

Ing. Jan ŠAFRÁNEK^{1),2)}
doc. Ing. Vladimír ZMRHAL, Ph.D.¹⁾

¹⁾ ČVUT v Praze, Fakulta strojní,
Ústav techniky prostředí

²⁾ Feramat Cybernetics s.r.o.

Tvorba matematického modelu pro prediktivní regulaci vytápění budovy se systémem TABS

Creation of a Mathematical Model for Predictive Control of Building Heating with the TABS System

Recenzent
Ing. Jan Široký, Ph.D.

Článek se zabývá vývojem matematického modelu pro prediktivní regulaci vytápění s použitím systému aktivace betonového jádra (TABS – Thermally Activated Building System). Pro ověření teoretických předpokladů modelu byl postaven experimentální objekt vybavený systémem TABS. Matematický model byl validován s reálnými naměřenými daty z objektu a následně došlo ke kalibraci modelu a vytvoření vhodného modelu pro prediktivní regulaci vytápění systémem TABS.

Klíčová slova: prediktivní regulace, TABS, matematické modelování

The article deals with the development of a mathematical model for predictive control of heating by a concrete core activation system (TABS – Thermally Activated Building System). To verify the theoretical assumptions of the model, an experimental building equipped with the TABS system was built. The mathematical model was validated with real measured data from the building. Subsequently, the model was calibrated and a suitable model was created for predictive control of heating by the TABS system.

Keywords: predictive control, TABS, mathematical modelling

ÚVOD

V dnešní době jsou kladeny stále větší nároky na snižování spotřeby energie na provoz budov z důvodu vyšších cen energií a ochrany životního prostředí. Velká část této energie se spotřebovává na vytápění a chlazení budov pro zajištění komfortních podmínek vnitřního prostředí.

Jednou z možností energeticky úsporného systému vytápění a chlazení, který se využívá zejména v občanských budovách [7], je systém aktivace betonového jádra – TABS. Výhodou systému aktivace betonového jádra je možnost využít nižších energetických hladin a tím snižovat spotřebu primární energie. Nevýhodou je pak kolísání vnitřní (výsledné) teploty v prostoru během dne, což u některých typů budov lze připustit. Oproti konvenčním systémům vytápění a chlazení lze k zajištění tepelného prostředí, díky velké teplosměnné ploše systému TABS, využít nízkých teplot otopné vody, resp. vyšších teplot chladicí vody.

Systém TABS s sebou bohužel přináší komplikace v oblasti regulace systému díky značné akumulaci hmotě. Oproti konvenčním způsobům vytápění a chlazení má velmi dlouhou dobu reakce na akční zásah, což má za následek kolísání vnitřní teploty v prostoru. Dlouhá doba reakce je způsobena tepelnou setrvačností aktivovaného betonového jádra. Pro regulaci je výhodné umět předpovídat tepelné chování budovy, teplotu venkovního vzduchu, tepelné zisky od oslunění a vnitřní tepelné zisky. Chování konkrétní budovy lze popsat vhodným zjednodušeným matematickým modelem [8].

MATEMATICKÝ MODEL PRO PREDIKTIVNÍ REGULACI

Matematické modelování je způsob popisu chování určitého systému formou matematických rovnic. Matematický model systému budovy může sloužit k návrhu nebo ověření funkce pokročilé regulace. Pro budovy s výraznou akumulací hmotou, která má dlouhou setrvačnost, se s výhodou využívá regulace prediktivní. Je tím dosaženo lepší kvality řízení ve srovnání s tradičním typem reaktivního řízení, a tedy i úspory nákladů na provoz systému [2], [4].

Zápis využívá maticovou formu k modelování dynamického systému, aby bylo možné specifikovat odezvy systémů s více vstupy a výstupy. Matematické modely takových systémů mají velký počet výstupů a stejně velký počet diferenciálních rovnic, které musí být vyřešeny, aby byly známy výstupy [2].

Modelování tepelného chování systémů je složité z mnoha důvodů, protože pouze některé systémy mohou být charakterizovány lineárními diferenciálními rovnicemi. Většinu systémů je možné popsat parciálními diferenciálními rovnicemi. Pokud se však předpokládají určitá zjednodušení, např. rovnoměrné rozložení vnitřní teploty v prostoru, může být její dynamické chování modelováno obyčejnými lineárními diferenciálními rovnicemi [2], [4]. Model budovy je popsán prostřednictvím tepelných kapacit a tepelných odporů a pro popis se využívá technika tepelných RC modelů [4].



Obr. 1 Experimentální objekt „MINI TABS“
Fig. 1 Experimental building “MINI TABS”

EXPERIMENTÁLNÍ OBJEKT „MINI TABS“

Pro reálný test prediktivní regulace TABS modelu bylo třeba vytvořit experimentální model budovy. Zkonstruovaný objekt „MINI TABS“ zastupuje funkci reálné budovy.

Jedná se o jednozónovou izolovanou budovu s měrnými tepelnými ztrátami blížícími se nízkoenergetické budově. Objekt „MINI TABS“ je osazen stropním betonovým panelem TABS a jedním oknem orientovaným na západ. Otopná soustava je tvořena elektrickým ohříváčem, oběhovým čerpadlem, směšovacím a rozdělovacím ventilem. Vnější rozměry objektu jsou $2,9 \times 1,85 \times 1,7$ m.

Tab. 1 Součinitel prostupu tepla U

Tab. 1 Heat transfer coefficient U

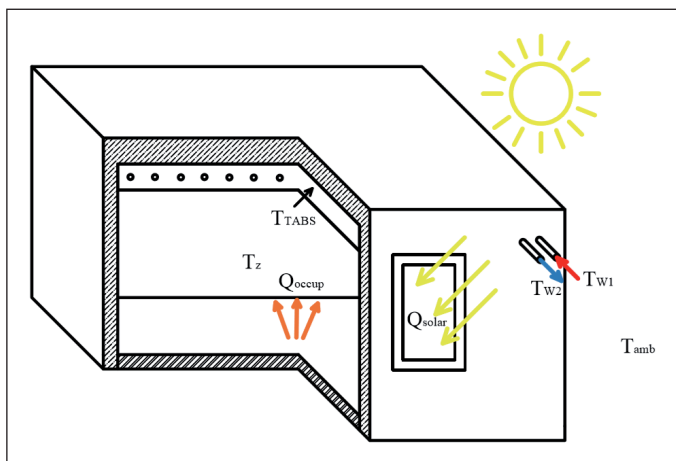
Součinitel prostupu tepla obvodových stěn U [W/(m ² ·K)]	
Podlaha	0,349
Stěna	0,290
Okno	1,600

MATEMATICKÝ MODEL OBJEKTU „MINI TABS“

Matematický model je tvořen diferenciálními rovnicemi, popisujícími fyzikální děje, které se v soustavě odehrávají. Z důvodu výpočetní náročnosti řešení diferenciálních rovnic je cílem sestavit co možná nejjednodušší soustavu i díky některým veličinám, které není možné v budově měřit (např. teplota uvnitř konstrukce, teploty uvnitř panelu TABS atd.) a při řešení je nutné je odhadnout nebo dopočítat. Díky těmto zjednodušením mohou vzniknout nepřesnosti a model je nutné následně kalibrovat – porovnat se skutečností [4].

Pro účely nasazení prediktivní regulace byl vytvořen matematický model, který popisuje fyzikální děje v objektu „MINI TABS“. Modelování je založeno na řešení soustavy diferenciálních rovnic, které popisují dynamické chování modelu, resp. popisují vývoj vybraných parametrů v čase.

Hlavní vstupní veličinou modelu je teplota přívodní vody, na níž nejvíce závisí dynamické chování budovy, za předpokladu konstantního průtoku vody do systému. Další významnou vstupní veličinou je teplota venkovního vzduchu, která ovlivňuje tepelnou ztrátu objektu „MINI TABS“.



Obr. 2 Schéma matematického modelu

Fig. 2 Scheme of the mathematical model

V neposlední řadě jsou to tepelné zisky od oslunění, které se však na dynamickém chování objektu „MINI TABS“ nepodílí významnou měrou, z důvodu malého procentuálního zasklení objektu. Vnitřní zisky konkrétního objektu „MINI TABS“ v podobě obsazenosti byly pro další výpočty zanedbány, nicméně hodnotu vnitřních zisků lze do modelu zadávat.

Výstupem modelu jsou tři veličiny: teplota vzduchu v zóně, teplota stropu TABS a teplota vratné vody. Řízeným vstupem je teplota přívodní vody do stropu TABS. Neřízenými vstupy jsou teplota venkovního vzduchu, zisky od sluneční radiace a vnitřní tepelné zisky.

Soustava diferenciálních rovnic

Jednotlivé fyzikální děje jsou popsány následujícími diferenciálními rovnicemi. První rovnice (1) popisuje změnu teploty vratné vody, která je ovlivněna teplotou vody na přívodu a přestupem tepla do panelu TABS:

$$C_w \frac{dT_{w2}}{dt} = k_{water} (T_{w1} - T_{w2}) - k_{pipe_TABS} (T_{w2} - T_{TABS}) \quad (1)$$

kde je:

- C_w tepelná kapacita vody [J/K],
- T_{w2} teplota vratné vody [°C],
- T_{w1} teplota přívodní vody [°C],
- T_{TABS} střední teplota betonového stropu TABS [°C],
- k_{water} měrný tepelný výkon mezi přívodní a vratnou vodou [W/K],
- k_{pipe_TABS} měrný tepelný výkon mezi vodou a stropem TABS [W/K],
- t čas [s].

Druhá rovnice (2) popisuje změnu teploty panelu TABS, která je ovlivněna přestupem tepla z vratné vody, přestupem tepla do venkovního prostředí a přestupem tepla do zóny:

$$C_{TABS} \frac{dT_{TABS}}{dt} = k_{pipe_TABS} (T_{w2} - T_{TABS}) - k_{TABS_out} (T_{TABS} - T_{amb}) - k_{TABS_zona} (T_{TABS} - T_z) \quad (2)$$

kde je:

- C_{TABS} tepelná kapacita stropu TABS [J/K],
- C_{zona} tepelná kapacita vzduchu v místnosti [J/K],
- T_{amb} teplota venkovního vzduchu [°C],
- T_z teplota vzduchu v místnosti [°C],
- k_{TABS_out} měrný tepelný výkon mezi stropem TABS a venkovním vzduchem [W/K],
- k_{TABS_zona} měrný tepelný výkon mezi stropem TABS a místností [W/K].

Poslední rovnice (3) popisuje změnu teploty v zóně, která je ovlivněna přestupem tepla z betonové konstrukce TABS, přestupem tepla do venkovního prostředí, vnitřními zisky a zisky od sluneční radiace:

$$C_{zona} \frac{dT_z}{dt} = k_{TABS_zona} (T_{TABS} - T_z) - k_{zona_out} (T_z - T_{amb}) + Q_{occup} + Q_{solar} \quad (3)$$

kde je:

- k_{zona_out} měrný tepelný výkon mezi místností a venkovním vzduchem [W/K],
- Q_{occup} vnitřní tepelné zisky [W],
- Q_{solar} tepelné zisky od sluneční radiace [W].

Model obsahuje zjednodušení v podobě přestupu tepla z panelu TABS do místnosti, kdy je pro zjednodušení uvažováno s přestupem veškerého tepelného toku do vzduchu v místnosti. Ve skutečnosti se tepelný tok sdílí sáláním a konvencí. Sálání panelu TABS na vnitřní stěny není uvažováno,

stejně tak přestup tepla z vnitřních stěn do místnosti a akumulace tepla do stěn. Tepelná kapacita místnosti je uvažována pouze jako tepelná kapacita vzduchu obsaženého v místnosti, tepelná kapacita vnitřních stěn není uvažována. Uvedené nedostatky v podobě zjednodušení modelu se následně řeší kalibrací modelu, kdy se výsledek výpočtu porovnává s reálným průběhem zjištěným měření na experimentálním objektu [11].

VALIDACE MODELU

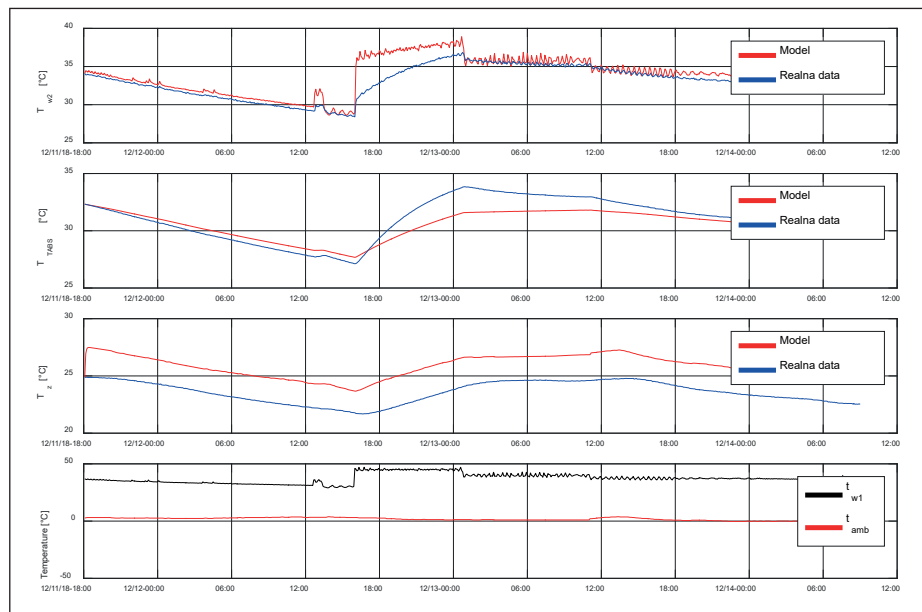
Pro posouzení kvality matematického modelu je třeba porovnat simulaci modelu s reálnými naměřenými daty. Měřením se získá představa o skutečném chování soustavy a porovnáním se získá rozdíl mezi modelovanými a naměřenými údaji. Na základě velikosti tohoto rozdílu se usoudí, zda lze model použít, případně dojde k jeho kalibraci [11], úpravě vstupních parametrů modelu. Validace modelu popsaného v tomto příspěvku spočívá v porovnání výsledků simulačního modelu s reálnými naměřenými

daty z experimentálního objektu „MINI TABS“. Simulace modelu se provádí se stejnými vstupy (teplota přírodní vody, teplota venkovního vzduchu, tepelné zisky od sluneční radiace), jaké byly reálně naměřeny na objektu „MINI TABS“.

Pro získání nejvhodnějších dat ke kalibraci je vhodné pracovat s přechodovými jevy daného systému budovy. Za prvé se jedná o stav vytápění, kdy se zvyšuje teplota vstupní vody (z 28 °C na 45 °C) za účelem zvýšení vnitřní teploty v zóně a je sledována reakce otopné soustavy modelu. Druhým přechodovým jevem je chlazení budovy, kdy je pozorována tepelná ztráta modelu.

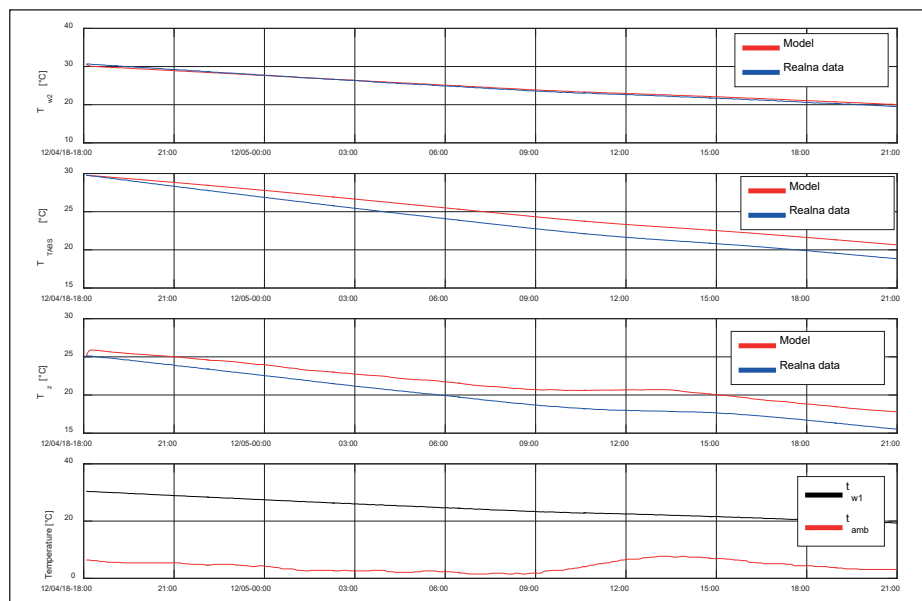
Na obr. 3 je možné vidět (odshora) průběhy teploty vratné vody v otopné soustavě T_{w2} , teploty panelu TABS T_{TABS} , teploty vzduchu v místnosti T_z a teploty venkovního vzduchu T_{amb} .

Jedná se o první kalibrační přechodový jev, kdy se zvyšuje teplota vstupní vody T_{w1} za účelem zvýšení teploty vnitřního vzduchu v zóně T_z .



Obr. 3 Validace modelu: první přechodový jev – z chlazení do vytápění

Fig. 3 Model validation: the first transient phenomenon – from cooling to heating



Obr. 4 Validace modelu: druhý přechodový jev – chlazení

Fig. 4 Model validation: the second transient phenomenon – cooling

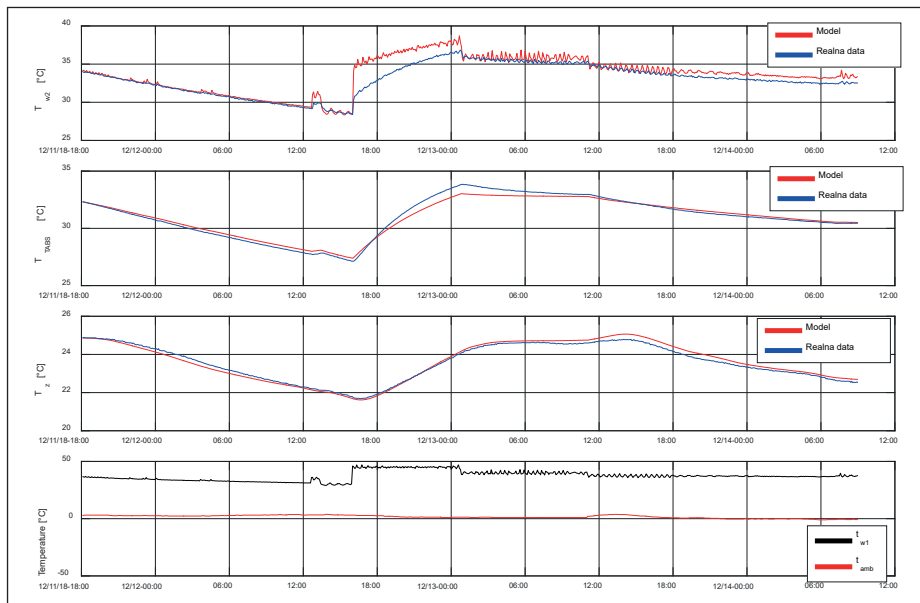
Z porovnání naměřených a vypočítaných údajů je zřejmé, že se model v několika místech rozchází s reálným měřením. Teplota vratné vody T_{w2} a teplota panelu T_{TABS} se vzájemně liší zejména v úzké blízkosti přechodového jevu a v ostatních případech průběh odpovídá realitě. Z průběhu teploty vzduchu v zóně T_z je zřejmá příliš velká reakce modelu na změnu teploty vnitřního vzduchu, kdy je zaznamenán okamžitý nárůst u modelu na počátku simulace (červeně), což následně vede k trvalému rozdílu teploty vnitřního vzduchu mezi modelem a naměřenými údaji. Tento stav nastal zejména vlivem zanedbání akumulace tepla do stěn místnosti (tepelná kapacita C_{zone} v rovnici (3) odpovídá tepelné kapacitě vzduchu v místnosti). Model v tomto stavu nelze využít pro návrh regulace a je nutné přistoupit ke kalibraci parametrů modelu.

Na obr. 4 je vidět druhý přechodový jev – chlazení objektu, které je charakterizováno poklesem teploty vstupní vody z 32 °C na 20 °C na konci dne. Na základě průběhu teploty vzduchu v zóně T_z je patrná menší tepelná ztráta modelovaného stavu oproti realitě. Model předpovídá pomalejší chlazení panelu a zóny než ve skutečnosti. Tato chyba může být způsobena tepelnými mosty v konstrukci a horšími izolačními vlastnostmi konstrukce experimentálního objektu „MINI TABS“.

Model v tomto stavu nelze využít pro návrh regulace a je nutné přistoupit ke kalibraci parametrů modelu.

KALIBRACE MODELU

Na základě několika dalších kalibračních simulací byly upraveny parametry matematického modelu. Na obr. 5 je vidět porovnání výsledků po finální kalibraci. Finální kalibrace spočívá v úpravě vstupních parametrů, které ovlivňují v případě objektu „MINI TABS“ pře-



Obr. 5 Finální porovnání upraveného modelu
Fig. 5 Final comparison of the modified model

nos tepla. Úprava vstupních parametrů zahrnovala zohlednění vyšší tepelné ztráty objektu vlivem tepelných mostů, a hlavně zohlednění vlivu tepelné kapacity stěn místnosti.

Ze zobrazených průběhů je zřejmá dobrá shoda výsledků modelu s naměřenými údaji. Nejdůležitějším údajem pro regulaci systému a zajištění požadovaných podmínek vnitřního prostředí v zóně je teplota vzduchu v místnosti T_z . Z uvedených průběhů je patrná dobrá odezva systému na změnu vstupních parametrů. Upravený model lze, vzhledem k výsledkům finální kalibrace, považovat za vhodný pro návrh prediktivní regulace vytápění systémem aktivace betonového jádra pro experimentální objekt „MINI TABS“.

Cílem nebylo model kalibrovat komplikovanými matematickými postupy, jako je získání parametrů na základě regrese, ale jednotlivé úpravy jednoduchého modelu popsat za účelem aplikace na reálném objektu, jestliže nejsou k dispozici naměřená data pro identifikaci matematického modelu.

APLIKACE METODY: ZÁKLADNÍ ŠKOLA LÍBEZNICE

Reálnou aplikací podobného RC modelu pro návrh prediktivní regulace aktivního betonového jádra TABS je budova Základní školy a Základní



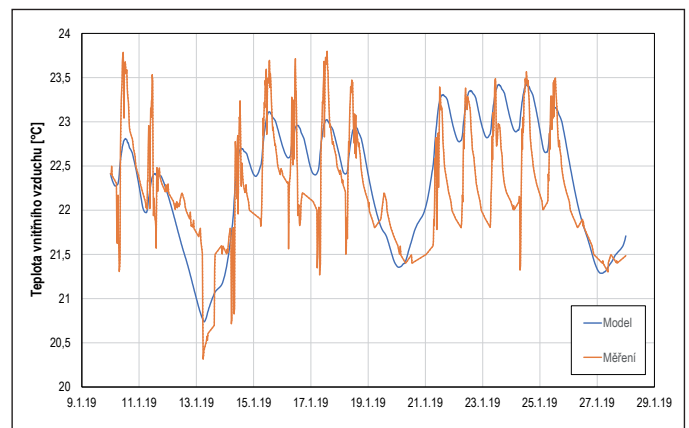
Obr. 6 Budova Základní školy a Základní umělecké školy Libeznice [6]
Fig. 6 Building of the Elementary School and Elementary Art School Libeznice [6]

umělecké školy v Libeznicích [9]. Jedná se o moderní nízkoenergetickou budovu, postavenou v roce 2015. Škola je tvořena osmi třídami, aulou s jídelnou, zázemím pro učitele, sociálním zařízením a technickou místností, užitná plocha je 1026 m² [6].

Matematický model ZŠ Libeznice

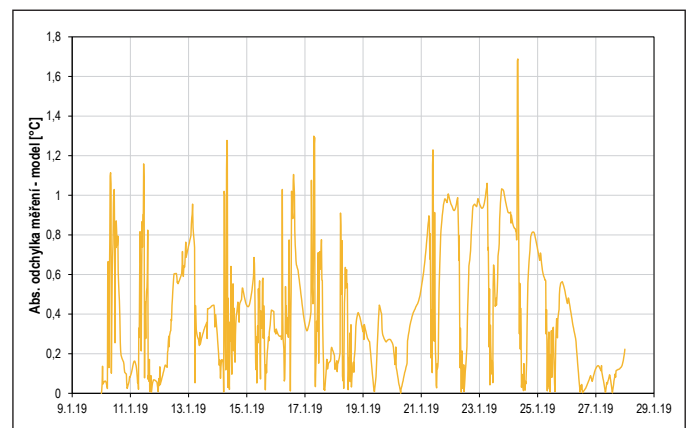
Matematický model pro regulaci vytápění, chlazení a větrání byl zjednodušen pouze na trvale obsazené místnosti. Model byl tvořen osmi shodnými učebnami a jídelnou. Učebny se liší pouze orientací ke světovým stranám, jídelna má odlišné geometrické uspořádání. Celá budova je vytápěna a chlazená stropním panelem TABS, který je instalován po celé užitné ploše budovy. Každá třída je osazena nezávislou vzduchotechnickou jednotkou určenou pro větrání a v případě potřeby vytápění a chlazení. Učebny i jídelna jsou vybaveny teplotním čidlem pro měření teploty vzduchu v místnosti a čidlem pro měření koncentrace CO₂.

Obdobným způsobem jako případě objektu „MINI TABS“ byl proveden matematický popis objektu s následnou simulací a výsledky byly porovnány s naměřenými údaji z reálného provozu budovy školy. Pozornost byla zaměřena na režim vytápění a vyhodnocení teploty vnitřního vzduchu v jednotlivých místnostech.



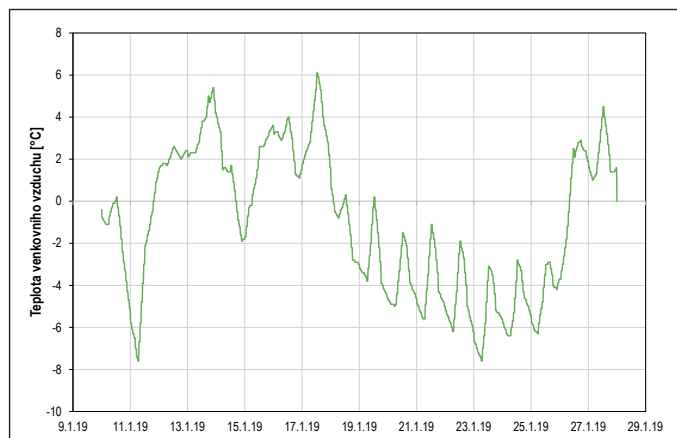
Obr. 7 Porovnání výsledků simulace a měření teploty vnitřního vzduchu ZŠ Libeznice

Fig. 7 Comparison of simulation results and measurement of indoor air temperature in Libeznice primary school



Obr. 8 Průběh absolutní odchylky modelu

Fig. 8 The course of the absolute deviation of the model



Obr. 9 Teplota venkovního vzduchu
Fig. 9 Outdoor air temperature

Na obr. 7 je porovnání výsledků simulačního výpočtu s naměřenými údaji vnitřní teploty vzduchu v konkrétní třídě „Merkur“ (motivem budovy je sluneční soustava). Na obr. 8 je znázorněn průběh absolutní odchylky modelu od naměřených hodnot. Průměrná absolutní odchylka vnitřní teploty vzduchu pro třídu Merkur je 0,41 °C, pro ostatní třídy činila střední odchylka 0,52 °C a pro jídelnu 0,53 °C.

Profil obsazenosti

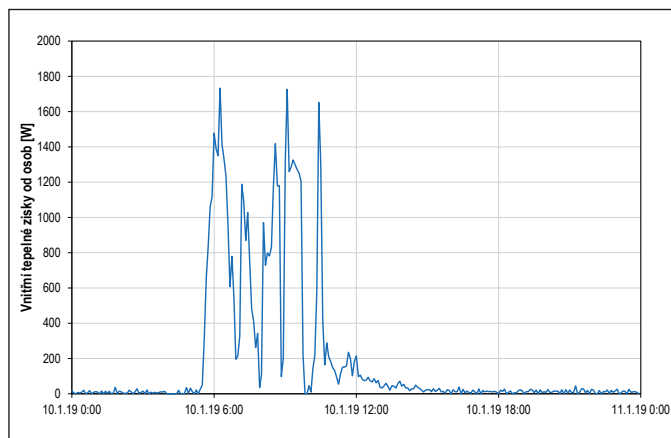
Jedním z nejdůležitějších neřízených vstupů v modelu pro prediktivní regulaci jsou vnitřní tepelné zisky. Vnitřní tepelné zisky lze rozdělit na zisky vlivem obsazenosti osob, zisky od elektrických zařízení a zisky od osvětlení v interiéru.

Vzhledem k tomu, že se jedná o moderní základní školu, tepelné zisky od elektronických zařízení a osvětlení interiéru byly zanedbány. Nezanedbatelné jsou však tepelné zisky od osob. Vnitřní tepelné zisky od osob byly stanoveny na základě bilance CO₂ v daném prostoru. Matematický model byl sestaven na základě produkce CO₂ od osob, odvodu znečišťující látky větracím vzduchem. Přírůstek CO₂ byl následně přepočítán na úměrný počet dětí a učitelů nacházejících se v dané místnosti. Posledním krokem byl přepočet tepelných zisků od osob podle obsazenosti místnosti. Na obr. 10 je znázorněn průměrný profil vnitřních tepelných zisků plynoucí obsazenosti osob v jednotlivých třídách.

ZÁVĚR

Na základě fyzikálních předpokladů a analýzy reálných naměřených dat z postaveného experimentálního objektu „MINI TABS“ byl sestaven a popsán matematický model pro prediktivní regulaci vytápění systému aktivace betonového jádra. Jednotlivé úpravy modelu byly popsány za účelem aplikace prediktivní regulace na reálné budově bez znalosti naměřených dat.

V další fázi byl vytvořen matematický model pro prediktivní regulaci budovy Základní školy a Základní umělecké školy Líbeznic. Model byl validován s reálnými naměřenými daty a následně nasazen do reálného provozu budovy. V nadcházejícím období budou vnitřní podmínky



Obr. 10 Průměrné tepelné zisky od osob plynoucí z obsazenosti ve třídě
Fig. 10 Average heat gains from people resulting from the class occupancy

v Základní škole Líbeznic sledovány a následně dojde ke komplexnímu vyhodnocení nasazené prediktivní regulace budovy.

Kontakt na autora: Jan.Safranek@fs.cvut.cz

Použité zdroje:

- [1] ŠAFRÁNEK, J. *Modelování systému TABS*. Praha: ČVUT, 2019.
- [2] KOHOUT, J., CIGLER, J., ŠIROKÝ, J., KOPECKÝ, P. *Systémy tepelné aktivace betonového jádra*. TZB-info.cz [online]. 26. 4. 2019. Dostupné z: <https://vytapani.tzb-info.cz/15628-systemy-tepelne-aktivace-betonoveho-jadraa-jejich-vyuziti-pro-zvyseni-uzivatelskeho-komfortu-budov>
- [3] ROMANÍ, J., GRACIA, A. *Simulation and control of Thermally Activated Building Systems*. repository.udl.cat [online]. 26. 4. 2019. Dostupné z: <https://repository.udl.cat/bitstream/handle/10459.1/57860/024316.pdf?sequence=5&isAllowed=y>
- [4] MOHAMAD, M. *Modelování a ovládání vnitřních teplot*. TZB-info.cz [online]. 26. 4. 2019. Dostupné z: <https://vytapani.tzb-info.cz/17807-modelovani-a-ovladani-vnitřních-teplot-aplikaci-matlab-simulink-pomoci-modelu-prostoru-aprenosovych-funkci>
- [5] CIGLER, J. *Model Predictive Control for Buildings*. Praha: ČVUT, 2013.
- [6] PROJEKTIL ARCHITEKTI. *Líbeznic mají nový pavilon ZŠ a ZUŠ od Projektilu architekti*. earch.cz [online]. 16. 1. 2020. Dostupné z: <http://www.earch.cz/cs/architektura/libeznic-maji-novy-pavilon-zs-zus-od-projektilu-architekti>
- [7] ZMRHAL, V. *Sálavé chladič systémy*. Česká technika – nakladatelství ČVUT. Praha: ČVUT v Praze, 2019. ISBN 978-80-01-04318-9.
- [8] LAIN, M., ZMRHAL, V., DRKAL, F., HENSEN, J. *Slab cooling system design using computer simulation*. CESB. Prague. 2007.
- [9] ZMRHAL, V., HLAVÁČEK, O., HALÍŘ, A., LAIN, M. *Nový pavilon ZŠ a ZUŠ v Líbeznicích aneb ve škole se musí větrat. Stavebnictví*. 2016, č. 1. ISSN 1802-2030.
- [10] ČSN 73 0548: 1986. *Výpočet tepelné zátěže klimatizovaných prostorů*.
- [11] HEIJDE, B., LECUMBERRI, E., HELSEN, L. *Experimental Method for the State of Charge Determination of a Thermally Activated Building System (TABS)*. researchgate.net [online]. 24. 2. 2020. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Bram_Van_Der_Heijde/publication/277308406_Experimental_Method_for_the_State_of_Charge_Determination_of_a_Thermally_Activated_Building_System_TABS/links/5566e2e608aeab77721cd6f2/Experimental-Method-for-the-State-of-Charge-Determination-of-a-Thermally-Activated-Building-System-TABS.pdf

Nejlepší portály
o stavebnictví



Největší stavební portál
pro odborníky v ČR

ESTAV.cz
Portál pro širokou
stavební veřejnost