ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE Fakulta strojní - Ústav přístrojové a řídicí techniky



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Návrh řízení věžového jeřábu s potlačením kyvů břemene

Tower crane control design with load swing suppression

Autor:Bc. Tomáš PelclVedoucí práce:Ing. Jaroslav Bušek, Ph.D.Akademický rok:2020/2021



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příimení:	Pelci	Jméno: Tomáš	Osobní číslo: 458460
Fakulta/ústav:	Fakulta	stroiní	
Zadávající kated	ra/ústav:	Ústav přístrojové a řídící techniky	
Studiiní program	Stroiní i	vženýrství	
Studijní obor:	Přístrojo	vá a řídicí technika	
. ÚDAJE K DIPL	OMOVÉ	PRÁCI	
Název diplomové p	ráce:		
Návrh řízení věžo	vého jeřá	ou s potlačením kyvů břemene	
Název diplomové p	ráce anglio	ky:	
Tower crane cont	rol desigr	with load swing suppression	
Pokyny pro vypraco	ování:		
 Proveďte rešerši r Sestavte matemai Pro daný systém porovnejte s některo Zhodnoťte dosaže 	na téma me tický model navrhněte v u z konvená ené výsledky	od tlumení kyvů zavěšeného břemene v manipula aboratorní soustavy modelu věžového jeřábu a id iodné schéma řízení zajišťující potlačení kyvu zav ních metod návrhu řízení (např. PID).	čních aplikacích. entifikujte parametry reálné soustavy. rěšeného břemene a kvantitativně ho
Seznam doporučer	ié literatury		
[1] OMAR, Hanafy M [2] BLACKBURN, Da 16 4: 477 501	1. Control of avid, et al. C	gantry and tower cranes. 2003. PhD Thesis. Virgin ommand shaping for nonlinear crane dynamics. Jo	nia Tech. ournal of Vibration and Control, 2010,

[3] GOLAFSHANI, Ali Reza. Modeling and optimal control of tower crane motions. 1999.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Jaroslav Bušek, Ph.D., U12110.3

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **30.10.2020**

Termín odevzdání diplomové práce: 20.01.2021

Platnost zadání diplomové práce:

Ing. Jaroslav Bušek, Ph.D. podpis vedoucí(ho) práce

podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc. podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně s použitím literárních pramenů a informací, které cituji a uvádím v seznamu použité literatury a zdrojů informací.

Datum:

podpis

Poděkování

Chtěl bych poděkovat vedoucímu práce Ing. Jaroslavu Buškovi, Ph.D. za cenné rady, odborný dohled v průběhu vypracovávání a za věnovaný čas. Dále patří poděkování mé rodině a přátelům za velkou podporu během celého studia.

Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS20/159/OHK2/3T/12.

Abstrakt

Tématem této diplomové práce je odvození matematického modelu a návrh řídicího systému pro silně nelineární MIMO (multiple-input multiple-output) systém se čtyřmi stupni volnosti - věžový jeřáb. V úvodu práce je provedena rešerše metod řízení manipulační techniky s důrazem na tlumení kyvů zavěšeného břemene. Matematický model je odvozen z kinematického popisu soustavy a vypočten pomocí Lagrangeových rovnic druhého druhu. Hlavním tématem práce je řízení jeřábu s důrazem na potlačení kyvů břemene, otestována je efektivita jak zpětnovazební PD regulace, tak tvarovačů vstupního signálu ZV, ZVD, ZVDD a EI. Regulační obvod je doplněn o PID regulátory polohy břemene. Práce se zabývá také potlačením vnějších vlivů, dále je zkoumána citlivost tvarovačů signálu na změny parametrů soustavy. Všechny metody jsou testovány na laboratorním modelu věžového jeřábu od firmy INTECO. V závěru práce je provedeno zhodnocení a kvantitativní porovnání použitých metod.

Klíčová slova

Matematický model, MIMO systém, Věžový jeřáb, Tvarovače vstupního signálu, PID

Abstract

The main objective of this diploma thesis is to derive a mathematical model and to design and implement a control system for a tower crane - a 4 DOF (Degrees of Freedom) MIMO (multiple-input multiple-output) system with highly nonlinear behavior. In the beginning, control methods of handling equipment are researched with emphasis on the suppression of load oscillations. The nonlinear model is derived using transformation matrices and the Lagrangian approach. In order to use linear control methods, the model was linearized at a given point. As the main topic of the thesis is the suppression of load oscillations, the effectiveness of both feedback control (PD contoller) and input shapers (ZV, ZVD, ZVDD and EI) is examined. These anti-swing control methods are combined with load position feedback control using PID controllers. Elimination of external disturbances and the sensitivity of signal shapers to changes in system parameters were also examined. All mentioned control methods were tested on a tower crane laboratory model from INTECO. As a result of this work, an evaluation and quantitative comparison of the methods used is presented.

Keywords

Mathematical modeling, MIMO system, Tower Crane, Input Shaping, PID

Obsah

1	Úvo	d
2	Říze	ení manipulační techniky
	2.1	Dopředné řízení
		2.1.1 Tvarovače vstupního signálu
	2.2	Zpětnovazební řízení
	2.3	Specifika řízení věžových jeřábů
3	Věž	ový jeřáb Inteco
	3.1	Technické informace
4	Mat	tematický model
	4.1	Matematický popis soustavy
	4.2	Model DC motoru
		4.2.1 Pásmo necitlivosti
	4.3	Parametry modelu
	4.4	Nelineární model 12
	4.5	Linearizovaný model
		4.5.1 Stavový popis systému
	4.6	Stabilita systému
	4.7	Validace modelu
		4.7.1 Pracovní oblast
5	Reg	ulace polohy
	5.1	Požadavky na řízení věžového jeřábu
	5.2	PID regulátor 22
6	Potl	ačení kyvů břemene
	6.1	Povolená výchylka břemene
	6.2	Eliminace šumu
	6.3	Tvarovače vstupního signálu 26
		6.3.1 Analýza systému
		6.3.2 Analýza pólů
		6.3.3 Výpočet parametrů
	6.4	ZV tvarovač
	6.5	ZVD tvarovač
	6.6	ZVDD tvarovač
	6.7	EI tvarovač
	6.8	Citlivost tvarovačů na změnu parametrů
	6.9	Tlumení kyvu PD regulátorem
		6.9.1 Eliminace vnějších vlivů
7	Por	ovnání použitých metod

Se	znam	1 použitého SW	55
8	Záv	ěr	52
	7.5	Zhodnocení výsledků	50
	7.4	Návrh postupu pro porovnání použitých metod	49
	7.3	Vyhodnocení použitých řídicích metod	47
	7.2	Integrální kritéria	45
	7.1	Korekce naměřených dat	44

1 Úvod

Těžká manipulační technika, v čele s věžovými jeřáby, má v dnešním světě stejně nenahraditelné zastoupení jako v uplynulých dekádách. Jeřáby se staly neodmyslitelnou součástí stavebnictví i logistiky a výrazně přispívají k budování naší civilizace.

Od srpna roku 1949, kdy byl v Německu Hansu Liebherrovi udělen patent na první mobilní věžový jeřáb, se v technologickém světě udál nesmírný pokrok. Na první pohled se dnešní jeřáby podobají těm z minulého století, často však skrývají moderní technologie, díky nimž je jejich ovládání jednodušší a efektivnější. Automatizace je dnes všudypřítomným trendem a ani tato oblast není výjimkou. Výzkum posledních let přináší zajímavé a perspektivní přístupy k automatickému řízení jeřábů, nicméně v praxi zůstává drtivá většina ovládaná manuálně. V současnosti se úspěšně vyvíjí a aplikují asistenční systémy, které řízení zefektivňují a usnadňují operátorovi práci. K plně automatizovaným věžovým jeřábům a jejich nasazení do praxe vede ještě dlouhá, avšak nadějná cesta, na které se má smysl podílet.

Motivací této diplomové práce je navrhnout, otestovat a porovnat řídicí metody, zejména se zaměřením na potlačení kyvů přenášeného břemene. Tato problematika je asi nejvýznamnějším rizikem a komplikací u řízení manipulační techniky a je často adresována právě zmíněnými asistenčními systémy.

V první části práce bude provedena rešerše metod vhodných k řízení manipulační techniky s důrazem na specifické požadavky pro řízení věžových jeřábů. Pozornost bude věnována metodám na potlačení kyvu, zejména pak tvarovačům vstupního signálu. Další část bude věnována představení věžového jeřábu od firmy INTECO, což je laboratorní model, na kterém budou vybrané metody testovány. Následuje část stěžejní pro úspěšný návrh řízení - matematický model, který popíše chování systému s dostatečnou přesností.

Hlavním tématem této práce bude návrh regulace polohy a zbytkového kývání břemene. Speciální pozornost bude věnována tvarovačům vstupního signálu. Jednotlivé metody budou otestovány na laboratorním modelu a v závěru práce budou výsledky vyhodnoceny a porovnány. Cílem práce je nabídnout systematický postup pro návrh vhodné řídicí metody, popsat vyvstalé problémy a jejich řešení. Závěrem práce bude doporučení vhodné metody pro řízení věžového jeřábu.

2 Řízení manipulační techniky

Manipulace s objemnými a těžkými břemeny je každodenní záležitostí v mnoha odvětvích. Přesun materiálu, komponent nebo jiného nákladu je řešen dnes a denně po celém světě na stavbách, ve výrobních halách, v přístavech nebo jiných průmyslových zónách. Nenahraditelnou roli pro tyto účely plní těžká manipulační technika - jeřáby. Existuje celá řada jeřábů, dělí se podle využití na mostové, portálové, mobilní a další. Vyskytuje se celá škála velikostí, výkonu a konstrukčních řešení. Přestože se tato práce zaměřuje na řízení věžového jeřábu, který je typický pro stavební průmysl, v této kapitole je popsána problematika řízení jeřábů obecně.

Ačkoliv jeřáby představují techniku používanou již několik století, stále nabízí mnoho prostoru pro technologický vývoj. Napříč historií přispívaly vývoji těžké manipulační techniky industrializace, průmyslové revoluce a globalizace. Doménou několika posledních desetiletí je pak posun v oblasti automatického řízení a regulačních metod, které dovolují posouvat hranice a možnosti těchto strojů. Přesun z manuálního ovládání jeřábů na automatické, nebo alespoň asistované, přináší mnoho výhod. [9] Jako ve všech oblastech lidského počínání, i zde je kladen stále větší důraz na rychlost, přesnost, efektivitu a optimalizaci nákladů. Všechny tyto atributy mohou být automatickým řízením vylepšovány a díky neustále se rozšiřujícím technologickým možnostem se hranice posouvají stále dál.

Automatické řízení jeřábu je náročný a komplexní problém, který je definován mnoha parametry a požadavky. Základními nároky a hlavní doménou řízení jeřábu jsou prostorová přesnost doručení břemene a eliminace jeho kývání. Oscilace břemene jsou závažným problémem. Kývání nákladu může dále v praxi nastat vlivem počasí, špatně rozložené hmotnosti nebo nevhodným řízením. [10] Neschopnost regulace kývání břemene by vedla ke zvýšenému riziku úrazu, poškození majetku či případně samotného jeřábu a v neposlední řadě i k prodloužení doby manipulace. Důležitost stabilizace břemene dokládá i statistika, podle které v přístavní manipulaci zabere až 30 % transportní doby zajišť ování a stabilizace nákladu. [11]

Problematika potlačení kyvů břemene bývá řešena různými metodami, které se dají rozdělit na dopředné a zpětnovazební řízení.

2.1 Dopředné řízení

Dopředné řízení využívá často teorii optimálního řízení, kde je optimální trajektorie břemene stanovena pomocí minimalizace definované funkce, která popisuje dynamiku oscilací břemene. Tento popis může být získán pomocí úhlů výchylek nákladu nebo pomocí energetické metody, která definuje spotřebu energie daného úkonu, tj. přemístění břemene z počáteční do požadované polohy. [8] Dopředné řízení je založeno na jednoduchém principu a výhodou může být nízká technologická náročnost pro jeho uvedení do praxe. K provozu není nutné použití senzorů, které by zaznamenávaly aktuální stav soustavy. U návrhu takového řízení je žádoucí dbát na co nejpřesnější matematický popis, protože právě na jeho přesnosti bude kvalita regulace záviset. Hlavní a podstatnou nevýhodou využívání dopředného řízení je neschopnost regulátoru reagovat na některé silně nelineární chování systému, náhlé vnější vlivy nebo na změnu parametrů.

2.1.1 Tvarovače vstupního signálu

Klasickým příkladem dopředného řízení jsou tvarovače vstupního signálu. Ačkoliv existují různé adaptace a varianty aplikované ve zpětnovazebním řízení, základní princip vychází z regulace bez zpětné vazby. Tvarovače signálu (z angl. *input shapers*) lze používat v plně automatizovaném řízení, v praxi však nachází častěji využití jako podpora manuálního řízení, kde operátorům umožňuje stabilnější a rychlejší ovládání jeřábu. [12] [32] Ve většině případů jsou tvarovače signálu odvozeny z lineárních systémů, objevuje se však i výzkum shaperů, které efektivně redukují oscilace nelineárních pohybů a systémů. [3] Pokročilou variantou je zavedení adaptivního tvarování nebo strojového učení. [6] Navzdory pokročilým metodám stále zůstává nejpoužívanější variantou dostatečně robustní input shaper. [12]

2.2 Zpětnovazební řízení

Druhou skupinou regulačních metod je zpětnovazební řízení. Základem metody je neustálé měření regulovaných veličin, přičemž regulátor na základě těchto hodnot vytváří potřebný akční zásah. To zajišť uje určitou robustnost a odolnost regulace proti nejistotám, proměnným parametrům soustavy nebo vnějším vlivům. Praktickým omezením a nevýhodou zpětnovazebního řízení je právě nutnost přesného a spolehlivého měření potřebných veličin. Při činnosti jeřábu je tedy pro regulaci oscilací nutné měřit výchylky břemene. V praxi je poměrně obtížné měřit úhel vychýlení břemene (prostorového kyvadla) a tak se v tomto směru vývoj často ubírá k moderním bezkontaktním měřícím metodám. Objevují se tak akustické, radarové a laserové 3D metody snímání obrazu, díky kterým je také možné detekovat překážky a definovat trasu v reálném čase. [8]

Obvyklými řídicími metodami jeřábů jsou lineární kvadratická regulace (LQR), stavové, fuzzy a PID regulátory. [11] Zpětnovazební řízení lze aplikovat jak na pohyb kočky (a s ní nákladu), tak na potlačení kmitání břemene. Eliminace oscilací pomocí fuzzy regulátoru byla popsána v [13], dále v [14] byla navržena regulace kyvu pomocí fuzzy-laděného PID. Metoda LQR byla navržena v [15] jak na potlačení oscilací břemene, tak na jeho pohyb.

2.3 Specifika řízení věžových jeřábů

Věžové jeřáby jsou systémy, které mají menší počet akčních členů než stupňů volnosti. Jedná se tedy o řízení mechanického systému s nedostatkem pohonů (z angl. *under-actuated system*), který z definice postrádá schopnost sledovat libovolnou trajektorii v dosažitelném prostoru, což může snižovat efektivitu regulace. [16] Oproti jiným typům jeřábů mají věžové výraznější nelineární chování, což je způsobeno rotací dlouhého výložníku. Tento pohyb má za následky velký moment setrvačnosti, působení odstředivé síly a translační pohyb kočky, což jsou příčiny rozkmitání břemene. Nezřídka dochází také ke vzájemnému ovlivnění (z angl. *cross-coupling*), kdy kmitání břemene způsobí rozkmitání kočky a naopak. Tato problematika byla řešena v [18] pomocí inverzního tvarovače signálu zapojeného ve zpětné vazbě.

Známou problematikou vysokých jeřábů je i jejich stabilita. Konkrétně u věžových jeřábů, které mají oproti ostatním typům malou základnu, mohou vyvolat nestabilitu dynamické rázy nebo oscilace břemene ve spojení s pohybem kočky. [5] Řízení věžových jeřábů má tedy omezení - regulace nesmí být příliš agresivní a rychlá.



Obr. 2.1: Popis jednotlivých částí věžového jeřábu [1]

3 Věžový jeřáb Inteco

Na obrázku 3.1 je vyobrazen 3D model jeřábu od firmy INTECO, jehož popis a řízení jsou předmětem této práce. Jedná se o věžový jeřáb s vodorovným výložníkem, který se nejčastěji používá na stavbách, v loděnicích nebo skladech. Jednotlivé části věžového jeřábu jsou popsány na obrázku 2.1.



Obr. 3.1: Laboratorní model věžového jeřábu od firmy INTECO [2]

Tato soustava představuje tzv. MIMO (multiple input - multiple output) systém se silně nelineárním dynamickým chováním. Soustava má 5 stupňů volnosti a je vybavena třemi akčními členy, jimiž jsou stejnosměrné elektromotory, které vykonávají rotační pohyb výložníku, posuvný pohyb jeřábové kočky a navíjení nosného lana. Břemeno na laně lze interpretovat jako prostorové kyvadlo, jehož vychýlení do obou směrů je sledováno enkodéry. Kočka se pohybuje mezi dvěma kladkami po výložníku, který je na kratším výběžku vyvažován protizávažím.

3.1 Technické informace

Model je 1500 mm vysoký s výložníkem dosahujícím délky 1200 mm od věže jeřábu. Součástí dodané sestavy je jak snadno sestavitelný hardware, tak software, který slouží k simulacím a řízení jeřábu pomocí PC. Dále je k dispozici rozhraní pro připojení k PC, digitální deska pracující na technologii Xilinx. Veškerý dodaný software je kompatibilní s operačním systémem MS Windows, kde využívá program MATLAB a RTW toolbox. K dosažení vysoké přesnosti při měření jednotlivých veličin jsou použity inkrementální enkodéry s rozlišením 4096 pulsů na otočku. Díky tomu a mechanické přesnosti soustavy se nejistota měření pro úhel kyvadla rovná pouze 0,0015 rad. [2]



Obr. 3.2: Věžový jeřáb INTECO - popis senzorů a akčních členů[2]

Klíčové přednosti modelu podle firmy INTECO:

- trojrozměrný, silně nelineární MIMO model věžového jeřábu
- soustava plně integrovaná s MATLAB Simulink a v reálném čase ovládaná z MS Windows
- vysoká přesnost měření pomocí enkodérů s vysokým rozlišením
- matematické modely součástí sestavy
- obsluha možná bez znalosti programování
- knihovna obsahuje předprogramované experimenty vhodné k seznámí se soustavou
- snadná instalace

4 Matematický model

Pro sestavení simulačního modelu je nutné popsat chování soustavy matematickými rovnicemi a získat tak její matematický model. Firma Inteco poskytuje k sestavě vlastní matematický model, jehož odvození je naznačeno v dodaném manuálu [2]. Z odvození vyplývá, že byly uvažovány pouze dynamické účinky nákladu a dynamika samotné konstrukce jeřábu nebyla do matematického popisu zahrnuta. Další nevýhodou dodaného modelu je volba jeho vstupních proměnných. Ačkoliv jedinou říditelnou proměnnou jsou vstupní napětí na motorech, v přiloženém modelu byly vstupními proměnnými zrychlení vozíku a ramene jeřábu. Z těchto důvodů byl vytvořen nový matematický model, který zahrnuje dynamické účinky nejen nákladu, ale i konstrukce jeřábu. Pro tento krok je potřeba získat hodnoty parametrů soustavy, které firma INTECO v dokumentaci neuvedla. Získání parametrů a jejich hodnoty popisuje kapitola 4.3.



Obr. 4.1: Model soustavy se zakótovanými souřadnicemi a akčními silami [2]

Na obrázku 4.1 jsou zakótovány proměnné a souřadnice popisující model stavebního jeřábu. Kromě kartézského souřadného systému a hnacích sil jsou zde znázorněny také veličiny x_w , L, α , β a θ , které soustavu popisují a jsou měřeny pomocí inkrementálních enkodérů. Rotace ramene jeřábu kolem osy z je popsána úhlem θ , přičemž pohyb v tomto směru je poháněn elektromotorem, který tvoří silový moment M_{θ} . Po rameni se ve směru osy x pohybuje vozík, který je díky elektromotoru poháněn silou F_x , působící v témže směru a jehož poloha na rameni je popsána souřadnicí x_w . Na vozíku se nachází další elektromotor s navijákem, který manipuluje nákladem a mění tak délku lana L. Přesná poloha nákladu je pak určena dalšími dvěma úhly. Úhel α je svírán osou z a průmětem nosného lana do roviny XZ. Úhel β svírá nosné lano a jeho průmět do roviny XZ. Polohový vektor P nákladu je dán souřadnicemi x_c , y_c a z_c , které určují jeho polohu vůči počátku souřadnicového systému.

Zvolený kartézský souřadnicový systém má počátek (x = y = z = 0) v místě, kde výložník protíná nosný sloup jeřábu, přičemž celý souřadnicový systém rotuje s ramenem ve směru θ kolem osy z.

Vzhledem k povaze soustavy byla pro nalezení vlastních pohybových rovnic použita metoda využívající kinetickou a potenciální energii a Lagrangeovy rovnice druhého druhu. Odvození matematického modelu je podrobněji popsáno v kapitole 4.1. Vstupní napětí U je přepočteno ze sil působících ve směrech x a θ na PWM signál pomocí modelu DC motoru v kapitole 4.2. Délka lana L je v rámci této práce považována za konstantní s výjimkou kapitoly 6.8, kde je zkoumán vliv změny délky lana na efektivitu tvarovačů vstupního signálu. Počet stupňů volnosti byl tedy z původních pěti snížen na čtyři.

4.1 Matematický popis soustavy

Při tvorbě matematického modelu byl zvolen postup kompletního odvození rovnic pomocí kinematického popisu soustavy. Velké množství publikací využívá citované rovnice, které jsou však často použity bez kontextu a vysvětlení. Výsledkem tohoto přístupu budou sice složité diferenciální pohybové rovnice, které kvůli svému rozsahu pravděpodobně nebudou prezentovatelné v rámci této práce. Výpočty budou nicméně řešeny symbolicky v prostředí Matlab (pomocí *Symbolic Math Toolbox*), které disponuje dostatečným výpočetním výkonem a díky tomu bude k dispozici plně odvozený model. Hlavní výhodou při budoucí práci s takovým modelem bude možnost měnit snadno a efektivně výchozí rovnice, parametry a testovat vliv (ne)zanedbání libovolných vlivů apod.

Pro kinematický popis soustavy byla zvolena tzv. maticová metoda, která využívá transformační matice pohybu, jak je naznačeno rovnicemi (1) a (2). Matice R_x je matice rotačního pohybu kolem osy x, matice T_x značí rovinný pohyb ve směru x atd. Tímto postupem byly získány polohové vektory závaží a vozíku, které po zderivování představují rychlost a mohou být dosazeny do rovnice (3).

$$r_{1m} = R_z(\theta) T_x(x) R_y(\frac{\pi}{2} - \alpha) R_z(\beta) T_x(L) \begin{pmatrix} 0\\0\\0\\1 \end{pmatrix}$$
(1)

$$r_{1\mathrm{T}} = R_z(\theta) T_x(x) \begin{pmatrix} 0\\0\\0\\1 \end{pmatrix}$$
(2)

Dalším krokem bylo určení kinetické a potenciální energie soustavy. Kinetická energie T byla definována jako součet kinetických energií jednotlivých částí soustavy, konkrétně vozíku, nákladu a rotačního ramene jeřábu. Složka potenciální energie je pouze jedna a je závislá na výšce, ve které se právě náklad nachází. Pro nejnižší (svislou) polohu nákladu je potenciální energie nulová.

$$T = \frac{1}{2}m_m v_m^2 + \frac{1}{2}m_T v_T^2 + \frac{1}{2}J\omega_{\text{magn}}^2$$
(3)

$$V = -m_m g L \cos(\beta) \cos(\alpha) \tag{4}$$

Po vypočtení tzv. Lagrangiánu podle vzorce $L_L = T - V$ lze použít Lagrangeovy rovnice druhého druhu (5), ze kterých získáme čtyři vlastní pohybové rovnice soustavy. Rovnice (6) popisuje zobecněné síly ve všech čtyřech směrech. Každý záporný člen představuje mechanické ztráty působící proti akčním zásahům v příslušném směru. Hodnoty koeficientů tření k_i jsou k dispozici v tabulce 4.1.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(\frac{\partial L_L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \left(\frac{\partial L_L}{\partial q_j} \right) = F_j, j = 1, 2, 3, 4$$
(5)

$$F_{j} = \begin{pmatrix} F_{x} - k_{x}\dot{x} \\ -k_{\alpha}\dot{\alpha} \\ -k_{\beta}\dot{\beta} \\ F_{\theta} - k_{\theta}\dot{\theta} \end{pmatrix}$$
(6)

Po seznámení s reálnou soustavou a prvním měření bylo zjištěno, že krajní poloha jeřábové kočky neodpovídá počátku souřadnicového systému. Po změření reálné krajní polohy ve směru x vyšlo najevo, že je nutné do rovnic dosadit tuto trvalou odchylku nahrazením souřadnice X_w za $X_w + 0, 22$, odchylka tedy odpovídá vzdálenosti 0,22 m. Tato úprava je nepodstatná pro samotný pohyb ve směru x, má však zřetelný vliv při rotačním pohybu výložníku ve směru θ . Stejný případ byl zpozorován také u délky lana L, jejíž efektivní délka, resp. délka prostorového kyvadla, byla změněna na L - 0, 15.

4.2 Model DC motoru

Model jeřábu je poháněn třemi kartáčovými DC motory. Motor otáčející výložníkem ve směru θ má jmenovité napětí 24 V, pohyb kočky po souřadnici x je prováděn motorem o jmenovitém napětí 12 V. Poslední motor navíjejí lano délky L je pro tuto práci irelevantní, jelikož je délka lana uvažována konstantní.

Dynamické chování DC motoru s permanentním magnetem je popsáno rovnicí 7, kde u_a je napětí na rotoru a u_b je zpětná elektromotorická síla (z angl. *back electromotive force*), která vzniká rotací rotoru v magnetickém poli. Dále R_a , L_a a i_a jsou odpor, induktance a proud rotoru, v tomto pořadí.

$$u_a(t) = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + u_b(t)$$
(7)

Chování obou elektromotorů je pro potřeby této práce popsáno s dostatečnou přesností pomocí rovnic 10 a 9, které vychází z rovnice 8, kde U je napětí .

$$T_e = \frac{\eta k_g k_m}{R_a} G_a U - \frac{\eta k_g^2 k_m^2}{R_a} \omega$$
(8)

Odvození těchto vztahů je dále přiblíženo v práci [7]. Veškeré parametry použité v těchto rovnicích, včetně jejich získání a hodnot, jsou popsány v kapitole 4.3.

$$F_{\theta} = \frac{\eta_{\theta} k_{g\theta} k_{m\theta}}{R_{a\theta}} G_{a\theta} U_{\theta} - \frac{\eta_{\theta} k_{g\theta}^2 k_{m\theta}^2}{R_{a\theta}} \dot{\theta}$$
⁽⁹⁾

Pro výpočet síly pro směr x je nutné zavést přepočet z momentu síly motoru T_e pomocí poloměru ozubené řemenice r_x , která zprostředkovává lineární pohyb kočky. Použitím vztahů

$$\dot{X}_w = r_x \omega$$
$$T_e = F_x r_x$$

byl získán finální tvar rovnice pro sílu F_x působící na kočku ve směru x.

$$F_{x} = \frac{\eta_{x} k_{gx} k_{mx}}{R_{ax} r_{x}} G_{ax} U_{x} - \frac{\eta_{x} k_{gx}^{2} k_{mx}^{2}}{R_{ax} r_{x}^{2}} \dot{X}_{w}$$
(10)

4.2.1 Pásmo necitlivosti

Problematika tzv. pásma necitlivosti (z angl. *dead-zone*) představuje nelineární chování reálného stejnosměrného elektromotoru. Jedná se o jev, který nastává při nízkých hodnotách vstupního napětí, při kterých motor nevyvine dostatečně velkou sílu k překonání vlastního statického tření a rozpohybování poháněné soustavy. Jedná se o přirozenou vlastnost, která ovlivňuje výstup soustavy a může mít za následek trvalou odchylku. Ačkoliv je ve většině případů dead-zone efekt nežádoucí, v některých případech může být jeho přítomnost výhodná a napomoci stabilitě systému či zamezit jeho oscilacím. [4] V dalších aplikacích

může být výhodou také zamezení rychlého přepínání relé v okolí spínací hodnoty, nebo zamezení oscilace napětí při zpětnovazebním řízení, což bylo zpozorováno také při měření v rámci této práce.

Pásmo necitlivosti bylo změřeno v obou hlavních směrech pohybu. Měření bylo provedeno s pozvolně se zvyšujícím vstupním signálem a následně byla odečtena hodnota, při které došlo k překonání tření a rozpohybování soustavy. Po opakovaném měření bylo zjištěno, že výsledky jsou značně nekonzistentní, a to jak mezi záporným a kladným směrem pohybu, tak mezi jednotlivými pokusy. Přesnost určení pásma necitlivosti však nemusí být pro potřeby regulace jinak vysoká, rozmezí pásma necitlivosti (PN) byly tedy zvoleny pro oba hlavní směry pohybu následovně:



$$PN_x = \pm 0,114$$
$$PN_\theta = \pm 0,139$$

Obr. 4.2: Pásmo necitlivosti pro pohyb ve směru θ , závislost výstup na vstupu

Ošetření tohoto jevu je možné několika způsoby, pro tuto práci byl zvolen jednoduchý a dostatečně efektivní způsob pomocí bloku na eliminaci statického, neboli *Coulombova tření* v prostředí Simulink. Vstupní signál je v podstatě zesílen do obou směrů o nastavenou hodnotu, která zároveň udává pásmo necitlivosti motoru. Pro názornost může být simulovaná dead-zone a její eliminace znázorněna obrázkem 4.3. Poslední blok saturace zajišť uje, že hodnota vstupního napětí zůstane v intervalu $\langle -1; 1 \rangle$, jelikož se jedná o signál ve formě PWM.

Pro kompletní eliminaci dead-zone by bylo vhodné nastavit blok Coulombova tření na stejné hodnoty, které byly zjištěny při proměření pásma necitlivosti. Později však bylo



Obr. 4.3: Simulace dead-zone včetně její eliminace a PWM saturace v prostředí Simulink

zjištěno, že i v této aplikaci je přítomnost malého pásma necitlivosti výhodná a hodnoty byly upraveny, aby bylo zamezeno oscilacím napětí při PID regulaci. Byly zvoleny následující hodnoty Coulombova tření (CT).

$$CT_x = \pm 0,114$$
$$CT_\theta = \pm 0,125$$

4.3 Parametry modelu

V této kapitole jsou popsány parametry nelineárního modelu, modelu pro DC motory a způsob jejich zjištění. Původní plán definovat vybrané parametry experimentálně v laboratoři byl znemožněn vládními a univerzitními nařízeními z důvodu pandemie Covid-19. Jako náhradní řešení byly dostupné parametry převzaty z prací [22] a [23]. Jelikož metodika získání těchto parametrů nebyla často uvedena, dá se předpokládat, že nebyla bezchybná. Proto byly některé hodnoty upraveny ku prospěchu chování modelu při porovnání s chováním reálné soustavy. Výsledky porovnání naměřených dat a modelu s upravenými parametry jsou uvedeny v kapitole 4.7.

4.4 Nelineární model

Model DC motorů z kapitoly 4.2 byl dosazen do rovnic získaných v kapitole 4.1 a po vyčíslení parametrů vyšla finální podoba vlastních pohybových rovnic, které poslouží k sestavení kompletního nelineárního modelu soustavy. Pro interaktivní použití a práci s modelem může být využito prostředí Matlab Simulink, kde ho lze poskládat z funkčních bloků. Vzhledem k silné nelinearitě modelu a příliš dlouhým rovnicím pro poskládání modelu z jednotlivých bloků je potřeba k vytvoření nelineárního modelu použít programovatelný blok *Matlab function*, který lze vygenerovat tak, aby měl nastavené předem definované vstupy, výstupy a obsahoval celý matematický model. Díky tomuto postupu je možné s modelem pracovat velice efektivně. Po změně parametrů, kinematického popisu soustavy nebo kterékoliv rovnice z výpočtu, je možné jedním spuštěním skriptu aktualizovat nelineární model bez nutnosti pracných změn v Simulinku. To dovoluje rychle a přehledně ladit parametry modelu, testovat dopad zanedbání libovolných vlivů apod.

Popis	Parametr	Hodnota
hmotnost břemene	m_m	0,33 [kg]
hmotnost kočky	m_T	0,7 [kg]
moment hybnosti	J	2,4 [kgm ²]
délka lana	L	0,45 [m]
viskózní tření	k_x	14 [Ns/m]
viskózní tření	$k_{ heta}$	14 [Nms/rad]
viskózní tření ve směru β	k_{lpha}	0,00005 [Nm/s]
viskózní tření ve směru α	k_{eta}	0,015 [Nm/s]
účinnost motoru a převodu	η_x	0,36
účinnost motoru a převodu	$\eta_{ heta}$	0,24
poloměr řemenice	r_x	0,0375 [m]
konst. momentu síly motoru	k_{mx}	0,055 [Nm/A]
konst. momentu síly motoru	$k_{m\theta}$	0,024 [Nm/A]
převodní poměr	k_{qx}	76
převodní poměr	$k_{q\theta}$	275
el. odpor rotoru	$\ddot{R_{ax}}$	25 [Ω]
el. odpor rotoru	$R_{a\theta}$	0,5 [Ω]
zesílení motoru	G_{ax}	20.5
zesílení motoru	$G_{a\theta}$	11
gravitační zrychlení	g	9,81 [m/s ²]

Tab. 4.1: Parametry použité v modelu - indexy $x \ a \ \theta$ značí příslušnost k pohybu (motoru) v témž směru

Veškeré simulace s modely byly prováděny v prostředí Simulink, kde byla nastavena numerická metoda Dormand-Prince s označením *ode5*. Metoda pracuje s fixním krokem, který byl zvolen jako 0,005 s.

Nelineární model byl vytvořen zejména pro ověření funkčnosti dynamického popisu soustavy. V prvotní fázi může být pozorováno, zda průběh jednotlivých veličin odpovídají představám o chování soustavy. V dalším kroku je nutné zjistit hodnoty všech parametrů modelu, a to buď z dokumentace, měřením nebo experimentálně. Získání parametrů je popsáno v kapitole 4.3. K úspěšnému doladění matematického modelu je často nutná úprava některých parametrů nebo zavedení konstant, které chování modelu přiblíží k chování reálné soustavy. Tento krok je prováděn porovnáním simulovaných dat s naměřenými, pokud je reálná soustava k dispozici.

4.5 Linearizovaný model

Aby byl matematický model vhodný pro další práci, například řízení, je potřeba ho linearizovat. Linearizace spočívá v nahrazení nelineárního modelu lineárním, a to v blízkém okolí pracovního bodu, který zpravidla odpovídá ustálenému stavu. Pracovní bod (PB) byl pro danou soustavu zvolen následovně:

$$P_{b} = \begin{pmatrix} x_{s} \\ \alpha_{s} \\ \beta_{s} \\ \beta_{s} \\ \theta_{s} \\ \beta_{s} \\ \dot{\alpha}_{s} \\ \dot{\alpha}_{s} \\ \dot{\alpha}_{s} \\ \dot{\alpha}_{s} \\ \dot{\beta}_{s} \\ \dot{\alpha}_{s} \\ \dot{\beta}_{s} \\ \dot{\theta}_{s} \\ U_{xs} \\ U_{\theta s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0, 25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(11)

Pracovní bod pro linearizaci byl pro polohu kočky ve směru x zvolen jako $x_s = 0,25$ m. Poloha kočky během rotace výložníku, z důvodu působení odstředivé síly, významně ovlivňuje dynamiku systému, proto byl pracovní bod umístěn v polovině rozsahu pohybu x, jelikož se v této oblasti předpokládá její nejčastější výskyt a maximální odchylka od PB je minimalizována.

4.5.1 Stavový popis systému

Pro stavový popis byly definovány následující stavové proměnné. Vektor $\mathbf{u}(t)$ obsahuje vstupní proměnné, vektor $\mathbf{y}(t)$ pak výstupní měřitelné proměnné systému.

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \alpha \\ \beta \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$
(12)
$$\mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_x \\ U_\theta \end{pmatrix}$$
(13)

$$\mathbf{y}(t) = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$
(14)

Hodnoty úhlu α a β nabývají pouze nízkých hodnot. Někteří autoři navrhují z důvodu přílišné složitosti rovnic použít aproximaci goniometrických funkcí pro malé úhly podle obecného vzorce $\sin(\gamma) \approx \gamma \operatorname{a} \cos(\gamma) \approx 1$, kde γ je malý úhel. [24] V případě této práce není zmíněná úprava nutná, protože všechny výpočty jsou provedeny programově a MATLAB disponuje dostatečně velkým výpočetním výkonem. I v případě použití této aproximace jsou rovnice příliš dlouhé na zobrazení v rámci této práce.

Stavový popis systému je reprezentován dvěma základními rovnicemi (15) a (16),

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \tag{15}$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \tag{16}$$

kde matice **A** se nazývá matice systému, **B** je matice řízení, **C** matice vazeb výstupu na stav a **D** matice vazeb vstupu na výstup. Hodnoty matic pro tento systém jsou následující. Tyto matice byly získány pomocí Jacobiho matice. Ta je výsledkem parciálních derivací vlastních pohybových rovnic podle stavových proměnných za dosazení pracovního bodu.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{231}{50} & 0 & 0 & -\frac{1378}{5} & -\frac{1}{5000} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3179}{100} & 0 & 0 & -\frac{15176}{25} & -\frac{1}{1000} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1111}{50} & 0 & 0 & 0 & -\frac{23}{100} & \frac{283}{20} \\ 0 & 0 & \frac{3}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{100} & -\frac{683}{50} \end{pmatrix}$$
(17)

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{4701}{100} & 0 \\ \frac{5177}{50} & 0 \\ 0 & -\frac{353}{25} \\ 0 & \frac{341}{25} \end{pmatrix}$$
(18)

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(19)
$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(20)

4.6 Stabilita systému

Systém lze označit jako stabilní, pokud se po malém vychýlení z rovnovážného stavu, způsobeným vnějším vlivem, do něj opět samovolně vrátí. Dle této definice je tedy stabilita systému schopnost udržet svůj rovnovážný stav a je zároveň nutnou podmínkou správné funkce regulačního obvodu. Při určování stability rozlišujeme tři stavy, a to stabilní, nestabilní a na mezi stability.

Ačkoliv nelineární dynamické systémy mohou vykazovat stabilní chování za určitých podmínek (při malých počátečních odchylkách) a jinak být nestabilní, pro lineární dynamické systémy stabilita nezávisí na hodnotách vstupů, ale pouze na vlastnostech systému. [31]

O stabilitě lineárního systému rozhoduje obecné (homogenní) řešení jeho diferenciální rovnice, které popisuje chování výstupů systému poté, kdy byl systém vyveden z rovnováhy a ponechán nadále bez působení vstupů. [31] Systém je tedy stabilní, pokud se v rostoucím čase jeho homogenní řešení blíží k nule, neboli

$$\lim_{t \to \infty} y_H(t) = 0. \tag{21}$$

Z odvození vyplývá, že pro prohlášení lineárního systému za stabilní, musí mít všechny kořeny s_i jeho charakteristické rovnice zápornou reálnou část. Tuto postačitelnou podmínku lze zapsat jako

$$s_i = \alpha_i + j\Omega_i \tag{22}$$

$$\operatorname{Re}(s_i) = \alpha_i < 0, i = 0, 1, ..., n.$$
(23)

Pro vyšetření stability věžového jeřábu INTECO byl použit linearizovaný model z kapitoly 4.5. Je nutné zdůraznit, že stabilita linearizovaného modelu v pracovním bodě

nezaručuje globální stabilitu nelineárního modelu. U této soustavy je očekáváno stabilní chování, které je pro prostorové kyvadlo typické. Ze stavového popisu byly v programu Matlab dopočteny následující kořeny

$$s_{1} = -0, 11 + 4, 65i$$

$$s_{2} = -0, 11 - 4, 65i$$

$$s_{3} = -14, 34$$

$$s_{4} = -275, 56$$

$$s_{5} = -0, 02 + 4, 65i$$

$$s_{6} = -0, 02 - 4, 65i$$

$$s_{7} = s_{8} = 0,$$

ze kterých vychází, že systém ve zvoleném pracovním bodě není stabilní. Z důvodu nulových kořenů s_7 a s_8 se systém nacházejí na mezi stability. Přítomnost nulových kořenů je zřejmá také při pohledu na přenosy G_{xx} a $G_{\theta\theta}$ v tabulce 6.1.

4.7 Validace modelu

Prvním krokem před validací nelineárního modelu je sloučení jeho zavedených souřadnic se souřadnicemi reálné soustavy. Rozdíl v zavedených souřadnicích byl akceptován, jelikož tím došlo k podstatnému zjednodušení kinematických rovnic získaných maticovou metodou v kapitole 4.1. Zavedené souřadnice modelu i reálného systému jsou zobrazeny na obr. 4.4. Pro lepší přehlednost budou v následujících kapitolách úhly X a Y prezentovány jako α a β .



Obr. 4.4: Porovnání souřadnic matematického modelu a modelu INTECO [2]

Dalším podstatným rozdílem oproti původnímu modelu je rozdíl počáteční polohy kočky ve směru x, která se na reálné soustavě nachází ve vzdálenosti 0,22 m od počátku souřadnicového systému. Podobně je také rozdílná reálná efektivní délka lana L, a to o 0,15 m kratší.

$$X = \arcsin\left(\cos(\beta)\sin(\alpha)\right) \tag{24}$$

$$Y = \arcsin\left(-\frac{\sin(\beta)}{\cos(X)}\right) \tag{25}$$

Dále byla porovnána odezva nelineárního modelu s daty naměřenými na reálné soustavě na shodný vstupní signál. Jako vstupní napětí byl zvolen signál ve tvaru náběhové funkce v kombinaci se skokovou změnou. Je důležité zmínit, že průběh linearizovaného modelu je ve vztahu k reálné soustavě důležitejší, protože právě linearizovaný model bude použit pro nastavení tvarovačů vstupního signáu v kapitole 6.3 a PID regulátoru v kapitole 5.

Po porovnání byly parametry nelineárního modelu upraveny tak, aby došlo k co nejlepší shodě a model kopíroval co nejpřesněji chování reálné soustavy. Tento krok byl poměrně zdlouhavý a z důvodu omezeného přístupu k reálné soustavě chyběla metodika fitování, protože nebylo možné zjistit některé parametry experimentálně. Nejlepších výsledků bylo dosaženo s hodnotami parametrů, které jsou popsány v kapitole 4.3. Pro výběr hodnot napětí ve vstupním signálu byla zvolena pracovní oblast, která je definována v kapitole 4.7.1. K porovnání byl přidán také linearizovaný model, představený v kapitole 4.5, který bude dále použit pro nastavení regulátorů a navržení řídicích metod.

Na obrázku 4.5 je zobrazena odezva nelineárního, linearizovaného modelu a reálné soustavy na vstupní napětí U_x . Jedná se o izolovaný pohyb ve směru x a k němu příslušný úhel kyvadla α . Vzhledem k lineární povaze tohoto pohybu nejsou rozdíly mezi nelineárním a linearizovaným modelem a oba modely kopírují naměřená data poměrně přesně.

Oproti tomu rotační pohyb ve směru θ , který je značně nelineární, vykazuje větší nepřesnosti a jednotlivé průběhy se liší více než u předchozího grafu. Jak je patrné z obrázku 4.6, mírně odlišný průběh má jak reálná soustava od modelů, tak nelineární model od lineárního. Tyto rozdíly mohou být způsobeny nepřesnostmi v matematickém modelu a zcela jistě absencí nelineárních členů v linearizovaném modelu. Při zkoumání naměřených dat bylo odhaleno, že místo tvaru typického pro harmonické kmitání obsahují data skokové změny a úseky s konstantní hodnotou, což je pro takové kmitání nesmysl. Toto může být přisouzeno použitým enkodérům, které zde buď narážejí na hranici své přesnosti nebo jsou chybové. Dalším důvodem může být nepřesnost v konstrukčním řešení jeřábu. Tato problematika je důkladně prozkoumána a řešena v kapitole 7.1.

Po úpravě parametrů nelineárního modelu na finální hodnoty byla ověřena jeho funkčnost také pro složitější vstupní signál pro současný pohyb v obou hlavních směrech. Vzhledem k velkým skokovým změnám a dlouhým pozvolným pohybům byl splněn předpoklad, že odchylky modelů od naměřených dat budou výraznější. Při tomto měření bylo



Obr. 4.5: Porovnání odezvy lin. a nelin. modelu s naměřenými daty - pohyb ve směru x a úhel α



Obr. 4.6: Porovnání odezvy lin. a nelin. modelu s naměřenými daty - pohyb ve směru θ a úhel β

pozorováno, že tření u rotace výložníku není v obou směrech stejné. Tento efekt se projevil také při měření pásma necitlivosti, které je popsáno v kapitole 4.2.1. Při regulaci by tento efekt neměl působit výrazné problémy, pokud bude použita regulace s dostatečně výrazným integrálním chováním. Na obrázcích 4.7 a 4.8 je patrné, jak složitější pohyby modelu vnáší do simulace výrazné nepřesnosti, zejména u kmitání ve směru α v linearizovaném modelu. Důvodem je zřejmě kompletní absence závislosti mezi rotací výložníku a úhlu α v tomto



Obr. 4.7: Porovnání odezvy na složitější vstupní signál - pohyb ve směru x a θ



Obr. 4.8: Porovnání odezvy na složitější vstupní signál - úhly α a β

modelu. Ačkoliv je přesnost modelů znatelně omezená, měla by být dostatečná pro návrh regulačních a řídicích metod, čemuž je věnována následující kapitola 5.

4.7.1 Pracovní oblast

Vzhledem k silně nelineárnímu chování soustavy je vhodné definovat pracovní bod nebo oblast, ve které se budou nejčastěji pohybovat hodnoty napětí během řízení systému. Důvodem hledání takové oblasti je předpoklad, že pokud bude model fitován na těchto hodnotách, bude jeho chování lépe odrážet chování reálné soustavy a nastavení některých

řídicích metod bude fungovat lépe. Určení takové oblasti je závislé na několika faktorech, například jak rychlá a agresivní regulace je požadována, jaké dynamické chování je pro soustavu únosné atd. Podrobnější popis požadavků na řízení věžových jeřábů je uveden v kapitole 5.1.

Věžový jeřáb od firmy INTECO je osazen motory, které ani na maximální výkon soustavu nepřetěžují a pohybují s ní rozumnou rychlostí. Pracovní oblast napětí, a následně i nastavení regulátorů, je tedy zvoleno tak, aby byla regulace co nejrychlejší. Jediným omezením jsou maximální hodnoty PWM signálu, ve kterých by se napětí nemělo pohybovat. V takových případech může být hodnota pouze oříznuta saturací a regulátor může "požadovat" vyšší hodnotu než je maximální, což snižuje účinnost např. input shaperů, viz. kapitola 6.3.

Pro určení pracovní oblasti byly simulovány a měřeny odezvy systému na různé hodnoty napětí a různá nastavení regulátorů. Jako výsledná pracovní oblast pro napětí ve formě PWM bylo zvoleno okolí těchto hodnot:

$$U_{xs} = 0,65$$
$$U_{\theta s} = 0,55$$

5 Regulace polohy

První částí řízení věžového jeřábu je regulace polohy břemene. Břemeno volně visí na laně délky L, které je přichyceno navijákem k jeřábové kočce. Poloha břemene po ustálení oscilací tedy odpovídá poloze jeřábové kočky, alespoň z hlediska souřadnic x a θ . Protože je délka lana konstantní, je tento popis dostačující. V této kapitole bude tedy popsána regulace polohy kočky, zatím bez snahy eliminovat vzniklé kývání břemene.

Jako základní varianta řízení polohy zde může být použit PID regulátor. Jedná se o tzv. standardní regulátor, nebo také regulátor s pevně danou strukturou, což znamená, že rovnice takového regulátoru je předem dána. Jeho nastavení pak spočívá v nalezení optimálních hodnot nastavitelných parametrů. Opakem tohoto typu jsou regulátory s optimalizovanou strukturou. [21]

5.1 Požadavky na řízení věžového jeřábu

Regulace věžového jeřábu je v jistých směrech specifická a omezená. Vzhledem k velikosti jeřábu a proporcionálně malé základně má jeřáb omezenou stabilitu a zásahy akčních členů musí tento fakt respektovat. Ve většině aplikací je snahou regulaci nastavit nejrychlejší možnou, zde je však potřeba zamezit rychlým trhaným pohybům, které mohou způsobit dynamické rázy a stabilitu jeřábu narušit. V praxi je toto riziko často eliminováno výkonem motorů, které nejsou schopny vyvinout nebezpečný zásah. I přesto musí být bezpečnost při řízení jeřábu brána v potaz a pohyby výložníku i kočky musí být plynulé. [17] Dalším faktorem, který ovlivňuje stabilitu jeřábu je rozměr a rozložení hmotnosti nákladu. Nesouměrným rozložením může být zhoršen vliv vzájemného ovlivnění (z angl. *cross-coupling*) břemene a kočky, které nastává při vyšších hmotnostech břemene. Jedná se o silně nelineární jev, který se obtížně eliminuje a jehož vliv narůstá při oscilacích přepravovaného nákladu.

Výkony motorů značně limitují také možnosti jeřábu INTECO, což bylo zjištěno při prvních pokusech o nastavení regulátoru. Při regulaci polohy břemene je tímto omezena pouze rychlost, kdežto při eliminaci kyvu nastávají větší potíže, jak je popsáno v kapitole 6.3. Při testování bylo zjištěno, že maximální výkon obou DC motorů neumožní takový akční zásah, aby byl pro soustavu nepřiměřeně silný. Z toho důvodu bylo upuštěno od stanovení limitních parametrů regulace a cílem bylo nastavení plynulé, a v rámci možností co nejrychlejší regulace.

5.2 PID regulátor

Regulátor PID je použit ve zpětnovazebním zapojení, které je zobrazeno na obrázku 5.1. Vyznačené veličiny w, e, u a y se nazývají žádaná veličina, regulační odchylka, akční

veličina a regulovaná veličina, v tomto pořadí. Náplň regulace se skládá ze dvou částí sledování žádané veličiny w regulovanou veličinou y a potlačení případných poruchových veličin, které mohou ovlivňovat velikost akční nebo regulované veličiny. [21]

PID regulátor má 3 složky - proporcionální, integrační a derivační. Různé varianty mohou obsahovat rozdílné kombinace těchto složek, z nichž každá má svůj specifický význam a charakteristický vliv na regulaci.



Obr. 5.1: Blokové schéma uzavřeného regulačního obvodu s označenými veličinami [25]

Proporcionální složka (P) vytváří akční zásah úměrný momentální velikosti regulační odchylky *e* a chová se tedy jako obyčejné zesílení, což lze matematicky vyjádřit rovnicí

$$u(t) = r_0 e(t), \tag{26}$$

kde r_0 je zesílení, neboli tzv. proporcionální konstanta.

Další složkou PID regulátoru je integrační (I). Ta vytváří akční zásah, který je úměrný hodnotě integrálu regulační odchylky e. Oproti samotné P složce eliminuje integrační složka úspěšně trvalou regulační odchylku. Reaguje totiž nenulovou rychlostí pouze na nenulové hodnoty regulační odchylky e. Regulátor I je popsán rovnicí (27), ve které r_I je integrační konstanta.

$$u(t) = r_I \int_0^t e(\tau) \, d\tau + u(0) \tag{27}$$

Poslední složka je derivační a vytváří akční zásah úměrný hodnotě derivace regulační odchylky e. Oproti prvním dvěma složkám nelze derivační složku použít jako samostatný regulátor, protože reaguje pouze na změnu e. [31] Po spojení všech tří složek vznikne rovnice PID regulátoru popsaná rovnicí (28) s r_D jako derivační konstantou.

$$u(t) = r_0 e(t) + r_I \int_0^t e(\tau) \, d\tau + r_D \dot{e}(t) + u(0)$$
(28)

V regulačním obvodu jsou pro řízení polohy břemene zapojeny dva PID regulátory zvlášť pro směry x a θ . Tyto dva pohyby na sobě nejsou závislé a každý regulátor ovlivňuje

pouze jeden směr. Pro nastavení regulátorů byl použit linearizovaný model a nástroj *PID Tuner App* v prostředí Matlab, který nabízí možnost výpočtu konstant PID regulátoru na základě určené rychlosti a robustnosti regulace. Pro úspěšné naladění musejí být z obvodu odstraněny (zakomentovány) bloky viskózního tření (použití v kapitole 4.2.1), které nemohou být aplikací linearizovány. Regulátory PID regulátory byly v Simulinku vloženy jako hotové funkční bloky z knihovny, které mají oproti rovnici (28) navíc derivační filtrační koeficient (z angl. *derivative filter coefficient*). Použité PID regulátory jsou popsány rovnicí (29) v Laplaceově transformaci, hodnoty příslušných parametrů jsou v tabulce 5.1.

$$G_R(s) = P + I\frac{1}{s} + D\frac{Ns}{s+N}$$
⁽²⁹⁾

	Р	Ι	D	N
směr x	4,793	0,023	-1,609	0,533
směr θ	0,784	0,004	-0,255	0,538

Tab. 5.1: Nastavení PID regulátorů pro regulaci polohy břemene - směr x a θ

6 Potlačení kyvů břemene

Potlačení kývání břemene je jednou z hlavních domén řízení věžových jeřábů. Přenášený náklad se chová jako prostorové kyvadlo a je velice náchylný na vznik oscilací. Ty vznikají nevhodným pohybem jeřábové kočky nebo vnějšími vlivy. Jedinými akčními veličinami, kterými lze kývání eliminovat, jsou pohyby kočky ve směru x a θ (případně délka lana L, která je v rámci této práce uvažována pro regulaci konstantní). Pro potlačení kývání jsou v této práci řešeny dva přístupy - dopředné a zpětnovazební řízení. Dopředné řízení je reprezentováno tvarovači vstupního signálu, kterých existuje celá řada a pro tuto práci byly vybrány čtyři varianty, které budou porovnány. Pro zpětnovazební regulaci kývání břemene byl vybrán proporcionálně-derivační regulátor, u něhož bude otestována mimo jiné i schopnost regulovat vliv poruchové veličiny.

6.1 Povolená výchylka břemene

Požadovat nulové reziduální kývání u řízení tak silně nelineárního systému, jako je věžový jeřáb, je nesmyslně vysoký nárok. Cílem řízení není kývání eliminovat úplně, ale potlačit ho na přijatelnou hodnotu, která zajistí bezpečnou a efektivní manipulaci.

Pro snadné vyhodnocení použitých řídicích metod je vhodné stanovit povolenou výchylku, ve které se reziduální kývání břemene může pohybovat, aby mohla být metoda prohlášena za úspěšnou. Tato hodnota byla stanovena na $\pm 0,01$ rad, což vychází na přibližně $\pm 0,5$ stupně. Tato hodnota je poměrně ambiciózní a téměř s jistotou bude u některých vybraných regulačních metod překročena. Cílem práce je však stanovit metodu nejvhodnější a vyřadit metody neefektivní.

V následujících kapitolách bude patrné, že tvarovače signálu mají na počátku zásahu jeden nebo více zákmitů, které jsou téměř netlumeny a odpovídají délce půlperiody netlumených kmitů, nebo jejích násobků (v závislosti na typu tvarovače). Jedná se o přirozený jev a princip zásahu tvarovače a tudíž je v pořádku, když takový "náběhový zákmit" přesáhne povolenou mez. Tento jev navíc vzniká "zpožděním" kyvadla za kočkou, což je relativně bezpečný pohyb, jelikož se jedná o plánovaný směr pohybu břemene. Povolená mez je pro přehlednost vyznačena v grafech a je tak na první pohled zřejmé, zda je metoda dostatečně efektivní či nikoliv.

6.2 Eliminace šumu

Během měření v laboratoři, zejména u metod na potlačení kyvu, byl pozorován poměrně výrazný šum u naměřených výchylek úhlů α a β . Přítomnost šumu je přisuzována tomu, že se hodnoty pohybují a oscilují blízko rozlišovací schopnosti enkodéru. Dále by mohly být na vině vibrace způsobené příliš rychlou regulací v okolí ustálené hodnoty, konkrétně

příliš agresivní derivační složkou PID regulátoru. Tato varianta byla prozkoumána a nebyla detekována, tudíž od jejího řešení bylo opuštěno.



Obr. 6.1: Porovnání naměřených dat před a po vyhlazení s redukcí šumu - průběh úhlu α po zásahu PID regulátoru se ZVD shaperem

Naměřená data byla zbavena šumu z důvodu lepší prezentovatelnosti a vyšší přesnosti při porovnání a pozdějším vyhodnocení pomocí integrálních kritérií v závěru práce. Na obrázku 6.1 jsou zobrazena data před a po vyhlazení. Je zřejmé, že naměřená data jsou silně ovlivněna přesností enkodéru a upravená data lépe korespondují s reálným průběhem kývání prostorového kyvadla. Pro redukci šumu byla zvolena metoda kvadratické regrese, která se hodí pro tuto aplikaci a byla provedena v prostředí Matlab pomocí funkce *smoothdata()*. [30] Tato metoda byla zvolena, protože z nabízených aproximovala měřený průběh nejpřesněji.

6.3 Tvarovače vstupního signálu

Tvarování vstupního signálu (z angl. *input shaping*) je metoda řízení využívaná k omezení nežádoucích vibrací výstupu u přirozeně kmitajících systémů. Základním předpokladem pro aplikaci metody je znalost základních vlastností systému. Hlavním principem jednoduchého input shaperu je rozdělení vstupního signálu na sekvenci dvou nebo více impulzů, které jsou vůči sobě zpožděny. Input shaper se tedy chová jako filtr, který provádí konvoluci vstupního signálu a několika impulzů. Tyto impulzy daný systém rozkmitají tak, aby se jejich působení vlivem superpozice vyrušilo. Výsledkem je pak eliminace nežádoucího kmitání, která je pro efektivní řízení jeřábu nezbytně nutná.



Obr. 6.2: Princip tvarovače vstupního signálu (input shaperu)

Výhodou input shapingu je fakt, že se jedná o poměrně jednoduchou metodou, kterou je možno aplikovat bez detailních znalostí systému. K nastavení shaperu postačí vlastní frekvence a tlumení dominantních pólů systému, ze kterých jsou dopočítány amplitudy jednotlivých impulzů a k nim příslušné zpoždění.



Obr. 6.3: Schéma regulačního obvodu s input shaperem jako vstupně-tvarovacím filtrem [18]

6.3.1 Analýza systému

Věžový jeřáb představuje poměrně složitý MIMO systém. Před použitím input shapingu je vhodné provést analýzu systému a definovat závislost jednotlivých výstupů na vstupech. K tomu byly použity přenosové funkce získané z linearizovaného modelu z kapitoly 4.5.

	U _x	$\mathbf{U}_{ heta}$
x	$G_{xx} = \frac{47,01s^2 + 0,03455s + 1016}{s^4 + 275,6s^3 + 32s^2 + 5955s}$	$G_{\theta x} = 0$
α	$G_{x\alpha} = \frac{103,5s+2,814e-12}{s^3+275,6s^2+32s+5955}$	$G_{\theta\alpha} = 0$
β	$G_{x\beta} = 0$	$G_{\theta\beta} = \frac{-12,78s+1,135e-14}{s^3+14,06s^2+25,16s+298,9}$
θ	$G_{x\theta} = 0$	$G_{\theta\theta} = \frac{13,81s^2 + 3,045s + 298,4}{s^4 + 14,06s^3 + 25,16s^2 + 298,9s}$

Tab. 6.1: Přenosové funkce mezi vstupními veličinami U_x , U_θ a výstupními veličinami

Z tabulky 6.1 je zřejmé, které vstupy a výstupy systému jsou provázané a které nikoliv. Očekávání splňují všechny přenosové funkce s výjimkou jedné, a to funkce $G_{\theta\alpha}$. Při měření na reálné soustavě i simulací na nelineárním modelu bylo zjištěno, že provázanost vstupního napětí U_{θ} a úhlu α je v soustavě přítomna a byla zřejmě eliminována linearizací. Tímto je do linearizovaného modelu vnesena podstatná nepřesnost, neboť kmitání kyvadla ve směru α je při rotaci pohybu výložníku zřetelné. Z tohoto důvodu lze očekávat, že efektivita input shapingu bude v tomto směru zhoršena a bude přítomné zbytkové kývání. Tato skutečnost bude brána v potaz jako možná příčina nepřesností a v případě potřeby může být dále řešena.

V případě reálné soustavy byla zpozorována trvalá odchylka úhlu β po ustálení kyvadla. Tato skutečnost je zřejmě způsobena náklonem jeřábu a tudíž může být ovlivněna závislost tohoto úhlu na vstupu U_{θ} . Je nutné brát na toto omezení ohled a nepovažovat naměřenou závislost za bezchybnou. Problematika trvalé odchylky po ustálení kyvadla je rozvedena v kapitole 7.1.

6.3.2 Analýza pólů

Pro nastavení input shaperů je potřeba dále analyzovat chování systému, konkrétně vlastnosti harmonického kmitání prostorového kyvadla. Protože úhly popisující polohu tohoto kyvadla jsou úhly α a β , požadované informace mohou být dopočteny z přenosových funkcí $G_{x\alpha}$ a $G_{\theta\beta}$ z tabulky 6.1. Pokud pro přenosovou funkci v Laplaceově transformaci platí $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$, kde Y(s) a U(s) jsou vstupní a výstupní polynomy, póly přenosu mohou být zavedeny jako kořeny charakteristické rovnice U(s) = 0. Póly přenosu $G_{x\alpha}$ jsou

$$p_1 = -275, 56$$

 $p_2 = -0, 02 + 4, 65i$
 $p_3 = -0, 02 - 4, 65i$

póly přenosu $G_{\theta\beta}$ jsou pak

$$p_1 = -13, 63$$

$$p_2 = -0, 13 + 4, 65i$$

$$p_3 = -0, 13 - 4, 65i,$$

Informace o harmonickém kmitání soustavy v sobě nesou komplexně sdružené póly, kterých je v každém výše zmíněném přenosu právě jeden pár.

6.3.3 Výpočet parametrů

K vypočtení parametrů pro input shaper je možné vycházet z obecného vzorce (32) pro přenos soustavy druhého řádu v Laplaceově transformaci, který reprezentuje kmitavé chování soustavy, resp. obsahuje komplexní póly ve tvaru $r_{1,2} = -\beta \pm j\Omega$. [20]

$$\beta = \omega_0 \zeta \tag{30}$$

$$\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \tag{31}$$

$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$
(32)

Ze vzorce (32) lze dopočítat vlastní netlumenou frekvenci systému ω_0 a tlumení ζ , a to buď řešením charakteristické rovnice přenosu G(s) nebo použitím vzorců (30) a (31). Hlavní princip vychází z předpokladu, že amplituda tlumených harmonických kmitů V(ω), které jsou odezvou soustavy na sérii impulzů, musí být nulová. [27] Tuto amplitudu lze vypočítat podle vzorce

$$V(\omega) = e^{-\zeta \omega t_n} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta \omega t_i} \cos\left(t_i \omega \sqrt{1-\zeta^2}\right)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta \omega t_i} \sin\left(t_i \omega \sqrt{1-\zeta^2}\right)\right)^2},$$
(33)

kde *n* je počet impulzů, t_i je čas působení a A_i je amplituda i-tého impulzu. Aby byla výsledná amplituda nulová a systém po zásahu impulzů nekmital, je potřeba rovnici (33) položit rovnu nule, pro členy V₁ a V₂ platí tedy výraz (34) a (35). [19]

$$V_1 = \sum_{i=1}^n A_i e^{-\zeta \omega (t_n - t_i)} \cos\left(t_i \omega \sqrt{1 - \zeta^2}\right) = 0$$
(34)

$$V_2 = \sum_{i=1}^n A_i e^{-\zeta \omega (t_n - t_i)} \sin\left(t_i \omega \sqrt{1 - \zeta^2}\right) = 0$$
(35)

Obecně platí, že s navyšujícím se počtem impulzů roste doba náběhu. Tato nevýhoda bývá kompenzována faktem, že s více impulzy se zpravidla zlepšuje robustnost, neboli rozsah účinnosti input shaperu. Dalším důležitým faktorem je zachování původní vstupní hodnoty, neboli setpointu, musí tudíž platit

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = 1,$$
(36)

čímž je zaručeno jednotkové zesílení input shaperu, jak je zřejmé z blokového zapojení na obrázku 6.4.



Obr. 6.4: Blokové zapojení ZVD shaperu v prostředí Simulink

6.4 ZV tvarovač

Základní a nejjednodušší variantou input shaperu je tzv. zero-vibration (ZV) shaper. Poprvé byl představen v již v roce 1958 a vychází z jednoduchého rozdělení vstupního signálu na dva impulzy menší amplitudy, které jsou vůči sobě zpožděné o polovinu periody kmitu. Kmitání vyvolané dvěma impulzy se tedy vyruší a teoreticky tak bude nežádoucí kmitání úplně eliminováno. Nevýhodou ZV shaperu je značná citlivost na nepřesnosti modelu. Jeho praktické využití je tak omezeno na systémy, které je možné dokonale namodelovat. Těch je bohužel v praxi velice málo.

$$\begin{pmatrix} A_i \\ t_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+K} & \frac{K}{1+K} \\ 0 & 0, 5T_d \end{pmatrix}$$
(37)

Rovnice (37) popisuje vlastnosti input shaperu, resp. jeho impulzů, kde A_i jsou amplitudy a t_i časové zpoždění impulzů. Matice je vyjádřena pomocí parametrů K a T_d , které lze vypočítat jako

$$K = e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \tag{38}$$

$$T_d = \frac{2\pi}{\Omega}.$$
(39)

Po výpočtu všech potřebných parametrů pro jednotlivé impulzy byl v prostředí Simulink ZV-shaper sestrojen jako subsystém, obdobně jako na obrázku 6.4. Efektivita potlačení kyvu byla zkoumána nejprve při izolovaném pohybu v jednotlivých směrech x a θ , poté i při pohybu do obou směrů současně. U izolovaného pohybu do směru x se předpokládá dobrá efektivita potlačení kyvů břemene, jelikož se jedná o lineární pohyb a prostorové kyvadlo tak není ovlivněno žádnými pohyby vyjma jedoucí kočky. U rotace výložníku ve směru θ lze očekávat horší tlumení kmitů, protože pohyb je nelineární a do kývání se přidávají vlivy, se kterými linearizovaný model nepočítá - např. odstředivá síla. Nejnáročnější z hlediska regulace je pohyb smíšený, který zřejmě v kombinaci se ZV shaperem nepřinese uspokojivé výsledky.

Pro zhodnocení účinnosti ZV shaperu bylo zvoleno porovnání samotné polohové regulace pomocí PID s regulací PID + ZV shaper. Referenční hodnoty byly zvoleny jako

$$x_{\rm ref} = 0,25 {\rm m}$$

 $\theta_{\rm ref} = 1,1 {\rm rad},$

aby se vstupní napětí pohybovalo v okolí pracovní oblasti z kapitoly 4.7.1. Aby byla zajištěna správná funkčnost tvarovače vstupního signálu, je vhodné zvolit dostatečně rychlou regulaci



Obr. 6.5: Regulace kyvu pomocí ZV shaperu s PID regulací polohy - směr x



Obr. 6.6: Regulace kyvu pomocí ZV shaperu s PID regulací polohy - směr θ

tak, aby regulovaná veličina "dohnala"mezi jednotlivými impulzy shaperu referenční hodnotu. Toho se však v tomto případě nepodařilo dosáhnout, protože by řízení jeřábu muselo být omezeno na malé pohyby, což je pro praxi irelevantní omezení. Důvodem pro toto omezení by byl fakt, že vstupní napětí *U* nesmí dosáhnout mezních hodnot, respektive na takové hodnotě nesmí setrvat. Takový průběh by naznačoval, že impulzy shaperu se "snaží" dosáhnout vyšších hodnot, ale jsou znemožněny saturací (nedostatečným výkonem motoru). V takovém případě nedosáhne impulz potřebné intenzity a zásah tvarovače ztrácí efektivitu. Dalším řešením by mohlo být použití výkonnějších motorů.

I když by bylo možné regulaci optimalizovat tak, aby každý tvarovač měl jinak nastavený regulátor polohy a napětí U tak dosahovalo vždy maximálních možných hodnot, tento postup by znemožnil efektivní porovnání tvarovačů. Regulátor polohy kočky je tedy pro všechny shapery stejný. Další podmínky pro návrh regulátoru polohy jsou popsány v kapitole 5.1.



Obr. 6.7: Regulace kyvu pomocí ZV shaperu s PID regulací polohy - současný pohyb x a θ

Z porovnání na obrázku 6.7 je zřejmé, že i tak málo robustní tvarovač vstupního signálu, jako je ZV shaper, dokáže potlačit kmitání při lineárním pohybu. Kývání kyvadla ve směru α se výrazně ustálí po první polovině periody kmitu a zcela se zastaví zhruba v čase t = 4s. Zde je účinnost shaperu výborná a lze jí považovat za plně funkční. Zřetelné je zpomalení pohybu vozíku v důsledku rozdělení pohybu na dva impulzy a také snížení maximální hodnoty napětí. Napětí U se ustaluje v nenulové hodnotě z důvodu zóny necitlivosti. Tato problematika je popsána v kapitole 4.2.1.

Ačkoliv se ZV shaper při lineárním pohybu osvědčil, u rotačního pohybu je eliminace kývání o poznání horší. V případě smíšeného pohybu je pak zbytkové kývání do obou směrů výrazné. I když je zlepšení zřejmé, výsledek zůstává neuspokojivý. Na obrázku 6.7 může být při bližším zkoumání pozorován zajímavý jev, a to že kyvadlo se neustálí v nulové poloze. Tato problematika je řešena v kapitole 7.1.

6.5 ZVD tvarovač

Pokročilejší a robustnější variantou je tzv. ZVD (zero-vibration and -derivative) shaper. Tato metoda je dostatečně robustní, aby se hodila na většinu praktických aplikací. Snížení citlivosti je dosaženo derivací amplitudy harmonického kmitání (33) podle vlastní frekvence, jak je znázorněno rovnicí (40), a tak rozšířením o třetí impulz, jak je zřejmé z rovnice (41).

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}\left(V(\omega)\right) = 0\tag{40}$$

Nevýhodou ZVD shaperu je delší doba náběhu, která je oproti zero-vibration variantě zpožděna o další polovinu periody vlastních kmitů a doba před ustálením se tak prodlužuje na celou periodu.

$$\begin{pmatrix} A_i \\ t_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+2K+K^2} & \frac{K}{1+2K+K^2} & \frac{K^2}{1+2K+K^2} \\ 0 & 0, 5T_d & T_d \end{pmatrix}$$
(41)

Pro izolovaný pohyb ve směru x není vidět oproti obyčejnému ZV shaperu žádné výrazné zlepšení. Spíše naopak, zákmit vyvolaný druhým impulzem v tomto případě na efektivitě spíše ubírá. Kromě dalšího snížení maximálního napětí a zpomalení regulace polohy není pozorován žádný rozdíl oproti první verzi tvarovače.



Obr. 6.8: Regulace kyvu pomocí ZVD shaperu s PID regulací polohy - směr x

Na rozdíl od předchozího pohybu přináší ZDV shaper ve směru θ výrazné zlepšení. Podle obrázku 6.9 je zřejmá mnohem vyšší robustnost tohoto tvarovače oproti jednoduché ZV variantě na obrázku 6.6. Přítomnost derivačního charakteru má na citlivost shaperu znatelný pozitivní dopad, kterému je ovšem protiváhou prodloužená doba náběhu. Po počáteční "zásahové" periodě se kyv ve směru β na první pohled ustaluje, i když malé zbytkové kývání je pořád přítomné. Pro tento případ již může být efektivita ZVD shaperu považována za přijatelnou a má smysl se jím dále zabývat.



Obr. 6.9: Regulace kyvu pomocí ZVD shaperu s PID regulací polohy - směr θ

Porovnání netlumených kmitů a regulace ZVD shaperem je v případě smíšeného pohybu na obrázku 6.10 znatelně lepší, než v případě ZV shaperu. Ačkoliv je počáteční



Obr. 6.10: Regulace kyvu pomocí ZVD shaperu s PID regulací polohy - současný pohyb x a θ

zakmitání výraznější než u izolovaných pohybů, následný průběh je hladký a výchylky kyvadla se pohybují v přijatelných hodnotách.

6.6 ZVDD tvarovač

Další podobnou variantou s ještě menší citlivostí je tzv. ZVDD shaper. Jeho odvození vychází z druhé derivace amplitudy, která obdobně jako v rovnici (40) položena nule. Tento shaper je tak rozšířen o další impulz a taktéž opožděn o další polovinu periody oproti ZVD shaperu. Výpočet časových konstant a amplitud impulzů je uveden rovnicí

$$\begin{pmatrix} A_i \\ t_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{B} & \frac{3K}{B} & \frac{3K^2}{B} & \frac{K^3}{B} \\ 0 & 0, 5T_d & T_d & 1, 5T_d \end{pmatrix},$$
(42)

kde $B = 1 + 3K + 3K^2 + K^3$.

Algoritmus může být dále rozšiřován zvyšujícím se řádem derivace v rovnici (40) a tím přibývajícím počtem impulzů. Z důvodu prodlužující se doby před ustálením oscilací získávají však tyto varianty značnou nevýhodu a byly proto zavrženy. Ačkoliv mohou být robustnější, kývání nákladu je u věžového jeřábu nežádoucí a mělo by být eliminováno v nejkratším možném časovém horizontu.

Stejně jako u předchozích variant zero-vibration shaperů je i u této verze eliminace kmitání ve směru α téměř dokonalá. Nevýhodou pokročilejších, respektive derivačních, shaperů zůstává prodloužení doby náběhu, které je zde již velice výrazné. Do délky zásahu přibývá další polovina periody kmitů a je tak prodloužena i netlumená doba kývání. Z toho důvodu je pro tento případ tvarovač ZVDD nevhodný a nepřináší oproti jednodušším variantám žádné výhody.

Porovnání efektivity ZVD a ZVDD shaperu ve směru β je pouhým okem obtížné. Vyhodnocení výsledků jednotlivých tvarovačů a jejich řádné srovnání bude provedeno pomocí integrálních kritérií v kapitole 7. Eliminace kmitání je však očividně účinná a



Obr. 6.11: Regulace kyvu pomocí ZVDD shaperu s PID regulací polohy - směr x



Obr. 6.12: Regulace kyvu pomocí ZVDD shaperu s PID regulací polohy - směr θ

dosahuje dobrých výsledků i pro nelineární rotační pohyb.

Regulace kývání nákladu u smíšeného pohybu je evidentně účinná, avšak opět těžko porovnatelná s předchozí verzí tvarovače. Bude proto taktéž porovnána metodickým postupem v kapitole 7.

6.7 El tvarovač

Doposud byly všechny představené tvarovače založeny na snaze dosáhnout nulových reziduálních vibrací pomocí namodelované frekvence. Extra intenzivní (EI) tvarovač (z angl. *extra insensitive shaper*) je založen na jiném principu než předchozí ZV varianty. Každý matematický model, ať už jakkoliv přesný, bude vždy obsahovat určitou chybu a odchylku od reálné soustavy. V takovém případě je rozumné místo snahy o úplnou eliminaci nastavit tolerovanou mez $V_{\rm T}$, ve které se zbytkové vibrace mohou pohybovat. Hodnoty $V_{\rm T}$ se mohou pohybovat v intervalu $\langle 0; 1 \rangle$, kdy například hodnota 0,05 znamená tolerance 5 % zbytkového



Obr. 6.13: Regulace kyvu pomocí ZVDD shaperu s PID regulací polohy - současný pohyb x a θ



kmitání oproti soustavě bez tvarovaného vstupního signálu. [28]

Obr. 6.14: Regulace kyvu pomocí El shaperu s PID regulací polohy - směr x

Ve zbylých ohledech funguje EI tvarovač na stejném principu jako předchozí varianty a má stejné časové zpoždění impulzů jako ZVD shaper. Amplitudy a časové zpoždění impulzů EI tvarovače jsou popsány maticí (46). Pro systémy s viskózním třením musí být výpočty řešeny numericky, protože zahrnutí rozmezí namísto hodnoty omezuje použití trigonometrických funkcí. Podrobné odvození je představeno v práci [26], kde byly z hodnot $0 \le \zeta \le 0, 3$ a $0 \le V_T \le 0, 15$ numericky odvozeny následující vzorce:

$$A_1 = 0,2497 + 0,2496V_{\rm T} + 0,8001\zeta + 1,233V_{\rm T}\zeta + 0,4960\zeta^2 + 3,173V_{\rm T}\zeta^2$$
(43)

$$A_3 = 0,2515 + 0,2147V_{\rm T} - 0,8325\zeta + 1,415V_{\rm T}\zeta + 0,8518\zeta^2 - 4,901V_{\rm T}\zeta^2 \tag{44}$$

$$t_2 = T_d(0,500 + 0,4616V_{\rm T}\zeta + 4,262V_{\rm T}\zeta^2 + 1,756V_{\rm T}\zeta^3 + 8,578V_{\rm T}^2\zeta -108,6V_{\rm T}^2\zeta^2 + 337,0V_{\rm T}^2\zeta^3).$$
(45)



Obr. 6.15: Regulace kyvu pomocí El shaperu s PID regulací polohy - směr θ



Obr. 6.16: Regulace kyvu pomocí El shaperu s PID regulací polohy - současný pohyb x a θ

$$\begin{pmatrix} A_i \\ t_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 1 - (A_1 + A_3) & A_3 \\ 0 & t_2 & T_d \end{pmatrix}$$
(46)

Z obrázku 6.17 je patrné, že EI vykazuje mnohem větší oblast necitlivosti vůči chybě modelu. Při nastavení $V_{\rm T} = 0,05$ dosahuje EI tvarovač teoreticky necitlivosti 0,40 (zlepšení o 38 % oproti tvarovači ZVD) pro hodnotu $V_{\rm T} = 0,1$ se pak necitlivost zvýší na 0,56. Tyto teoretické hodnoty byly experimentálně ověřovány v práci [26] a bylo dosaženo ještě lepších výsledků; 0,42 a 0,67. Důležitým faktem je, že tlumení systému zvyšuje necitlivost tvarovače vůči chybě modelu. Pokud je tedy reálné tlumení systému větší než namodelované, dá se u EI shaperu očekávat větší oblast necitlivosti než teoreticky odvozená.

6.8 Citlivost tvarovačů na změnu parametrů

Jak bylo zjištěno v předchozích kapitolách, robustnost a citlivost jednotlivých tvarovačů vstupního signálu se značně liší. V práci [29] byla analyticky porovnána (ne)citlivost na chybu modelu pro různé shapery, příklad je zobrazen na obr. 6.17. Stejně jako z naměřených

výsledků, i z obrázku je patrné, že obyčejný ZV shaper oproti ostatním typům dalece zaostává.



Obr. 6.17: Křivky necitlivosti pro tvarovače ZV, ZVD a El ($V_{\rm T} = 0, 05$) [29]

Samozřejmostí při používání jeřábu je proměnlivost parametrů. Manipulovaná břemena se liší ve velikosti i hmotnosti, mimo to se při pohybu často mění délka lana, což má na kývání kyvadla nezanedbatelný dopad. Se změnou délky lana se mění frekvence kmitání soustavy, což by pro funkčnost shaperů mohlo představovat problém. Aby měly navržené tvarovače signálu smysl a byly použitelné i v praxi, musí být schopné potlačit kývání břemene i za těchto podmínek.



Obr. 6.18: Testování funkčnosti shaperů při změně délky lana, L=0,45 m (prodloužení o 22,2 %)

Bylo tedy navrženo testování shaperů při změněné délky lana z původní délky 0,45 m na délky 0,55 m a 0,65 m. Aby bylo možné prokazatelně vyhodnotit schopnost shaperů



Obr. 6.19: Testování funkčnosti shaperů při změně délky lana, L=0,45 m (prodloužení o 44,4 %)

redukovat kývání při změně délky lana, všechny ostatní parametry, včetně nastavení PID regulátoru, byly ponechány na původních hodnotách.

Při prodloužení lana o 22,2 % na obrázku 6.18 bylo zjištěno, že s výjimkou ZV shaperu předvedly všechny ostatní tvarovače uspokojivé výsledky a reziduální kmitání nepřekonalo povolený rozsah ± 0.01 rad. Je patrné, že při prvních zákmitech se průběh vychýlil nad povolenou hranici, nicméně jak bylo odůvodněno v kapitole 6.1, tyto počáteční výchylky nejsou nebezpečné a musí být akceptovány jako součást zásahu input shaperu. Přes poměrně výraznou změnu délky lana dokázaly tvarovače ZVD, ZVDD i EI redukovat kývání břemene velice dobře.

Druhé měření bylo provedeno s prodloužením lana o 44,4 % a jeho výsledky jsou zobrazeny na obrázku 6.19. Je to velice výrazný zásah do frekvenčních vlastností systému, nicméně v praxi může (ačkoliv spíše ojediněle) nastat. Pro tento případ jsou tvarovače ZV a ZVD zjevně nedostatečně robustní a přesahují stanovenou hranici povoleného kmitání. Naopak ZVDD shaper má dostatečně vysokou necitlivost a s prodloužením lana o téměř polovinu si poradí bez větších problémů. Na hranici úspěšnosti zůstává EI shaper, který ve směru β lehce přesáhl povolený limit v prvních dvou kyvech.

6.9 Tlumení kyvu PD regulátorem

Jako další metoda eliminace kyvu břemene byla prozkoumána varianta využívající proporcionálně-derivační (PD) regulátor. Integrační složka byla vyloučena, protože její hlavní podstatou je odstranění trvalé regulační odchylky. Ta u volně visícího břemene (prostorového kyvadla) nemůže nastat a tak pro její použití není opodstatnění.

Protože se jedná o zpětnovazební metodu řízení, je na soustavě nutné sledovat vychýlení kyvadla. Toto omezení je podstatné a efektivní měření bývá problematické. Na laboratorním modelu jeřábu INTECO je měření vyřešeno efektivním měřícím mechanismem se dvěma enkodéry, těžko si však představit takové konstrukční řešení na reálném jeřábu. Metody sledování vychýlení břemene přesto existují a v posledních letech se vývoj ubírá také směrem pokročilých bezkontaktních metod. [8] Zkoumání zpětnovazebních metod pro potlačení kyvu břemene má tedy smysl a přináší podstatné výhody.

Hlavní výhodou oproti dopředným metodám řízení je schopnost reagovat na náhlé změny a vnější vlivy. K rozkývání břemene mohou přispět poryvy větru nebo proměnlivost přemisť ovaného nákladu. Zatímco tvarovače vstupního signálu popsané v kapitole 6.3 efektivně reagují pouze na chování předdefinované soustavy, regulátor se zpětnou vazbou zasahuje na základě aktuální regulační odchylky a tyto vlivy dokáže efektivně eliminovat.



Obr. 6.20: Regulace kyvu pomocí PD regulátoru s PID regulací polohy - směr x

Nastavení PD regulátoru bylo nejprve provedeno pomocí aplikace *PID Tuner App* v programu Matlab. Zbylé regulátory v obvodu byly při každém ladění ze smyčky odstraněny, aby nastavení neovlivňovaly. Nicméně vygenerované parametry byly vysoké a výsledek tohoto postupu nebyl úspěšný - jeřáb se při měření rozkmitával. Bylo tedy vyzkoušeno nastavení PD regulátoru experimentálně a jednotlivé parametry byly postupně zvětšovány. Tento postup se ukázal jako účinný a nastavené hodnoty parametrů PD regulátorů jsou v tabulce 6.2. Zapojení regulační smyčky s PID regulátory polohy břemene a PD regulátory na potlačení kyvů v prostředí Simulink je na obrázku 6.21.

	Р	D	N
směr x	4	0.6	1
směr θ	3	0.6	1

Tab. 6.2: Nastavení PID regulátorů pro regulaci polohy břemene - směr x a θ



Obr. 6.21: Zapojení regulačního obvodu v prostředí Simulink - PID regulátory pro polohu břemene a PD regulátory pro potlačení kyvů

Prvně bylo provedeno měření s PD regulátorem samostatně pro každý směr. Při pohledu na obrázky 6.20 a 6.22 je patrné, že regulace je pro izolované pohyby efektivní a kývání ustane po pár vteřinách. Průběh polohy vozíku vychází téměř totožný s variantou bez PD regulátoru a kvalita regulace polohy zůstává ovlivněna jen minimálně. Rizikem použití více zpětnovazebních regulátorů v jednom regulačním obvodu, zvláště pokud působí proti sobě, může být jejich vzájemné přetlačování. Tento jev zde ovšem nebyl výrazný.

V dalším měření byl testován současný pohyb do směrů x a θ . Průběh kývání břemene je vynesen na obrázku 6.23. I zde bylo kývání v obou směrech α i β eliminováno rychle. Při porovnání s input shapingem je patrné, že jsou oscilace vyrušeny dříve pomocí zpětnovazebního řízení. Na první pohled však mají první zákmity vyšší amplitudu, takže rychlost ustálení má svou daň. Podrobnější vyhodnocení bude provedeno v kapitole 7.

V tomto zapojení, tedy obvod s PID regulátorem řídícím polohu a PD regulátorem zamezujícím kývání, bylo otestováno také působení vnějších vlivů. Po ustálení v referenční poloze bylo kyvadlo opakovaně ručně vychýleno a regulací vráceno zpět do původní polohy. Tento pokus může simulovat působení poryvů větru, se kterými by navržená regulace měla počítat.



Obr. 6.22: Regulace kyvu pomocí PD regulátoru s PID regulací polohy - směr θ



Obr. 6.23: Regulace kyvu pomocí PD regulátoru s PID regulací polohy - současný pohyb x a θ

6.9.1 Eliminace vnějších vlivů

Oproti tvarovačům vstupního signálu má zpětnovazební řízení PD regulátorem tu výhodu, že reaguje na nečekané vnější vlivy a dokáže je potlačit. V praxi jsou těmito vlivy nejčastěji poryvy větru, které mohou objemná břemena rozkývat a zvyšují riziko havárie. V této kapitole bude otestována schopnost regulátoru eliminovat vliv poruchové veličiny, která bude simulována náhlým vychýlením břemene z ustálené polohy.

Na obrázku 6.24 jsou dobře viditelná jednotlivá vychýlení břemene. Regulátor reaguje ihned a reguluje velikost úhlů α a β pohybem kočky do směrů x a θ . Regulace funguje dobře, je rychlá a efektivní i při poměrně velkém vychýlení, které při testování dosahovalo až hodnot kolem 12 stupňů. S takto vysokými hodnotami vychýlení se u břemene na reálném jeřábu nepočítá a zvolené podmínky jsou tedy naddimenzované za účelem prezentace robustnosti použité metody.

Z průběhu je patrné, že ustálená hodnota úhlu θ se po jednotlivých vychýleních lehce mění a vzniká drobná regulační odchylka. Tato nepřesnost je zřejmě způsobena přítomností pásma necitlivosti DC motoru popsaném v kapitole 4.2.1. Ačkoliv bylo pásmo necitlivosti



Obr. 6.24: Regulace kyvu pomocí PD regulátoru - reakce na poruchovou veličinu (vychýlení z ustálené polohy)

potlačeno, malá část byla účelově ponechána, aby bylo zamezeno kmitání hodnot vstupního napětí při jeho kolísání v blízkém okolí referenční hodnoty.

Proporcionálně-derivační regulátor byl vyhodnocen jako efektivní metoda potlačení vlivu poruchové veličiny. Pro použití v praxi se tento přístup jeví jako dobrý, nevýhodou však zůstává drobná regulační odchylka v poloze a nutnost měřit aktuální vychýlení břemene. Pro odlišnost metodiky a působících vlivů nemá smysl výsledky tohoto měření srovnávat s ostatními a nebudou zahrnuty v závěrečném porovnání.

7 Porovnání použitých metod

Tato kapitola je věnována porovnání a vyhodnocení jednotlivých řídicích metod. Všechny vybrané metody, které jsou v této práci prezentovány, byly nastaveny úspěšně a dosažené výsledky plní ve většině případů očekávání, vycházející z odborné literatury. Pro efektivní porovnání jednotlivých metod byla naměřená data zbavena šumu v kapitole 6.2 a trvalé odchylky popsané v následující kapitole 7.1.

7.1 Korekce naměřených dat

Během měření dat na jeřábu INTECO bylo zaznamenáno, že po ukončení regulačního cyklu udávají senzory výchylek kyvadla nenulové hodnoty. Zprvu byl tento efekt přisuzován přirozené chybovosti enkodéru, s přibývajícími pokusy a měnícími se pohyby jeřábu byl však pozorován v odchylkách určitý trend. Po důkladnějším prozkoumání bylo usouzeno, že odchylky jsou způsobeny buď vlivem nepřesné konstrukce jeřábu, nebo nerovností podlahy v laboratoři - resp. že rovina souřadnicového systému XY není kolmá ke směrnici tíhové síly Země.

Jak je zřejmé z obrázku 7.2, trvalá odchylka v naměřených datech je výrazná a komplikuje vyhodnocení účinnosti regulačních metod pro potlačení kyvu. Z toho důvodu byla navržena korekční metoda pro eliminaci této odchylky v již naměřených datech.

Trvalé odchylky úhlů α a β byly proměřeny v celém pracovním rozsahu jeřábu, neboli v různých polohách kočky v rovině XY. Pohyby jeřábu byly voleny nejpomalejší možné, aby mezi měřeními nedošlo k rozkývání břemene a případná chybovost enkodéru tak byla snížena na minimum. Výchylky úhlů α a β se při regulaci kyvu pohybují často v hodnotách hraničících s rozlišením enkodéru, které je rovno 0,002 rad. Chybovost enkodéru může tedy mít na naměřená data výrazný vliv. Nutno dodat, že i přes toto opatření mohou být do měření vneseny další nepřesnosti, způsobené například konstrukčním řešením měřícího mechanismu.

Síť trvalých odchylek na obrázku 7.1 byla vytvořena interpolací naměřených dat a je dále použita k vytvoření interpolační křivky z obrázku 7.2 pro příslušný průběh polohy kočky, resp. hodnot x a θ . V dalším kroku je tato křivka odečtena od měřených dat, která se díky tomu ustálí v nulové hodnotě a mohou být dále efektivně použita pro zhodnocení pomocí integrálních kritérií v kapitole 7.2.

Při proměřování odchylek bylo zjištěno, že senzor úhlu β vykazuje oproti α mnohem větší chybovost a výsledky jsou značně nekonzistentní. Tento fakt je přisuzován rozdílům v mechanickém řešení měřícího mechanismu a hodnotám pohybujícím se okolo hranice přesnosti enkodéru. Vzhledem k tomu, že trvalé odchylky jsou u úhlu β výrazně nižší, budou data v tomto směru ponechána bez systematické změny.



Obr. 7.1: Síťový graf trvalé odchylky úhlu α v pracovním prostoru jeřábu - vytvořeno interpolací naměřených dat



Obr. 7.2: Porovnání naměřených dat s daty po úpravě včetně použité interpolované křivky odpovídající průběhu polohy kočky - data jsou z měření úhlu α při použití PID + ZVD-shaper

Veškerá odpovídající data prezentována v kapitolách 6 a 7 byla upravena tímto způsobem. Data byla taktéž zbavena šumu, postup je popsán v kapitole 6.2.

7.2 Integrální kritéria

Integrální kritéria se používají k určení jakosti regulace. Existuje několik variant těchto kritérií, z nichž nejčastější mají na regulační odchylce lineární nebo kvadratickou závislost. Základní variantou je kritérium lineární regulační plochy (IE - z angl. *Integral of Error*). Jeho použití je vhodné pouze v případě zamezení vzniku kmitavé odezvy, v opačném případě se od sebe půlvlny s opačným znaménkem odečtou a výsledkem je minimální regulační odchylka, která může dokonce dosáhnout optima v případě netlumených kmitů. Tento nedostatek kritéria IE může být eliminován přidáním absolutní hodnoty do integrálu v rovnici (47), čímž je popsáno tzv. kritérium absolutní integrační plochy (IAE - z angl. *Integral of Absolute Error*). [21]

$$I_{\rm IE} = \int_0^\infty e(t) \, dt \tag{47}$$

$$I_{\rm ITSE} = \int_0^\infty t e^2(t) \, dt \tag{48}$$

Naopak za pokročilejší variantu je považováno kritérium kvadratické regulační plochy s časem jako proměnným váhovým faktorem (ITSE - z angl. *Integral of Time multiplied by Squared Error*), popsáno rovnicí (48). Jak ukazuje porovnání na obrázku 7.3, nevýhodou kvadratických kritérií je poměrně ploché minimum. To naznačuje, že mezi výstupy kritéria nebudou velké rozdíly a případná chybovost měření může výrazně zkreslit výsledky porovnání jednotlivých regulačních metod. Proti tomuto nedostatku může být nástrojem zavedení času do kritéria (ITSE, ITAE), nicméně kvadratickým kritériím zůstává náchylnost k preferenci kmitavých pohybů. [21]



Obr. 7.3: Porovnání výsledků různých integrálních kritérií - závislost na průběhu regulace (nastaveném zesílení) [21]

Z výše popsaných důvodů bylo jako nejvhodnější integrální kritérium vyhodnoceno IAE (z angl. *Integral of Absolute Error*) popsané rovnicí (49). Varianta ITAE se jeví jako méně výhodná, protože zavedení časové váhy může v případě chyby měření (popsáno v kapitole 7.1) ještě zvýšit její význam. Integrální kritérium absolutní regulační plochy má jednu nevýhodu, a to že ho nelze vypočítat analyticky. [21] V rámci této práce je možné použít IAE simulačně. Bude tedy použito kritérium, které by mělo být spolehlivým nástrojem k porovnání regulačních metod k potlačení kyvu.

$$I_{\rm IAE} = \int_0^\infty |e(t)| \, dt \tag{49}$$

7.3 Vyhodnocení použitých řídicích metod

Tato kapitola je zaměřena na porovnání jednotlivých metod potlačení reziduálních kyvů břemene. Aby bylo porovnání objektivní, všechny metody byly testovány za dodržení stejných podmínek. Každá metoda je kombinována se stejně nastaveným PID regulátorem pro polohu břemene a stejnými referenčními hodnotami. Měření bylo prováděno vždy ze stejné výchozí polohy, což je důležitým předpokladem pro správnou funkčnost korekční metody trvalé odchylky popsané v kapitole 7.1. Veškerá měření v této kapitole byla prováděna za regulace obou pohybů kočky (do směrů $x a \theta$) současně.

Pro kvantitativní porovnání použitých řídicích metod byly vybrány přístupy, které vyhodnocují jednotlivé parametry a odhalují (ne)výhody metod. Dílčím parametrům může být přidána určitá váha a výsledky mohou být dále kvantifikovány na celkovou hodnotu, která reprezentuje výslednou efektivitu dané řídicí metody. Sledované parametry jsou:

- hodnota kritéria absolutní integrační plochy (I_{IAE})
- maximální vychýlení břemene ($\alpha_{max}, \beta_{max}$)
- doba regulace polohy dojetí kočky do referenční polohy
- schopnost udržet amplitudu reziduálních kyvů V v mezích stanovených v kapitole 6.1 ($V_{\rm mez}$)
- schopnost udržet amplitudu reziduálních kyvů V v mezích po změně délky lana L o 22,2 a 44,4 % (V_{r22}, V_{r44})

	PID	PID + ZV	PID + ZVD	PID + ZVDD	PID + EI	PID + PD
IAE_{α} [-]	1,301	0,215	0,095	0,082	0,083	0,077
IAE_{β} [-]	0,289	0,142	0,068	0,040	0,053	0,051
$\alpha_{max} [^{\circ}]$	7,93	2,0	1,7	1,3	1,3	4,3
β_{max} [°]	4,7	2,2	2,1	1,4	1,9	4,1
t_{ux} [s]	4,5	4,7	5,2	5,8	5,2	4,4
$t_{u\theta}$ [s]	4,2	5,1	5,7	5,7	5,3	4,3
$V_r[*]$	0	1	1	1	1	1
$V_{r22}[*]$	0	0	0	1	1	1
$V_{r44}[*]$	0	0	0	1	0	1

Tab. 7.1: Tabulka sledovaných parametrů pro vyhodnocení kvality řídicí metody - integrální kritérium IAE, maximální výchylky úhlů α a β , doba regulace polohy t_u , schopnost metody udržet amplitudu reziduálních kyvů (V) v povoleném rozmezí pro původní nastavení (V_r), po prodloužení délky lana L o 22,2 % (V_{22}) a prodloužení o 44,4 % (V_{44})

* vyhodnocení podmínky ($V \leq V_{
m mez}$) stylem splněno=1, nesplněno=0

Díky tomuto přístupu je efektivita řídicích metod důkladně vyšetřena a zohledněny jsou

parametry, které jsou pro řízení věžových jeřábu zásadní. Výsledné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 7.1. Na první pohled je patrné, že vliv metod potlačení kyvu břemene na vlastnosti regulace je zásadní.



Obr. 7.4: Vizuální porovnání použitých metod pro tlumení kyvu s PID regulátorem polohy - měřená data, pohled shora

Grafický průběh je zřejmě názornější než číselné hodnoty, s touto motivací byl sestrojen obrázek 7.4. Ten znázorňuje průmět průběhů poloh jeřábové kočky a břemene do roviny

XY a ukazuje tak průběh regulace jeřábu při pohledu shora. Prezentovaný průběh i tabulka výsledných hodnot vycházejí ze stejných naměřených dat.

7.4 Návrh postupu pro porovnání použitých metod

Objektivní porovnání použitých metod na základě tabulky 7.1 není snadné, protože lepší výsledky v potlačení kyvů jsou často provázeny delší dobou zásahu tvarovače. Výsledky nejsou jednoznačné a je vhodné zvolit postup, který povede ke kvantitativnímu vyhodnocení a porovnání všech použitých metod. S tímto úmyslem je navržen následující postup.

Byla zavedena veličina "index kvality řízení" (Ψ) a pro její výpočet sestaven vzorec (54). Ve vzorci figurují parametry z tabulky 7.1, které jsou rovnicemi (50)-(52) převedeny na průměrné nebo celkové hodnoty z obou směrů pohybu. Ke každému mezivýsledku je přiřazena příslušná váha podle toho, jaký má daný parametr vliv. Ačkoliv je volba výpočtu a vah parametrů do jisté míry subjektivní, tento postup je pro svou systematičnost preferován před hodnocením řídicích metod pouze na základě hodnot z tabulky.

$$\Phi_{IAE} = \frac{IAE_{\alpha} + IAE_{\beta}}{2} \tag{50}$$

$$\Phi_{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha_{max}^2 + \beta_{max}^2} \tag{51}$$

$$\Phi_t = max(t_{ux}, t_{u\theta}) \tag{52}$$

$$\Psi_i = 100 \left(\frac{\Psi_i - \Psi_{PID}}{\Psi_{PID}} \right) \tag{53}$$

Hodnoty všech parametrů byly v tabulce 7.1 uvedeny pro oba směry pohybu x a θ . Dalším krokem je u každé metody vyjádřit jejich hodnoty pro oba směry společně. Rovnice (50) popisuje získání průměrné hodnoty kritéria IAE, (51) udává celkovou výchylku břemene a rovnicí (52) je dána celková doba regulace polohy. Tyto parametry jsou následně dosazeny do obecného vzorce (53), čímž je získána procentuální změna parametrů vůči samotné PID regulaci polohy, která kývání břemene nijak nepotlačuje. Výsledné hodnoty jsou uvedené v tabulce 7.2.

Finální výpočet pro určení jakosti řízení zvolených metod je vyjádřen vzorcem (54). Vzorec byl sestaven na základě požadavků na řízení jeřábů, uvedených v kapitole 5.1, a poznatků získaných z literatury citované v kapitole 2. Kromě dílčích výsledků Ψ_i je do vztahu započtena robustnost použité metody, resp. její schopnost zamezit kývání břemene

	ZV	ZVD	ZVDD	EI	PD
Ψ_{IAE} [%]	-80,2	-91,1	-93	-92,4	-93
$\Psi_{\alpha\beta}$ [%]	-66,8	-71,1	-79,3	-75,5	-36,1
Ψ_t [%]	13,3	26,7	28,9	17,8	-2,2

Tab. 7.2: Procentuální změna hodnot parametrů regulace při použití jednotlivých metod - porovnáno s regulátorem PID bez potlačení kyvů

při změně délky nosného lana. Dalším krokem bylo přiřadit každé veličině Ψ_i vhodnou váhu. Za nejvýznamnější parametr řízení byla zvolena hodnota kritéria IAE, která nejpřesněji vypovídá o celkovém kývání břemene během přepravy. Dle zvolené důležitosti je další v pořadí necitlivost metody vůči změně délky lana. V praxi je proměnná délka lana samozřejmostí a navržená metoda řízení musí být v tomto ohledu flexibilní. Podobnou váhu má pak doba regulace polohy břemene, jejíž snižování je v řízení manipulační techniky významným požadavkem. Nejnižší váha byla přiřazena maximální výchylce břemene, jelikož je silně ovlivněna počátečními zákmity, které jsou přirozenou součástí zásahu tvarovače signálu. Mimo to je ve většině případů maximální odchylka ovlivněna rychlostí pohybu kočky (než se břemeno rozpohybuje, kočka před ním "ujede").

$$\Psi = \left| (0, 45\Psi_{IAE} + 0, 35\Psi_{\alpha\beta} + 0, 2\Psi_t) \left(V_r + \frac{V_{r22}}{2} + \frac{V_{r44}}{3} \right) \right|$$
(54)

Výsledné hodnoty indexu kvality řízení Ψ pro použité metody řízení jsou uvedeny v tabulce 7.3.

7.5 Zhodnocení výsledků

Použité metody byly vyhodnoceny pomocí navrženého postupu, který je popsán v předchozí kapitole. Každá metoda potlačující kývání břemene byla kombinována s regulací polohy břemene pomocí PID regulátoru. V tabulce 7.3 jsou uvedeny výsledky tzv. indexu kvality řízení, kde vyšší hodnota indexu značí vyšší jakost řídicí metody.

	ZV	ZVD	ZVDD	EI	PD
Ψ[-]	44.8	45.9	87.3	75.7	91.4

Tab. 7.3: Index kvality řízení pro použité metody potlačující kývání břemene - vyšší hodnota značí vyšší jakost řízení

Z výsledků je zřejmé, že podle zvolených kritérií vychází jako nejlepší metoda PD regulátor. Zde je nutné zdůraznit, že se jedná o zpětnovazební řízení a pro zavedení této metody je nezbytné měřit vychýlení břemene, což může být v praxi překážkou. Podobného, o pár bodů nižšího výsledku dosáhl ZVDD shaper, který oproti PD regulaci senzory pro

měření kyvů nevyžaduje. Tento tvarovač vstupního signálu, který rozděluje akční zásah na 4 impulzy, se vyznačuje poměrně dlouhou dobou zásahu (1,5 periody vlastních kmitů). V pořadí třetí nejlepší metodou je EI shaper, který za předchozími metodami zaostává znatelněji. Tvarovače vstupního signálu ZV a ZVD byly s téměř totožným výsledkem vyhodnoceny jako nejméně vhodné.

8 Závěr

V práci byly navrženy, testovány a porovnány řídicí metody věžových jeřábů se zaměřením na potlačení kyvů břemene. Řízení bylo testováno na laboratorním modelu věžového jeřábu od firmy INTECO, podle kterého byl odvozen i matematický model.

V první části práce byla provedena rešerše metod používaných k tlumení kyvů břemene při řízení manipulační techniky. Zdůrazněno bylo rozdělení na zpětnovazební a dopředné řízení, pozornost byla věnována tvarovačům vstupního signálu a specifickým požadavkům na řízení věžových jeřábů.

Matematický model soustavy byl odvozen pomocí transformačních matic pohybu a Lagrangeových rovnic druhého druhu. Podrobné odvození matematického popisu zlepšilo přehled o soustavě, umožnilo efektivně upravovat výchozí vztahy a zkoumat důsledky (ne)zanedbání různých vlivů. Byla řešena problematika pásma necitlivosti DC motorů a určení parametrů soustavy. Výsledný nelineární model byl po validaci linearizován ve vybraném pracovním bodě a oba modely byly porovnány s chováním reálné soustavy. Následující část práce je zaměřena na regulaci polohy břemene. Jsou popsány požadované vlastnosti regulace a v souladu s nimi je navrženo použití PID regulátorů.

Hlavním tématem práce je aplikace metod řízení s důrazem na potlačení kyvů zavěšeného břemene, vždy v kombinaci s PID regulátorem polohy. Z dopředného řízení byly vybrány tvarovače signálu, konkrétně varianty ZV, ZVD, ZVDD a EI. Po vyšetření frekvenčních vlastností systému byly vypočteny parametry tvarovačů, každý byl otestován na reálném modelu a porovnán se samotnou PID regulací. Metody byly testovány jak pro pohyby v jednotlivých směrech, tak pro pohyb smíšený. Dále byla vyšetřena citlivost tvarovačů na změnu délky nosného lana. Ze zpětnovazebních metod řízení pro potlačení kyvů byl vybrán PD regulátor, u kterého byl mimo jiné testován také vliv poruchové veličiny.

V závěru práce bylo provedeno vyhodnocení zkoumaných metod. Sledovanými parametry řízení, podle kterých byly metody porovnány, byly maximální výkyv břemene, doba regulace polohy, schopnost udržet amplitudu reziduálních kyvů ve stanovené mezi, citlivost na změnu délky lana a hodnota integrálního kritéria IAE. Pro finální porovnání výsledků byl navržen systematický postup. Namísto porovnávání dílčích parametrů byl zvolen vzorec, jehož výstupem je jedna hodnota popisující jakost vybrané metody. Tímto způsobem byl za nejlepší metodu vyhodnocen PD regulátor, srovnatelných výsledků dosáhl také ZVDD shaper. Nejhorších výsledků dosáhly shapery ZV a ZVD a byly vyhodnoceny jako nevhodné.

V průběhu práce se objevilo několik překážek, jejichž řešení je v práci popsáno. Příkladem mohou být šum v naměřených datech a trvalá odchylka v ustálení kyvadla (břemene), která je způsobena nakloněním jeřábu.

Seznam obrázků

Seznam obrázků

Obrázek 2.1	Popis jednotlivých částí věžového jeřábu [1]	4
Obrázek 3.1	Laboratorní model věžového jeřábu od firmy INTECO [2]	5
Obrázek 3.2	Věžový jeřáb INTECO - popis senzorů a akčních členů[2]	6
Obrázek 4.1	Model soustavy se zakótovanými souřadnicemi a akčními silami [2]	7
Obrázek 4.2	Pásmo necitlivosti pro pohyb ve směru θ , závislost výstup na vstupu	11
Obrázek 4.3	Simulace dead-zone včetně její eliminace a PWM saturace v prostředí	
Simulin	k	12
Obrázek 4.4	Porovnání souřadnic matematického modelu a modelu INTECO [2]	17
Obrázek 4.5	Porovnání odezvy lin. a nelin. modelu s naměřenými daty - pohyb ve	
směru x	a úhel α	19
Obrázek 4.6	Porovnání odezvy lin. a nelin. modelu s naměřenými daty - pohyb ve	
směru θ	a úhel β	19
Obrázek 4.7	Porovnání odezvy na složitější vstupní signál - pohyb ve směru x a θ .	20
Obrázek 4.8	Porovnání odezvy na složitější vstupní signál - úhly α a β	20
Obrázek 5.1	Blokové schéma uzavřeného regulačního obvodu s označenými	
veličina	mi [25]	23
Obrázek 6.1	Porovnání naměřených dat před a po vyhlazení s redukcí šumu - průběh	
úhlu $lpha$ p	o zásahu PID regulátoru se ZVD shaperem	26
Obrázek 6.2	Princip tvarovače vstupního signálu (input shaperu)	26
Obrázek 6.3	Schéma regulačního obvodu s input shaperem jako vstupně-tvarovacím	
filtrem [18]	27
Obrázek 6.4	Blokové zapojení ZVD shaperu v prostředí Simulink	29
Obrázek 6.5	Regulace kyvu pomocí ZV shaperu s PID regulací polohy - směr x	31
Obrázek 6.6	Regulace kyvu pomocí ZV shaperu s PID regulací polohy - směr θ	31
Obrázek 6.7	Regulace kyvu pomocí ZV shaperu s PID regulací polohy - současný	
pohyb x	a θ	32
Obrázek 6.8	Regulace kyvu pomocí ZVD shaperu s PID regulací polohy - směr x .	33
Obrázek 6.9	Regulace kyvu pomocí ZVD shaperu s PID regulací polohy - směr θ	33
Obrázek 6.10	Regulace kyvu pomocí ZVD shaperu s PID regulací polohy - současný	
pohyb x	a θ	34
Obrázek 6.11	Regulace kyvu pomocí ZVDD shaperu s PID regulací polohy - směr x .	35
Obrázek 6.12	Regulace kyvu pomocí ZVDD shaperu s PID regulací polohy - směr θ .	35
Obrázek 6.13	Regulace kyvu pomocí ZVDD shaperu s PID regulací polohy - současný	
pohyb x	a θ	36
Obrázek 6.14	Regulace kyvu pomocí EI shaperu s PID regulací polohy - směr x	36

Obrázek 6.15 Regulace kyvu pomocí EI shaperu s PID regulací polohy - směr θ	37
Obrázek 6.16 Regulace kyvu pomocí EI shaperu s PID regulací polohy - současný	
pohyb x a θ	37
Obrázek 6.17 Křivky necitlivosti pro tvarovače ZV, ZVD a EI ($V_{\rm T} = 0, 05$) [29]	38
Obrázek 6.18 Testování funkčnosti shaperů při změně délky lana, L=0,45 m	
(prodloužení o 22,2 %)	38
Obrázek 6.19 Testování funkčnosti shaperů při změně délky lana, L=0.45 m	
(prodloužen(0.44.4%))	39
Obrázek 6.20 Regulace kyvu pomocí PD regulátoru s PID regulací polohy - směr x	40
Obrázek 6.21 Zapojení regulačního obvodu v prostředí Simulink - PID regulátory pro	
polohu břemene a PD regulátory pro potlačení kyvů	41
Obrázek 6 22 Regulace kyvu pomocí PD regulátoru s PID regulací polohy - směr θ	42
Obrázek 6.23 Regulace kyvu pomocí PD regulátoru s PID regulací polohy - současný	12
pohyb $x = a$	42
Obrázek 6.24 Regulace kyvy pomocí PD regulátoru – reakce na poruchovou veličinu	72
(vychýlení z ustálené polohy)	13
$(vyenylem z ustalene polony) \dots \dots$	43
Obrazek 7.1 Sit ovy graf irvate odchytky uniu α v pracovnini prostoru jeradu -	15
	45
Obrazek 7.2 Porovnani namerených dat s daty po uprave vcetne použíte	
interpolované křivky odpovídající průběhu polohy kočky - data jsou z měření	
úhlu α při použití PID + ZVD-shaper	45
Obrázek 7.3 Porovnání výsledků různých integrálních kritérií - závislost na průběhu	
regulace (nastaveném zesílení) [21]	46
Obrázek 7.4 Vizuální porovnání použitých metod pro tlumení kyvu s PID	
regulátorem polohy - měřená data, pohled shora	48

Seznam tabulek

Seznam tabulek

Tabulka 4.1	Parametry použité v modelu - indexy x a θ značí příslušnost k pohybu	
(motoru	ı) v témž směru	13
Tabulka 5.1	Nastavení PID regulátorů pro regulaci polohy břemene - směr x a θ	24
Tabulka 6.1	Přenosové funkce mezi vstupními veličinami U_x , U_{θ} a výstupními	
veličinami		27
Tabulka 6.2	Nastavení PID regulátorů pro regulaci polohy břemene - směr x a θ	41

Tabulka 7.1 Tabulka sledovaných parametrů pro vyhodnocení kvality řídicí metody -	
integrální kritérium IAE, maximální výchylky úhlů α a β , doba regulace polohy	
t_u , schopnost metody udržet amplitudu reziduálních kyvů (V) v povoleném	
rozmezí pro původní nastavení (V _r), po prodloužení délky lana L o 22,2 % (V ₂₂)	
a prodloužení o 44,4 % (V_{44}) * vyhodnocení podmínky ($V \leq V_{ m mez}$) stylem	
splněno=1, nesplněno=0	47
Tabulka 7.2 Procentuální změna hodnot parametrů regulace při použití jednotlivých	
metod - porovnáno s regulátorem PID bez potlačení kyvů	50
Tabulka 7.3 Index kvality řízení pro použité metody potlačující kývání břemene -	
vyšší hodnota značí vyšší jakost řízení	50

Seznam použitého SW

- Simulink
- Texmaker, MiKTeX (IAT_EX)

Reference

- [1] Gipka, Ondřej. Věžové jeřáby současnosti [online]. Brno, v 2010 [cit. 2020-10-07]. Bakalářská práce. VUT v Brně, Fakultastrojního inženýrství. Ing. Martin Kubín, Ph.D. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=27362
- [2] INTECO, Tower Crane User's Manual, 9.6 Edition. http://www.inteco.com.pl/
- Blackburn, D., Singhose, W., Kitchen, J., Patrangenaru, V., Lawrence, J., Kamoi, T., & Taura, A. (2009). Command Shaping for Nonlinear Crane Dynamics. Journal of Vibration and Control, 16(4), 477–501. doi:10.1177/1077546309106142
- [4] Slotine, J.-J. E. a Weiping LI. Applied nonlinear control. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1991. ISBN 0-13-040890-5.
- [5] Ramli, L., Mohamed, Z., Abdullahi, A. M., Jaafar, H. I., & Lazim, I. M. (2017). Control strategies for crane systems: A comprehensive review. Mechanical Systems and Signal Processing, 95, 1–23. doi:10.1016/j.ymssp.2017.03.015
- [6] Rhim, S., Hu, A.-P., Sadegh, N., & Book, W. J. (2001). Combining a Multirate Repetitive Learning Controller With Command Shaping for Improved Flexible Manipulator Control. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 123(3), 385. doi:10.1115/1.1387445
- [7] Breuning, P (2015) Linear model predictive control of a 3D tower crane for educational use. PhD Thesis, University of Stuttgart, Stuttgart, Germany.
- [8] Hyla, P. (2012). The crane control systems: A survey. 2012 17th International Conference on Methods & Models in Automation & Robotics (MMAR). doi:10.1109/mmar.2012.6347867
- [9] Al-mousa Amjed A., Nayfeh, A. H., & Kachroo, P. (2003). Control of Rotary Cranes Using Fuzzy Logic. Shock and Vibration, 10(2), 81–95. doi:10.1155/2003/746542
- [10] Čápková, R., Kozáková, A., & Minár, M. (2019). Experimental Modelling and Control of a Tower Crane in the Frequency Domain, Strojnícky časopis - Journal of Mechanical Engineering, 69(3), 17-26. doi: https://doi.org/10.2478/scjme-2019-0025
- [11] Liu, C., Zhao, H., & Cui, Y. (2014). Research on application of fuzzy adaptive PID controller in bridge crane control system. 2014 IEEE 5th International Conference on Software Engineering and Service Science. doi:10.1109/icsess.2014.6933727
- [12] Vaughan, J., Kim, D., & Singhose, W. (2010). Control of Tower Cranes With Double-Pendulum Payload Dynamics. IEEE Transactions on Control Systems

Technology. doi:10.1109/tcst.2010.2040178

- [13] Aksjonov, A., Vodovozov, V., & Petlenkov, E. (2015). Three-Dimensional Crane Modelling and Control Using Euler-Lagrange State-Space Approach and Anti-Swing Fuzzy Logic. Electrical, Control and Communication Engineering, 9(1), 5–13. doi:10.1515/ecce-2015-0006
- [14] Solihin, M. I., Wahyudi, & Legowo, A. (2009). Fuzzy-tuned PID Anti-swing Control of Automatic Gantry Crane. Journal of Vibration and Control, 16(1), 127–145. doi:10.1177/1077546309103421
- [15] L. R. Santhi and L. B. M, "Position Control and Anti-Swing Control of Overhead Crane Using LQR," vol. 3, no. 8, pp. 26–30, 2015.
- [16] Sun, N., Wu, Y., Chen, H., & Fang, Y. (2019). Antiswing Cargo Transportation of Underactuated Tower Crane Systems by a Nonlinear Controller Embedded With an Integral Term. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 1–12. doi:10.1109/tase.2018.2889434
- [17] Omar, H.M., Control of Gantry and Tower Cranes, M.S. Thesis, Virginia Tech., 2003, Blacksburg, VA.
- [18] Hromcik, M., & Vyhlidal, T. (2017). Inverse Feedback Shapers for Coupled Multibody Systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 62(9), 4804–4810. doi:10.1109/tac.2017.2688179
- [19] Conker, C., Yavuz, H., & Bilgic, H. H. (2016). A review of command shaping techniques for elimination of residual vibrations in flexible-joint manipulators. Journal of Vibroengineering, 18(5), 2947–2958. doi:10.21595/jve.2016.16725
- [20] Vyhlidal, T., Kucera, V., & Hromcik, M. (2013). Zero vibration shapers with distributed delays of various types. 52nd IEEE Conference on Decision and Control. doi:10.1109/cdc.2013.6760003
- [21] Šulc, B. & Vítečkov, M., Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 9788001030073.
- [22] Iles, S., Matusko, J., & Kolonic, F. (2014). Real-time Predictive Control of 3D tower crane. 2014 IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE). doi:10.1109/isie.2014.6864615
- [23] Altaf F. Modeling and Event-Triggered Control ofMultiple 3D Tower Cranes over WSNs [Internet] [Dissertation]. 2010. Available from: http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:kth:diva-105122

- [24] Win, T. M., Hesketh, T., & Eaton, R. (2016). Robotic Tower Crane Modeling and Control (RTCMC) with LQR-DRO and LQR-LEIC for Linear and Nonlinear Payload Swing Minimization. International Review of Automatic Control (IREACO), 9(2), 1. https://doi.org/10.15866/ireaco.v9i2.8431
- [25] https://eluc.kr-olomoucky.cz/verejne/lekce/952
- [26] Singhose, W., Seering, W., & Singer, N. (1994). Residual Vibration Reduction Using Vector Diagrams to Generate Shaped Inputs. Journal of Mechanical Design, 116(2), 654. doi:10.1115/1.2919428
- [27] Singer, N. C., & Seering, W. P. (1990). Preshaping Command Inputs to Reduce System Vibration. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 112(1), 76. doi:10.1115/1.2894142
- [28] Vaughan, J., Yano, A., & Singhose, W. (2008). Comparison of robust input shapers. Journal of Sound and Vibration, 315(4-5), 797–815. doi:10.1016/j.jsv.2008.02.032
- [29] Barry, N., Fisher, E., & Vaughan, J. (2016). Modeling and control of a cable-suspended robot for inspection of vertical structures. Journal of Physics: Conference Series, 744, 012071. doi:10.1088/1742-6596/744/1/012071
- [30] Wodecki, J., Michalak, A., & Stefaniak, P. (2018). Review of smoothing methods for enhancement of noisy data from heavy-duty LHD mining machines. E3S Web of Conferences, 29, 00011. doi:10.1051/e3sconf/20182900011
- [31] HOFREITER, Milan. Základy automatického řízení. V Praze: České vysoké učení technické, 2012. ISBN 978-80-01-05007-1.
- [32] A. R. Golafshani, Modeling and optimal control of tower crane motions, PhD thesis, University of Waterloo, Ontario, Canada, 1999.