

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ
ÚSTAV ŘÍZENÍ A EKONOMIKY PODNIKU



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

NAVRHOVÁNÍ EXPERIMENTŮ
DESIGN OF EXPERIMENTS

AUTOR: Jan Brtna

STUDIJNÍ PROGRAM: Výroba a ekonomika ve strojírenství

VEDOUCÍ PRÁCE: Ing. Barbora Stieberová, Ph.D.

PRAHA 2020

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Brtna** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **466418**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav řízení a ekonomiky podniku**
Studijní program: **Výroba a ekonomika ve strojírenství**
Studijní obor: **Technologie, materiály a ekonomika strojírenství**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Navrhování experimentů

Název bakalářské práce anglicky:

Design of Experiments

Pokyny pro vypracování:

1. Úvod
2. Charakteristika, principy metody DOE, oblasti aplikace, softwarová podpora
3. Případová studie – aplikace metody DOE pro vybraný experiment (návrh experimentu, jeho realizace a vyhodnocení)
4. Závěr

Seznam doporučené literatury:

1. TOŠENOVSKÝ, Josef. Plánování experimentů. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012. ISBN 978-80-248-2592-2.
2. MONTGOMERY, Douglas C. Design and analysis of experiments. John Wiley & sons, 2017.
3. ANTONY, Jiju. Design of experiments for engineers and scientists. Elsevier, 2014.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:


Ing. Barbora Stieberová, Ph.D., ústav řízení a ekonomiky podniku FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:


Datum zadání bakalářské práce: **12.04.2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **31.07.2020**

Platnost zadání bakalářské práce: **01.03.2021**


Ing. Barbora Stieberová, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

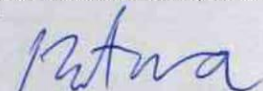

prof. Ing. František Freiberg, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

29.6.2020
Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně pod vedením Ing. Barbory Stieberové, Ph.D., a to výhradně s použitím pramenů a literatury, uvedených v seznamu citovaných zdrojů.

V Praze dne:

.....

Podpis

Anotace

Cílem práce bylo charakterizovat metody navrhování experimentů (DOE) a aplikovat je v případě analýzy spotřeby automobilu. V teoretické části jsou uvedeny a vysvětleny základní principy metody DOE, aplikované v praktické části. V rámci praktické části je navržen, proveden a vyhodnocen úplný faktorový plán pro vybrané faktory ovlivňující výši spotřeby automobilu.

Klíčová slova

navrhování experimentů, faktor, efekt

Annotation

The main purpose of this work was to characterise the methods of design of experiments and their application on a fuel consumption case. The theoretical part mostly concentrates on explaining principles of design of experiment, which are later used in the practical part. In the practical part there is the design, realization and analysis of full factorial experiment for the chosen factors.

Keywords

Design of experiments, factor, efect

Poděkování

Rád bych poděkoval své vedoucí bakalářské práce Ing. Barboře Stieberové, Ph.D. za její vedení, cenné rady a její čas věnovaný této práci. Dík patří také mé rodině, která mi pomáhala s experimentem a podporovala mě po dobu mého studia.

Obsah

Úvod	8
1. Teoretická část	9
1.1. Historie plánování experimentů	9
1.2. Možná použití designu experimentů	10
1.3. Úplný faktorový experiment	12
1.4. Částečný faktorový experiment	13
1.4.1. Operace s faktory a vlastnosti faktorů	14
1.4.2. Nalezení zaměnitelných dvojic	15
1.5. Základní principy designu experimentů	15
1.6. Test významnosti efektu	18
1.7. Významné body plánu	20
1.8. Úplné kvadratické modely	21
1.9. Softwarová podpora Designu experimentů	22
2. Praktická část	27
2.1. Úplný faktorový design	27
2.2. Jednofaktorový experiment	30
2.3. Efekt faktoru	31
2.3.1. Průměr rozdílů	31
2.3.2. Yatesův algoritmus	32
2.4. Grafické hodnocení efektu faktorů	34
2.5. Grafy interakcí	36
2.6. Odvození regresního modelu experimentu	40
Závěr	41
Použitá literatura:	42

Úvod

Plánování experimentů je jedním z nejsilnějších nástrojů používaných v předvýrobní etapě, protože velmi efektivně pomáhá k nalezení vhodného regresního vztahu mezi několika faktory, které ovlivňují výrobní proces a umožňuje stanovit jejich optimální hodnoty a vzájemné interakce. Plánování experimentů tedy pomáhá matematicky ocenit významnost vstupů, které jsou předem odhadnuty jako významné pro kvalitu produktu, a jejichž hodnoty sledovány. Nadále také dokáže stanovit optimální hodnoty zmíněných vstupů, aby proces byl co nejstabilnější, a tak byly minimalizovány rozdíly mezi jednotlivými produkty a výroba byla odolnější vůči negativním vlivům na ni. Použití designu experimentů může mít za následek snazší výrobu produktů a také lepší výkon produktů, jejich spolehlivost, nižší náklady a zkrácené časy na design a vývoj produktu. Je v dnešní době používán v mnoha odvětvích, a to od optimalizace výrobních procesů, návrhu výrobků až po marketing, tvorbu pravidel nebo vytváření webových stránek.

Tato práce je zaměřena hlavně na faktorové experimenty a jejich typy, základní principy designu experimentů, tedy znáhodnění, replikace a blokový design, softwarovou podporu designu experimentů. V praktické části je proveden úplný dvouúrovňový faktorový experiment se třemi faktory s cílem analyzovat působení jednotlivých faktorů na spotřebu automobilu. V práci jsou tedy vyhodnoceny efekty jednotlivých faktorů a jejich interakcí, které jsou následně graficky zpracovány do grafu a analyzovány. V poslední části je potom odvozen lineární regresní model pro tento experiment.

1. Teoretická část

1.1. Historie plánování experimentů

Plánování experimentů vzniklo na počátku 20. století a je nejvíce spojováno s anglickým matematikem Ronaldem Fisherem, který navrhl metodologii ve svých inovativních knihách *The Arrangement of Field Experiments* (1926) a *The Design of Experiments* (1935). Nejvíce vývoje v této oblasti bylo dosaženo především v zemědělství., kde pracoval právě i Ronald Fisher, který zpracovával výsledky experimentů v Rothamsteadské královské zemědělské stanici. Jako příklad udal hypotézu s čajem, kdy Muriel Bristol tvrdila, že je schopná poznat, zda do čaje bylo přidáno jako první mléko nebo čaj. Fisher proto tedy návrh, že ji dá ochutnat osm hrnků (4 od každého pořadí), aby poznala, do kterých bylo první přidáno mléko a do kterých čaj. Takovýto pokus dal 70 různých pořadí, ve kterých mohl čaj být servírován. V roce 1940 potom *Design of Experiments* rozvedli s novým experimentálním návrhem vědci Robin L. Plackett a J. P. Burman, kteří pracovali na anglickém ministerstvu dovozu a navrhli jednodušší systém pro počet pokusů dělitelný čtyřmi. V sedmdesátých letech potom přišel statistik George Box, který navrhl několik modelů experimentů společně s např. Gwilymem Jenkinsem nebo Donaldem Behnkenem. Jedna z nejpoužívanějších publikací používaných dodnes byla napsána v roce 1976 Douglasem C. Montgomerym, který v té době působil v Arizoně. Učebnice *Design and Analysis of Experiments* je dodnes používaná nejen praktiky, ale i např. tvůrci softwarů. V posledních letech se dbá zejména na zvyšování jakosti, což umožňují některé systémy metod jako např. Taguchiho metoda. V praxi se tato metoda vyzívá například v automobilovém průmyslu dále také např. i v biotechnologiích, marketingu nebo reklamách. Má tři hlavní principy, a to kvalita by měla být designově vnášena do produktu, nikoliv vměšována zvěňčí, kvality je nejlépe dosaženo, pokud je výsledný produkt co nejbližší původnímu záměru a cena kvality by měla být změřena jako funkce odchylky od standartu a ztráty by měly být měřeny v měřítku celého systému. Snažil se tedy aby jeho postupy byly co nejvíce odolné vůči vnějším vlivům. V oblasti *Design of Experiments* bylo navrženo mnoho různých metod a některé z nich popíšu i v dalších kapitolách. ^{[2] [4]}

1.2. Možná použití designu experimentů

Design experimentů si našel mnoho využití v různorodých odvětvích. Experimenty jsou vnímány jako část vědeckého procesu a jako jeden ze způsobů, jak se můžeme naučit, jak fungují systémy a popř. procesy. Obecně se učíme pomocí série aktivit, u kterých děláme dohady, o kterých potom pomocí experimentu získáváme data a následně využijeme tyto informace k vytvoření nových dohadů, které vedou k novým experimentům. Experimentální design je velmi důležitý pro vědecký a technický svět pro zdokonalování realizačního procesu. Nejdůležitější jsou pro design a vývoj nových výrobních procesů, a také pro management procesu výroby. Aplikace designu experimentů může mít mnoho pozitivních dopadů, a to například:

- a) Zlepšené výnosy procesu
- b) Zmenšená variabilita a větší shoda se stanovenými požadavky
- c) Zmenšená doba vývoje
- d) Zmenšení celkových nákladů

Design experimentů je také velmi využíván v projektových činnostech, kde jsou vyvíjeny nové produkty a zlepšovány existující produkty. Mezi aplikace designu experimentů v této oblasti patří například:

- a) Hodnocení a porovnání základních konfigurací různých designů
- b) Hodnocení materiálových alternativ
- c) Výběr parametrů v oblasti designu pro správnou funkci produktu za různých podmínek, a tedy zajištění jeho robustnosti
- d) Vyhodnocení klíčových parametrů, které ovlivňují výkon produktu

Design Experimentů může být využit například pro optimalizaci procesů v tomto případě využívání pájecích strojů, kde před optimalizací tento proces měl přibližně 1 % defektních pájecích spojů, které následně museli být ručně opraveny, což je ale značný problém, protože průměrná obvodová deska má přes 2000 pájených spojů, a tak i jedno procento vyústí v příliš mnoho oprav. Proto by tedy inženýr zodpovědný za tuto oblast rád vědět, které parametry stroje mají největší vliv na chybovost, a jak by se jim dalo předejít. Pájecí stroje mají několik kontrolovatelných parametrů, mezi něž patří: Teplota pájky, Předehřívaná teplota, rychlost dopravníku, typ toku, měrná

hmotnost toku, hloubka pájecí vlny a úhel dopravníku a několik nekontrolovatelných parametrů jako například: Tloušťka obvodové desky, druhy použitých komponentů, Rozložení součástí na desce, operátor nebo rychlost výroby. V této situaci je tedy důležité určit, které faktory jsou významné, ať už jsou kontrolovatelné nebo ne. Pro dosažení tohoto cíle je tedy možné navrhnout experiment tak, aby bylo možné určit velikost a směr efektu faktoru, tedy jak moc se změní počet defektů na desku při změně každého faktoru a jak počet defektů reaguje na změnu více faktorů ve stejnou dobu. Po provedení experimentu mohou být tedy vyhodnoceny významné faktory a určena jejich vhodná úroveň nastavení. ^[2]

Dalším možným praktickým použitím je při designu produktu. Za příklad můžeme vzít design nové pumpy pro nitrožilní podání léčiva. Pumpa by měla podávat stále stejné množství látek během určitého intervalu. Je tedy potřeba určit množství proměnných, popř. parametrů. Mezi ně patří průměr a délka válce, uložení mezi pístem a válcem, délka pístu, průměr a šířka stěn trubice spojující pumpu s jehlou, materiál pro výrobu válce a trubice a jmenovitý tlak, pod kterých celý systém pracuje. Vliv některých parametrů může být zjištěn už výrobou prototypů, kde tyto parametry se budou lišit ve vhodných rozmezích. Pomocí takového designu experimentů může tedy daný inženýr určit parametry pro nejvíce spolehlivou a konzistentní pumpu pro podávání léčiva. ^[2]

Design experimentů může být také použit pro směsné experimenty, kdy je používána směs biologických materiálů, chemických činidel a dalších materiálů v kombinaci s lidskou krví např. pro možnou diagnózu nemoci. Takovéto experimenty jsou používány např. pro design biotechnologických produktů, léčiv, potravin a nápojů, mýdel a dalších produktů pro osobní péči. ^[2]

Posledním využitím, které zde zmíním je použití designu experimentů pro vytváření webových stránek, kdy chceme zjistit jaké parametry způsobují, že návštěvníci stránky se proklikají celou stránkou a neopustí ji téměř ihned. Webová stránka má následující části: hlavní titulek, podtitulek, hlavní text, hlavní obrázek na pravé straně, návrh pozadí a zápatí. Každý z těchto faktorů však má mnoho možností, a tak není možné udělat kompletní faktoriální design. Proto by v tomto případě bylo vhodné použít částečný faktoriální design, který by měl větší šanci na úspěch. ^{[2][5][6]}

1.3. Úplný faktorový experiment

Faktorové experimenty jsou užívány v případech, kdy je nutné posuzovat společné účinky více faktorů na odezvu. Nejdůležitějšími případy jsou experimenty, které mají pouze 2 úrovně. Tyto úrovně mohou být kvantitativní jako například teplota, rychlost nebo např. tvrdost nebo kvalitativní jako např. porovnání dvou operátorů, strojů nebo přítomnosti, popřípadě nepřítomnosti jednoho z faktorů. Kompletní podoba takového designu vyžaduje $2 \times 2 \times 2 \dots \times 2 = 2^k$ pokusů a nazývá se 2^k faktorový experiment. Tento design je především užitečný a účinný v brzkých fázích experimentování, kdy je potřeba vyšetřit mnoho faktorů. Vyžaduje totiž menší množství pokusů, a takže je můžeme všechny prošetřit pomocí plného faktorového experimentu. [1]

V tomto případě budeme používat úplný faktorový experiment s třemi faktory. Mohli bychom však udělat i experimenty s jiným počtem faktorů jako např. dvěma nebo čtyřmi, jejichž příklad můžete vidět v tabulkách níže.

Pokus	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

Tab. 1: Úplný faktorový experiment pro 2 faktory

	M	N	O	P	M N	M O	M P	N O	N P	O P	M N O	M N P	N O P	M O P	M N O P
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1
3	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1
4	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
5	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
6	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1
7	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
10	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	-1
11	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1
12	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1
13	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1
14	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1
15	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1
16	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1

Tab.2: Úplný faktorový experiment pro 4 faktory

1.4. Částečný faktorový experiment

Při provádění úplného faktorového experimentu sestavujeme plná pro každý faktor, což je rozdíl oproti částečnému faktorovému experimentu, kde sestavujeme plán pouze pro vybrané faktory. Ty nazýváme hlavní faktory a faktory, které jsme nevybrali budeme nazývat faktory vedlejší. Ty budeme vyjadřovat pomocí hlavních faktorů. Toto označení nevychází z efektu jednotlivých faktorů, ale pouze z možnosti vyjádření závislostí mezi jednotlivými faktory.

Částečné faktorové experimenty rozdělujeme do tří kategorií:

- a) Poloviční plány (plány s nejnižším stupněm snížení, což znamená $p=1$)
- b) Středové plány (plány mezi nejnižším a nejvyšším stupněm snížení)
- c) Nasycené plány (plány s nejvyšším stupněm snížení)

Je-li 2^k označení pro úplný experiment, kde:

2 = počet úrovní faktorů

k = počet faktorů,

pak 2^{k-p} bude označení pro částečný faktorový experiment, kde p je stupeň snížení.

Například pro plán 2^7 , který představuje $n = 128$ pokusů, můžeme použít nejnižší stupeň snížení, což je 1, čímž dostaneme experiment, který obsahuje $n = 2^{7-1}$ pokusů, tedy 64 pokusů. Jedná se právě o výše zmíněný poloviční plán. Pro tento případ bychom však mohli zvolit i vyšší stupeň snížení, a to konkrétně 2 nebo 3, abychom dostali středový plán nebo dokonce 4, čímž bychom získali nasycený plán, protože se jedná o nejvyšší stupeň snížení možný o tohoto případu. ^{[1][3]}

Nejvyšší stupeň snížení získáme pomocí podmínky $n \geq k$, kde:

n = počet pokusů

k = počet faktorů

1.4.1. Operace s faktory a vlastnosti faktorů

Pro operace s faktory budeme používat jednotkový faktor, což je faktor, který obsahuje pouze úroveň „+“. Pro operace s faktory používáme tyto vztahy:

$$A \cdot A = I$$

$$A \cdot I = I \cdot A = A$$

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$

$$A \cdot B = B \cdot A$$

Pro konkrétní případy potom postupujeme tak, že si určíme hlavní faktory, což například v našem ukázkovém případě mohou být faktory A, B, D a E a C bude vedlejší faktor, který vyjádříme jako kombinaci hlavních faktorů, a to například:

$$C = ABDE$$

Každá kombinace faktorů tvoří slovo, které se skládá z písmen (faktorů). Počet písmen je potom délka slova. Vztah vyjadřující vedlejší faktory se nazývá generátor. V částečném plánu musí být stejné množství generátorů jako vedlejších faktorů. Vynásobením generátoru levou stranou rovnice, tedy v tomto případě faktorem C získáme:

$$C \cdot C = C \cdot ABDE$$

z čehož po úpravě dostaneme:

$$I = ABCDE$$

Slova, která se rovnají I jsou nazývána definiční rovnice. Může jich být i více než jedna a délka nejkratšího slova je tzv. řešení plánu. ^{[1][3]}

1.4.2. Nalezení zaměnitelných dvojic

Pomocí definičních rovnic můžeme najít dvojice faktorů, popř. interakcí, které tvoří stejné posloupnosti znamének a nazýváme je zaměnitelné dvojice. Pro případ uvedený výše můžeme najít například zaměnitelnou dvojici k AD, a to tak, že vynásobíme definiční rovnici právě touto interakcí:

$$I = ABCDE$$

$$AD \cdot I = AD \cdot ABCDE$$

Z čehož po úpravě dostáváme:

$$AD = BCE$$

1.5. Základní principy designu experimentů

Tři základní principy designu experimentů jsou znáhodnění, replikace a blokový design. Znáhodnění je stavebním kamenem pro používání statistických metod v designu experimentů. Znáhodněním je myšleno jak náhodné rozdělení experimentálního materiálu, tak i náhodné pořadí jednotlivých pokusů. Statické metody vyžadují, aby chyby byly nezávislé mezi proměnnými. Díky správnému znáhodnění experimentu také dosáhneme zprůměrování cizích efektů, které mohou být přítomné. Například v případě experimentu testujícím tvrdost předpokládejme, že naše vzorky mají nepatrně odlišnou šířku, což může ovlivnit efektivitu kalícího média.

Kdybychom tedy všechny vzorky, které byly kaleny prvním způsobem byly původně silnější, než vzorky kalené druhým způsobem můžeme zavést systematickou chybu do našich výsledků experimentu. Počítačovní inženýři jsou zvyklí na pomáhání s experimenty při výběru a provedení designu experimentů. Tyto programy často ukážou pořadí pokusů v designu experimentů v náhodném pořadí. Náhodné pořadí je vytvořeno generováním náhodných čísel. Často se u experimentů vyskytnou situace, kdy znáhodnění některého z aspektů je velmi složité jako například v chemických procesech, kde teplotu nechceme měnit tak často jako jiné faktory. V experimentech takového typu je velmi obtížné kompletní znáhodnění, protože by neúměrně zvyšovalo cenu a čas. ^{[1] [2]}

Replikací je myšleno nezávislé provedení každé kombinace faktorů. V případě zmíněném u znáhodnění máme např. 5 vzorků kalených prvním způsobem a 5 vzorků kalených druhým způsobem, což znamená, že máme 5 replik. Každé z těchto 10 pozorování by mělo být provedeno v náhodném pořadí. Umožní to experimentátorovi odhadnout chybu a také pokud ve výsledku využijeme průměr jako hodnotu faktoru, tak nám replikace umožní přesnější určení tohoto parametru. Replikace reflektuje zdroje variability mezi jednotlivými měřeními, ale i v rámci jednoho měření. ^{[1] [2]}

Blokový design je technika používaná pro zlepšení přesnosti porovnání mezi jednotlivými faktory. Blokový design se používá v případě, nejsme schopni dodržet, že všechny podmínky, kromě těch zadaných plánem experimentu, jsou stejné po celou dobu experimentování. Často je blokový design využíván pro zredukování nebo popř. až eliminování variability vytvořené rušivými faktory, což jsou faktory, které mohou ovlivnit výsledné hodnoty, ale pro nás nejsou zajímavé. Jako příklad můžeme vzít, že pro experiment týkající se chemického procesu budeme potřebovat dvě dávky materiálu pro provedení všech pokusů. Mohou zde však vzniknout rozdíly mezi jednotlivými dávkami např. z důvodu rozdílů mezi dvěma dodavateli. Pokud nás tedy tento efekt nezajímá budeme rozdíl mezi dávkami brát jako rušivý faktor. Obecně je blok brán jako relativně homogenní skupina. V případě příkladu z oblasti chemického procesu bychom brali jednu dávku materiálu jako blok, protože očekáváme, že variabilita v rámci jedné várky bude menší než mezi jednotlivými dávkami. Typicky tedy každá úroveň rušivého faktoru bude formovat jeden blok. ^{[1] [2][3]}

Vytvoření bloků znamená rozdělit pokusy do skupiny, ve kterých budou mít všechny pokusy stejné podmínky pro provedení, tedy například pokusy patřící do prvního bloku budeme tedy provádět jeden den a pokusy patřící do druhého bloku další den. Bloky jsou vytvářeny tak, abychom byli schopni při výpočtu eliminovat případný vliv neschopnosti zajistit stejné podmínky pro celý experiment a také bylo možné určit, zda mají bloky vliv na výsledek. ^{[1] [2]}

Vybrané generátory bloků:

Počet proměnných k	Velikost bloku	Generátory bloků
3	4	B1=123
	2	B1=12, B2=13
4	8	B1=1234
	4	B1=124, B2=134
	2	B1=12, B2=23, B3=34
5	16	B1=12345
	8	B1=123, B2=345
	4	B1=125, B2=235, B3=345
	2	B1=12, B2=13, B3=34, B4=45

Tab. 3: Generátory bloků, převzato z [1]

Počítejme s případem, který má 3 faktory (C,D,E), tedy 8 pokusů a chceme ho rozdělit do 2 bloků, které každý bude tvořit 4 pokusy. Vytvoříme si tabulku pro tento experiment a rozdělíme jednotlivé pokusy do 2 bloků podle znaménka u kombinace faktorů CDE.

Pořadové číslo pokusu	Experimentální proměnné = Faktory			Blokové proměnné	Číslo bloku
	C	D	E		
-	C	D	E	CDE	-
1	-1	-1	-1	-1	I
2	1	-1	-1	1	II
3	-1	1	-1	1	II
4	1	1	-1	-1	I
5	-1	-1	1	1	II
6	1	-1	1	-1	I
7	-1	1	1	-1	I
8	1	1	1	1	II

Tab. 4: Rozdělení do 2 bloků

Máme tedy 2 bloky, a to:

Blok	I	II
(CDE)	-	+

Tab.5: Rozdělení 2 bloků

1.6. Test významnosti efektu

Test významnosti efektu se používá v případě opakovaného měření. V testování významnosti efektů můžeme dojít ke dvěma závěrům, a to podle nulové hypotézy H_0 , že efekt faktoru je bezvýznamný nebo podle alternativní hypotézy H_1 , že efekt faktoru je významný. K testování významnosti efektu nejprve potřebujeme znát rozptyl odhadu efektu, který vypočteme pomocí vzorce:

$$s_e^2 = \frac{4\sigma^2}{n},$$

kde σ^2 je rozptyl Y a n je počet pokusů (včetně opakování). σ^2 zjistíme pomocí veličiny s^2 , která se v případě opakovaných pokusů vypočte jako:

$$s^2 = \frac{v_1 s_1^2 + v_2 s_2^2 + \dots + v_k s_k^2}{v_1 + v_2 + \dots + v_k},$$

kde $v_i = n_i - 1$, n_i = počet opakování i -tého pokusu, s_i^2 je rozptyl i -tého pokusu.

Rozptyl s_i^2 se potom vypočte pomocí vzorce:

$$s_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

Pro případ pouze dvou opakování lze s využitím vzorce pro aritmetický průměr tento vztah zjednodušit:

$$s_i^2 = \frac{2(Y_1 - Y_2)^2}{4} = \frac{(Y_1 - Y_2)^2}{2}$$

K testování použijeme testovací kritérium:

$$t = \frac{\text{efekt}}{s_e}$$

Pro stanovení kritického oboru vybereme hladinu významnosti $\alpha = 0,05$ a zjistíme kritickou hodnotu pomocí vztahu:

$$t_{n_1 + n_2 + \dots + n_k - n}(\alpha)$$

kde n_1, \dots, n_k jsou počty opakování pokusů, zde $n_i = 2$; n je počet pokusů bez opakování, zde $n = 8$. [1][3]

V případě že nebylo provedeno opakované měření, použijeme pro určení významnosti normální pravděpodobnostní graf, popř. poloviční pravděpodobnostní graf. V grafu na vodorovnou osu vynášíme efekt, popř. efekt v absolutní hodnotě a na svislou osu se vynáší kumulativní četnost. Četnost vypočteme jako:

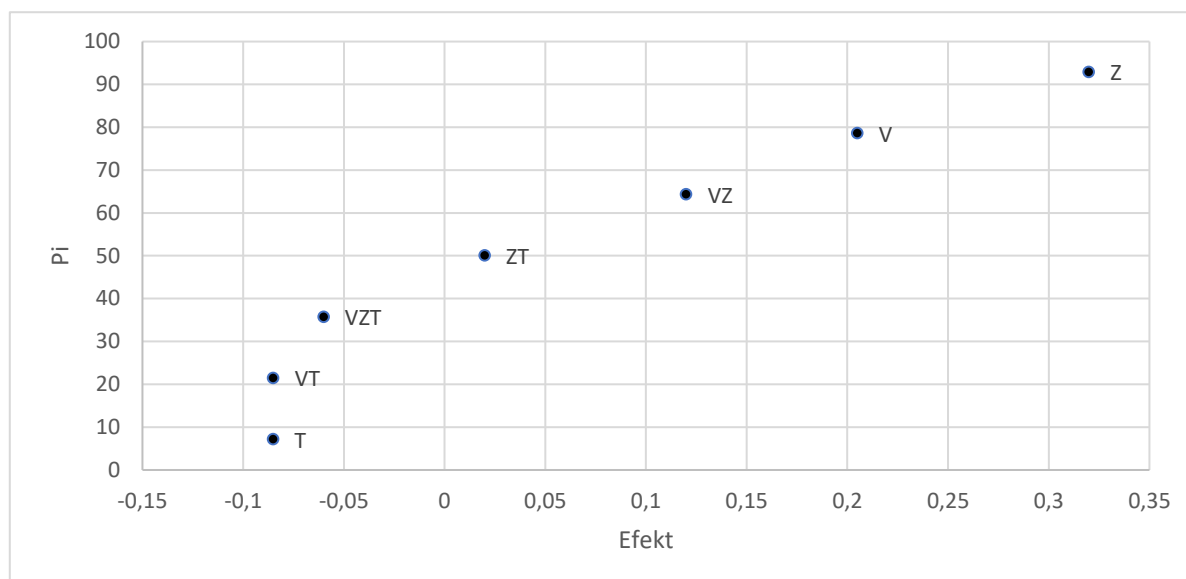
$$P_i = \frac{100(i - 0,5)}{m}$$

kde $i = 1, 2, \dots$, přičemž m je počet faktorů a interakcí.

Za významné faktory potom bereme ty faktory, které se nacházejí výrazně mimo hlavní linii. Při použití grafické metody je vhodné si nejdříve připravit používané údaje do tabulky (hodnoty použity z praktické úlohy):

Číslo	1	2	3	4	5	6	7
Efekt	-0,085	-0,085	-0,06	0,02	0,12	0,205	0,32
Faktor	T	VT	VZT	ZT	VZ	V	Z
P _i	7,14	21,42	35,71	50	64,29	78,57	92,86

Tabulka 6: Pomocná tabulka pro grafické hodnocení významnosti efektů



Obr. 1: Normální pravděpodobnostní graf

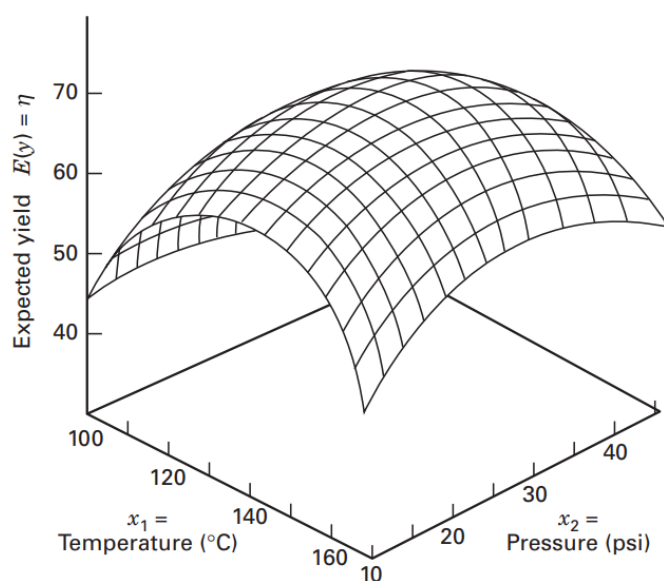
1.7. Významné body plánu

Pro nalezení často vhodnějších kvadratických regresních modelů je třeba experiment doplnit o nové body plánu. V plánech experimentů se používají tři typy bodů, a to:

- a) Krychlové body
- b) Centrální body
- c) Hvězdíkové body

Krychlové body jsou součástí každého plánu experimentu a mají vždy přesný počet a to: $n = 2^{k-p}$. Tyto body jsou používány pro výpočet efektu faktorů, jak již bylo provedeno v kapitole 2.2. . Centrální body už nemají předem určený počet, ale lze jejich doporučený počet určit z tabulky. Jsou významné pro určení, zda postačuje lineární model nebo je potřeba použít model kvadratický, což lze určit testem křivosti.

Lze v nich také vypočítat čistou chybu měření nebo pure error. Mohou být přidány do plánu 2^{k-p} , pokud daný plán má pouze kvantitativní faktory, tedy nemá žádné faktory kvalitativní, u kterých neexistuje úroveň 0. Hvězdicových bodů máme v plánu experimentu dvakrát více než faktorů. U dvou faktorů je lze najít na kružnici se středem (0,0), která prochází vrcholy čtverce a u třech faktorů to jsou body, kde kulová plocha se středem v počátku a procházející krychlovými body plánu, protíná souřadné osy. Jejich souřadnice jsou v případě dvou faktorů $(\pm\alpha, 0), (0, \pm\alpha)$. Jsou používány především pro výpočet koeficientů v úplném kvadratickém modelu. [1] [2]



Obr. 2:

Responsní

plocha pro 2 faktory (teplota a tlak), převzato z [2]

1.8. Úplné kvadratické modely

Kvadratické modely nejsou potřeba ve všech případech, a tak nejdříve potřebujeme určit, zda je takovýto model potřeba nebo nám vystačí lineární model. Pro nalezení kvadratického modelu existují podmínky, a to že plán experimentu musí mít alespoň $(1+2k+k(k-1))/2$ bodů a že každá proměnná musí mít alespoň tři úrovně, čehož lze docílit přidáním hvězdicových bodů nebo přímým zvolením tří úrovní u každého faktoru. Pro zjištění, zda je kvadratický model potřeba lze použít tři metody, a to test křivosti, test lack-of-fit nebo test ANOVA. Nejjednodušší z nich je test křivosti, kterým se také zde budeme zabývat.

V testu křivosti se používají centrální body a také krychlové body, jejich počty si označíme n_c , potažmo n_f a jejich průměrné y si označíme \bar{y}_c a \bar{y}_f . Pro vyhodnocení nutnosti kvadratického modelu budeme potřebovat vypočítat kritickou hodnotu a hodnotu testovacího kritéria a následně je porovnat. Kritickou hodnotu stanovíme pomocí F-testu za předpokladu platnosti nulové hypotézy testu křivosti, což je:

$$H_0: \sum_{j=1}^k \beta_{jj} = 0$$

potom tedy kritickou hodnotu spočteme pomocí F-testu:

$$F_{1, n_c - 1}(\alpha)$$

Testovací kritérium je:

$$T = \frac{\frac{SS_{CPQ}}{1}}{\frac{\sum (y_i - \bar{y}_c)^2}{n_c - 1}}$$

Kde SS_{CPQ} je součet čtverců odchylek kvadratického zakřivení a vypočítá se:

$$SS_{CPQ} = \frac{n_f n_c (\bar{y}_f - \bar{y}_c)^2}{n_f + n_c}$$

Následně už pouze srovnáme hodnoty testovacího kritéria a kritické hodnoty a pokud testovací kritérium je menší, než kritická hodnota znamená to, že nepotřebujeme kvadratický model. ^[1]

1.9. Softwarová podpora Designu experimentů

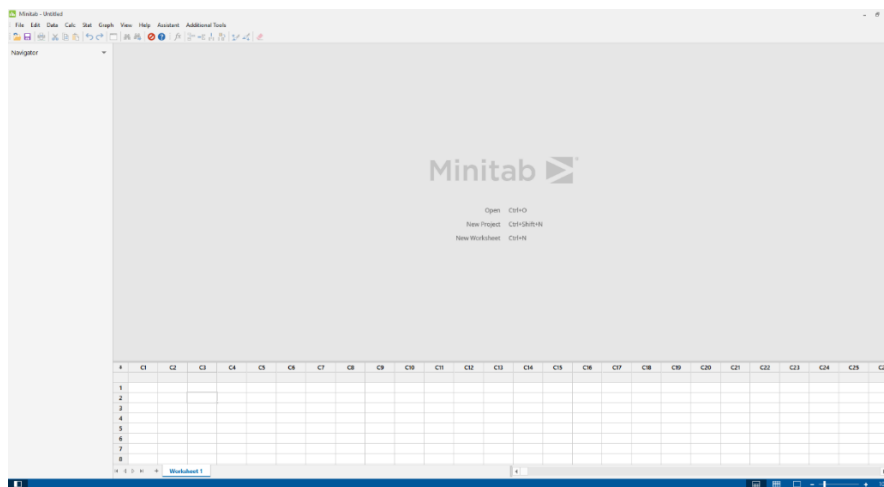
Softwary používané pro designování experimentů jsou velmi důležité a reprezentují cestu k implementaci metod designu experimentů, které vychází ze statistické a kombinatorické teorie. Softwary pro faktorový experiment velmi zjednodušují velice složité výpočty, které dříve musely být prováděny s pomocí kalkulaček. Během druhé světové války se faktorový experiment zapříčinil velkým zrychlení vývoje průmyslu pro spojenecké síly. Tyto designy byly často velmi jednoduché, ale i přesto byly velmi účinné pro prověřovací účely. Po druhé světové válce George Box popsal, jak vygenerovat reakční plochy pro optimalizaci procesů. Od té doby se design experimentů začal využívat v chemickém průmyslu díky snadné manipulaci jednotlivých faktorů jako např. teplota, tlak nebo koncentrace. První softwary používané pouze pro design experimentů začali být dostupné v osmdesátých letech 20.

století. Mezi první softwary pro design experimentů patřily například JMP, Minitab nebo Cornerstone.

Mezi výhody používání softwarů k designu experimentů patří např. identifikování klíčových faktorů pro zlepšení produktů a procesů, snadné nastavení a analýza faktorových a dalších experimentálních designů, provedení numerické optimalizace, prověřování pro zjištění kritických faktorů a jejich interakcí. Mezi pokročilejší funkce potom patří např. rotující 3D grafy pro vizualizaci reakčních ploch, Procházení modelů pomocí počítačové myši pro označení bodů podél cesty k identifikaci souřadnic a predikci reakce a v neposlední řadě přesná lokalizace míst splňujících všechny stanovené požadavky pomocí optimalizačních funkcí.

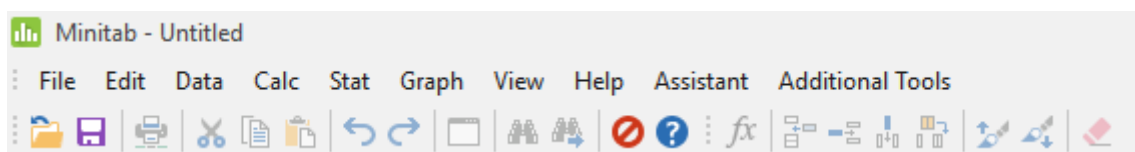
Programy pro podporu designu experimentů jsou v dnešní době využívány inženýry, genetiky, biology a také např. zemědělci. Je to tak velmi užitečný nástroj v především v oblastech přírodních, sociálních a technických věd.

V další části se pokusím objasnit základní postup pro zpracování Design of Experiments v programu Minitab.



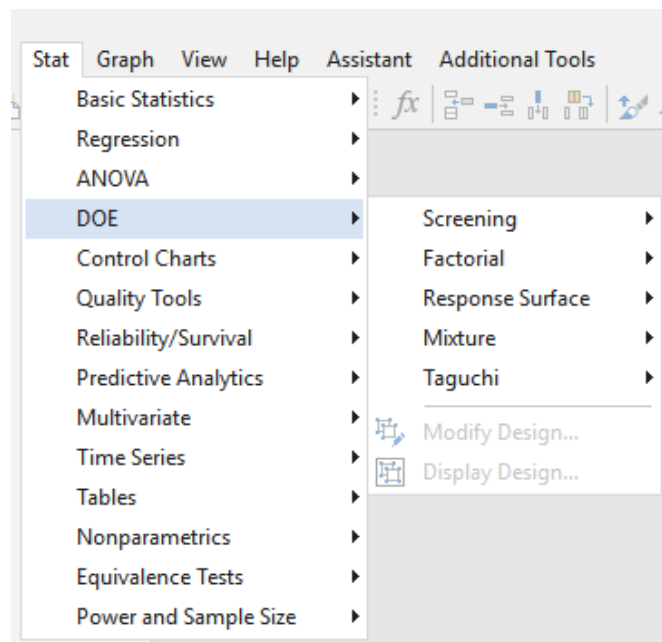
Obr. 3: Základní okno programu Minitab

Ve spodní části lze vidět pracovní list, kde budou hodnoty naměřené během pokusů.



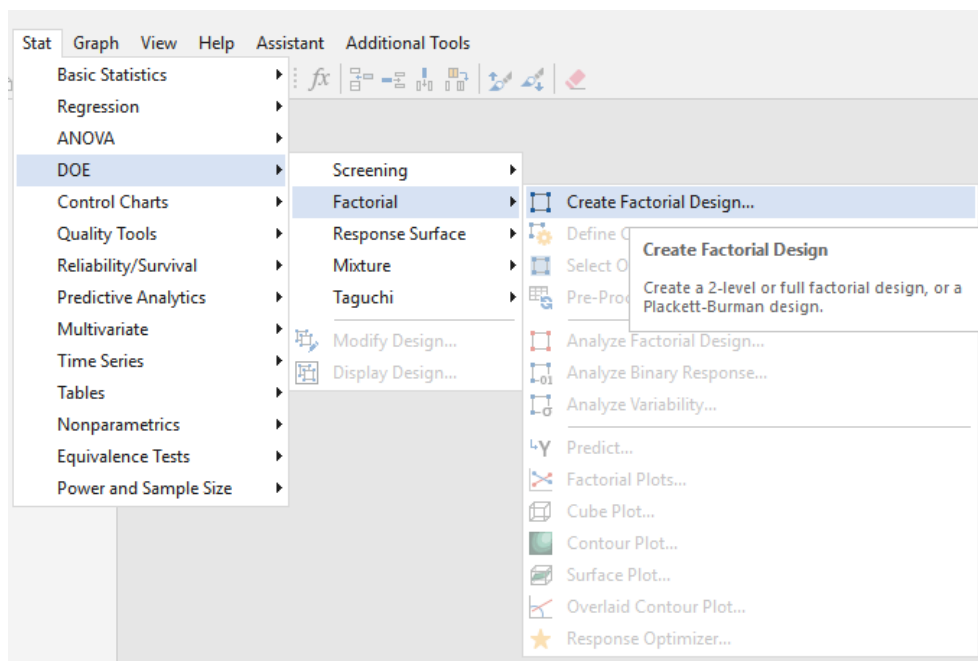
Obr. 4: Hlavní panel

V horní části je panel, který budeme používat pro ukládání a otevírání projektů, ale také vytváření grafů a plánování experimentu.

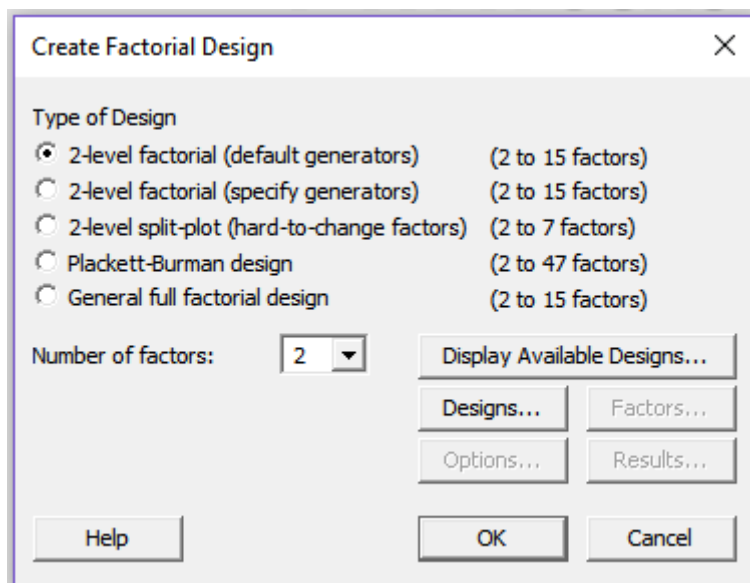


Obr. 5: DOE na hlavním panelu

Funkce určené pro designování experimentů najdeme na panelu pod záložkou Stat. My se budeme zabývat především faktoriálními experimenty, a tak nás nejvíce zajímá záložka Factorial.

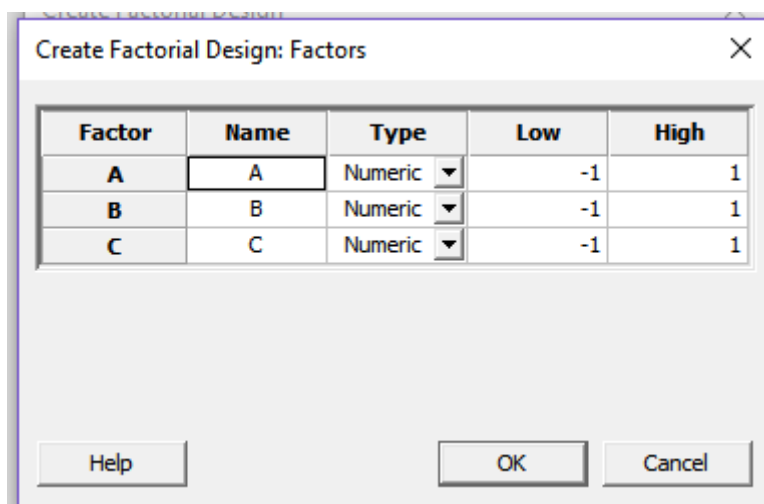


Obr. 6: Vytvoření faktoriálního experimentu



Obr. 7: Základní nabídka pro vytvoření faktoriálního designu

V našem případě si změním počet faktorů (Number of factors) na 3 a následně pod tlačítkem Designs změním možnost 1/2 fraction (Poloviční plán) na Full faktoriál (Úplný faktorový). V případě více faktorů bychom potom měli více možností voleb mezi úplným plánem a několika stupni snížení u částečných plánu. Následně zmáčkneme tlačítko Factors.



Obr. 8: Volba faktorů

Nyní zadáme námi zvolené faktory a jejich úrovně. Do sloupce Name vždy zadáme název faktoru, popř. písmeno, které ho vystihuje, do kolony low zadáváme hodnotu spodní úrovně daného faktoru a do kolony high zadáváme hodnotu horní úrovně. V případě že jeden nebo více z našich faktorů je kvalitativních, tak v sloupci type změním u daného faktoru typ na text a zadám např. jména strojů, které používáme.

Nyní můžeme provést analýzu našeho faktorového designu pomocí funkce Analyze Factorial Design, kterou najdeme pod Stat -> DOE -> factorial a následně vybereme odezvu, kterou chceme analyzovat.

Factorial Regression: Y ver... ✕

WORKSHEET 3

Factorial Regression: Y versus V; Z; T

Coded Coefficients

Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		5,202		*	*	*
V	0,2050	0,1025		*	*	1,00
Z	0,3200	0,1600		*	*	1,00
T	-0,08500	-0,04250		*	*	1,00
V*Z	0,12000	0,06000		*	*	1,00
V*T	-0,08500	-0,04250		*	*	1,00
Z*T	0,02000	0,01000		*	*	1,00
V*Z*T	-0,06000	-0,03000		*	*	1,00

Obr. 9: Analýza faktoriálního designu

V analýze faktorového designu najdeme například efekty jednotlivých faktorů, Paretův graf nebo také regresní funkci pro veškeré faktory.

Následně můžeme například použít další možnosti v menu stat -> DOE -> factorial design jako například různé grafy nebo optimalizaci odezvy, kde je možné zjistit vhodné parametry pro maximalizaci, popř. minimalizaci odezvy nebo také dosažení konkrétní hodnoty odezvy. ^{[2][7]}

2. Praktická část

V této kapitole bude zpracován konkrétní případ aplikace designu experimentů, a to konkrétně úplný faktorový design pro 3 faktory. Je v něm posouzen vliv faktorů na spotřebu automobilu. Jako faktory, které by mohly mít na spotřebu význam byly odhadnuty faktory teplota vzduchu, rychlost jízdy a přidaná zátěž. Nejprve jsem stanovil plán experimentů, podle kterého byly následně realizovány všechny pokusy. Na základě provedení experimentu je zde proveden výpočet efektu faktorů a jejich vzájemných interakcí, posouzení významnosti jednotlivých efektů, analyzovány grafy interakcí a stanoven lineární model experimentu. Všechny výpočty jsou provedeny jak v MS Excel, tak v prostředí Minitab. Pro měření byl použit Ford Focus C MAX 1,6 TDCi a naměřené hodnoty spotřeby byly stanoveny jako celková spotřeba na určenou trasu přepočtené na 100 km jízdy. Pro měření byla použita měřicí zařízení benzinové stanice.

2.1. Úplný faktorový design

Protože používáme pouze dvě úrovně pro každý faktor, tak předpokládáme, že odezva bude lineární pro celé rozmezí, které jsme si pro experiment zvolili.

V našem bude úplný faktorový experiment vypadat takto:

Faktor	Označení	Dolní úroveň	Horní úroveň
		-	+
Rychlosti jízdy	V	60 km/h	80 km/h
Přidaná zátěž (váha)	Z	0 kg	150 kg
Teplota vzduchu	T	10 °C	25°C

Tab. 7: Seznam faktorů a úrovní

Počet pokusů, ze kterých je sestaven úplný experiment vypočteme jako počet variací k-té třídy ze dvou prvků s opakováním. Pro $k=3$ budeme tedy potřebovat 2^3 pokusů, což znamená osm řádků.

Nyní sestavíme plán experimentu pro úplný faktorový plán, který bude vypadat takto:

(Y_i je výsledek i -tého pokusu)

Pokus	V [km/h]	Z [kg]	T [°C]	Y_i
1	60	0	10	
2	80	0	10	
3	60	150	10	
4	80	150	10	
5	60	0	25	
6	80	0	25	
7	60	150	25	
8	80	150	25	

Tab. 8: Plán experimentu

Plán experimentů můžeme výhodněji přepsat pomocí této symboliky, pro dvě úrovně uvažujeme dolní úroveň jako -1 a horní úroveň jako 1. Tabulka potom bude vypadat následovně:

Pokus	V	Z	T	Y_i
1	-1	-1	-1	
2	1	-1	-1	
3	-1	1	-1	
4	1	1	-1	
5	-1	-1	1	
6	1	-1	1	
7	-1	1	1	
8	1	1	1	

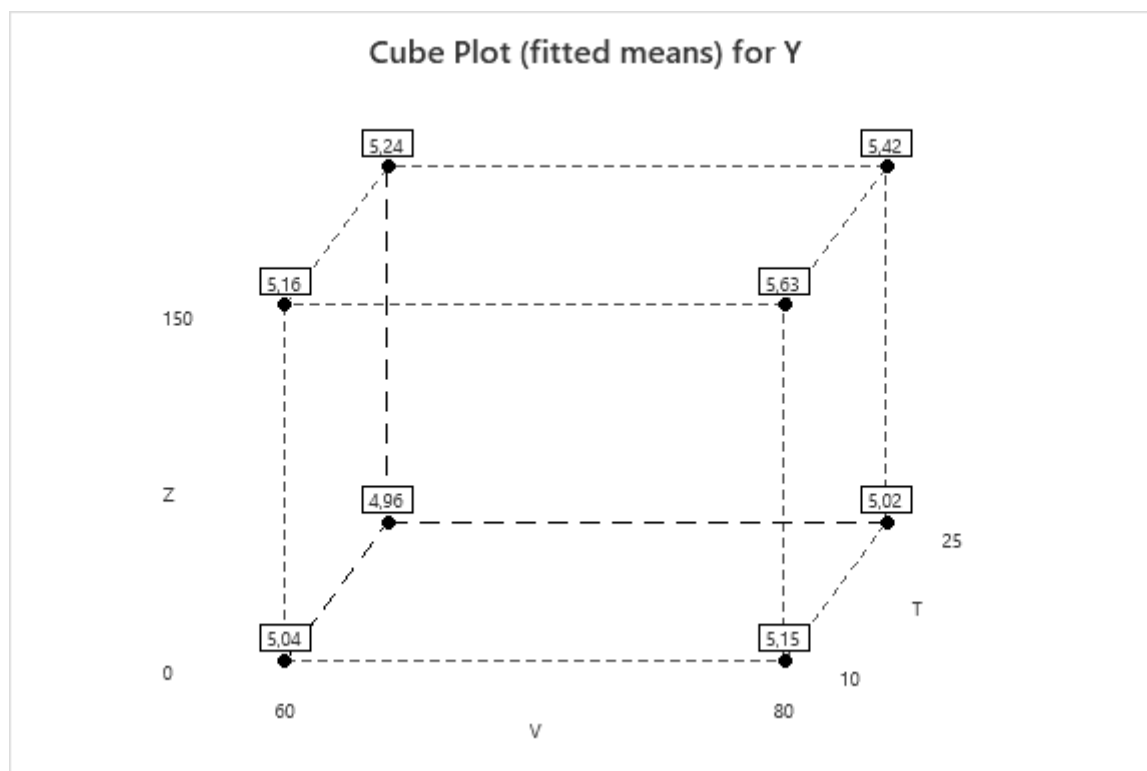
Tab. 9: Plán experimentu v kódovaných proměnných

Protože některé faktory samy o sobě nemusejí být příliš významné, ale mohou být významné v kombinaci s dalším faktorem uvažuje se často právě tzv. interakce mezi více faktory, kdy jejich hranice se určí pomocí součinu znamének u faktorů, které jsou kombinovány.

Pokus	V	Z	T	VZ	VT	ZT	VZT	Y [l]
1	-	-	-	+	+	+	-	5,04
2	+	-	-	-	-	+	+	5,15
3	-	+	-	-	+	-	+	5,16
4	+	+	-	+	-	-	-	5,63
5	-	-	+	+	-	-	+	4,96
6	+	-	+	-	+	-	-	5,02
7	-	+	+	-	-	+	-	5,24
8	+	+	+	+	+	+	+	5,42

Tab. 10: Faktory, jejich interakce a hodnoty ukazatele kvality Y

V tabulce 10 jsou uvedeny faktory a jejich vzájemné interakce pro jednotlivé pokusy a výsledky provedených pokusů, tedy hodnoty ukazatele kvality Y, což v mém případě je spotřeba automobilu v l/100 km.



Obr. 10: Krychlový graf pro Y

Na Grafu X můžete vidět výsledné hodnoty Y (rohové body krychle) pro jednotlivé kombinace úrovní faktorů. Každý faktor je zobrazen na jedné ose (např. pro Z můžeme hodnoty pro spodní úroveň vidět v základně krychle a hodnoty pro horní úroveň potom v horní části krychle) a snadno tak z tohoto grafu jdou vyčíst hodnoty pro jednotlivé

hladiny faktorů. Každá hrana v krychli symbolizuje změnu faktoru z jedné hladiny na druhou, a tak by značně zjednodušila ruční výpočet efektu faktorů.

Přepočtení původních proměnných na kódované se může provést takto:

$$X_c = \frac{x_0 - \frac{x_{max} + x_{min}}{2}}{\frac{x_{max} - x_{min}}{2}}$$

kde:

x_0 = proměnná v původních jednotkách,

x_c = kódovaná proměnná,

x_{max} = horní úroveň x ,

2.2. Jednofaktorový experiment

Další možností sestavení plánu je jednofaktorový plán, při kterém se může vždy měnit úroveň pouze u jednoho z faktorů a u ostatních zůstává na střední úrovni, která je průměrem horní a dolní úrovně a značí se „0“. Počet pokusů u tohoto typu experimentu stanovíme jako $n=2 \cdot k$, v tomto případě tedy $n = 2 \cdot 3 = 6$. Budeme tedy potřebovat 6 řádků (=pokusů)

Pro náš již výše zmíněný případ by jednofaktorový plán vypadal následovně:

Pokus	V	Z	T
1	+	0	0
2	-	0	0
3	0	+	0
4	0	-	0
5	0	0	+
6	0	0	-

Tab. 11: Jednofaktorový plán

2.3. Efekt faktoru

Efekt faktoru vyjadřuje změnu ukazatele kvality Y, která zapříčiní přechod tohoto faktoru z dolní úrovně na horní úroveň. Níže uvedu několik způsobů, jak vypočítat efekt faktoru.

2.3.1. Průměr rozdílů

Výpočet provedeme např. pro faktor V. Podle definice je efekt faktoru přechod z dolní úrovně na horní úroveň. Tyto přechody se v našem případě vyskytnou čtyřikrát s efekty:

$$5,15-5,04= 0,11$$

$$5,63-5,16= 0,47$$

$$5,02-4,96= 0,06$$

$$5,42-5,24= 0,18$$

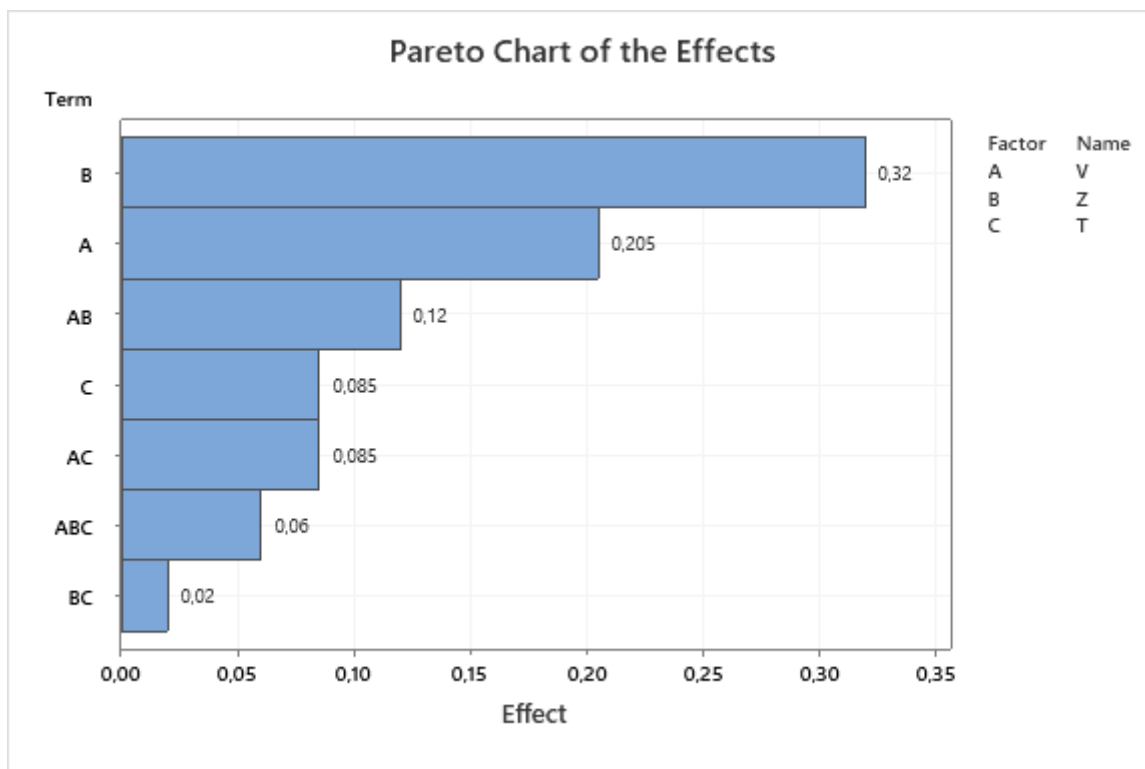
Efekt faktoru V potom dopočteme:

$$ef(V) = 1/4 \cdot (0,11+0,47+0,06+0,18)=0,205$$

Dopočteme efekty pro všechny kombinace a doplníme do Tab. 4

Pokus	V	Z	T	VZ	VT	ZT	VZT	Y	Faktor	Efekt
1	-	-	-	+	+	+	-	5,04	(1)	5,2025
2	+	-	-	-	-	+	+	5,15	V	0,205
3	-	+	-	-	+	-	+	5,16	Z	0,32
4	+	+	-	+	-	-	-	5,63	VZ	0,12
5	-	-	+	+	-	-	+	4,96	T	-0,085
6	+	-	+	-	+	-	-	5,02	VT	-0,085
7	-	+	+	-	-	+	-	5,24	ZT	0,02
8	+	+	+	+	+	+	+	5,42	VZT	-0,06

Tab. 12: Efekt faktorů a interakcí



Obr. 11: Paretův graf pro efekty faktorů vytvořen v programu Minitab

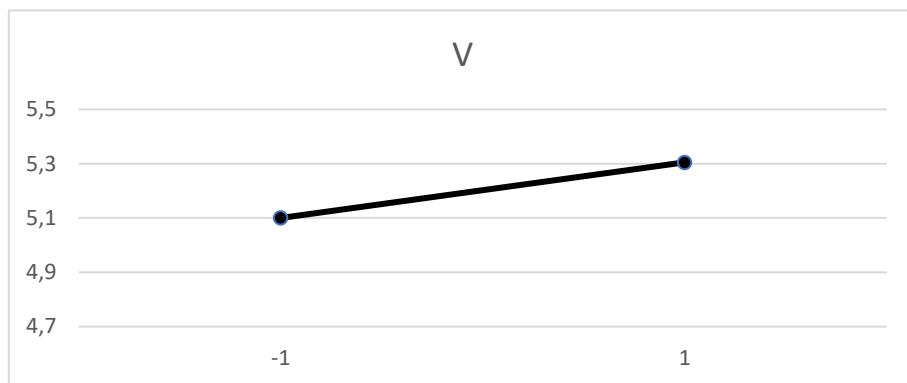
Na obrázku X je graficky vyobrazen efekt jednotlivých faktorů a také interakcí mezi nimi, přičemž faktor V je v grafu označen A, faktor Z je označen B a faktor T je označen C, což můžete vidět i v legendě grafu, obdobně to platí také pro jejich vzájemné interakce.

2.3.2. Yatesův algoritmus

Další možností výpočtu efektu faktorů je Yatesův algoritmus. Postupuje se tak, že ve sloupci (1) je součet 1. a 2. řádku, potom součet 3. a 4. řádku, 5. a 6. řádku, 7. a 8. řádku, následuje rozdíl 2. a 1. řádku, 4. a 3. řádku, 6. a 5. řádku, 8 a 7 řádku. Stejně se postupuje ve sloupci (2) a (3). Číslovaných sloupců je tolik, kolik je faktorů. Efekt je roven podílu čísla v posledním číslovaném sloupci a "dělitele". Posloupnost faktorů a interakcí v posledním sloupci je pevná a nelze ji změnit. Odtud také pochází seřazení faktorů v posledním sloupci tabulky 6.

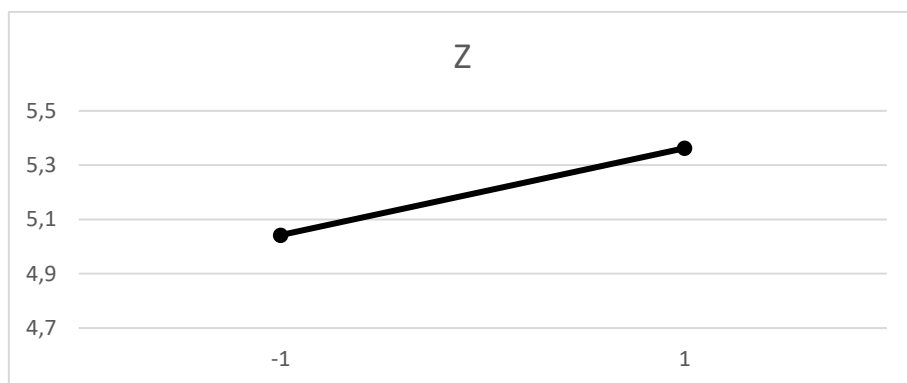
Y	(1)	(2)	(3)	Dělitel	Efekt	Faktor
5,04	10,19	20,98	41,62	8	5,2025	(1)
5,15	10,79	20,64	0,82	4	0,205	V
5,16	9,98	0,58	1,28	4	0,32	Z
5,63	10,66	0,24	0,48	4	0,12	VZ
4,96	0,11	0,6	-0,34	4	-0,085	T
5,02	0,47	0,68	-0,34	4	-0,085	VT
5,24	0,06	0,36	0,08	4	0,02	ZT
5,42	0,18	0,12	-0,24	4	-0,06	VZT

Tab. 13: Efekt faktorů a interakcí a pomocný výpočet Yatesovým algoritmem



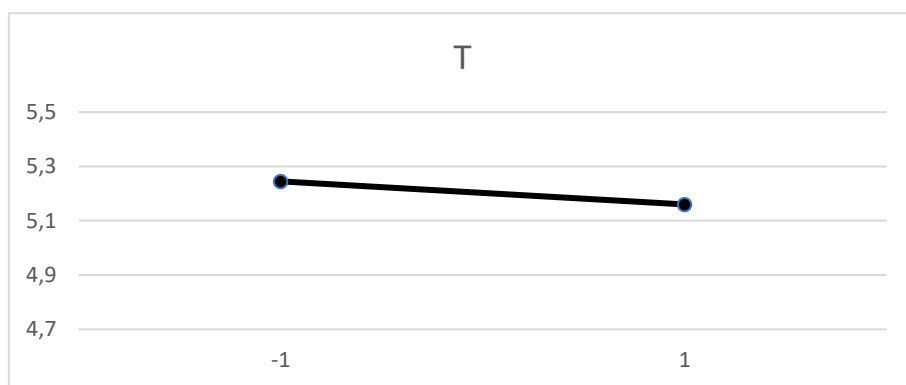
Obr. 12: Úsečkový graf pro faktor V

Z Obr. 1 je zřejmé, že když je faktor V (rychlost jízdy), v horní úrovni, tak je spotřeba nejvyšší, tedy při rychlosti 80 km/h.



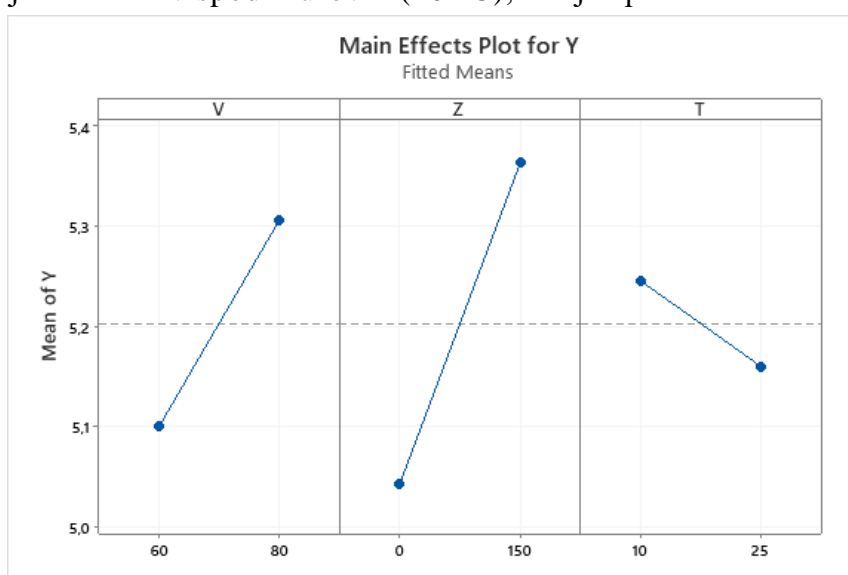
Obr. 13: Úsečkový graf pro faktor Z

Z Obr. 2 vyplývá, že nejnižší spotřeba paliva je při spodní úrovni faktoru Z, tedy když přidaná zátěž je 0 kg.



Obr. 14: Úsečkový graf pro faktor T

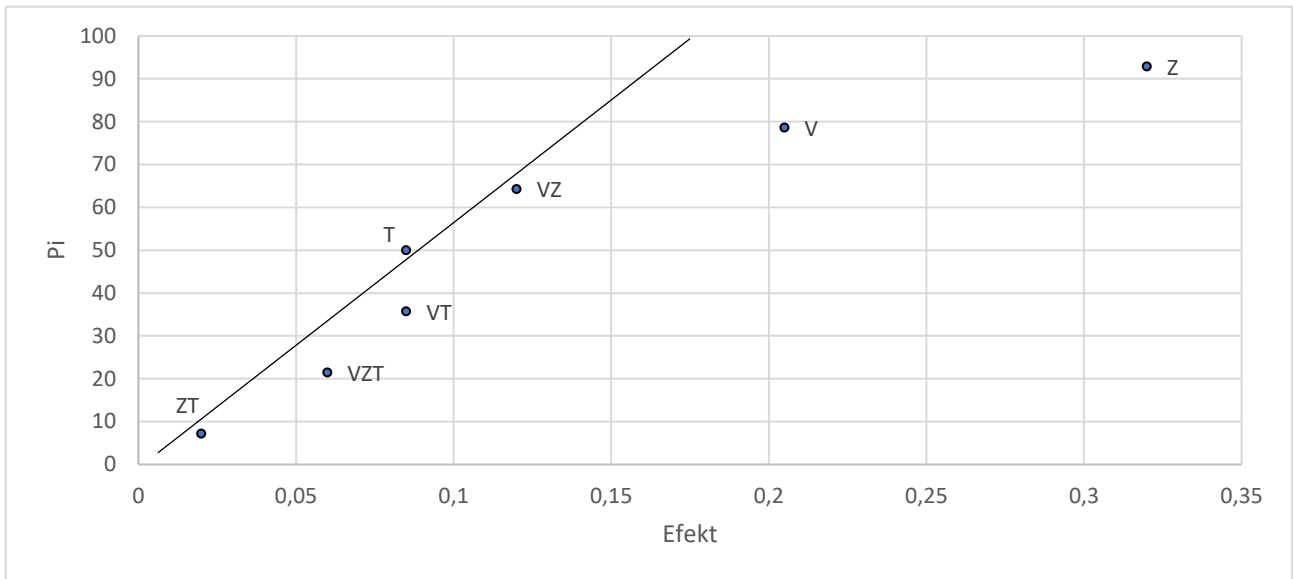
Na Obr. 3 můžeme vidět, že faktor T má opačný vliv na výslednou spotřebu než faktor Z a V. Když je faktor T v spodní úrovni (10 °C), tak je spotřeba automobilu nejvyšší.



Obr. 15: Úsečkové grafy pro faktory V, Z a T z programu Minitab

2.4. Grafické hodnocení efektu faktorů

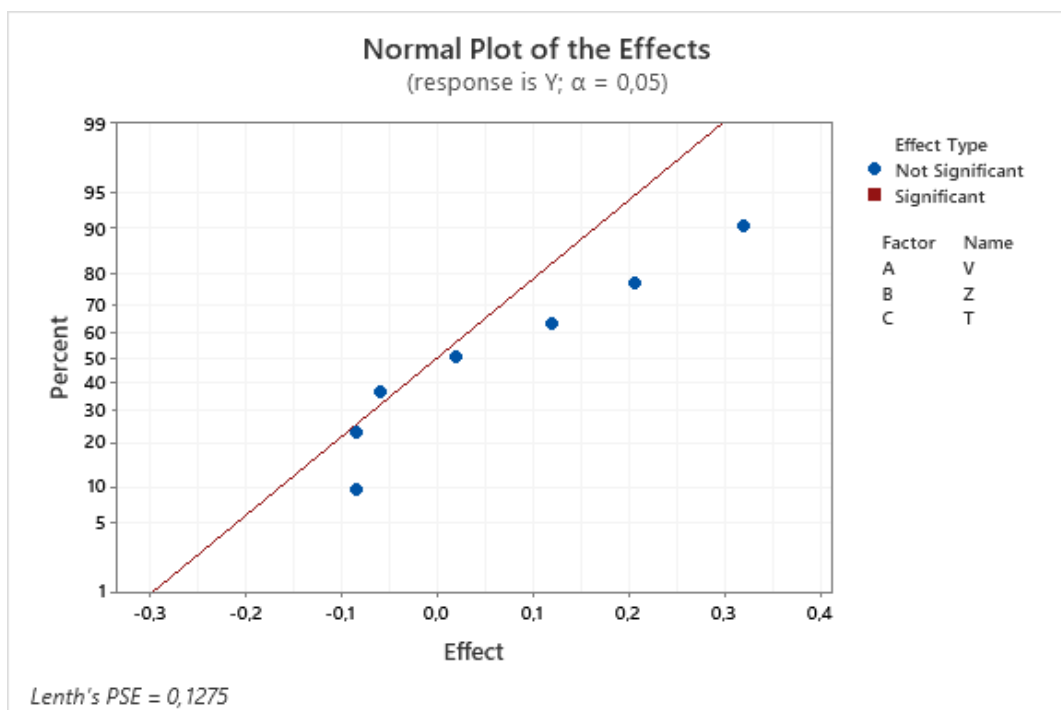
Pokud se neprovádí opakování pokusů je používána grafická metoda určování významných faktorů, přesněji řečeno pravděpodobnostní graf, popř. poloviční normální pravděpodobnostní graf, který zde použijí. V něm vynášíme na vodorovnou osu absolutní hodnoty efektů a na svislou osu kumulativní četnost.



Obr. 16: Poloviční normální pravděpodobnostní graf

Číslo	1	2	3	4	5	6	7
Efekt	-0,085	-0,085	-0,06	0,02	0,12	0,205	0,32
Faktor	T	VT	VZT	ZT	VZ	V	Z
P _i	7,14	21,42	35,71	50	64,29	78,57	92,86

Tabulka 14: Pomocná tabulka pro grafické hodnocení významnosti efektů



Obr. 17: Normální pravděpodobnostní graf

Významnost efektů určuje podle grafu tak, že určíme, které body (faktory) jsou mimo hlavní osu. V našem případě můžeme vidět, že všechny body jsou v oblasti hlavní osy, a tak žádný z faktorů není významný. To je ověřeno také programem Minitab, který vyhodnocuje významnost každého faktoru, což můžeme vidět i na obrázku X, kde modře jsou body, které nejsou významné a červeně jsou významné body.

2.5. Grafy interakcí

Grafy interakcí se používají většinou pro významné interakce, kdy umožňují vyhodnocení optimální úrovně jednotlivých faktorů v závislosti na druhém faktoru. Tato úroveň se pak může značně lišit od optimálních úrovní jednotlivých faktorů. Pokud mezi efekty neexistuje žádná interakce, tak by v grafu efekty byly rovnoběžné. Čím více různoběžné jsou, tím větší je interakce mezi danými faktory. Pro interakce VZ, VT a ZT si připravíme tabulky, podle nichž následně sestrojíme grafy interakcí.

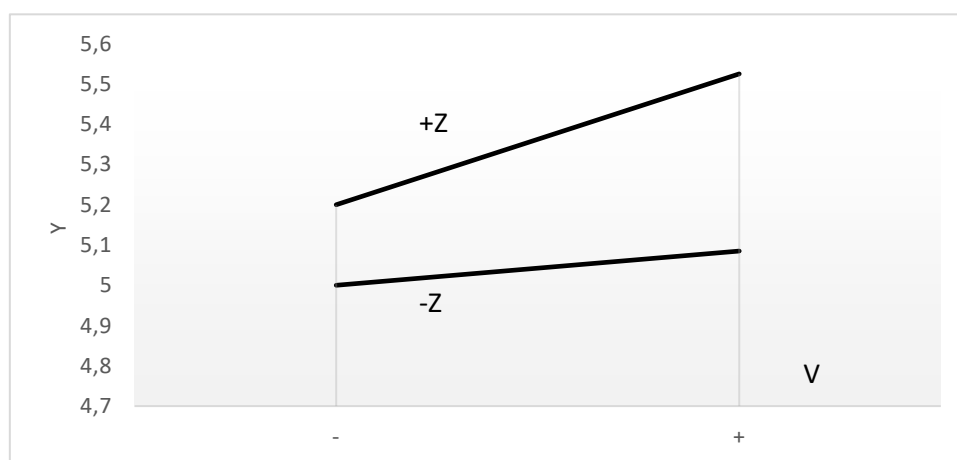
Interakce mezi faktory V a Z:

V	Z			průměr
-	-	4,96	5,04	5
+	-	5,02	5,15	5,085

V	Z			průměr
-	+	5,24	5,16	5,2
+	+	5,42	5,63	5,525

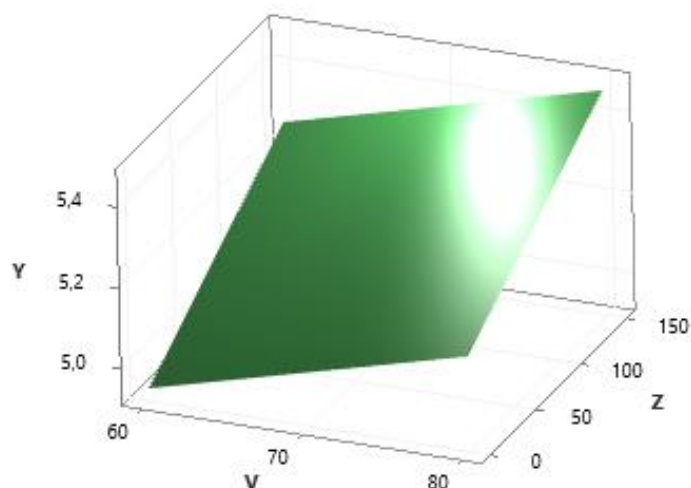
Tab. 15 a 16: Výpočet bodů do grafu interakcí mezi V a Z

Na obrázku č. 2 je zobrazen vliv faktoru V (rychlost jízdy) na měřitelnost veličinu Y v závislosti na faktoru Z (přidaná zátěž).



Obr. 18: Vliv V na Y v závislosti na Z

Z grafu na Obr. 2 je z vizuálního vyhodnocení zřejmé, že když je přidaná zátěž a rychlost jízdy oboje na horní úrovni (150 kg, 80 km/h) je spotřeba automobilu nejvyšší a když je zátěž a rychlost na spodní úrovni (0 kg, 60 km/h), tak je výsledná spotřeba automobilu nejnižší.



Obr. 19: Povrchový graf pro faktory V a Z

Na obrázku X je vyobrazena plocha symbolizující spotřebu automobilu v závislosti na změně faktorů V a Z. Můžeme vidět, že faktory mají relativně podobný vliv na výslednou spotřebu, protože plocha nemá ani jeden rozměr výrazně větší.

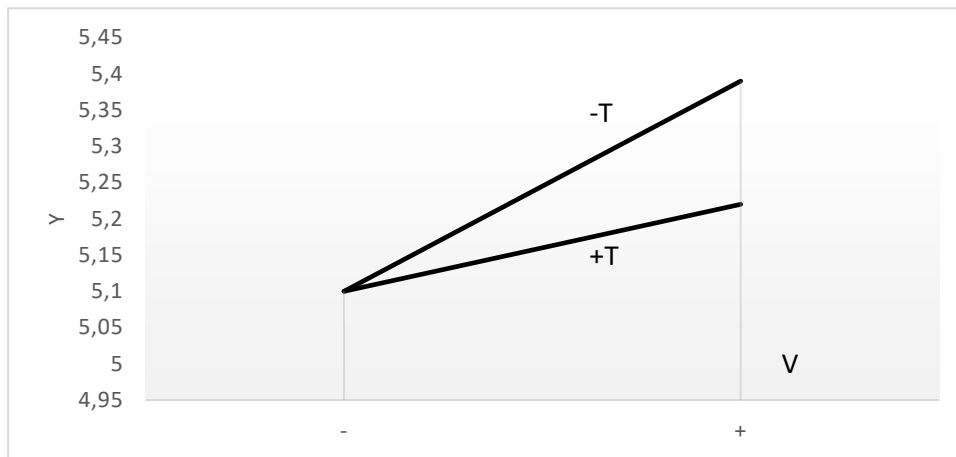
Interakce mezi faktory V a T:

V	T			průměr
-	-	5,16	5,04	5,1
+	-	5,63	5,15	5,39

V	T			průměr
-	+	5,24	4,96	5,1
+	+	5,42	5,02	5,22

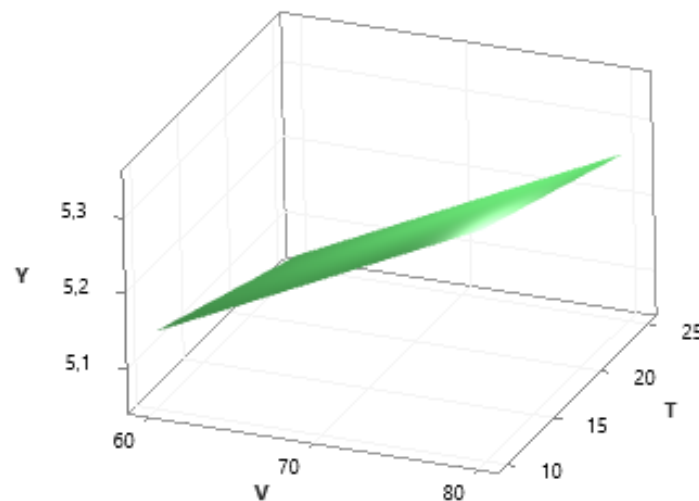
Tab. 17 a a 18: Výpočet bodů do grafu interakcí mezi V a T

Na obrázku č. 3 je zobrazen vliv faktoru V (rychlost jízdy) na měřitelnost veličinu Y v závislosti na faktoru T (teplota okolí).



Obr. 20: Vliv V na Y v závislosti na T

Z grafu na Obr. 3 je z vizuálního vyhodnocení zřejmé, že nejvyšší spotřeba automobilu bude při faktoru V v horní úrovni (80 km/h) a faktoru T v dolní úrovni (10 °C). Naopak nejnižší spotřeba bude v obou případech, kdy je faktor V v dolní úrovni (60 km/h).



Obr. 21: Povrchový graf pro faktory V a T

Na obrázku X je vyobrazena plocha symbolizující spotřebu automobilu v závislosti na změně faktorů V a T. Lze z grafu usoudit, že faktor V má výrazně větší efekt na výslednou spotřebu než faktor T, protože plocha na grafu je výrazně větší na rozměru patřící faktoru V.

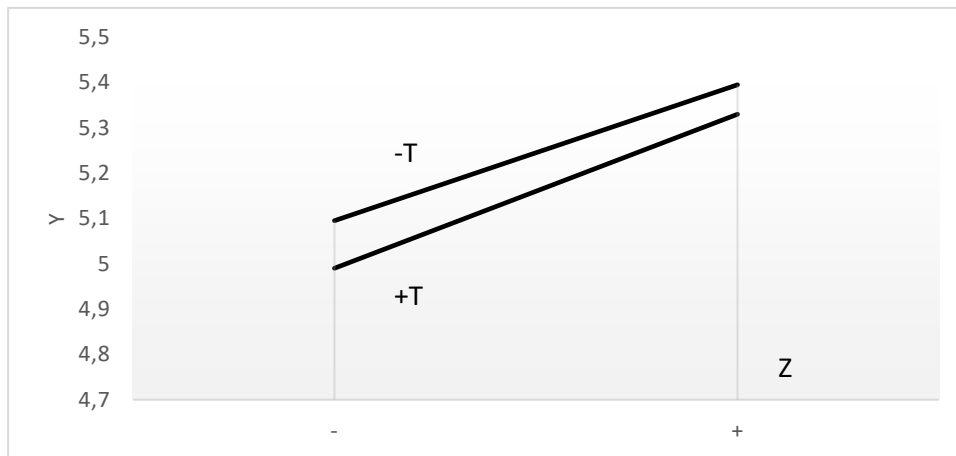
Interakce mezi faktory Z a T:

Z	T			průměr
-	-	4,96	5,04	5,095
+	-	5,02	5,15	5,395

Z	T			průměr
-	+	5,24	5,16	4,99
+	+	5,42	5,63	5,33

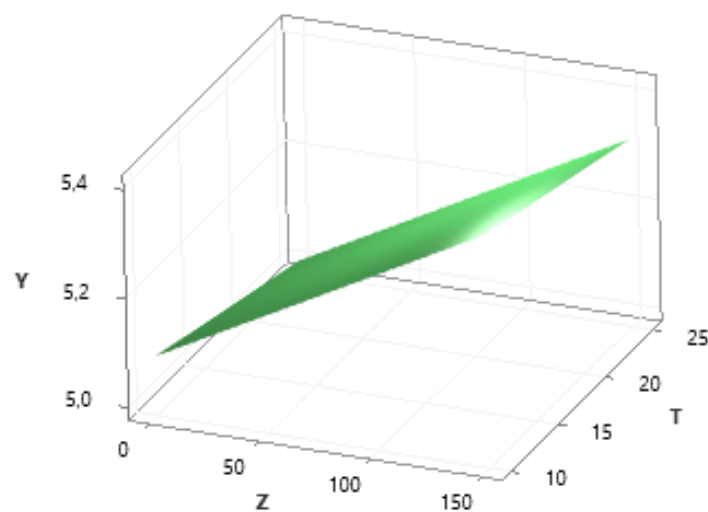
Tab. 19 a 20: Výpočet bodů do grafu interakcí mezi Z a T

Na obrázku č. 3 je zobrazen vliv faktoru Z (přidaná zátěž) na měřitelnou veličinu Y v závislosti na faktoru T (teplota okolí).



Obr. 22: Vliv Z na Y v závislosti na T

Z grafu na Obr. 3 je z vizuálního vyhodnocení zřejmé, že interakce mezi faktory Z a T jsou poměrně malé, protože přímky jsou téměř rovnoběžné. Nejnižší spotřeby je dosaženo při faktoru T na horní úrovni (25 °C) a faktoru Z na dolní úrovni (0 kg).



Obr. 23: Povrchový graf pro faktory Z a T

Na obrázku X je vyobrazena plocha symbolizující spotřebu automobilu v závislosti na změně faktorů Z a T. Lze z grafu usoudit, že faktor Z má výrazně větší efekt na výslednou spotřebu, ostatně podobně jako u grafu pro faktory V a T.

Na grafech na obrázcích 2, 3 a 4 vidíme interakce mezi faktory experimentu Z, T a V. Protože tyto efekty ani v jednom případě nejsou stejné, existuje mezi nimi interakce. Podle grafu můžeme podle různoběžnosti přímek vyčíst, že nejsilnější interakce je mezi faktory V a Z a naopak nejslabší mezi faktory Z a T, což si můžeme potvrdit i v tabulkách 6 a 7.

2.6. Odvození regresního modelu experimentu

Pro odvození regresního modelu lze použít mnoho různých regresních modelů. Protože v mém případě nejsou žádné významné faktory, tak není potřeba regresní model. Ukážu zde však jak odvodit regresní model při použití dvou faktorů s největším efektem a při použití všech faktorů a jejich interakcí.

Pro faktory V a Z by neúplný kvadratický model podle [2] vypadal takto:

$$Y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$$

Jeho samotné koeficienty potom vypočtu pomocí efektu jednotlivých faktorů, a to následovně:

$$Y = 5,2025 + 0,1025V + 0,16Z$$

Přepoččet na původní proměnné:

$$Y = 5,2025 + 0,1025 \cdot \frac{V_0 - 70}{20} + 0,16 \cdot \frac{Z_0 - 75}{150}$$

Což po úpravě vychází:

$$Y = 4,776 + 0,005125 \cdot V_0 + 0,001067 \cdot Z_0$$

Pro regresní model používající všechny faktory a jejich interakce jsem použil program Minitab a regresní model tak vypadá následovně:

$$Y = 4,663 + 0,007167 V - 0,01031 Z + 0,004667 T + 0,000173 V \cdot Z - 0,000167 V \cdot T + 0,000391 Z \cdot T - 0,000005 V \cdot Z \cdot T$$

Závěr

Hlavním cílem této práce bylo charakterizovat základní principy designu experimentů. Dalším cílem potom bylo popsání použití programu Minitab při designu experimentů. Hlavním cílem potom bylo aplikovat metodu designu experimentů na praktické úloze týkající se spotřeby automobilu. V té byly jako faktory použity rychlost jízdy, zátěž a teplota vzduchu, sledovaným znakem kvality byla spotřeba paliva. Použitím faktorových plánů jsem analyzoval vliv jednotlivých faktorů a vliv jejich interakcí na spotřebu automobilu.

Rozdíl mezi nejvyšší a nejnižší spotřebou automobilu byl 0,67 l/100 km, tedy pouze 12 %. Z analýzy provedené pomocí programu Minitab vyplynulo, že žádný z vybraných faktorů nebyl v zkoumaném rozsahu významný. To v praxi znamená, že takováto optimalizace není potřebná z důvodu časových nákladů a poměrně těžké ovlivnitelnosti nadbytečné zátěže a teploty vzduchu.

Při tvorbě práce jsem si vyzkoušel použití statistických metod na praktické úloze a získal cenné vědomosti z oblasti designu experimentů, včetně ovládání programu Minitab.

Použitá literatura:

- [1] TOŠENOVSKÝ, Josef. Plánování experimentů. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012. ISBN 978-80-248-2592-2.
- [2] MONTGOMERY, Douglas C. Design and analysis of experiments. John Wiley & Sons, 2017.
- [3] ANTONY, Jiju. Design of experiments for engineers and scientists. Elsevier, 2014.
- [4] TAGUCHI G., CHOWDHURY S., WU Y.: Taguchi's Quality Engineering Handbook. Wiley. New Jersey. 2005
- [5] RYAN, Thomas P. Statistical methods for quality improvement. John Wiley & Sons, 2011.
- [6] SCHMIDT, Stephen R.; LAUNSBY, Robert G. Understanding industrial designed experiments. Air Academy Press, 1989.
- [7] MATHEWS, Paul G. Design of Experiments with MINITAB. Milwaukee^eWisconsin Wisconsin: ASQ Quality Press, 2005.