ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

FENOMENOLOGICKÉ MODELOVÁNÍ TVÁRNÉHO PORUŠENÍ KOVŮ

PHENOMENOLOGICAL MODELING OF DUCTILE FRACTURE OF METALS

2020

JIŘÍ HLAVNIČKA



ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Hlavnička Jméno: Jiří Osobní číslo: 473461 Fakulta/ústav: Fakulta strojní Zadávající katedra/ústav: Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Studijní program: Teoretický základ strojního inženýrství Studijní obor: bez oboru II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI Název bakalářské práce: Fenomenologické modelování tvárného porušení kovů. Název bakalářské práce anglicky: Phenomenological modeling of ductile fracture of metals Pokyny pro vypracování: 1) Seznamte se s teoretickými základy fenomenologického modelování tvárného porušení kovů a s řešením nelineárních úloh metodou konečných prvků. 2) Převezměte data z experimentů od vedoucího práce a proveďte jejich základní zpracování 3) Zvolte vhodný model tvárného porušení a na základě dat získaných MKPanalýzami jednotlivých vzorků v plastické oblasti a experimentálně stanoveného zatížení při porušení jej kalibrujte. 4) Proveďte kontrolní simulace tvárného porušení jednotlivých vzorků a vyhodnoťtte kvalitu kalibrovaného modelu tvárného porušení. 5) Formulujte závěry a sepište bakalářskou práci Seznam doporučené literatury: [1] Jan Růžička: Metodika kalibrace nesvázaných modelů a stochastický přístup v problematice tvárného porušování. Disertační práce, ČVUT v Praze FS, 2015 [2] ABAQUS Analysis User's Manual Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce: doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc., odbor pružnosti a pevnosti FS Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce: Datum zadání bakalářské práce: 22.04.2020 Termín odevzdání bakalářské práce: 07.08.2020 Platnost zadání bakalářské práce: an doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc. doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc. prof. Ing. Michael Valášek, DrSc. podpis vedouci(ho) práce podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

> 15.7.2020 Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v přiloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

Poděkování

Chtěl bych velmi poděkovat vedoucímu práce doc. Ing. Miroslavovi Španielovi, CSc. za čas, který byl ochoten mi věnovat, a za nesčetné množství odborných rad, kterými mě dovedl až k samému cíli této práce, dále také za jeho trpělivost, kterou projevil ve chvílích nezdaru, možnost uchopit nové vědomosti a možnost získat představy, které průběžně korigoval tak, aby vedly k úspěšnému poznání.

Anotační list

Jméno autora:	Hlavnička Jiří
Název:	Fenomenologické modelování tvárného porušování kovů
Anglický název:	Phenomenological modeling of ductile fracture of metals
Rok:	2020
Studijní program:	Teoretický základ strojního inženýrství
Studijní obor:	bez oboru
Ústav:	ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky
Odbor:	odbor pružnosti a pevnosti
Vedoucí práce:	doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
Bibliografické údaje:	Počet stran: 59
	Počet obrázků: 35
	Počet tabulek: 10
	Počet příloh: 1
Klíčová slova:	Nesvázané modely tvárného porušování, tvárné porušování,
	plasticita, metoda konečných prvků, deformační zpevnění,
	mechanika poškození kontinua, triaxialita, Lodeho úhel
Keywords:	Uncoupled models, ductile fracture, damage mechanics, plasticity,
	calibration of fracture locus, finite elements method, triaxiality,
	Lode dependence
Anotace:	Tato práce se zabývá nesvázanými fenomenologickými modely
	tvárného porušování kovů, jejich kalibrací a verifikací. Pokouší se
	s pomocí klasické mechaniky kontinua aplikovat predikci tvárného
	porušování metodou konečných prvků na zvolené portfolio kali-
	bračních vzorků. Využívá k tomu zejména nesvázaného modelu
	tvárného porušování Bai-Wierzbicki závislého na triaxialitě napětí
	a normalizovaném Lodeho úhlu.
Abstract:	This thesis deals with phenomenological modeling of ductile frac-
	ture of metals using uncoupled models only. Based on classical
	continuum mechanics it attempts to apply ductile fracture crite-
	rion on selected portfolio of calibration samples. Calibration and
	verification of the proposed Bai-Wierzbicki uncoupled model
	determined by the triaxiality and normalized Lode angle are
	performed through numerical simulations.

Obsah

Se	znan	n použitých symbolů	3
1	Úvo	od	5
2	Cíle	e práce	6
3	Sou 3 1	časný stav problematiky tvárného porušování Plasticita	7 7
	3.2	Tvárné porušování	12
1	Мо	dely tvárného porušení materiálu	15
т	4.1	Svázané modely tvárného porušení	16
	4.2	Nesvázané modely tvárného porušení	16
		4.2.1 Kritické plastické přetvoření	17^{-5}
		4.2.2 Rice-Tracey, Hancock-Mackenzie	17
		4.2.3 Johnson-Cook	17
		4.2.4 Bao-Wierzbicki	18
		4.2.5 Xue-Wierzbicki	19
		4.2.6 Bai-Wierzbicki	19
		4.2.7 Další modely	20
5	$\mathbf{Z}\mathbf{pr}$	acování experimentálních dat	21
	5.1	Ocel 08Ch18N10T	21
	5.2	Kalibrace křivky plastického zpevnění	24
	5.3	Výpočtová geometrie vzorků	25
	5.4	MKP modely	28
	5.5	Mapa vzorků, odhad iniciace porušení	32
6	Kal	ibrace	33
	6.1	Počáteční odhad	33
	6.2	Ověření kritických uzlů	34
	6.3	Optimalizace lomové funkce	35
		6.3.1 Kalibrovaný model Hancock-Mackenzie	35
		6.3.2 Kalibrovaný model Bao-Wierzbicki	37
		6.3.3 Kalibrovaný model Bai-Weirzbicki	38
7	Kor	ntrolní simulace	39
	7.1	Výsledky kontrolní simulace	40
8	Záv	ěr	42
Li	terat	ura	43

Seznam obrázků	48
Seznam tabulek	49
Příloha A - Kontrolní simulace vzorků	50

Seznam použitých symbolů

$\widehat{\varepsilon}$	[-]	Nominální (smluvní) deformace
ε	[-]	Skutečná (logaritmická) deformace
ε_e	[-]	Elastická deformace
ε_p	[-]	Plastická deformace
$\overline{\varepsilon}$	[-]	Ekvivalentní (akumulovaná) plastická deformace
$\dot{\overline{\varepsilon}}_p^*$	[-]	Rychlost ekvivalentní akumulované plastické deformace
$\widehat{\sigma}$	[MPa]	Nominální (smluvní) napětí
σ	[MPa]	Skutečné napětí
σ	[MPa]	Tenzor napětí
σ_Y	[MPa]	Okamžitá mez kluzu
$\sigma_{1,2,3}$	[MPa]	Hlavní napětí
$\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma})$	[MPa]	Stopa tenzoru napětí
E	[MPa]	Youngův modul pružnosti v tahu
\overline{E}	[MPa]	Modul zpevnění
δE	[%]	Odchylka stanoveného modulu pružnosti od běžné hodnoty
A,B,C,n,m	[-]	Parametry modelů plastického zpevnění
Т	$[^{\circ}C]$	Teplota
T*	[-]	Bezrozměrná homologovaná teplota
F	[N]	Síla
A_0	$[\mathrm{mm}^2]$	Počáteční průřez vzorku
А	$[\mathrm{mm}^2]$	Okamžitý průřez vzorku
l_0	$[\mathrm{mm}^2]$	Počáteční délka vzorku
1	$[\mathrm{mm}^2]$	Okamžitá délka vzorku
f	[-]	Obecně definovaná funkce
$oldsymbol{S}$	[Mpa]	Deviátor tenzoru napětí
$S_{1,2,3}$	[MPa]	Deviatorická hlavní napětí
J_1	[MPa]	První invariant deviátoru napětí
J_2	$[MPa^2]$	Druhý invariant deviátoru napětí
J_3	$[MPa^3]$	Třetí invariant deviátoru napětí
р	[MPa]	Hydrostatický tlak
q	[MPa]	Von Misesovo napětí
θ	[-]	Lodeho úhel
$\overline{ heta}$	[-]	Normalizovaný Lodeho úhel
ξ	[-]	Lodeho parametr
η	[-]	Triaxialita napětí
η_{av}	[-]	Průměrná triaxialita napětí
$\overline{ heta}$	[-]	Průměrná hodnota normalizovaného Lodeho úhlu

δ	[-]	Kroneckerovo delta					
$\Phi({m \sigma})$	[MPa]	Mezní plocha plasticity					
ε_f	[-]	Kritická lomová deformace					
$\varepsilon_f()$	[-]	Lomová funkce					
C_{16}	[-]	Parametry jednotlivých nesvázaných modelů tvárného porušování					
RF	[N]	Reakční axiální síla vzorku					
RM	[Nmm]	Reakční torzní moment vzorku					
D	[-]	Fiktivní (skalární) parametr poškození					
F_{av}	[-]	Funkcionál definující chybu analytického řešení na základě					
		průměrovaných hodnot					
\mathbf{F}_D	[-]	Funkcionál definující chybu analytického řešení na základě fik-					
		tivního poškození					
\mathbf{R}_{e}	[MPa]	Mez kluzu					
\mathbf{R}_m	[MPa]	Mez pevnosti					
А	[%]	Tažnost					
Ζ	[%]	Kontrakce					
PRESS	[MPa]	Hydrostatický tlak v prostředí Abaqus					
MISES	[MPa]	Von Misesovo napětí v prostředí Abaqus					
INV3	[MPa]	Třetí invariant deviátoru napětí v prostředí Abaqus					
PEEQ	[-]	Ekvivalentní plastická deformace v prostředí Aabqus					

1 Úvod

Porušování součástí je nežádoucím jevem, v jehož důsledku dochází ke ztrátě funkčnosti jednotlivých součástí nebo celých konstrukcí. Výsledkem mohou být značné komplikace a v horších případech také ztráta lidských životů. Je tedy účelné zkoumat porušování součástí již během jejich návrhu, což pomůže eliminovat fatální selhání v průběhu jejich životnosti. Takový postup si klade za cíl snižovat nejen množství výjimečných událostí, ale s ohledem na bezpečnost také efektivní využití materiálů.

Jedním z mechanismů porušení je tvárný lom. Jeho popis je však v pojetí klasické lomové mechaniky velmi náročný a v praxi obtížně proveditelný. Účinnou alternativou k lomové mechanice je disciplína mechanika poškození kontinua, jejíž poznání je již dlouho známé, svůj potenciál však nalézá až s výkonnou výpočetní technikou a s rozvojem simulací metodou konečných prvků. Je založena na představě o poškození materiálu jednorázovým přetížením (může nastat tvárné či křehké porušení), nebo cyklickým zatěžováním (únava materiálu). Vlivem zatěžování dochází ke kvalitativním změnám v chování materiálu, které jsou indikovány ztrátou tuhosti a schopnosti přenášet další zatížení. Pokud míra poškození dosáhne mezní hodnoty, dojde k porušení materiálu. Mezní míra poškození je dána zejména mechanickými vlastnosti materiálu, lokální napjatostí, rychlostí deformace a dále také teplotou a historií zatěžování. V inženýrské praxi je poptávka po věrných a dostupných predikcích mechanické odezvy materiálů. Bylo vytvořeno mnoho fenomenologických modelů, které si kladou za cíl co nejvěrněji popsat skutečný proces poškozování tak, aby jej bylo možné reprodukovat pomocí metody konečných prvků. I přes tuto snahu je však velmi obtížné dosáhnout univerzálního nástroje, který by problematiku zvládal dokonale. Tento výpočetní nástroj skrývá velký potenciál, problémem však zůstává, že většina fenomenologických modelů byla vyvinuta pro speciální aplikace, a tudíž je není možné použít univerzálně. Je tedy potřeba pro daný problém zvolit vhodný model. Jeho validace však znamená potřebu provádění mnoha experimentů a získání experimentálních dat. Je nutné provádět poměrně rozsáhlá testování a zmapovat celou škálu vzorků v odlišných podmínkách. Takový postup je náročný na lidské a finanční zdroje, je proto potřeba pro daný problém najít určitou rovnováhu mezi komplexností modelu a jeho kvalitou. K tomu je však zapotřebí zkušeností a kvalifikovaného odhadu.

2 Cíle práce

V tomto odstavci jsou představeny cíle práce a postup jejich dosažení. Prvním cílem této práce je seznámit se s teoretickými základy fenomenologických modelů tvárného porušování a s řešením nelineárních úloh v prostředí konečnoprvkových simulací (kapitola 3). Po obeznámení se se současným stavem poznání následuje převzetí experimentálních dat a jejich základní zpracování (kapitola 5). To vyžaduje zejména pochopení průběhu experimentálního měření, extrakce relevantních dat a stanovení základních materiálových parametrů, jako je modul pružnosti v tahu, mez kluzu a pevnosti, křivka zpevnění. Dále je potřeba identifikovat plastické chování materiálu s navazující MKP analýzou jednotlivých vzorků. Z analýzy lze získat data potřebná k nalezení vhodného modelu tvárného porušení a jeho kalibraci (kapitola 6). V závěru práce jsou se zvoleným kalibrovaným modelem tvárného porušení provedeny kontrolní simulace vybraných vzorků a jejich následná analýza (kapitola 7).

Budou vytvořeny MKP modely, na kterých bude proveden výpočet plastické odezvy s měřením potřebných parametrů ve vybraných uzlech sítě. Z těchto dat pak na základě odhadu proběhne identifikace kritických okamžiků, kdy začíná docházet k tvárnému porušování a budou vybrány uzly, které jsou podezřelé z iniciace poškození. Po identifikaci bude možné přistoupit k ověření vhodnosti použití vybraných modelů tvárného porušování a jejich následná kalibrace. Samotná kalibrace by měla být rozdělena do více částí, které se skládají z nalezení počátečního přiblížení na základě zjednodušeného výpočtu a následný krok optimalizace. Výstupem bude kalibrovaný model tvárného porušení, který bude ověřen kontrolní simulací vybraných vzorků. V závěrečné fázi bude posouzena kvalita kalibrace a zhodnocení vlivů, které do této problematiky vstupují.

Práce využívá experimentální data, která byla též využita nebo vytvořena v pracích [10, 42].

3 Současný stav problematiky tvárného porušování

3.1 Plasticita

Při popisu zatěžování kovových materiálů tahem se běžně používá záznam silové odezvy v závislosti na prodloužení a z něj odvozený tahový diagram (obr.1). S narůstajícím zatížením je dosažen limitní stav napjatosti, při kterém v materiálu nastanou nevratné změny, které se projeví rozdílným průběhem závislosti napětí na deformaci při zatěžování a odlehčování. Pokud je odlehčovací křivka shodná s křivkou zatěžovací, pak v tělese dochází pouze k elastickým (tedy vratným) deformacím. Závislost mezi napětím a touto deformací bývá u kovů více či méně lineární, podstatné však je, že se těleso vrací do svého původního stavu beze změny rozměrů a tvaru. Pokud při zatěžování překonáme limitní stav napjatosti, křivka odlehčování se již nebude shodovat s křivkou zatěžování a po úplném odlehčení lze pozorovat trvalé (plastické) deformace. U běžných kovových konstrukčních materiálů probíhá odlehčování po přímce, která je rovnoběžná s původní lineární částí pracovního diagramu. Celkovou deformaci lze rozdělit na elastickou složku a plastickou složku.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \tag{1}$$

Pro jednoosou napjatost lze po jednoduché úpravě vyjádřit zbytkovou plastickou část

$$\varepsilon_p = \varepsilon - \varepsilon_e. \tag{2}$$

Elastickou část ε_e lze stanovit z předpokladu, že by si těleso po celou dobu zatěžování zachovalo své lineární vlastnosti

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E},\tag{3}$$

kde E je Youngův modul pružnosti.



Obrázek 1: Tahový diagram [1]

Z tahové zkoušky můžeme získat experimentální data, která umožní interpolovat pracovní diagram. Abychom však byli schopni modelovat materiál v elastoplastickém stavu, je nezbytné zavést konstitutivní model, který vyjádří experimentální závislost mezi napětím σ a deformací ε daného materiálu. [2–6]

Nejjednodušším ze zaváděných konstitutivních modelů je ideálně plastický materiál, bez plastického zpevnění. Takový, velmi zjednodušený, model uvažuje po dosažení meze kluzu libovolnou plastickou deformaci. Nachází své opodstatnění ve výpočtech limitních zatížení mnohonásobně staticky neurčitých konstrukcí nebo konstrukcí, které plastizují pouze v oblastech s koncentrací napětí, zatímco podstatné části nosných průřezů zůstávají elastické. Pro modelování tvárného porušení je však nepoužitelný právě z důvodu absence popisu plastického zpevnění [3,7].

Pokud bychom nahradili konstantní funkci plastického zpevnění lineární funkcí s vhodně zvolenou směrnicí, dostaneme jednoduchý model, který se snaží více napodobit skutečné elastoplastické chování materiálu. Zaváděná směrnice se označuje \overline{E} a nazývá se modul zpevnění. Na rozdíl od předchozího modelu tento umožňuje v omezené míře sledovat plastické chování materiálu, vhodný je tak zejména pro jednodušší aplikace a ruční výpočty. Pro podrobnější zkoumání elastoplastického stavu během simulace je stále nevhodný, jelikož nedostatečně přesně popisuje chování materiálu [3,5,7].



Obrázek 2: Porovnání modelů plastického zpevnění: (a) ideálně plastický model, (b) model s lineárním plastickým zpevněním, (c) model s nelineárním plastickým zpevněním [8]

Dalším způsobem popisu je vytvoření po částech lineárního modelu, který je schopný, při vhodné délce úseků, poměrně dobře popsat plastické chování. Mnohem výhodnější se ale zdá být nelinární analytický popis [7,9]. Lze užít různě navržených funkcí, pro modelování v programu ABAQUS byl zvolen model plastického zpevnění Johnson-Cook [28], který je přímo implementován

$$\sigma_Y = (A + B\overline{\varepsilon}_p^n)(1 + Cln(\overline{\varepsilon}_p^{\star}))(1 - T^{\star m}), \tag{4}$$

kde σ_Y je okamžitá mez kluzu, T^* homologická teplota a $\dot{\bar{\varepsilon}}_p$ rychlost ekvivalentní plastické deformace

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}}, \qquad \dot{\overline{\varepsilon}}_p^* = \frac{\overline{\varepsilon}_p}{\dot{\overline{\varepsilon}}_p^0}.$$
(5)

V našem případě neuvažujeme vliv teploty ani rychlosti deformace. Pokud položíme rychlost deformace $\dot{\bar{\varepsilon}}_p^*=0$ a též i teplotu $T^*=0$, zanedbáme tyto vlivy a rovnice (4) přejde do tvaru

$$\sigma_Y = A + B\overline{\varepsilon}_p^n \tag{6}$$

který je označován jako Ludwikův model [3, 7, 9, 10].

Standardním výstupem tahové zkoušky je smluvní diagram, udávající závislost smluvního napětí na nominální deformaci. Smluvní diagram je velmi jednoduchý k sestrojení, jelikož stačí znát pouze počáteční délku a průřez vzorku, ze kterých je možno stanovit smluvní napětí

$$\widehat{\sigma} = \frac{F}{A_0} \tag{7}$$

a nominální deformaci

$$\widehat{\varepsilon} = \frac{\Delta l}{l_0}.$$
(8)

Nominální deformace však není aditivní, není možné tedy sčítat její jednotlivé přírůstky prodloužení. Z tohoto důvodu ji nelze použít k inkrementálním výpočtům a pro kalibraci modelů vzniká potřeba vytvořit závislost skutečného napětí σ na skutečné (logaritmické) deformaci ε . Skutečné napětí a deformaci pak definujeme takto

$$\sigma = \frac{F}{A} = (1 + \widehat{\varepsilon})\widehat{\sigma} \tag{9}$$

$$\varepsilon = ln \frac{l}{l_0} = ln(1+\widehat{\varepsilon}).$$
(10)

Pro kalibraci modelů plastického zpevnění je dále nutné rozdělit celkovou deformaci ε na elastickou a plastickou část užitím rovnic (2), (3)

$$\varepsilon_p = \varepsilon - \frac{\sigma}{E}.$$
(11)

Ze závislosti $\sigma_Y(\varepsilon_p)$ již lze provádět identifikaci parametrů modelu [11]. Ačkoliv ne všechny materiály vykazují výraznou mez kluzu, obecně se pro fenomenologickou teorii plasticity předpokládá existence stavu (rozhraní), který stanoví, zda byl materiál v daném místě již plastizován, či nikoliv. Pro jednoosou napjatost se považuje za tuto hranici okamžitá mez kluzu, tedy platí, že elastoplastický stav nastává po překročení okamžité meze kluzu. Pro případy víceosé napjatosti nelze uplatnit takové pravidlo, lze však formulovat obdobnou podmínku plasticity ve tvaru

$$\Phi(\boldsymbol{\sigma}) = f(\boldsymbol{\sigma}) - \sigma_Y(\bar{\varepsilon}_p) = 0.$$
(12)

Takto definovaným kritériem bude vytvořena pro obecné materiály plocha v 6D prostoru, pro izotropní materiál pak plocha ve 3D prostoru, označovaná jako mezní plocha plasticity. Za podmínky, že se napjatost nachází uvnitř této mezní plochy, bude těleso ve stavu elastickém, v opačném případě se těleso nachází v elastoplastickém stavu [3,4,6,10].

V modelu kontinua lze napjatost v libovolném bodě popsat tenzorem napětí. Tenzor napětí je možné, díky symetrii pramenící z podmínek rovnováhy, vyjádřit užitím 6 složek pro obecně zvolený souřadnicový systém. Při uvažování izotropních materiálů lze tenzor napětí, při vhodné volbě souřadnicového systému, zcela popsat pouze za pomoci 3 hlavních napětí a takto zvolený souřadnicový systém se nazývá hlavní souřadnicový systém. Osy hlavních napětí definují Haighův-Westergaardův prostor (obr.3), ve kterém lze vyjádřit obecnou napjatost. Pro osu prvního oktantu Haighova prostoru platí, že pro její libovolný bod jsou všechna 3 hlavní napětí shodná. Pokud je napjatost v bodě tělesa popsána 3 hlavními napětími, které nabývají shodné velikosti, pak je těleso vystaveno všestrannému (triaxiálnímu) tlaku nebo tahu. Takové namáhání se běžně vyskytuje při vystavení tělesa namáhání hydrostatickým tlakem, a proto je tato osa označována jako osa hydrostatická.



Obrázek 3: Haighův-Westergaardův prostor [12]

Dle volby $\Phi(\boldsymbol{\sigma})$ získáváme v Haighově prostoru různé plochy plasticity, z nichž nejznámější jsou mezní plochy Von Mises a Tresca, běžně užívané v praxi. Tyto plochy nejsou závislé na celkovém hydrostatickém tlaku, nepředpokládají, že by při zatěžování hydrostatickým napětím docházelo k plastickým deformacím. Oba modely jsou závislé pouze na invariantech deviátoru napětí. Mezní plocha Von mises je funkcí pouze druhého invariantu $\Phi(J_3)$, plocha Tresca závisí kromě druhého i na třetím invariantu $\Phi(J_2, J_3)$. Jelikož tyto plochy nezávisí na hydrostatickém napětí, jsou v prostoru nekonečnými plochami, jsou neomezené [3].



Obrázek 4: Klasické plochy plasticity zobrazené v 7. oktantu Haighova prostoru [3] [13]

Postupně docházelo k vývoji dalších teorií (obr.5), které předpokládají vznik plastických deformací za zvýšeného hydrostatického napětí, a tento vliv uvažují. Tyto plochy jsou omezené a zobrazí se v prostoru jako konečné. Mezi nejznámější z nich patří plochy Mohr-Coulomb a Drucker-Prager. Dohromady jsou tyto čtyři zmíněné plochy plasticity označovány jako klasické plochy plasticity (obr.4). I přes své stáří patří pro svou jednoduchost stále mezi nejpoužívanější podmínky plasticity. [3,6,7,10,11,14,15]



Obrázek 5: Vývoj ploch plasticity [16]

S rostoucí komplexností modelů totiž stoupá počet konstant materiálu, které je nutné určovat. Roste tak počet prováděných experimentů a stoupá časová náročnost kalibrací a výpočtů, což se negativně projevuje také na ekonomice. Pro modelování metodou konečných prvků je též v komerčních softwarech běžně dostupné pouze omezené množství těchto modelů, složitější modely by bylo nutné implementovat uživatelem, což s sebou přináší řadu dalších rizik. Jelikož cílem této práce není dokonalý popis fyzikální skutečnosti, ale pracuje s jistými zjednodušeními, s ohledem na množství experimentálních dat, náročnost modelů a potřeb, je zvolen klasický přístup s Von Misesovou mezní plochou s nelineárním zpevněním dle Ludwika.

Pokud během zatěžování dojde k dosažení podmínky plasticity, nachází se těleso v elastoplastickém stavu. Za předpokladu užití modelu s nelineárním zpevněním bude při dále rostoucí napjatosti docházet k deformačnímu zpevňování materiálu. Vlivem zpevnění nastane změna plochy plasticity a to formou změny velikosti, deformací, nebo posunutím v prostoru. Pokud s deformací dochází k posouvání mezní plochy, jedná se o tzv. kinematické zpevnění. Jestliže je deformace provázena expanzí mezní plochy úměrně ve všech směrech deviátorové roviny, dochází k izotropnímu zpevnění. Obecně dochází ke kombinaci obou mechanizmů a mezní plocha se deformuje, tento mechanismus nejlépe popisuje fyzikální skutečnost [3]. Při monotónním proporcionálním zatěžování je možno užít kterýkoliv model. Pro účel této práce byl zvolen nejjednodušší model s izotropním zpevněním, jelikož není nutné uvažovat změnu zatěžování.



Obrázek 6: Izotropní deformační zpevnění [17]

Zpevnění materiálu je možné vyjádřit okamžitou mezí kluzu $\sigma_Y(\overline{\varepsilon}_p)$ v závislosti na celkové plastické deformaci [3, 10, 15]. S užitím Misesovy plochy plasticity se pro tento účel zavádí ekvivalentní plastická deformace jako neklesající funkce

$$\overline{\varepsilon}_p = \int_0^t \dot{\overline{\varepsilon}}_p dt, \tag{13}$$

která akumuluje přírůstky plastických deformací, kde

$$\dot{\overline{\varepsilon}}_p = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p. \tag{14}$$

3.2 Tvárné porušování

Pokud Haigh-Westergraadově prostoru zadefinujeme rovinu, která je kolmá na hydrostatickou osu (osu prvního oktantu) získáme deviatorickou rovinu, pokud tato rovina zároveň prochází počátkem souřadného systému dostáváme deviatorickou rovinu označovanou jako π rovinu. V Haigh-Westergaardově prostoru je zvykem zavádět cylindrický souřadný systém (R, θ , z), jehož osa z je definována osou hydrostatickou. Pro druhou složku θ (Lodeho úhel) musíme nejprve vyjádřit deviátor napětí.

Deviátor napětí získáme, pokud od tenzoru napětí odečteme jeho kulovou část,

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{\sigma} + p\boldsymbol{\delta},\tag{15}$$

kde \boldsymbol{p}

$$p = -\frac{1}{3}tr(\boldsymbol{\sigma}) = -\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$
(16)

je hydrostatické napětí
a δ je Kroneckerovo delta.

Pro další účely postačuje vyjádřit první a druhý invariant deviátoru napětí

$$J_2 = \frac{1}{2} \left(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \right), \tag{17}$$

$$J_3 = S_1 S_2 S_3, (18)$$

kde S_1,S_2,S_3 jsou hlavní deviatorická napětí. Pro Lodeho úhel θ poté platí vztah

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{3\sqrt{3}J_3}{2\sqrt{J_2^3}}\right); \qquad \qquad \theta \in \langle 0; \frac{\pi}{3} \rangle, \tag{19}$$

kde J_2 a J_3 jsou druhý a třetí invariant deviátoru napětí. Deviatorická rovina vykazuje symetrii, a lze ji proto rozdělit do 6 segmentů, ve kterých se Lodeho úhel opakuje (obr.7). Lodeho úhel tedy nabývá hodnot v intervalu od 0 (pro čistý tah) po hodnotu $\frac{\pi}{3}$ (pro čistý tlak). Pro vliv hydrostatického napětí zavádíme bezrozměrnou veličinu triaxialitu η , která udává poměr hydrostatického p a von Misesova q (též označováno jako ekvivalentní) napětí

$$\eta = -\frac{p}{q}.\tag{20}$$

Jak již bylo zmíněno, Misesovo napětí je funkcí pouze druhého invariantu deviátoru napětí

$$q = \sqrt{3J_2}.\tag{21}$$



Obrázek 7: Průmět tenzoru napětí v deviatorické rovině [21]

Lodeho úhel udává vztah mezi tahem, tlakem a smykem pro konkrétní napjatost. Pro modely tvárného porušování se však v praxi užívá veličin se stejným významem, avšak s rozdílnou definicí. První používanou veličinou je Lodeho parametr

$$\xi = \cos(3\theta) = \frac{27}{2} \frac{J_3}{q^3}, \qquad \xi \in \langle -1; 1 \rangle.$$
(22)

Druhou užívanou veličinou je normalizovaný Lodeho úhel

$$\overline{\theta} = 1 - \frac{6\theta}{\pi} = 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arccos}\xi, \qquad \overline{\theta} \in \langle -1; 1 \rangle.$$
(23)

Takto zaváděné veličiny nabývají hodnot v intervalu $\langle -1; 1 \rangle$, kdy hodnotě $\overline{\theta} = \xi = -1$ odpovídá uniaxiální tlak, hodnotě $\overline{\theta} = \xi = 1$ odpovídá uniaxiální tah a pro hodnotu $\overline{\theta} = \xi = 0$ se jedná o zobecněnou rovinnou napjatost. Pro tyto speciální případy se hodnoty obou veličin ($\overline{\theta}, \xi$) shodují, v obecných případech tomu tak není a tyto veličiny nabývají rozdílných hodnot [10,11,14,18–21]. Obecně nelze na hodnoty těchto parametrů spoléhat, jelikož někteří autoři používají mírně odlišné definice. Je nutné vždy kontrolovat definice a značení, například autoři [22] definují Lodeho parametr v převrácené hodnotě, tedy hodnotě -1 odpovídá tah a hodnotě 1 tlak.

zatížení	η	heta	ξ	$\overline{ heta}$
tah	$\frac{1}{3}$	0	1	1
smyk	0	$\frac{\pi}{6}$	0	0
tlak	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	-1	-1

Tabulka 1: Přehled hodnot charakteristických veličin pro jednotlivé stavy napjatosti [21]

4 Modely tvárného porušení materiálu

Tvárné porušení lze definovat jako proces degradace materiálu v podmínkách plastických deformací a monotónního zatěžování. Toto poškození bývá nejčastěji spojováno s kovovými materiály. Tvárné porušování je doprovázeno postupnou změnou mechanických vlastností, jelikož vlivem dostatečně velkých zatížení dochází ke změnám základní matrice, které jsou způsobeny postupným růstem dutin, hromaděním poruch a jejich spojováním. Procesem růstu plastické deformace dochází k poklesu tuhosti materiálu a klesá jeho schopnost dále přenášet zatížení. Konečnou fází tvárného poškozování je úplná ztráta integrity materiálu. Pro vysoké hodnoty triaxialit $\eta > 0,3$ vzniká porušení spojováním dutin, pro nízké hodnoty triaxialit $\eta > 0,3$ vzniká porušení spojováním dutin, v rovině největšího smykového napětí). [10, 18, 23]

Typicky pro popis poddajných těles užíváme model kontinua. Jedná se o idealizovanou představu prostředí, které považujeme za spojité při zanedbání jeho diskrétních vlastností (částicové struktury). V případě snahy popisovat poškozování poddajných těles však idealizovaný model kontinua naráží na své limity. Při poškozování se projevuje vliv částicové struktury a dochází ke zjevné nespojitosti materiálu. To je v rozporu s ideálním modelem, který takové stavy nedovoluje, a proto strukturní poruchy popisujeme v rámci modelu kontinua. Jednotlivé defekty tedy nedokážeme uvažovat přímo, ale jejich vliv promítáme do modelu kontinua změnou tuhosti a pevnosti pro diferenciální objem materiálu. Takto vytvářené modely však musí nutně trpět dalším nedostatkem a ten vychází z předpokladu, že poruchy v integritě materiálu jsou dostatečně malé a vzájemně spolu neintereagují. Se zvětšujícím se množstvím poruch a jejich rostoucím vzájemným vlivem bude docházet k vyloučení těchto předpokladů, defekty se začnou spojovat a model kontinua postupně selže. Modely jsou tedy vhodné spíše pro popis lokálního poškozování materiálu. Pro popisování rozvoje poškození v tělesech vycházíme z představy, že daný diferenciální objem materiálu není schopen v okamžiku porušení dále přenášet vnitřní síly. Ty se následně přerozdělí do okolních diferenciálních objemů tak, aby byly splněny podmínky rovnováhy. Tímto způsobem je postupně modelován průchod trhliny tělesem. Pro identifikaci lokálního porušení materiálu, kdy bude docházet k selhávání jednotlivých diferenciálních objemů, je nutné zavádět externí veličinu která zastupuje fiktivní míru poškození a stanovuje, za jakých okolností k tomuto porušení dojde. Tato zaváděná veličina bývá označována jako (skalární) parametr poškození D (někdy též kumulované poškození, fiktivní parametr poškození) [10]. Veličinu lze najít i pod označením ω , zejména v anglicky psané literatuře [11, 20]. Modely tedy neřeší přímo degradaci materiálu a neuvažují změny struktury, ke kterým dochází vlivem plastických deformací. Tyto modely považujeme za jakousi nadstavbu k modelu plasticity, kterou je však nutné správně kalibrovat, aby dávala uspokojivé výsledky.

Cílem kalibrace by měla být přesvědčivá shoda mezi experimentálním a výpočtovým chováním modelu [10]. Kalibrace je však založena i na správném odhadu, čímž vyvstává riziko stanovení chybných okamžiků rozvoje poškození a tím ohrožení přesnosti vytvořených modelů.

4.1 Svázané modely tvárného porušení

Tato skupina modelů se více blíží fyzikální podstatě a koresponduje s představou mikromechanismu porušování materiálu. Model porušení je zde vázán na elastoplastický model a ovlivňuje konstitutivní rovnice, popisuje tak přímo ztrátu schopnosti materiálu přenášet zatížení. Z podstaty provázanosti modelu porušení a konstitutivních rovnic označujeme tyto modely jako svázané modely tvárného porušení. Jelikož jsou tyto modely blíže fyzikální realitě, skrývají vysoký potenciál ve smyslu fyzikálně správného popisu, který se blíží skutečnosti, a dokáže tak lépe predikovat skutečné chování pro většinu aplikací. Takto vytvořený model však s sebou přináší mnohá úskalí, kterými je zejména velké množství materiálových parametrů a experimentálních zkoušek. S průběhem zkoušky také souvisí dostatečně přesná měřicí zařízení a hlavně velmi náročná materiálová kalibrace, pro kterou je nutno identifikovat plastický model souběžně s modelem porušování [10, 18, 24].

4.2 Nesvázané modely tvárného porušení

Na rozdíl od modelů svázaných není tato skupina modelů provázána s konstitutivními rovnicemi a rozvoj poškození, až do okamžiku dosažení kritické hodnoty, neovlivňuje materiálové parametry. Modely tedy pracují se značným fyzikálním zjednodušením, užití těchto modelů je však oproti modelům svázaným do velké míry usnadněno. Ze své podstaty je tento model označován jako nesvázaný model tvárného porušování [10].

Výhodou tohoto modelu je možnost oddělení plastického chování od procesu porušování, čímž dochází k výraznému snížení náročnosti procesu kalibrace. Nesvázané konstitutivní modely tvárného porušení materiálu však nutně trpí nedostatkem, kterým jsou skokové lokální změny tuhosti. Ty jsou způsobené nulováním tenzoru napětí, při dosažení kritické hodnoty poškození, bez ohledu na tenzor deformace. To může ve vlastním výpočtu způsobovat problémy, a tak je někdy poslední fáze porušení materiálu modelována umělým snižováním modulu pružnosti až k nulové hodnotě.

I přes úspěšnou kalibraci těchto modelů však zůstává otázkou, jak přesvědčivé výsledky lze očekávat pro stavy napjatosti, kterých u kalibračních vzorků nebylo dosaženo. Takové stavy jsou čistě interpolovány na základě použitých kritérií [11]. Tato práce se zabývá výhradně nesvázanými modely plasticity. V následující části jsou uvedena historicky významná, či často užívaná kritéria.

4.2.1 Kritické plastické přetvoření

Toto kriterium je nejjednodušším užívaným. Je založené na principu akumulace plastické deformace. K porušení dochází, jestliže ekvivalentní plastické přetvoření dosáhne konstantní kritické hodnoty

$$\varepsilon_f = \overline{\varepsilon_p}.$$
 (24)

Pro svou jednoznačnost a jednoduchost je velmi užívaným kriteriem, které je implementováno ve všech dostupných výpočetních programech. Kritickou hodnotu přetvoření lze určit z jediného experimentálního vzorku. Jelikož je praktickými poznatky a dalšími kriterii dokázáno, že kritické přetvoření není konstantní pro různé druhy zatěžování, nelze toto kriterium obecně spolehlivě použít, je však postačující pro stejný typ namáhání, jakým byl zatěžován experimentální vzorek. [10,18]

4.2.2 Rice-Tracey, Hancock-Mackenzie

První kriterium s nekonstantní hodnotou kritického poškození vypracoval McClintock [25] z představy dutiny uvnitř plastického materiálu. Na jeho práci práci navazovali Rice a Tracey, kteří jeho představu ještě dále rozšířili, obě práce však dospěly k závěru, že tvárné porušení je významně ovlivňováno triaxialitou napětí [10,23,26]. Z prací lze vyjádřit lomovou funkci ε_f závislou na triaxialitě napětí obsahující jediný materiálový parametr C₁

$$\varepsilon_f(\eta) = C_1 e^{-\frac{3}{2}\eta}.$$
(25)

Hancock a Mackenzie [10] [27] rozpracovali model o další dva parametry do podoby

$$\varepsilon_f(\eta) = C_1 + C_2 e^{-C_3 \eta}. \tag{26}$$

Na tato kriterium později navazují další významné práce, které ukazují nekomplexnost těchto kriterií, poukazují na potřebu zahrnutí dalších vlivů a modifikují, či zcela přetvářejí toto kriterium pro obecnější platnost. Svou důležitost tato kriteria sehrávají právě v poukázání na fakt, že lomové přetvoření je závislé na způsobu zatěžování [23].

4.2.3 Johnson-Cook

Johnson a Cook [28] vytvářejí na základě svých předchůdců kriterium, které pro lomovou funkci uvažuje vliv teploty a rychlosti plastického přetváření. Upravují (26) přidáním dalších členů do komplexnější podoby

$$\varepsilon_f(\eta, \dot{\overline{\varepsilon}}_p, T) = (C_1 + C_2 e^{-C_3 \eta}) (1 + C_4 ln(\dot{\overline{\varepsilon}}_p^*)) (1 - C_5 T^*).$$
(27)

Veličina $\dot{\overline{\varepsilon}}_{p}^{*}$ vyjadřuje bezrozměrnou rychlost přetváření, T^{*} je homologovaná teplota

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}}, \qquad \dot{\overline{\varepsilon}}_p^* = \frac{\dot{\overline{\varepsilon}}_p}{\dot{\overline{\varepsilon}}_p^0}, \tag{28}$$

kde T_{room} označuje referenční experimentální teplotu, T_{melt} teplotu tavení materiálu, $\dot{\bar{\varepsilon}}_p$ rychlost ekvivalentní plastické deformace a $\dot{\bar{\varepsilon}}_p^{\text{o}}$ referenční rychlost plastické deformace [29].

Toto kriterium je obsaženo v mnohých výpočetních programech, a je schopné poměrně dobře popisovat i dynamické děje při vysokých rychlostech zatěžování. Úspěšně jsou tímto kriteriem modelovány zejména průstřely, penetrační zkoušky či technologické operace. O jeho oblíbenost se postarali autoři dlouhodobou publikací parametrů běžně užívaných materiálu a zbavili tak v jednodušších případech uživatele potřeby tyto parametry kalibrovat [10,29]. Při porovnání Johnson-Cookova modelu s předchozími dvěma uváděnými kriterii (26), (25) je patrné, že vhodnou volbou koeficientů C_1 až C_5 můžeme obdržet jak kriterium Hancock-Mackenzie tak Rice-Tracey [10].

4.2.4 Bao-Wierzbicki

Autoři [30] tento model založili na nemonotónní funkci a zavádí tři oblasti v závislosti na mechanismu poškození, ve kterých definuje lomové funkce. Výsledná funkce vzniká spojením tří samostatně definovaných částí, které jsou na sebe napojeny v hraničních bodech. Na základě zkoumání [31] byla vyslovena domněnka, že pro hodnoty triaxialit menších než $\eta < -1/3$ nedochází k tvárnému porušování. Tento model dále vykazuje lokální minimum lomové funkce při hodnotě $\eta=0$, kdy dochází k zatížení pouze smykem.





Obrázek 8: Oblasti lomové funkce pro jednotlivé mechanismy poškození [32]

Obrázek 9: Porovnání kriteria Bao-Wierzbicki a Johnson-Cook [33]

V první oblasti, ve které dochází k porušování smykovým mechanismem je lomová funkce popsána vztahem

$$\varepsilon_f(\eta) = C_1 \frac{3\eta + \sqrt{12 - 27\eta^2}}{2(1 + \eta\sqrt{12 - 27\eta^2})}; \qquad \eta \in \left(-\frac{1}{3}; 0\right).$$
(29)

V navazující oblasti kombinovaným mechanismem porušování platí závislost, pro kterou je parametry nutné dopočítat s ohledem na napojení na zbývající části lomové funkce

$$\varepsilon_f(\eta) = C_2 \eta^2 + C_3 \eta + C_4; \qquad \eta \in \langle 0; 0, 4 \rangle. \tag{30}$$

Oblast poškozování růstem dutin je pak popsána hyperbolickou funkcí

$$\varepsilon_f(\eta) = C_5 \frac{1}{\eta}; \qquad \eta \ge 0, 4.$$
 (31)

Kriterium pro svou složitost, ve smyslu nutnosti identifikace oblasti triaxialit při zatěžování a podmínky napojení v okrajových bodech, není příliš využívaným. Přesto však v některých případech může tvárné poškozování popisovat lépe, než některá předchozí monotónní kriteria. Hlavním přínosem tohoto modelu je domněnka existence kritické hodnoty triaxiality, pod kterou by nedocházelo k poškozování materiálu [10,31].

4.2.5 Xue-Wierzbicki

Při pokračování zkoumání problematiky tvárného porušení bylo pozorováno [34], že tvárné porušení není plně vystihováno s pomocí triaxiality napětí, které nedokáže zcela postihnout způsob zatěžování. Wierzbicki se svými kolegy pracoval na větším množství modelů a jako jedni z prvních ukázali, že pro lepší fenomenologický popis tvárného porušení je zapotřebí dalšího parametru - Lodeho parametru, popřípadě dalších jeho forem [18, 34]. Zveřejněná práce [34] za pomoci čtyř parametrů pracovala ve trojrozměrném prostoru s lomovou plochou, tedy funkcí o dvou proměnných $\varepsilon_f(\eta, \xi)$. Vytvořili symetrický model

$$\varepsilon_f(\eta,\xi) = C_1 e^{-C_2 \eta} - \left[C_1 e^{-C_2 \eta} - C_3 e^{-C_4 \eta} \right] \cdot \left(1 - |\xi|^n \right)^{\frac{1}{n}},\tag{32}$$

kde exponent n je exponent zpevnění z modelu plasticity [18]. Ten byl později upraven a nahrazen pátým, též kalibrovatelným parametrem C_5 . To dalo vzniku modifikovaného kriteria Xue-Wierzbicki 2, které mírně vylepšilo dosahované výsledky

$$\varepsilon_f(\eta,\xi) = C_1 e^{-C_2 \eta} - \left[C_1 e^{-C_2 \eta} - C_3 e^{-C_4 \eta} \right] \cdot \left(1 - |\xi|^{C_5}\right)^{\frac{1}{C_5}}.$$
(33)

Takto definovaná lomová kriteria lépe vyhovují experimentům, kdy tvárné porušování vykazuje nemonotónost závislosti na triaxialitě napětí [18].

4.2.6 Bai-Wierzbicki

Asi nejznámějším kriteriem z prací Wierzbického je model Bai-Wierzbicky [35], který je stále funkcí dvou proměnných, od kriteria Xue se však odlišuje nesymetrickou lomovou plochou a dalším, již šestým parametrem C_6 . Tento model užil v definovaném prostoru $\varepsilon_f(\eta, \overline{\theta})$ kritérium Rice-Tracey ve třech význačných rovinách, a to v rovině tlaku $\overline{\theta} = -1$, v rovině tahu $\overline{\theta} = 1$ a v rovině rovinné deformace $\overline{\theta} = 0$. Tyto roviny umístil zpět do prostoru $\varepsilon_f(\eta, \overline{\theta})$ a navrhl mezi nimi parabolickou závislost na normalizovaném Lodeho úhlu $\overline{\theta}$ [18]. To dalo vzniku konečnému tvaru modelu

$$\varepsilon_f(\eta,\overline{\theta}) = \left[\frac{1}{2} \left(C_1 e^{-C_2 \eta} + C_5 e^{-C_6 \eta}\right) - C_3 e^{-C_4 \eta}\right] \overline{\theta}^2 + \frac{1}{2} \left(C_1 e^{-C_2 \eta} - C_5^{-C_6 \eta}\right) \overline{\theta} + C_3 e^{-C_4 \eta}.$$
 (34)

Pro kalibraci takto komplexního modelu (6 parametrů) je vhodné využít alespoň 6 kalibračních vzorků, porušovaných při odlišných hodnotách triaxialit a Lodeho úhlů [35]. Autoři Bao a Wierzbicki publikovali ve své práci [35] přehled doporučených kalibračních experimentů, aby byla vhodně pokryta celá oblast zatěžování. Výhodou nesymetrické lomové plochy je lepší aproximace stavů pro rozdílné hodnoty normalizovaného Lodeho úhlu, které obecně nemusejí být shodné v tlakové a tahové oblasti. Již v modelu Bao-Wierzbicki autoři poukázali na možnost existence hodnot triaxialit, při kterých nebude docházet k porušování [10]. Tento model však nepracuje s žádným definovaným mezním stavem a umožňuje porušování pro všechny stavy napjatosti. Z tohoto důvodu je nutné před použitím modelu ověřit, jaké hodnoty triaxialit se během zatěžování dají očekávat.

4.2.7 Další modely

Existuje celá řada dalších modelů, zjednodušených i více komplexnějších. Další kriteria s sebou však z pohledu této práce přinášejí často složitější analytický popis, přestože mohou být svou podstatou jednodušší. Mezi tyto kriteria patří například kriterium Wilkins, Lou nebo modifikovaný Mohr-Coulomb [10, 36]. Hůlka ve své diplomové práci [29] sestavil tabulku s obsáhlým přehledem užívaných kriterií i s popisem jejich vhodnosti pro jednotlivé typy zatěžování.

5 Zpracování experimentálních dat

5.1 Ocel 08Ch18N10T

Materiál dle ruské normy GOST značený jako 08Ch18N10T je austenitická, korozivzdorná ocel užívaná pro jaderné elektrárny ruského modelu (tabulka 3). Dle převodních tabulek (například [37]) lze nalézt oceli s podobným složením (tabulka 2) i v jiných normách, pro ČSN je odpovídající ocel třídy 17 - ČSN 17 248. Materiál je se svými mechanickými vlastnostmi (tabulka 4) nejčastěji používán pro výrobu šroubů, matic, podložek a tvarovek [38]. Dále také pro výstavbu tepelných, energetických, chemických a tlakových zařízení až do teplot 800°C jak uvádí [39] na základě [40].

GOST	W. Nr.	EN	ČSN
08Ch18N10T	$1,\!4541$	X6CrNiTi18-10	$17248\ (17247)$

Tabulka 2: Převodní tabulka značení oceli [37]

Z uvedených ekvivalentních ocelí má však podle [38] ocel normy GOST garantovaný nízký obsah kobaltu, který souvisí s růstem indukované radioaktivity materiálu [39].

С	Mn	Si	Ni	Cr	Р	S	Ti
0,073	1,42	0,48	10,90	19,10	0,010	0,0125	$0,\!66$

Tabulka 3: Chemické složení oceli 08Ch18N10T [41]

E [MPa]	R_e [MPa]	R_m [MPa]	$A_5 \ [\%]$	Z [%]
200 000	258	546	65	77

Tabulka 4: Základní mechanické vlastnosti oceli 08Ch18N10T [41]

Dodavatel ocelí WTE PowerSteel na svém webu [38] uvádí mírně odlišné hodnoty $R_e = 196 \text{ MPa}, R_m = 500 - 750 \text{ MPa}.$

Z experimentálních dat, konkrétně z tahové zkoušky, byl vyhotoven skutečný pracovní diagram (obr. 10), ve kterém byla vybrána lineární oblast elastické deformace pro vyhodno-cení Youngova modulu pružnosti.



Obrázek 10: Část diagramu tahové zkoušky

Data ve zvolené zkoumané oblasti byla proložena lineární závislostí a zjišťována její směrnice. Byla nalezena směrnice E = 170 541 MPa (koeficient korelace $\mathbb{R}^2 = 0.9814$). Tato hodnota se však od běžně předpokládané hodnoty pro tento materiál liší o $\delta E = 14,73\%$, což bylo považováno za příliš velkou odchylku.



Obrázek 11: Lineární oblast diagramu tahové zkoušky do σ = 200MPa

Při velmi detailním pohledu (obr. 11) do zvolené oblasti je patrné, že tato odchylka byla způsobena nelinearitou dat při horní hranici oblasti $\sigma = 200$ MPa. Byla proto upravena vyhodnocovaná oblast do velikosti napětí $\sigma = 150$ MPa, kde data vykazují zcela lineární průběh a vylepšen odhad modulu pružnosti v tahu.



Obrázek 12: Upravená lineární oblast diagramu tahové zkoušky do σ = 150 MPa

Touto úpravou byl stanoven výsledný Youngův modul pružnosti E = 194 940 MPa (koeficient korelace $\mathbb{R}^2 = 0.9888$), který se od předpokládané hodnoty liší o $\delta \mathbb{E} = 2,53\%$. Tato odchylka byla považována za přijatelnou, proto oblast nebyla dále upravována a hodnota E = 194 940 MPa byla přijata jako konečná, experimentálně zjištěná hodnota, která byla využita k dalším výpočtům.

5.2 Kalibrace křivky plastického zpevnění

Po zpracování převzatých experimentálních dat tahové zkoušky a stanovení experimentálního modulu pružnosti v tahu bylo přistoupeno ke kalibraci křivky plastického zpevnění. V prvním kroku byla z převzatých experimentálních dat vytvořena smluvní napěťová křivka a užitím rovnic (9), (10) byla následně získána skutečná napěťová křivka (obr.13).



Obrázek 13: Graf závislosti napětí na celkové deformaci

Jak již bylo zmíněno v kapitole 3.1, byl pro tuto práci zvolen Ludwikův nelineární model plastického zpevnění

$$\sigma_Y = A + B\overline{\varepsilon}_p^n,$$

kde koeficient A má význam počáteční meze kluzu. Tento vztah odpovídá zjednodušené formě modelu Johnson-Cook. Lze ho tedy snadno implementovat do vlastní simulace v programu ABAQUS. Jelikož je model založen na popisu napětí pomocí plastické deformace, musíme nejprve z celkové deformace separovat deformaci plastickou dle vztahu (11). Se znalostí plastických deformací je možné postoupit k fázi kalibrace vybraného kriteria zpevnění (obr.14). Pro tento účel byl vytvořen skript v prostředí MATLAB, založený na optimalizaci cílové funkce metodou nejmenších čtverců (Tab.5).

A = 233.8466 B = $1.1028 \cdot 10^3$ n = 0.6285

Tabulka 5: Optimalizované koeficienty křivky Ludwikova modelu zpevnění

Ze stanovených koeficientů křivky zpevnění (Tab.5) lze určit počáteční mez kluzu Re $\simeq 234$ MPa, která odpovídá hodnotě koeficientu A.



Obrázek 14: Kalibrovaná křivka zpevnění dle Ludwika (upravený Johnson-Cook)

5.3 Výpočtová geometrie vzorků

Portfolio experimentálních vzorků využitých v této práci tvoří celkem 10 vzorků, které jsou podrobovány definovanému zatěžování tak, aby byl pokryt vhodný rozsah veličin $\eta, \overline{\theta}$, jak naznačuje červeně zvýrazněná křivka v obr. 22b. Zkoumané vzorky se skládají ze čtyř různých geometrií. První skupina vzorků, celkem 7 vzorků, jsou vzorky označované jako NT (notched tube). Jedná se o duté tyčové vzorky (trubky) s definovanou velikostí vrubu (v tomto případě R3). Všech 7 vzorků má shodně definovanou výpočtovou geometrii (obr. 15), která odpovídá jmenovitým rozměrům skutečného vzorku navrženém v práci [42]. Tato publikace uvádí důvody vzniku právě takto definované geometrie, jejíž experimentální výsledky byly převzaty pro tuto práci. Tloušťka stěny je 1 mm v kritickém místě vrubu.



Obrázek 15: Výpočtová geometrie vzorků NT

Sada NT vzorků byla podrobována různým monotónním zatěžováním tak, aby bylo dosaženo rozdílných hodnot triaxialit $\eta \ a \ \overline{\theta} \ v$ okamžik porušení vzorku (navrženo v práci [42]). Byl definován zatěžovací poměr, který udává poměr mezi axiálním posuvem a natočením čelistí trhacího stroje

$$zat \check{e} \check{z} ovac i \ pom \check{e}r = \frac{ax i \acute{a} ln i \ posuv \ [mm]}{nato \check{c} en i \ [rad]}$$
(35)

Ve skupině NT vzorků bylo pět vzorků zkoumáno při zatěžování kombinací tahu a krutu, zbylé dva pak při kombinaci tlaku a krutu (Tab. 6).

označení vzorku	NT $0,5$	NT 1	NT 4,2	NT inf	NT 0	NT -0,5	NT -1
$\operatorname{pom\check{e}r}\ [\mathrm{mm/rad}]$	$0,\!5$	1	4,2	inf (tah)	0 (krut)	-0,5	-1

Tabulka 6: Přehled užitých zatěžovacích poměrů NT vzorků

Později byly mezi kalibrační vzorky zařazeny také tři tyčové vzorky, které byly zatěžovány prostým tahem. Prvním je hladká tyč, bez vrubu, označená dále jako SB (smooth bar), jejíž výpočení geometrii zachycuje obrázek (obr.16).



Obrázek 16: Výpočtová geometrie vzorku SB

Vzorek je ve skutečnosti pro výpočet namodelován s mírnou kuželovitostí (1:11,9) ze střední roviny, kvůli lokalizaci poškození do této oblasti. Ve střední rovině zůstal nezměněný rozměr Ø12. Druhým tyčovým vzorkem je tyč s vrubem, o velikosti vrubu R1 (obr.17), dále označená jako NB-R1 (notched bar).



Obrázek 17: Výpočtová geometrie vzorku NB-R1

Posledním z tyčových vzorků je tyč s vrubem R4 (obr.18), označená jako NB-R4. Všechny tři tyčové vzorky mají v kritické oblasti, ve svém nejužším místě, rozměr \emptyset 12.



Obrázek 18: Výpočtová geometrie vzorku NB-R4

5.4 MKP modely

Jelikož jsou všechny kalibrační vzorky rotačně symetrická tělesa, nejsou z důvodu významné úspory výpočetního času modelována celá, ale je využito právě jejich symetrie. Pro první skupinu NT vzorků byl vytvořen jednotný model. Jelikož jsou však NT vzorky zatěžovány i kroucením, není možné užít plné rotační symetrie, jelikož by jednotlivé řezy nebyly tuhé a nebylo by tak možné získávat reakční moment v závislosti na deformačním zatěžování. Je ale možné využít obdobný přístup, cyklickou symetrii (kompletní popisy viz manuál [20]). Ta umožňuje pro výpočet opakovat výseč okolo osy rotace.

Pro tuto práci bylo NT těleso rozděleno na 180 symetrických sektorů o velikosti výseče 2°. Simulací získaná silová a momentová odezva je vztažena pouze na tuto výseč a pro získání celkové reakční síly a momentu je nutné ji přenásobit odpovídajícím množstvím sektorů. Pro vytvoření sítě jsou užity 3D elementy převážně typu šestistěn (hexahedron), ve spodní části tělesa, díky tvaru výseče, byly povoleny i další typy elementů (obr.19a). Globální, přibližná velikost elementu je 0,3 mm, směrem k vrubu dochází k jejich zhušťování. Velikost elementů v řezu střední roviny a bezprostředně okolo ní je 0,05 mm. Velikost elementu 0,05 mm byla též užita i po tloušťce výseče.



Obrázek 19: Sítě jednotlivých MKP modelů

Hladký SB vzorek i NB vzorky s vrubem jsou zatěžovány pouze axiálním posuvem, lze je tedy modelovat s plnou rotační symetrií. Díky tomu je potřeba ještě menší množství elementů, než v případě symetrie cyklické, a výpočet je více urychlen. Při užití modelu s plnou rotační symetrií je přímo získávána silová a momentová odezva odpovídající celému rotačnímu tělesu. Pro síťování základního řezu jsou užity 2D elementy převážně typu čtyřúhelník (quadrilateral) o základní, globální velikosti 1 mm, která se směrem do kritické oblasti zmenšuje až na velikost 0,3 mm.



Obrázek 20: Identifikace vyhodnocovaných uzlů

V řezu střední roviny byly vybrány uzly (obr.20), ze kterých byly v průběhu deformačního zatěžování získávány hodnoty potřebné k výpočtu charakteristických veličin pro jednotlivé okamžiky zatěžování. Množství sledovaných uzlů vychází ze sítě NT vzorku, při užití velikosti elementu 0,05 mm vznikne, v nejužší části vrubu, 21 uzlů. Jejich číslování je zavedeno od vnějšího okraje tělesa směrem k s ose symetrie. Obdobně je užito číslování i pro vzorky SB a NB, u nichž však rozdílnou velikostí elementů v kritické oblasti vzniká 41 uzlů. Je tedy sledován každý druhý uzel, výsledné množství sledovaných uzlů je shodně 21. Sledované veličiny jsou v prostředí ABAQUS označované jako PEEQ, MISES, PRESS a INV3. Veličina PEEQ je ekvivalentní plastická deformace, která je v této práci již dříve zavedena jako $\bar{\varepsilon}_p$. Veličina MISES je Von Misesovo (ekvivalentní) napětí q a PRESS je hydrostatický tlak p. Triaxilitu je tedy možné snadno získat, dosazením do rovnice (20), záporně vzatým podílem hydrostatického tlaku a Misesova napětí

$$\eta = -\frac{p}{q} = -\frac{PRESS}{MISES}.$$
(36)

Veličina INV3 není přímo třetím invariantem deviátoru napětí, lze ho však snadno získat pomocí přepočtu

$$J_3 = \frac{2}{27} \cdot (INV3)^3.$$
(37)

Po dosazení vztahu (37) do rovnice (22), můžeme Lodeho parametr vyjádřit přímo pomocí hodnot získávaných z výpočtu jako

$$\xi = \frac{(INV3)^3}{(MISES)^3} \tag{38}$$

a užitím této definice lze dále vyjádřit normalizovaný Lodeho úhel z rovnice (23)

$$\overline{\theta} = 1 - \frac{2}{\pi} \arccos\left(\frac{(INV3)^3}{(MISES)^3}\right).$$
(39)

Po extrakci a výpočtu těchto veličin v průběhu zatěžování jednotlivých vzorků byly vytvořeny grafy závislostí silových a momentových odezev v závislosti na deformaci s porovnáním vypočtených a experimentálních hodnot. Z těchto grafů lze stanovit (odhadnout) kritickou hodnotu ekvivalentní plastické deformace ε_f . Tento postup (obr.21) odhadu byl postupně prováděn pro všechny vzorky.



(a) Závislost reakční axiální síly na posuvu



(b) Závislost reakčního torzního momentu na natočení

Obrázek 21: Příklad srovnání experimentálních a simulovaných odezev vzorku NT 0,5

Ekvivalentní plastická deformace $\overline{\varepsilon_p}$ byla z důvodu názornosti zanesena do grafu silové odezvy (obr.21a). V této práci byl za okamžik iniciace porušení označen bod, kdy dochází k poklesu reakční síly (nebo momentu) v diagramu síla-posuv (moment-natočení) (obr.21). Pro takto odhadnuté kritické hodnoty posuvu nebo natočení byly nalezeny odpovídající hodnoty triaxialit a normalizovaného Lodeho úhlu (obr.22) pro daný časový okamžik. Získané hodnoty kritické ekvivalentní plastické deformace $\varepsilon_f(\eta, \overline{\theta})$ byly vyneseny do grafů (obr.22a) ekvivalentní plastické deformace a normalizovaném Lodeho úhlu (obr.22b) v závislosti na triaxialitě napětí při iniciaci porušení, aby bylo možné zkoumat vhodnost použití konkrétních modelů tvárného porušování.





(b) Závislost normalizovaného Lodeho úhlu na triaxialitě napětí při dosažení kritické hodnoty ekvivalentní plastické deformace



Z rozložení analyzovaných vzorků (obr.22) je patrné, že pro tyto experimenty je kritická ekvivalentní plastická deformace výrazně ovlivněna Lodeho úhlem (popř. jeho dalšími formami). Pro lomovou funkci je tedy vhodné volit spíše model, který zohlední oba parametry $\eta, \overline{\theta}$. Z modelů v této práci uvedených se jedná o model Bai-Wierzbicki (kapitola 4.2.6)

6 Kalibrace

Přestože analyzované vzorky vykazují závislost porušení na Lodeho úhlu, byly kalibrovány i některé modely, které nezohledňují Lodeho úhel (popř. jeho formy). Celkem jsou tedy kalibrovány tři kritéria. Prvním, nejdůležitějším kalibrovaným modelem je kriterium Bai-Wierzbicki. Z kritérií nezahrnující vliv Lodeho úhlu pak byly vybrány kritéria Johnson-Cook ve své zjednodušené formě, která nezohledňuje teplotu ani rychlost deformace (Hancock-Mackenzie) a kritérium Bao-Wierzbicki, pro svou nemonotónost. Pro kalibraci dala tato práce vzniku kalibračních skriptů, které slouží k nalezení parametrů jednotlivých modelů tvárného porušování. Pro každý model porušování byl vytvořen samostatný sled skriptů, který tvoří tři skripty v prostředí PYTHON s jednotlivými kroky kalibrace. Prvním krokem je počáteční odhad paramterů lomové funkce na základě průměrování veličin $\eta, \overline{\theta}$. V druhém kroku je pro takto navržené parametry jednotlivých užitých modelů ověřováno, v jakém uzlu skutečně dochází k iniciaci porušení. Po nalezení kritických uzlů jednotlivých vzorků jsou tyto uzly postoupeny do třetího kroku, kde je lomová funkce optimalizována na základě kumulace fiktivního poškození dle skutečného vývoje veličin $\eta, \overline{\theta}$ v kritických uzlech pro dosažení fiktivního poškození D=1 v okamžiku iniciace porušení. Tyto metody kalibrace jsou zmíněny v práci [10].

6.1 Počáteční odhad

Počáteční odhad parametrů lomových funkcí vyšel z domněnky, že kritickým místem, ve kterém by došlo k iniciaci porušení, by mohl být uzel označený číslem 1 ležící na vnější straně tělesa. Na základě tohoto předpokladu byly stanoveny střední hodnoty $\eta, \overline{\theta}$, pomocí vážených průměrů, v okamžik dosažení kritické ekvivalentní plastické deformace a lomová funkce byla určena pomocí bodů $\varepsilon_f(\eta_{av}, \overline{\theta}_{av})$

$$\eta_{av} = \frac{1}{\varepsilon_f} \int_0^{\varepsilon_f} \eta(\overline{\varepsilon}_p) d\overline{\varepsilon}_p, \qquad \overline{\theta}_{av} = \frac{1}{\varepsilon_f} \int_0^{\varepsilon_f} \overline{\theta}(\overline{\varepsilon}_p) d\overline{\varepsilon}_p$$
(40)

Vytvořená první část skriptu poté pomocí zvoleného optimalizačního nástroje hledá minimum cílového funkcionálu

$$F_{av} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \varepsilon_{f_i} - \varepsilon_f(\eta_{av}, \overline{\theta}_{av}) \right|^2, \tag{41}$$

který definuje celkovou chybu mezi analytickým řešením a skutečnými body. Exponent 2 odpovídá užité metodě nejmenších čtverců, N je celkový počet vzorků [10]. Pro kalibraci mo-delu Bao-Wierzbicki bylo nutné vzorky podle hodnot $\varepsilon_f(\eta_{av}, \overline{\theta}_{av})$, užitím podmínek, roztřídit do jednotlivých oblastí a funkcionál byl definován pro jednotlivé oblasti zvlášť, dle odpovídajících křivek (viz obr.8).

6.2 Ověření kritických uzlů

Myšlenka, že k porušování začne docházet v uzlu číslo 1, je vhodná pro počáteční odhad, nemusí však být pravdivá. Pro přesnější kalibraci je pro jednotlivá kriteria nutné ověřit, v jakém uzlu skutečně dochází k iniciaci porušení. Pro odhad parametrů byly také použity průměrované hodnoty triaxialit napětí a normalizovaného Lodeho úhlu, které nejsou po celou dobu zatěžování konstantní (obr.29), výjimku tvoří vzorek NT 0 zatěžovaný pouze kroucením. Přesnější je uvažovat okamžité hodnoty těchto veličin, jelikož při průměrování může dojít k výrazném zkreslení [10]. V další části kalibračního procesu je s počátečním odhadem lomových funkcí v každém sledovaném uzlu jednotlivých vzorků kumulováno fiktivní poškození D podle okamžitých hodnot veličin $\eta, \overline{\theta}$

$$D_i = \int_0^{\varepsilon_{f_i}} \frac{\mathrm{d}\overline{\varepsilon}_{p_i}}{\varepsilon_f(\eta_i, \overline{\theta}_i)}.$$
(42)



Obrázek 23: Průběh veličin během zatěžování vzorků do odhadované iniciace porušení v uzlu 1

Ze závislostí (obr.29) lze pozorovat, že největší změny triaxialit i normalizovaného Lodeho úhlu v průběhu zatěžování vykazují tyčové vzorky s vrubem (NB-R1, NB-R4). Tabulka 7 pak zobrazuje uzly, ve kterých, podle počátečního odhadu jednotlivých kriterií, dojde k lokálnímu porušení, tedy k dosažení kumulovaného poškození D=1, nejdříve.

Vzorek	H-M	Bao-W	Bai-W
NT 0,5	1	1	1
NT 0	1	1	1
NT 1	1	1	1
NT 4,2	1	10	21
NT inf	1	11	14
NT -0,5	1	1	1
NT -1	1	1	1
SB	1	1	1
NB R1	1	1	1
NB R4	1	20	1

Tabulka 7: Přehled kritických uzlů podle jednotlivých kriterií

Lze konstatovat, že ve většině případů dochází k porušování skutečně od uzlu číslo 1, tedy z vnějšího povrchu vzorku. Pro modely Bao a Bai-Wierzbicki v některých případech dojde k předpovězení prvního lokálního porušení uvnitř vzorku.

6.3 Optimalizace lomové funkce

Po stanovení uzlů, ve kterých bude docházet k dosažení kumulovaného poškození D=1 nejdříve, byly tyto uzly označené za rozhodující pro konečnou optimalizaci přímou kumulací poškození. Pomocí optimalizačního nástroje bylo v těchto uzlech hledáno minimum cílového funkcionálu metodou nejmenších čtverců

$$F_D = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |1 - D_i|^2, \qquad D_i = \int_0^{\varepsilon_{f_i}} \frac{\mathrm{d}\overline{\varepsilon}_{p_i}}{\varepsilon_f(\eta_i, \overline{\theta}_i)}, \qquad (43)$$

kde N je počet vzorků [10]. Z optimalizace již byly získány konečné parametry jednotlivých modelů tvárného porušování pro materiál 08Ch18N10T.

6.3.1 Kalibrovaný model Hancock-Mackenzie

Kalibrovaný, optimalizovaný model Hancock-Mackenzie (zjednodušený Johnson-Cook), při využití všech kalibračních vzorků, není schopen správně popisovat jednotlivé vzorky (obr.24).



Obrázek 24: Kalibrovaná lomová funkce Hancock-Mackenzie

Je zde patrné, že špatnou aproximaci způsobují nejspíše tyčové vzorky SB a NB. Pokud upravíme kalibrační portofilo vyjmutím těchto vzorků (SB, NB-R1 a NB-R4), získáme lomovou funkci (obr.25) Hancock-Mackenzie, která je poměrně dobře schopna popisovat zbylé NT vzorky.



Obrázek 25: Kalibrovaná lomová funkce Hancock-Mackenzie pro vybrané vzorky

Kalibrované hodnoty parametrů kriteria Hancock-Mackenzie uvádí následující tabulka (Tab.8).

Kompletní portfolio	$C_1 = 0,8262$	$C_2 = 0,0025$	$C_3 = 18,5011$
Upravené portfolio	$C_1 = 0,3329$	$C_2 = 0,4042$	$C_3 = 2,3181$

Tabulka 8: Parametry pro optimalizovaný model Hancock-Mackenzie

6.3.2 Kalibrovaný model Bao-Wierzbicki

Jak již bylo zmíněno v kapitole 4.2.4, tento model nebývá běžně užíván. Ani pro tuto práci není vhodným modelem, lze tvrdit, že tím nejméně vhodným. Nejenže nedokáže zohlednit vliv Lodeho úhlu, po optimalizované kalibraci nevykazuje ani dobré pokrytí experimentálních vzorků (obr.26). Do hodnoty triaxialit přibližně $\eta \simeq 0.3$ by jej šlo teoreticky označit za dostačující, pro vyšší hodnoty η však vzorky popisuje s výraznou chybou.



Obrázek 26: Kalibrovaná lomová funkce Bao-Wierzbicki

Nakalibrované parametry modelu Bai-Wierzbicki jsou uvedeny v následující tabulce (Tab.9)

$C_1 = 0.5205$ $C_2 = 4.5425$ $C_3 = 0.0548$ $C_4 = 0.5050$ $C_5 = 0.5204$	$C_1 = 0,3265$	$C_2 = 4,5423$	$C_3 = 0,0548$	$C_4 = 0,5656$	$C_5 = 0,5204$
--	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Tabulka 9: Parametry pro optimalizovaný model Bao-Wierzbicki

6.3.3 Kalibrovaný model Bai-Weirzbicki

Jednoznačně nejlepších výsledků dosahuje model tvárného porušování Bai-Wierzbicki (Tab.10). Oproti předchozím kritériům je schopen zohlednit i vliv normalizovaného Lodeho úhlu, což se projevuje výrazně lepší aproximací portfolia vzorků (obr.27), než je tomu u předchozích modelů.



Obrázek 27: Kalibrovaná lomová plocha Bai-Wierzbicki

$C_1 = 1,3165$	$C_2 = 7,33 \cdot 10^{-9}$	$C_3 = 0,7093$	$C_4 = 0,6808$	$C_5 = 1.2213$	$C_6 = 5.81 \cdot 10^{-10}$
----------------	----------------------------	----------------	----------------	----------------	-----------------------------

Tabulka 10: Parametry pro optimalizovaný model Bai-Wierzbicki

Kalibrovaný model Bai-Wierzicky (Tab.10) byl z tohoto důvodu vybrán pro závěrečnou implementaci do jednotlivých MKP modelů a k provedení kontrolních simulací.

7 Kontrolní simulace

Pro výstupní, kontrolní simulaci byly provedeny výpočty NT vzorků na již dříve vytvořených MKP modelech, pro analýzu okamžitých hodnot triaxialit napětí a Normalizovaného Lodeho úhlu, popsaných v kapitole 5.4. Byly však upraveny materiálové parametry těchto modelů. Jelikož výpočetní program Abaqus neumožňuje zadávat analytický popis modelu Bai-Wierzbicki, bylo nutné vytvořit tabulku hodnot kritické ekvivalentní plastické deformace, pro jednotlivé kombinace triaxialit napětí a normalizovaného Lodeho úhlu. Dále také Abaqus nepoužívá pro výpočty normalizovaný Lodeho úhel $\overline{\theta}$, který byl použit pro kalibraci, ale Lodeho parametr ξ (viz manuál [20]). Pro zadávání do tabulky hodnot je tedy nutné se nejprve na Lodeho parametr přepočítat. Pro přepočet $\overline{\theta} \rightarrow \xi$ lze rovnici 23 upravit do tvaru

$$\xi = \cos\left(\frac{(1-\overline{\theta})\cdot\pi}{2}\right). \tag{44}$$

Pro závěrečné simulace bylo tedy užito 2° výseče a cyklické symetrie. Tento postup byl zvolen s ohledem na adekvátní dobu výpočtu, přestože není ze své podstaty správný. Pokud totiž v cyklické symetrii dojde v modelované výseči k porušování, vypouštění elementů a ztrátě jejich tuhosti, zrcadlí se tyto změny ve všech 180 sektorech. To však neodpovídá skutečnosti, ve které by docházelo k postupnému vypouštění jednotlivých elementů v celém průřezu, pouze v závislosti na dosažení parametru poškození D=1, a postupné ztrátě celkové tuhosti. Zrcadlení cyklickou symetrií zapříčiní velmi strmý pokles silové odezvy. Pro ověření přesnosti samotné kalibrace však takový přístup postačuje, jelikož lze na simulované silové a momentové odezvě identifikovat okamžik, ve kterém doje k tvárnému porušení a poklesu silové (momentové) odezvy. Později se také při kontrolních výpočtech ukázala horší konvergence vytvořených modelů a i přes velkou snahu neproběhly všechny simulace až do konečného porušení a vypuštění všech poškozených elementů. I přesto bylo ve všech kontrolních simulacích dosaženo okamžiku potřebného k ověření kvality kalibrovaného modelu Bai-Wierzbicki. I přes užití cyklické symetrie probíhaly výpočty jednotlivých NT vzorků v řádech až desítek hodin.

7.1 Výsledky kontrolní simulace

I přes potíže s modely se podařilo provést simulaci NT tělesa tak, aby bylo možné posoudit kvalitu vybraného, kalibrovaného modelu tvárného porušení Bai-Wierzbicki. Z kontrolních simulací byla získána silová a momentová odezva jednotlivých vzorků během zatěžování (obr.28).



Obrázek 28: Vzorový průběh deformací, silové a momentové odezvy vzorku NT 0,5 v závislosti na výpočetním čase

Simulovaná odezva v závislosti na deformaci byla společně s experimentální zanesena do grafů pro jednotlivé vzorky (Příloha A - Kontrolní simulace vzorků), aby bylo možné získat přehled, v jakých případech je kalibrované kriterium schopné popsat tvárné porušení. Při pohledu na výsledek kontrolní simulace vzorku (obr.29) je kalibrované kriterium Bai-Wierzbicki schopno v případě vzorku NT 0,5 poměrně dobře předpovědět okamžik, kdy dojde k iniciaci porušení.



Obrázek 29: Kontrolní simulace vzorku NT 0,5

Strmý pokles silové a momentové odezvy v okamžik iniciace porušení je dán zejména užitím cyklické symetrie (viz kapitola 7), dále však také množstvím parametrů, kterými je ovlivněno chování materiálu (lomová energie, postupná ztráta tuhosti elementů) po dosažení kumulovaného poškození D=1 a jejich kalibrace není předmětem této práce. Na základě kontrolních simulací NT vzorků lze konstatovat, že v této práci kalibrovaný model Bai-Wierzbicki je vhodným modelem pro zadané kalibrační portfolio vzorků a je schopen pro tyto vzorky predikovat tvárné porušení. Přesnost předpovězení správného okamžiku iniciace je však významně ovlivněna nejen zvoleným postupem kalibrace, ale zejména odhadem okamžiku iniciace porušení. Při pohledu na kompletní přehled porovnání predikce kalibrovaného modelu (příloha Příloha A - Kontrolní simulace vzorků) je patrné, že i pro tentýž vzorek mohou být mezi jednotlivými experimenty výrazné rozdíly. Stanovení kritického okamžiku je v taktovém případě ovlivněno správným inženýrským odhadem. Tímto odhadem totiž lze vylepšit schopnost predikce modelu pro daný vzorek, ale zároveň může dojít ke zvýšení globální chyby vybraného modelu pro zbylé vzorky.

8 Závěr

Byly úspěšně naplněny všechny cíle této práce. Proběhlo seznámení se s teoretickými základy fenomenologických modelů tvárného porušování a s jejich aplikací v simulacích metodou konečných prvků (kapitola 3). Byly představeny důležité nesvázané modely tvárného porušování a byly vybrány ty, jež by mohly být vhodné pro popis zadaných vzorků (kapitola 4). Bylo provedeno zpracování převzatých, experimentálních dat, z nichž byly stanoveny základní materiálové parametry (modul pružnosti v tahu, mez kluzu) a byla úspěšně přiřazena a kalibrována křivka plastického zpevnění. Se znalostí materiálových parametrů byla provedena MKP analýza všech vzorků, která poskytla průběhy veličin potřebných pro užité modely tvárného porušování (kapitola 5). Na základě zkoumání silových a momentových odezev jednotlivých vzorků během zatěžování byly odhadnuty kritické okamžiky zatěžování, ve kterých by mohlo docházet k iniciaci porušení. V návaznosti na to mohla být získaná data postoupena k procesu samotné kalibrace modelů (kapitola 6), pro kterou byly vytvořeny kalibrační skripty složené ze tří navazujících částí. Kalibrace byla pro vybraná kriteria úspěšná a její výsledky byly následně popsány. S ohledem na kalibraci bylo vybráno vhodné kriterium Bai-Wierzbicki, které bylo úspěšně verifikováno implementací do vytvořených MKP modelů (kapitola 7).

Možné pokračování práce

Tuto práci by bylo možné rozšířit o další, komplexnější a kalibračně náročnější nesvázané modely tvárného porušování. Bylo by také možné zpřesnit proces kalibrace. Možné zpřesnění by mohlo být dosaženo opakovaným ověřováním iniciačních bodů po fázi optimalizace lomové funkce. Tím by byla eliminována nepřesnost v identifikaci podezřelého uzlu. Po této optimalizaci by následoval krok kontrolní simulace, na základě které by bylo možné opravit počáteční odhad okamžiků iniciace porušení. Další úsilí by mohlo být také věnováno zejména optimalizaci MKP modelů, tak aby výpočet probíhal co nejefektivněji. V konečné fázi by bylo zajímavé vytvořit kompletní modely jednotlivých vzorků a pro ně implementovat vybraný, překalibrovaný model tvárného porušení. S tímto krokem by též bylo vhodné kalibrovat i další parametry modelu, které ovlivní postupnou ztrátu tuhosti tak, aby simulace co nejvíce odpovídala experimentům.

Literatura

- [1] DROZD, Zdeněk. Deformace Elastická deformace. In: Veletrh nápadů učitelů fyziky [online]. [cit. 2020-07-24]. Dostupné z: http://vnuf.cz/sbornik_old/rozsirene/Drozd/krivky_fyzika.html
- [2] MICHALEC, Jiří a kolektiv. Pružnost a pevnost I. [skriptum]. Praha: ČVUT, 2010. ISBN 978-80-01-04224-3.
- [3] BONIC, Zoran, Verka PROLOVIC a Biljana MLADENOVIC. Mathematical modeling of materially nonlinear problems in structural analyses, Part I: Theoretical fundamentals. Facta universitatis - series: Architecture and Civil Engineering [online]. 2010, 8(1), 67-78 [cit. 2020-07-24]. DOI: 10.2298/FUACE1001067B. ISSN 0354-4605. Dostupné z: http://www.doiserbia.nb.rs/Article.aspx?ID=0354-46051001067B
- [4] Mechanical Properties of Materials. MechaniCalc [online]. MechaniCalc, [2011] [cit. 2020-07-24]. Dostupné z: https://mechanicalc.com/reference/mechanical-properties-of-materials
- [5] Základy teorie plasticity. Tom Mares's webpage [online]. [cit. 2020-07-24]. Dostupné z: http://drone.fsid.cvut.cz/pp2/Plasticita.pdf
- [6] SEDLÁK, Josef. Fenomén cyklického tečení a jeho predikce pomocí MKP. Ostrava, 2017. Disertační práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava. Vedoucí práce Doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
- [7] JENÍK, Ivan. Identifikace parametrů elastoplastických modelů materiálu z experimentálních dat. Brno, 2015. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Ing. Petr Kubík.
- [8] The Great Soviet Encyclopedia, 3rd Edition: Plasticity, Theory of -Idealized representations of the stress-strain relationship. In: TheFree Dic-The Gale 19792020-07-24]. tionary [online]. Group, cit. Dostupné \mathbf{z} : https://encyclopedia2.thefreedictionary.com/Plasticity%2C+Theory+of
- [9] KLEEMOLA, H. J. a M. A. NIEMINEN. On the strain-hardening paramof metals. Metallurgical Transactions 1974, 5(8),1863-1866 eters [online]. [cit. 2020-07-24]. DOI: 10.1007/BF02644152. ISSN 0360-2133. Dostupné \mathbf{z} : http://link.springer.com/10.1007/BF02644152
- [10] RŮŽIČKA, Jan. Metodika kalibrace nesvázaných modelů a stochastický přístup v problematice tvárného porušování: Method of fracture locus calibration and a stochastic modification of the uncoupled ductile damage material models : disertační práce. Praha, Česká Republika, 2015. Disertace (Ph.D.). České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní. Vedoucí práce Doc. Ing. Španiel Miroslav CSc.

- [11] ŠPANIEL, M., A. PRANTL, J. DŽUGAN, J. RŮŽIČKA, M. MORAVEC a J. KUŽELKA. Calibration of fracture locus in scope of uncoupled elastic—plastic-ductile fracture material models. *Advances in Engineering Software* [online]. 2014, **72**, 95-108 [cit. 2020-08-01]. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2013.05.007. ISSN 09659978. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0965997813000756
- [12] CHOUNG, J, S PARK a G TAYYAR. Development of a failure strain surface in average stress triaxiality and average lode angle domains of a low temperature high strength steel. SOARES, Carlos a R SHENOI, ed. Analysis and Design of Marine Structures V [online]. 2015. Londýn: CRC Press, 2015, 2015-03-12, s. 671-683 [cit. 2020-07-20]. DOI: 10.1201/b18179-88. ISBN 978-1-138-02789-3. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/300913340
- [13] MAKSIMOVIĆ, M. Mechanika tla. Beograd, 1995.
- [14] REIS, F.J.P a F.X.C. ANDRADE. 11th GERMAN LS-DYNA FORUM: Implementation and Application of a new Plasticity Model in LS-DYNA including Lode Angle Dependence [prezentace]. In: DYNAmore [online]. 2012 [cit. 2020-07-24]. Dostupné z: https://www.dynamore.de/de/download/papers/ls-dyna-forum-2012/documents/materials-4-2
- [15] ELLIOTIS, Miltiades C., DEMOKRITOU, ed. A Finite Element Approach for the Elastic-Plastic Behavior of a Steel Pipe Used to Transport Natural Gas. *Conference Papers in Energy* [online]. 2013, 2013, 1-10 [cit. 2020-07-24]. DOI: 10.1155/2013/267095. ISSN 2314-4009. Dostupné z: http://www.hindawi.com/archive/2013/267095/
- [16] YU, Maohong, Guiyun XIA a Vladimir A. KOLUPAEV. Basic characteristics and development of yield criteria for geomaterials. Journal of Rock Mechanics andGeotechnical Engineering [online]. 2009,1(1),71-88 cit. DOI: 10.3724/SP.J.1235.2009.00071. 2020-07-24]. ISSN 16747755.Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1674775515300081
- [17] GOYAL, C.R. Uncertainty Quantification in Non-linear Seismic Wave Propagation: Isotropic hardening for von Mises yield surface with typical corresponding loading-unloading behavior Scientific Figure. In: *ResearchGate* [on-line]. Berlin, Germany: ResearchGate, 2017 [cit. 2020-07-24]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/figure/Isotropic-hardening-for-von-Mises-yield-surface-with-typical-corresponding_fig11_315691618
- [18] HULKA, Jiří. Výpočtová predikce tvárného porušování. Brno, 2014. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.

- [19] ROSENDAHL, P.L., M. DRASS, J. FELGER, J. SCHNEIDER a W. BECKER. Equivalent strain failure criterion for multiaxially loaded incompressible hyperelastic elastomers. *International Journal of Solids and Structures* [online]. 2019, 166, 32-46 [cit. 2020-07-24]. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2019.01.030. ISSN 00207683. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020768319300605
- [20] 3DS Documentation: 3DEXPERIENCE User Assistance. Dassault Systèmes [online].
 2020 [cit. 2020-7-24]. Dostupné z: https://www.3ds.com/support/documentation/
- [21] MALCHER, Lucival, et al. A Simple and Accurate Elastoplastic Model Dependent on the Third Invariant and Applied to a Wide Range of Stress Triaxiality. 2013, Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/272073254
- [22] KIRAN, Ravi a Kapil KHANDELWAL. A triaxiality and Lode parameter dependent ductile fracture criterion. *Engineering Fracture Mechanics*. Elmsford: Pergamon Press, 1968-, 2014(128), 121-138. ISSN 0013-7944. Dostupné z: http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.07.010
- [23] ZADSHAKOYAN, Mohammad; KHALILPOURAZARY, Saman; HOSEINI, Seyed Hamed. Effect of Shear State on Fracture of Refined Grain Pure Copper. Journal of Computational Applied Research in Mechanical Engineering (JCARME), 2019, [cit. 2020-07-24]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/335978634
- [24] EINAV, I., G.T. HOULSBY a G.D. NGUYEN. Coupled damage and plasticity models derived from energy and dissipation potentials. International Structures 2487-2508 Journal of Solids and[online]. 2007,44(7-8),cit. 10.1016/j.jsolstr.2006.07.019. ISSN 2020-07-24]. DOI: 00207683. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020768306002939
- [25] MCCLINTOCK, F. A. A Criterion for Ductile Fracture by the Growth of Holes. of Applied 35(2),Journal Mechanics [online]. 1968, 363-371 [cit. 2020-07-24].DOI: 10.1115/1.3601204.ISSN 0021-8936. Dostupné \mathbf{z} : https://asmedigitalcollection.asme.org/appliedmechanics/article/35/2/363/392050/A-Criterion-for-Ductile-Fracture-by-the-Growth-of
- [26] RICE, J.R. a D.M. TRACEY. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. Journal of the Mechanics and Physics of Solids [online]. 1969, 17(3), 201-217 [cit. 2020-07-24]. DOI: 10.1016/0022-5096(69)90033-7. ISSN 00225096. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0022509669900337
- [27] HANCOCK, J.W. a A.C. MACKENZIE. On the mechanisms of ductile failure in high-strength steels subjected to multi-axial stress-states. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* [online]. 1976, 24(2-3), 147-160 [cit. 2020-07-24]. DOI: 10.1016/0022-5096(76)90024-7. ISSN 00225096. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0022509676900247

- Gordon R. a William H. COOK. Fracture [28] JOHNSON, characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and 31 - 48Engineering Fracture Mechanics [online]. 1985,21(1),pressures. cit. DOI: 10.1016/0013-7944(85)90052-9. 2020-07-24].ISSN 00137944. Dostupné \mathbf{z} : https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0013794485900529
- [29] HŮLKA, Jiří. Aplikace modelů tvárného porušování při výpočtové simulaci technologických operací. Brno, 2008. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
- [30] BAO, Yingbin a Tomasz WIERZBICKI. On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space. *International Journal of Mechanical Sciences* [online]. 2004, 46(1), 81-98 [cit. 2020-07-24]. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2004.02.006. ISSN 00207403. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020740304000360
- [31] BAO, Yingbin a Tomasz WIERZBICKI. On the cut-off value of negative triaxiality for fracture. Engineering Fracture Mechanics [online]. 2005, 72(7), 1049-1069 [cit. 2020-07-24]. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2004.07.011. ISSN 00137944. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0013794404001869
- [32] HAILING, Yu, Yim H. TANG a David Y. JEONG. Elastic-Plastic-Failure Finite Element Analyses of Railroad Tank Car Heads in Impact - Figure 11. Typical Bao-Wierzbicki fracture locus for ductile metals. In: *ResearchGate* [online]. [2007] [cit. 2020-07-24]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/figure/Typical-Bao-Wierzbicki-fracture-locus-forductile-metals_fig2_267803117
- [33] TENG, X., T. WIERZBICKI, S. HIERMAIER a I. ROHR. Numerical prediction of fracture in the Taylor test: Fig. 5. Fracture loci for 2024-T351 aluminum alloy. *International Journal of Solids and Structures* [online]. 2005, 42(9-10), 2929-2948 [cit. 2020-07-24]. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2004.09.039. ISSN 00207683. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020768304005414
- [34] XUE, Liang. Ductile fracture modeling: Theory, experimental investigation and numerical verification. Cambridge, USA, 2007. PhD Thesis. Massachusetts Institute of Technology. Vedoucí práce Tomasz Wierzbicki.
- [35] BAI, Yuanli a Tomasz WIERZBICKI. A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence. *International Journal of Plasticity* [online]. 2008, 24(6), 1071-1096 [cit. 2019-12-07]. DOI: 10.1016/j.ijplas.2007.09.004. ISSN 07496419. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0749641907001246
- [36] WIERZBICKI, Tomasz, Yingbin BAO, Young-Woong LEE a Yuanli BAI. Calibration and evaluation of seven fracture models. *International Journal of Mechanical Sciences* [online]. 2005, 47(4-5), 719-743 [cit. 2020-07-24]. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2005.03.003. ISSN 00207403. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020740305000822

- [37] ZNAČKY OCELÍ. METALMAX [online]. METALMAX [cit. 2020-7-24]. Dostupné z: http://www.metalmax.cz/znacky.php
- [38] 08Ch18N10T. WTE Power Steel [online]. WTE Power Steel, 2020 [cit. 2020-07-25]. Dostupné z: https://powersteel.eu/material/08ch18n10t/
- [39] BURŠÍK, Ondřej. Regenerační žíhání jako možný způsob obnovy mechanických vlastností vnitřních částí reaktorů VVER 440. Praha, 2018. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní. Vedoucí práce Ing. Václav Železný.
- [40] ČSN 41 7247. Ocel 17 247 Cr-Ni-Ti. 1976.
- [41] KUBEČKA, Petr, Miroslav TVRDÝ, Francois WENGER a Pierre PONTHI-AUX. Tribocorrosion behaviour of 08CH18N10T steel. Proceedings of international topical meeting on VVER technical innovations for next century [konference, online]. Česká Republika, [2000], , 365-372 [cit. 2020-07-25]. Dostupné z: https://www.osti.gov/etdeweb/servlets/purl/20146189
- [42] KUBÍK, Petr, Jiří HŮLKA a Jindřich PETRUŠKA. Kalibrační těleso NT. Brno, 2012. Interní zpráva. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství.

Seznam obrázků

1	Tahový diagram [1]	7
2	Porovnání modelů plastického zpevnění: (a) ideálně plastický model, (b) model	
	s lineárním plastickým zpevněním, (c) model s nelineárním plastickým zpevněním	
	[8]	8
3	Haighův-Westergaardův prostor [12]	10
4	Klasické plochy plasticity zobrazené v 7. oktantu Haighova prostoru $\left[3\right]\left[13\right]$.	10
5	Vývoj ploch plasticity [16]	11
6	Izotropní deformační zpevnění [17]	12
7	Průmět tenzoru napětí v deviatorické rovině [21]	13
8	Oblasti lomové funkce pro jednotlivé mechanismy poškození [32] $\ldots \ldots \ldots$	18
9	Porovnání kriteria Bao-Wierzbicki a Johnson-Cook [33]	18
10	Část diagramu tahové zkoušky	22
11	Lineární oblast diagramu tahové zkoušky do σ = 200 MPa	22
12	Upravená lineární oblast diagramu tahové zkoušky do σ = 150 MPa	23
13	Graf závislosti napětí na celkové deformaci	24
14	Kalibrovaná křivka zpevnění dle Ludwika (upravený Johnson-Cook)	25
15	Výpočtová geometrie vzorků NT	25
16	Výpočtová geometrie vzorku SB	26
17	Výpočtová geometrie vzorku NB-R1	27
18	Výpočtová geometrie vzorku NB-R4	27
19	Sítě jednotlivých MKP modelů	28
20	Identifikace vyhodnocovaných uzlů	29
21	Příklad srovnání experimentálních a simulovaných odezev vzorku NT 0.5	30
22	Rozložení analyzovaných vzorků	32
23	Průběh veličin během zatěžování vzorků do odhadované iniciace porušení v	
	uzlu 1	34
24	Kalibrovaná lomová funkce Hancock-Mackenzie	36
25	Kalibrovaná lomová funkce Hancock-Mackenzie pro vybrané vzorky $\ \ldots \ \ldots$	36
26	Kalibrovaná lomová funkce Bao-Wierzbicki	37
27	Kalibrovaná lomová plocha Bai-Wierzbicki	38
28	Vzorový průběh deformací, silové a momentové odezvy vzorku NT $0,5$ v závislosti	
	na výpočetním čase	40
29	Kontrolní simulace vzorku NT 0,5	41
A1	Kontrolní simulace vzorku NT 0	50
A2	Kontrolní simulace vzorku NT inf	50
A3	Kontrolní simulace vzorku NT 1	51
A4	Kontrolní simulace vzorku NT 4,2	52
A5	Kontrolní simulace vzorku NT -0,5	53
A6	Kontrolní simulace vzorku NT -1	54

Seznam tabulek

1	Přehled hodnot charakteristických veličin pro jednotlivé stavy napjatosti [21]	14
2	Převodní tabulka značení oceli [37]	21
3	Chemické složení oceli 08Ch18N10T [41]	21
4	Základní mechanické vlastnosti oceli 08 Ch 18 N10 T $[41]$ \ldots 	21
5	Optimalizované koeficienty křivky Ludwikova modelu zpevnění	24
6	Přehled užitých zatěžovacích poměrů NT vzorků	26
$\overline{7}$	Přehled kritických uzlů podle jednotlivých kriterií	35
8	Parametry pro optimalizovaný model Hancock-Mackenzie	36
9	Parametry pro optimalizovaný model Bao-Wierzbicki	37
10	Parametry pro optimalizovaný model Bai-Wierzbicki	38





Obrázek A1: Kontrolní simulace vzorku NT $\mathbf{0}$



Obrázek A2: Kontrolní simulace vzorku NT inf





(b) Reakční torzní moment

Obrázek A3: Kontrolní simulace vzorku NT 1





(b) Reakční torzní moment

Obrázek A4: Kontrolní simulace vzorku NT 4,2



(a) Reakční axiální síla



(b) Reakční torzní moment

Obrázek A5: Kontrolní simulace vzorku NT-0,5



(a) Reakční axiální síla



(b) Reakční torzní moment

Obrázek A6: Kontrolní simulace vzorku NT -1