Oponentský posudek k práci „Struktura Cliffordových grup v konečně-rozměrné kvantové mechanice“ J. Kovaľa

Ve své bakalářské práci, pojaté jako práce rešeršní, se Julius Kovaľ zabývá studiem struktury Cliffordovy grupy a souvisejícími otázkami kvantové mechaniky na konečněrozměrném stavovém prostoru. V první polovině je práce vedena takovým způsobem, aby nebylo třeba rozlišovat mezi sudými a lichými hodnotami mohutnosti konfiguračního prostoru N, nicméně poslední kapitola je již vymezena pouze na lichá N. Dle závěru lze nabýt dojmu, že výsledky obdobné obecnosti nelze pro sudá N získat, či alespoň ne v rámci rešeršní metodiky. Ačkoli zadání se o takovém vymezení nezmiňuje, rovněž nevyžaduje kompletní obecnost a lze tedy v tomto ohledu považovat za splněné.

Práce je psána velmi pečlivým způsobem, důkazy jsou poskytnuty i pro odvození, u kterých se běžně spoléhá na poučený odhad čtenáře. Díky tomu si ovšem čtenář snáze všímá, když příležitostně nějaká srovnatelně podstatná podrobnost chybí, například ve tvrzení 2.20 zmínka, zda uvažování faktorgrupy $H(N)/\mathrm{U}(1)$ je oprávněné, tedy zda $\mathrm{U}(1)$ tvoří v $H(N)$ normální podgrupu (opakuje se i v jiných případech rozkladu podle $\mathrm{U}(1)$).

Text provádí čtenáře velmi srozumitelnou formou od motivačního případu přes potřebné teoretické základy k odvození hlavních výsledků a jasnému shrnutí včetně naznačení dalšího možného směru výzkumné práce. Jediné dva zřetelnější zádrhely v jinak plynulém výkladu jsou

1. tvrzení na str. 9, „Proto lze konfigurační prostor [...] ztotožnit s abelovskou grupou“, zejména spojka „proto“. V této chvíli jediné, co o konfiguračním prostoru je dáno, je jeho mohutnost N, vzájemnou polohu a cyklickou strukturu vektorů polohy vnáší teprve následující odstavec;
2. tvrzení „Z fyzikálního hlediska jsou dva kvantové stavy, které se liší jen o fázový faktor, nerozlišitelné, a proto [...] lze od Weylovy–Heisenbergovy grupy přejít ke grupě P_N“. Zde není evidentní, k jakým účelům chceme grupu používat. Nicméně elementy W.–H. grupy jsou operátory, zatímco prvky P_N vnitřní automorfismy operátorů, nelze tedy v žádné aplikaci jednoduše provést náhradu jednoho konceptu za druhý. Zřejmě je zamýšlen přechod od grupy $H(N)$ k její faktorgrupě zmíněné výše na této stránce, jejímiž prvky jsou množiny operátorů lišící se jednotkovým komplexním prefaktorem a která je s P_N izomorfní. To však zdaleka není jasné a smysl získá teprve o několik stránek dále.

Drobné připomínky:

- Proč je v přehledu značení $\langle x|A^\dagger B|y\rangle$ uvedeno jako skalární součin vektorů $A|x\rangle$ a $B|y\rangle$ jen pro unitární A, B? Proč je na str. 8 Tr(□□) = Tr(□□) uvedeno jako platné jen pro matice □, □ samosdružené?
- Formulace definice 2.9 obsahuje i zmínku „Množina [...] tvoří grupu“, která je samostatným tvrzením (bez důkazu). Ve stejné definici je implicitně skryto ještě další tvrzení, že gag^{-1} má vlastnosti automorfismu.
- Není mi zřejmý účel zavedení zobrazení θ' v důkazu věty 4.15. Izomorfizmus mezi $H(N)$ a $\mathbb{Z}_N \times \mathbb{Z}_N$ ustanovuje věta 2.20 již z θ.

Všechny tyto poznámky jsou jen velmi povrchního charakteru a nikterak neovlivňují kvalitu, přínos ani rigorozitu práce. Navrhuji tedy ohodnotit známkou **A – výborně**.

Vypracoval: Ing. Václav Potoček, Ph.D.

V Praze dne 21. srpna 2020