

Posudek oponenta diplomové práce

Bc. Juraj Kováč: Qualitative analysis of a reaction-diffusion system using weakly non-linear analysis and the WKBJ method (Kvalitativní analýza systému reakčně-difuzních rovnic pomocí slabě nelineární analýzy a WKBJ metody)

Obor: Matematická fyzika

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyziky

Bc. Juraj Kováč se ve své práci zabývá slabě nelineární analýzou a tzv. WKBJ metodou pro systémy ODR, a tyto metody aplikuje na systém reakce-difuze vykazující tzv. Turingovu nestabilitu, tedy nestabilitu způsobenou difuzí. Autor ukazuje, jak se řešení nelineárního okrajového problému chová v okolí prostorově homogenního ekvilibria. Pokud je toto ekvilibrium nestabilní, zkoumá, k jakým prostorovým vzorkům může řešení evoluční úlohy konvergovat. WKBJ metoda mu dále umožňuje studovat, jak se asymptoticky chová řešení systému rovnic pro rostoucí oblast.

V úvodní kapitole autor definuje většinu používaných pojmů, rozebírá poměrně podrobně jednotlivé typy bifurkací a uvádí jejich typizované tzv. normální formy. Ukazuje dále, při jakých změnách parametrů úlohy k těmto bifurkacím dochází. V další části je rozebrán systém reakce-difuze včetně fyzikální motivace studované okrajové úlohy. Autor zde také hezky vysvětluje podmínky, za kterých dochází k Turingovu efektu destabilizace (student odvozuje požadavky na koeficienty a vztahy mezi nimi, které musí být splněny, aby Turingův jev nastal).

V druhé kapitole práce se pan Kováč zaměřuje na kritické a bifurkační body. Na základě tzv. slabé nelineární analýzy se snaží určit, k jakým prostorovým vzorkům může řešení s mírně perturbovanou nehomogenní počáteční podmínkou pro rostoucí čas dokonvergovat — prostředky linearizace jsou k tomuto účelu již příliš hrubým a tedy nepostačujícím nástrojem. Pomocí škálování a vhodného výběru pivotních členů ukazuje, jaké jsou podmínky stability, resp. nestability prostorově homogenního řešení.

V závěrečné části student aplikuje aproximační WKBJ metodu hledání přibližného řešení lineárního systému diferenciálních rovnic, který má koeficient u členu s nejvyšší derivací řádově menší než u členů s nižšími derivacemi. Řešení takového problému se hledá v podobě rozvoje v asymptotickou řadu s konečným počtem členů a pomocí tzv. metody dominantní rovnováhy se určují jednotlivé koeficienty až do požadovaného řádu. Tato metoda je demonstrována na diferenciální rovnici druhého řádu, pro kterou je takto nalezeno přibližné řešení v podobě lineární kombinace dvou lineárně nezávislých řešení daných zanedbáním členů vyšších řádů v asymptotickém rozvoji. Obdobná lineární kombinace je pak použita pro systém reakce-difuze typu aktivátor-inhibitor, kde koeficient u členu s nejvyšší

(v tomto případě druhou) derivací odpovídá převrácené hodnotě velikosti oblasti, kde tento systém studujeme. V závěru práce jsou ukázány odhady asymptotického chování řešení tohoto systému pro rostoucí velikost oblasti. Platí při tom, že čím rychleji se bude oblast zvětšovat, tím přesnější odhady dostáváme.

Diplomová práce je čtivá, téma je zajímavé a aktuální, pro mne použitá metoda představuje nový pohled na systémy reakce-difuze vykazující Turingovu nestabilitu, hlavně v možnosti získat alespoň přibližné řešení dané okrajové úlohy. Vyzdvihl bych také, že celá práce je napsána v angličtině. Ne zcela bez chyb, ale jejich množství přirozeně odpovídá rozsahu textu a jedná se většinou o překlepy. V práci samotné jsem nenašel žádné věcné chyby.

Doporučoval bych podrobnější strukturování textu na jednotlivá tvrzení a jejich důkazy. Podle mého mínění by to pomohlo větší přehlednosti a tím i čitelnosti celého poměrně rozsáhlého textu. Autor místo jednotlivých tvrzení a jejich důkazů předkládá fakta, někde podložená výpočty, jinde víceméně konstatovaná. Vrcholné tvrzení celé práce se tak místo toho, aby bylo vyzdvihnuto na konci finální kapitoly, ztrácí někde v rámci volně plynoucího textu na posledních stránkách.

Student rozhodně splnil zadání, přes uvedené nedostatky diplomovou práci hodnotím velmi kladně, doporučuji ji k obhajobě a navrhuji hodnocení B — velmi dobře.

V Českých Budějovicích, 8.9.2020, Jan Eisner