

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ



Diplomová práce

Řešení některých případů termálně stratifikovaného proudění v
MVA užitím OpenFOAM

David Mahovský

Doc. Ing. Luděk Beneš, Ph.D.

vedoucí práce

Mgr. Hynek Řezníček

konzultant

2020

Praha



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Mahovský** Jméno: **David** Osobní číslo: **437226**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav technické matematiky**
Studijní program: **Strojní inženýrství**
Studijní obor: **Matematické modelování v technice**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Řešení některých případů termálně stratifikovaného proudění v MVA užitím OpenFOAM

Název diplomové práce anglicky:

Solving of Several Cases of Thermal Stratified ABL Flows Using OpenFOAM

Pokyny pro vypracování:

Provést rešerši způsobů modelování proudění ve stratifikované MVA.
Seznámit se modelem implementovaným v OpenFOAMu.
Naprogramovat vybrané případy, srovnat je s experimenty nebo jinými simulacemi a zhodnotit použitý model.
Výsledky zpracovat a prezentovat.

Seznam doporučené literatury:

Ferziger J. H., Perić M.: Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer (2. vydání), Berlin 1997
Holton J. R.: An introduction to Dynamic Meteorology, Academic press, San Diego - California 1992
Robert A.: Bubble Convection Experiments with a Semi-implicit Formulation of the Euler Equations, Journal of the Atmospheric Sciences 50, 1993
Šíp V.: Numerical Simulations of Microscale Atmospheric Flows and Pollution Dispersion, Dizertační práce, ČVUT FS, 2016
Kozel K., Louda P., Bodnár T., Beneš L., Sládek I., Numerická simulace proudění, Praha 2004

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

doc. Ing. Luděk Beneš, Ph.D., ústav technické matematiky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Mgr. Hynek Řezníček, ústav technické matematiky FS

Datum zadání diplomové práce: **16.04.2020** Termín odevzdání diplomové práce: **16.08.2020**

Platnost zadání diplomové práce:

doc. Ing. Luděk Beneš, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Jiří Fůrst, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis člena(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

6.5.2020
Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Poděkování

Rád bych poděkoval svému vedoucímu, Doc. Ing, Luďku Benešovi, Ph.D, za cenné rady, trpělivost, osobní přístup a podporu nejen při tvorbě této práce. Dále bych chtěl poděkovat Mgr. Hynku Řezníčkovi za přátelský přístup a odborné vedení ohledně práce se softwarem. Také bych chtěl poděkovat své rodině za podporu při celé době studia.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně pod vedením Doc. Ing, Luďka Beneše, Ph.D a Mgr. Hynka Řezníčka a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním. Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že České vysoké učení technické v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne

David Mahovský

Abstrakt

V této práci je řešeno několik úloh termálně stratifikovaného proudění v mezní vrstvě atmosféry (MVA) pomocí softwaru OpenFOAM. K numerickému řešení systému Navier-Stokesových rovnic v Boussinequově aproximaci jsou použita různá schémata založená na metodě konečných objemů ve spojení s algoritmem PIMPLE a SIMPLE. Vlastnosti OpenFOAMU jsou ověřeny na několika typických úlohách. Nejprve je simulován pohyb bubliny teplého nebo studeného vzduchu v neutrálně stratifikované atmosféře. Na těchto případech jsou testovány různé typy schémat a vliv sítě. V další úloze je zkoumán vliv stratifikace na pohyb bubliny. V poslední úloze modelujeme termálně podmíněnou konvekci nad různě teplým zemským povrchem.

Klíčová slova

CFD, RANS, MKO, mezní vrstva atmosféry, MVA, OpenFOAM, Boussinesqova aproximace

Abstract

This diploma thesis focuses on the modelling of several thermally stratified problems in the atmospheric boundary layer (ABL). Navier-Stokes equations in Boussinesq approximation are used to model the flow in ABL and a number of finite volume method based numerical schemes together with algorithms SIMPLE or PIMPLE solve the problem numerically. OpenFOAM is used to carry out the numerical simulation. OpenFOAM properties are analysed on these following tasks. The first simulation studies the movement of a hot air bubble and of a cold air bubble in neutrally stratified atmosphere. The impact of the use of different numerical schemes as well as the mesh step size are analyzed in this task. The influence of the stratification on the movement of the bubbles tested in the second task. The last task models thermally conditioned convection over differently heated Earth surface.

Key words

CFD, RANS, FVM, atmospheric boundary layer, ABL, OpenFOAM, Boussinesq approximation

Obsah

1	Mezní vrstva atmosféry	11
1.1	Stabilita atmosféry	12
2	Výchozí systém rovnic	14
2.1	Systém Navier-Stokesových rovnic	14
2.2	Boussinesquova aproximace	15
2.3	Model turbulence	17
3	OpenFOAM	19
3.1	Metoda konečných objemů	20
3.2	Numerické řešení N-S rovnic pro nestlačitelné proudění	20
3.3	Nastavení úlohy v softwaru OpenFOAM	22
3.4	Složka <i>Constant</i>	22
3.5	Složka <i>System</i>	23
3.6	Časové složky	27
3.7	Okrajové podmínky	27
4	Stratifikované proudění řešené pomocí OpenFOAM	29
4.1	Stoupající bublina teplého vzduchu	29
4.2	Klesající bublina chladného vzduchu	38
4.3	Bublina vzduchu ve stabilní a labilní atmosféře	43
4.4	Termálně podmíněná konvekce	47
5	Závěr	53
	Literatura	58

Úvod

Problematika mezní vrstvy atmosféry (dále jen MVA) má pro člověka velký význam. Trávíme zde téměř celý život, je tedy důležité zkoumat vlastnosti dějů, které ovlivňují proudění vzduchu, v našem blízkém okolí.

Studium proudění v MVA má význam pro mnoho oborů, například v ekologii, pozemní i letecké dopravě, zemědělství nebo stavitelství. V ekologii se řeší problémy šíření nečistot v ovzduší. V práci [10] se autor zabývá vlivem vegetace na šíření jemných částic. Příkladem tohoto problému může být vhodné umístění skládky, aby se nečistoty nešířily do přilehlých obytných oblastí. V souvislosti s dopravou se provádějí simulace šíření nečistot z silnic a dálnic [25]. Ve stavitelství má proudění vliv především na prostorově výrazné stavby, jako jsou výškové budovy nebo dlouhé mosty. Při špatné znalosti nebo podcenění vzniklých sil může dojít ke zřícení objektu. Příkladem je pád mostu Tacoma Narrows Bridge [5], který kvůli špatnému návrhu postraních nosníků kladl větru příliš velký odpor a vzniklé turbulence měly za následek jeho zřícení.

Řešit případy proudění v MVA experimentálně je velice obtížné a mnohdy nemožné. Vlivem nestálosti vstupních parametrů není obvykle možné experiment zopakovat zcela totožně a při testování v aerodynamických tunelech máme problém s dodržáním podobnostních čísel. Proto je v dnešní době běžné modelovat nejrůznější případy proudění pomocí počítačových softwarů. Mezi známé programy patří *Fluent*, který je integrován v prostředí *Ansys*, *STAR-CCM+* od Siemensu nebo software *simFlow*. Tyto komerční softwary bývají velmi drahé, například licence pro software *simFlow* stojí 7500\$ ročně. Pro spoustu firem tak nastává otázka jestli není výhodnější vyvinout vlastní program, což v závislosti na řešeném problému může být také velmi drahé a zároveň zdlouhavé, proto mnoho firem volí volně přístupné softwary jako je OpenFOAM.

Ten v této práci otestujeme na některých úlohách tepelně stratifikovaného proudění v MVA. Jedná se o problémy, kdy změna hybnosti proudění je vyvolána nebo ovlivněna

teplotními rozdíly zemského povrchu nebo atmosféry, případně jejich kombinací. Touto problematikou se v posledních letech zabývalo mnoho autorů. Například v práci [24] autoři modelují proudění přes kopec s vyhřívanou závětrnou stranou. V práci [18] autoři testují vlastní řešič na stratifikovaném proudění ovlivněné změnou tlaku, teploty a hustoty vzduchu. Proudění v atmosféře nemusí být ovlivněno pouze rozdílnou teplotou vzduchu, ale také rozdílnou teplotou povrchu. To je důsledek schopnosti odrážet sluneční záření, což závisí na druhu a barvě povrchu. V práci [11] autor uvádí rozdíly teplot o více než 25 K mezi vegetací a povrchem jiného typu. To má za následek vyvolání tepelně podmíněných vertikálních pohybů, která lze modelovat v podobě Rayleigh-Bénardovy konvekce [20]. V této simulaci je tekutina ohřívána zezdola a svrchu je ochlazována, mezi těmito stěnami tak vznikají vírové struktury. Ve velkých měřítkách je vliv přirozené konvekce na atmosferické pochody zkoumán v rámci městských tepelných ostrovů. Jedná se o zvyšování teploty v městských zástavbách, to podle práce [21] způsobuje větší množství srážek v okolí měst. Ve středních měřítkách se tento vliv často zanedbává, například při proudění kolem vegetační bariéry, kde převládá difuzní proudění (práce [22] nebo [6]). V naší práci otestujeme schopnost OpenFOAMu řešit problémy spjaté s termálně stratifikovaným prouděním.

V MVA lze proudění považovat za vazké, nestlačitelné a stratifikované. Těchto vlastností je využito pro volbu výchozího systému rovnic. K uzavření systému použijeme rovnice pro model turbulence.

Schopnost OpenFOAMu řešit tepelně podmíněné proudění v MVA ověříme na několika úlohách. V první úloze řešíme stoupání bubliny teplého vzduchu v neutrálně zvrstvené atmosféře. Na tomto případě je testován vliv různých schémat a jemnost sítě. Výsledky jsou validovány s hodnotami z práce [18], kde je řešení získáno pomocí DNS. Výsledky této úlohy jsou využity pro nastavení dalších simulací. V druhé úloze simulujeme obdobný případ, do neutrálně zvrstvené atmosféry je vložena bublina chladného vzduchu. Dále je testován vliv různé stratifikace atmosféry, bublina vzduchu je zde umístěna do stabilně a labilně stratifikované atmosféry. Poslední řešená úloha je inspirována Rayleigh-Bénardovou konvekcí, kde je proudění vyvoláno rozdílnou teplotou povrchu.

Kapitola 1

Mezní vrstva atmosféry

Naše planeta je obklopena vrstvou plynů, zvanou atmosféra. Tato vrstva je rozdělena do několika částí, z nichž nejspodnější je troposféra. Ta sahá od zemského povrchu až do výšky 7 km nad póly a 18 km nad rovníkem. V její nejspodnější části se nachází vrstva, která je přímo ovlivněna zemským povrchem. V této vrstvě je proudění vzduchu značně ovlivněno třením o povrch Země, což způsobuje ztrátu hybnosti proudícího vzduchu. Díky tomu vznikají víry a vzduch se tak promíchává. Toto tření je největší u zemského povrchu a s výškou klesá. Krom tření, může být promíchávání způsobováno také ohřátím proudícího vzduchu o zemský povrch. Teplejší vzduch má nižší hustotu než chladnější a stoupá tak vzhůru. Oblasti, kterou povrch Země výrazně ovlivňuje říkáme mezní vrstva atmosféry (MVA). Nejčastěji se výška MVA pohybuje mezi 500m až 2000m v závislosti na terénu, nad kterým se vytvoří. V souvislosti s MVA zavedeme souřadný systém pevně spjatý se zemským povrchem, kde osa z bude směřovat kolmo od povrchu Země. Osu x uvažujeme ve směru horizontálního proudění.

Vertikální teplotní gradient

V celé troposféře je typický pokles teploty vzduchu s rostoucí nadmořskou výškou, proto v MVA uvažujeme tzv. vertikální teplotní gradient jako záporně vzatou změnu teploty s rostoucí výškou, tedy

$$\gamma = -\frac{\partial T}{\partial z}, \quad (1.1)$$

kde T je teplota vzduchu. V případě, kdy vertikální pohyby probíhají natolik rychle, že vzduchová částice nestačí sdílet teplo s okolím, lze tyto děje považovat za adiabatické.

Vzduchová částice je označení používané zejména v meteorologii a označuje modelový objem vzduchu, ve kterém neuvažujeme prostorové změny stavových veličin (teploty, tlaku, hustoty). Objem musí být dostatečně velký na to, aby jeho stav mohl být popsán hodnotami makroskopických měřítek a zároveň musí být dostatečně malý, aby při pohybu nevyvolával kompenzační pohyby v okolním vzduchu [19]. Pro adiabatické děje lze z první věty termodynamické a rovnice hydrostatické rovnováhy (2.6) odvodit hodnotu suchoadiabatického gradientu (odvození lze nalézt například v [14])

$$\gamma_a = -\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{-g}{c_p} = 0.0098 \frac{K}{m}, \quad (1.2)$$

kde g je záporně vzatá gravitační konstanta a c_p je měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku. Tato hodnota udává změnu teploty částice suchého vzduchu na metr výšky.

V této práci budeme pracovat s potenciální teplotou, což je teplota, kterou by měla vzduchová částice při adiabatickém stlačení (rozpínání) na referenční tlak $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ (tlak na povrchu Země). Vztah je odvozen z Poissonových rovnic pro adiabatické děje.

$$\Theta := T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}, \quad (1.3)$$

kde p je tlak vzduchové částice a R je měrná plynová konstanta.

1.1 Stabilita atmosféry

Stabilita atmosféry je jeden z hlavních faktorů ovlivňující vertikální přenos hybnosti, tepla a hmotných částic. Jedná se o různé prohrátí jednotlivých vrstev atmosféry, které nazýváme teplotní stratifikace. Jako stabilně zvrstvenou atmosféru pak chápeme situaci, kdy teplota klesá s výškou pomaleji než je hodnota suchoadiabatického gradientu. To lze vyjádřit pomocí gradientu potenciální teploty

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} > 0, \quad (1.4)$$

v takovém případě si vzduchová částice drží svou horizontální hladinu a při jakémkoliv vychýlení, se do této hladiny snaží vrátit. Na obrázku 1.1 je tento případ znázorněn čarami 2,3 a 4. V opačném případě, kdy se vzduchová částice nesnaží vrátit zpět, ale naopak cestuje skrze jednotlivé vrstvy, mluvíme o nestabilně (labilně) zvrstvené atmosféře (čára

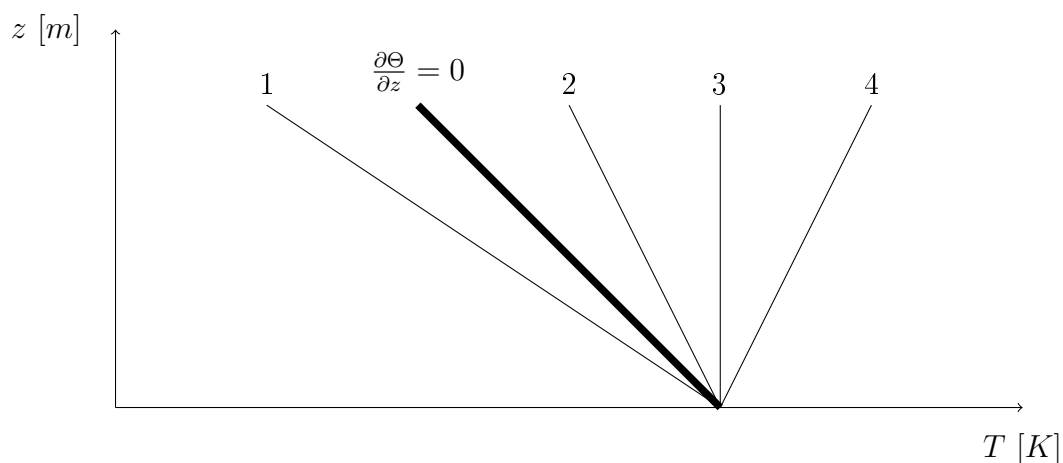
1 na obr. 1.1). V tomto případě klesá teplota rychleji než je hodnota suchoadiabatického gradientu, což lze vyjádřit pomocí potenciální teploty jako

$$\frac{\partial\Theta}{\partial z} < 0. \quad (1.5)$$

V atmosféře může nastat i případ, kdy vychýlená částice zůstane v nové vrstvě a nemá potřebu dále cestovat. Toto zvrstvení nazýváme neutrální (indefeřentní). V tomto případě teplota klesá s výškou stejně, jako je hodnota suchoadiabatického gradientu. To odpovídá konstantní potenciální teplotě

$$\frac{\partial\Theta}{\partial z} = 0, \quad (1.6)$$

na obrázku je tento stav znázorněni tlustou čarou.



Obrázek 1.1: Základní typy teplotního zvrstvení [19]

Kapitola 2

Výchozí systém rovnic

Tato práce se zabývá prouděním vzduchu v MVA. Vzhledem k nízkým rychlostem se toto proudění dá považovat za nestalčitelné. Hustota se zde nemění v důsledku setrvačných sil, ale pouze působením teploty nebo gravitace. Vyjdeme tedy ze systému Navier- Stokesových rovnic pro nestlačitelnou newtonovskou tekutinu. Jelikož změny hustoty způsobené vlivem teploty a gravitace jsou příliš malé, vyvolávají pouze nepatrné změny tlaku. Proto zavedeme Boussinesquovu aproximaci. To nám umožní počítat poruchy tlaku v numerických simulacích.

2.1 Systém Navier-Stokesových rovnic

Tento systém rovnic vznikl spojením rovnice kontinuity, která vychází ze zákona zachování hmotnosti a pohybové rovnice, která vychází ze zákona zachování hybnosti. Obecně se používá i rovnice pro zachování energie, kterou v této práci používáme ve tvaru rovnice pro potenciální teplotu. Podrobné odvození rovnic lze nalézt například v [8] nebo v [17]. Rovnice kontinuity má tvar

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u}(\nabla \cdot \rho) = -\rho(\nabla \cdot \vec{u}), \quad (2.1)$$

kde \vec{u} je vektor rychlosti a ρ hustota. Nestlačitelné proudění je definováno solenoidálním rychlostním polem

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (2.2)$$

rovnice kontinuity tak má tvar

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u}(\nabla \cdot \rho) = 0. \quad (2.3)$$

Pohybová rovnice má tvar

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u} \otimes \vec{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{G}, \quad (2.4)$$

kde p je tlak, ν je kinematická viskozita. V rámci objemových sil \vec{G} uvažujeme jen vliv gravitace, která působí ve vertikálním směru. Vzhledem k našemu měřítku lze podle [15] zanedbat Coriolisovu setrvačenou sílu, jelikož je řádově menší než ostatní členy. Vektor objemových sil tak má tvar $\vec{G} = (0; 0; g)$. Rovnici pro zachování energie vyjádříme jako rovnici pro potenciální teplotu, kompletní odvození lze nalézt v [22].

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \nabla \cdot (\Theta \vec{u}) = \lambda \Delta \Theta, \quad (2.5)$$

kde λ je součinitel tepelné vodivosti.

Hydrostatická rovnováha

V meteorologii má široké uplatnění rovnice hydrostatické rovnováhy. Rovnice je odvozena z vertikální pohybové rovnice (2.4) za předpokladu, že vzduch je v klidu vůči Zemi (tj. $\vec{u} = 0$)

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = g. \quad (2.6)$$

Pro velká měřítka rovnice platí s přesností na 0,1% i při běžných horizontálních a vertikálních pohybech vzduchu [19]. Existují i případy, ve kterých rovnici hydrostatické rovnováhy použít nelze např. v bouřkových oblacích.

2.2 Boussinesquova aproximace

Boussinesquovu aproximaci zavádíme v případech, kdy jsou změny veličin nevýrazné oproti původní hodnotě. V našem případě se jedná o tlak, který má na povrchu Země hodnotu řádově $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$. Změny vyvovalé rozdílnou teplotou se řádově pohybují v jednotkách hPa (10^2 Pa). Boussinesquových aproximací existuje více druhů, v této práci ji používáme ve tvaru, v jakém je implementována v softwaru OpenFOAM [2]. Hodnoty tlaku a hustoty rozdělíme na pozadové a poruchové veličiny

$$p = p_0 + p^*, \quad (2.7)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho^*, \quad (2.8)$$

index 0 značí pozadřovou veličinu, hvězdička poruchu veličiny[12]. Pro pozadřové veličiny předpokládáme, že splňují rovnici hydrostatické rovnováhy. Po integraci rovnice 2.6 a dozasení vztahu 2.7 získáme vyjádření pro poruchu tlaku

$$p^* = p - \rho g z. \quad (2.9)$$

Tímto vztahem aproximujeme rovnici hydrostatické rovnováhy, u které se nedopustíme velké chyby, když hustotu považujeme za pozadřovou veličinu ($\rho^* \ll \rho_0$)

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g \approx -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p^*}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho^*}{\rho_0} g z \right) + g. \quad (2.10)$$

Člen $\frac{p^*}{\rho_0}$ se v OpenFOAM značí jako p_{rgh} . Poměr hustot $\frac{\rho^*}{\rho_0}$ je dán vztahem

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} \simeq 1 - \beta (\Theta - \Theta_0), \quad (2.11)$$

kde β je součinitel teplotní roztažnosti. Pro zavadení Boussinesquovi aproximace musíme dodržet podmínku

$$\frac{\beta (\Theta - \Theta_0)}{\rho_0} \ll 1. \quad (2.12)$$

Jelikož rovnice hydrostatické rovnováhy platí i při běžných pohybech, dosadíme aproximaci (2.10) do pohybové rovnice

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u} \otimes \vec{u}) = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p^* + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{G} z \nabla \frac{\rho^*}{\rho_0}, \quad (2.13)$$

gradient v posledním členu na pravé straně je díky přenásobení tíhovým zrychlením pouze derivací v zetovém směru. Výsledný výchozí systém rovnic tak bude mít tvar

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{u} &= 0, \\ \frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \vec{u} \cdot (\nabla \cdot \rho^*) &= 0, \\ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u} \otimes \vec{u}) &= -\frac{1}{\rho_0} \nabla p^* + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{G} z \nabla \frac{\rho^*}{\rho_0}, \\ \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \nabla \cdot (\Theta \vec{u}) &= \lambda \Delta \Theta. \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.3 Model turbulence

V MVA převažuje turbulentní proudění, které je značně složité. Použití DNS a LES je omezeno na speciální případy, nejčastěji se používá systém RANS. V tom se jedná o rozklad jednotlivých veličin na středovanou část $\bar{\alpha}(\vec{x})$ a část flukтуаční $\alpha''(\vec{x}, t)$.

$$\alpha(\vec{x}, t) = \bar{\alpha}(\vec{x}) + \alpha''(\vec{x}, t), \quad (2.15)$$

Středovaná rovnice kontinuity (2.2) má tvar

$$\nabla \cdot \bar{\vec{u}} = 0. \quad (2.16)$$

Při středování hustoty považujeme ρ^* a ρ_0 za střední hodnoty. Rovnici pro hustotu tak středujeme pouze vzhledem k rychlosti.

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \bar{\vec{u}} \cdot (\nabla \cdot \rho^*) = 0, \quad (2.17)$$

středováním pohybových rovnic získáme

$$\frac{\partial \bar{\vec{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\vec{u}} \otimes \bar{\vec{u}} + \overline{\vec{u}'' \otimes \vec{u}''}) = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \bar{p}^* + \nu \nabla^2 \bar{\vec{u}} + \vec{G}_z \nabla \frac{\rho^*}{\rho_0}. \quad (2.18)$$

Člen $(\overline{\vec{u}'' \otimes \vec{u}''})$ je Reynoldsův tenzor napětí, který je důsledkem nelinearity konvektivního členu

$$\tau = \overline{\vec{u}'' \otimes \vec{u}''}. \quad (2.19)$$

Systém RANS rovnice tak není uzavřený, toto musíme řešit přidáním modelu turbulence. V této práci používáme dvourovnicový model $\mathbf{k} - \epsilon$. Tento model řeší rovnici pro kinetickou turbulentní energii k a rovnici pro rychlost disipace turbulentní kinetické energie ϵ [3]. Rovnice mají tvar

$$\frac{\partial (k)}{\partial t} + \nabla \cdot (k \bar{\vec{u}}) = \nabla \cdot \left(\left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} + \nu \right) \nabla k \right) + P - \epsilon, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial (\epsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\epsilon \bar{\vec{u}}) = \nabla \cdot \left(\left(\frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \nabla \epsilon \right) + \frac{C_1 \epsilon}{k} P - C_2 \frac{\epsilon^2}{k}, \quad (2.21)$$

kde C_1 , C_2 , σ_k , σ_ϵ jsou známe konstanty získané pomocí experimentů, P značí produkci turbulentní kinetické energie, ν_T je turbulentní vazkost, definovaná jako

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}, \quad (2.22)$$

C_μ je opět známá konstanta získaná z experimentů. Středováním rovnice pro potenciální teplotu dostáváme

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\Theta} \bar{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot \left[\left(\frac{\nu_T}{Pr_t} + \frac{\nu}{Pr} \right) \nabla \bar{\Theta} \right], \quad (2.23)$$

kde Pr je Prantlovo číslo a Pr_t je turbulentní Prantlovo číslo. Díky modelu turbulence máme uzavřený systém RANS rovnic, který má tvar

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot (\nabla \cdot \rho^*) = 0, \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \otimes \bar{\mathbf{u}} + \tau) = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \bar{p}^* + \nu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} + \vec{G}_z \nabla \frac{\rho^*}{\rho_0}, \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \langle k \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot (k \bar{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot \left(\left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} + \nu \right) \nabla k \right) + P - \epsilon, \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \langle \epsilon \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot (\epsilon \bar{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot \left(\left(\frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \nabla \epsilon \right) + \frac{C_1 \epsilon}{k} P - C_2 \frac{\epsilon^2}{k}, \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\Theta} \bar{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot \left[\left(\frac{\nu_T}{Pr_t} + \frac{\nu}{Pr} \right) \nabla \bar{\Theta} \right]. \quad (2.29)$$

Kapitola 3

OpenFOAM

Provádět experimenty v MVA je velice obtížné a u většiny případů nemožné. Může za to rozsáhlost testované oblasti a nestálost počátečních a okrajových podmínek. Ve větrných tunelech lze provádět experimenty jen na zmenšených modelech. Narážíme zde na problém dodržení podobnostních čísel. Proto s rostoucí výkonností počítačů nachází stále větší uplatnění obor CFD (Computational Fluid Dynamics). Používání různých softwarů k řešení problémů proudění je časově i finančně úspornější, než provádění reálných experimentů. Avšak tyto simulace vždy pracují s různými zjednodušeními, proto jsou reálné experimenty stále důležité pro ověření správnosti výsledků.

V této práci budeme používat program OpenFOAM. Jedná se o bezplatný open-source software, který má velice širokou škálu uplatnění, od simulace proudění tekutin, přes výpočty chemických reakcí, akustiky, mechaniky pevných látek nebo elektromagnetismu. Jeho výhodou je dostupnost a jelikož se jedná o open-source software, je možné upravovat kód dle aktuálních potřeb a opravit tak i případně nalezené chyby v některých modelech. Program je psán v jazyce C++ a má širokou vývojovou komunitu. Vzhledem k velkému počtu autorů zde dochází k problémům s různou terminologií, což má za následek obtížnou orientaci v softwaru. Oficiální návody jsou hodně strohé a vyžadují pokročilou znalost programování. Nicméně zde existuje velice rozsáhlá uživatelská komunita a přes internetová fóra (například [1]) tak lze řešit nejrůznější problémy.

OpenFOAM je založen na metodě konečných objemů. Pro řešení úloh v MVA je důležité, že software obsahuje řešiče využívající Boussinesquovu aproximaci. Všechny úlohy jsou řešeny ve verzi OpenFOAM v6.

3.1 Metoda konečných objemů

Výchozí soustavu rovnic integrujeme přes konečný objem (buňku sítě) v němž je hodnota dané veličiny uvažována jako střední hodnota veličiny v daném objemu. V OpenFOAMu je obvykle daná hodnota uložena v centru (těžišti) kontrolního objemu.

Objemový integrál přes prostorové derivace (∇) lze použitím Gauss-Ostrogradského věty převést na plošné integrály přes stěny jednotlivých kontrolních objemů. Tyto integrály pak reprezentují toky jednotlivých veličin přes hranice buněk.

Pokud použijeme buňku (jako kontrolní objem), lze s využitím obdélníkového pravidla pro aproximaci jednotlivých integrálů na stěnách nahradit tyto integrály sumou přes všechny stěny. Provedením takové prostorové diskretizace nakonec dostáváme soustavu obyčejných diferenciálních rovnic v čase. Výpočet konkrétních toků je potom záležitostí různých numerických schémat pro jednotlivé členy rovnic.

3.2 Numerické řešení N-S rovnic pro nestlačitelné proudění

Absence stlačitelnosti způsobuje problémy při řešení tlaku. Pro řešení jsou proto vyvinuty různé metody, jedna z nich je založena na přidání umělé stlačitelnosti. Další možností je použít projekční metody, které používáme v podobě algoritmů SIMPLE a PIMLE, který je rozšířením algoritmu PISO.

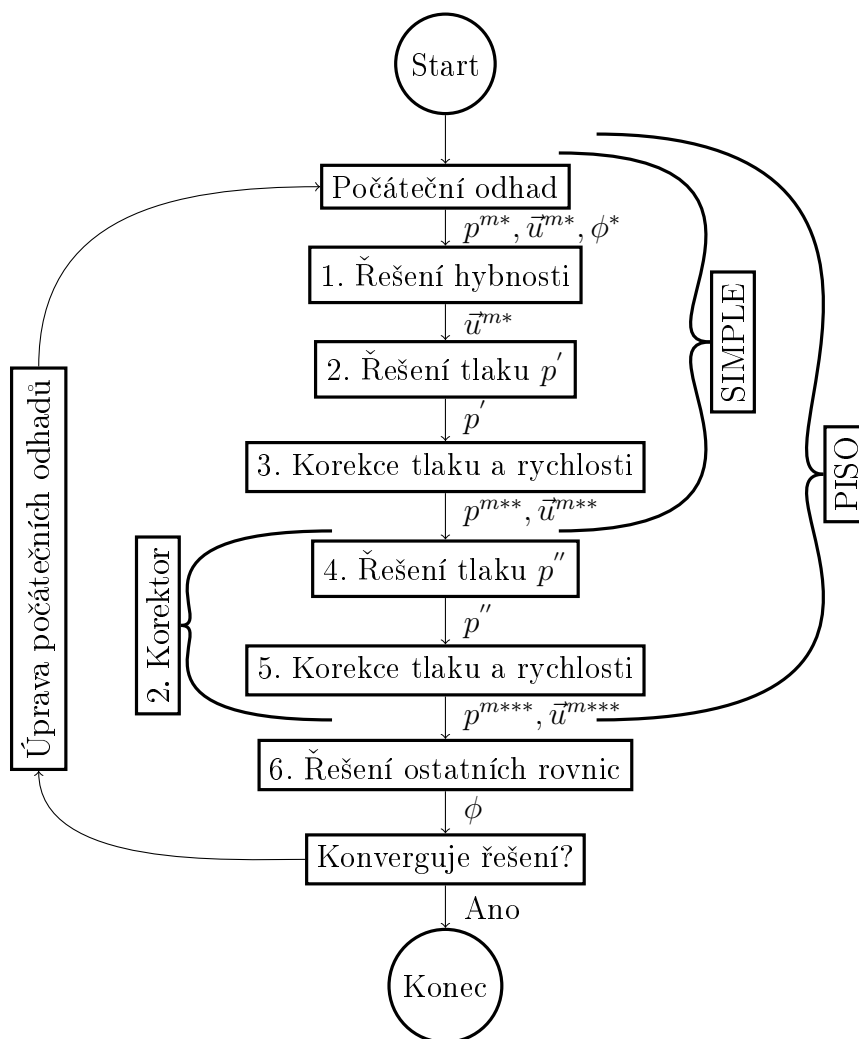
SIMPLE

Tento Algoritmus byl vyvinut B. Spaldingem a S. Patankarem na začátku 80. let [9]. Zkratka SIMPLE znamená semi-implicitní metoda pro tlakem vázané rovnice. Celý algoritmus s rozříšením pro PISO je schématicky naznačen na obrázku 3.1.

1. Řešení linearizované hybnostní rovnice pomocí hodnot p^{m*} a \vec{u}^{m*} z předešlé iterace.
2. Výpočet korekce tlaku p' .
3. Řešení nového rychlostního pole ($u^m = u^{m*} + u'$) a nového tlak ($p^m = p^{m*} + p'$), aby byla splněna rovnice kontinuity.
4. Výpočet druhé korekce tlaku p'' .
5. Řešení nového rychlostního pole u^{m**} a tlaku p^{**} , opět musí být splněna rovnice kontinuity. Kroky 4 a 5 jsou principem totožné s kroky 2 a 3, tato sekvence se nazývá

- korektor. U PISO se počet opakování korektoru dá nastavit, pro SIMPLE je to jedna.
6. Řešení ostatních veličin.
 7. Pokud řešení konverguje, přechází algoritmus do nové časové vrstvy. Pokud ne, vrací se do prvního bodu, získané hodnoty jsou použity jako počáteční odhad.

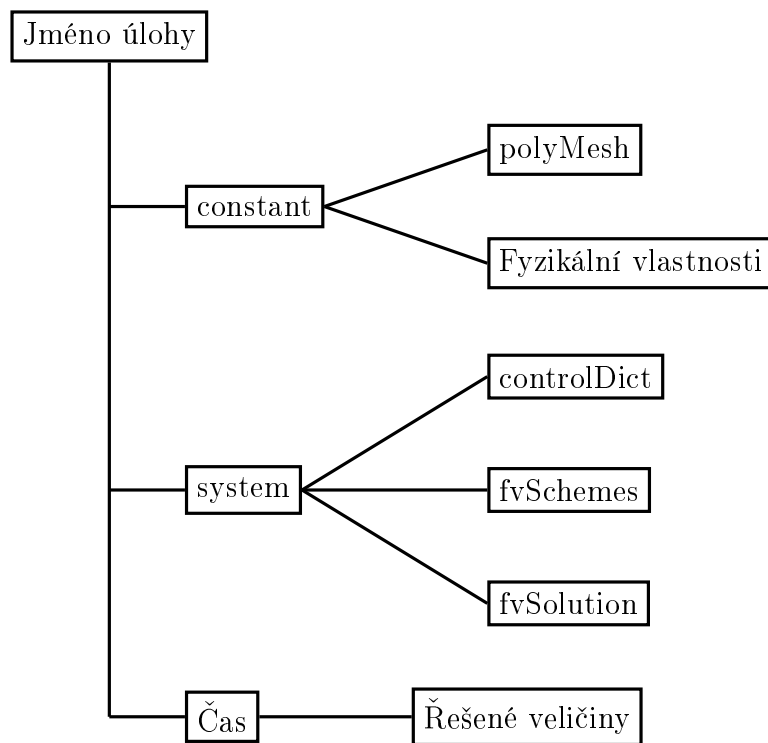
Tyto algoritmy řeší poissonovu rovnici pro tlak, ta je kombinací rovnic 2.26 a rovnic kontinuity 2.25, která je tím automaticky splněna. V práci využíváme variantu PIMPLE, což je rozšíření PISO algoritmu. Jediný rozdíl je, že předepíšeme počet opakování korektoru.



Obrázek 3.1: Schéma algoritmu [23]

3.3 Nastavení úlohy v softwaru OpenFOAM

V této části se podíváme na rozložení složek a adresářů pro nastavení úlohy v OpenFOAM. Tento software nemá žádné grafické prostředí sloužící k vytvoření úlohy. Veškeré nastavení tak budeme provádět v jednotlivých adresářích. Každá úloha musí obsahovat tři základní složky *constant*, *system* a *0* (*čas*). Rozdělení adresářů do složek je na obrázku 3.2. V průběhu výpočtu se vedle těchto složek vytvářejí další s názvem zápisového kroku. Tyto kroky lze po ukončení výpočtu zobrazit v prostředí *ParaView* [13].



Obrázek 3.2: Schéma nastavení úlohy [13]

3.4 Složka *Constant*

V této složce se nachází adresáře pro nastavení fyzikálních vlastností modelu. Patří sem nastavení gravitace (adresář *g*), modelu tekutiny (adresář *transportProperties*) nebo nastavení modelu turbulence (adresář *turbulenceProperties*). V této složce se také nachází složka *polyMesh*, která obsahuje údaje o síti.

Tvorba sítě

Software nabízí několik generátorů sítě. Mezi dvě základní varianty patří *snappyHexMesh*, který umožňuje osítovat 3D modely vytvořené pomocí jiných softwarů ve formátu stereolithography (STL) nebo Wavefront Object (OBJ). Druhou variantou je *blockMesh*, který je použit pro vytvoření všech sítí v této práci. Generátor *blockMesh* není vhodný pro síťování geometricky složitých oblastí. U jednodušších případů stačí výpočetní oblast umístit do jednoho bloku, u složitějších oblastí (obsahující různé překážky) je potřeba síť rozdělit do více bloků. V každém bloku pak lze definovat krok sítě, případně zjemnění v nějakém směru. Tvorba sítě v OpenFOAM je nastavena pro 3D případy, pro 2D případy se nastaví délka, výška (šířka) výpočetní oblasti dle potřeby a jako tloušťka (třetí směr) se předepíše 1 buňka.

3.5 Složka *System*

Adresář *controlDict*

Tento adresář shromažďuje údaje o čase startu a ukončení úlohy, časovém kroku a kroku zápisu do hlavní složky. Lze zde také definovat například maximální hodnota Courantova čísla. V této složce musíme zvolit řešič.

Řešič

Software nabízí celou řadu řešičů pro poudění tekutin, většina z nich je založena na algoritmech SIPMPLE, PISO nebo PIMPLE. V následujících částech práce používáme řešiče *buoyantBoussinesqPimpleFoam* a *buoyantBoussinesqSimpleFoam*.

Adresář *fvSchemes*

V tomto adresáři se volí numerické schéma pro diskretizaci jednotlivých členů.

$$\underbrace{\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}}_1 + \underbrace{\nabla \cdot (\vec{u} \otimes \vec{u})}_2 = - \underbrace{\nabla p_{rgh}}_3 + \underbrace{\nu \nabla^2 \vec{u}}_4 + \underbrace{\vec{G}_z \nabla \frac{\rho}{\rho_0}}_5, \quad (3.1)$$

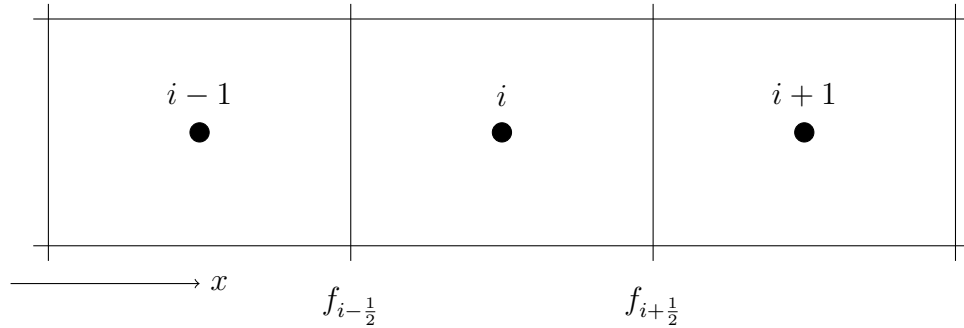
Prostorová diskteritace

Konvektivní člen

V této podsekci (*divSchemes*) se volí schéma pro konvektivní člen, v rovnici (3.1) je označen číslem 2. V našem případě budeme používat schémata z třídy TVD (Total variation diminishing). Schémata využívají skutečnost, že totální variace slabého řešení v čase neroste. Tato vlastnost je zachována i pro numerická řešení [16].

$$TV(\phi^n) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} |\phi_i^n - \phi_{i-1}^n|. \quad (3.2)$$

Index i je označení buňky a f_i značí stěnu buňky. Obecně lze TVD schéma zapsat ve tvaru



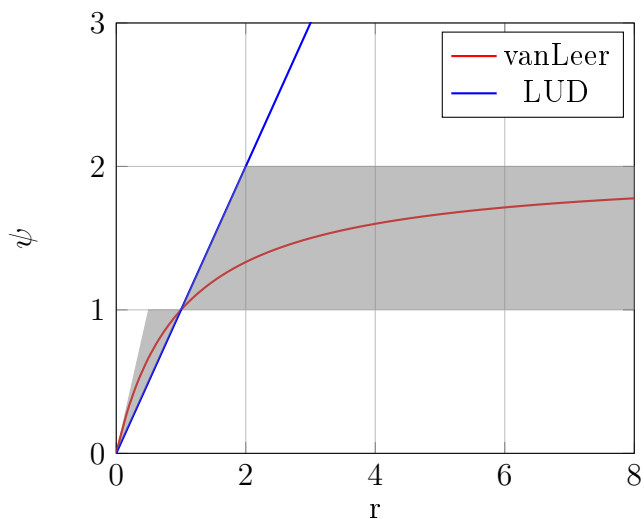
Obrázek 3.3: Označení buňek sítě pro 1D případ

$$\phi_{f_{i+\frac{1}{2}}} = \phi_i + \frac{1}{2}\psi(r)(\phi_{i+1} - \phi_i), \quad (3.3)$$

kde $\psi(r)$ je tzv. limiter. Tento limiter určuje typ schématu a je závislý na poměru přírůstku hodnot toku v těžištích sousedních buňek vůči počítané buňce. Tento poměr značíme r , tedy

$$r = \left(\frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\phi_{i+1} - \phi_i} \right). \quad (3.4)$$

Závislost limiteru $\psi(r)$ na r je vyznačena ve Swebyho $r-\psi$ diagramu (obr.3.4). Aby schéma bylo TVD, musí platit, že $\psi(r) \leq 2r$ pro $0 < r < 1$ a $\psi(r) \leq 2$ pro $r \geq 1$. Pro schéma druhého řádu přesnosti by mělo platit, že funkce $\psi(r)$ prochází bodem $[1; 1]$. Zároveň by se limiter měl nacházet v oblasti mezi $\psi(r) = r$ a $\psi(r) = 1$. Tato oblast je vyznačena na obrázku (3.4) šedou barvou. V následujících částech práce budeme používat dvě schémata.



Obrázek 3.4: Swebyho diagram s šedě vyznačenou oblastí pro TVD schéma

Schéma typu vanLeer

Schéma získáme, pokud do rovnice (3.3) dosadíme za $\psi(r)$ následující vztah

$$\psi(r) = \frac{r + |r|}{1 + r}, \quad (3.5)$$

jedná se o schéma druhého řádu přesnosti, jak je vidět na Swebyho diagramu (obr. 3.4), kde je limiter vyznačen červenou barvou, limiter splňuje TVD podmínku pro všechna r .

Schéma typu linearUpwind (LUD)

Schéma dostaneme při dosazení $\psi(r) = r$ do rovnice (3.3), tedy

$$\phi_{f_{i+\frac{1}{2}}} = \phi_i + \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{2}. \quad (3.6)$$

Jedná se také o schéma druhého řádu přesnosti, ale jen v určité oblasti. Ze Swebyho diagramu (obr. 3.4) je vidět, že schéma splňuje TVD podmínku pouze pro $r \leq 2$. Schéma je na obr. 3.4 vyznačeno modrou barvou a nese anglickou zkratku LUD (linear upwind differencing) [23].

Gradient

V rovnici (3.1) je tento člen označený číslem 3. Schéma pro gradient tlaku se nachází v podsekcí *gradSchemes*. V další částech práce budeme používat schéma druhého řádu přesnosti zvané *leastSquares*. Tlak ve středu buňky je apoximován polynomen prvního stupně z hodnot sousedních buňek ve smyslu nejmenších čtverců.

Vazký člen

V této podsekcí (*laplacianSchemes*) volíme schéma pro vazký člen. (v rovnici (3.1) označený číslem 4). V našem případě budeme používat kartézskou síť. To znamená, že tok skrze stěnu mezi dvěma buňkami je rovnoběžný s normálou této stěny. Laplaceův operátor tak aproximujeme první centrální diferencí bez korekce, která je nutná na neortogonálních sítích. Proto zvolíme schéma s názvem *Gauss linear orthogonal*. Pro konstantní krok sítě dostáváme druhý řád přesnosti. Při nekonstantním kroku se řád přesnosti snižuje v závislosti na poměru vzdáleností středů buněk od stěny. Pro malé změny kroku, tak výrazně neztrácíme na řádu přesnosti.

Zdrojový člen

V rovnici (3.1) je tento člen označený číslem 5. Hodnota gradientu na stěně buňky je diskretizována stejně jako pro vazký člen. V našem případě, kdy máme ortogonální síť, nemusíme provádět žádnou korekci. Proto nastavíme schéma *orthogonal* .

Adresář *fvSolution*

V tomto adresáři nalezneme nastavení pro řešiče rovnic. Volíme zde tolerance konvergence algoritmů nebo počet opakování korektoru pro řešiče založené na algoritmu PISO (v našem případě 2).

Časová diskteritace

Prostorová diskterizace vede na soustavu ODR. To je nutné řešit vhodnou metodou. V rovnici (3.1) je tento člen označený číslem 1. Volba časové diskterizace se nachází v podsekcí

ddtSchemes, v našem případě budeme používat implicitní schéma druhého řádu zvané *backward*. V teorii diferenciálních rovnic nese toto schéma označení BDF druhého řádu.

3.6 Časové složky

Jedná se o složky obsahující informace o jednotlivých veličinách v daných časech. První složka s názvem *0* obsahuje adresáře jednotlivých veličin s počáteční podmínkou, nastavují se zde i okrajové podmínky pro jednotlivé stěny. Ostatní složky jsou vytvářeny v průběhu výpočtu v intervalu, který se nastavuje v adrasáři *controlDict*.

3.7 Okrajové podmínky

Software opět nabízí celou řadu okrajových podmínek vystihující různé situace. Zde se setkáváme s rozdílnou terminologií oproti termínům známým z numerické matematiky.

Dirichletova okrajová podmínka

Tato okrajová podmínka předepisuje pevnou hodnotu na hranici. V softwaru je tato podmínka označena jako *fixedValue*. Nastavená hodnota zůstává po celou dobu výpočtu.

Neumannova okrajová podmínka

Tato okrajová podmínka je v OpenFOAM označována jako *fixedGradient*. V případě, že se jedná o homogenní Neumannovu podmínku, nazývá se *zeroGradient*.

Periodické okrajové podmínky

Tato podmínka vždy spojuje určitou stěnu výpočetní oblasti s jinou. Tyto stěny z hlediska výpočtu na sebe plynule navazují. V OpenFOAM je tato podmínka nazvaná jako *cyclic*.

Okrajová podmínka pro 2D výpočet

Jelikož software pracuje na trojrozměrné oblasti, musíme pro přední a zadní stěnu předepsat okrajovou podmínku *empty*. Společně se sítí nastavenou na jednu buňku mezi těmito stěnami převádí výpočet do dvourozměrné oblasti. Podmínka má stejný fyzikální význam

jako periodické okrajové podmínky. Hodnoty pro aproximaci jednotlivých členů se neberou ze sousedních buněk, ale pouze z jedné a té samé buňky. Při předepsání okrajových podmínek *empty* software neřeší průchody těmito stěnami, což urychlí výpočet oproti periodickým okrajovým podmínkám.

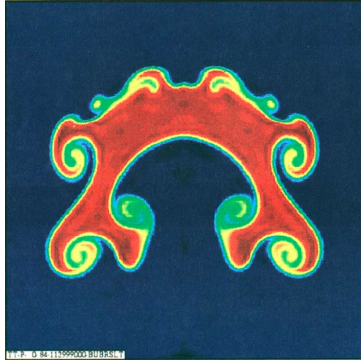
Kapitola 4

Stratifikované proudění řešené pomocí OpenFOAM

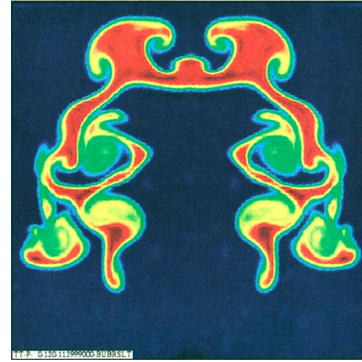
V této kapitole jsou shrnuty výsledky čtyř řešených případů proudění. Jako první je řešena simulace stoupající bubliny teplého vzduchu v neutrálně stratifikované atmosféře. Na této úloze je testován vliv různých schémat (pro konvektivní členy) a velikosti sítě. Výsledky jsou porovnány s referenčním řešením [18] získaným pomocí DNS. Jako druhá je řešená obdobná úloha, kdy do neutrálně stratifikované atmosféry je umístěna bublina studeného vzduchu. V dalších úlohách je bublina teplého vzduchu umístěna do stabilně a labilně stratifikované atmosféry. Poslední úloha modeluje tvorbu konvekce v důsledku ohřívání atmosféry o zemský povrch.

4.1 Stoupající bublina teplého vzduchu

Tato úloha vychází z práce Andrého Roberta [7]. Bublina teplého vzduchu je umístěna do neutrálně zvrstvené atmosféry. Jelikož je bublina teplejší než okolní vzduch, stoupá a zároveň se deformuje do tvaru hříbu. A. Robert umístil bublinu o průměru 500 m do oblasti $1\text{ km} \times 1\text{ km}$, která má o 0.5 K větší teplotu než okolní vzduch. Na obrázku 4.1 jsou zobrazeny výsledky v sedmé a desáté minutě výpočtu. V této práci jsou publikovány pouze obrázky, proto naše řešení porovnáváme s prací F.X. Giralda a M. Ristelliho [18]. Ti umístili bublinu do stejně velké oblasti, avšak předepsali bublině teplotní profil. Bublina tak má o 0.5 K vyšší teplotu pouze ve středu. Rozdílné nastavení bublin je zobrazeno na obrázku 4.2.



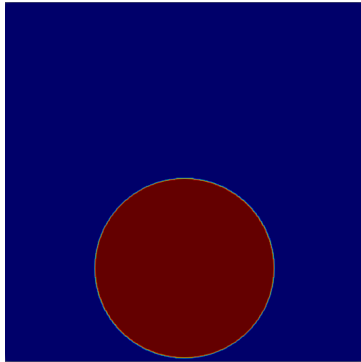
(a) $t = 7 \text{ min}$



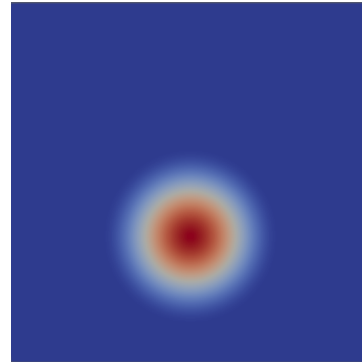
(b) $t = 10 \text{ min}$

Obrázek 4.1: Výsledky publikace [7] v čase $t = 7 \text{ min}$ a $t = 10 \text{ min}$

Naše úloha je nastavena podle práce [18], která využívá podobný systém rovnic, řešených pomocí DNS.



(a) Nastavení A. Roberta [7]



(b) Nastavení F.X. Giraldo a M. Ristelli [18]

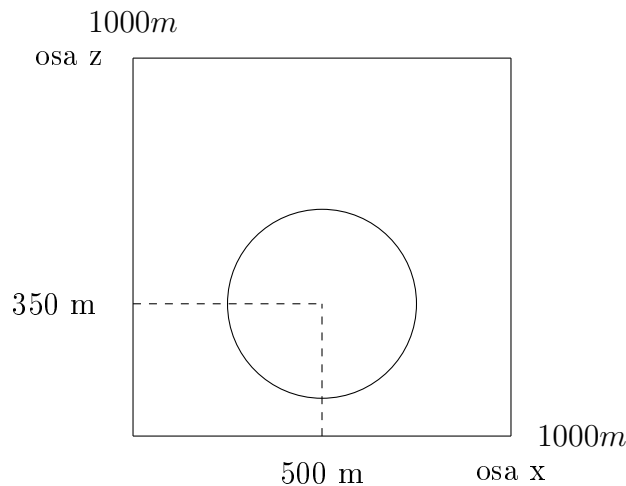
Obrázek 4.2: Srovnání počátečních nastavení

Formulace úlohy

Velikost výpočetní oblasti je $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$, střed bubliny je v bodě $[x_c, z_c] = [500, 350] \text{ m}$ (obrázek 4.3). Bublina je umístěna v neutrálně zvrstvené atmosféře s potenciální teplotou $\theta_0 = 300 \text{ K}$. Bublina má v počátečním stavu teplotní profil předepsaný vztahem

$$\theta^* = \begin{cases} 0 & \text{pro } r > r_c \\ \frac{\theta_c}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi r}{r_c}\right) \right] & \text{pro } r \leq r_c \end{cases} \quad (4.1)$$

kde $\theta_c = 0,5 K$, poloměr bubliny $r_c = 250 m$ a $r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (z - z_c)^2}$. Vývoj bubliny pozorujeme do času $t = 700 s$ s krokem $\Delta t = 1 s$. Úlohu řešíme jako dvojrozměrný problém, proto pro přední i zadní stěnu je předepsána okrajová podmínka *empty*. Pro všechny veličiny je na všech stěnách nastavena homogenní Neumanova podmínka (*zeroGradient*). Tlak je fixován v jednom bodě. V úloze je testován vliv velikosti buněk a různé varianty schémat na výsledné řešení. Všechny varianty jsou simulovány na sítích o velikostech buňky $20 m$, $10 m$, $5 m$ a $2,5 m$. Pro výpočet úlohy je použit řešič *buoyantBoussinesqPimpleFoam*. V této simulaci není použit model turbulence.



Obrázek 4.3: Počáteční umístění bubliny

Volba schémat

Úlohu řešíme ve třech variantách, které se liší schématem pro kovektivní člen. Ve variantě A je pro konvektivní členy použito schéma typu vanLeer. Ve variantě B je pro tyto členy použito schéma typu LUD. Po zkušenostech s předchozími dvěma schématy je vytvořena varianta C, která je kombinací obou předchozích diskretizací, kde schéma vanLeer je použito pro složky rychlosti, LUD pro potenciální teplotu. Všechna schémata se nastavují ve složce *fvSchemes*, na obrázcích 4.4, 4.5 a 4.6 je toto nastavení zobrazeno.

```
divSchemes
{
default      none;
div(phi,U)   Gauss vanLeer;
div(phi,T)   Gauss vanLeer;
div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
}
```

Obrázek 4.4: Nastavení v souboru *fvSchemes* pro variantu A

```
divSchemes
{
default      none;
div(phi,U)   Gauss linearUpwind gradU;
div(phi,T)   Gauss linearUpwind grad(T);
div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
}
```

Obrázek 4.5: Nastavení v souboru *fvSchemes* pro variantu B

```
divSchemes
{
default      none;
div(phi,U)   Gauss vanLeer;
div(phi,T)   Gauss linearUpwind grad(T);
div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
}
```

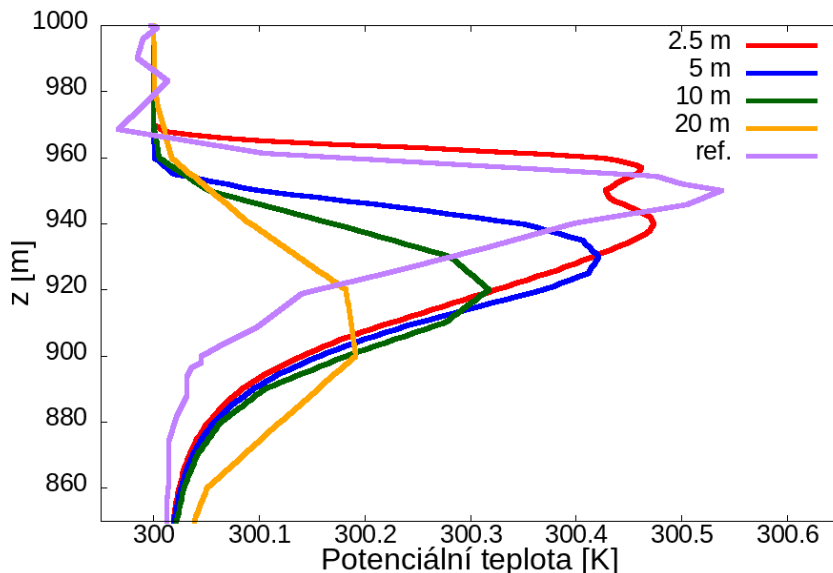
Obrázek 4.6: Nastavení v souboru *fvSchemes* pro variantu C

Výsledky

Pro porovnání výsledků jsou použity hodnoty z práce [18]. Jako referenční je bráno řešení na síti o velikosti buňky 5 m . Jedná se o hodnoty získané schématem vyššího řádu přesnosti (Galerkinův diskontinuální řešič využívající polynomy 10.řádu).

Varianta A

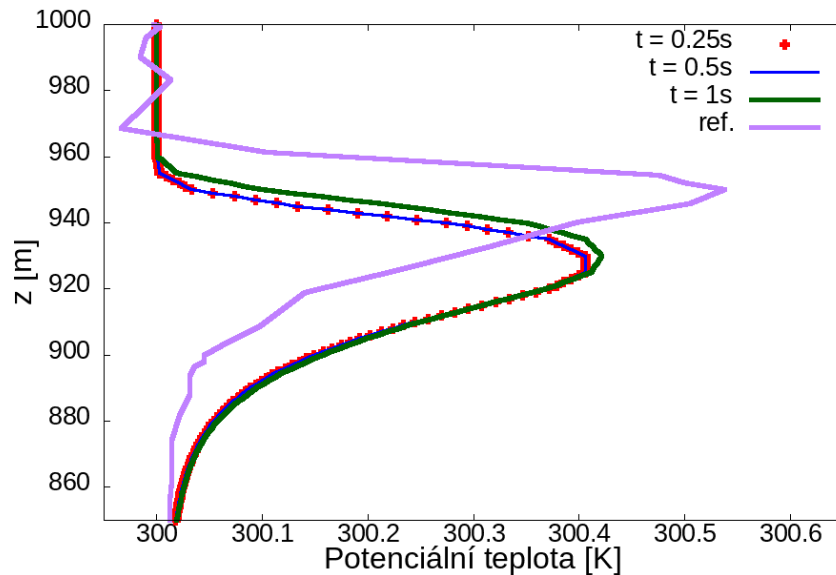
Z grafu na obrázku 4.7, který zobrazuje teplotu v čase $t = 700\text{ s}$ a řezu $x = 500\text{ m}$ v závislosti na kroku sítě je patrné, že zjemňování sítě vede k dosažení lepších hodnot z hlediska teploty i rychlosti stoupání bubliny. Na hrubších sítích jsou rychlost i teplota značně podhodnocovány. Na síti o velikosti 5 m se dosažená výška liší o 20 m a potenciální teplota o 0.112 K vůči referenčnímu řešení. Pro nejjemnější síť je dosaženo nejvyšší rychlosti stoupání, ale vznikají zde oscilace v oblasti maximální teploty, což je způsobeno lokální kumulací tepla. Tato teplejší místa vytváří nové zdroje, ze kterých stoupají obdobné hříbové struktury, to je vidět na obrázku 4.11. Je také testován vliv velikosti časového kroku. Pro



Obrázek 4.7: Teplota v čase $t = 700\text{ s}$ a řezu $x = 500\text{ m}$ pro různé velikosti sítě varianty A

simulace s krokem $\Delta t = 0.5\text{ s}$ a $\Delta t = 0.25\text{ s}$ nedochází ke zlepšení řešení. Výsledky jsou pro tyto časové kroky totožné, s nepatrně nižšími hodnotami oproti kroku $\Delta t = 1\text{ s}$. Řešení tedy není závislé na časovém kroku. Rozdíl hodnot je ukázán na variantě A pro síť o velikosti 5 m (obrázek 4.8). Při testování vlivu okrajových podmínek jsme zvětšili výpočetní oblast

na dvojnásobek. Bublina vystoupala výše, to znamená, že vliv okrajové podmínky není zanedbatelný.



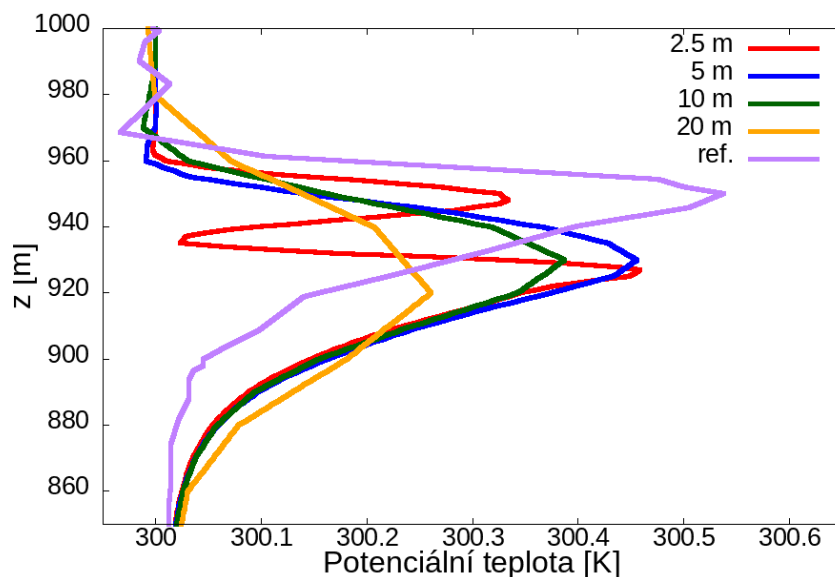
Obrázek 4.8: Rozdílné časové kroky varianty A

Varianta B

Schéma typu LUD se lépe blíží k referenčním hodnotám z hlediska teploty. Zjemňování sítě nevede ke zvýšení rychlosti stoupaní vzduchové bubliny, řešení na síti 10 m a 5 m vystoupá do výšky 930 m. Rychlost vzestupu i potenciální teplota jsou podhodnoceny pro všechny sítě. Pro síť o velikosti 5 m se potenciální teplota liší o 0.082 K, oproti referenčnímu řešení, což je menší rozdíl než u varianty A. V grafu na obrázku 4.9 je vidět výrazná oscilace pro výsledek na nejjemnější síti. Stejně jako v předchozím případě se v hříbové struktuře kumuluje teplo, tentokrát však kolem středu. Uprostřed hříbu tak vzniká převis s vyšší potenciální teplotou (4.11)

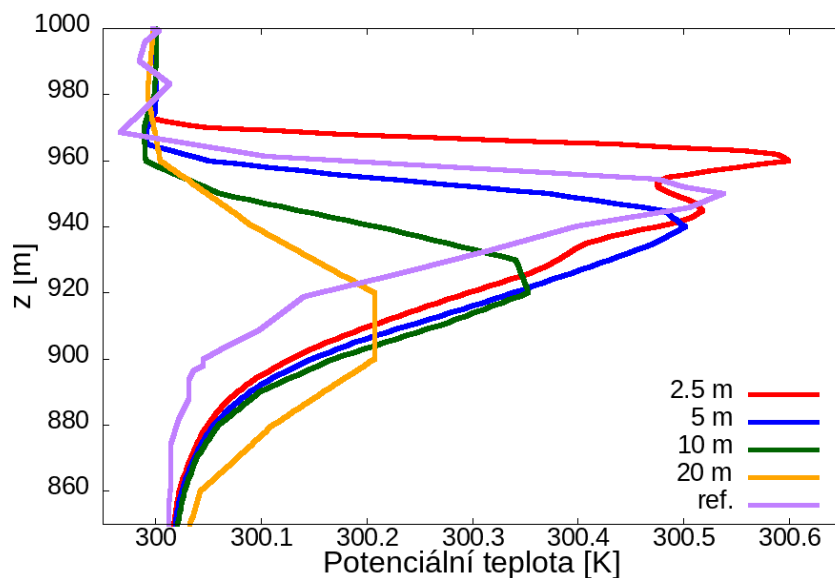
Varianta C

Tato varianta kombinuje výhody předcházejících schémat, kde varianta A lépe zachycuje rychlost vzestupu bubliny v závislosti na zjemnění sítě a varianta B lépe diskretizuje teplotu. Z grafu na obrázku 4.10 je vidět, že řešení na hrubých sítích (20 m a 10 m) značně

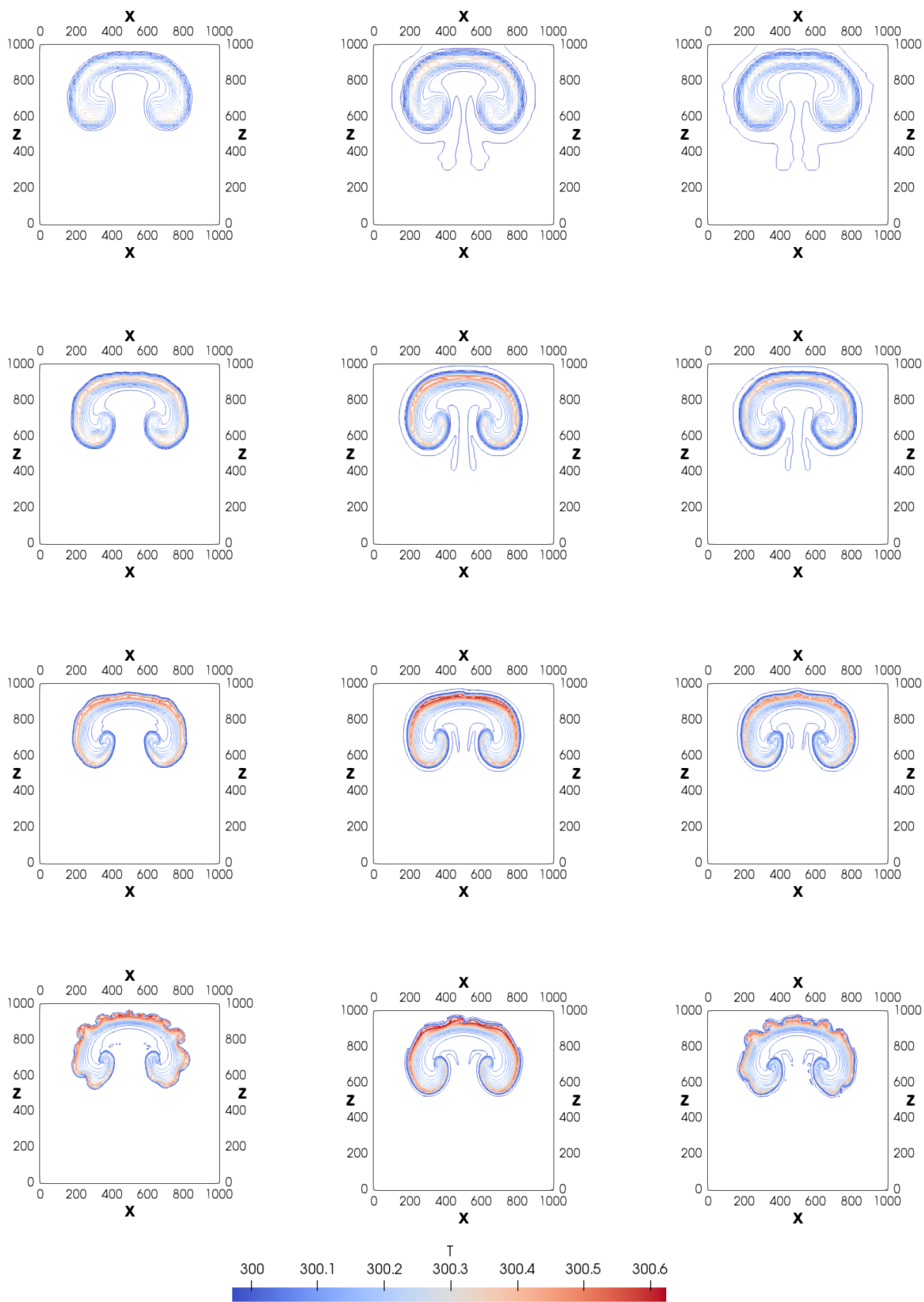


Obrázek 4.9: Teplota v čase $t = 700$ s a řezu $x = 500$ m pro různé velikosti sítě varianty B

podhodnucuje teplotu i rychlost. Simulace na síti 5 m se velice dobře blíží k hodnotám referenčního řešení. Potenciální teplota se liší o 0.036 K a výška o 10 m. Na nejjemnější síti opět dochází k oscilacím v okolí maximální teploty, tento případ překročil hodnoty referenčních výsledků. Struktura bublin je zachycena na obrázku 4.11.



Obrázek 4.10: Teplota v čase $t = 700$ s a řezu $x = 500$ m pro různé velikosti sítě varianty C

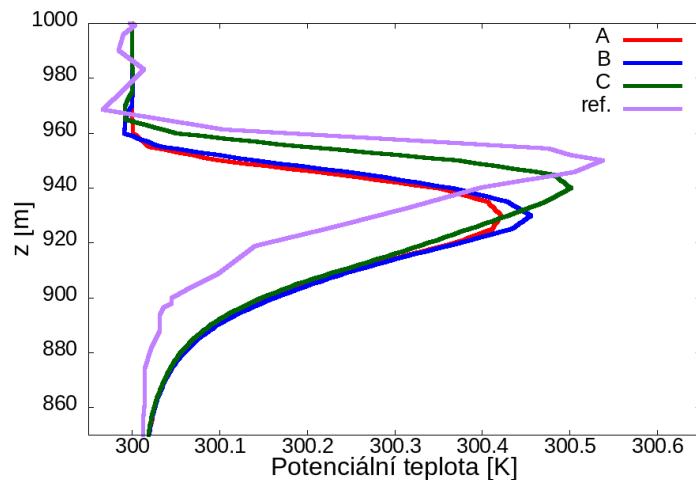


Teplotní škála

Obrázek 4.11: Srovnání struktur bublin v čase $t = 700$ s pro varianty A (vlevo), B (uprostřed), C (vpravo). Velikost sítě je shora 20 m, 10 m, 5 m a 2,5 m. Interval mezi izočarami je 0.025 K.

Porovnání výsledků s referenčními hodnotami

Graf na obrázku 4.13 porovnává všechny tři varianty s referenčním řešením na síti o velikosti buňky 5 m. Všechny varianty podhodnocují rychlost i teplotu. Simulace variant A a B dosáhly stejné výšky, výrazný rozdíl je v dosažené teplotě, 79.2% pro variantu A a 84.8% pro B. Nejlepší výsledky jsou u varianty C, která dosahuje 93.3% teploty referenčního řešení. Toto řešení také vystoupalo o 10 m výše než předchozí varianty. Maximální a minimální hodnoty rozdílů potenciální teploty bubliny a okolního vzduchu jsou uvedeny společně s uraženou vzdáleností v tabulce 4.1. Jelikož varianta C dosáhla nejlepší shody s referenčním řešením, je použita pro nastavení schémat konvektivních členů v kapitolách 4.3 a 4.4.



Obrázek 4.12

Obrázek 4.13: Porovnání všech tří variant na síti o velikosti buňky 5 m (a) v čase $t = 700$ s a řezu $x = 500$ m

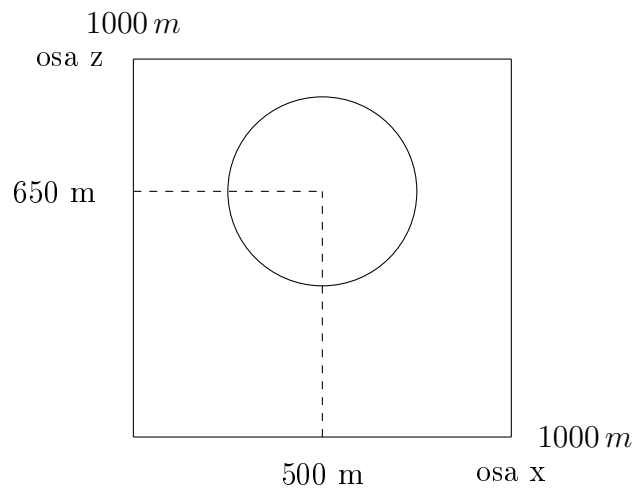
	$(\Theta_{min} - \Theta_0)$ [K]	$(\Theta_{max} - \Theta_0)$ [K]	Δz [m]
A	0	0.426	580
B	-0.009	0.456	580
C	-0.008	0.502	590
ref	-0.093	0.538	600

Tabulka 4.1: Maximální, minimální rozdíl potenciální teploty bubliny s okolním vzduchem a uražená vzdálenost Δz v čase $t = 700$ s a řezu $x = 500$ m

4.2 Klesající bublina chladného vzduchu

Formulace úlohy

V této úloze provedeme simulaci klesající bubliny chladného vzduchu, jedná se o obdobnou situaci jako v předešlé úloze. Převezmeme všechna nastavení, jen koeficient θ_c v rovnici (4.1) má opačnou hodnotu, tedy $\theta_c = -0,5 K$. V počátečním stavu je bublina umístěna do bodu $[x_c, z_c] = [500, 650] m$ (obrázek 4.14). Varianty pro výpočet konvektivních členů ponecháme také beze změn.



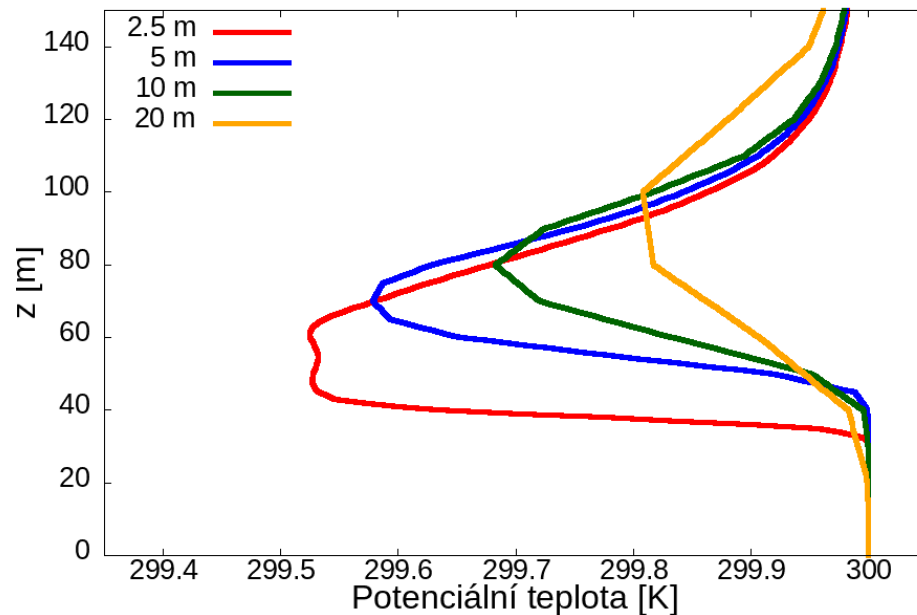
Obrázek 4.14: Počáteční umístění bubliny

;

Výsledky

Varianta A

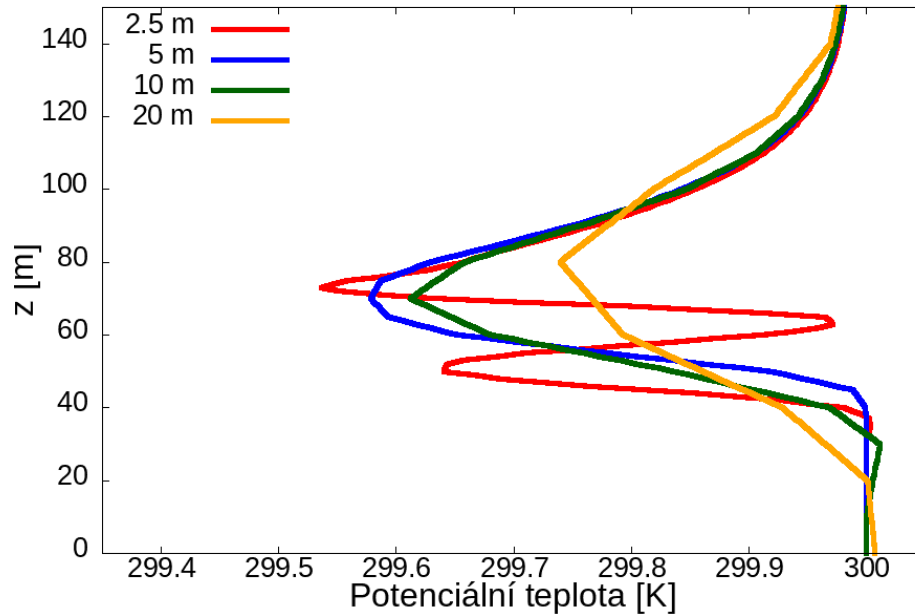
Struktury všech bublin (obr. 4.18) vypadají stejně jako v předchozí úloze. V grafu na obrázku 4.15, kde je zobrazena varianta A v závislosti na zjemňování sítě, je patré, že schéma zachovává stejné vlastnosti jako v předchozí úloze. Absolutní potenciální teplota i rychlost se zvyšují se zjemňováním sítě. Na síti o velikosti 5 m bublina klesla do výšky 70 m , urazila tak stejnou vzdálenost jako v první úloze, absolutní potenciální teplota se ale liší o 0.004 K . Na nejmenější síti, je vidět oscilace v okolí minimální teploty, která není tak výrazná jako v první úloze.



Obrázek 4.15: Teplota v čase $t = 700\text{ s}$ a řezu $x = 500\text{ m}$ pro různé velikosti sítě varianty A

Varianta B

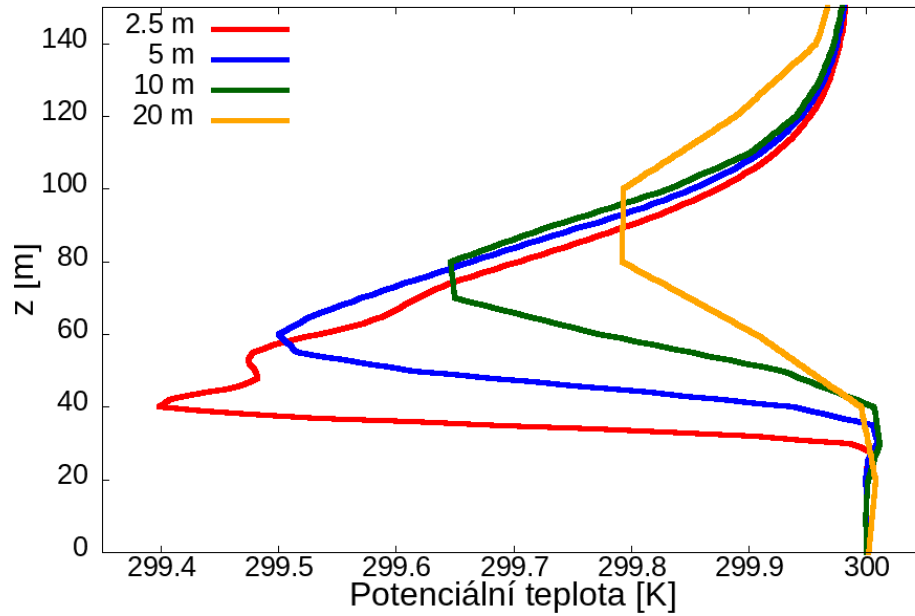
Tato varianta vychází totožně jako v první úloze. Rychlost se téměř nemění se zjemňováním sítě. Pro simulace na síti 10 m a 5 m bublina klesla do výšky 70 m. Oproti první úloze se liší v potenciální teplotě o 0.001 K. Pro nejmenší krok sítě je zde také výrazná oscilace. Teplo se opět kumuluje kolem středu hříbu a způsobuje tak převis, což je vidět obrázku 4.18.



Obrázek 4.16: Teplota v čase $t = 700$ s a řezu $x = 500$ m pro různé velikosti sítě varianty B

Varianta C

Poslední varianta také zachovává vlastnosti schémat z předcházející úlohy. Absolutní rychlost i potenciální teplota se zjemňováním sítě narůstají. Bublina na síti s velikostí buňky 5 m klesla do výšky 60 m, bublina tak urazila o 10 m více v předchozích variantách. Vůči první úloze se potenciální teplota liší o 0.002 K. Stejně jako v úloze A je i zde mírnější oscilace na nejjemnější síti, než tomu bylo v první úloze. Varianta C dosahuje vyšších absolutních hodnot potenciální teploty i rychlosti, než první dvě varianty.



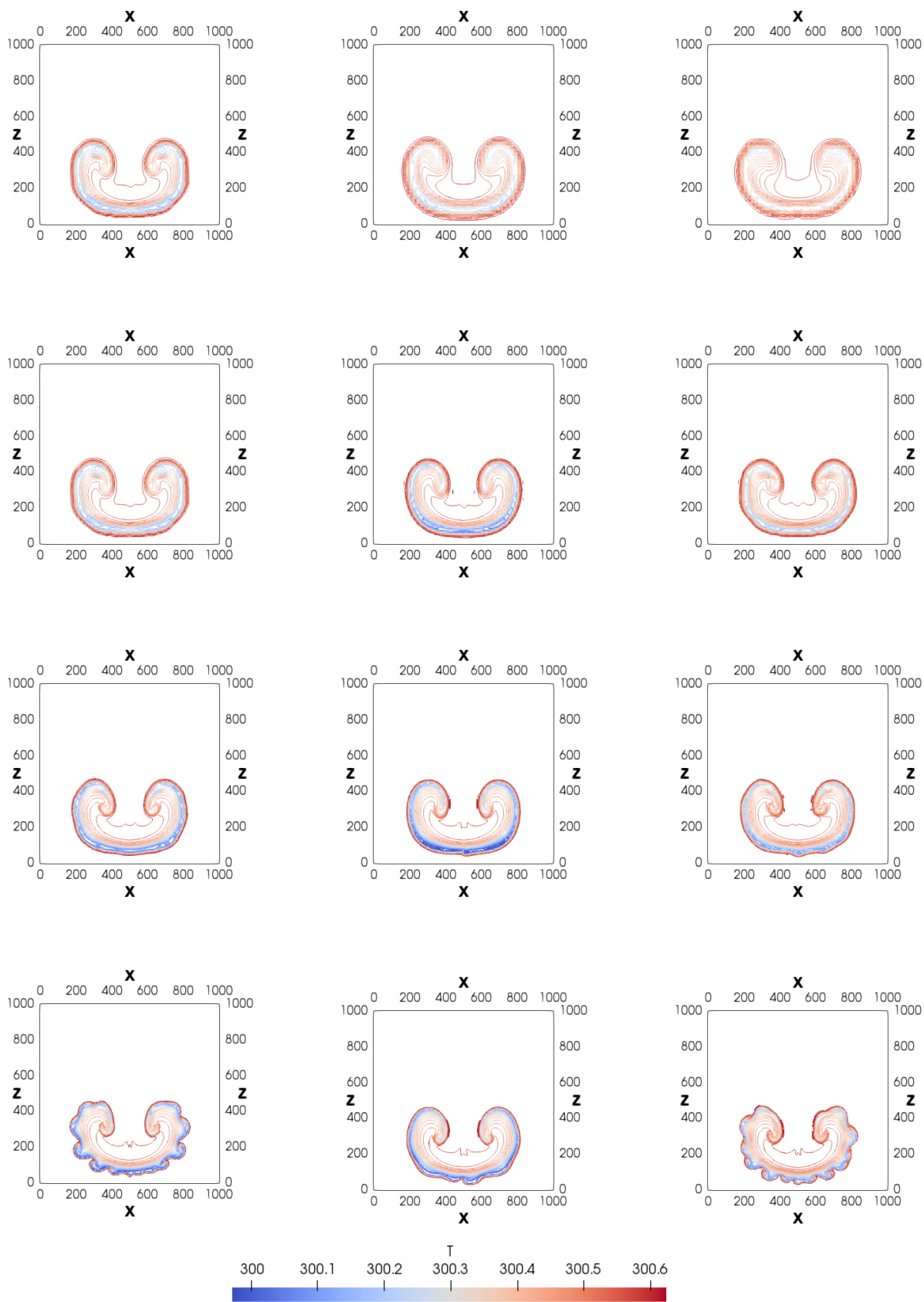
Obrázek 4.17: Teplota v čase $t = 700s$ a řezu $x = 500m$ pro různé velikosti sítě varianty C

Porovnání výsledků

V tabulce 4.2 jsou zaznamenány minimální a maximální hodnoty rozdílu potenciální teploty bubliny z okolního vzduchu a uražená vzdálenost v čase $t = 700 s$ a řezu $x = 500 m$. Při srovnání hodnot z první úlohy (tabulka 4.1) vidíme, že bublina v této úloze urazí v průběhu výpočtu stejnou vzdálenost. Absolutní maximální hodnoty potenciální teploty se liší v řádu tisícín. Všechny tři varianty se chovají stejně jako v první úloze, nejlepších hodnot opět dosahuje varianta C, tedy kombinace schémat vanLeer a LUD. Jak již je poznamenáno v minulé úloze, toto schéma je použito pro nastavení konvektivních členů pro kapitoly 4.3 a 4.4.

	$(\Theta_{min} - \Theta_0) [K]$	$(\Theta_{max} - \Theta_0) [K]$	$\Delta z [m]$
A	-0.422	0	580
B	-0.455	0.009	580
C	-0.500	0.009	590

Tabulka 4.2: Maximální, minimální rozdíl potenciální teploty bubliny s okolním vzduchem a uražená vzdálenost Δz v čase $t = 700 s$ a řezu $x = 500 m$



Teplotní škála

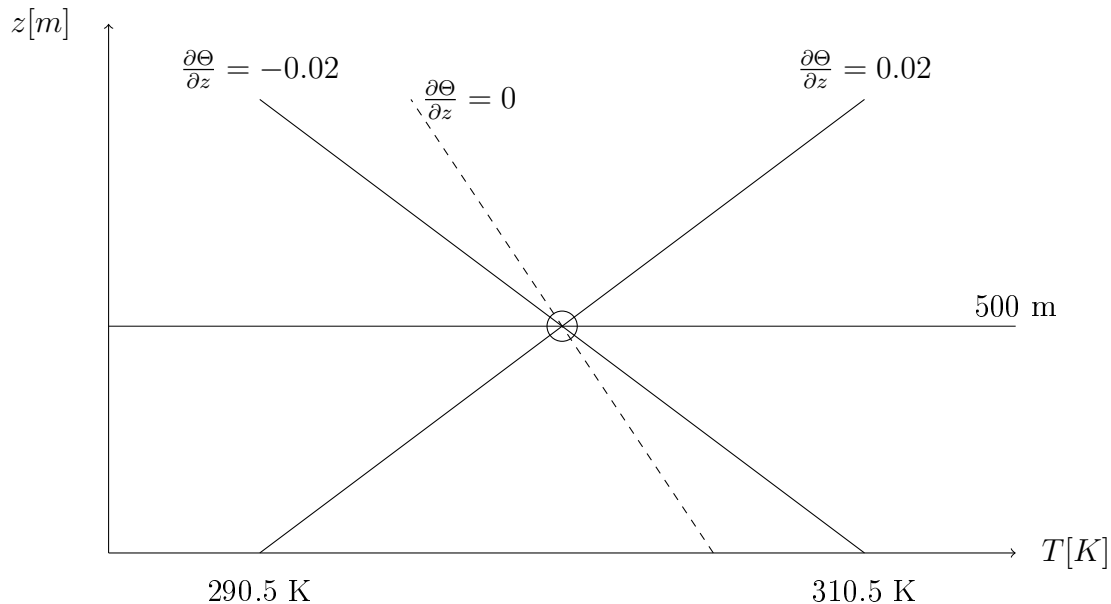
Obrázek 4.18: Srovnání struktur bublin v čase $t = 700$ s pro varianty A (vlevo), B (uprostřed), C (vpravo). Síť se zjemňuje směrem dolů. Interval mezi izočarami je 0.025 K.

4.3 Bublina vzduchu ve stabilní a labilní atmosféře

V předcházejících případech jsme uvažovali neutrálně zvrstvenou atmosféru, nyní otestujeme vliv dalšího fyzikálního parametru, kterým je stratifikace. Bublina vzduchu proto umístíme do stabilně a nestabilně stratifikované atmosféry. Vzhledem k předešlým výsledkům je zde použito nastavení schémat varianty C.

Formulace úlohy

Pro obě úlohy je nastavení bubliny převzato z kapitoly 4.1. Liší se pouze profil potenciální teploty ve výpočetní oblasti. V úloze se stabilní atmosférou je předepsán teplotní profil, tak aby teplota s výškou stoukala o 2 K každých 100 m ($\Theta = 290.5 + 0.02 \cdot z$). Pro nestabilní atmosféru to je opačně, teplota klesá o 2 K každých 100 m ($\Theta = 310.5 - 0.02 \cdot z$). Teplotní profil výpočetní oblasti pro obě varianty je vyznačen na obrázku 4.19. Oba výpočty simulujeme na sítích o velikosti buňky 5 m .



Obrázek 4.19: Nastavení teplotní profilu

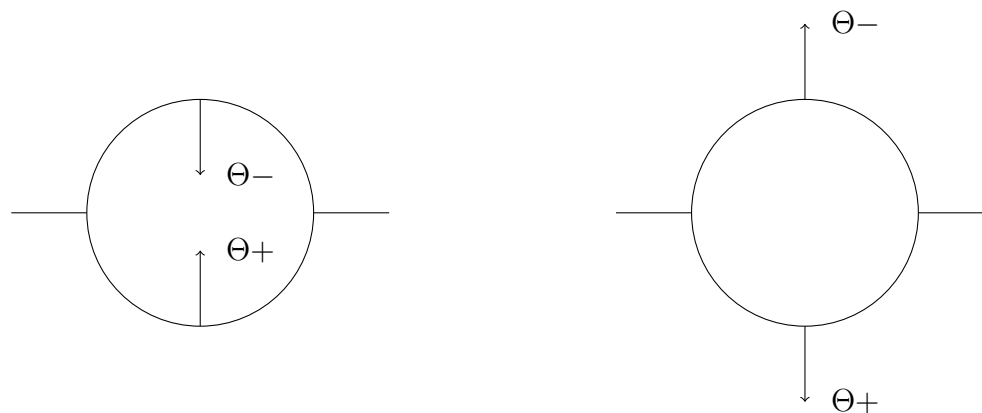
Výsledky

Stabilní zvrstvení

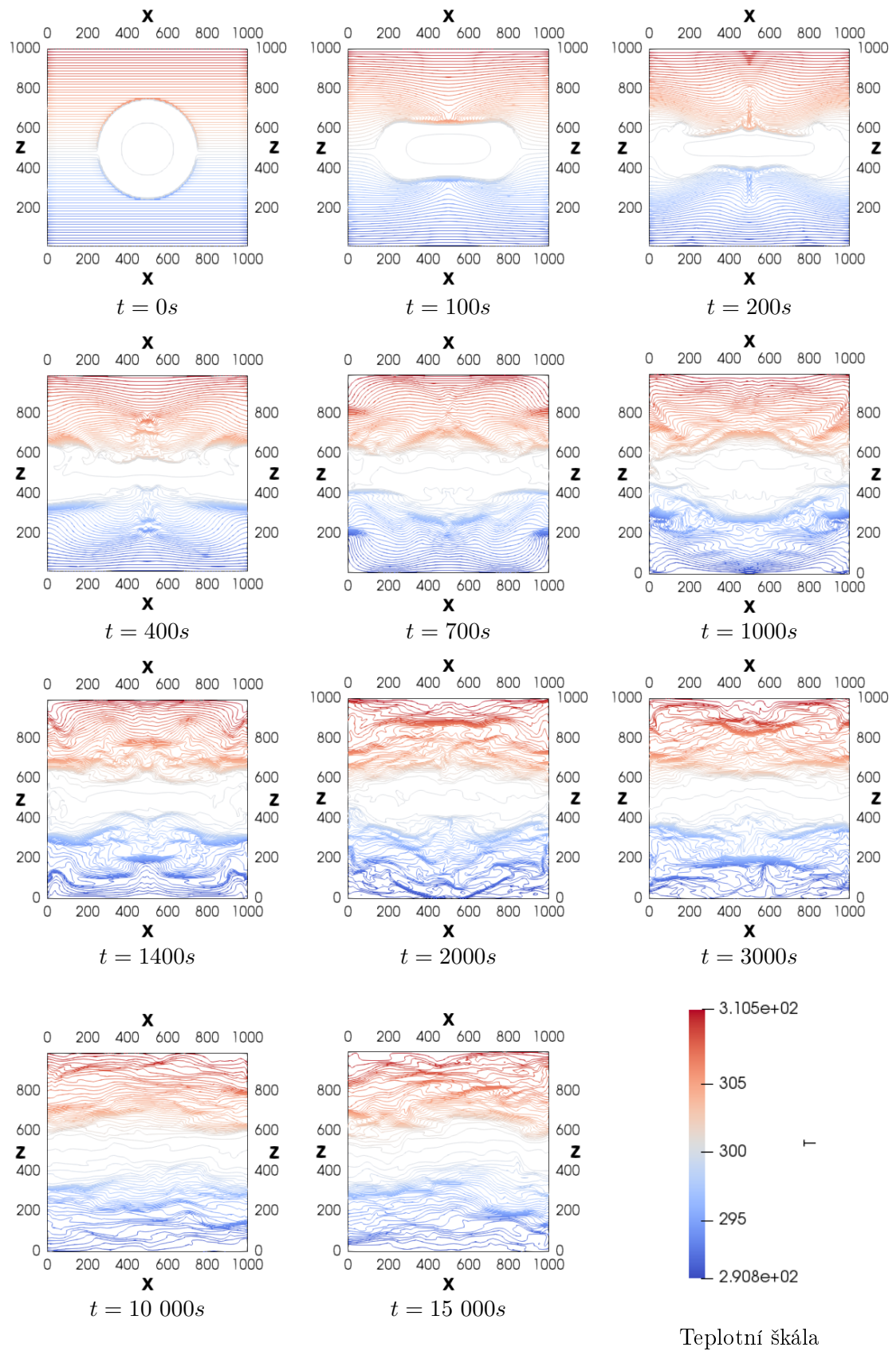
Jelikož teplota s výškou roste, jedná se o teplotní inverzi, tedy o nejstabilnější typ atmosféry. Chladnější vzduch klesá, zatímco teplejší stoupá, což odpovídá teorii z kapitoly o mezní vrstvě atmosféry. Bublina je tak stlačována ve vertikálním směru a rozpíná se do šířky. V průběhu času již původní bublina není znatelná. Stlačení bubliny vytváří v okolním vzduchu oscilace v původně konstantním zvrstvení. Tyto nerovnosti se v průběhu času vyhlazují a zvrstvení má tendenci vracet se do původního stavu. Vývoj bubliny je zachycen v serii obrázků 4.21.

Nestabilní zvrstvení

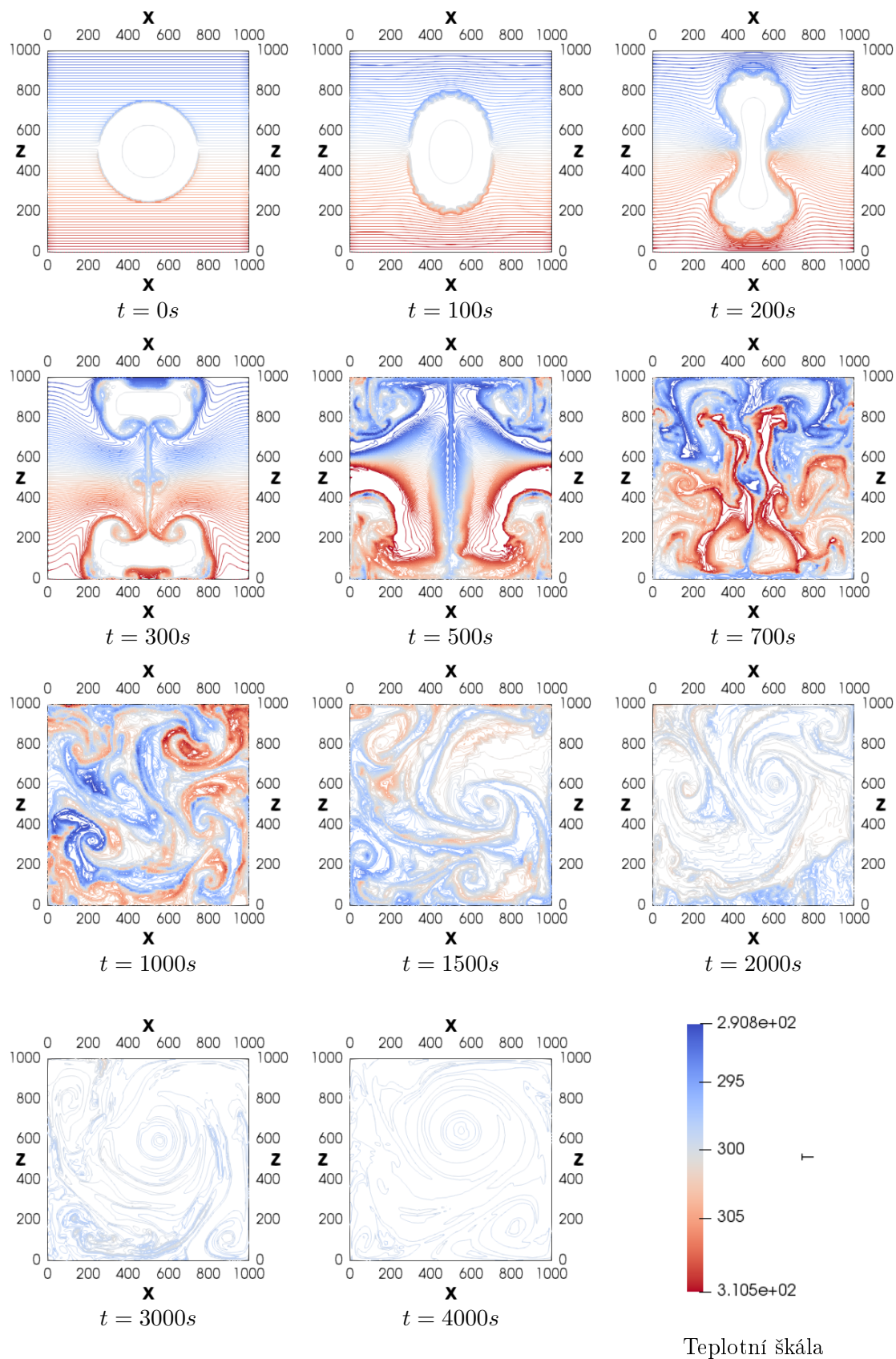
V této úloze klesá teplota rychleji než je hodnota suchoadiabatického gradientu. V serii obrázků 4.22 je ukázán vývoj bubliny v čase v nestabilně zvrstveném prostředí. Bublina je velice rychle roztržena na dvě části, jedna část klesá a druhá stoupá, jedná se tak o kombinaci předchozích úloh. Díky nestabilitě okolí získají obě části bubliny značnou hybnost a začínají se tvořit struktury pozorované v 4.1 a 4.2. To způsobuje mísení vzduchu o různé teplotě, což má za následek ustálení teploty na stejné hodnotě v celé oblasti. V obou případech výsledky odpovídají našemu fyzikálnímu očekávání.



Obrázek 4.20: Schéma směru pohybu bubliny pro stabilní atmosféru (vlevo) a nestabilní atmosféru (vpravo)



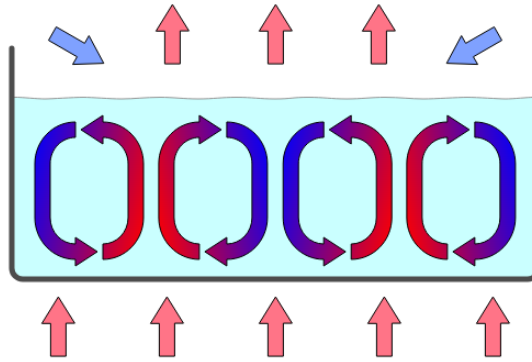
Obrázek 4.21: Vývoj teplotního profilu při stabilním zvrstvení v čase $t \in (0; 15\ 000)s$



Obrázek 4.22: Vývoj teplotního profilu při nestabilním zvrstvení v čase $t \in (0; 4000)s$

4.4 Termálně podmíněná konvekce

V poslední úloze modelujeme proudění vzchodu v důsledku rozdílného zahřívání zemského povrchu. To je inspirováno Rayleigh–Bénardovou konvekcí [20], ta řeší proudění tekutiny mezi dvěma prostředími různé teploty, z nichž spodní je teplejší než vrchní. Tím vzniká cirkulace tekutiny. V našem případě je spodní prostředí povrch Země s rozdílnou teplotou a vrchní otevřená atmosféra. Rozdíle teploty zemského povrchu způsobuje schopnost povrchů odrážet sluneční záření. V práci [11] autor uvádí, že teplota naměřená mezi jednotlivými typy povrchů (teplota měřená v šterkovém lomu oproti teplotě v zalesněných oblastech) se může lišit o více než 25 K .

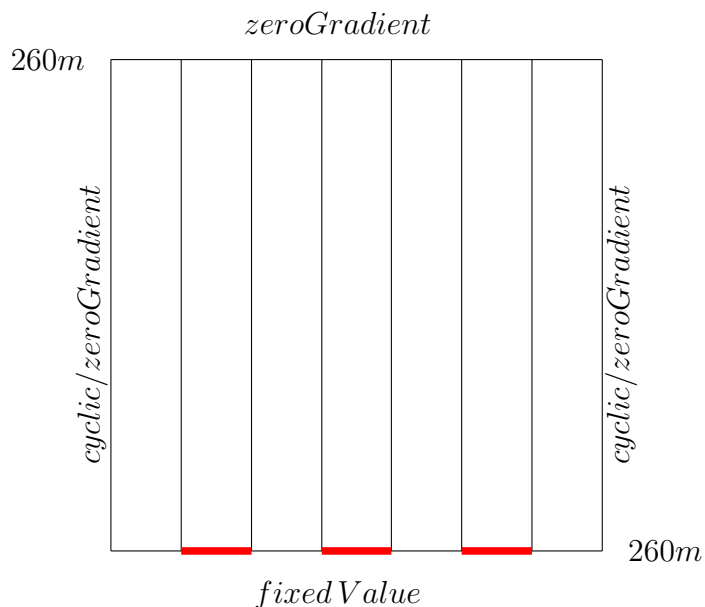


Obrázek 4.23: Rayleigh–Bénardova konvekce [4]

Formulace úlohy

V této úloze máme výpočetní oblast o velikosti $260\text{m} \times 260\text{m}$. Na počátku je v celé oblasti neutrálně zvrstvená atmosféra s potenciální teplotou $\Theta = 300\text{ K}$. Na spodní stěně uvažujeme povrch s rozdílně vyhřátými oblastmi, proto zde máme předepsány Dirichletovy okrajové podmínky (*fixedValue*). Na obrázku 4.24 jsou teplejší oblasti označeny červenou barvou, teplota tam má hodnotu $\Theta^+ = 330\text{ K}$. Ostatní místa jsou o 30 K chladnější. Rychlost rovna nule, pro tlak je splněna homogení Neumanova podmínka. Na vrchní stěně máme předepsanu homogenní Neumanovu podmínku (*zeroGradient*) pro všechny veličiny. Pro krajní stěny testujeme vliv okrajových podmínek, v prvním případě máme nastaveny periodické okrajové podmínky *cyclic*, v druhém případě homogenní Neumanovu podmínku. Úlohu opět převedeme na 2D případ pomocí okrajových podmínek *empty* pro

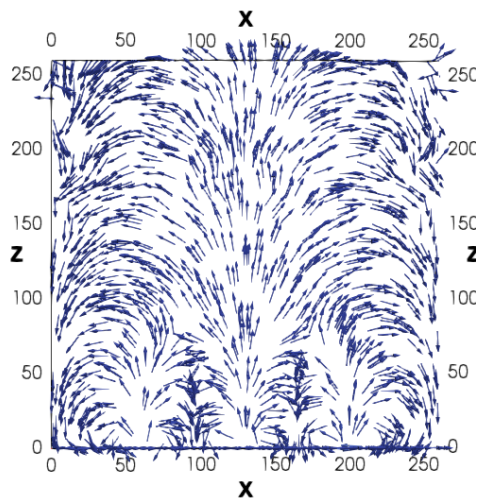
přední a zadní stěnu. Úlohu řešíme na ortogonální síti o velikosti buňky $1m$ v horizontálním směru. Ve vertikálním směru je velikost buňky zjemňována směrem k povrchu, nejmenší má $0.5m$, největší $1.5m$. V simulaci používáme dvourovnicový model turbulence $k - \epsilon$. Nastavení jednotlivých konstant je následující $C_\mu = 0.09$, $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $\sigma_\epsilon = 1.169$.



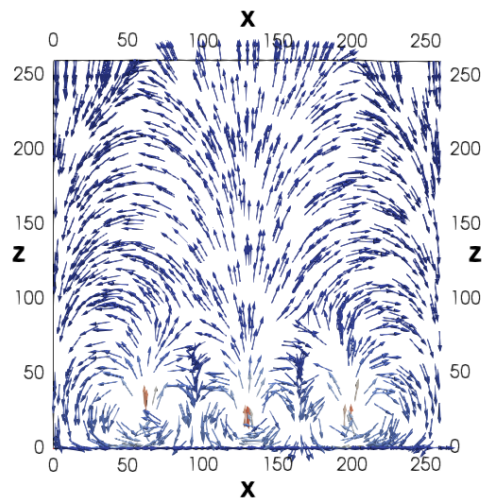
Obrázek 4.24: Nastavení okrajových podmínek

Výsledky

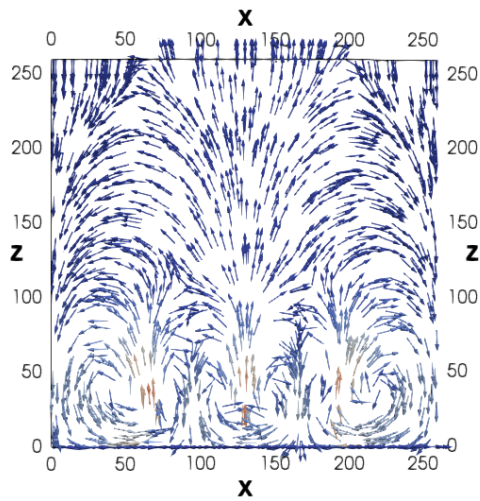
V sérii obrázků 4.26 a 4.28 je zachycen vývoj proudového pole ve formě vektorů rychlosti. Vzduch ohřátý od povrchu stoupá s rostoucí výškou je ochlazován chladnějším vzduchem a mění tak směr pohybu směrem dolů, což vytváří víry. Zpočátku se tyto víry tvoří lokálně nad jednotlivými vyhřívanými oblastmi. S postupným prohříváním celé oblasti se vzduch nestačí ochlazovat tak rychle, víry dostávají mohutnější strukturu a dosahují vyšších poloh. Menší víry se postupem času spojují do větších. Nejdříve tak zaniknou víry tvořené nad krajními oblastmi, to je vidět na obrázcích 4.26 a 4.28 v čase $t = 4000 s$. Toto se děje u obou variant okrajových podmínek. U první varianty periodické okrajové podmínky udrží relativně symetrické víry tvořené od středu a mění se jen výška středu jejich rotace. V druhé variantě se od obrázku 4.28 $t = 60\,000 s$ víry trojí nesymetricky.



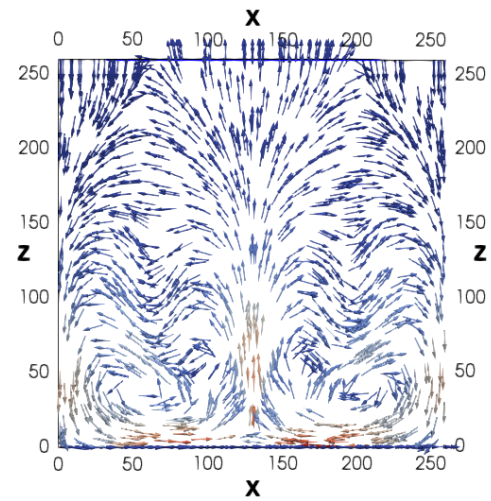
$t = 100 \text{ s}$



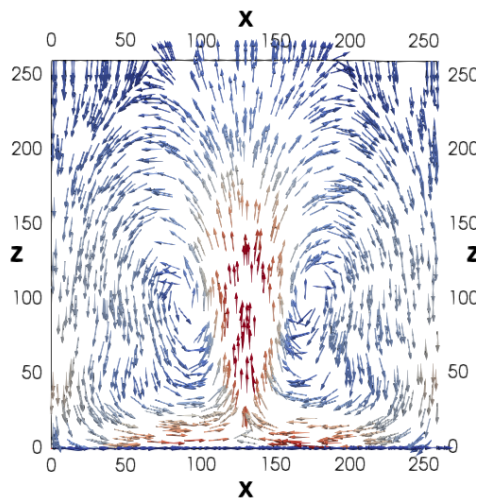
$t = 1000 \text{ s}$



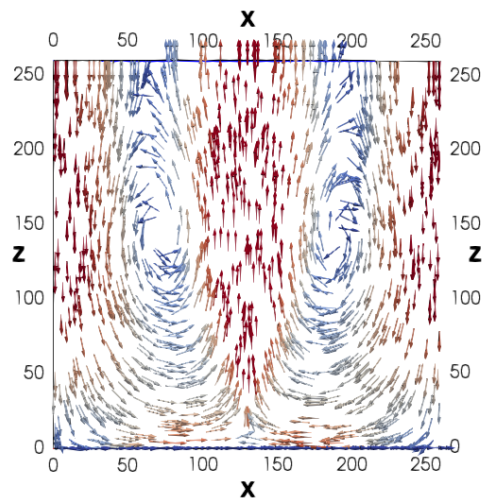
$t = 2000 \text{ s}$



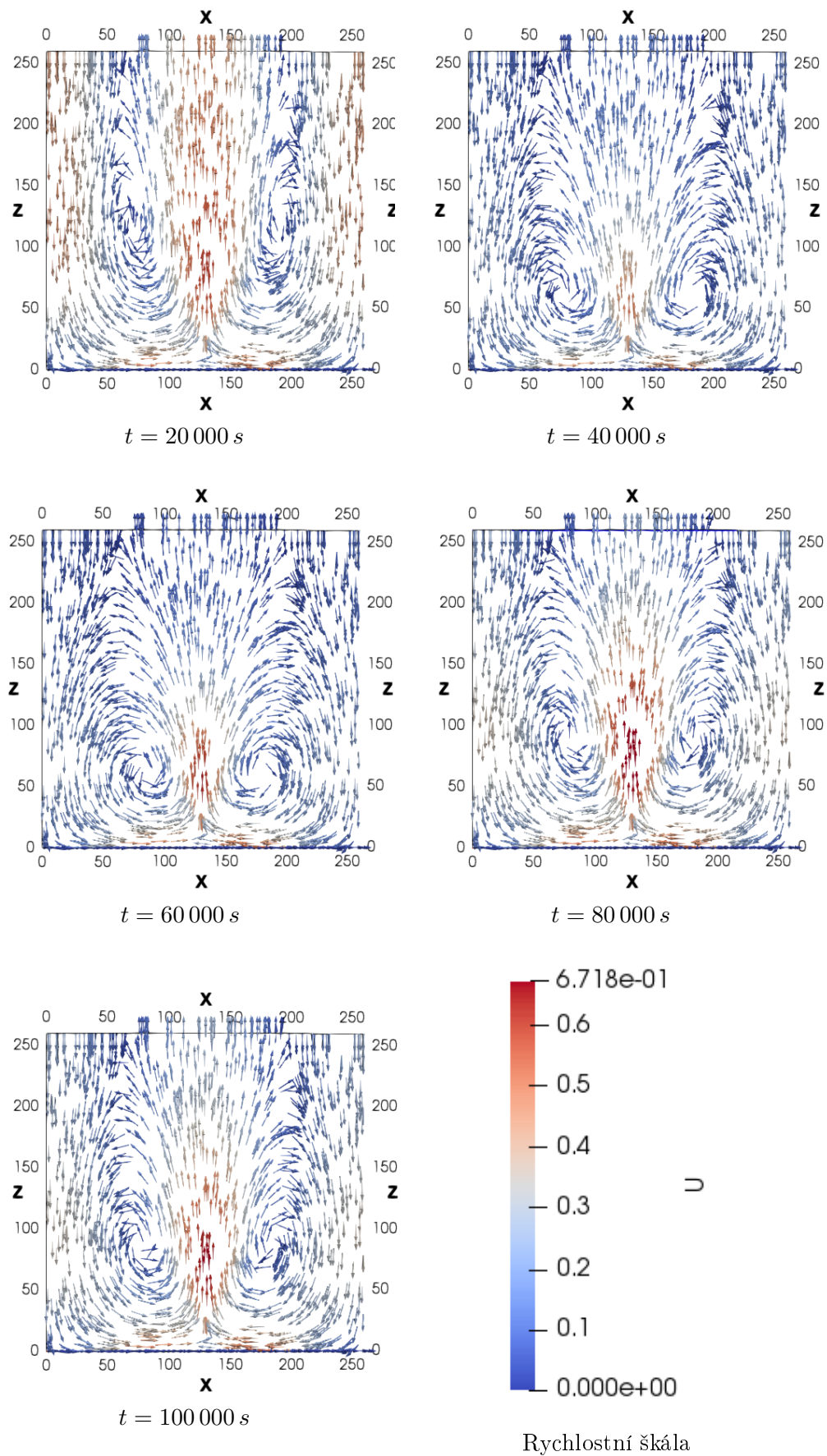
$t = 4000 \text{ s}$



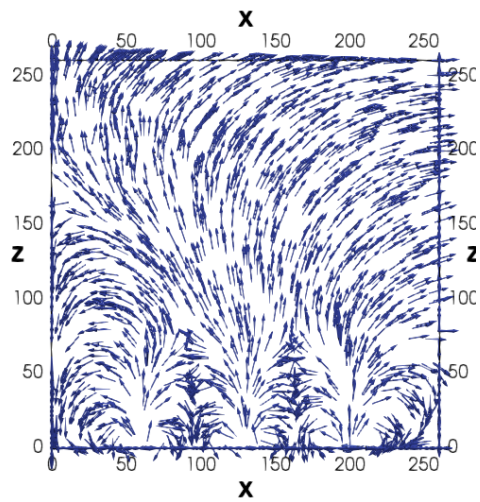
$t = 6000 \text{ s}$



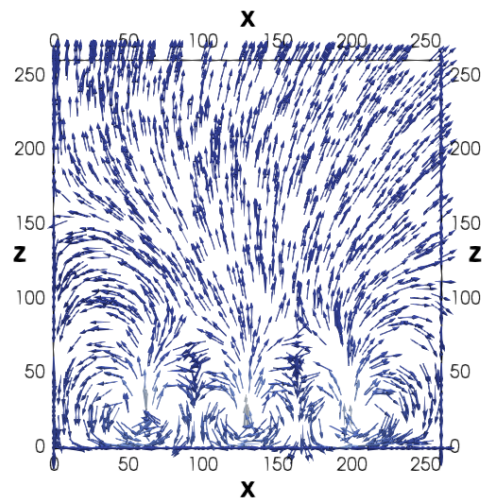
$t = 10000 \text{ s}$



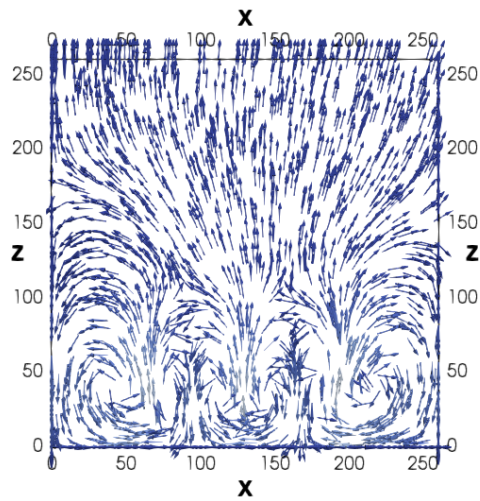
Obrázek 4.26: Vývoj proudového pole pro periodické okrajové podmínky v čase $t \in (100; 100\,000)\text{ s}$



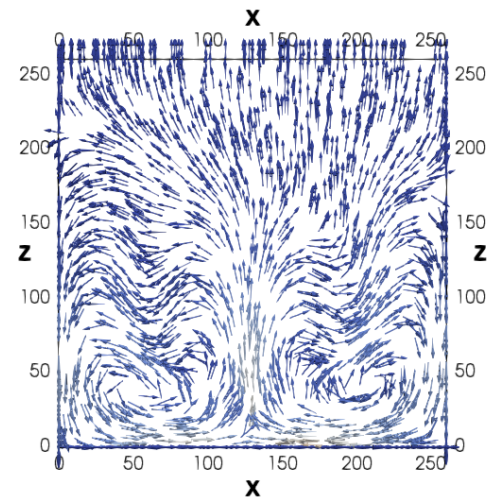
$t = 100$ s



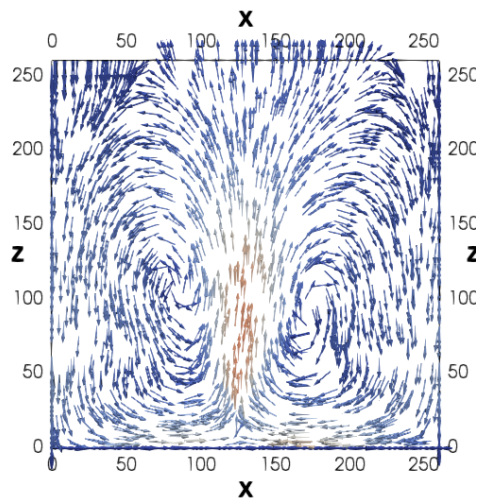
$t = 1000$ s



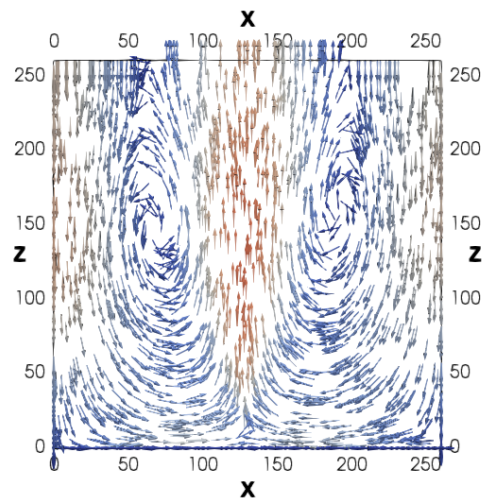
$t = 2000$ s



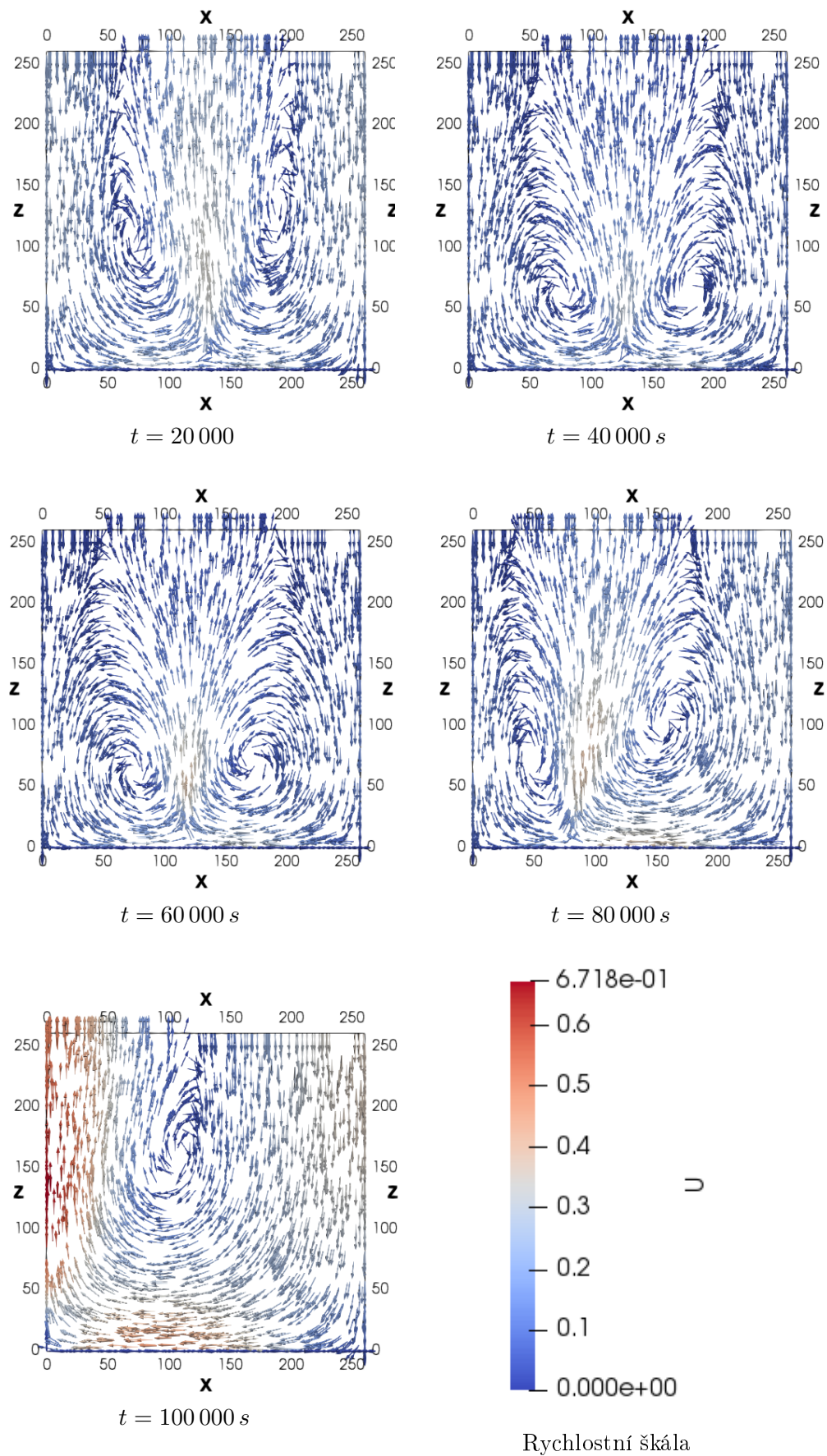
$t = 4000$ s



$t = 6000$ s



$t = 10000$ s



Obrázek 4.28: Vývoj proudového pole pro periodické okrajové podmínky v čase $t \in (100; 100\,000)\text{ s}$

Kapitola 5

Závěr

Práce se zabývá numerickou simulací proudění ve stratifikované mezní vrstvě atmosféry užitím OpenFOAMu. Díky tomu, že se jedná o volně dostupný software, je v poslední době hojně užíván pro modelování různých typů proudění, včetně MVA. Cílem práce je ověřit, zda je schopen zachytit některé termální efekty objevující se v atmosféře. Pro tento účel bylo řešeno několik jednoduchých úloh charakteristických pro tento typ proudění jako je pohyb bubliny vzduchu v různě stratifikované atmosféře nebo vznik viru nad různě teplým zemským povrchem.

V první části jsou popsány fyzikální vlastnosti proudění v MVA. Poté je zmíněn výchozí systém rovnic, který je založen na Navier-Stokesových rovnic v Boussinesquově aproximaci. Rovnici zachování energie máme vyjádřenu ve tvaru pro potenciální teplotu. Tento systém je upraven do RANS rovnic, který jsme uzavřeli dvourovnicovým $k - \epsilon$ modelem.

Systém je řešen metodou konečných objemů s různou diskretizací konvektivních členů a použitím algoritmů SIMPLE a PIMPLE. Dále je rozebrána tvorba úloh v softwaru OpenFOAM. Také je zde uvedena volba řešičů, tvorba sítě atd.

V poslední kapitole řešíme tři různé typy úloh. První úloha se zabývá pohybem bubliny vzduchu o rozdílné potenciální teplotě vůči okolí do neutrálně zvrstvené atmosféry. V prním případě má bublina vzduchu teplejší než okolí, tudíž stoupá vzhůru. V této úloze je testován vliv sítě a různých schémat pro diskretizaci konvektivních členů.

První dvě varianty mají shodné schéma pro jednotlivých veličiny, v prvním případě se jedná o schéma typu vanLeer, ve druhém o LUD. Třetí varianta používá kombinaci předcházejících dvou. Výsledky jsou validovány podle publikace [18].

Varianta A, ve které jsou konvektivní členy aproximovány schématem vanLeer, i vari-

anta B (schéma LUD pro všechny konvektivní členy) značně podhodnocují rychlost stoupání bubliny. Varianta B lépe aproximuje hodnoty teploty, která dosáhla 84.8% referenční hodnoty. Varianta C je kombinací obou simulací, složky rychlosti se diskretizují schématem vanLeer, potenciální teplota pomocí LUD. Všechna řešení podhodnocují rychlost i potenciální teplotu, výjimkou je pouze varianta C na nejjemnější síti, která dosáhla vyšších hodnot v obou veličinách. U všech variant vznikly na nejjemnější síti oscilace potenciální teploty v okolí maximálních hodnot. Nejlépe se tak jeví simulace řešené na síti o velikosti buňky 5m, kde varianty A a B vystoupaly do výšky 930 m (referenční hodnota je 950 m). Varianta C dosáhla výšky 940 m a 93.3% potenciální teploty referenčního řešení.

Ve druhém případě je simulován obdobný problém, bublina chladného vzduchu je umístěna do teplejšího prostředí, bublina tak klesá. Ostatní nastavení zůstalo stejné jako v prvním případě. I v tomto případě si schémata zachovávají stejné vlastnosti jako předšlé úloze. Rozdíly absolutních maximálních hodnot potenciální teploty jsou v porovnání s předchozí úlohou zanedbatelné. Vzhledem k výsledkům úloh v neutrálně stratifikované atmosféře, používáme variatu C a síť o velikosti buňky 5m pro řešení dalších úloh.

Abychom otestovali vliv stratifikace, řešíme úlohy, kdy je bublina umístěna do stabilně a nestabilně stratifikované atmosféry. Úloha se liší předepsáním profilu potenciální teploty ve výpočetní oblasti. Získané výsledky odpovídají našemu fyzikálnímu očekávání, ve stabilní atmosféře je bublina vertikálně stlačena, což vede k jejímu rozpínání do stran. V průběhu času se v atmosféře obnoví původně nastavený teplotní profil. V nestabilní atmosféře je bublina vertikálně roztržena, přičemž jedna část klesá a druhá stoupá. Tvoří se zde podobné struktury jako v prvním typu úloh. Dochází tak k promíchávání vzduchu o různé teplotě a v průběhu času dojde k vyrovnání teploty v celé oblasti.

Zcela jiným typem úloh je vznik proudění v důsledku ohřívání vzduchu o zemský povrch. To je inspirováno konvektivními ději, které probíhají v atmosféře v důsledku rozdílného prohřátým povrchu Země. Částečně je úloha insporována i Rayleigh–Bénardovou konvekcí, kde zásadním rozdílem je, že uvažujeme vrchní okraj oblasti jako otevřenou atmosféru. Na povrchu máme chladnější a teplejší oblasti, nad kterými se tvoří konvekce v neutrálně zvrstvené atmosféře. Úlohu modelujeme pro dvě varianty okrajových podmínek na bocích. V obou případech vzduch stoupá od oblastí s vyšší teplotou, postupně se ochlazuje a klesá zpět. Tímto vznikají víry, které se postupně zvětšují a spojují se tak se sousedními víry. Při periodických okrajových podmínkách se tyto víry tvoří symetricky vzhledem k výpočetní oblasti. Při Neumanově okrajové podmínce vzniká nesymetrický vír, který zasahuje mimo

oblast výpočtu.

V práci je tak ověřeno, že OpenFOAM je schopný řešit termálně stratifikované proudění v MVA. V úlohách je dosaženo kvalitativní i kvantitativní shody s fyzikálním očekáváním a referenčním řešením.

Literatura

- [1] *CFD Online*. <https://www.cfd-online.com/>.
- [2] *Hydrostatic pressure effects*, 2018. <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-applications-solvers-variable-transform-p-rgh.html>.
- [3] k-epsilon, 2020. <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-turbulence-ras-k-epsilon.html>.
- [4] *Rayleigh-Bénard convection*, 2020. <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f5/ConvectionCells.svg>.
- [5] Harish A. *Why the Tacoma Narrows Bridge Collapsed: An Engineering Analysis*. (3. ledna, 2020). <https://www.simscale.com/blog/2018/07/tacoma-narrows-bridge-collapse/>.
- [6] Levashova N. Lukyanenko D. Mukhartova Y. Olchev A. *Application of a Three-Dimensional Radiative Transfer Model to Retrieve the Species Composition of a Mixed Forest Stand from Canopy Reflected Radiation*. Remote sensing, 2018.
- [7] Robert A. *Bubble convection experiments with a semi-implicit formulation of the Euler equations*. Journal of the Atmospheric Sciences 50, 1993.
- [8] Brdička M. Samek L. Sopko B. *Mechanika kontinua*. Academia, Praha, 2011.
- [9] Patankar S. V. Spalding D.B. *A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1972.

- [10] Petroff A. Mailliat A. Amielh M. Anselmet F. *Aerosol dry deposition on vegetative canopies*. Elsevier Ltd, 2007.
- [11] Luvall J.C. Holbo H.R. *Measurements of Short-Term Thermal Responses of Coniferous Forest Canopies Using Thermal Scanner Data*. 1989.
- [12] Kozel K. Louda P. Bodnár T. Beneš L. Sládek I. *Numerická simulace proudění II*. ČVUT, Praha, 2004.
- [13] Greenshield Ch. J. *The OpenFOAM Foundation, User Guide, version 6*. OpenFOAM Foundation, <https://opemfoam.org>, 2018.
- [14] Pechala F. Bednář J. *Příručka dynamické meteorologie*. Academia, Praha, 1991.
- [15] Holton J.R. *An introduction to Dynamic Meteorology*. Academic press, San Diego-California, 1992.
- [16] Fürst J. Kozel K. *Numerické metody řešení problémů proudění*. ČVUT, Praha, 2001.
- [17] Ferziger J. H. Perić M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, Berlin, 1997.
- [18] Giraldo F. X. Ristelli M. *A study of spectral element and discontinuous Galerkin methods for the Navier–Stokes equations in nonhydrostatic mesoscale atmospheric modeling: Equation sets and test cases*. 2008.
- [19] Bednář J. Zikmunda O. *Fyzika mezni vrstvy atmosfery*. Academia, Praha, 1985.
- [20] Bodenschatz E. Pesch W. Plapp B.B. Egolf D.A. *Dynamics and selection of giant Spirals in Rayleigh-Benard convection*. Phys.Rev.Lett 81, 1998.
- [21] Kenitzer S. *Nasa satellite confirms urban heat islands increase reinfall around cities*, 2002. <https://web.archive.org/web/20080612173654/http://www.gsfc.nasa.gov/topstory/20020613urbanrain.html>.
- [22] Šíp V. *Numerical simulations of microscale atmospheric flows and pollution dispersion*. 2016.
- [23] Versteeg H.K. Malalasekera W. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. 2st ed. Harlow, Pearson, 2007.

- [24] Houra T. Nagano Y. *Turbulent Heat and Fluid Flow over a Two-Dimensional Hill*. Springer Science + Business Media B.V., 2009.
- [25] Šíp V. Řezníček H. Beneš L. *Modelování šíření prachu z pozemní*. ATEM – Ateliér ekologických modelů, s. r. o., Praha, 2015.