Fitování hustoty elektronů

Při zpracování rozložení elektronů v prvním kroku jsem udělala řezy hustoty pro všechny hodnoty r . Na Obr. 14 jsou znázorněny řezy pro hodnoty $r = 0.001\text{cm}$, $r = 0.004\text{cm}$, $r = 0.007\text{cm}$ a $r = 0.01\text{cm}$. Ve směru z jsem rozdělila data na tři úseky s odlišným chováním: intervaly $z_1 = (0.65, 1.19)\text{cm}$ a $z_3 = (4.86, 5.35)\text{cm}$ s konstantním průběhem hustoty a $z_2 = (1.19, 4.86)\text{cm}$ se SuperGaussovským profilem.



Obr. 13: Rozložení hustoty elektronů a atomů vodíku interpolovaná na pravidelnou mřížku.



Obr. 14: Řezy hustoty elektronů pro $r = 0.001 \text{ cm}$, $r = 0.004 \text{ cm}$, $r = 0.007 \text{ cm}$ a $r = 0.01 \text{ cm}$.

V intervalech z_1 a z_3 jsem zprůměrovala všechny hodnoty N_e pro všechny r . Výslední

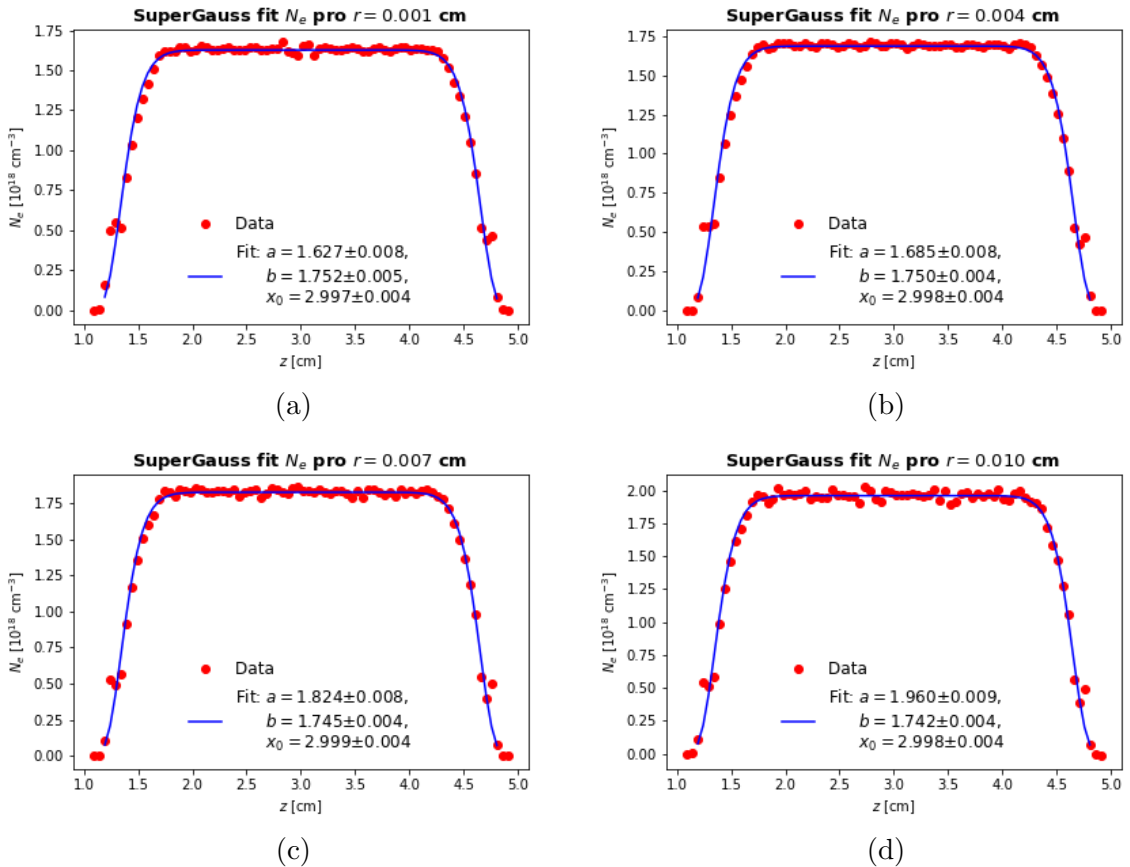
hustoty elektronů pro konstantní regiony jsou

$$N_e^1 = (0.4 \pm 0.2) \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}, \quad (71)$$

$$N_e^3 = (-1.8 \pm 1.4) \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}, \quad (72)$$

hodnota N_e v úseku z_3 je záporná kvůli chybám vzniklým při interpolaci původních dat simulace. Jelikož v modelované soustavě, kromě osové symetrie kapiláry, platí také symetrie vůči centru kapiláry v $z = 3$ cm, můžeme místo chybné záporné hodnoty průměrování (72) použít výsledek pro interval z_1 . Důležité je poznamenat, že prosté průměrování dat pro tuto oblast dává ve výsledku velkou relativní chybu $\sim 40\%$, ale oproti hustotě v největším úseku z_2 , jsou hodnoty o 3 řády menší a tím vzniklá nejistota může být zanedbána.

V intervalu $z_2 = (1.19, 4.86)$ cm pro každý řez data mají SuperGaussovský profil. Zvláště pro každé r jsem proložila tento úsek funkcí (17). Nejlepší výsledky (nejmenší relativní chyby) fitu vznikali pro hodnotu mocniny $n = 14$. Obr. 15 znázorňuje výsledky fitu dat na úseku z_2 pro řezy $r = 0.001$ cm, $r = 0.004$ cm, $r = 0.007$ cm a $r = 0.01$ cm.



Obr. 15: Fit hustoty elektronů v intervalu $z \in (1.19, 4.86)$ cm pro řezy $r = 0.001$ cm, $r = 0.004$ cm, $r = 0.007$ cm a $r = 0.01$ cm.

Výsledné parametry fitů jsou v Tab. 1. Z tvarů SuperGaussovských profilů řezů je vidět, že by se s rostoucím r měla značně měnit pouze výška a , nikoliv šířka b a střed x_0 funkce. Tuto skutečnost potvrzují i získané parametry fitů. Pro analytické znázornění

chování dat v radiálním směru jsem pouze zprůměrovala vypočítané hodnoty parametrů b a x_0 , ale změnu parametrů a jsem vyjádřila jako funkci proměnné r .

r [μm]	a [10^{18}]	σ_a [10^{18}]	x_0 [-]	σ_{x_0} [-]	b [-]	σ_b [-]
14.3	1.627	0.008	2.997	0.004	1.752	0.005
28.6	1.646	0.008	2.997	0.004	1.752	0.004
42.9	1.685	0.008	2.998	0.004	1.750	0.004
57.1	1.742	0.008	2.998	0.004	1.748	0.004
71.4	1.824	0.008	2.999	0.004	1.745	0.004
85.7	1.960	0.009	2.998	0.004	1.742	0.004
100.0	1.960	0.009	2.998	0.004	1.742	0.004

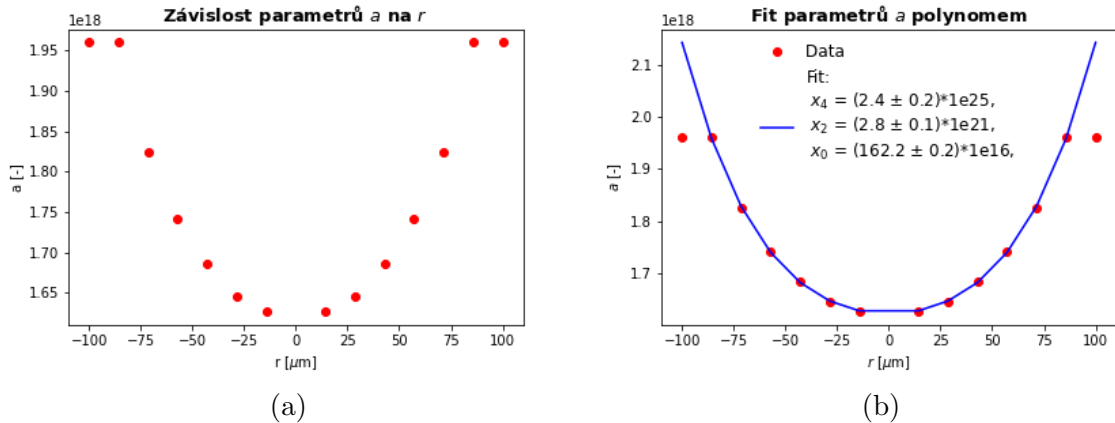
Tab. 1: Výsledné parametry SuperGauss fitů N_e v řezech r .

Průměrováním hodnot šířek b a středů x_0 SuperGaussových funkcí všech řezů r jsem ve výsledku dostala

$$b = 1.747 \pm 0.004, \quad (73)$$

$$x_0 = 2.998 \pm 0.001. \quad (74)$$

Výboj v kapiláře vytváří plazmový kanál a proto ve směru r by měla data prokazovat parabolické chování. Vykreslíme-li získané hodnoty parametrů a v závislosti na r pro celou kapiláru ($r \in (-100, 100)\mu\text{m}$), můžeme pozorovat parabolický profil (Obr. 16a). Výšky SuperGaussových funkcí jsem proložila polynomem 4. stupně, v Tab. 2 jsou uvedeny výsledky fitu. Koeficienty lichých členů polynomu jsou vypočítány s obrovskou neurčitostí, ale jejich velikosti jsou nižší při nejmenším o 10 řádů oproti hodnotám koeficientů sudých členů a proto vliv lichých členů může být zanedbán a do průběhu funkce přispívají pouze sudé členy. Graf polynomu je uveden na Obr. 16b.



Obr. 16: Závislost parametrů a na vzdálenosti r a jejich fit polynomem 4. stupně.

Ve výsledku jsem pro úsek z_2 obdržela dvourozměrnou funkci

$$N_e^2(r, z) = (2.4 \cdot 10^{25} r^4 + 2.8 \cdot 10^{24} r^2 + 1.6 \cdot 10^{18}) \cdot \exp\left(-2 \left(\frac{z - 2.998}{1.747}\right)^{14}\right). \quad (75)$$

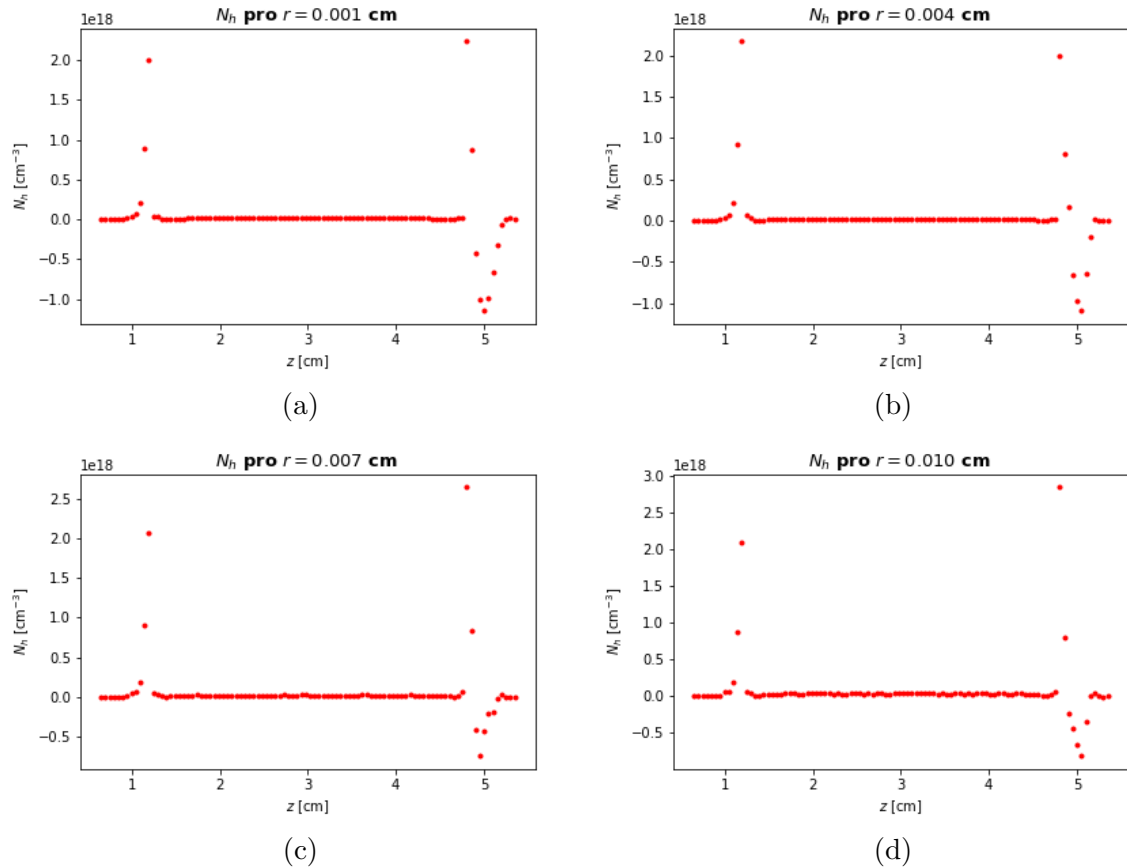
Celkové rozložení hustoty elektronů je kombinací dvou konstantních regionů s hodnotou N_e^1 a oblasti s profilem $N_e^2(r, z)$.

n	x_n	σ_n
4	$2.374 \cdot 10^{25}$	$0.180 \cdot 10^{25}$
3	$-7.105 \cdot 10^8$	$7.506 \cdot 10^{21}$
2	$2.834 \cdot 10^{21}$	$0.139 \cdot 10^{21}$
1	$5.557 \cdot 10^4$	$4.162 \cdot 10^{17}$
0	$1.622 \cdot 10^{18}$	$0.002 \cdot 10^{18}$

Tab. 2: Koefficienty polynomu 4. stupně po fitu hodnot výšky a SuperGaussově funkce.

3.1.3 Fitování hustoty atomů H

Stejně jako s elektrony, jsem začala zpracování hustoty atomů vodíku N_h znázorněním řezů pro každé r . Na Obr. 17 jsou představeny řezy plochami $r = 0.001$ cm, $r = 0.004$ cm, $r = 0.007$ cm a $r = 0.01$ cm. Data ve směru z jsem rozdělila na 5 oblastí: $z_1 = (0.65, 0.95)$ cm, $z_3 = (1.39, 4.66)$ cm a $z_5 = (5.10, 5.35)$ cm prokazující konstantní průběh hustoty a dva intervaly $z_2 = (0.95, 1.39)$ cm a $z_4 = (4.66, 5.10)$ cm s výraznými píky N_h .



Obr. 17: Hustota atomů vodíku N_h pro řezy $r = 0.001$ cm, $r = 0.004$ cm, $r = 0.007$ cm a $r = 0.01$ cm.

Po interpolování rozložení N_h na pravidelnou mřížku v oblastech z_4 a z_5 vznikly záporné hodnoty hustoty atomů. Takové hodnoty nejsou fyzikální a nemůžou být použity pro další zpracování. Jelikož platí symetrie vůči středu kapiláry ($z = 3$ cm),

můžeme předpokládat, že profil 2. píku (z_4) hustoty je zrcadlovým obrazem průběhu 1. píku (z_2) přes osu symetrie kapiláry $z = 3$ cm, obdobně hustota konstantního regionu z_5 je obrazem z_1 .

Průměrováním hodnot N_h pro všechna r v intervalech z_1 a z_3 jsem obdržela veličiny

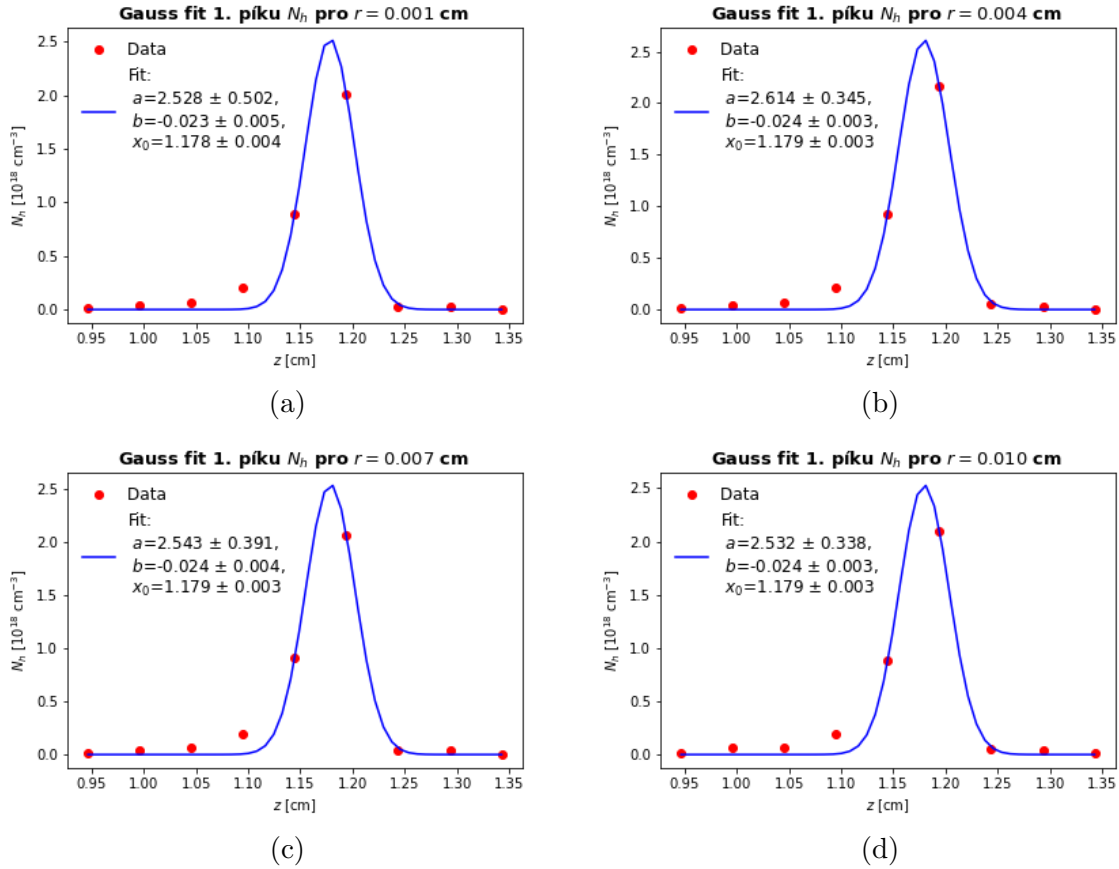
$$N_h^1 = (2.2 \pm 0.4) \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}, \quad (76)$$

$$N_h^3 = (1.9 \pm 0.7) \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}. \quad (77)$$

V oblasti z_5 hustota atomů nabývá hodnoty N_h^1 .

Pík v intervalu z_2 jsem prokládala Gaussovou funkcí (14). Grafy výsledků jsou vykreslené na Obr. 18. V Tab. 3 jsou sepsané všechny parametry obdržené po fitu. Z toho důvodu, že rozdíl mezi hodnotami každého parametru pro různá r je v rámci chyby výpočtu fitu, můžeme předpokládat konstantní chování hustoty v radiálním směru a pro získání výsledné dvourozměrné funkce píku stačí pouze zprůměrovat výsledky fitu pro všechna r . Hustotní pík v úseku z_2 je potom popsán funkcí

$$N_h^2(r, z) = 2.55 \cdot 10^{18} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z - 1.179)^2}{0.0239^2}\right). \quad (78)$$



Obr. 18: Fit 1. píku hustoty atomů vodíku N_h pro řezy $r = 0.001$ cm, $r = 0.004$ cm, $r = 0.007$ cm a $r = 0.01$ cm.

Pro druhý pík nacházející se v z_4 budou platit stejné hodnoty parametrů a a b , ale střed Gaussově funkce x_0 se posune do bodu $z = 4.822$ a dvourozměrná funkce hustoty

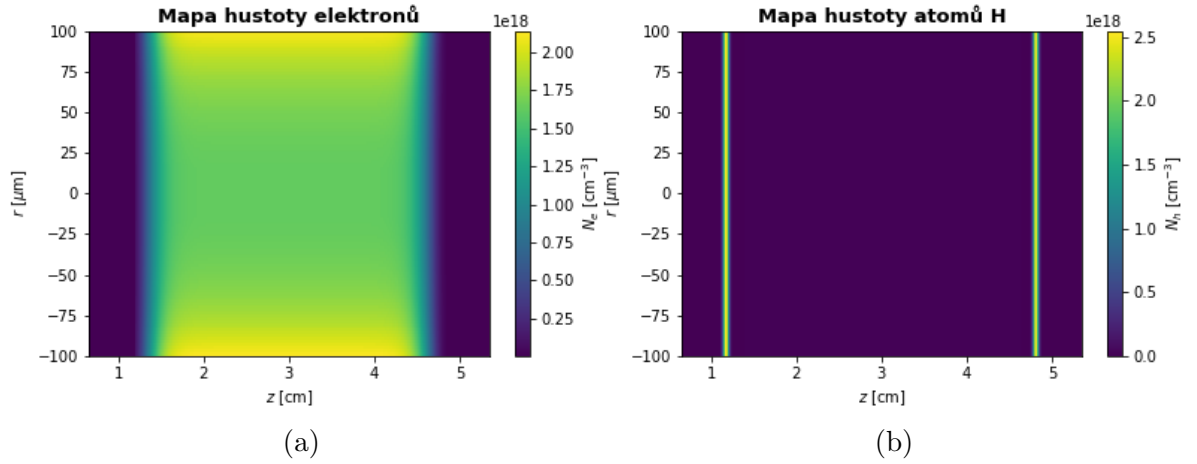
r [μm]	a [10^{18}]	σ_a [10^{18}]	x_0 [-]	σ_{x_0} [-]	b [-]	σ_b [-]
14.3	2.5	0.5	1.178	0.004	-0.023	0.005
28.6	2.4	0.4	1.179	0.003	-0.024	0.004
42.9	2.6	0.3	1.179	0.003	-0.024	0.003
57.1	2.7	0.4	1.179	0.003	-0.024	0.004
71.4	2.5	0.4	1.179	0.003	-0.024	0.004
85.7	2.5	0.3	1.179	0.003	-0.024	0.003
100.0	2.5	0.3	1.179	0.003	-0.024	0.003

Tab. 3: Výsledné parametry Gauss fitů N_h v řezech r .

přičemu potom je

$$N_h^4(r, z) = 2.55 \cdot 10^{18} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z - 4.822)^2}{0.0239^2}\right). \quad (79)$$

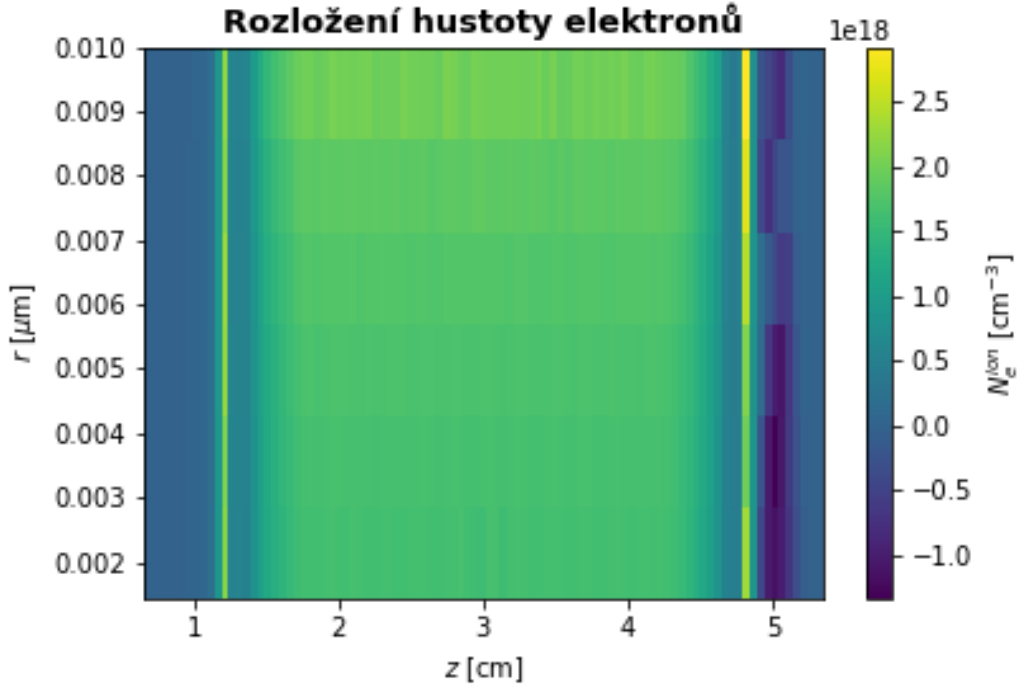
Mapy hustot elektronů a atomů vodíku v celé kapiláře po provedení všech operací jsou znázorněny na Obr. 19.



Obr. 19: Rozložení hustoty elektronů N_e a atomů vodíku N_h pro celou kapiláru po zpracování dat.

3.2 Úplně ionizované plazma

Počas vyhodnocování výsledků PIC simulace vznikla potřeba v modelování případu s úplnou ionizací vodíku uvnitř kapiláry. Předpokládala jsem, že se v případě plně ionizovaného prostředí uvnitř kapiláry zachová stejný profil a považovala jsem data z MHD simulace obsažené v proměnné $Dens$ cm^{-3} za hustotu elektronů N_e^{ion} plně ionizovaného plazmatu. Na Obr. 20 je rozložení hustoty elektronů po interpolaci. Data jsem zpracovávala stejným postupem jako pro původní situaci.



Obr. 20: Rozložení hustoty elektronů za předpokladu úplné ionizace.

Pomocí simulace jsem studovala výsledek šíření laserového pulzu plazmovým kanálem a také vliv hustotního píku na možnost vzniku a urychlení elektronového svazku v brázdovém poli, kvůli čemuž jsem, při zpracování dat na vstup simulace, vynechala konstantní oblast na začátku soustavy. Úpravy jsem provedla na 3 intervalech: $z_1 = (1.05, 1.24)$ cm, $z_2 = (1.24, 1.34)$ cm a $z_3 = (1.34, 4.71)$ cm.

Hustotu elektronů v úseku z_1 jsem proložila Gaussovou funkcí (14) pro každý řez r (Obr. 21). Výsledné hodnoty každého parametru (Tab. 4) jsem zprůměrovala pro všechna r a získala jsem funkci

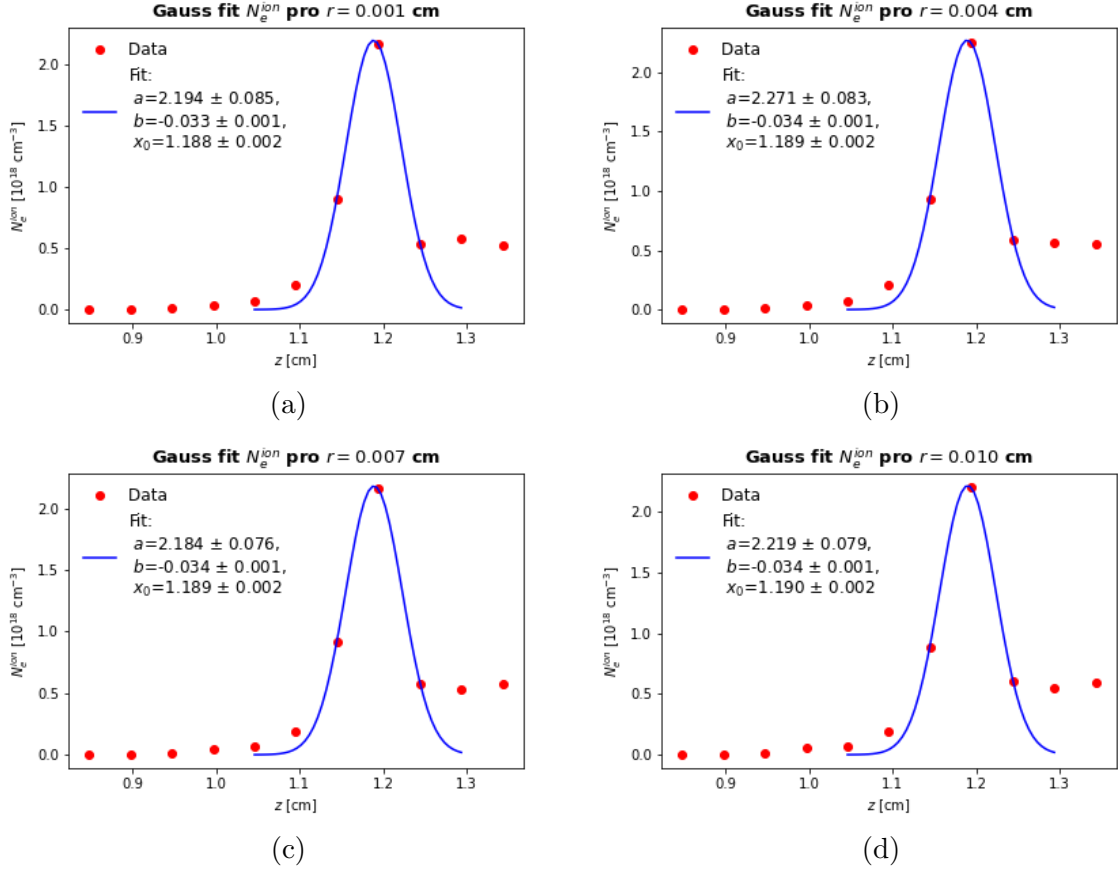
$$N_e^{1,\text{ion}}(r, z) = 2.22 \cdot 10^{18} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z - 1.189)^2}{0.034^2}\right). \quad (80)$$

r [μm]	a [10^{18}]	σ_a [10^{18}]	x_0 [-]	σ_{x_0} [-]	b [-]	σ_b [-]
14.3	2.19	0.09	1.188	0.002	-0.033	0.001
28.6	2.12	0.08	1.189	0.002	-0.034	0.001
42.9	2.27	0.08	1.189	0.002	-0.034	0.001
57.1	2.30	0.08	1.189	0.002	-0.033	0.001
71.4	2.18	0.08	1.189	0.002	-0.034	0.001
85.7	2.22	0.08	1.190	0.002	-0.034	0.001
100.0	2.22	0.08	1.190	0.002	-0.034	0.001

Tab. 4: Výsledné parametry fitů Gauss oblasti N_e^{ion} v řezech r .

Interval z_2 je krátkým úsekem s konstantním průběhem hustoty. Hodnoty z celé oblasti jsem zprůměrovala a dostala jsem výsledek

$$N_e^{2,\text{ion}} = (5.7 \pm 0.2) \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}. \quad (81)$$



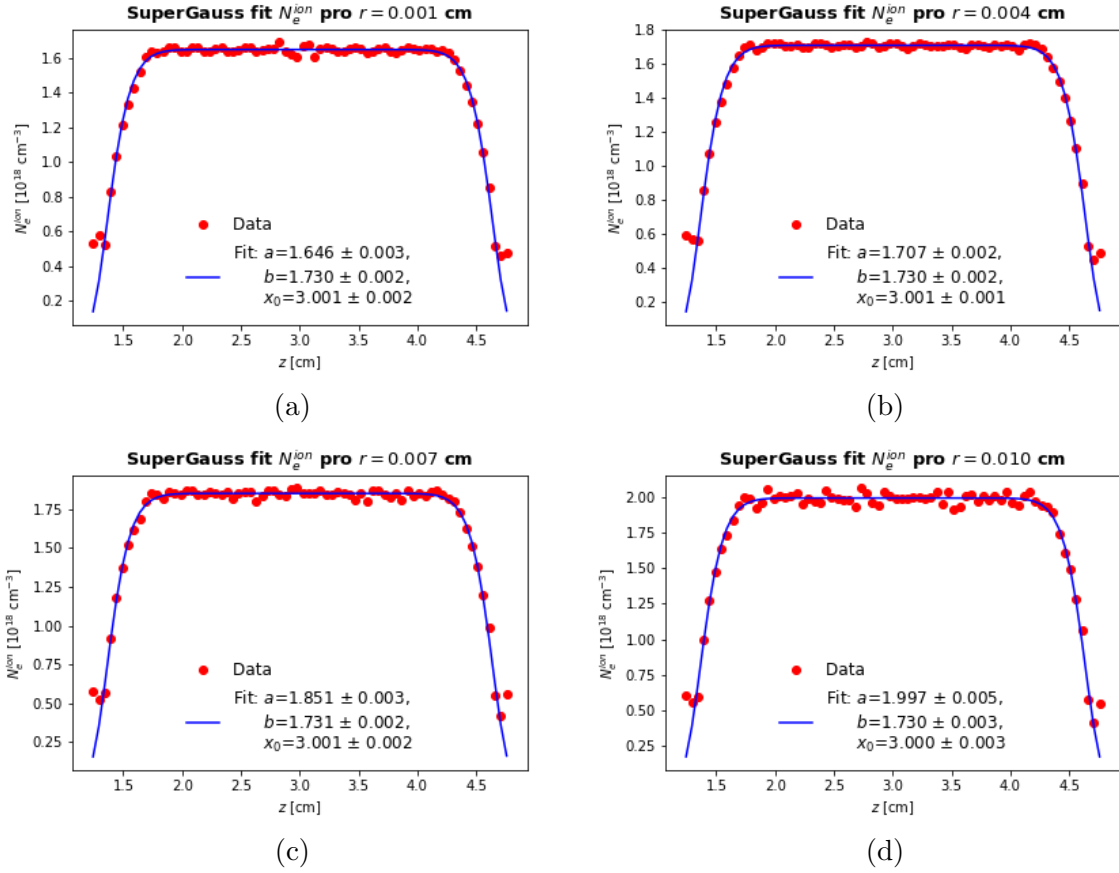
Obr. 21: Fit hustoty elektronů N_e^{ion} plně ionizovaného plazmatu v úseku 1. Gaussového píku pro řezy $r = 0.001\text{cm}$, $r = 0.004\text{cm}$, $r = 0.007\text{cm}$ a $r = 0.01\text{cm}$.

Poslední oblast jsem proložila SuperGaussovou funkcí (17) ve směru z pro každý řez r . Na Obr.22 jsou znázorněny výsledky fitů dat pro řezy plochami $r = 0.001\text{ cm}$, $r = 0.004\text{ cm}$, $r = 0.007\text{ cm}$ a $r = 0.01\text{ cm}$, hodnoty parametrů jsou v Tab. 5.

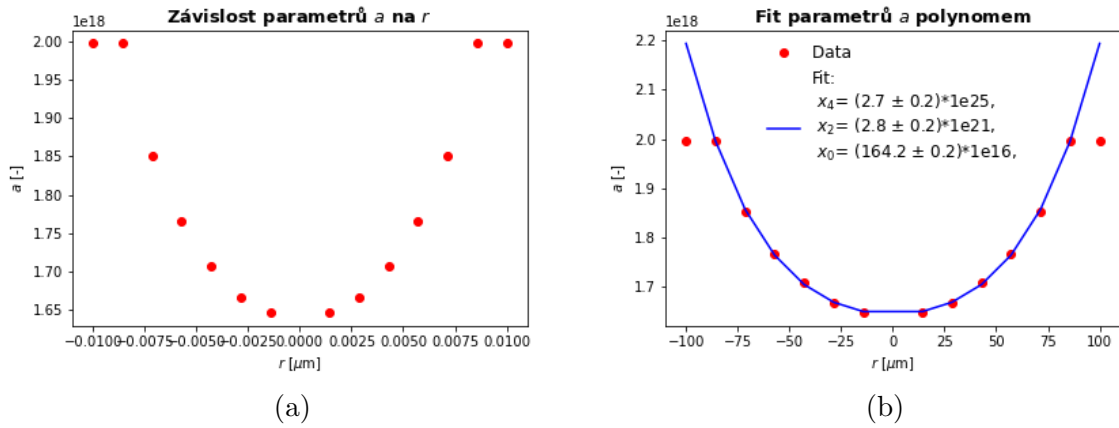
r [μm]	a [10^{18}]	σ_a [10^{18}]	x_0 [-]	σ_{x_0} [-]	b [-]	σ_b [-]
14.3	1.646	0.003	3.001	0.002	1.730	0.002
28.6	1.667	0.002	3.001	0.001	1.730	0.002
42.9	1.707	0.002	3.001	0.001	1.730	0.002
57.1	1.765	0.002	3.001	0.001	1.730	0.002
71.4	1.851	0.003	3.001	0.002	1.731	0.002
85.7	1.997	0.005	3.000	0.003	1.730	0.003
100.0	1.997	0.005	3.000	0.003	1.730	0.003

Tab. 5: Výsledné parametry fitů SuperGauss oblasti N_e^{ion} v řezech r .

Stejně jako v předchozí úpravě N_e^2 , parametry b a x_0 jsem zprůměrovala a výšky SuperGaussově funkce a , kvůli parabolickému chování v radiálním směru, jsem proložila polynomem 4. stupně. Koefficienty polynomu jsou v Tab. 6, ze stejných důvodů jako pro N_e , liché členy můžou být zanedbány. Na Obr. 23 je znázorněn výsledek fitu parametru a .



Obr. 22: Fit hustoty elektronů N_e^{ion} plně ionizovaného plazmatu v úseku se SuperGaussovým chováním pro řezy $r = 0.001\text{cm}$, $r = 0.004\text{cm}$, $r = 0.007\text{cm}$ a $r = 0.01\text{cm}$.



Obr. 23: Závislost parametrů a na vzdálenosti r a jejich fit polynomem 4. stupně pro plně ionizované plazma.

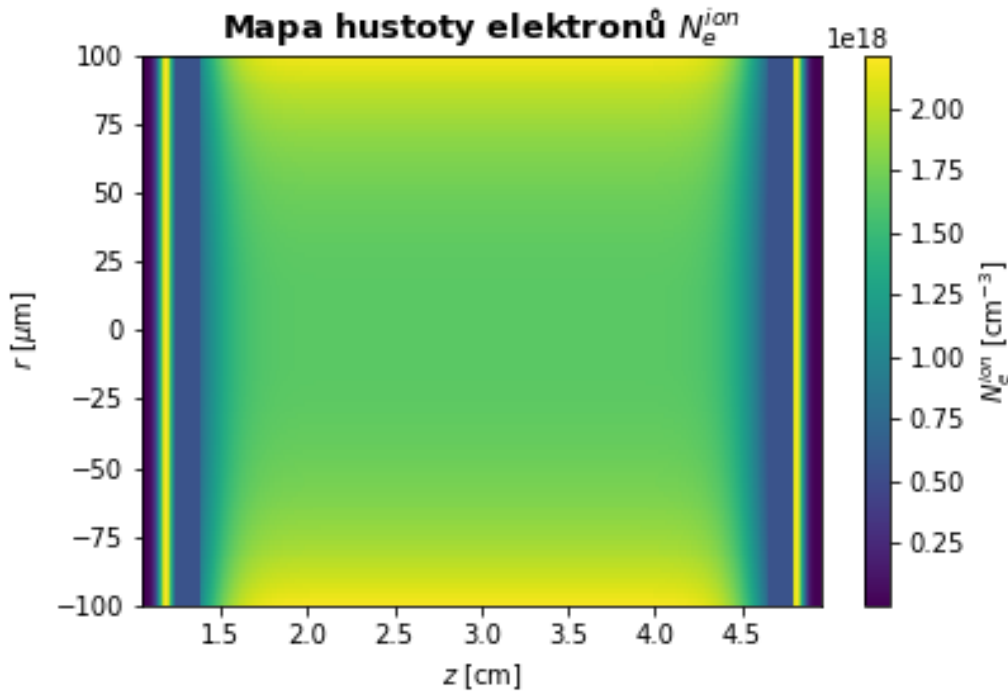
n	x_n	σ_n
4	$2.707 \cdot 10^{25}$	$0.230 \cdot 10^{25}$
3	$-2.389 \cdot 10^8$	$9.576 \cdot 10^{21}$
2	$2.811 \cdot 10^{21}$	$0.178 \cdot 10^{21}$
1	$3.443 \cdot 10^4$	$5.310 \cdot 10^{17}$
0	$1.642 \cdot 10^{18}$	$0.003 \cdot 10^{18}$

Tab. 6: Koefficienty polynomu 4. stupně po fitu hodnot výšky a SuperGaussově funkce pro plně ionizované plazma.

Výsledná dvourozměrná funkce průběhu hustoty elektronů na z_3 je

$$N_e^{3,\text{ion}}(r, z) = (2.7 \cdot 10^{25} r^4 + 2.8 \cdot 10^{24} r^2 + 1.6 \cdot 10^{18}) \cdot \exp\left(-2 \left(\frac{z - 2.998}{1.747}\right)^{14}\right) \quad (82)$$

a na Obr. 24 je znázorněna mapa hustoty elektronů v plně ionizovaném plazmatu po zpracování dat.

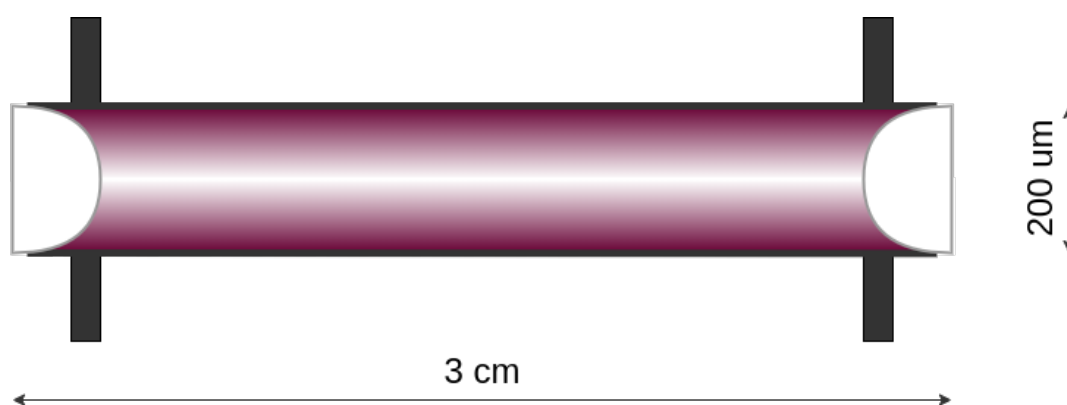


Obr. 24: Rozložení hustoty elektronů N_e^{ion} po zpracování.

Kapitola 4

4 Simulace

Zadáním této práce je simulace šíření laserového pulzu kapilárou s plazmatem vytvořeným předběžným výbojem ve vodíku. Na Obr. 25 je schematický náčrt kapiláry. Parametry simulace byli zvoleny v souladu s [43]. Simulovala jsem soustavu s pulzem s intenzitou $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$ a SuperGaussovským prostorovým profilem (18), ale také i s $I = 1.5 \cdot 10^{18} \text{W/cm}^2$ a Gaussovským profilem (16), v obou případech je velikost nejmenšího poloměru $w_0 = 25 \mu\text{m}$, vlnová délka $\lambda_L = 800 \text{nm}$, polarizace pulzu je ve směru osy y ($\vec{i}_e = [0, 1, 0]$), délka pulzu je $\tau_L = 35 \text{fs}$ a časový profil je Gaussovský. Rozložení hustoty uvnitř kapiláry je dáno výsledky MHD simulace.



Obr. 25: Schematický náčrt simulované kapiláry.

Simulaci jsem prováděla pomocí EPOCH kódu. Vstupní parametry simulace se nastavují v **input.deck** souboru. Celkově jsem provedla 5 simulací:

1. rozložení hustoty dle MHD, začátek v 0.65 cm,
2. úplně ionizované plazma, začátek v 1.39 cm (plazmový kanál),
3. úplně ionizované plazma, začátek v 1.05 cm (pík hustoty elektronů),
4. úplně ionizované plazma, začátek v 1.39 cm (plazmový kanál), $I_L = 1.5 \cdot 10^{18} \text{W/cm}^2$, Gaussovský profil pulzu,
5. úplně ionizované plazma, začátek v 1.05 cm, $I_L = 1.5 \cdot 10^{18} \text{W/cm}^2$, Gaussovský profil pulzu.

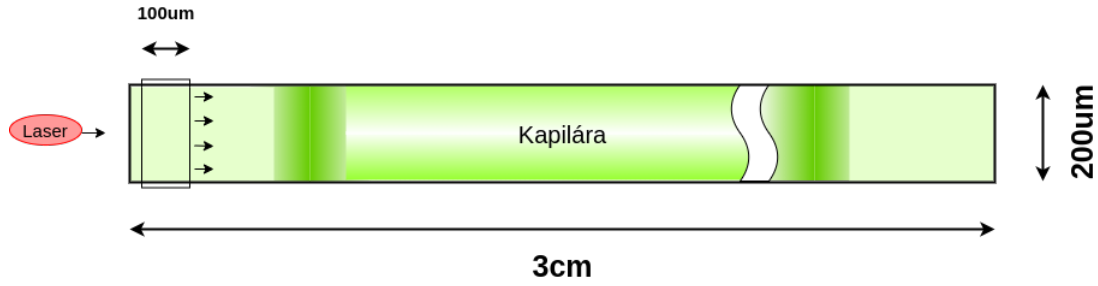
Počáteční bod šíření laseru jsem měnila pro studium tvorby brázdrového pole a svazku elektronů v celé soustavě, pouze v plazmovém kanálu a zachycení elektronů na hustotním gradientu. V poslední simulaci jsem také změnila intenzitu laseru, abych se podívala jestli to zvětší interakční délku. Vstupní soubory simulací se mezi sebou liší pouze zadanými parametry v bloku *species* a počtem těchto bloků.

Dále je popsáno sestavení každého bloku **input.deck** simulace.

4.1 Parametry simulace

V *control* bloku se zadávají parametry výpočtu a konfigurace simulační plochy. Jelikož délka kapiláry je relativně dlouhá, v simulaci jsem používala pronásledující laserový pulz okno, které se inicializuje v bloku *window*. Okno propaguje rychlostí stejnou jako grupová rychlost laseru, což v mnou provedené simulaci činí $c_1 = 0.96c$.

Rozměr výpočetní oblasti je $[100 \times 200]\mu\text{m}$. Na Obr. 26 je schematický náčrt simulační plochy včetně výpočetního okna.



Obr. 26: Schematický náčrt simulační plochy se znázorněním pohybujícího se výpočetního okna.

Čas konce simulace jsem vždy odvodila jako celkovou délku simulované kapiláry, popř. její části, dělenou grupovou rychlostí laseru. Simulace jsem vždy musela zastavit před koncem času, protože se laserový svazek, vlivem nelineárních jevů a nestabilit, rozbil a brázdové pole zaniklo.

Důležitými nastavení simulace jsou rozměr buňky a časový krok, které musí být zvoleny v souladu s podmínkami stability. Časový krok není nastavitelným parametrem při použití EPOCHu, Δt se nastavuje kódem, tak aby byly splněny podmínky (68) a (69). Prostorový krok jsem určovala pomocí podmínky (70). Pro hustotu elektronů $\sim 10^{18}\text{cm}^{-3}$ a pomocí vztahů (26) a (39), plazmová vlnová délka je $\lambda_p \approx 33\mu\text{m}$, což vede k omezení $\Delta x \lesssim 3.3\mu\text{m}$. Pro lepší rozlišení výsledků jsem rozměr buňky stanovila na $\Delta x = 0.1\mu\text{m}$.

Do výstupu simulace každých nasimulovaných 20fs se vypisovaly proměnné

- *grid* - poloha mřížky,
- *ex, ey* - elektrické pole pro směry *x* a *y*,
- *particle_grid* - poloha částic,
- *px, py* - hybnost pro směry *x* a *y*,
- *number_density* - hustota částic na mřížce (odvozená během výpočtu),

které se ukládaly do třech souborů zvlášť pro elektrické pole, hybnost a hustotu. Každý 10. výstupní soubor je restartovatelný.

4.2 Inicializace prostředí

Zadáváním bloků *species* a počátečního bodu simulace jsem určovala prostředí, kterým se šířil laserový pulz. Hustota částic podél z má několik úseků s odlišným chováním, a definování *species* pro každý interval zvlášť bylo nejjednodušším způsobem zadání těchto hustot. Hmotnost částice *mass* se zadává jako násobek klidové hmotnosti elektronu m_e a náboj *charge* jako násobek elementárního náboje e , pro elektrony jsem nastavila $mass = 1$ a $charge = -1$ a pro atomy vodíků $mass = 1837.18$ a $charge = 0$. Počet částic na buňku je vždy 3.

Simulace 1

Elektrony jsem zadala do třech bloků *species*: *electron1*, *electron2*, *electron3*. V prvním a posledním bloku je hustota dána (71), v prostředním má SuperGaussovský profil (75). Protony jsem považovala za nehybné a pro jednoduchost a větší rychlost výpočtu jsem je do simulace nezadávala.

Atomy vodíku jsem rozdělila do pěti bloků: *atomH1*, *atomH2*, *atomH3*, *atomH4*, *atomH5*. První a poslední blok mají hustotu (76), třetí (77) a bloky s Gaussovými píky *atomH2* a *atomH4* mají rozložení podle (78) a (79). Velká hmotnost atomů vede k tomu, že je můžeme považovat za nehybné, což jsem nastavila pomocí parametru *immobile*.

Nastavením parametru *field_ionisation* v bloku *control* jsem umožnila proces ionizaci. Ionizační energie vodíku je 13.6eV. Elektrony vzniklé ionizací se ukládají do proměnné *electron*, kterou jsem inicializovala v bloku *species* s počáteční nulovou hustotou.

Simulace 2 a 3

V simulacích s úplně ionizovaným plazmatem jsem zadávala tři bloky elektronů: *electron1*, *electron2*, *electron3*. V *electron1* jsou elektrony Gaussovského píku s hustotou (80), druhý blok je konstantním úsekem s hustotou (81) a poslední inicializuje elektrony v plazmovém kanálu s hustotou (82).

Simulace 2 a 3 mají odlišný pouze počáteční bod simulace.

Simulace 4 a 5

Poslední dvě simulace jsou opakováním druhé a třetí simulace pro laserový pulz s Gaussovským prostorovým profilem a intenzitou $I_L = 1.5 \cdot 10^{18}$.

Kapitola 5

5 Výsledky simulace

Soubory s výsledky simulací jsem zpracovávala v Matlabu. Pro převod **.sdf** souborů jsem používala EPOCH skript **GetDataSDF.m**, který ve výsledku dává proměnnou se stromovou strukturou obsahující všechny veličiny ze **.sdf** souboru.

Všechny výstupní data simulace jsou v jednotkách SI.

5.1 Zpracování výsledků

Simulovaný prostor má několika centimetrovou délku a proto každá simulace běžela po dobu několika dnů až týdnů. Abych mohla kontrolovat vývoj simulace, prováděla jsem průběžné zpracování výsledků. Pro každý vypsany výstup jsem vykreslovala a ukládala mapu rozložení hustoty, ze změny které jsem mohla pozorovat jestli dochází ke tvorbě a šíření brázdrového pole. Jakmile dospívalo ke zničení laserového pulzu, simulace jsem předběžně zastavovala.

V případě, že v simulované soustavě vznikalo brázdrové pole, jsem počítala a znázorňovala hustotní poměr $\Delta n_e/n_0$ a poměr E_z/E_0 pro podélné elektrické pole v centru plazmové vlny ($r = 0$).

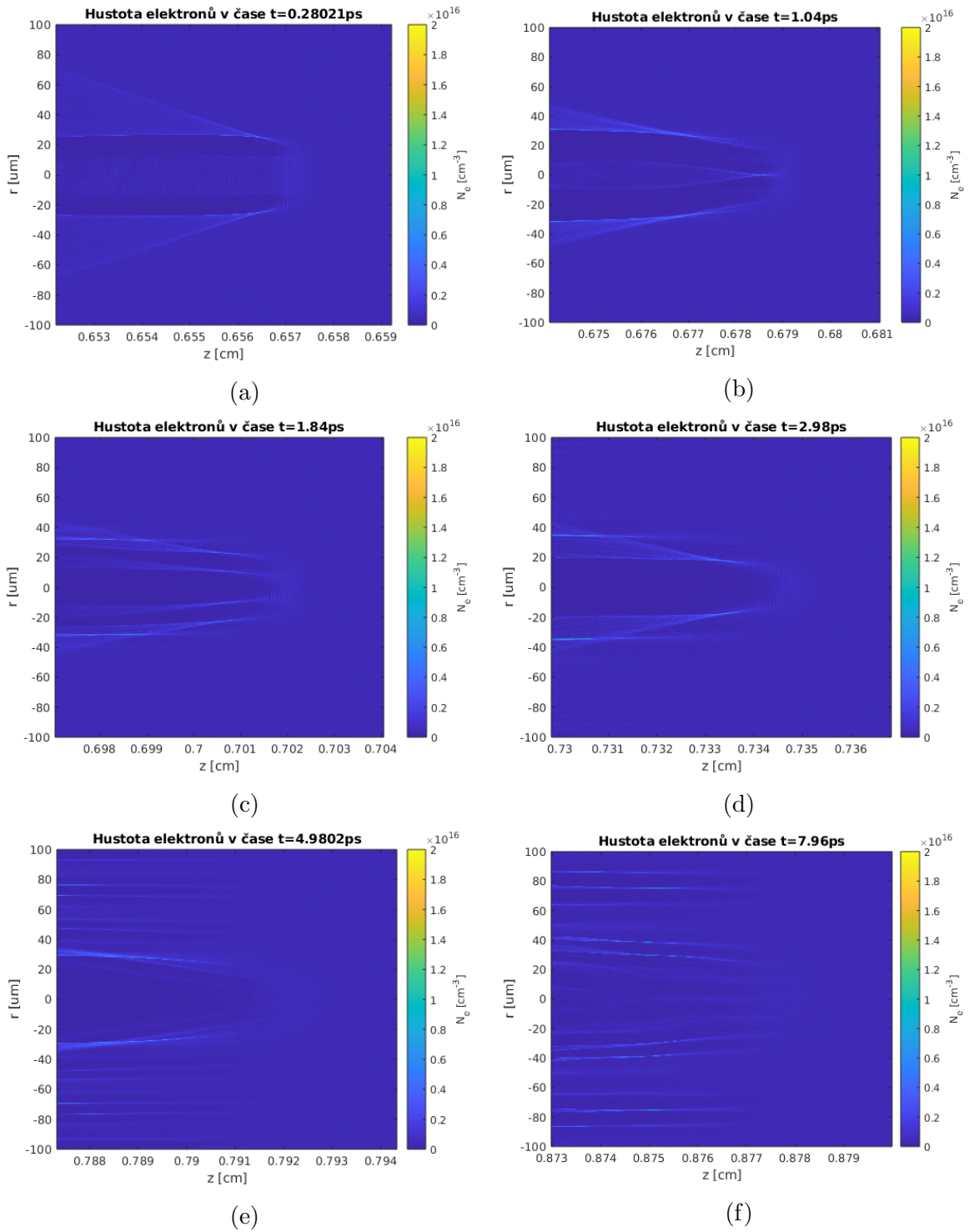
Pro následné podrobnější zpracování jsem určovala časový úsek, kdy mohlo dojít k produkci a urychlení svazku elektronů. Na vybrané části simulace jsem spočítala energie každého elektronu pomocí relativistického vztahu

$$W_i = c\sqrt{p_{z,i}^2 + p_{r,i}^2 + (m_e c)^2}, \quad (83)$$

přičemž do úvahy jsem brala pouze elektrony s relativistickou energií ($W_i > 1\text{MeV}$). Dále jsem určila vývoj střední energie s časem a její maximální dosaženou hodnotu. Ve zkoumaném úseku jsem také zjistila podíl relativistických elektronů na celkovém počtu.

Simulace 1

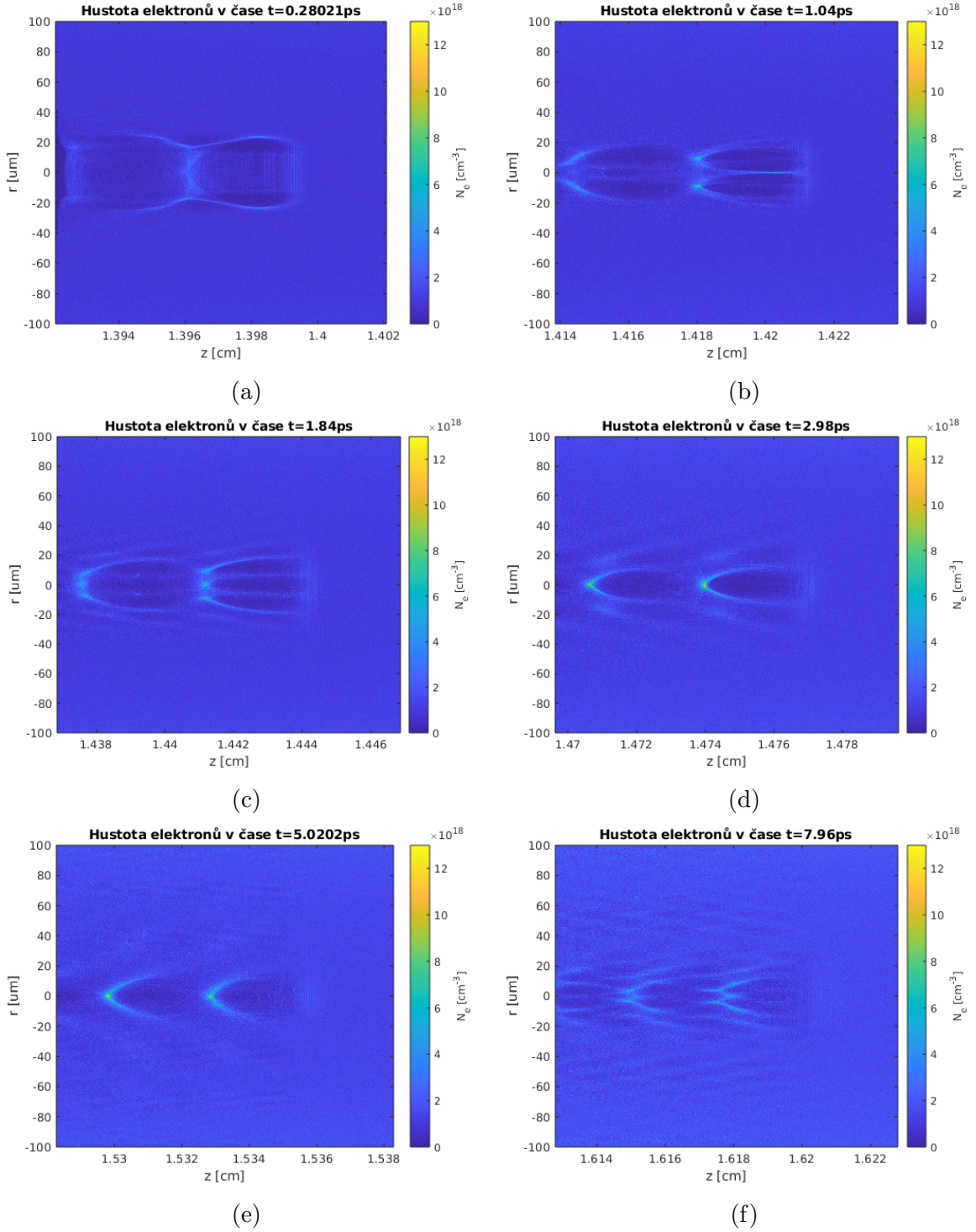
Rozložení hustoty v různých časech jsem zobrazila pomocí barevné mapy na Obr. 27. Laserový pulz se, vlivem nelineárních dějů, zničí dřív, než doletí do kanálu a dokonce i dřív, než narazí na pík atomů vodíku. V takové experimentální soustavě nedochází ke tvorbě brázdrového pole a proto jsem provedla několik dalších simulací, abych mohla studovat podmínky vzniku plazmové vlny a urychlování elektronů.



Obr. 27: Rozložení hustoty pro různé časy simulace 1.

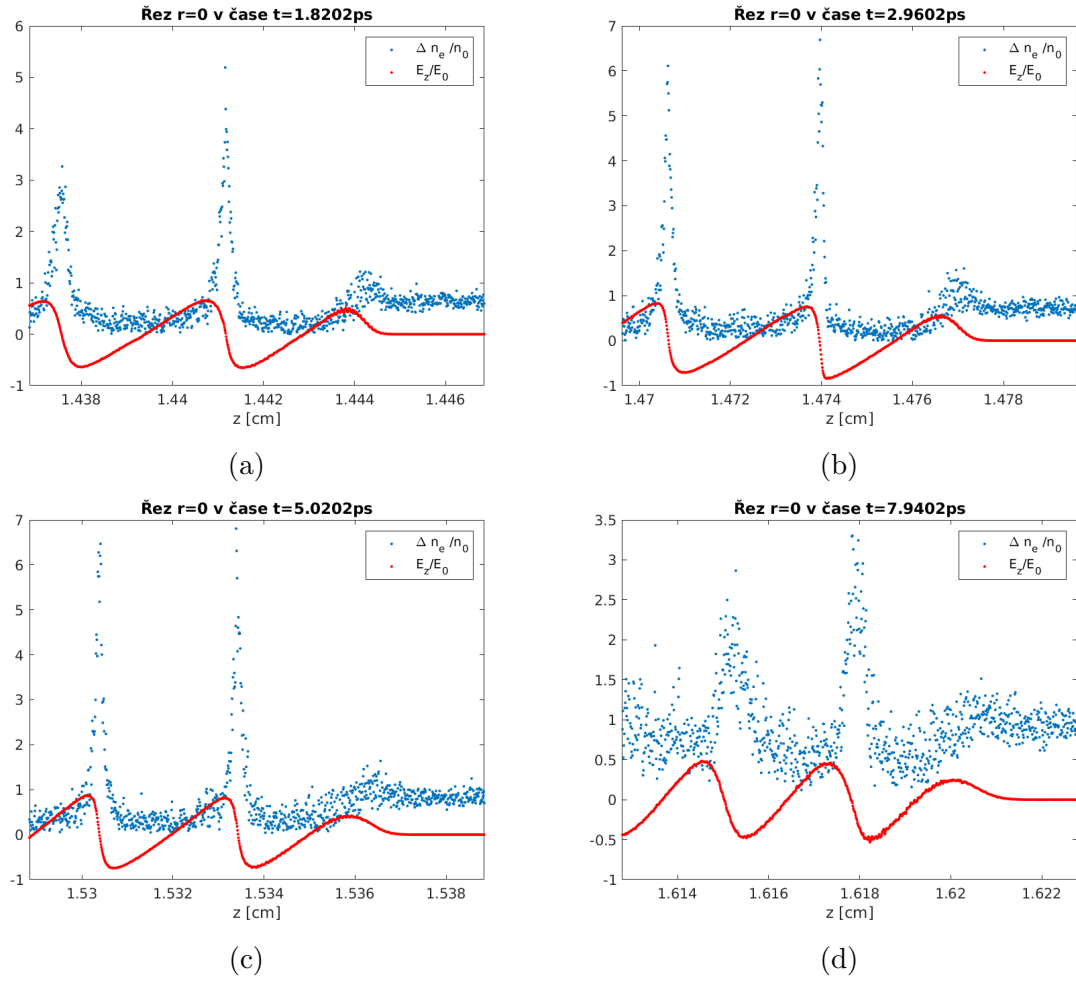
Simulace 2

Rozložení hustoty v různých časech je zobrazeno na Obr. 28, na grafech je dobře vidět vznik a zánik brázdrového pole a také vznik svazku elektronů. Svazek elektronů se začíná formovat v bodě $z = 1.44\text{cm}$ a čase $t = 1.78\text{ps}$.



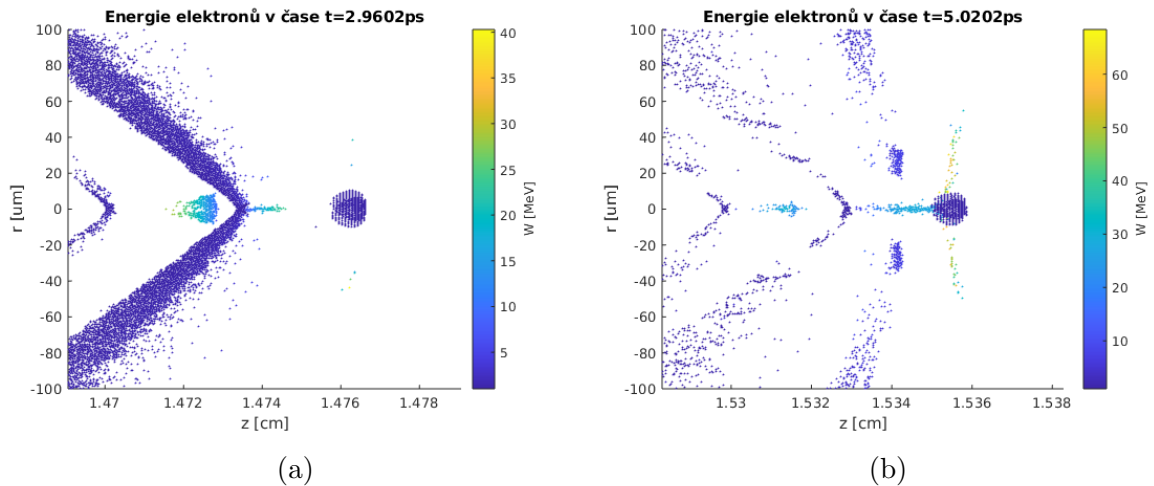
Obr. 28: Rozložení hustoty pro různé časy simulace 2.

Na Obr. 29 jsem vykreslila hustotní poměr $\Delta n_e/n_0$ a poměr E_z/E_0 pro elektrické pole pro řez plochou $r = 0$ v časech $t = 1.82\text{ps}$, $t = 2.96\text{ps}$, $t = 5.02\text{ps}$ a $t = 7.94\text{ps}$. Nulovou hustotu jsem určila pomocí největší hodnoty parametru a SuperGaussové funkce v $r = 0$, což dává $n_0 = 1.6 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$ a nerelativistické přelomové pole pomocí (41) činí $E_0 = 1.2\text{GV/cm}$.



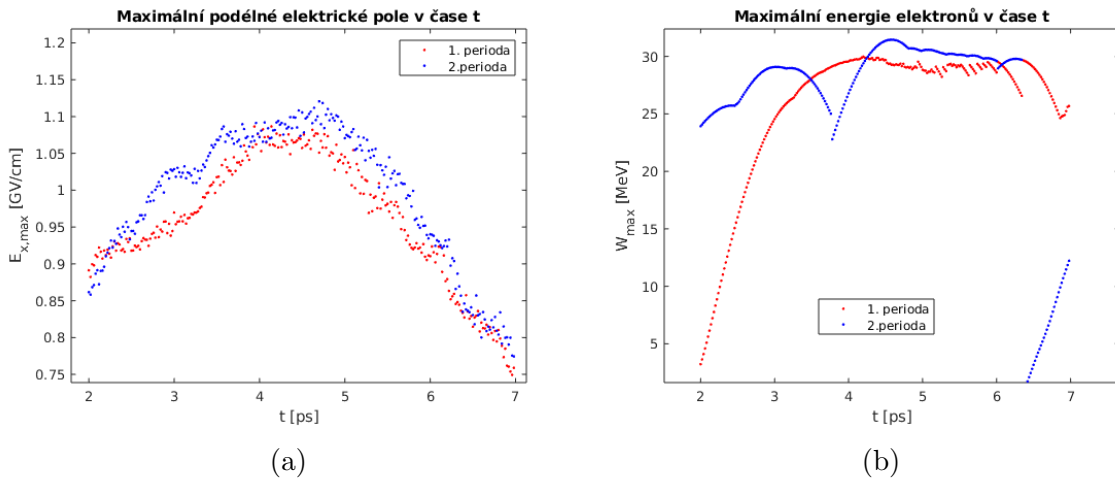
Obr. 29: Hustota $\Delta n_e/n_0$ a elektrické pole E_z/E_0 v $r = 0$ v různých časech simulace 2.

Ze vztahu (83) jsem pro každý elektron spočítala energie. Na Obr. 30 jsou mapy rozložení energií nad 1MeV pro časy $t = 2.96ps$ a $t = 4.96ps$.



Obr. 30: Rozložení energií elektronů v časech $t = 2.96ps$ a $t = 4.96ps$ pro 2. simulaci.

Pro vyhodnocení tvorby a urychlení svazku elektronů jsem se nejdřív omezila na zpracování dat v intervalu $z = 1.44\text{cm}$ až $z = 1.59\text{cm}$ a časy $t = 2.02\text{ps}$ až $t = 7.02\text{ps}$, pro každý soubor jsem se omezila na data ležící za laserovým pulzem a v $|r| < 10\mu\text{m}$. Určila jsem maxima podélného elektrického pole $E_{z,\text{max}}$ pro každý vybraný set dat zvláště v první a druhé periodě plazmové vlny. Na Obr. 31a jsou vykresleny hodnoty $E_{z,\text{max}}$ v závislosti na čase, je vidět, že podélné elektrické pole ve druhé periodě vlny je skoro vždy větší než v první. Největší dosažené pole v 1. periodě plazmové vlně ve vybraném časovém úseku činí $E_{z,\text{max}} = 1.09\text{GV/cm}$ a odpovídá času $t = 4.14\text{ps}$, ve 2. periodě je $E_{z,\text{max}} = 1.12\text{GV/cm}$ v čase $t = 4.7\text{ps}$. Také jsem určila maximální dosažené energie elektronů $W_{i,\text{max}}$ pro každou periodu plazmové vlny v závislosti na čase a vynesla na Obr. 31b. Ke maximální energii $W_{i,\text{max}} = 31.45\text{MeV}$ dochází v druhé periodě v čase $t = 4.58\text{ps}$.

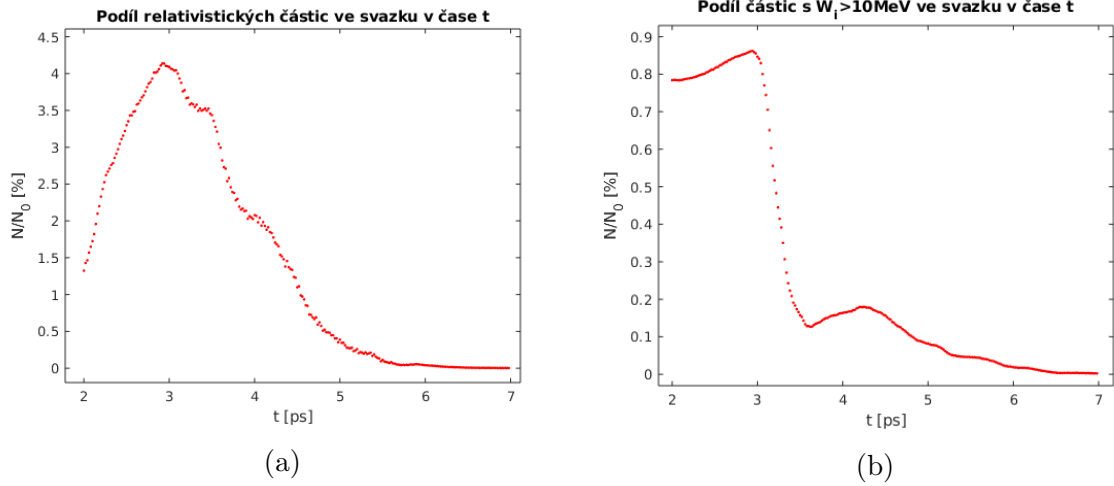


Obr. 31: Maximální podélné elektrické pole $E_{z,\text{max}}$ a energie elektronů $W_{i,\text{max}}$ v závislosti na čase.

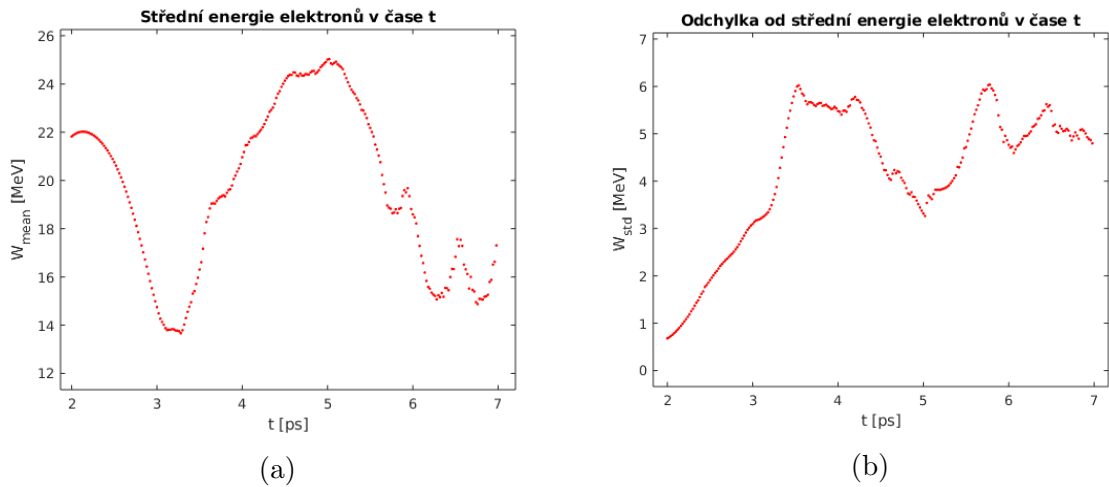
Dál jsem se pro vyhodnocení parametrů svazku omezila na elektrony s energií větší 10MeV . Na Obr. 32 jsou vykresleny podíly relativistických elektronů ($W_i > 1\text{MeV}$) a elektronů s $W_i > 10\text{MeV}$ na celkovém počtu částic ve zkoumané oblasti v závislosti na čase. Maximální podíl elektronů s $W_i > 10\text{MeV}$ je 0.9% v čase $t = 2.94\text{ps}$.

Vypočítala jsem střední energie a její odchylku ve svazku pro každé t , znázornění je na Obr. 33. Určila jsem maximální dosaženou střední energii $W_{\text{mean}} = 25.03\text{MeV}$, ke které došlo v čase $t = 5.02\text{ps}$, na Obr. 34 je mapa rozložení energií ve studovaném svazku a histogram energií v tomto čase.

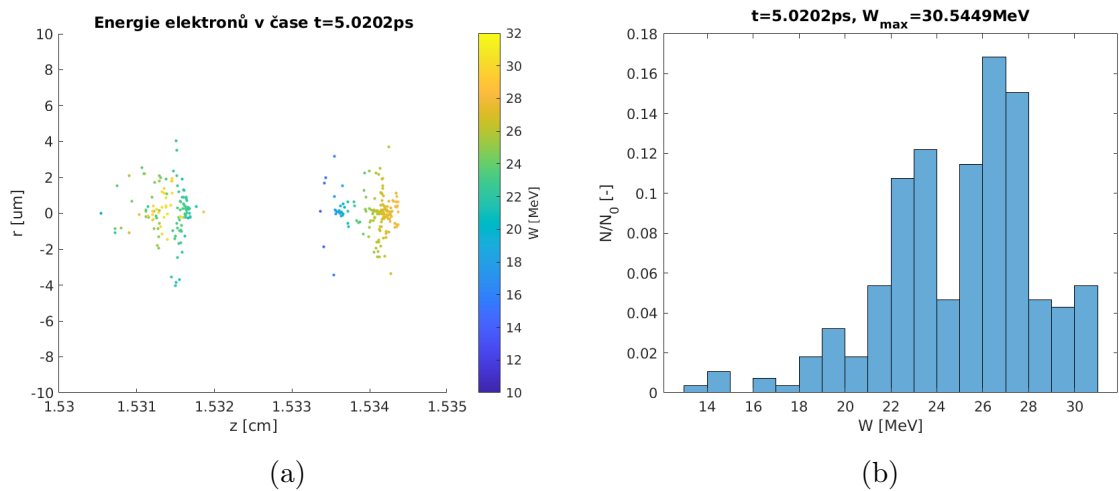
Ze získaných dat je vidět, že na začátku simulace se brázdové pole rozdělí na dvě části pronásledující laser, což je vyvoláno absencí gradientu intenzity ve středu SuperGaussovského profilu laseru, ale po průběhu 2ps dojde k vytvoření jedné plazmové vlny a vzniku elektronového svazku. Rostoucí podélné elektrické pole vede k urychlení svazku elektronů a jeho šíření po době 1ps , ale po 5ps vedou nelineární efekty ke rozbití pulzu, kvůli čemuž klesne podélné elektrické pole, svazek se zpomaluje a zaniká. Plazmový kanál v tomto případě laserový pulz nevede.



Obr. 32: Podíl elektronů s $W_i > 1\text{MeV}$ a $W_i > 10\text{MeV}$ na celkovém počtu částic v t .



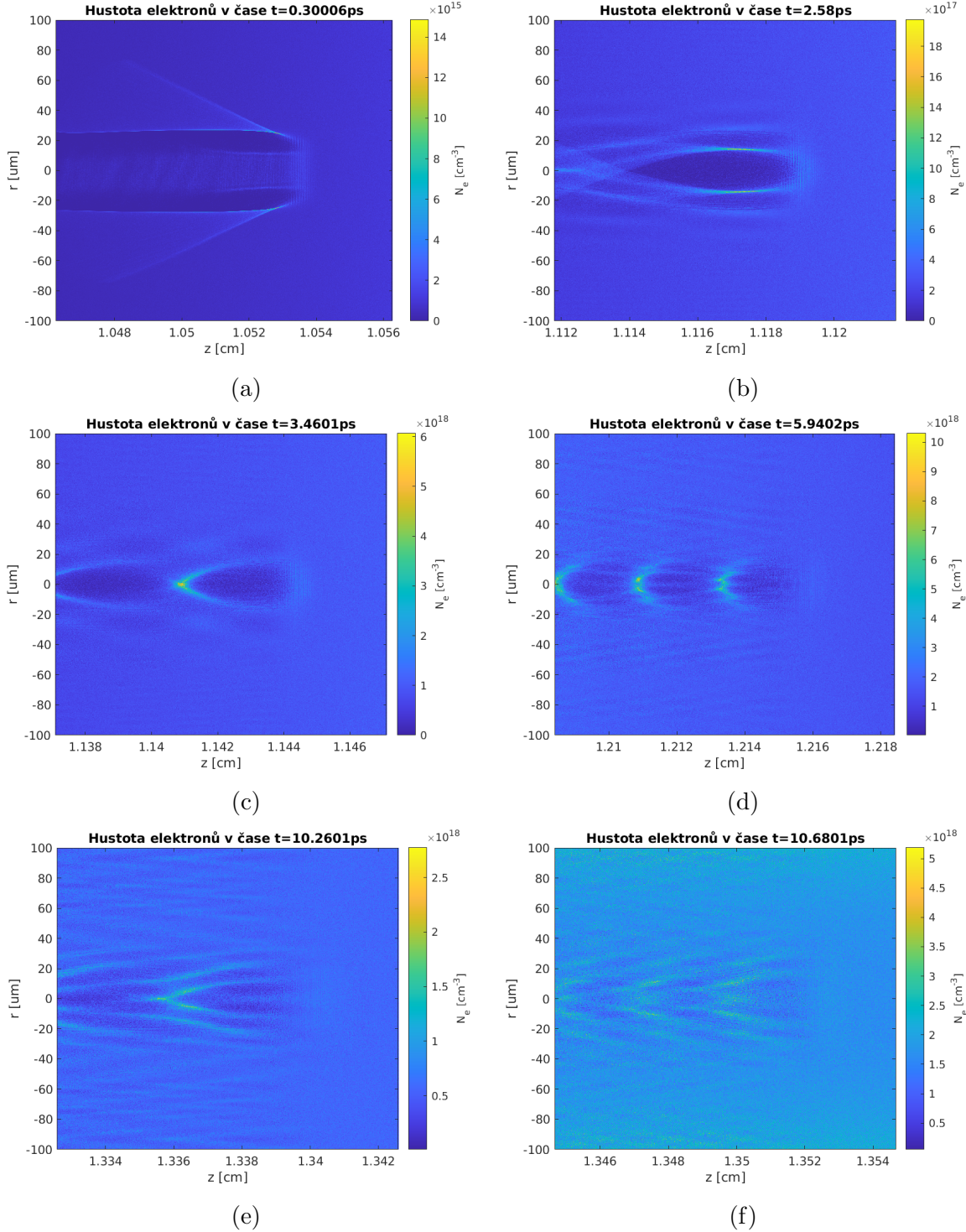
Obr. 33: Střední energie W_{mean} a její odchyłka W_{std} v závislosti na čase t .



Obr. 34: Mapa a histogram energie v čase $t = 5.02\text{ps}$.

Simulace 3

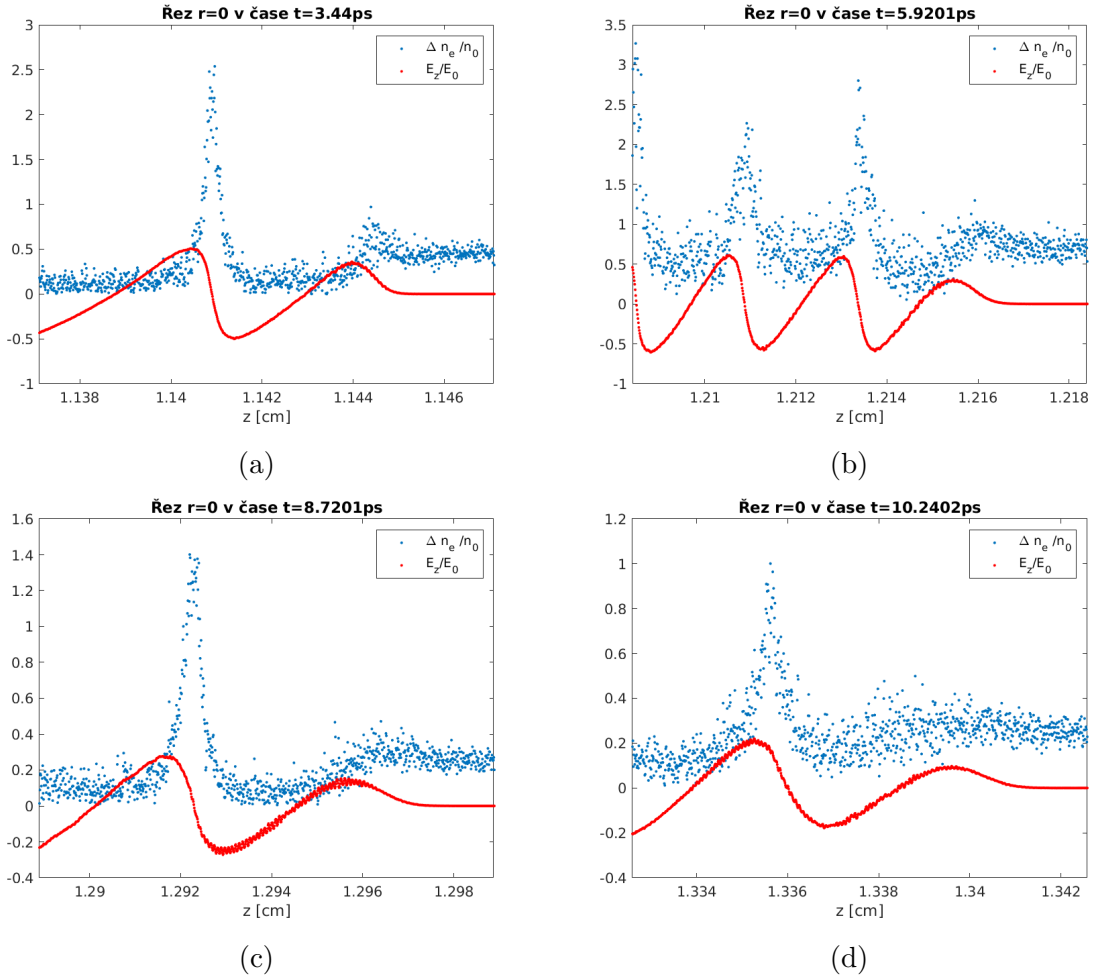
Na Obr. 35 jsou mapy hustoty elektronů pro vybrané časy třetí simulace. Na píku hustoty vzniká brázdové pole a vytváří se svazek elektronů. Pro podrobnější studium jsem zvolila data v časech $t = 2.58\text{ps}$ až $t = 10.26\text{ps}$.



Obr. 35: Rozložení hustoty pro různé časy simulace 3.

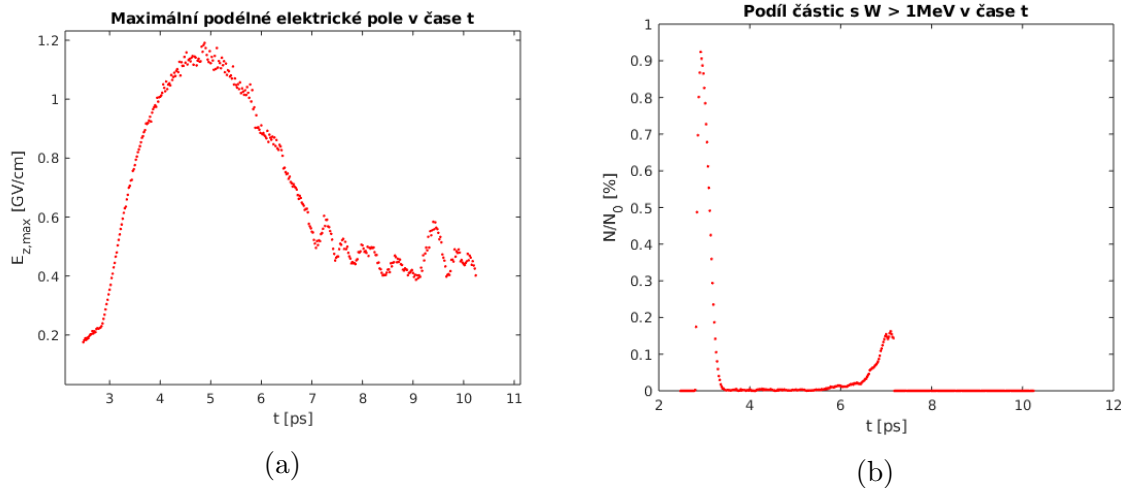
Hustotní poměr $\Delta n_e/n_0$ a poměr E_z/E_0 pro elektrické pole v řezu plochou $r = 0$ jsou

znázorněny na Obr. 36, hustota je $n_0 = 2.2 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ a nerelativistické přelomové pole potom nabývá hodnoty $E_0 = 1.4 \text{GV/cm}$.

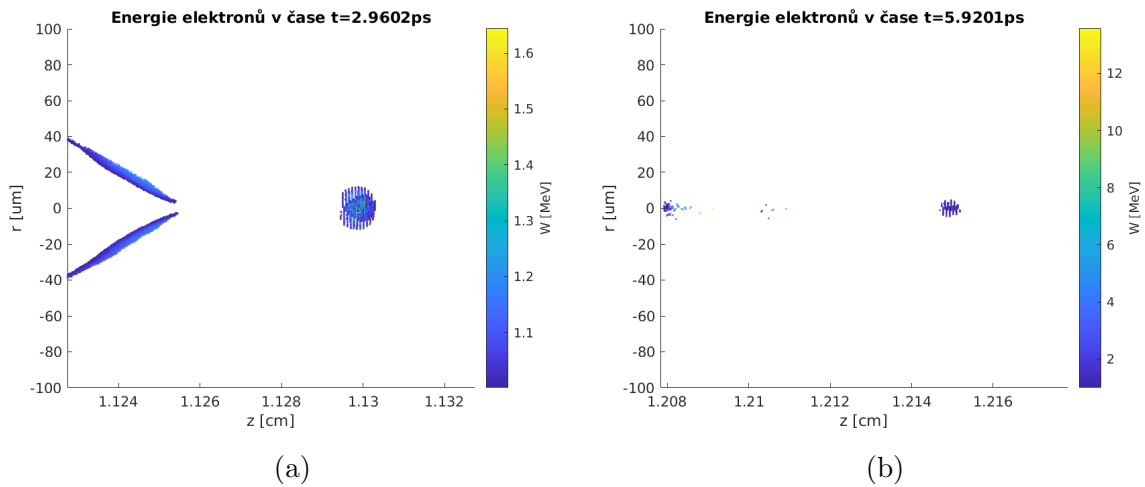


Obr. 36: Hustota $\Delta n_e/n_0$ a elektrické pole E_z/E_0 v $r = 0$ v různých časech simulace 3.

Závislost maximálního podélného pole na čase je na Obr. 37a, ke maximální hodnotě $E_{z,\text{max}} = 1.19 \text{GV/cm}$ dochází v čase $t = 4.88 \text{ps}$. I když podélné elektrické pole dosahuje srovnatelně velkých hodnot, jako v předchozí simulaci, elektrony nenabývají stejně velkých energií, což může být vyvoláno tím, že se vlnová délka brázdového pole neustále mění a dochází k defázování elektronů. Na Obr 37b. je znázorněna časová závislost podílu elektronů s relativistickou energií ($W_i > 1 \text{MeV}$), maximální počet relativistických elektronů je v čase $t = 5.92 \text{ps}$. Při určení energií jsem brala do úvahy pouze elektrony ležící v plazmové vlně ($|r| < 20 \mu\text{m}$) za laserovým pulzem. Na Obr. 38 jsou mapy rozložení energií nad 1MeV pro časy $t = 2.96 \text{ps}$ a $t = 5.92 \text{ps}$.



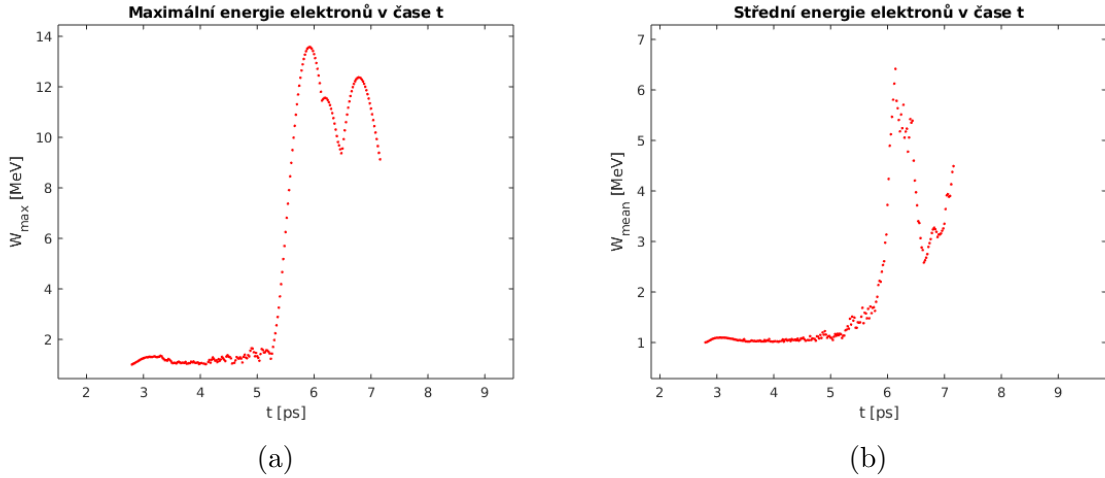
Obr. 37: Časová závislost $E_{z,\max}$ a podílu relativistických elektronů ($W_i > 1\text{MeV}$).



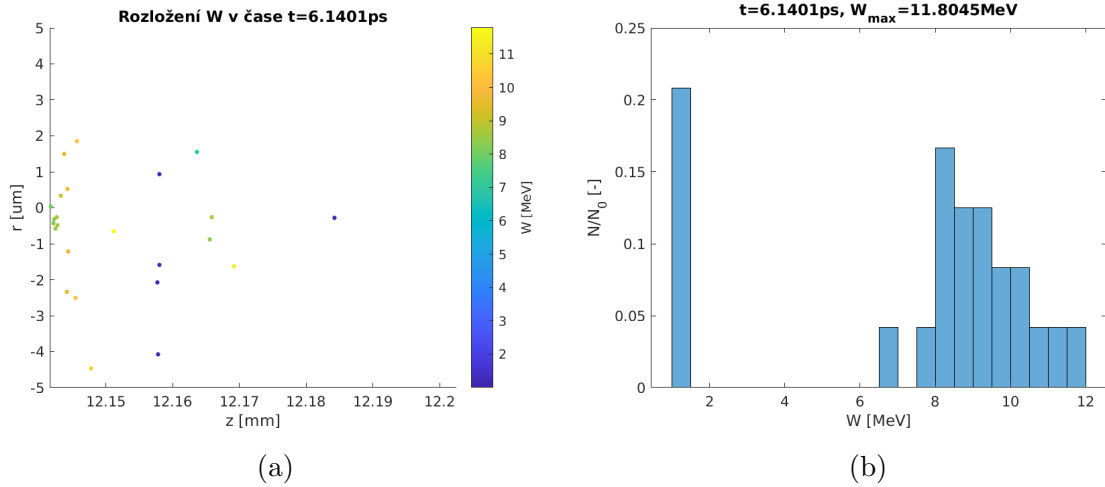
Obr. 38: Rozložení energií elektronů v časech $t = 2.96\text{ps}$ a $t = 5.92\text{ps}$ pro 3. simulaci.

Na Obr. 39 jsem vykreslila časovou závislost maximální dosažené a střední energie elektronů. Ke maximální dosažené energii $W_{i,\max} = 13.58\text{MeV}$ dochází v čase $t = 5.92\text{ps}$, ke maximální střední $W_{\text{mean}} = 6.42\text{MeV}$ dochází v čase $t = 6.14\text{ps}$. Na Obr. 40 je mapa rozložení energií ve studovaném svazku a histogram energií v čase největší střední energie.

Z výsledků vidíme, že se v soustavě vytvoří plazmová vlna, vlnová délka které na začátku, kvůli nárůstu hustoty, klesá, a po dosažení maxima hustoty píku, roste. Během šíření vlny dochází k tvorbě svazku, ale kvůli tomu, že parametry vlny se neustále mění a podélné elektrické pole se neustálí, elektrony nejsou urychlené. Přechodem do plazmového kanálu, kvůli prudkému nárůstu hustoty, laserový pulz zanikne a dojde ke úplnému zničení brázdového pole a svazku elektronů.



Obr. 39: Časová závislost $E_{z,\max}$ a podílu relativistických elektronů ($W_i > 1\text{MeV}$).

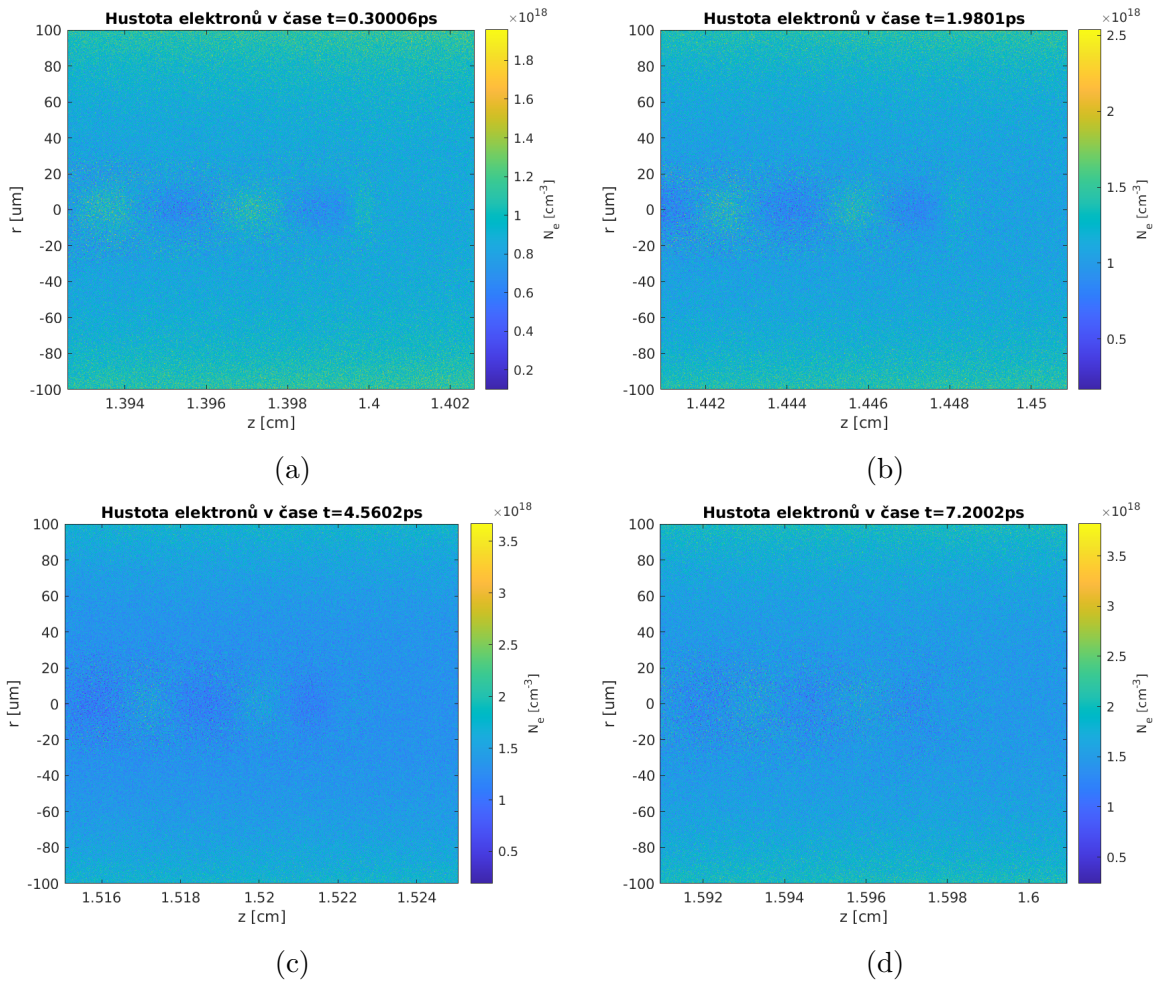


Obr. 40: Mapa a histogram energie v čase $t = 6.14\text{ps}$.

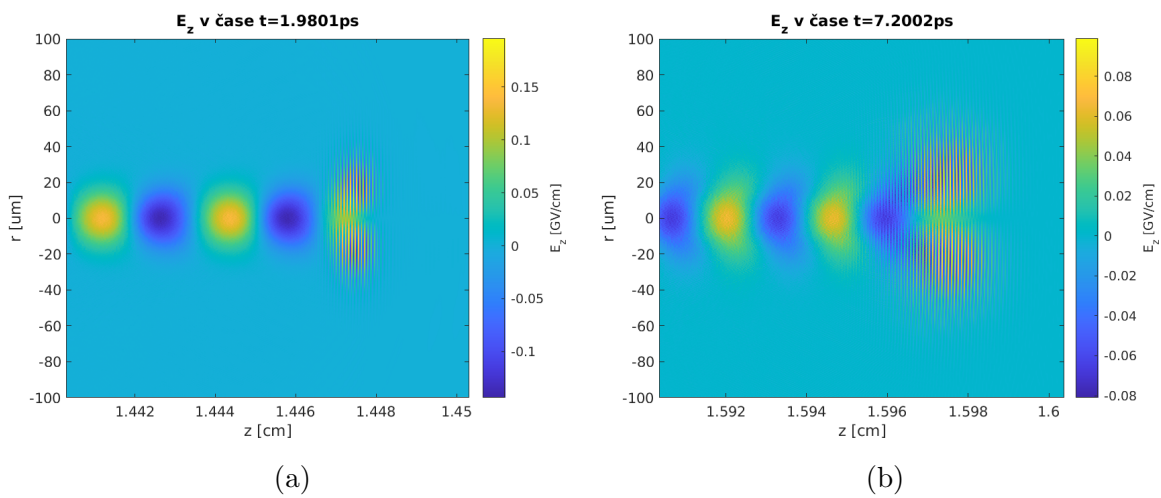
Simulace 4

Na Obr. 41 jsou představeny mapy rozložení hustoty 4. simulace, je vidět, že ke tvorbě brázdového pole dochází hned na začátku šíření laseru. Také jsem pro přehlednost vykreslila na Obr. 42 mapy podélného elektrického pole ve dvou časech $t = 1.98\text{ps}$ a $t = 7.2\text{ps}$.

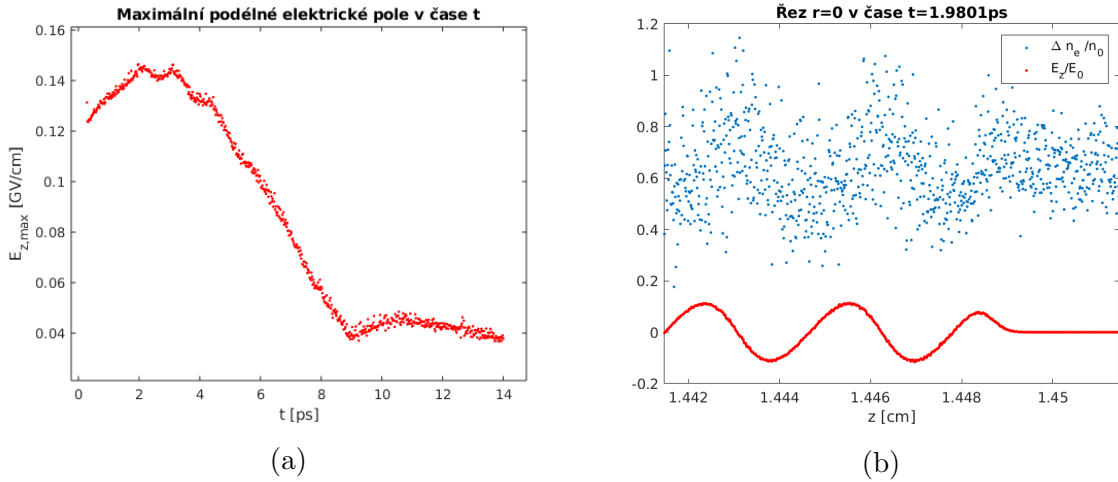
Dále jsem pro data ležící za laserovým pulzem v brázdovém poli ($|r| < 20\mu\text{m}$) určila maximální podélné elektrické pole $E_{z,\max}$ v závislosti na čase, a vynesla jsem ji na Obr. 43a. Největší dosažená hodnota je $E_{z,\max} = 0.15\text{GV/cm}$, která odpovídá času $t = 1.98\text{ps}$, Obr. 43b znázorňuje poměry $\Delta n_e/n_0$ a E_z/E_0 pro řez plochou $r = 0$ pro tento čas, konstanty jsou $n_0 = 1.64 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$, $E_0 = 1.23\text{GV/cm}$.



Obr. 41: Rozložení hustoty elektronů pro různé časy simulace 4.



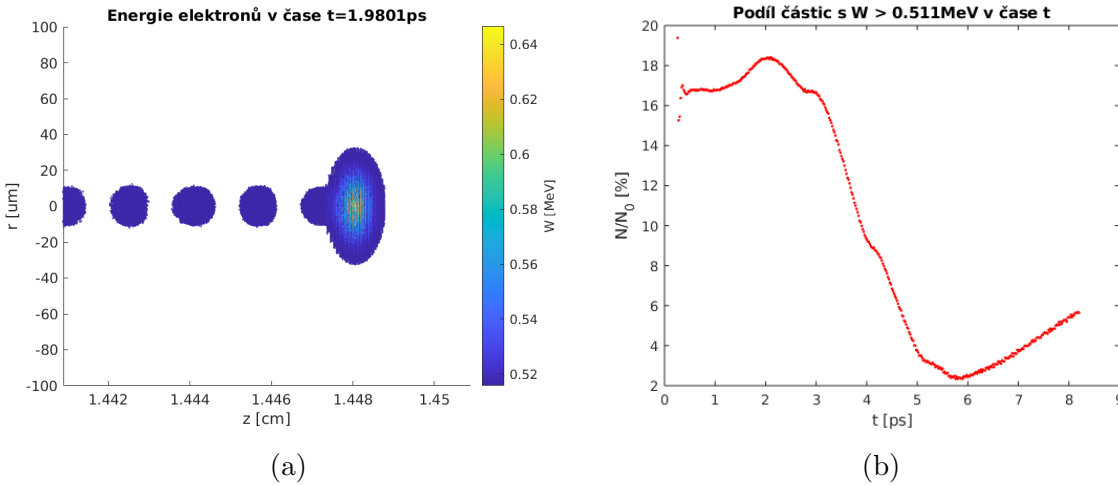
Obr. 42: Rozložení podélného elektrického pole E_z pro různé časy simulace 4.



Obr. 43: Podélné elektrické pole $E_{z,\max}$ v závislosti na t a poměry $\Delta n_e/n_0$ a E_z/E_0 pro řez plochou $r = 0$ v čase $t = 1.98\text{ps}$.

Vypočítala jsem energie elektronů a dospěla jsem k výsledku, že v brázdovém poli se relativistické elektrony nevyskytují. Laser má dostatečnou intenzitu na vybuzení plazmové vlny, ale moc malou na to, aby věděl vytvořit větší gradienty elektrického pole a aby mohlo dojít ke vytvoření a urychlení svazku elektronů.

Na Obr. 44a jsem vykreslila rozložení energií větší klidové ($W_i \geq 0.512\text{MeV}$) v celém prostoru v čase největšího podélného elektrického pole $t = 1.98\text{ps}$, na Obr. 44b je časovou závislost podílu elektronů s $W_i \geq 0.512\text{MeV}$ na celkovém počtu v plazmové vlně ($|r| < 20\mu\text{m}$).

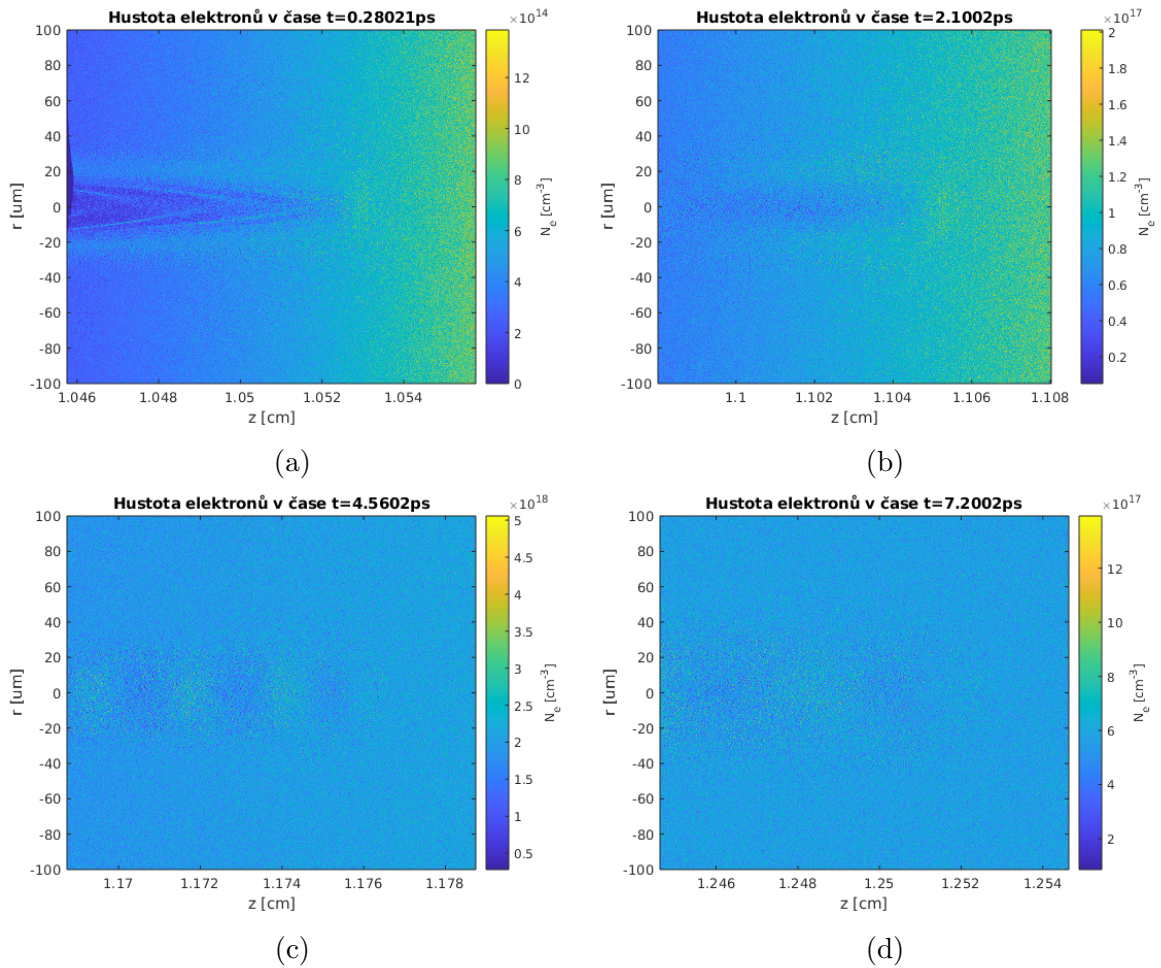


Obr. 44: Rozložení energií elektronů $W_i \geq 0.512\text{MeV}$ v čase $t = 1.98\text{ps}$ a časová závislost podílu těchto elektronů na celkovém počtu v brázdovém poli.

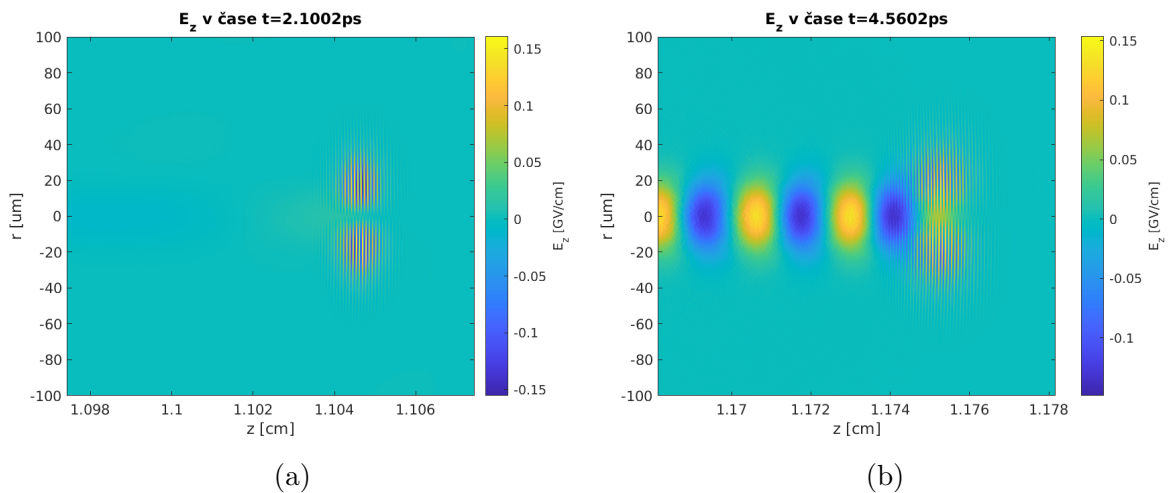
Simulace 5

Rozložení hustoty pro různé časy je na Obr. 45. V této simulované soustavě dochází ke tvorbě brázdového pole, ale intenzita laseru není dostatečně vysoká, aby došlo i ke

tvorbě a urychlení svazku elektronů. Na Obr. 46 jsou představeny mapy rozložení podélného elektrického pole před vznikem plazmové vlny a také během její propagace.

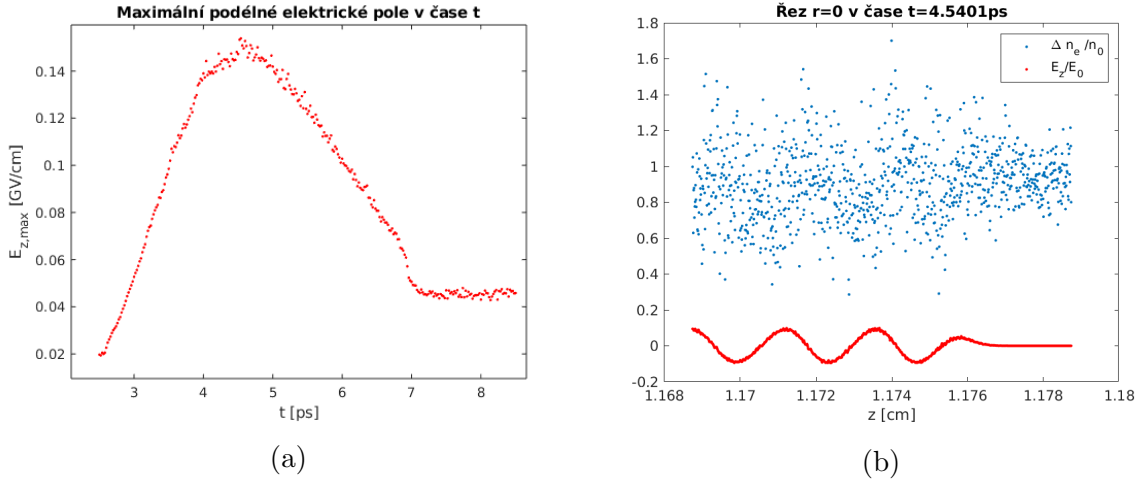


Obr. 45: Rozložení hustoty pro různé časy simulace 5.



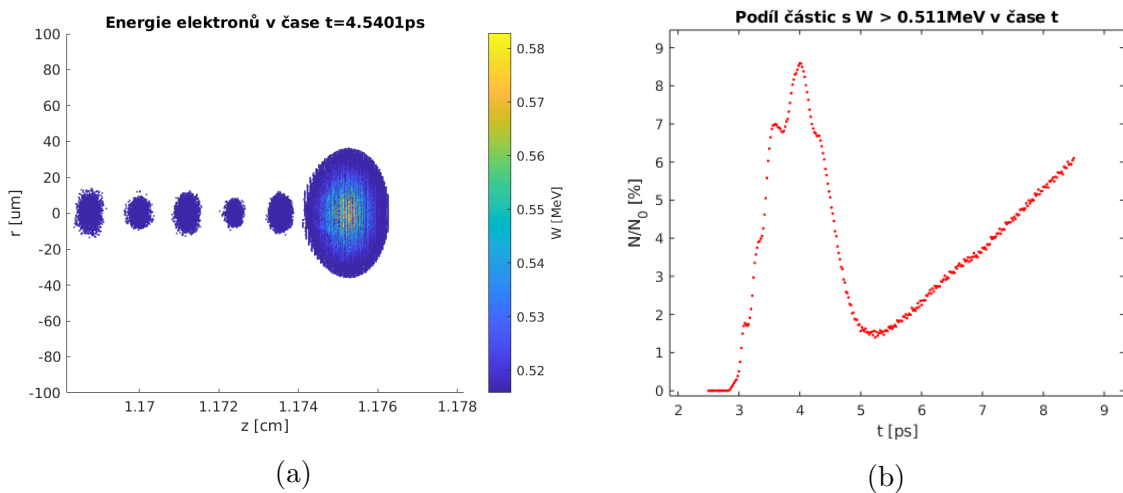
Obr. 46: Rozložení podélného elektrického pole E_z pro různé časy simulace 5.

Dále jsem zpracovávala data v časovém úseku, odpovídajícímu vzniku a šíření plazmové vlny, $t = 2.52\text{ps}$ až $t = 8.52\text{ps}$, prostorově jsem volila data ležící za laserovým pulzem a v $|r| < 20\mu\text{m}$. Určila jsem největší podélné elektrické pole v závislosti na čase (Obr. 47a), v čase $t = 4.54\text{ps}$ dochází ke maximální hodnotě $E_{z,\text{max}} = 0.15\text{GV/cm}$, na Obr. 47b jsou znázorněny poměry $\Delta n_e/n_0$ a E_z/E_0 pro řez plochou $r = 0$ v tomto čase ($n_0 = 2.2 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$, $E_0 = 1.4\text{GV/cm}$).



Obr. 47: Podélné elektrické pole $E_{z,\text{max}}$ v závislosti na t a poměry $\Delta n_e/n_0$ a E_z/E_0 pro řez plochou $r = 0$ v čase $t = 4.54\text{ps}$.

Ze vztahu (83) jsem spočítala energie, ve brázdovém poli se nevyskytují relativistické elektrony s energií větší 1MeV. Pro porozumění rozsahu energií elektronů jsem na Obr. 48a vykreslila rozložení energií větší klidové ($W_i \geq 0.512\text{MeV}$) v celém prostoru v čase největšího podélného elektrického pole $t = 4.54\text{ps}$. Také jsem na Obr. 48b vynesla časovou závislost podílu takových elektronů na celkovém počtu v plazmové vlně ($|r| < 20\mu\text{m}$).



Obr. 48: Rozložení energií elektronů $W_i \geq 0.512\text{MeV}$ v čase $t = 4.54\text{ps}$ a časová závislost podílu těchto elektronů na celkovém počtu v brázdovém poli.

Ze zpracování výsledků 5. simulace je jasné, že ke záchytu elektronů v urychlovacím podélném elektrickém poli nedospívá a relativistické elektrony se v prostoru nevyskytují.

Závěr

Na začátku práce jsem předvedla teoretické pojmy potřebné pro vykonání zadání. V první kapitole jsem popsala proces šíření laserového pulzu plazmatem, vznikající během toho děje a také mechanismus urychlování elektronů v brázdovém poli laseru. Provedla jsem rešerši problematiky vedení laserového pulzu pomocí plazmového kanálu v kapiláře a také stručně uvedla způsoby vstřikování elektronů. Ve druhé kapitole jsem rozepsala princip numerické výpočetní metody Particle-In-Cell, včetně základního cyklu a podmínek stability. Dále jsem představila EPOCH kód, který jsem použila pro provedení simulací.

Součástí úlohy bylo zpracování výsledku MagnetoHydroDynamické simulace elektrického výboje v kapiláře plněné vodíkem. Úpravu dat jsem prováděla V Python, v příloze (6) je udán můj kód pro zpracování, podrobný popis procesu jsem uvedla v třetí kapitole. Ve výsledku jsem obdržela analytické funkce popisující profil hustoty elektronů a atomů vodíku uvnitř kapiláry, které jsem použila pro vstup svých simulací.

Simulační soustavu jsem představila ve čtvrté kapitole, rozepsala jsem volbu parametrů vstupního souboru simulace **input.deck**. Jelikož ve výsledku první provedené simulace kapiláry s rozložením hustot podle MHD došlo ke rychlému zániku laserového pulzu a brázdové pole nevzniklo, provedla jsem několik dalších simulací. Uvažovala jsem plnou ionizaci plazmatu uvnitř kapiláry za předpokladu, že se hustotní profil elektronů (ionizací) změní maximálně o hodnoty ležící v rozmezí chyb aproximace celkové hustoty prostředí ze MHD simulace analytickými funkcemi. Také jsem upravovala vstupní parametry laseru a počáteční bod simulace. Celkově jsem provedla 5 simulací. V příloze (7) je vstupní soubor s parametry první simulace. Zpracování výsledků jsem popsala v poslední kapitole a v příloze (8) je Matlab skript pro analýzu energie elektronů.

Cílem této práce bylo zjistit, jestli kapilára plněná vodíkem vede laserový pulz a také jestli dochází ke vstřikování elektronů na píku hustoty atomu H vzniklému vlastností navrhované kapiláry. Z výsledků první simulace (Obr. 27) vidíme, že v kapiláře s hustotním profilem dle MHD simulace dochází ke zániku laserového pulzu dříve, než se tento pulz dostane do píku atomů vodíku a ke tvorbě brázdového pole nedochází vůbec. Předpokládala jsem, že zánik může být vyvolán vznikem nestabilit, které mohly být způsobeny velkým gradientem SuperGaussovského profilu na okrajích pulzu a také ionizací prostředí, kvůli přítomnosti atomů vodíku.

V 2. simulace jsem namodelovala šíření laseru s $I = 10^{19}\text{W}/\text{cm}^2$ a superGauss prostorovým profilem v plně ionizovaném plazmovém kanálu, z výsledků (Obr. 28, Obr. 30 a Obr. 32) je vidět, že vzniká jak brázdové pole, tak i svazek elektronů se střední energií 25.03MeV a maximální dosažené 31.45MeV, ale vlivem nestabilit po 7ps dospívá ke změně vlastností laserového pulzu do takové míry, že zaniká brázdové pole. V následující 3. simulaci jsem studovala vstřikování elektronů, přidáním Gaussovského píku hustoty elektronů před plazmový kanál. Výsledek ukázal, že na hustotním píku vzniká svazek elektronů, ale ještě před dosažením plazmového kanálu dochází ke postupnému zániku laseru (Obr. 35).

Ke předčasnému zániku laserového pulzu dochází vznikem nestabilit, které můžou být vyvolané velkou intenzitou laseru a také jeho prostorovým profilem. V následujících simulacích jsem namodelovala stejné prostředí, ale laserový pulz jsem zaměnila na méně

intenzivní $I = 1.5 \cdot 10^{18} \text{W/cm}^2$ s Gaussovým prostorovým profilem. Ze simulace 4 vidíme, že v plazmovém kanálu vzniká šířením laseru brázdové pole, ale podélné elektrické pole není dostatečně vysoké, aby došlo ke tvorbě a urychlení svazku elektronů. Po 12ps dochází ke zániku brázdového pole, kvůli difrakci laserového pulzu, z čehož můžu dospět k výsledku, že plazmový kanál v kapiláře pulz nevede. V poslední simulaci jsem studovala chování soustavy při přidání píku elektronové hustoty před plazmovým kanálem. Stejně jako v předchozím případě, se vytvořilo brázdové pole, ale svazek elektronů nevznikl.

Aby v soustavě došlo i ke tvorbě elektronového svazku, musí být intenzita laseru vyšší než $I = 1.5 \cdot 10^{18} \text{W/cm}^2$, ale nemůže přesahovat hodnotu $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$, kvůli výskytu kritických nestabilit. Šíření laserového pulzu plazmatem je komplexní nelineární proces, který záleží na velkém počtu parametrů. Časová náročnost simulace kapiláry omezuje parametrizaci soustavy, kvůli čemuž jsem v rámci této práce nedospěla k optimálnímu nastavení počátečních podmínek systému. Pro stanovení těchto podmínek musejí být provedené další simulace.

Energetický zisk elektronu se udává pomocí vztahu (56), ze kterého je jasné, že obdržet větší energii elektronů je možné buď zvětšením hodnoty podélného elektrického pole nebo urychlovací délky. Maximální elektrické pole pro lineárně polarizovaný laser s intenzitou $I = 10^{19} \text{W/cm}^2$ v plazmatu s hustotou elektronů $n_0 = 1.6 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ je $E_{\max} \approx 1.57 \text{GV/cm}$. Ve druhé simulace, kde se intenzivní laser šířil plně ionizovaným plazmovým kanálem, jsem obdržela největší podélné elektrické pole $E_{z,\max} = 1.12 \text{GV/cm}$ a energetický zisk $\Delta W_{i,\max} = 30.94 \text{MeV}$. Je k pozorování, že podélné elektrické pole se nepřiblížilo maximální možné hodnotě, což se dle mého názoru stalo kvůli předčasnému zničení laserového pulzu, které je vyvoláno převážně jeho difrakcí. Aby bylo možné získat energie 100MeV musí být zvětšená interakční délka laseru s plazmatem, což můžeme dosáhnout např. změnou beam waist w pulzu nebo také korekcí parametrů plazmového kanálu. Odpovídající poloměr w_M z rovnice (61) pro daný plazmový kanál činí $w_M = 39 \mu\text{m}$ ($r_{ch} = 100 \mu\text{m}$, $\Delta N_e = 2.15 - 1.64 = 0.51 \text{cm}^{-3}$) a krček simulovaného pulzu je $w = 25 \mu\text{m}$, chceme-li dostat odpovídající poloměr $w_M = 25 \mu\text{m}$, musíme změnit přírůst hustoty na hodnotu $\Delta N_e = 0.796 \text{cm}^{-3}$. Alternativně může být zvětšen krček laserového pulzu na $w = 39 \mu\text{m}$. Provedením jedné z těchto změn, zmenšíme difrakci pulzu a může být zvětšená délka šíření laseru v plazmatu. Dosáhneme-li v brázdovém poli největší možné podélné pole $E_{\max} \approx 1.57 \text{GV/cm}$, potom získáme elektrony s energií 100MeV na vzdálenosti $L_{\text{acc}} = 0.064 \text{cm}$.

Použitá literatura

Použitá literatura

- [1] KULHÁNEK, Petr. *Úvod do teorie plazmatu*. Praha: AGA, 2011. ISBN 978-80-904582-2-2.
- [2] LAWSON, John David. Lasers and accelerators. *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 1979, NS-26(3), 4217-4219.
- [3] TAJIMA, T. a DAWSON, John M.. Laser Electron Accelerator. *Physical Review Letters*. 1979, 43(4), 267-270.
- [4] RP Photonics Encyclopedia. *Gaussian Beams*. [online]. [cit.9.3.2021] Dostupné z https://www.rp-photonics.com/gaussian_beams.html
- [5] WikipediA, The Free Encyclopedia. *Gaussian Beams*. [online]. [cit.30.4.2021] Dostupné z https://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_beam
- [6] RP Photonics Encyclopedia. *Flat-top Beams*. [online]. [cit.9.3.2021] Dostupné z https://www.rp-photonics.com/flat_top_beams.html
- [7] CROS, B. Laser-Driven plasma wakefield: propagation effects. In: Proceedings of the CAS-CERN Accelerator School: Plasma Wake Acceleration. Ženeva: CERN, 2014, s. 207-230. ISSN 0007-8328.
- [8] MORI, W.B. The physics of the nonlinear optics of plasmas at relativistic intensities for short-pulse lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1997, 33(11), 1942-1953. ISSN 0018-9197.
- [9] HOOKER, S.M. Developments in laser-driven plasma accelerators. *Nature Photonics*. 2013, 7(10), 775–782.
- [10] ESAREY, Eric, SPRANGLE, Phillip, KRALL, Jonathan a TING, Antonio. Overview of plasma-based accelerator concepts. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 1996, 24(2), 252-288. ISSN 0093-3813.
- [11] SCHLENVOIGT, Hans-Peter, JACKEL, Oliver, PFOTENHSUER, Sebastian a KALUZA, Malte. Laser-based Particle Acceleration. In: *Advances in Solid-State Lasers: Development and Applications*. Chorvatsko: INTECH, Únor 2010, 565-608. ISBN 978-953-7619-800.
- [12] ESAREY, Eric, SCHROEDER, Carl a LEEMANS, Wim. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators. *Reviews of Modern Physics*. 2009, 81(3), 1229-1285. ISSN 0034-6861.
- [13] PUKHOV, A. a MEYER-TER-VEHN, J.. Laser wake field acceleration: The highly non-linear broken-wave regime. *Applied Physics B: Lasers and Optics*. 2002, 74(4-5), 355-361. ISSN 0946-2171.

- [14] BULANOV, S.V., PEGORARO, F., PUKHOV, A.M. a SAKHAROV, A.S.. Transverse-wake wave breaking. *Physical Review Letters*. 1997, 78(22), 4205-4208. ISSN 1079-7114.
- [15] MAX, Claire Ellen, ARONS, Jonathan a LANGDON, A. Bruce. Self-modulation and self-focusing of electromagnetic waves in plasmas. *Physical Review Letters*. 1974, 33(4), 209-212. ISSN 0031-9007.
- [16] KRALL, J., TING, A., ESAREY, Eric a SPRANGLE, P. Enhanced acceleration in a self-modulated-laser wake-field accelerator. *Physical Review E*. 1993, 48(3), 2157-2161.
- [17] SUN, Guo-Zheng, OTT, Edward, LEE, Y. C. a GUZDAR, Parvez. Self-focusing of short intense pulses in plasmas. *Physics of Fluids*. 1987, 30(2), 526-532. ISSN 0031-9171.
- [18] ANDREEV, N.E., GORBUNOV, L.M., MORA, P. a RAMAZASHVILI, R.R.. Filamentation of ultrashort laser pulses propagating in tenuous plasmas. *Physics of Plasmas*. 2007, 14(8). ISSN 1070-664X.
- [19] SHADWICK, B. A., SCHROEDER, Carl. a ESAREY, Eric. Nonlinear laser energy depletion in laser-plasma accelerators. *Physics of Plasmas*. 2009, 16(5). ISSN 1070-664X.
- [20] LU, W., TZOUFRAS, M., JOSHI, C., TSUNG, F.S., MORI, W.B., VIEIRA, J., FONSECA, R.A. A SILVA, L.O.. Generating multi-GeV electron bunches using single stage laser wakefield acceleration in a 3D nonlinear regime. *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*. 2007, 10(6), 1-12. ISSN 1098-4402.
- [21] SPENCE, D.J. a HOOKER, S.M.. Investigation of a hydrogen plasma waveguide. *Physical Review E*. 2000, 63(1), 1-4. ISSN 1063-651X.
- [22] DURFEE, C.G. a MILCHBERG, H.M.. Light pipe for high intensity laser pulses. *Physical Review Letters*. 1993, 71(15), 2409-2412.
- [23] KRUSHEKNIK, K., TING, A., MOORE, C.I., BURRIS, H.R., ESAREY, E., SPRANGLE, P. A BAINE, M.. Plasma channel formation and guiding during high intensity short pulse laser plasma experiments. *Physical Review Letters*. 1997, 78(21), 4047-4050.
- [24] EHRLICH, Y., COHEN, C., ZIGLER, A., KRALL, J., SPRANGLE, P. a ESAREY, E.. Guiding of high intensity laser pulses in straight and curved plasma channel experiments. *Physical Review Letters*. 1996, 77(20), 4186-4189.
- [25] SPENCE, D.J., BUTLER, A. a HOOKER, S.M.. Guiding of High-Intensity Laser Pulses with a Hydrogen-Filled Capillary Discharge Waveguide. *Physical Review Letters*. 2002, 89(18), 20-22.
- [26] BOBROVA, N.A., ESAULOV, A.A., SAKAI, J.I., SASOROV, P.V., SPENCE, D.J., BUTLER, A., HOOKER, S.M. a BULANOV, S.V.. Simulations of a hydrogen-filled capillary discharge waveguide. *Physical Review E*. 2002, 65(1), 1-11.

- [27] ROSENBLUTH, M.N. a LIU, C.S.. Excitation of Plasma Waves by Two Laser Beams. *Physical Review Letters*. 1972, 29(11), 701-705.
- [28] CLAYTON, C.E., JOSHI, C., DARROW, C. a UMSTADTER, D..Relativistic plasma-wave excitation by collinear optical mixing. *Physical Review Letters*. 1985, 54(21), 2343-2346.
- [29] KITAGAWA, Y., MATSUMOTO, T., MINAMIHATA, T., SAWAI, K., MATSUO, K., MIMA, K., NISHIHARA, K., AZECHI, H., TANAKA, K.A., TAKABE, H. a NAKAI, S.. Beat-wave excitation of plasma wave and observation of accelerated electrons. *Physical Review Letters*. 1992, 68(1), 48-51.
- [30] GORBUNOV, V.I. a KIRSANOV, L.M.. Excitation of surface waves by an electromagnetic wave packet. *Physical Review Letters*. 1987, 66(2), 290-294. ISSN 0038-5646.
- [31] GEDDES, C.G.R., TOTH, Cs., TILBORG, J. van, ESAREY, E., SCHROEDER, C. B., BRUHWILER, D., NIETER, C., CARY, J. a LEEMANS, W. P.. High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding. *Nature*. 2004, 431, 538-541.
- [32] FAURE, J., GLINEC, A., PUKHOV, S., KISELEV, S., GORDIENKO, S., LEFEBVRE, E., ROUSSEAU, J.-P., BURGNY, F. a MALKA, V.. A laser – plasma accelerator producing monoenergetic electron beams. *Nature*. 2004, 431, 541-544.
- [33] MANGLES, S.P.D., MURPHY, C.D., NAJMUDIN, A.G.R., THOMAS, J.L., COLLIER, A.E., DANGOR, A.E., DIVALL, E.J., FOSTER, P.S., GALLACHER, J.G., HOOKER, C.J., JAROSZYNSKI, D.A., LANGLEY, A.J., MORI, W.B., NORREYS, P.A., TSUNG, F.S., VISKUP, R., WALTON, B.R. a KRUSHELNICK, K.. Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser-plasma interactions. *Nature*. 2004, 431, 538-541.
- [34] LEEMANS, W.P., GONSALVES, A.J., MAO, H.S., NAKAMURA, K., BENEDETTI, C., SCHROEDER, C.B., TOTH, Cs., DANIELS, J., MITTELBERGER, D.E., BULANOV, S.S., VAY, J.L., GEDDES, C.G.R A ESAREY, E. Multi-GeV electron beams from capillary-discharge-guided subpetawatt laser pulses in the self-trapping regime. *Physical Review Letters*. 2017, 113(24), 1-5.
- [35] GONSALVES, A.J., NAKAMURA, K., DANIELS, J., BENEDETTI, C., PIERONEK, C., DE RAADT, T.C.H., STEINKE, S., BIN, J.H., BULANOV, S.S., VAN TILBORG, J., GEDDES, C.G.R., SCHROEDER, C.B., TOTH, Cs., ESAREY, E., SWANSON, K., FAN-CHIANG, L., BAGDASAROV, G., BOBROVA, N., GASILOV, V., KORMAN, G., SASOROV, P. a LEEMANS, W.P.. Petawatt Laser Guiding and Electron Beam Acceleration to 8 GeV in a Laser-Heated Capillary Discharge Waveguide. *Physical Review Letters*. 2019, 122(8), 1-6.
- [36] ESAREY, E., HAFIZI, B., HUBBARD, R. a TING, A.. Trapping and acceleration in self-modulated laser wakefields. *Physical Review Letters*. 1998, 80(25), 5552-5555.

- [37] BULANOV, S., NAUMOVA, N., PEGORARO, F. a SAKAI, J.. Particle injection into the wave acceleration phase due to nonlinear wake wave breaking. *Physical Review E*. 1998, 58(5), 5257-5260.
- [38] SUK, H., LEE, H., KO, I.. Generation of high-energy electrons by a femtosecond terawatt laser propagating through a sharp downward density transition. *Journal of the Optical Society of America B*. 2004, 21(7), 1391-1396.
- [39] PAK, A., MARSH, K.A., MARTINS, S.F., LU, W., MORI, W.B. A JOSHI, C.. Injection and trapping of tunnel-ionized electrons into laser-produced wakes. *Physical Review Letters*. 2010, 104(2), 1-4.
- [40] MCGUFFEY, C., THOMAS, A.G.R., SCHUMAKER, W., MATSUOKA, T., CHVYKOV, V., DOLLAR, F.J., KALINTCHENKO, G., YANOVSKY, V., MAK-SIMCHUK, A., KRUSHELNICK, K., BYCHENKOV, V. Yu., GLAZYRIN, I.V., KARPEEV, A.V.. Ionization induced trapping in a laser wakefield accelerator. *Physical Review Letters*. 2010, 104(2), 1-4.
- [41] HRACH, Rudolf. *Počítačová fyzika I*. Ústí nad Labem: PF UJEP, 2003.
- [42] GitHub. *Warwick-Plasma/epoch*. [online]. [cit.23.4.2021] Dostupné z <https://github.com/Warwick-Plasma/epoch>
- [43] LEEMANS, W.P., NAGLER, B., GONSALVES, A.J., TÓTH, Cs., NAKAMURA, K., GEDDES, C.G.R., ESAREY, E., SCHROEDER, C.B. a HOOKER, S.M.. GeV electron beams from a centimetre-scale accelerator. *Nature Physics*. 2006, 2, 696-699.

Přílohy

6 Skript na zpracování výsledků MHD simulace

ZpracovaniHustoty.py

```
#!/usr/bin/env python3
# -*- coding: utf-8 -*-
import pandas as pn
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.interpolate import griddata
from scipy.optimize import curve_fit

data = np.loadtxt("220ns.txt")
r = data[:,0]
z = data[:,1]
ne = data[:,2] #elektronova hustota
nh = data[:,3] #hustota vodiku (atomy+iony)
natom = nh-ne # hustota atomu vodiku

#vykres na neekvid mritzce
R = r.reshape([96,7])
Z = z.reshape([96,7])
Ne = ne.reshape([96,7])
Natom = natom.reshape([96,7])

fig = plt.figure()
plt.title('Rozložení hustoty elektronů', fontsize = 13, fontweight='bold')
plt.ylabel('$r$ [$\mu$m]')
plt.xlabel('$z$ [cm]')
p = plt.pcolormesh(Z, R*1e4, Ne,)
cb = fig.colorbar(p)
cb.set_label('$N_e$ [cm$^{-3}$]')
plt.savefig('NoneqvElectronDensityColormap.png')

fig = plt.figure()
plt.title('Rozložení hustoty elektronů', fontsize = 13, fontweight='bold')
plt.ylabel('$r$ [$\mu$m]')
plt.xlabel('$z$ [cm]')
p = plt.pcolormesh(Z, R*1e4, Natom,)
cb = fig.colorbar(p)
cb.set_label('$N_h$ [cm$^{-3}$]')
plt.savefig('NoneqvHydrogenDensityColormap.png')

#vytvoreni ekvidistntni mritzky 96x7
ri, zi = np.mgrid[0:0.01:8j,0.6499660000000000437:5.350019999999999776:96j]
rr = ri[1:,0]
zz = zi[1,:]
R = np.hstack((-rr[::-1],rr)) #R pro celou kapilaru

"""Definice Supergauss funkce"""
# super gauss funkce parametry a,b,x0:
def Super_Gauss(x, a, b, x0):
    return a*np.exp(-2*np.power((x-x0)/b, 14))
```

```

""Zpracovani hustoty elektronu""
#prvni interpolace, dava nan hodnoty na okrajich
nei = griddata((r, z), ne, (ri, zi), method='cubic')
#druha interpolace -> zbavim se nan hodnot
nei = pn.DataFrame(nei).interpolate()
nei = nei.to_numpy()
nei = nei[1:,:] # ma tvar (7,96)

#Zobrazeni a ukladani colormap elektronu
fig = plt.figure()
plt.title('Rozložení hustoty elektronů', fontsize = 13, fontweight='bold')
plt.ylabel('$r$ [$\mu$m]')
plt.xlabel('$z$ [cm]')
p = plt.pcolormesh(zz, rr*1e4, nei,)
cb = fig.colorbar(p)
cb.set_label('$N_e$ [cm$^{-3}$]')
plt.savefig('ElectronDensityColormap.png')

#Pro nahlednost muzu vykreslit rezy osou r
ne1 = []
ne2 = []
for n in range(0,len(rr)):
    ni1 = nei[n,:]
    ne1 = np.append(ne1, np.mean(ni1[:11]))
    ne2 = np.append(ne2, np.mean(ni1[-11:]))
    fig = plt.figure()
    plt.ylabel('$N_e$ [$10^{18}$ cm$^{-3}$]')
    plt.xlabel('$z$ [cm]')
    plt.title('$N_e$ pro $r=${:.3f}$ cm '
    .format(rr[n]), fontsize = 13, fontweight='bold')
    plt.plot(zz, ni1/1e18, 'r.')
    plt.savefig('Electrons/ElectronDataPlot_{}.png'.format(n))

ne11 = np.mean(ne1) #mean denasity in the begining
ne22 = np.mean(ne2) # mean density in the end
ne11std = np.std(ne1)
ne22std = np.std(ne2)

#Data se supergauss chovanim:
nei_super_gauss = nei[:,11:-11]
z_super_gauss = zz[11:-11]

#Fit SuperGaussem po radcich
super_gauss_func = np.zeros((7,74))
super_gauss_coeff = np.zeros((7,3))
super_gauss_stdevs = np.zeros((7,3))

#Soubor pro vypis koeficientu
file = open("Electrons/ElectronSuperGaussFit.txt","w")
file.write(' n r a a_stdev %a b b_stdev %b x0 x0_stdev %x0\n')
for i in range(0,len(rr)):
    # Fit pomoci Super Gaussu
    pars, cov = curve_fit(f=Super_Gauss, xdata=z_super_gauss,
        ydata=nei_super_gauss[i,:], p0=[1.75e+18, 1.7, 3])
    stdevs = np.sqrt(np.diag(cov)) #standard deviation
    super_gauss_coeff[i,:] = [pars[0], pars[1], pars[2]]

```

```

    super_gauss_stdevs[i,:] = [stdevs[0], stdevs[1], stdevs[2]]
    super_gauss_func[i,:] = Super_Gauss(z_super_gauss, pars[0], pars[1], pars[2])
#Zapisovani koeficientu do souboru
    file.write('\n{ } {:.5f} {:.5f} {:.5f} {:.5f} {:.5f} {:.5f} {:.5f}'
    .format(i,rr[i],pars[0],stdevs[0],pars[1],stdevs[1],pars[2],stdevs[2]))

    SGfun = Super_Gauss(z_super_gauss, 1e6*pars[0], pars[1], pars[2])/1e18
#Vykreslovani grafu
    plt.figure()
    plt.xlabel('$z$ [cm]')
    plt.ylabel('$N_e$ [$10^{18}$ cm$^{-3}$]')
    plt.title('SuperGauss fit $N_e$ pro $r=${:.3f}$ cm '
    .format(rr[i]), fontsize = 13, fontweight='bold')
    plt.plot(zz[9:-9]*0.01, 1e6*nei[i,9:-9]/1e18, 'ro', label='Data ')
    plt.plot(z_super_gauss*0.01,SGfun,'b', label=
    'Fit: $a=${:.3f}+{:.3f}$, \n$b=${:.3f}+{:.3f}$, \n$x_0=${:.3f} +- {:.3f}$'
    .format(pars[0]/1e18,stdevs[0]/1e18,pars[1],stdevs[1],pars[2],stdevs[2]))
    plt.legend(loc='best', fontsize = 12, frameon=False)
    plt.savefig('Electrons/ElectronSuperGaussFit_{}.png'.format(i))
file.close

#aproxim koeficientu a ve smeru r polynomem
a_super_gauss_coeff=np.hstack((super_gauss_coeff[:,0][::-1],super_gauss_coeff[:,0]))
yerr = np.hstack((super_gauss_stdevs[:,0][::-1],super_gauss_stdevs[:,0]))
coeff, cov= np.polyfit(R[1:-1], a_super_gauss_coeff[1:-1], 4, cov=True)
stdevs = np.sqrt(np.diag(cov))
polynom_a_super_gauss = np.poly1d(coeff)

plt.figure()
plt.xlabel('$r$ [$\mu$m]')
plt.ylabel('$a$ [-]')
plt.title('Fit parametrů $a$ polynomem', fontsize = 13, fontweight='bold')
plt.plot(R*1e4, a_super_gauss_coeff, 'ro', label='Data ')
plt.plot(R*1e4, polynom_try(R),'b',label='Fit:\n$x_4$={:.1f}+{:.1f}*1e25,
\n$x_2$={:.1f}+{:.1f}*1e21, \n$x_0$={:.1f}+{:.1f}*1e16, \n'
.format(coeff[0]/1e25,stdevs[0]/1e25,coeff[2]/1e21,stdevs[2]/1e21,
coeff[4]/1e16,stdevs[4]/1e16))
plt.legend(loc='upper center', fontsize = 12, frameon=False)
plt.savefig('Electrons/FitaPolynomSG.png')

#Zapisovani vyslednych funkci do souboru
file = open("Electrons/ElectronPolynomFit.txt","w")
file.write('\n')
file.write('\nx^4:({:.5f}+{:.5f})*1e25\nx^3:{:.5f}*1e8+{:.5f}*1e21'
.format(coeff[0]/1e25,stdevs[0]/1e25,coeff[1]/1e8,stdevs[1]/1e21))
file.write('\nx^2:({:.5f}+{:.3f})*1e21\nx^1:{:.5f}*1e4+{:.5f}*1e17'
.format(coeff[2]/1e21,stdevs[2]/1e21,coeff[3]/1e4,stdevs[3]/1e17))
file.write('\nx^0:({:.3f}+{:.5f})*1e18\n'.format(coeff[4]/1e18,stdevs[4]/1e18))
file.close

plt.figure()
plt.xlabel('$r$ [$\mu$m]')
plt.ylabel('$a$ [-]')
plt.title('Fit parametrů $a$ polynomem', fontsize = 13, fontweight='bold')
plt.plot(R*1e4, a_super_gauss_coeff, 'ro', label='Data ')
plt.plot(R*1e4,polynom_a_super_gauss(R),'b',label='Fit:\n$x_4$={:.1f}+{:.1f}*1e25

```

```

        ,\n$x_2$={:.1f}+{:.1f}*1e21,\n$x_0$={:.1f}+{:.1f}*1e16\n'
.format(coeff[0]/1e25,stdevs[0]/1e25,coeff[2]/1e21,stdevs[2]/1e21,
        coeff[4]/1e16,stdevs[4]/1e16))
plt.legend(loc='best', fontsize = 12, frameon=False)
plt.savefig('Electrons/FitaPolynomSG.png')

#Uplna Vysledna funkce a vykres
bsg = np.mean(super_gauss_coeff[:,1])
x0sg = np.mean(super_gauss_coeff[:,2])
rlin = np.linspace(rr[0], rr[-1], num=50)
zbeg = np.linspace(zz[0],zz[11],num=250)
zlin = np.linspace(zz[11], zz[-11], num=1000)
zend = np.linspace(zz[-11],zz[-1],num=250)
Final_Fit_Function = np.zeros((50,1000))
konstreg = ne11*np.ones((100,250))
for i in range(0,len(rlin)):
    acoeff = polynom_a_super_gauss(rlin[i])
    Final_Fit_Function[i,:]=Super_Gauss(zlin,acoeff,bsg,x0sg)
rlin = np.hstack((-rlin[:-1],rlin))
Final_Fit_Function = np.vstack((Final_Fit_Function[:-1,:],Final_Fit_Function))

zlin = np.hstack((np.hstack((zbeg,zlin)),zend))
Final_Fit_Function=np.hstack((np.hstack((konstreg,Final_Fit_Function)),konstreg))

#Vykres colormapy fitu
fig = plt.figure()
plt.ylabel('$r$ [$\mu$m]')
plt.xlabel('$z$ [cm]')
plt.title('Mapa hustoty elektronu', fontsize = 13, fontweight='bold')
p = plt.pcolormesh(zlin,rlin*1e4, Final_Fit_Function)
cb = fig.colorbar(p)
cb.set_label('$N_e$ [cm$^{-3}$]')
plt.savefig('Electrons/ElectronFullFit.png')

```


7 Vstupní soubor EPOCH simulace

input.deck

```
begin:constant
  lambda      = 0.8 * micron           # laser wavelength
  omega0      = 25 * micron            # laser beam waist, 1/e2 diameter
  density_crit = critical(omega0)      # electron critical density
  density_max = 10.0 * density_crit    # maximum initial electron density
  dens0       = 3.5*1e18 *1e6          # electron density in fully ionized H(m^-3)
  tao         = 35 *1e-15              # laser pulse duration
  tao_laser   = tao/2.3
  waist2x     = 50 *1e-6              # laser focus width
  sigma_waist = waist2x/2.3
  delay       = 2*tao_laser
  win_start   = delay/2 + 0.8*(x_max-x_min)/c
  intensitad  = 1e19                  # laser intensity (w cm2)
  z0          = 0.649966*0.01          # simulation start point
  ze1         = 1.1941827789474*0.01  # end of electron constant region (m)
  ze2         = 4.805803221053*0.01   # end of electron supergauss region (m)
  ze3         = 5.35002*0.01          # end of simulation(m)
  zh1         = 0.9468115157895*0.01  # first hydrogen cost region (cm)
  zh2         = 1.3426055368421*0.01  # end of first hydrogen gauss region (cm)
  zh3         = 4.7068547157895*0.01  # end of second hydrogen zero region (cm)
  zh4         = 4.9047517263158*0.01  # end of second hydrogen gauss region (cm)
  ne1         = 4.17589*1e14*1e6      # electron density in the begining (m^-3)
  nh1         = 2.22259*1e15*1e6      # H atom density in the begining (m^-3)
  nh2         = 1.86*1e16*1e6         # H atom density in the middle (m^-3)
  c1          = c * 0.9589            # laser group velocity
end:constant

begin:control
  # global number of gridpoints
  nx = 1000                          # cell x size 1e-7
  ny = 2000                          # cell y size 1e-7
  # final time of simulation
  t_end = (ze3-z0)/c1
  # size of domain
  x_min = 0 + z0                      #domain starts at z0
  x_max = 100 * micro + z0
  y_min = -100 * micro
  y_max = 100 * micro
  smooth_currents = T
  stdout_frequency = 10
  print_eta_string = T
  dt_multiplier = 0.99
  dlb_threshold = 0.5
  field_ionisation = T
end:control

begin:boundaries
  bc_x_min    = simple_laser
  bc_x_max    = simple_outflow
  bc_y_min    = simple_outflow
  bc_y_max    = simple_outflow
end:boundaries
```

```

begin:window
  move_window      = T
  window_v_x       = c1
  window_start_time = win_start
  bc_x_min_after_move = simple_outflow
  bc_x_max_after_move = simple_outflow
end:window

begin:laser
  boundary = x_min
  lambda = lambda
  intensity_w_cm2 = intensidad
  pol = 0.0
  profile = supergauss(y,0.0,sigma_waist,10)
  t_profile = gauss(time,delay,tao_laser)
  t_start = start
  t_end = end
end:laser

begin:species
  name = electron1
  charge = -1.0
  mass = 1.0
  npart_per_cell = 3
  density = if((x gt ze0) and (x lt ze1), ne1, 0.0)
end:species

begin:species
  name = electron2
  charge = -1.0
  mass = 1.0
  npart_per_cell = 3
  density = if((x gt ze1) and (x lt ze2), 1e6*(2.37395*1e25*(100*y)^4+
2.834007*1e21*(100*y)^2+1.62208*1e18)*exp(-2*((100*x-1.747)/2.998)^14), 0.0)
end:species

begin:species
  name = electron3
  charge = -1.0
  mass = 1.0
  npart_per_cell = 3
  density = if((x gt ze2) and (x lt ze3), ne1, 0.0)
end:species

begin:species
  name = electron
  charge = -1.0
  mass = 1.0
  density = 0.0
end:species

begin:species
  name = atomH1          #atomy H
  charge = 0.0
  mass = 1837.18

```

```

npart_per_cell = 3
immobile = T
ionisation_energies = (13.6*ev)
ionisation_electron_species = electron
density = if((x gt z0) and (x lt zh1), nh1, 0.0)
end:species

begin:species
name = atomH2          #atomy H
charge = 0.0
mass = 1837.18
npart_per_cell = 3
immobile = T
ionisation_energies = (13.6*ev)
ionisation_electron_species = electron
density = if((x gt zh1) and (x lt zh2),
1e6*2.551636*1e18*exp(-0.5*((100*x+1.179)/0.0239)^2), 0.0)
end:species

begin:species
name = atomH3          #atomy H
charge = 0.0
mass = 1837.18
npart_per_cell = 3
immobile = T
ionisation_energies = (13.6*ev)
ionisation_electron_species = electron
density = if((x gt zh2) and (x lt zh3), nh2, 0.0)
end:species

begin:species
name = atomH4          #atomy H
charge = 0.0
mass = 1837.18
npart_per_cell = 3
immobile = T
ionisation_energies = (13.6*ev)
ionisation_electron_species = electron
density = if((x gt zh3) and (x lt zh4),
1e6*2.551636*1e18*exp(-0.5*((100*x+4.822)/0.0239)^2), 0.0)
end:species

begin:species
name = atomH5          #atomy H
charge = 0.0
mass = 1837.18
npart_per_cell = 3
immobile = T
ionisation_energies = (13.6*ev)
ionisation_electron_species = electron
density = if((x gt zh4) and (x lt ze3), nh1, 0.0)
end:species

begin:subset
name = elns
random_fraction = 0.5

```

```

    include_species:electron1
    include_species:electron2
    include_species:electron3
    include_species:electron
end:subset

begin:subset
    name = hydrogen
    random_fraction = 0.5
    include_species: atomH1
    include_species: atomH2
    include_species: atomH3
    include_species: atomH4
    include_species: atomH5
end:subset

begin:output
    name = efield
    file_prefix = efield
    dt_snapshot = 20.0 * femto
    dump_last = T
    grid = always + single
    ex = always + single
    ey = always + single
end:output

begin:output
    name = part
    file_prefix = part
    dt_snapshot = 20.0 * femto
    dump_last = T
    particle_grid = elns + hydrogen + single
    px = elns + hydrogen + single
    py = elns + hydrogen + single
end:output

begin:output
    name = dens
    file_prefix = dens
    dt_snapshot = 20.0 * femto
    dump_first = F
    dump_last = T
    number_density = always + species + no_sum + single
end:output

begin:output
    name = restf
    dt_snapshot = 200 * femto
    restartable = T
end:output

```

8 Skript na zpracování energie elektronů 2. simulace v MATLAB

ZpracovaniW.m

```
function elektrony
clear all;

%konstanty
me = 9.10938356*1e-31;
c = 299792458;
epsilon0 = 8.854188*1e-12;
e0 = 1.60217662*1e-19;
J_MeV = 6.242*1e12;
n0 = 1.643*1e24;
omegap = sqrt((n0*e0^2)/(me*epsilon0));
Ep = c*me*omegap /e0;

xstart = 1;
xend=610;
ystart = 900;
yend = 1100;

j1=100;
j2=349;

Enmax = zeros(1,j2-j1);
IndexEn = zeros(1,j2-j1);
tEn = zeros(1,j2-j1);
Estr = zeros(1,j2-j1);
Estd = zeros(1,j2-j1);
xmin = zeros(1,j2-j1);
xmax = zeros(1,j2-j1);
ymin = zeros(1,j2-j1);
ymax = zeros(1,j2-j1);
enumb = zeros(1,j2-j1);

Pomercastic = zeros(1,j2-j1);
S = 0;

for j=j1:j2
    densSDF=sprintf('dens0%d.sdf',j);
    efieldSDF=sprintf('efield0%d.sdf',j);
    partSDF=sprintf('part0%d.sdf',j);

    dens= GetDataSDF(densSDF);
    elfield=GetDataSDF(efieldSDF);
    part = GetDataSDF(partSDF);

    S=S+1;

    Ex=elfield.Electric_Field.Ex.data(xstart:xend,ystart:yend);
    t=1e12*elfield.time;

    [Exmax,Imax] = max(Ex(:));
    [Ixmax,Iymax] = ind2sub(size(Ex),Imax);
    xstart1 = xstart;
```

```

Ex=elfield.Electric_Field.Ex.data(xstart1:xend,ystart:yend);
Ne=dens.Derived.Number_Density.electron.data(xstart1:xend,ystart:yend);
x=elfield.Grid.Grid.x((xstart1:xend));
y=elfield.Grid.Grid.y((ystart:yend));
xmingraf = 1e3*elfield.Grid.Grid.x((xstart1));
xmaxgraf = 1e3*elfield.Grid.Grid.x((xend));
xpart = part.Grid.Particles.electron.x;
ypart = part.Grid.Particles.electron.y;
px= part.Particles.Px.electron.data;
py = part.Particles.Py.electron.data;
P2 = px.*px+py.*py;
EJ = sqrt(P2.* c^2 + (me*c^2)^2);
EMeV = EJ.*J_MeV;

EMeV1 = zeros(1,230000);
x1 = zeros(1,230000);
y1 = zeros(1,230000);
k=0;
numE=0;
for i=1:length(EMeV)
    if abs(ypart(i))<=y(end) && (xpart(i)>=x(1) && xpart(i)<=x(end))
        numE = numE+1;
        if EMeV(i) >= 10
            k = k+1;
            y1(k) = ypart(i);
            x1(k) = xpart(i);
            EMeV1(k) = EMeV(i);
        end
    end
end
EMeV1 = EMeV1(1:k);
x1 = x1(1:k);
y1 = y1(1:k);

pomer = k/numE;
Pomercastic(S) = pomer;

n=figure;
set(n, 'Visible', 'off');
h=scatter(x1*1e3,y1*1e6, 10, EMeV1,'filled');
xlabel('z [mm]');
ylabel('r [um]');
xlim([xmingraf xmaxgraf]);
ylim([-10 10]);
title(['Rozložení W v čase t=',num2str(t),'ps']);
k=colorbar;
ylabel(k,'W [MeV]');
saveas(gcf,sprintf('/home/2_Energie/2_Beam_EMeV_od10_%i',j),'png');
delete(n);
delete(h);
delete(k);

[Enmax(S), IndexEn(S)] = max(EMeV1);
Emax = Enmax(S);

```

```

tEn(S)=1e12*part.time;

n=figure;
set(n, 'Visible', 'off');
h=histogram(EMeV1,'BinWidth',1,'Normalization','probability');
xlabel('W [MeV]');
ylabel('N/N_0 [-]');
title([' t=',num2str(t),'ps, W_{max}=',num2str(Emax),'MeV ']);
saveas(gcf,sprintf('/home/2_Energie/2_Ebeam_Histogram%i',j),'png');
delete(n);
delete(h);

%beam parameters
Estr(S) = mean(EMeV1);
Estd(S) = std(EMeV1);
[xmin(S),Ixmin] = min(x1);
[xmax(S),Ixmax] = max(x1);
ymin(S) = min(y1);
ymax(S) = max(y1);
enumb(S) = length(EMeV1);

end

deltax = xmax-xmin;
deltay = (abs(ymax)+abs(ymin))/2;

[Estrmax,Istr] = max(Estr);
Estd1 = Estd(Istr);
[Enmax2,IEn] = max(Enmax);

[pomermax,Ipomer] = max(Pomercastic);

fprintf('\nEnmax=%f,IEn= %i,I=%i,t=%f\n',Enmax2,IEn+j1-1,IndexEn(IEn),tEn(IEn));

fprintf('\nEnstr=%f+-%f,IEn=%i,t=%f\n',Estrmax,Estd1,Istr+j1-1,tEn(Istr));

fprintf('\nPomer=%f,IEn=%i,t=%f\n',pomermax,Ipomer+j1-1,tEn(Ipomer));

n3=figure;
h3=plot(tEn,Estr,'r. ');
xlabel('t [ps]');
ylabel('W_{mean} [MeV]');
title(['Střední energie elektronů v čase t']);

n3=figure;
h3=plot(tEn,100*Pomercastic,'r. ');
xlabel('t [ps]');
ylabel('N/N_0 [%]');
title(['Podíl částic s W_i>10MeV ve svazku v čase t']);

n3=figure;
h3=plot(tEn,Estd,'r. ');
xlabel('t [ps]');
ylabel('W_{std} [MeV]');

```

```
title(['Odchylka od střední energie elektronů v čase t']);

n3=figure;
h3=plot(tEn,Enmax,'r. ');
xlabel('t [ps]');
ylabel('W_{max} [MeV]');
title(['Maximální energie elektronů v čase t']);

end
```
