

Posudek vedoucího na diplomovou práci Bc. Pavla Lokvence:

Spektrum periodických kvantových grafů v závislosti na vrcholové vazbě

(The spectrum of periodic quantum graphs in dependence of the vertex coupling)

Diplomová práce uzavírá základní cyklus vysokoškolského studia a jako taková má prokázat, že adept je – pod příslušným vedením – schopen samostatné práce, jak se od něj coby absolventa university očekává. Mohu prohlásit, že v práci Bc. Pavla Lokvence bylo přes různé peripetie tohoto účelu v posledku dosaženo.

Námětem práce byl spektrální problém z oblasti kvantové mechaniky. Úkol, jenž byl před diplomanta postaven, se týkal analýzy periodických kvantových grafů tvaru dvourozměrné mříže se základní buňkou obdélníkového tvaru; ve vrcholech grafu se předpokládala vazba z nedávno diskutované třídy interpolující – v závislosti na parametru t probíhající interval $[0, 1]$ – mezi obvyklou vazbou označovanou jako δ a vazbou vykazující maximální narušení invariance vůči časové inverzi. Hlavním úkolem bylo vyšetřit chování spektrálních pásů a lakun v závislosti na parametru interpolace. Práce přirozeně navázala na výsledky dosažené uchazečem v tzv. výzkumném úkolu, kde se zabýval těmito grafy se zmíněnou časově neinvariantní vrcholovou vazbou ($t = 1$).

Tři první kapitoly diplomové práce jsou přípravné. Kapitola první a třetí shrnují výsledky z literatury potřebné ke splnění úkolu; první se zabývá obecnými pojmy teorie kvantových grafů a metodami jejich spektrální analýzy v periodickém případě, třetí je věnována výsledkům týkajícím se mřížových grafů s δ vazbou ($t = 0$) včetně nedávného zjištění, že mezi nimi lze najít grafy patřící do tzv. Betheho-Sommerfeldovy třídy vyznačující se konečným počtem otevřených lakun. Osvojení těchto poznatků sice probíhalo s ohledem na svérázné pracovní návyky diplomantovy poněkud škobrtavě, ale nakonec bylo cíle dosaženo. Druhá kapitola je již vlastní prací diplomantovou a připomíná výsledky výzkumného úkolu, jenž představují druhý extrém vyšetřované interpolace ($t = 1$).

Vlastní výsledky diplomové práce jsou obsaženy v kapitole čtvrté. Diplomant nejprve diskutuje speciální případ, kdy graf má pro $t = 0$ ve vrcholech tzv. Kirchhoffovu vazbu a ukazuje, že pro libovolné $t \in (0, 1]$ má spektrum (a) nekonečný počet lakun, (b) neprázdnou zápornou část, a (c) nekonečný počet 'plochých spektrálních pásů' v případě, že hrany obdélníku jsou souměřitelné. Pro obecnou δ vazbu diplomant získal, co se týče počtu lakun, částečné výsledky, dokázav, že je jich nekonečně mnoho, pokud (a) poměr stran je buď racionální nebo

dobře aproximovatelný racionálními čísly, (b) pro obecný poměr tvrzení platí, je-li parametr t dostatečně blízko extrémním bodům, $t = 0, 1$, nebo (c) konstanta δ vazby je dostatečně blízko hodnotě $\alpha = 0$ odpovídající Kirchhoffovu případu. Ač tento výsledek není plně obecný, je nový a vede k očekávání, že narušení invariance vůči časové inverzi není slučitelné s příslušností k Betheho-Sommerfeldové třídě.

S ohledem na tyto výsledky a na způsob, jímž tato diplomová práce vznikala, navrhuji, aby byla přijata k obhajobě a klasifikována známkou **B** (*velmi dobře*).

V Řeži dne 19. srpna 2020

Prof. RNDr. Pavel Exner, DrSc.
vedoucí práce