

RIZIKO KŘEHKÉHO PORUŠENÍ ŽELEZO- BETONOVÝCH PRVKŮ KONSTRUKČNĚ VYZTUŽENÝCH NA ÚČINKY SMYKU A KROUCENÍ RISK OF A BRITTLE FAILURE OF THE CONCRETE MEMBERS WITH THE MINIMUM SHEAR AND TORSIONAL REINFORCEMENT

Jan Kubát, Jan Vesecký, Lukáš Vráblík

V oblastech železobetonových konstrukčních prvků, kde nevzniknou trhliny od posouvající síly a/nebo krouticího momentu, není dle ČSN EN 1992 třeba počítat smykovou výztuž a postačuje provést pouze minimální (konstrukční) výztužení. Na základě parametrické studie a nelineárních numerických modelů předložený článek ukazuje, že pro běžné čtvercové, obdélníkové a kruhové průřezy může toto doporučení normy snadno vést k návrhu nedostatečně únosné výztuže.

V případě vzniku jediné trhliny poté hrozí riziko náhlého křehkého porušení celého prvku, které může nastat např. i pro malé obdélníkové průřezy od velikosti 100 × 300 mm.

According to the ČSN EN 1992, a shear reinforcement of the concrete member does not need to be checked when no cracks occur due to the shear force and/or the torsional moment; in such a case only the minimum shear reinforcement is required. This presented parametric study and nonlinear numerical models show that the recommendation of the Eurocode 2 may easily lead to the design of the insufficient reinforcement for common rectangular and circular cross-section. Subsequently, if a single shear crack occurs, a sudden brittle failure of the whole member may follow, for example even for a small cross-section with dimensions 100 × 300 mm.

Smykové trhliny u železobetonových prvků, které jsou vystaveny posouvající síle, krouticímu momentu nebo interakci těchto dvou vnitřních sil, obecně vzniknou v okamžiku překročení smykové pevnosti betonu. Jelikož není její stanovení jednoduché, viz např. Ráček et al. [6], zpravidla se předpokládá, že odpovídá pevnosti betonu v tahu, tedy $f_v \equiv f_{ct}$. Při návrhu na smyk a kroucení v mezních stavech únosnosti dle ČSN EN 1992 [2], [3], [4] (dále Eurokód 2) není na rozdíl od návrhu na ohyb uvažována nulová tahová pevnost, ale její návrhová hodnota f_{ctd} . Ta nabývá především pro betony vyšších tříd nezanedbatelných hodnot (tab. 1).

Únosnost průřezu před vznikem smykových trhlin je při namáhání posouvající silou úměrná účinné ploše průřezu a stupni vyztužení podélnou výztuží. V případě namáhání krouticím momentem je úměrná ploše a efektivní tloušťce analogického tenkostěnného dutého průřezu (dále

ATDP). Únosnost může být navýšena působící tlakovou normálovou silou (např. od předpětí), ačkoliv tato skutečnost není vždy zohledněna, viz vztah (12). Pokud působící posouvající síla a/nebo krouticí moment nepřekročí únosnost průřezu při vzniku trhlin, je požadováno pouze minimální (konstrukční) smykové vyztužení, které má mimo jiné zajistit duktilní chování v případě porušení prvku.

V článku je představeno porovnání únosnosti plného betonového průřezu při vzniku smykových trhlin a únosnosti konstrukční smykové výztuže po vzniku trhlin pro základní tvary průřezů: kruhový, čtvercový a obdélníkový s poměrem stran 1 : 2 a 1 : 3 (obr. 1).

Přijaté předpoklady

Vzhledem k závislosti únosnosti průřezu před a po vzniku trhlin na velkém množství parametrů bylo pro studii přijato několik zjednodušujících před-

pokladů. Některé parametry byly zvoleny jako konstanty vystihující typické případy použití. Není-li uvedeno jinak, bylo uvažováno následující:

- namáhání posouvající silou a krouticím momentem nikdy nepůsobí současně;
- konstrukční prvky jsou vyrobeny výhradně z tříd betonu vyhovujících Eurokódu 2;
- je použita výhradně betonářská výztuž B500B;
- materiálové součinitele odpovídají základním hodnotám $\gamma_c = 1,5$ a $\gamma_s = 1,15$;
- v prvku nepůsobí žádná osová síla a tedy $\sigma_{cp} = 0$;
- příčná výztuž je tvořena výhradně třmínky $\varnothing_{sw} = 8$ mm se sklonem $\alpha = 90^\circ$;
- třmínky na posouvající sílu jsou vždy dvoustřížné a třmínky na kroucení jednostřížné;
- stupeň vyztužení podélnou výztuží odpovídá $\rho_l = 0,5 \% = 0,005$;

- úhel sklonu tlakových diagonál má hodnotu $\theta = 40^\circ$, tedy $\cotg(\theta) = 1,2$;
- účinná výška průřezu odpovídá 90 % celkové výšky průřezu ($d = 0,9 \cdot h$);
- rameno vnitřních sil odpovídá 80 % celkové výšky průřezu ($z = 0,8 \cdot h$).

Některé vztahy jsou dále uvedeny ve zjednodušené formě s uvážením těchto předpokladů.

Komentář k použitému značení veličin

V rovnicích na následujících stranách jsou opakovaně použity následující veličiny:

- V_{Ed} , T_{Ed} jsou návrhové hodnoty působící posouvající síly a krouticího momentu;
- $V_{Rd,c}$, $T_{Rd,c}$ posouvající síla a krouticí moment při vzniku trhlin;
- $V_{Rd,s}$, $T_{Rd,s}$ posouvající síla a krouticí moment na mezi kluzu smykové výztuže;
- v případech, kdy daný výraz nebo pravidlo platí pro obě vnitřní síly, je pro zjednodušení uvedeno jednotné označení X_{Ed} , $X_{Rd,c}$ a $X_{Rd,s}$.

Konstrukční zásady pro smykovou výztuž

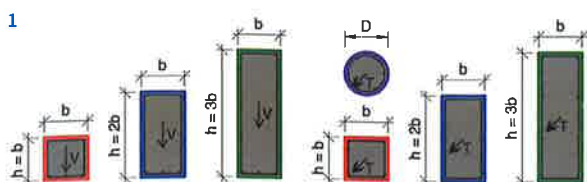
Podle kapitoly 6.2.2 Eurokódu 2 pro prvky nevyžadující návrh smykové výztuže a kapitoly 6.3.2 pro návrh výztuže na kroucení je požadováno pouze minimální vyztužení za předpokladu, že není překročena únosnost průřezu před vznikem trhlin, tedy pro obecný případ:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} \leq 1,0. \quad (1)$$

Tab. 1 Návrhová tahová pevnost betonu dle Eurokódu 2 pro $\alpha_{ct} = 1,0$ a $\gamma_c = 1,5$

Tab. 1 Design value of the tensile strength of concrete according to the Eurocode 2, assuming $\alpha_{ct} = 1,0$ and $\gamma_c = 1,5$

f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
f_{ctd}	0,73	0,89	1,03	1,20	1,35	1,50	1,64	1,77	1,90	1,97	2,03	2,15	2,26	2,35



1 Průřezy analyzované v parametrické studii
1 Cross-sections analysed in the parametric study

Při působící posouvající síle má být minimální vyztužení navrženo dle pravidel uvedených v kapitole 9.2.2 – konstrukční uspořádání smykové výztuže nosníků. Pro parametrickou studii uvedenou dále v tomto článku jsou důležité především požadavky na maximální podélnou osovou vzdálenost tréminků $s_{l,max}$, přičemž rozhoduje nejmenší z následujících tří hodnot:

$$s_{l,max,1} = 0,75 \cdot d, \quad (2)$$

$$s_{l,max,2} = 400 \text{ mm}, \quad (3)$$

$$s_{l,max,3,V} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{t_{ef} \cdot 0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}, \quad (4)$$

kde d je účinná výška průřezu, A_{sw} celková střížná plocha sestavy tréminků, f_{yw} mez kluzu tréminků a b_w šířka stěny průřezu v nejužším místě.

V případě namáhání kroutícím momentem se uplatní doplňující pravidla dle kapitoly 9.2.3. Podmínky (2) a (3) zůstávají v platnosti, podmínka (4) se upraví pro analogický tenkostěnný dutý průřez a musí být splněny další dvě podmínky:

$$s_{l,max,3,T} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{t_{ef} \cdot 0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}, \quad (5)$$

$$s_{l,max,4} = \frac{u}{8}, \quad (6)$$

$$s_{l,max,5} = b_{min}, \quad (7)$$

kde t_{ef} je účinná tloušťka ATDP, u vnější obvod skutečného průřezu a b_{min} nejmenší rozměr průřezu.

Posouvající síla – parametrická studie

Únosnost dle Eurokódu 2

Porovnání únosnosti průřezu při vzniku trhlin $V_{Rd,c}$ a únosnosti smy-

kové výztuže při minimálním vyztužení $V_{Rd,s,min}$ je provedeno pro následující proměnné parametry:

- tvar průřezu dle obr. 1;
- rozměry průřezu (od 100 do 750 mm, není-li uvedeno jinak);
- pevnostní třída betonu (C12/15 a C90/105).

Posouvající síla při vzniku trhlin se stanoví jako maximum z hodnot (9) a (10):

$$V_{Rd,c} = \max(V_{Rd,c,1}; V_{Rd,c,2}), \quad (8)$$

$$V_{Rd,c,1} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}} \cdot b_w \cdot d, \quad (9)$$

$$V_{Rd,c,2} = 0,035 \cdot \sqrt{k^3 \cdot f_{ck}} \cdot b_w \cdot d, \quad (10)$$

kde $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ a $k = \min(1+(200/d)^{0,5}; 2,0)$. Posouvající síla na mezi kluzu konstrukční smykové výztuže se určí jako:

$$V_{Rd,s,min} = \frac{A_{sw}}{S_{l,max}} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cotg(\theta), \quad (11)$$

kde $s_{l,max}$ je minimální hodnota z (2), (3), (4).

Výsledky pro jednotlivé průřezy

Na obr. 2 až 4 jsou zobrazeny průběhy $V_{Rd,c}$ a $V_{Rd,s,min}$ v závislosti na rozměrech průřezu a pevnostní třídě betonu – C12/15 nebo C90/105. V místě průniku únosností je vyznačen tzv. kritický rozměr průřezu b_{crit} . Pro ten (a všechny větší průřezy) platí, že únosnost před vznikem trhlin je větší než únosnost konstrukční smykové výztuže $V_{Rd,c} > V_{Rd,s,min}$. Dále bude ukázáno, že pro mezilehlé třídy betonu vychází kritické rozměry průřezu mezi hodnotami pro C12/15 a C90/105. Jedná se tedy svým způsobem o obálku všech výsledků.

Krouticí moment – parametrická studie

Únosnost dle Eurokódu 2

Porovnání krouticího momentu při vzniku trhlin $T_{Rd,c,EN2}$ a krouticího momentu na mezi kluzu konstrukční smykové výztuže $T_{Rd,s,min}$ je provedeno pro stejné proměnné parametry jako v předchozí kapitole. Navíc je zkoumán kruhový průřez.

Krouticí moment při vzniku trhlin se stanoví ze vztahu:

$$T_{Rd,c,EN2} = 2 \cdot A_k \cdot t_{ef} \cdot f_{ctd}, \quad (12)$$

kde A_k je plocha omezená střednicemi ATDP. Krouticí moment na mezi kluzu konstrukční smykové výztuže se určí jako:

$$T_{Rd,s,min} = \frac{A_{sw}}{s_{l,max}} \cdot 2 \cdot A_k \cdot f_{ywd} \cdot \cotg(\theta), \quad (13)$$

kde $s_{l,max}$ je minimální hodnota z (2), (3), (5), (6), (7).

Únosnost dle teorie pružnosti

Vzhledem k mnoha známým nedostatkům návrhového modelu na kroucení, viz např. Křístek a Průša [5], Vesecký [9], [10], je pro porovnání uveden také alternativní výpočet krouticího momentu při vzniku trhlin dle teorie pružnosti $T_{Rd,c,el}$. Pro kruhový průřez je použití teorie pružnosti vhodnější než vztah (12). Ten má být používán pouze pro „přibližně obdélníkové plné průřezy“, ačkoliv není normou definováno, které průřezy toto kritérium splňují. Pro čtvercový a obdélníkový průřez je hodnota $T_{Rd,c,el}$ dle (14) a (16) uvedena mimo jiné s cílem upozornit na výrazný rozpor s hodnotou $T_{Rd,c,EN2}$ dle vztahu (12). Hodnoty stanovené dle Eurokódu 2 jsou až o 50 % vyšší než hodnoty dle teorie pružnosti pro stejný průřez (tab. 2).

Obecně lze únosnost před vznikem trhlin dle teorie pružnosti stanovit jako:

$$T_{Rd,c,el} = W_{t,el} \cdot f_{ctd}, \quad (14)$$

kde $W_{t,el}$ je elastický modul průřezu ve volném kroucení. Pro kruhový průřez platí vztah:

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot D^3, \quad (15)$$

kde D je průměr průřezu. Pro obdélníkový průřez, např. dle Timoshenka a Goodiera [7], platí:

$$W_t = \frac{\pi^2}{24} \cdot \frac{1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{b}{h} \cdot \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \cdot \tanh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot b}\right)}{\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left[1 - \frac{1}{\cosh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot h}{b}\right)} \right]} \cdot b^2 \cdot h, \quad (16)$$

kde b, h jsou rozměry průřezu a vždy platí $b \leq h$. Pro konkrétní poměr b/h lze zlomek ze vztahu (16) vyjádřit jako:

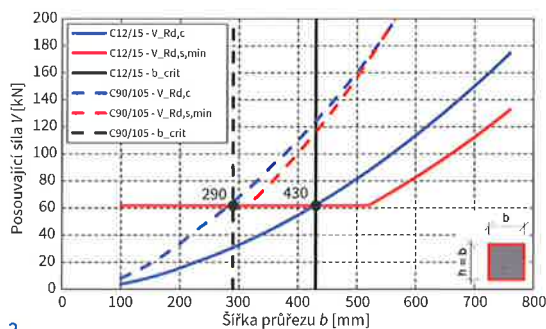
$$0,2082 \cdot b^2 \cdot h \quad \text{pro } b/h = 1/1, \quad (17)$$

$$0,2459 \cdot b^2 \cdot h \quad \text{pro } b/h = 1/2, \quad (18)$$

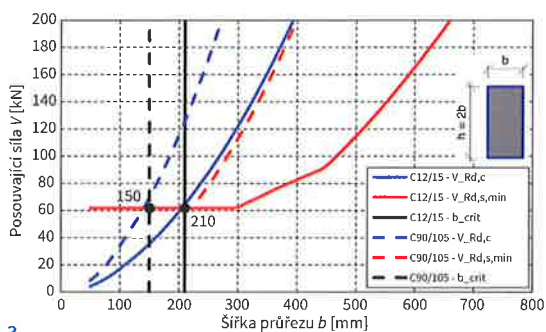
$$0,2673 \cdot b^2 \cdot h \quad \text{pro } b/h = 1/3, \quad (19)$$

Dílčí výsledky

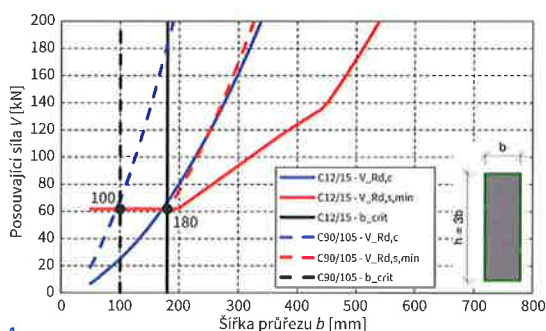
Na obr. 5 až 8 jsou zobrazeny průběhy $T_{Rd,c,EN2}$, $T_{Rd,c,el}$ a $T_{Rd,s,min}$ v závislosti na rozměrech průřezu a pevnostní třídě betonu – C12/15 nebo C90/105. V místě průniku únosností (dle Eurokódu 2) je vykreslen kritický rozměr průřezu b_{crit} (resp. D_{crit}). Pro ten (a všechny větší průřezy) platí, že únosnost před vznikem trhlin je větší než únosnost konstrukční smykové výztuže $T_{Rd,c,EN2} > T_{Rd,s,min}$. Stejně jako v případě posouvající síly i u krouticího momentu bude ukázáno, že pro mezilehlé třídy betonu vy-



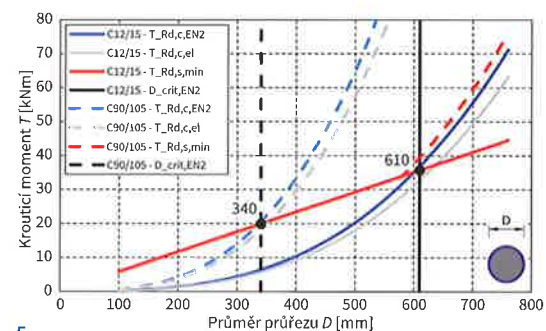
2



3



4

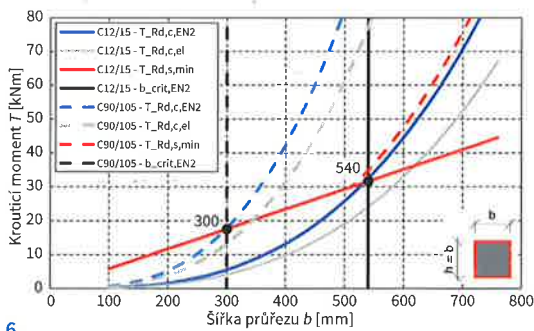


5

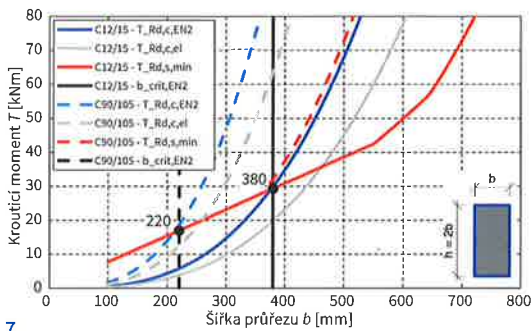
Tab. 2 Porovnání hodnot krouticího momentu při vzniku trhlin dle Eurokódu 2 a teorie pružnosti

Tab. 2 Comparison of the cross-section torsional capacity prior to cracking according to the Eurocode 2 and the theory of elasticity

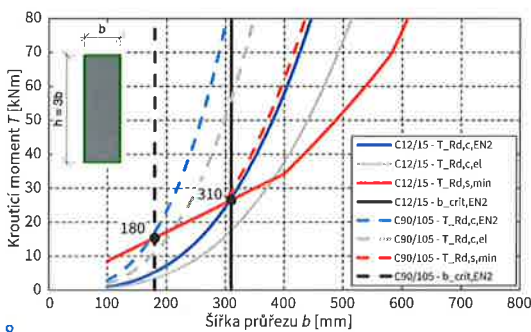
Beton	Průřez	Rozměry [mm]	$T_{Rd,c,EN2}$ [kNm]	$T_{Rd,c,el}$ [kNm]	$T_{Rd,c,EN2}/T_{Rd,c,el}$ [%]
C40/50	kruh	500	45,2	40,2	125
	čtverec	500 × 500	57,6	42,6	135
C12/15	obdélník 1:2	400 × 800	77,6	51,5	151
	obdélník 1:3	300 × 900	54,4	35,5	153



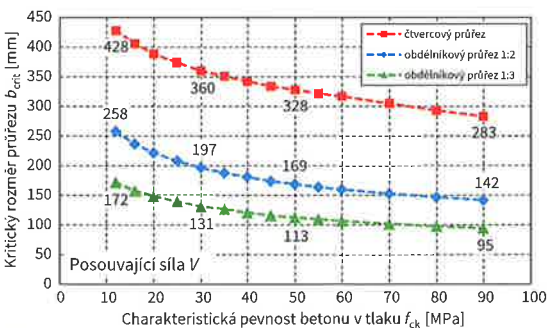
6



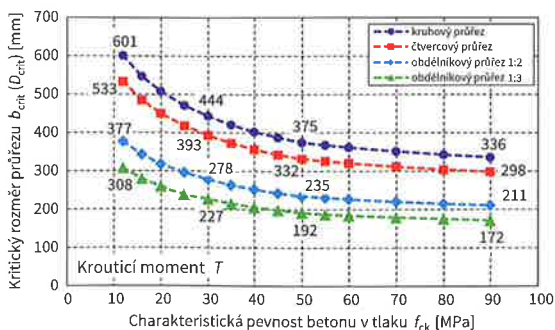
7



8



9



10

Tab. 3 Příklady průřezů s většími než kritickými rozměry – smyková únosnost

Tab. 3 Cross-section examples with dimensions greater than critical – shear resistance

Beton	Průřez	Rozměry [mm]	$V_{Rd,c}$ [kN]	$V_{Rd,s,min}$ [kN]	$V_{Rd,s,min}/V_{Rd,c} - 1$ [%]
C40/50	čtverec	400 × 400	81,9	67,1	-18
		600 × 600	169,8	151	-11
C40/50	obdélník 1:2	200 × 400	88,2	61,7	-30
		600 × 1 200	650,4	302	-54
C40/50	obdélník 1:3	200 × 600	146,3	62,5	-57
		600 × 1 800	1 014,0	453	-55

Tab. 4 Příklady průřezů s většími než kritickými rozměry – únosnost v kroucení

Tab. 4 Cross-section examples with dimensions greater than critical – torsional resistance

Beton	Průřez	Rozměry [mm]	$T_{Rd,c}$ [kNm]	$T_{Rd,s,min}$ [kNm]	$T_{Rd,s,min}/T_{Rd,c} - 1$ [%]
C40/50	kruh	500	45,2	29,3	-35
		700	124,1	41,0	-67
C40/50	čtverec	400 × 400	29,5	23,4	-20
		700 × 700	158,0	50,6	-68
C40/50	obdélník 1:2	300 × 600	32,7	23,2	-29
		700 × 1 400	416,0	133,2	-68
C40/50	obdélník 1:3	300 × 900	54,4	25,6	-53
		600 × 1 800	435,2	139,4	-68

chází kritické rozměry průřezu mezi hodnotami pro C12/15 a C90/105. Za povšimnutí rovněž stojí skutečnost, že křivka $T_{Rd,c,el}$ je ve všech případech pod křivkou $T_{Rd,c,EN2}$. Tento výsledek souvisí s poznatkami z tab. 2.

Souhrnné výsledky parametrické studie

Kritické rozměry analyzovaných průřezů byly vyhodnoceny pro všechny třídy betonu dle Eurokódu 2 a přehledně jsou shrnuty na obr. 9 a 10. Je zřejmé, že kritické rozměry průřezu jsou nepřímo úměrné pevnosti betonu. Závislost není lineární. Tento poznatek vyplývá i z grafů uvedených v předchozích kapitolách, neboť tahová pevnost betonu narůstá rychleji než únosnost konstrukční výtuzže. Všechny průřezy, jejichž rozměry jsou nad konkrétní křivkou uvedenou na grafech, jsou nebezpečné z hlediska rizika křehkého porušení při konstrukčním vyztužení.

2 Graf $V_{Rd,c}$ a $V_{Rd,s,min}$ pro čtvercový průřez v závislosti na šířce průřezu 3 Graf $V_{Rd,c}$ a $V_{Rd,s,min}$ pro obdélníkový průřez 1 : 2 v závislosti na šířce průřezu 4 Graf $V_{Rd,c}$ a $V_{Rd,s,min}$ pro obdélníkový průřez 1 : 3 v závislosti na šířce průřezu 5 Graf $T_{Rd,c}$ a $T_{Rd,s,min}$ pro čtvercový průřez v závislosti na šířce průřezu 6 Graf $T_{Rd,c}$ a $T_{Rd,s,min}$ pro obdélníkový průřez 1 : 2 v závislosti na šířce průřezu 7 Graf $T_{Rd,c}$ a $T_{Rd,s,min}$ pro obdélníkový průřez 1 : 3 v závislosti na šířce průřezu 8 Graf $T_{Rd,c}$ a $T_{Rd,s,min}$ pro obdélníkový průřez 1 : 3 v závislosti na šířce průřezu 9 Kritické rozměry průřezů v závislosti na pevnosti betonu při namáhání smykem 10 Kritické rozměry průřezů v závislosti na pevnosti betonu při namáhání kroucením
2 Graph of $V_{Rd,c}$ and $V_{Rd,s,min}$ versus section width for the square cross-section 3 Graph of $V_{Rd,c}$ and $V_{Rd,s,min}$ versus section width for the rectangular cross-section 1 : 2 4 Graph of $V_{Rd,c}$ and $V_{Rd,s,min}$ versus section width for the rectangular cross-section 1 : 3 5 Graph of $T_{Rd,c}$ and $T_{Rd,s,min}$ versus section diameter for the circular cross-section 6 Graph of $T_{Rd,c}$ and $T_{Rd,s,min}$ versus section width for the square cross-section 7 Graph of $T_{Rd,c}$ and $T_{Rd,s,min}$ versus section width for the rectangular cross-section 1 : 2 8 Graph of $T_{Rd,c}$ and $T_{Rd,s,min}$ for the rectangular cross-section 1 : 3 9 Graph of the critical cross-section dimensions versus concrete strength for shear loading 10 Graph of the critical cross-section dimensions versus concrete strength for torsional loading

Explicitně jsou uvedeny hodnoty pro třídy betonu C12/15 a C90/105 a rovněž pro C30/37 a C50/60, jakožto nejčastěji používané pevnostní třídy pro monolitické/prefabrikované konstrukce.

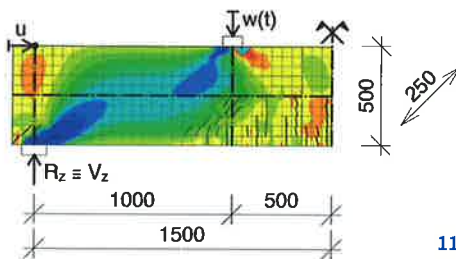
V tab. 3 a 4 je uvedeno několik příkladů průřezů, jejichž únosnost po vzniku trhlin při konstrukčním vyztužení je nižší než únosnost před vznikem trhlin, a může tedy potenciálně dojít k jejich křehkému kolapsu. Rozměry byly zvoleny tak, aby odpovídaly průřezům typickým pro pozemní stavby i mostní konstrukce.

Numerické modely

K ověření analytických výsledků dosažených parametrickou studii byly vytvořeny dva numerické modely ve výpočetním programu Atena Science [1]. Jeden pro namáhání krouticím momentem, druhý pro namáhání posouvající silou. Na základě výše uvedených výsledků byly rozměry průřezů zvoleny tak, aby byly větší než kritické rozměry. Hlavním cílem bylo potvrdit hypotézu rizika křehkého porušení konstrukčně vyztužených prvků. V obou případech byly uvažovány následující parametry a okrajové podmínky:

- beton C40/50 s návrhovými hodnotami tlakové a tahové pevnosti a průměrným modulem pružnosti dle Eurokódu 2;
- Rankinova funkce plasticity pro tahovou oblast a Menetrey-Willamova funkce plasticity pro tlakovou oblast;
- fixní model šíření trhlin (šíření ve směru první trhliny);
- smyková pevnost porušeného betonu dle Modifikované teorie kompresního pole [8];
- lomová energie $G_f = 41,7 \text{ N/m}$;
- výztuž B500B s návrhovou hodnotou meze kluzu dle Eurokódu 2,
- bilineární pružnoplastický pracovní diagram výztuže bez tahového zpevnění;
- přetvoření při přetržení výztuže $\epsilon_{ud} = 5 \%$.

Modely byly zatěžovány předepsanými přírůstky posunu tak, aby bylo možné zaznamenat sestupnou větev pracovních diagramů. Nelineární



11 Numerický model – posouvající síla
12 Pracovní diagram $V-u$ numerického modelu namáhaného smykem 13 Numerický model – krouticím moment
14 Pracovní diagram $T-\phi_x$ numerického modelu namáhaného kroucením

11 Numerical model – shear force

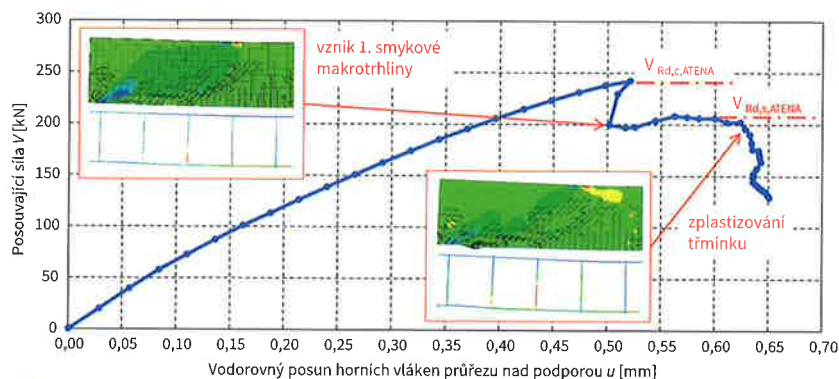
12 $V-u$ diagram of the numerical model

loaded by shear 13 Numerical model –

torsional moment 14 $T-\phi_x$ diagram of the

numerical model loaded by torsion

11



12

soustava rovnic byla řešena pro celý zatěžovací cyklus Newton-Raphsonovou metodou.

Model zatížený posouvající silou

Únosnost ve smyku byla zkoumána na modelu prostého nosníku zatíženého čtyřbodovým ohybem. Vzhledem k symetrii byla modelována pouze polovina nosníku (obr. 11). Celkové rozpětí nosníku bylo zvoleno délky 3 m s ekvidistantně rozmístěnými body zatěžování vzájemně vzdálenými 1 m. Obdélníkový průřez nosníku byl navržen s poměrem stran 1 : 2 o rozměrech 250 × 500 mm. Nosník byl vyztužen tak, aby byla ohybová únosnost výrazně vyšší než smyková únosnost při vzniku trhlin. Podélnou výztuž tvořily tři profily $\varnothing 22 \text{ mm}$ u spodního povrchu a konstrukční třmínky $\varnothing 8/340 \text{ mm}$ (dle rozhodující podmínky (2)) vzdálené 50 mm od povrchu betonu. Během zatěžování byl zaznamenán vývoj svislé reakce (odpovídající maximální posouvající síle) a vodorovný posun horních vláken průřezu nad podporou. Výsledný pracovní diagram je zobrazen na obr. 12.

Model zatížený krouticím momentem

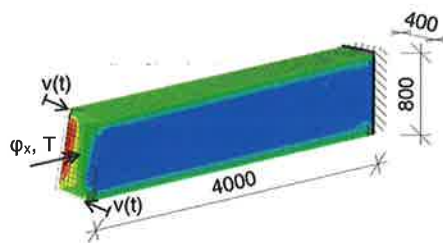
Únosnost v kroucení byla zkoumána na modelu konzoly zatížené proti-

směrnými posuny na volném konci (obr. 13). Délka konzoly byla zvolena 4 m s obdélníkovým průřezem s poměrem stran 1 : 2 o rozměrech 400 × 800 mm. Konzola byla vyztužena šesti podélnými pruty $\varnothing 10 \text{ mm}$ a konstrukčními třmínky $\varnothing 8/300 \text{ mm}$ (dle rozhodující podmínky (6)). Na koncích, vzhledem ke koncentraci napětí v místě zatěžování, byly třmínky zahuštěny v osové vzdálenosti 100 mm. Během zatěžování byl zaznamenán vývoj krouticího momentu a pootočení průřezu ve směru osy nosníku. Výsledný pracovní diagram je zobrazen na obr. 14.

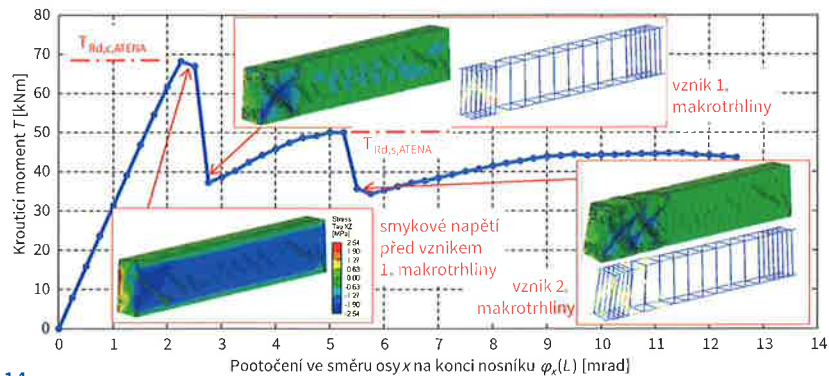
Shrnutí výsledků a diskuze

Z prezentovaných grafů parametrické studie lze vyvodit jednoznačný závěr, že u železobetonových prvků vystavených posouvající síle nebo krouticímu momentu dochází k průniku křivky únosnosti plného průřezu při vzniku trhlin $X_{Rd,c}$ s křivkou únosnosti konstrukční výztuže $X_{Rd,s,min}$ při narůstajících rozměrech průřezu. Bod průniku, tzv. kritický rozměr průřezu, je nepřímo úměrný pevnostní třídě betonu pro všechny zkoumané tvary průřezu.

Za překvapivý a do jisté míry alarmující výsledek považují autoři především konkrétní hodnoty kritických rozměrů průřezu, které jsou i pro běžné třídy betonu velmi nízké



13



14

– již od 130×400 mm při namáhání posouvající silou, resp. 200×600 mm při namáhání kroučícím momentem. Jedná se tedy o průřezy zcela typických rozměrů používaných pro pozemní stavby. Pro průřezy větších rozměrů používané často pro mostní konstrukce je rozdíl v únosnosti ještě výraznější.

Dále je třeba upozornit na samotnou míru rozdílu obou zkoumaných únosností. Z příkladů v tab. 3 a 4 je patrné, že je únosnost konstrukční výztuže po překročení kritických rozměrů až o 68 % nižší než únosnost průřezu při vzniku trhlin. K takto výraznému rozdílu navíc průřez při narůstajících rozměrech konverguje velice rychle (s výjimkou čtvercového průřezu namáhaného posouvající silou). Tento poznatek lze také vyjádřit tak, že při přibližně 30% využití plného betonového průřezu již není únosnost kon-

strukční výztuže dostatečná a v případě vzniku trhlin nedokáže zajistit duktilní chování prvku. Namísto toho může nastat náhlý křehký kolaps.

Numerické modely potvrdily poznatky získané parametrickou studií. Z pracovních diagramů obou modelů je patrná vysoká únosnost prvku před vznikem první smykové trhliny (makrotrhlina) následovaná prudkým pádem působícího zatížení o 20, resp. 55 % v okamžiku aktivace konstrukční výztuže. V praxi, kdy působí v drtivé většině případů silové zatížení, by výztuž nedokázala propad zastavit, došlo by k jejímu okamžitému přetržení a kolapsu celého prvku. Díky zatěžování předepsaným posunem byl na pracovním diagramu zachycen i další pokles působícího zatížení při vzniku druhé makrotrhlina.

Firmní prezentace

PROJEKTOVÁ, INŽENÝRSKÁ, KONZULTAČNÍ ČINNOST A DIAGNOSTIKA VE STAVEBNICTVÍ

PONTEX S.R.O.®



Mosty a lávky pro pěší • Dálnice, silnice, místní komunikace • Diagnostický průzkum konstrukcí • Objekty elektro • Inženýrské konstrukce
 Konstrukce pozemních staveb • Zakládání staveb • Hlavní a mimořádné prohlídky mostů • Zatěžovací zkoušky • Technický dozor a supervize staveb

Certifikace systému jakosti podle ČSN EN ISO 9001:2016 a ČSN EN ISO 14001:2016

PONTEX, s.r.o., Bezová 1658/1, 147 00 Praha 4, tel.: 244 462 219, e-mail: pontex@pontex.cz

Za zmínku rovněž stojí únosnost v kroucení při vzniku trhlin stanovená numerickým modelem. Její hodnota $T_{Rd,c,ATENA} = 68$ kNm je o 15 % nižší než hodnota vypočtená vztahem (12) dle Eurokódu 2 – $T_{Rd,c,EN2} = 78$ kNm. Tím byla předběžně prokázána hypotéza, že normový model na kroucení nadhodnocuje únosnost plného betonového průřezu. Zjištěná hodnota je nicméně vyšší než hodnota vypočtená vztahem (14) dle teorie pružnosti – $T_{Rd,c,el} = 52$ kNm.

Podmínky pro zajištění dostatečné duktility konstrukční smykové výztuže

Pokud se využití plného průřezu blíží 100 % a rozměry průřezu přesahují kritické rozměry, mělo by být zvaženo, zdali je účinně bráněno vzniku trhlin (vlivem nižší tahové pevnosti betonu, vlivem přídavného napětí od smršťování apod.). Pokud tyto vlivy nelze vyloučit, doporučují autoři navrhnout smykovou výztuž tak, aby splnila podmínku:

$$X_{Rd,s} > X_{Rd,c} \quad (20)$$

Za vhodné kritérium vysokého využití plného průřezu může být považován přibližně poměr $V_{Ed}/V_{Rd,c} > 0,8$, resp. $T_{Ed}/T_{Rd,c} > 0,6$ vzhledem k nadhodnocení únosnosti v kroucení.

Pro splnění podmínky (20) lze odvodit doplňkové konstrukční zásady pro maximální osovou vzdálenost třmínků (index V pro posouvající sílu a T pro kroučící moment):

$$s_{l,max,4,V} = \frac{A_{sw} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cotg(\theta)}{\beta \cdot (C_{Rd,c} \cdot k \cdot \sqrt{100} \cdot \rho_1 \cdot f_{ck} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d} \quad (21)$$

$$s_{l,max,5,V} = \frac{A_{sw} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cotg(\theta)}{\beta \cdot 0,035 \cdot \sqrt{k^3} \cdot f_{ck} \cdot b_w \cdot d} \quad (22)$$

$$s_{l,max,6,T} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \cotg(\theta)}{\beta \cdot t_{ef} \cdot f_{ctd}} \quad (23)$$

Literatura:

- [1] ČERVENKA, V. et al. *ATENA Program Documentation*, Prague, 2018.
- [2] ČSN EN 1992-1-1, *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Ed. 2. Praha: ÚNMZ, 2019.
- [3] ČSN EN 1992-1-1 NA, *National Annex – Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Ed. A. Praha: ÚNMZ, 2020.
- [4] ČSN EN 1992-2, *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 2: Betonové mosty – Navrhování a konstrukční zásady*. Praha: ČNI, 2007.
- [5] KRÍSTEK, V., PRŮŠA, V., VÍTEK, J. L. Modely pro analýzu kroucení masivních betonových prvků. *Beton TKS*. 2017, roč. 17, č. 4, s. 50–55.
- [6] RÁČEK, V., KADLEC, L., KRÍSTEK, V., VÍTEK, J. L. *New experiments on shear properties of fibre-concrete*. *Procedia Engineering*. 2016, Vol. 151, pp. 249–256.
- [7] TIMOSHENKO, S. P., GOODIER, J. N. *Theory of elasticity*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1987. ISBN 0-07-064720-8.
- [8] VECCHIO, F. J., COLLINS, M. P. The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. *ACI Journal*. 1986, Vol. 83, No. 2, pp. 219–231.
- [9] VESECKÝ, J. *Kroucení železobetonových prvků*, Praha, 2017, Bakalářská práce. ČVUT v Praze. Fakulta stavební, Katedra betonových a zděných konstrukcí.
- [10] VESECKÝ, J. Kroucení dle EC2 – Problémy a chyby analytického modelu. In: *Proceedings of the 8th PhD Workshop of the Department of Concrete and Masonry Structures*. Praha: ČVUT v Praze, 2019, pp. 159–164.

kde $\beta > 1,0$ odpovídá zvolenému součiniteli bezpečnosti. Autoři doporučují volit hodnotu $\beta = 1,2$.

Uvedené podmínky (21) až (23) zajistí dostatečnou duktilitu konstrukčně vyztužených prvků.

Závěr

Článek na základě parametrické studie a nelineárních numerických modelů upozorňuje na závažný nedostatek normy ČSN EN 1992, který umožňuje provést návrh železobetonových prvků na smyk a kroucení takovým způsobem, že bude únosnost smykové výztuže několikanásobně nižší než únosnost plného betonového průřezu. Tento stav může nastat v okamžiku, kdy dle výpočtu nemají v prvku vzniknout smykové trhliny, požaduje se pouze minimální (konstrukční) vyztužení bez dalšího ověření únosnosti a zároveň jsou rozměry průřezu větší než tzv. kritické rozměry (obr. 9 a 10). Poté, v okamžiku vzniku jediné smykové trhliny na prvku, hrozí jeho křehký kolaps, neboť konstrukční výztuž nedokáže zajistit dostatečnou duktilitu.

Parametrickou studií i numerickými modely bylo prokázáno, že vypočtené kritické rozměry odpovídají průřezům zcela běžně používaným jak v pozemních stavbách, tak mostních konstrukcích.

Projektanti by měli věnovat zvýšenou pozornost návrhu „prvků nevyžadujících návrh smykové výztuže“. V případech, kdy se využití průřezu dle vztahu (1) blíží 100 %, doporučují autoři článku zvážit využití doplňkových konstrukčních zásad pro maximální vzdálenost třmínků prezentovaných v tomto článku (21), (22) a (23).

Stranou hlavního záměru článku bylo prezentovaným numerickým modelem na kroucení předběžně potvrzeno, že únosnost prvku vystaveného kroučícímu momentu je při vzniku trhlin nižší, než udává normový vztah (12) založený na představě analogického tenkostěnného dutého průřezu. Trhliny proto mohou vzniknout mnohem dříve, než dosáhne vypočtené využití plného průřezu 100 %.

Autoři článku považují zjištěné nedostatky Eurokódu 2 za závažné z pohledu každodenní praxe navrhování betonových konstrukcí. Proto v budoucnu zamýšlí prezentované výsledky rozšířit a upřesnit dalšími analytickými, numerickými, příp. fyzickými modely a upozornit na další důležitá zjištění.

Článek vznikl jako součást projektu Studentské grantové soutěže SGS20/042/OHK1/1T/11 a SGS20/109/OHK1/2T/11.



Bc. Jan Kubát
Fakulta stavební ČVUT v Praze
jan.kubat@fsv.cvut.cz



Ing. Jan Vesecký
Fakulta stavební ČVUT v Praze
Katedra betonových a zděných konstrukcí
jan.vesecky@fsv.cvut.cz



doc. Ing. Lukáš Vrablík, Ph.D., FEEng.
Fakulta stavební ČVUT v Praze
Katedra betonových a zděných konstrukcí
lukas.vrablik@fsv.cvut.cz

Článek byl posouzen odborným lektorem. The article was reviewed.