



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Ing. Miroslav Kolář, Ph.D.
Graduate School of Science and Technology
Meiji University
1-1-1 Higashi-Mita, Tama-ku, Kawasaki-shi
Kanagawa 214-8571
JAPAN



Posudek oponenta na bakalářskou práci studentky Moniky Suchomelové „Geometrický pohyb křivek a jeho aplikace“

Práce se zabývá studiem dynamiky křivek a jejich parametrického popisu. V rámci práce se autorka seznámila s pokročilejšími partiiemi a výsledky teorie parciálních diferenciálních rovnic parabolického typu a také se základními nástroji diferenciální geometrie. Nově získané znalosti pak autorka využila při studiu pohybu rovinných křivek podle křivosti a působících sil. V rámci své práce se věnovala také numerickému řešení příslušných problémů pomocí metody konečných diferencí. V závěru práce jsou pak shrnuty kvalitativní a kvantitativní výsledky autorčinných simulací.

První kapitola je věnována studiu rovnice vedení tepla a jejich matematických vlastností. Dále jsou zde shrnuty potřebné základy diferenciální geometrie a teorie křivek.

Ve druhé kapitole pak autorka shrnuje rozličné aplikace vedoucí na různé typy pohybů. Rozebírá zde převážně fyzikální problémy vycházející z teorie fázových přechodů, růstu krystalů a dislokační dynamiky. Mimo to se také zabývá aplikací pohybu křivek v problematice zpracování obrazu. Ve zbytku kapitoly se zaměřuje především na geometrický pohyb lineárně závislé na křivosti a pomocí gradientního toku odvozuje tzv. *curve shortening flow* (délku zkracující pohyb) a věnuje se převážně důkladnému shrnutí teoretických vlastností řešení tohoto problému.

Třetí kapitola se pak zabývá numerickým řešením pohybu křivek. Pro prostorovou diskretizaci autorka rozebírá schéma založené na metodě konečných diferencí. Časová diskretizace je pak realizována pomocí Eulerova schématu. Autorka diskutuje vliv tangenciální redistribuce a vnějších sil na numerické řešení a studuje numerickou konvergenci svého schématu.

Ve čtvrté kapitole autorka shrnuje kvalitativní výsledky svých simulací pro různé případy netriviálních počátečních podmínek a demonstruje různé situace, které mohou nastat v dynamice jednoduchých křivek.

Práce je srozumitelně napsaná a přehledně uspořádaná a tvoří dobrý úvod do problematiky dynamiky křivek. Zvláště druhá kapitola pak přináší podrobné shrnutí teoretických výsledků a možných aplikací. Ve třetí kapitole autorka zavádí pojem *experimentální řád konvergence*, avšak neuvádí žádnou

relevantní referenci, přestože se nejedná o běžný nástroj. V sekci 3.2 věnované konvergenční analýze je ukázané porovnání analytického a numerického řešení pro případ s tangenciální redistribucí a bez ní. Porovnání je pro mě matoucí, jelikož na obrázku 3.1 je analytické řešení znázorněné diskretními body, zatímco numerické řešení (diskretní body) je znázorněno hladkou čarou - a i když se numerická a analytická řešení shodují, vliv redistribuce (který by měl být pro případ kruhu minimální) není vidět. Dále umístění některých obrázků (např. 1.1, 1.2, 1.3 nebo 2.2 a 2.4) se mi vzhledem k pokračování okolního textu zdá typograficky nešikovné.

V práci jsem objevil několik překlepů, např.:

- str. 16, definice Hausdorffovy vzdálenosti a potom dále: autorka používá pro vektor označení x - bez šipky. Na začátku práce a poté od strany 22 ale používá formu se šipkou \vec{x} . Bylo by dobré mít v práci jednotné značení.
- str. 19: "Otázkou vzniku singularit během vývoje se pak zabývali [3], [13]." Lépe by bylo napsat "se pak zabývaly [3], [13]." nebo "Altschuler, Grayson a Deckelnick se pak zabývali v [3], [13]".
- str. 19: "... body, kde je funkce nulová, představují aktuální křivku" - Myslím si, že toto není správné použití slova "aktuální" v českém významu.
- str. 20 a dále: $\text{int}\Gamma_t, \text{ext}\Gamma_t \longrightarrow \text{int} \Gamma_t, \text{ext} \Gamma_t$.
- str. 32: patrně překlep. Rozšíření anizotropní funkce by mělo mít tvar

$$\mu(\vec{x}) = |\vec{x}|\mu_0\left(\frac{\vec{x}}{|\vec{x}|}\right).$$

Do diskuse bych měl následující otázky:

1. Při výpočtu experimentálního řádu konvergence smršťujícího se kruhu se v práci používá porovnání s numerickým řešením vypočítaným pro 1000 diskretizačních bodů. Pro tento případ má autorka k dispozici i analytické řešení. Provedla porovnání i s ním?
2. Narazila při svých výpočtech autorka na situaci (při příkladu nesprávného vývoje nebo vývoje jednoduché křivky), kdy by musela své numerické schéma regularizovat?

Autorka splnila všechny body svého zadání a až na drobné detaily je její text srozumitelný a dobře čitelný. Během své práce nastudovala celou řadu netriviálních výsledků z dynamiky křivek a započala práce na vývoji příslušných počítačových simulací, ve kterých plánuje nadále pokračovat. Práci navrhuji hodnotit známkou A (výborně).

V Tokiu, dne 17.8.2020

Ing. Miroslav Kolář, Ph.D.