ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

POROVNÁNÍ VYBRANÝCH ANALYTICKÝCH MODELŮ PRO PLOCHÝ LEPENÝ SPOJ

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Zpracoval: Jan Šmíd

Vedoucí práce: Ing. Bc. Zdeněk Padovec, Ph.D.

2020

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Šmíd** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **476099**

Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**

Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**

Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**

Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Porovnání vybraných analytických modelů pro plochý lepený spoj

Název bakalářské práce anglicky:

Comparison of Chosen Analytical Models for Single Lap Bonded Joint

Pokyny pro vypracování:

- proveďte rešerši možných analytických přístupů pro řešení napjatosti plochého lepeného spoje
- pro zadané parametry spoje proveďte analýzu vybranými analytickými modely a porovnejte mezi sebou

Seznam doporučené literatury:

[1] da Silva, L.F.M. et al.: Analytical Models of Adhesive Bonded Joints – Part 1: Literature Survey, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 29, 2009, pp. 319-330.

[2] da Silva, L.F.M. et al.: Analytical Models of Adhesive Bonded Joints – Part 2: Comparative Study, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 29, 2009, pp. 331-341.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Bc. Zdeněk Padovec, Ph.D., odbor pružnosti a pevnosti FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **22.04.2020** Termín odevzdání bakalářské práce: **07.08.2020**

Platnost zadání bakalářské práce: _____

Ing. Bc. Zdeněk Padovec, Ph.D.	doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.	prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis vedoucí(ho) práce	podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry	podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

14. 7. 2020 — Datum převzetí zadání

Podpis studenta

© ČVUT v Praze, Design: ČVUT v Praze, VIC

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v přiloženém seznamu. Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů.

V Praze dne ……. ……

Jan Šmíd

PODĚKOVÁNÍ AUTORA

Zde chci poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Bc. Zdeňku Padovcovi, Ph.D. za jeho vstřícný přístup, odborné konzultace, cenné připomínky a rady při zpracovávání této práce. Rád bych také poděkoval své rodině za podporu během celého dosavadního studia.

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá problematikou lepených spojů a získávání hodnot napětí v různých lepených spojích pomocí analytických metod. Nejprve je provedena rešerše dané problematiky, poté jsou představeny dvě odlišné metody sloužící k výpočtům napětí a je provedeno podrobné odvození obou těchto metod na základě teorií a poznatků klasické pružnosti a pevnosti jako je „teorie tenkých desek“. Nakonec je zhodnoceno, jaký vliv má na pevnost spojů experimentování se změnami různých vlastností lepeného spoje jako je například materiál adherendů, délka přeplátování a šířka přeplátování. Na základě výsledků je formulován závěr a doporučení pro postup při navrhování a konstruování lepených spojů za různých podmínek a pro různé účely.

KLÍČOVÁ SLOVA

Lepený spoj, lepidlo, adherend, Volkersen, Goland–Reissner, analytický model, jednoduše přeplátovaný spoj

ABSTRACT

This work focuses on adhesive joints and obtaining values of stress in various adhesive joints via analytical methods. Firstly, theoretical research regarding adhesive joints has been made and then the two used analytical methods have been introduced and derived based on the knowledge and theories from classical mechanics of materials such as the "thin plate theory". Secondly, evaluation of experimenting with different properties of bonded joints such as the adherend material, length of overlap and width of overlap affects strength of the joints has been made. Lastly, conclusions and recommendations for designing and construction of adhesive joints have been formulated based on the results.

KEYWORDS

Adhesive joint, adhesive, adherend, Volkersen, Goland–Reissner, analytical model, single lap joint

OBSAH

SEZNAM GRAFŮ 10

SEZNAM OBRÁZKŮ 11

SEZNAM TABULEK 12

SEZNAM ZKRATEK A SYMBOLŮ 13

1. ÚVOD 15

2. LEPENÉ SPOJE 16

2.1 ZÁKLADNÍ POJMY 16

2.2 VÝHODY A NEVÝHODY LEPENÝCH SPOJŮ 17

2.3 LEPIDLA A JEJICH ROZDĚLENÍ 18

2.3.1 Rozdělení podle chemické struktury [12] 18

2.3.2 Rozdělení podle fyzikální podstaty [12] 20

2.4 FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ PEVNOST LEPENÝCH SPOJŮ 20

2.4.1 Výběr lepidla 20

2.4.2 Tloušťka spoje 21

2.4.3 Stav povrchu lepených ploch 21

2.4.4 Způsob zatěžování spoje 22

2.4.5 Vlivy prostředí 25

3. ANALYTICKÉ MODELY 27

3.1 VOLKERSENOVA METODA 27

3.1.1 Odvození Volkersenovy metody [6] 28

3.1.2 Napětí ve spoji 31

3.2 GOLAND – REISSNEROVA METODA 31

3.2.1 Odvození Goland – Reissnerovy metody [1, 2, 7, 16, 17] 32

4. VLIV PARAMETRŮ SPOJE NA PRŮBĚH NAPĚTÍ 42

4.1 DÉLKA PŘEPLÁTOVÁNÍ 42

4.1.1 Zhodnocení vlivu délky oblasti přeplátování 42

4.2 MATERIÁL ADHERENDŮ 47

4.2.1 Zhodnocení vlivu materiálu adherendů 47

4.3 ŠÍŘKA PŘEPLÁTOVÁNÍ 51

4.3.1. Zhodnocení vlivu šířky oblasti přeplátování 51

4.4 TLOUŠŤKA ADHERENDŮ 55

4.4.1 Zhodnocení vlivu změn v tloušťce horního adherendu 55

5. ZÁVĚR 57

6. ZDROJE 59

SEZNAM GRAFŮ

Graf 1 - Smykové napětí dle Volkersena při změnách délky oblasti přeplátování 43

Graf 2 - Smykové a odlupové napětí dle Goland – Reissnera při změnách délky oblasti přeplátování 45

Graf 3 - Smykové napětí dle Volkersena při změnách materiálu adherendů 47

Graf 4 - Smykové a odlupové napětí dle Goland – Reissnera při změnách materiálu adherendů 49

Graf 5 - Smykové napětí dle Volkersena při změnách šířky oblasti přeplátování 51

Graf 6 - Smykové a odlupové napětí dle Goland – Reissnera při změnách šířky oblasti přeplátování 53

Graf 7 - Smykové napětí dle Volkersena při změnách tloušťky horního adherendu 55

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1 – Schéma „single – lap" spoje [16] 15

Obrázek 2 - Schéma „double – lap" spoje [17] 15

Obrázek 3 – Kohezní a adhezní síly [8] 17

Obrázek 4 – Typy namáhání spoje [11] 23

Obrázek 5 – Vznik odlupového napětí [3] 24

Obrázek 6 – Základní úpravy konstrukcí [3] 24

Obrázek 7 – Volkersenova metoda [1] 27

Obrázek 8 – Element pro Volkersenovu metodu [6] 28

Obrázek 9 – Modelový lepený spoj [1] 31

Obrázek 10 – Znázornění deformace střední čáry [17] 33

Obrázek 11 – Silové účinky na rozhraní přeplátování zobrazené v kladném směru [17] 33

Obrázek 12 – Silové účinky na vyjmutý element [17] 36

Obrázek 13 - Modelový spoj [1] 42

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1 - Hodnoty odlupového napětí při změnách délky oblasti přeplátování (Goland – Reissner) 46

Tabulka 2 - Hodnoty odlupového napětí při změnách materiálu adherendů (Goland – Reissner) 50

Tabulka 3 - Hodnoty smykového napětí při změnách v šířce oblasti přeplátování (Volkersen) 52

Tabulka 4 - Hodnoty smykového napětí při změnách v šířce oblasti přeplátování (Goland – Reissner) 54

Tabulka 5 - Hodnoty odlupového napětí při změnách v šířce oblasti přeplátování (Goland – Reissner) 54

Tabulka 6 - Smykové napětí při změnách tloušťky horního adherendu (Volkersen) 56

SEZNAM ZKRATEK A SYMBOLŮ

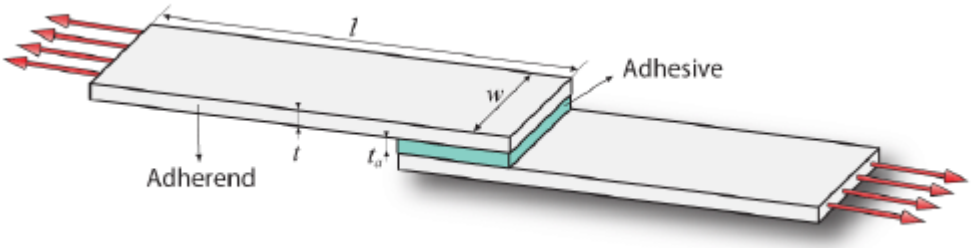
Symbol	Jednotka	Význam
F	N	Síla působící na adherendy
N_U	N	Vnitřní síla působící na horní adherend ve vodorovném směru
N_L	N	Vnitřní síla působící na spodní adherend ve vodorovném směru
τ	$N \cdot mm^{-2}$	Smykové napětí v adherendech a adhezivu
b	mm	Šířka spoje
l	mm	Délka spoje
x	mm	Délková souřadnice s počátkem uprostřed spoje
σ_U	$N \cdot mm^{-2}$	Napětí v horním adherendu
σ_L	$N \cdot mm^{-2}$	Napětí ve spodním adherendu
t_U	mm	Tloušťka horního adherendu (Volkersen)
t_L	mm	Tloušťka spodního adherendu (Volkersen)
t_a	mm	Tloušťka adheziva
t	mm	Tloušťka obou adherendů (Goland – Reissner)
γ	rad	Zkos
E_U	$N \cdot mm^{-2}$	Modul pružnosti v tahu horního adherendu (Volkersen)
E_L	$N \cdot mm^{-2}$	Modul pružnosti v tahu spodního adherendu (Volkersen)
E	$N \cdot mm^{-2}$	Modul pružnosti v tahu adherendů (Goland – Reissner)
G_a	$N \cdot mm^{-2}$	Modul pružnosti ve smyku adheziva
ε_U	–	Relativní prodloužení horního adherendu (Volkersen)
ε_L	–	Relativní prodloužení spodního adherendu (Volkersen)
ε	–	Relativní prodloužení obou adherendů (Goland – Reissner)

u_U	mm	Vodorovný posuv na rozhraní horního adherendu a adheziva
u_L	mm	Vodorovný posuv na rozhraní spodního adherendu a adheziva
v_U	mm	Vertikální posuv horního adherendu
v_L	mm	Vertikální posuv spodního adherendu
M_1	$N \cdot m$	Ohybový moment působící na adherend
M_2	$N \cdot m$	Ohybový moment působící na oblast přeplátování
ϕ	rad	Úhel natočení střední čáry adherendu
v_1	mm	Vertikální posuv střední čáry adherendu
v_2	mm	Vertikální posuv střední čáry v oblasti přeplátování
D_1	$N \cdot mm$	Ohybová tuhost adherendů
D_2	$N \cdot mm$	Ohybová tuhost oblasti přeplátování
N_0	N	Normálová síla působící na okraji oblasti přeplátování
M_0	$N \cdot m$	Ohybový moment působící na okraji oblasti přeplátování
M_U	$N \cdot m$	Ohybový moment působící na horní adherend
M_L	$N \cdot m$	Ohybový moment působící na dolní adherend
T_0	N	Posouvající síla působící na okraji oblasti přeplátování
T_U	N	Posouvající síla působící na horní adherend
T_L	N	Posouvající síla působící na dolní adherend
ν	–	Poissonovo číslo pro adherendy
σ	$N \cdot mm^{-2}$	Odlupové (normálové) napětí (Goland – Reissner)

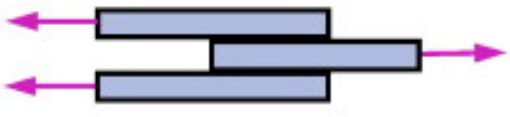
1. ÚVOD

Tato bakalářská práce je zaměřena na problematiku lepených spojů, teoretické získávání pevnosti spojů pomocí vybraných analytických modelů a zhodnocení vlivu různých faktorů na pevnost spoje a průběh napětí ve spoji.

Neustále se zlepšující pevnost lepených spojů, moderní lepidla a zdokonalující se porozumění chování spojů pod zátěží umožňuje jejich široké využití v mnoha odvětvích průmyslu. Abychom byli schopni stabilně a správně předvídat chování lepeného spoje je nutné znát kritéria selhání a rozložení napětí. Pro konstrukčně složitější spoje je nejvýhodnější pro analyzování napětí ve spoji používat metodu konečných prvků. Avšak pokud se zabýváme spoji jednoduššími, jako je například „double – lap“ spoj nebo „single – lap“ spoj (jenž je zároveň předmětem této práce) je pro rychlé a snadné získání odpovědí na otázky pevnosti a rozložení napětí vhodné používat jednodušší analytické modely. Mezi základní a nejpoužívanější analytické modely se řadí metody podle Volkersena a podle Goland – Reissnera. Právě tyto dvě metody, jejich výhody, nevýhody, odvození, vhodné situace pro jejich aplikaci a vliv geometrie, materiálu, namáhání a dalších faktorů budou dále rozebírány v rámci této práce.



Obrázek 1 – Schéma „single – lap" spoje [16]



Obrázek 2 - Schéma „double – lap" spoje [17]

2. LEPENÉ SPOJE

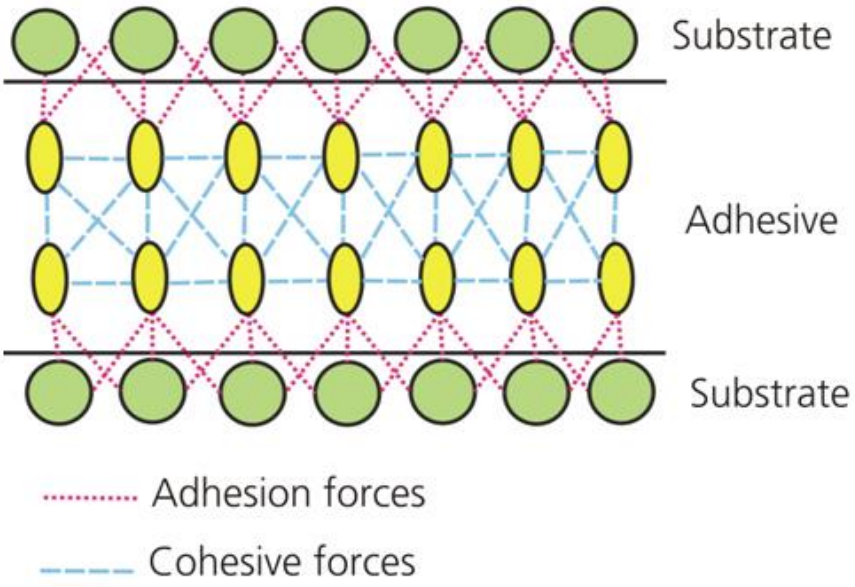
Lepené spoje se řadí mezi nerozebíratelné spoje. Jednou z jejich hlavních výhod je schopnost vytvořit pevné spojení, aniž by byl narušen povrch a struktura obou spojovaných součástí. V poslední době zažívají velký nárůst využití v nejrůznějších odvětvích průmyslu. Zasluhuje se o to jejich zlepšující se schopnost odolávat zátěži, stále klesající ceny výroby, snazší aplikace a především nadále se zdokonalující výpočtové modely a porozumění mechanice porušení těchto spojů.

Důvodů pro použití lepeného spoje může být celá řada:

- Výroba funkčního celku jako jeden kus je náročná.
- Často se lepí kompozity, jelikož jejich obrábění je složité. S tím souvisí možnost používat kompozity ve více různých aplikacích.
- Vláknové kompozity jsou nenahraditelné v leteckém a automobilovém průmyslu, stejně jako při výrobě sportovního vybavení.
- Při poruše a opravě funkčního celku lze vyměnit pouze poškozený díl.

2.1 Základní pojmy

- Adheze (obecně přilnavost) – schopnost materiálů spolu přilnout. Fyzikálně je to schopnost přenosu tečných sil mezi dvěma povrchy, a to bez viditelného vzájemného pohybu těchto povrchů. Adheze se dělí na mechanickou (suchý zip), chemickou (dva materiály vzájemně tvoří sloučeninu), disperzní adheze (Wan der Waalsovy síly), elektrostatická adheze a difuzní adheze.
- Koheze – též známa jako vnitřní adheze. Je to souhrn sil, které působí uvnitř adheziva. Drží jeho částice pohromadě působením mezimolekulárních sil (vodíkové vazby, Wan der Waalsovy síly). Koheze, tedy „pevnost“ lepidla by měla být vyšší než adheze lepidla k lepenému materiálu.



Obrázek 3 – Kohezní a adhezní síly [8]

- Adherend – spojovaný materiál.
- Adhezní lom – lom, při kterém dojde k oddělení adheziva od adherendu.
- Kohezní lom – lom, při kterém dojde ke zničení spoje přímo uvnitř lepidla. Nastává, pokud je adheze lepidla k materiálu větší než kohezní síly uvnitř lepidla.
- Smíšený lom – kombinace obou výše zmíněných typů lomu. Obvykle se přítomnost adhezního a kohezního lomu vyjadřuje v procentech – analogie s houževnatým a křehkým lomem.

2.2 Výhody a nevýhody lepených spojů

Výhody:

- Lze spojovat stejné i rozdílné materiály, a to bez ohledu na jejich tloušťku.
- Silové účinky se rozkládají na větší plochu než například u šroubových či nýtových spojů.
- Většina lepidla je schopna tlumit mechanické vlivy (hluk, vibrace).
- Na rozdíl od jiných typů spojení nedochází k narušení struktury lepených materiálů.
- K montáži není většinou potřeba speciálních vnějších podmínek.
- Spoj je plynotěsný i vodotěsný.

- Lepením lze značně uspořit hmotnost, což je výhodné především v letectví a automobilovém průmyslu.
- Lepený spoj nepůsobí jako koncentrátor napětí a napětí je rozloženo víceméně rovnoměrně.
- Nevznikají tepelná pnutí jako například u spojů svařovaných.

Nevýhody:

- Je nutno pečlivě připravit plochy, kde lepidlo přichází do styku s adherendem.
- Spoje potřebují značnou dobu k úplnému vytvrzení, kdy dosáhnou maximální pevnosti.
- Jsou jen obtížně rozebíratelné.
- Pevnost je většinou mnohem nižší než u jiných tradičních metod.
- Lepidla mohou být náchylná k chemickému narušení některými vnějšími látkami.
- Je žádoucí, aby byly spoje konstrukčně řešené tak, aby byly namáhány přednostně smykem, jelikož na odlupování jsou značně náchylné.
- Lepení vyžaduje speciální vybavení pracoviště a dodržování bezpečnostních opatření kvůli vlivu lepidel na lidské zdraví.

2.3 Lepidla a jejich rozdělení

Lepidla lze dělit podle několika hledisek. Základní rozdělení je podle chemického složení lepidel. Dělíme je na lepidla na anorganické bázi, lepidla na bázi silikonů a lepidla na organické bázi. Další klasické rozdělení lepidel je podle fyzikální podstaty. Dle fyzikální podstaty je dělíme na kapalná, plastická a tuhá lepidla.

2.3.1 Rozdělení podle chemické struktury [12]

Lepidla na anorganické bázi

Do této skupiny patří cementy, rozpustné silikáty (např. vodní sklo). Dále do anorganických zahrnujeme taveniny na bázi anorganických kysličníků a silikátů pro svařování skla.

Lepidla na bázi silikonů

Jsou to polymerní látky s centrálním atomem na bázi křemíku. Tato lepidla se nachází někde na pomezí mezi organickými a anorganickými sloučeninami. To znamená, že sice hlavní polymerní řetězec se skládá z křemíku, avšak obvykle je doplněn substituenty nebo koncovými skupinami, které bývají organického původu. Řetězec někdy také obsahuje reaktivní skupiny, jež mohou prodloužit polymerní řetězec či vytvořit prostorovou strukturu polymeru.

Dále sem patří MS polymery, u kterých je hlavní polymerní řetězec na organické bázi a je doplněn sloučeninami křemíku.

Lepidla na organické bázi

Jsou to polymerní látky s centrálním atomem na bázi uhlíku (na rozdíl od silikonových s centrálním atomem na bázi křemíku). Dále se dělí na lepidla přírodní, semisyntetická a syntetická.

- Přírodní lepidla

Jejich základní složkou je látka získaná z produktů rostlin a živočichů. Patří sem škrob, klovatina z rostlinných pryskyřic (což může být například arabská guma), latex z přírodního kaučuku, klih z kostí či kůže zvířat, albumin apod. Materiál používaný k lepení se většinou nějakým způsobem upravuje.

- Semisyntetická lepidla

Základem těchto lepidel je polymerní řetězec pocházející z přírodního materiálu, který se následně chemicky upravuje, aby měl vlastnosti, kterých nejsou obyčejná přírodní lepidla schopna dosáhnout. Ve většině případů jsou to látky, jejichž základní polymerní řetězec je na bázi celulózy. Dále do této kategorie řadíme chemicky upravené kaučuky – cyklokaučuk, chlorkaučuk, hydrochlorkaučuk – a chemicky upravený škrob. Tato skupina lepidel nachází uplatnění především ve zdravotnictví.

- Syntetická lepidla

Do této kategorie řadíme lepidla, kde ke spojení dochází pomocí polymeru uměle vytvořeného z nízkomolekulárních látek. K vytvoření takového lepidla se využívá

především třech různých chemických reakcí: reakce polykondenzační, polyadiční a polymerační.

2.3.2 Rozdělení podle fyzikální podstaty [12]

Lepidla kapalná

Do této skupiny patří reaktivní monomery, reaktivní prepolymery, roztoková lepidla a disperzní lepidla.

Plastická lepidla

Jsou přechodem mezi lepidly kapalnými a tuhými. Do této skupiny patří tmely, kaučukové patche, některé cementy a pasty.

Tuhá lepidla

Tato lepidla jsou dodávána v tuhém stavu a před montáží se uvádí do kapalného či plastického stavu buď ohřátím, vysokou frekvencí nebo jiným obdobným způsobem, aby byly schopny dokonalé adheze k povrchu adherendu. Patří sem především termolepidla a lepící fólie.

2.4 Faktory ovlivňující pevnost lepených spojů

2.4.1 Výběr lepidla

Vybrání vhodného adheziva je klíčovým faktorem ovlivňujícím pevnost lepeného spoje. Výběr ovlivňuje samozřejmě především to, jaké jsou požadované vlastnosti spoje jako pevnost, stálost při teplotních změnách, odolnost při styku s jinými chemickými látkami a s tím související oblast použití daného spoje. Při výběru lepidla tedy uvažujeme především tyto faktory:

- Mechanická pevnost.
- Pracovní teplota spoje a teplota lepidla potřebná k vytvrzení.
- Chemická stálost.
- Druh, pevnost a jakost povrchu lepeného materiálu.
- Cena.

2.4.2 Tloušťka spoje

Vliv tloušťky lepidla na pevnost lepeného spoje do dnešního dne stále není dokonale zdokumentován. Experimenty ukazují, že pevnost spoje se zvyšuje, čím tenčí je vrstva lepidla. Největší pevnosti dosahujeme pro vrstvy o tloušťce od 0,05 do 0,5 mm. Ovšem tyto obecné hodnoty nelze aplikovat plošně na všechny různé případy, jelikož existují další proměnné vlivy, jež musíme při vyhodnocování pevnosti spoje uvažovat. Jedná se například o typ namáhání (smyk, odlup, štěpení), chování adherendu (plasticita, elasticita) a zdali pracujeme s poddajným či křehkým lepidlem [9].

Nejběžnějším typem spoje je „single-lap joint“, který je taktéž předmětem této práce. Je proto důležité, abychom byli schopni spolehlivě předvídat pevnost spoje v závislosti na jeho tloušťce. Tradiční analytické modely podle Volkersena [1] a podle Goland – Reissnera [1] se však neshodují ve výpočtech s experimenty. Crocombe [4] představil teorii, která říká, že pokud uvažujeme plasticitu lepidla, pak tlustší spoje dosahují menších pevností. Elastická analýza ukazuje, že rozložení napětí v tenkém spoji je více koncentrováno na koncích spoje. U tlustých spojů je tomu naopak, v nich je napětí rozloženo rovnoměrně. Proto tenké spoje dosáhnou napětí, při kterém se deformace stává z elastické plastickou, za působení menších sil. Avšak když toto nastane, u tlustých spojů je menší „elastická rezerva“, která by dovolovala spoji vydržet další zvyšování napětí. Proto, když se deformace překlopí do plastické oblasti, šíří se u tlustých spojů rychleji než u tenkých [9].

Další teorie říká, že tlustší spoje jednoduše obsahují více defektů jako bublin a mikrotrhlin, tudíž je v nich více míst, které mohou sloužit jako koncentrátory napětí či iniciátory trhlin [9].

2.4.3 Stav povrchu lepených ploch

Předúprava povrchů hraje důležitou roli ve výsledné kvalitě a pevnosti lepeného spoje. Výsledná pevnost spoje může být výrazně vylepšena vhodným ošetřením povrchů adherendů. Všeobecně rozšířeným omylem je názor, že pro správné utvoření pevné vazby mezi adhezivem a adherendu je nutný pouze řádně očištěný povrch. Hladký a čistý povrch je sice nutnou podmínkou pro spojení, ale není dostačující pro trvanlivost spoje. Přilnutí lepidla a adherendu k sobě je zajištěno zformováním chemických vazeb

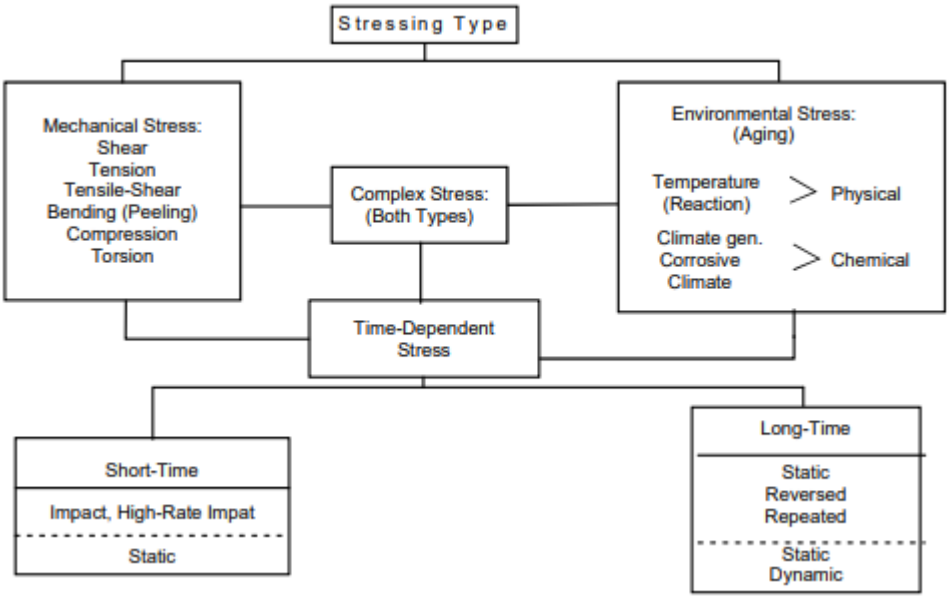
(především kovalentních) mezi atomy na povrchu adherendu a atomy lepidla. Tyto chemické vazby jsou to, co umožňuje mezi adherendem a lepidlem přenos sil. Naprostá většina selhání spojů je přisuzována špatně provedeným úkonům, které by měly proběhnout před a při montáži, a právě nedostatečná či nesprávná úprava povrchů adherendů bývá nejvýraznějším nedostatkem [7, 10].

Obecně se nedá říct, jaké úpravy jsou nejlepší pro všechny kombinace lepidlo – adherend. Vždy je nutné určit vhodné úpravy povrchů pro daný problém a danou kombinaci materiálů a lepidla. Typickými úpravami povrchů například pro termosetové kompozity jsou otírání/obrušování míst pro nanášení lepidla, očištění rozpouštědlem/odmašťovadlem. Zatímco pro termoplasty je nutná chemická úprava povrchu a nerovnosti na povrchu, aby bylo možné vytvořit pevný a kvalitní spoj. U termoplastů je hlavním cílem co nejvíce zvětšit povrchovou energii adherendu. Povrchové úpravy snižují úhel kontaktu vody (zvyšují smáčivost povrchu), zvyšují povrchové napětí a tím navyšují výslednou pevnost spoje [7, 10].

Pro zvýšení povrchového napětí, drsnosti povrchu a pro provedení chemických změn bylo zkoumáno mnoho procesů, jako jsou otírání/otryskávání, čištění, odmašťování, pokrývání vrstvou nylonu či polyesteru, omývání kyselinou, ošetřování plasmou, laserem či korónovým výbojem. Nakonec se jako nejlepší ukazuje otryskávání částicemi oxidu hlinitého. Je důležité při otryskávání odebrat pouze horní vrstvu matrice a neodkrýt samotná vlákna [7].

2.4.4 Způsob zatěžování spoje

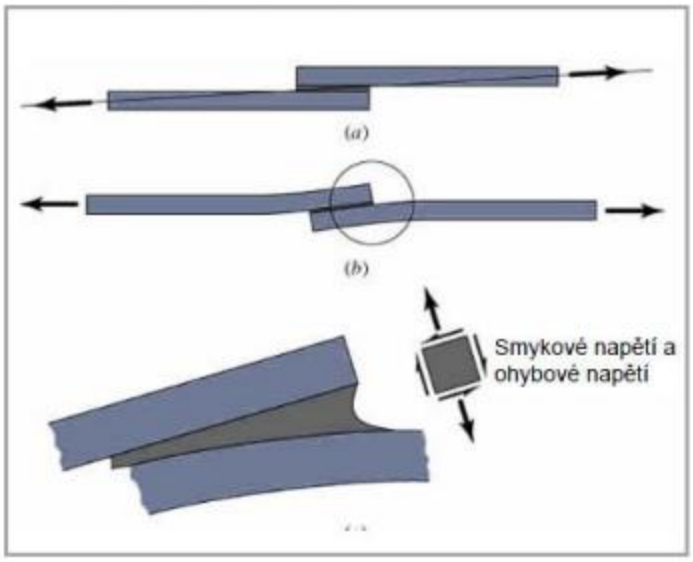
Životnost spoje mimo jiné silně závisí na způsobu, jakým je spoj namáhán. Spoje mohou být namáhány staticky nebo dynamicky. Materiálové vlastnosti a pevnostní charakteristiky jsou určovány a testovány především pro tři hlavní způsoby namáhání. Jsou to tah, smyk a odlup. Pevnost spojů v tlaku většinou neřešíme, jelikož bývá mnohem vyšší než pevnost spoje při jiných druzích namáhání a pouze málokdy je šance meze pevnosti v tlaku dosáhnout před dosažením jiné z mezí pevnosti.



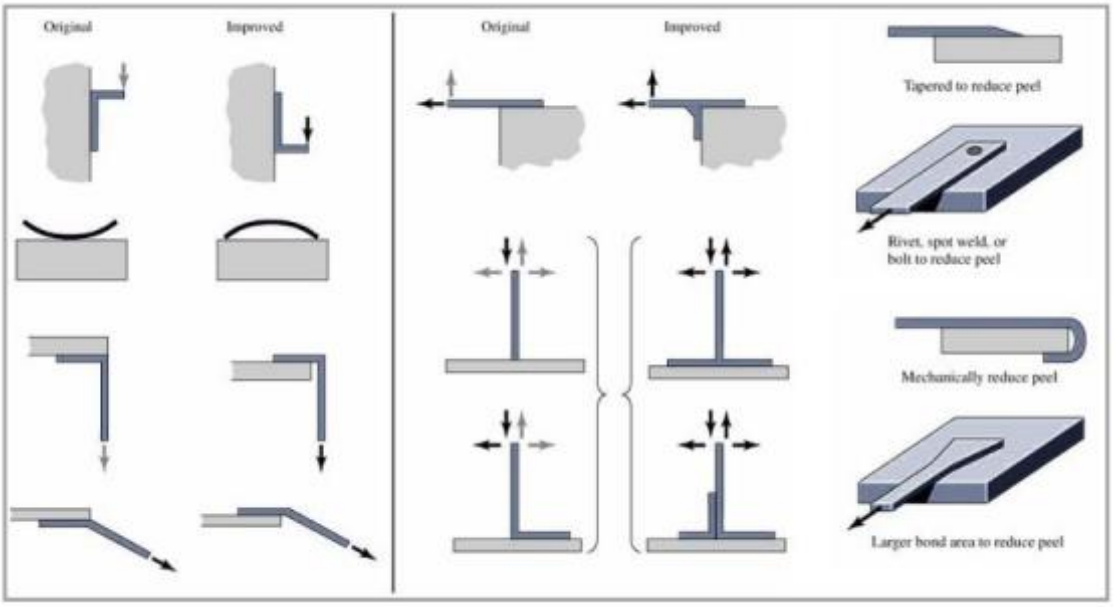
Obrázek 4 – Typy namáhání spoje [11]

V praxi jsou samozřejmě spoje v drtivé většině případů namáhány kombinací dvou a více typů namáhání. Nejhorším typem namáhání je pro spoj odlup.

Výpočty podle metody dle Goland – Reissnera ukazují, že ohybové napětí na koncích single-lap spoje může být několikanásobně vyšší než smykové napětí uvnitř spoje. Pokud je spoj nevhodně zkonstruován, může toto napětí plynoucí z excentricity samotné konstrukce „single-lap“ spoje způsobovat právě odlupové napětí („peel stress“) [1].



Obrázek 5 – Vznik odlupového napětí [3]



Obrázek 6 – Základní úpravy konstrukcí [3]

Nejvýhodnějším typem namáhání je pro lepené spoje smyk. Z tohoto důvodu je snaha o navrhování a konstruování spojů tak, aby převládajícím napětím byl smyk. Pevnost v tahu je zpravidla o něco nižší a (viz výše) pevnost při odlupovém napětí je nejnižší. Z těchto důvodu byly zavedeny různé konstrukční úpravy, které pomáhají pozměnit namáhání spoje nebo celou konstrukci celkově zpevnit [3].

Pevnost staticky namáhaného spoje je poměrně jednoduché určit pomocí pevností pro všechny příslušné způsoby namáhání. Tyto pevnosti lze stanovit pomocí pevnostních

zkoušek prováděných za normalizovaných podmínek, na normalizovaných tělesech vyrobených z materiálů budoucích adherendů a slepených plánovaným lepidlem.

Problém ovšem nastává, chceme-li určit pevnost spoje, jenž bude vystaven dynamickému namáhání. To je častý případ například v automobilovém nebo leteckém průmyslu. Pro většinu materiálů znamená dynamické namáhání mnohem menší odolnost vůči růstu trhlin než u statického namáhání. Lepidla nejsou žádnou výjimkou. Většina konstruktérů tedy tvrdí, že trvanlivost spoje velmi úzce souvisí s únavou. Davis a Bond [5] však ukázali, že je tomu tak pouze zčásti, jelikož mnohem častěji jsou problémy s trvanlivostí spoje způsobeny vlivem prostředí. Vlhké prostředí a mechanické namáhání představují dohromady složitý test pro jakoukoliv lepenou konstrukci. Praktické zkoušky ukázaly, že správně navržený, ale především správně vyrobený lepený spoj nevykazuje při dynamickém namáhání náchylnost k únavovému selhání/lomu [5].

2.4.5 Vlivy prostředí

Lepené spoje bývají během svého života často vystavovány různým druhům vnějších vlivů. Je třeba umět tyto vlivy nějak popsat, jelikož mohou mít nezanedbatelný dopad na pevnost a životnost spoje.

Hlavními faktory, které musíme při konstrukci spoje brát v potaz, jsou teplota a vlhkost prostředí, ve kterém bude navrhovaný spoj pracovat. Dlouhotrvající, ale v některých případech i chvilkové vystavení spoje vyšším teplotám častokrát způsobí nevratné chemické a fyzikální změny ve struktuře lepidla. Obecně se dá říci, že čím vyšší je teplota okolí, tím nižší je pevnost spoje. Vlhkost například u polymerních materiálů může způsobovat plastizaci (změna teplotních a mechanických vlastností), proniknutí vody do vnitřní struktury polymeru, což způsobí náhlé zvětšení objemu (tzv. „swelling“) nebo degradaci materiálu. Tyto změny lze zvrátit dehydratací polymeru pouze pokud proběhly při teplotách nižších, než je teplota skelného přechodu polymeru T_g [7].

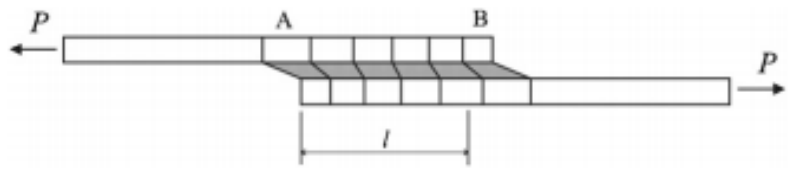
Jediným vlivem vlhkosti nemusí být pouze zhoršení chemických a fyzikálních vlastností lepidla, ale může také poškodit samotné rozhraní mezi lepidlem a adherendem. Mechanismy degradace jsou značně odlišné pro kompozitní spoje a kovové spoje ve vlhkém prostředí. U kompozitů ve vlhku (na rozdíl od kovů) spojených lepidly je práce adhezních sil stále kladná, což snižuje pravděpodobnost selhání spoje na rozhraní při stárnutí spoje [7].

3. ANALYTICKÉ MODELY

3.1 Volkersenova metoda

Volkersenova metoda odvozená již v roce 1938 jako první představila přístup přes diferenciální smyk. Pro výpočet předpokládáme poddajné adherendy i lepidlo. Uvažujeme, že adherendy se deformují pouze tahem ve vodorovném směru (viz obr. 7). V lepidle uvažujeme smykové napětí konstantní po tloušťce lepidla, ale proměnlivé po délce přeplátování. Tahové napětí v horním adherendu je maximální v bodě A (obr. 7) a postupně klesá k nule v bodě B (obr. 7). Právě postupně se snižující napětí, a tudíž i délkové deformace adherendů po délce přeplátování stejně tak jako spojitost rozhraní lepidlo/adherend způsobují měnící se rozložení smykového napětí a deformace ve vrstvě lepidla [1].

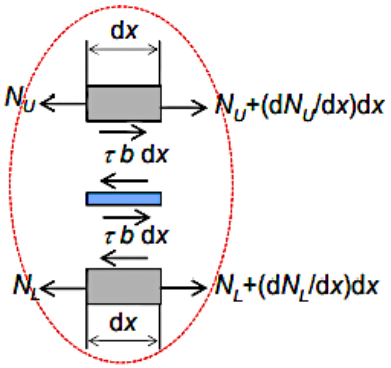
Smykové napětí v lepidle je maximální na koncích přeplátování a uprostřed spoje dosahuje mnohem nižších hodnot. Volkersen ve svých úvahách nevzal v potaz ohybový moment způsobený excentricitou samotné konstrukce „single-lap“ spoje. Z tohoto důvodu je vhodné tuto metodu používat spíš pro „double-lap“ spoje, jelikož ohyb adherendů způsobený neuvažovaným ohybovým momentem u „double-lap“ spoje není tak výrazný, nebo pro velmi tenké spoje, u kterých je excentricita konstrukce zanedbatelná z důvodu velmi malého ramene, na kterém dvojice sil, jež tahají za oba adherendy na jejich koních, působí [1].



Obrázek 7 – Volkersenova metoda [1]

3.1.1 Odvození Volkersenovy metody [6]

Vyjměme nekonečně malý element z oblasti přeplátování spoje viz obr. 8:



Obrázek 8 – Element pro Volkersenovu metodu [6]

Dále napíšeme a upravíme rovnice rovnováhy (U = „upper“, L = „lower“):

$$\frac{dN_U}{dx}dx + \tau \cdot b \cdot dx = 0 \tag{3.1.1}$$

$$\frac{dN_L}{dx}dx + \tau \cdot b \cdot dx = 0, \tag{3.1.2}$$

rovnice podělíme plochou horního ($A = t_U \cdot b$), resp. dolního ($A = t_L \cdot b$) adherendu:

$$\frac{d\sigma_U}{dx}dx + \tau \frac{b}{t_U \cdot b}dx = 0 \tag{3.1.3}$$

$$\frac{d\sigma_L}{dx}dx + \tau \frac{b}{t_L \cdot b}dx = 0, \tag{3.1.4}$$

a upravíme:

$$\frac{d\sigma_U}{dx} + \tau \frac{1}{t_U} = 0 \tag{3.1.5}$$

$$\frac{d\sigma_L}{dx} - \tau \frac{1}{t_L} = 0. \tag{3.1.6}$$

Dále použijeme Hookeův zákon:

$$\tau = G_a \cdot \gamma \tag{3.1.7}$$

$$\sigma_U = E_U \cdot \varepsilon_U \tag{3.1.8}$$

$$\sigma_L = E_L \cdot \varepsilon_L, \tag{3.1.9}$$

a kinematické rovnice:

$$\gamma = \frac{u_L - u_U}{t_a} \tag{3.1.10}$$

$$\varepsilon_U = \frac{du_U}{dx} \tag{3.1.11}$$

$$\varepsilon_L = \frac{du_L}{dx}. \tag{3.1.12}$$

Abychom dostali požadovanou diferenciální rovnici vyjadřující průběh smykového napětí po délce přeplátování spoje, musíme přistoupit k úpravám rovnic (3.1.1) až (3.1.12). Derivujeme dvakrát rovnici (3.1.10), za členy s posuvy u_U, resp. u_L dosadíme z jednou derivované rovnice (3.1.11), resp. (3.1.12). Tím se do rovnice dostávají členy $\frac{d\varepsilon_U}{dx}$ a $\frac{d\varepsilon_L}{dx}$. Za tyto členy dosadíme z jednou derivované rovnice (3.1.8), resp. z jednou derivované rovnice (3.1.9):

$$\frac{d^2\gamma}{dx^2} = \frac{1}{t_a}\left(\frac{d^2u_L}{dx^2} - \frac{d^2u_U}{dx^2}\right) = \frac{1}{t_a}\left(\frac{d\varepsilon_L}{dx} - \frac{d\varepsilon_U}{dx}\right) = \frac{1}{t_a}\left(\frac{1}{E_L}\frac{d\sigma_L}{dx} - \frac{1}{E_U}\frac{d\sigma_U}{dx}\right). \tag{3.1.13}$$

Poté za zkos γ dosadíme z rovnice (3.1.7) a za člen $\frac{d\sigma_U}{dx}$, resp. $\frac{d\sigma_L}{dx}$ dosadíme z upravené rovnice rovnováhy (3.1.5), resp. (3.1.6):

$$\frac{1}{G_a}\frac{d^2\tau}{dx^2} = \frac{1}{t_a}\left(\tau\frac{1}{E_L t_L} + \tau\frac{1}{E_U t_U}\right).$$

Rovnici upravíme:

$$\frac{d^2\tau}{dx^2} - \frac{G_a}{t_a}\left(\frac{1}{E_L t_L} + \frac{1}{E_U t_U}\right)\tau = 0, \tag{3.1.14}$$

a zavedeme koeficient ω:

$$\omega^2 = \frac{G_a}{t_a}\left(\frac{1}{E_L t_L} + \frac{1}{E_U t_U}\right). \tag{3.1.16}$$

Tím se dostáváme k výsledné homogenní diferenciální rovnici druhého řádu s konstantními koeficienty:

$$\frac{d^2\tau}{dx^2} - \omega^2\tau = 0. \tag{3.1.17}$$

Řešení této diferenciální rovnice má následující tvar:

$$\tau(x) = C_1 \cosh(\omega x) + C_2 \sinh(\omega x). \tag{3.1.18}$$

Po úplném vyřešení za pomoci okrajových podmínek vyjadřuje průběh smykového napětí po délce přeplátování. Integrační konstanty vypočítáme z okrajových podmínek pro deformace na konci a na začátku přeplátování. Do rovnice (3.1.10) dosadíme za zkos γ z rovnice (3.1.7) a jednou derivujeme. Derivováním se z posuvu u_U, resp. u_L dostáváme k deformaci ε_U, resp. ε_L:

$$\frac{d\tau}{dx}(x=0) = \frac{G_a}{t_a}\left(\frac{du_L}{dx}(x=0) - \frac{du_U}{dx}(x=0)\right) = -\frac{G_a}{t_a}\frac{F}{E_U \cdot t_U \cdot b} \tag{3.1.19}$$

$$\frac{d\tau}{dx}(x=L) = \frac{G_a}{t_a}\left(\frac{du_L}{dx}(x=L) - \frac{du_U}{dx}(x=L)\right) = \frac{G_a}{t_a}\frac{F}{E_L \cdot t_L \cdot b}. \tag{3.1.20}$$

Z okrajových podmínek získáme integrační konstanty C_1 a C_2:

$$C_1 = \frac{F G_a}{t_a \omega}\left(\frac{1}{E_U \cdot t_U \cdot b \cdot \tanh(\omega L)} + \frac{1}{E_L \cdot t_L \cdot b \cdot \sinh(\omega L)}\right) \tag{3.1.21}$$

$$C_2 = -\frac{F \cdot G_a}{t_a \cdot \omega}\frac{1}{E_U \cdot t_U \cdot b}. \tag{3.1.22}$$

Dalším upravováním se dostáváme k výslednému výrazu pro výpočet smykového napětí ve spoji:

$$\tau = \frac{F}{b \cdot l} \cdot \frac{w}{2} \cdot \frac{\cosh(w \cdot X)}{\sinh\left(\frac{w}{2}\right)} + \left(\frac{\psi - 1}{\psi + 1}\right) \cdot \frac{w}{2} \cdot \frac{\sinh(w \cdot X)}{\cosh\left(\frac{w}{2}\right)}, \tag{3.1.23}$$

kde používáme tyto koeficienty:

$$\psi = \frac{t_U}{t_L}$$

$$\phi = \frac{G_a \cdot l^2}{E \cdot t_U \cdot t_a}$$

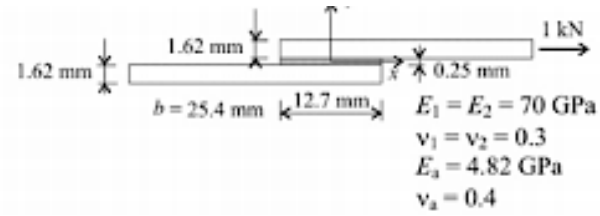
$$w^2 = (1 + \psi) \cdot \phi$$

$$X = \frac{x}{l}.$$

Souřadnice *x* má svoji nulovou hodnotu na levém kraji přeplátování. Hodnota *X*, kterou dostaneme dělením souřadnice *x* celkovou délkou, tedy probíhá hodnoty v intervalu $< 0; 1 >$.

3.1.2 Napětí ve spoji

Při počítání podle Volkersena vychází maximální smykové napětí vždy na koncích spoje. Mohou se však lišit maxima hodnot na obou koncích spoje, čehož dosáhneme například uvažováním spoje s nestejnou tloušťkou adherendů. Pozměníme tedy hodnoty koeficientu $\psi = \frac{t_U}{t_L}$ z hodnoty 1 na hodnotu jinou. Viz kapitola 4.4.



Obrázek 9 – Modelový lepený spoj [1]

3.2 Goland – Reissnerova metoda

Druhým modelem, který tato práce analyzuje je přístup podle Goland – Reissnera, jenž byl odvozen již v roce 1944. Staví na poznatcích z Volkersenovy metody a jako první uvažuje i efekty způsobené rotací adherendů při zátěži. Metoda dle Goland – Reissnera je však také stejně jako metoda dle Volkersena založena na několika zjednodušujících předpokladech.

Nejdůležitějším z těchto zjednodušení je uvažování konstantního smykového i odlupového napětí po tloušťce lepidla. Toto vede k tomu, že na volných koncích vrstvy lepidla nedostáváme při výpočtech nulové hodnoty smykového napětí, což ale ve skutečnosti nastává, jak bylo pozdějšími analýzami ukázáno. Dále předpokládáme chování adherendů i adheziva jako dokonale elastické bez uvažování výskytu plastických deformací. Smykové deformace v adherendech jsou zanedbávány. Vliv vrstvy lepidla na ohybovou tuhost spoje též zanedbáváme (viz rovnice (3.2.5) až (3.2.7). Předpokládáme, že adherendy se se deformují jako ohybově namáhané desky.

Jelikož síly *F* (v některé zahraniční literatuře značeny jako *P*), kterými je „single-lap“ spoj namáhán, nepůsobí v jedné rovině, dají se považovat za silovou dvojici. Působí na rameni, jež má velikost tloušťky obou adherendů a tloušťky vrstvy adheziva. To má za následek vznik posouvající síly (*T*) a ohybového momentu (*M*) na koncích oblasti přeplátování (viz obr. 11). Působením ohybového momentu celý spoj rotuje, snaže se dostat do polohy, ve které síly *F* tahající za konce adherendů působí v jedné rovině. S narůstajícím natočením spoje velikost ohybového momentu klesá. Goland a Reissner pro vyjádření této skutečnosti použili faktor *k*, resp. *k'*, které vyjadřují vztah mezi aplikovaným zatížením vztaženým na jednotku šířky ($\bar{F}$) a ohybovým momentem (M), resp. posouvající silou (T) na koncích přeplátování (význam, podoba a odvození jednotlivých členů je uvedeno v kapitole 3.2.1):

$$M_0 = k\frac{\bar{F}t}{2}$$

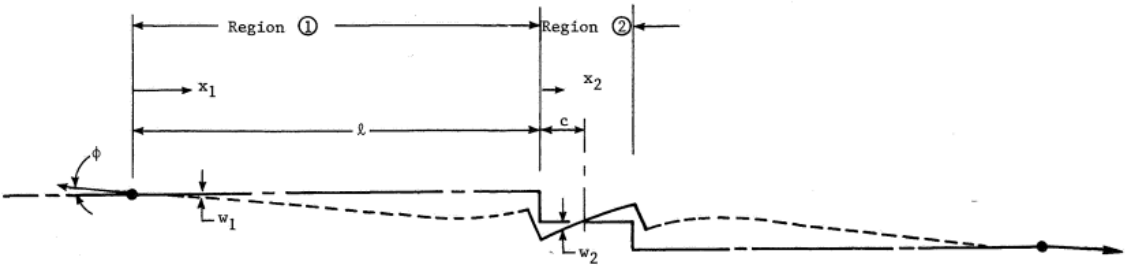
$$T_0 = k'\frac{\bar{F}t}{c}$$

Pokud je aplikováno velmi malé zatížení a spoj tudíž téměř nerotuje, jsou oba faktory k i k' přibližně rovny jedné. S narůstajícím natočením spoje se hodnoty obou faktorů zmenšují a tím se zmenšují i velikosti posouvající síly (*T*) a ohybového momentu (*M*).

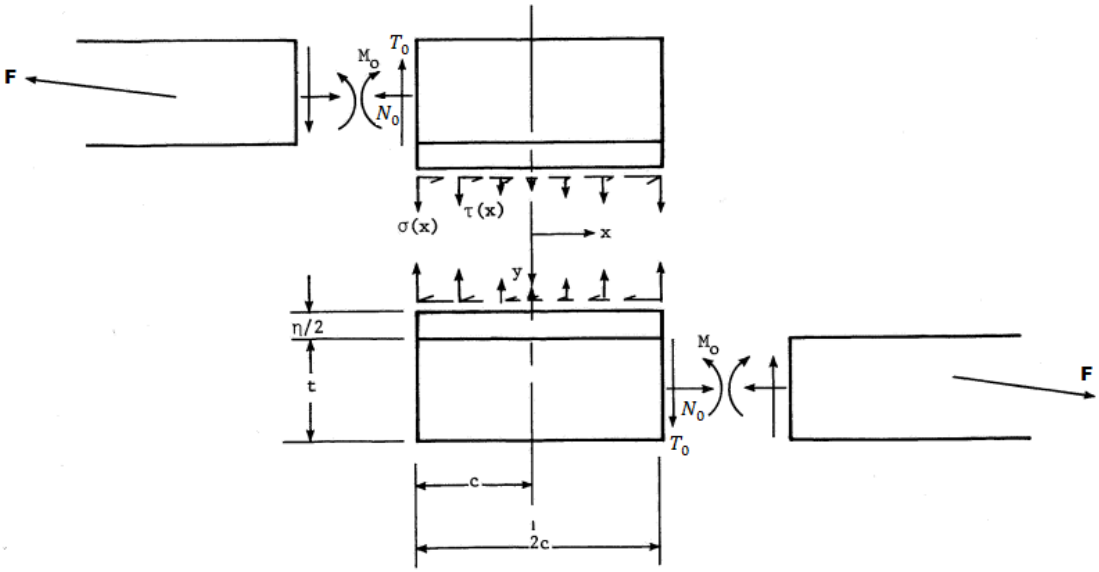
3.2.1 Odvození Goland – Reissnerovy metody [1, 2, 6, 13, 14, 15]

Na rozdíl od Volkersenovy metody musíme zde spoj rozdělit na dvě oblasti a řešit je odděleně. První je třeba vyřešit silové účinky na rozhraní přeplátování (oblast adherendu, kde začíná vrstva lepidla). Za druhé je poté potřeba analyzovat samotnou oblast přeplátování. Hodnoty ohybového momentu M_0, posouvající síly T_0 (v některé zahraniční literatuře značeno V_0) a normálové síly N_0 (v některé zahraniční literatuře značeno T_0) na rozhraní přeplátování se následně dosazují jako okrajové podmínky při řešení diferenciálních rovnic vyjadřujících průběhy smykového a odlupového napětí v oblasti přeplátování spoje.

Rozhraní mezi adherendem a oblastí přeplátování



Obrázek 10 – Znázornění deformace střední čáry [17]



Obrázek 11 – Silové účinky na rozhraní přeplátování zobrazené v kladném směru [17]

Pří řešení oblasti rozhraní přeplátování uvažujeme, že se adherend chová jako nosník namáhaný pouze rovinnou 1-D napjatostí. Spoj je namáhán silou F působící pod úhlem ϕ.

Ohybový moment v oblasti 1 (viz obr. 10) pro $0 < x_1 < l$ je roven:

$$M_1 = Fcos(\phi)[x_1 \tan(\phi) - v_1] \cong F[x_1\phi - v_1]. \tag{3.2.1}$$

Ohybový moment v oblasti 2 (oblast přeplátování, viz obr. 10) pro $0 < x_2 < c$ je roven:

$$M_2 = Fcos(\phi)[(l + x_2) \tan(\phi) - v_2] \cong F[(l + x_2)\phi - v_2]. \tag{3.2.2}$$

Z teorie tenkých desek známe následující vztahy:

$$\frac{d^2v_1}{dx^2} = -\frac{M_1}{D_1} \tag{3.2.3}$$

$$\frac{d^2v_2}{dx^2} = -\frac{M_2}{D_2}. \tag{3.2.4}$$

Jelikož zanedbáváme tloušťku lepidla, pak platí (pro tloušťku adherendu označenu jako t) mezi ohybovou tuhostí adherendu D_1 a ohybovou tuhostí oblasti přeplátování D_2 následující vztahy:

$$D_1 = \frac{Et^3}{12(1-v^2)} \tag{3.2.5}$$

$$D_2 = \frac{E(2t)^3}{12(1-v^2)} \tag{3.2.6}$$

$$D_2 = 8D_1. \tag{3.2.7}$$

Po dosazení rovnic (3.2.1) a (3.2.2) do rovnic (3.2.3) a (3.2.4) dostáváme vztahy pro celkové deformace adherendu, resp. oblasti přeplátování, tedy v_1, resp. v_2:

$$\frac{d^2v_1}{dx^2} = -\frac{F[x_1\phi - v_1]}{D_1} \text{ pro } 0 < x_1 < l, \tag{3.2.8}$$

resp. pro oblast přeplátování:

$$\frac{d^2v_2}{dx^2} = -\frac{F[(l+x_2)\phi - v_2]}{D_2} \text{ pro } 0 < x_2 < c. \tag{3.2.9}$$

Okrajové podmínky pro řešení rovnic (3.2.8) a (3.2.9) jsou následující:

$$v_1(x_1 = 0) = 0 \tag{3.2.10a}$$

$$v_2(x_2 = c) = 0 \tag{3.2.10b}$$

$$v_1(x_1 = l) = v_2(x_2 = 0) \tag{3.2.10c}$$

$$\frac{dv_1}{dx}(x_1 = l) = \frac{dv_2}{dx}(x_2 = 0). \tag{3.2.10d}$$

Přítomnost členů obsahujících vnější zatížení F a průhyb v dělají z rovnic (3.2.8) a (3.2.9) rovnice nelineární v závislosti k aplikovanému zatížení. Dále z geometrických vztahů a teorie pro tenké desky můžeme napsat následující vztahy:

$$N_0 = Fcos\phi \cong F \tag{3.2.11}$$

$$M_0 = -D_1 \frac{d^2 v_1}{dx^2}\bigg|_{x_1=l} \tag{3.2.12}$$

$$T_0 = -D_1 \frac{d^3 v_1}{dx^3}\bigg|_{x_1=l}. \tag{3.2.13}$$

Řešení systému rovnic (3.2.8) až (3.2.13) dává výsledné vztahy pro ohybový moment a posouvající (příčnou) sílu na rozhraní mezi adherendem a oblastí přeplátování:

$$M_0 = k\frac{Ft}{2} \tag{3.2.14}$$

$$T_0 = k\overline{F}\sqrt{\frac{3(1-\nu^2)\overline{F}}{tE}}, \tag{3.2.15}$$

kde $\overline{F}$ je aplikované zatížení vztažené na jednotku šířky a faktory k a u_2 jsou:

$$k = \frac{\cosh(u_2 c)}{\cosh(u_2 c)+2\sqrt{2}\sinh(u_2 c)} \tag{3.2.16}$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{2}}\frac{1}{t}\sqrt{\frac{\overline{F}}{tE}}. \tag{3.2.17}$$

Pokud spoj nerotuje, což nastává při malém aplikovaném zatížení, faktor k je přibližně roven jedné. S narůstajícím natočením spoje způsobeném zvyšujícím se zatížením se hodnota faktoru k bude zmenšovat. To má za následek zmenšování ohybového momentu i příčné síly.

Oblast přeplátování

Při odvozování vztahů vyjadřujících smykové a odlupové napětí v oblasti přeplátování začneme vyjmutím nekonečně malého elementu z této oblasti, dále určíme vnitřní silové účinky a z nich následně sestavíme rovnice rovnováhy pro daný element.

Rovnice rovnováhy pro vyjmutý element:

$$\frac{dN_U}{dx} + \tau = 0 \tag{3.2.18}$$

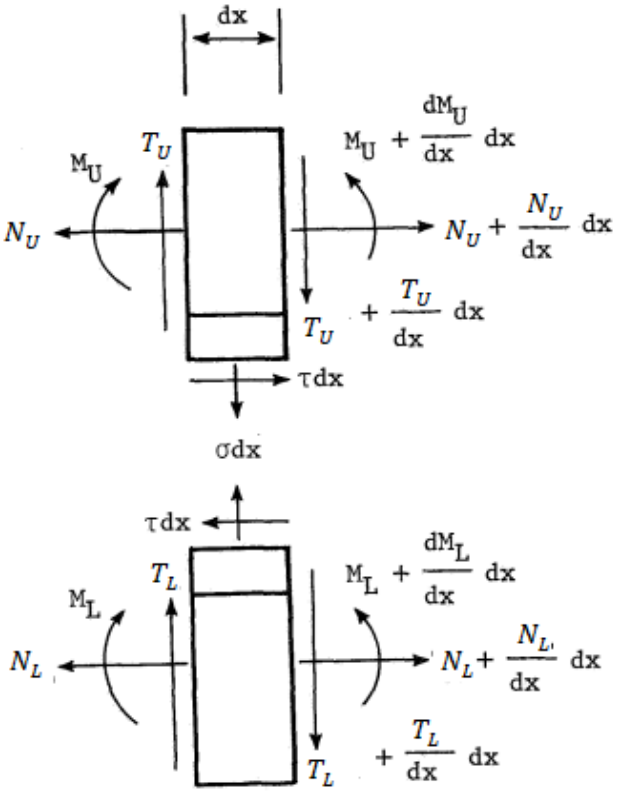
$$\frac{dN_L}{dx} - \tau = 0 \tag{3.2.19}$$

$$\frac{dT_U}{dx} + \sigma = 0 \tag{3.2.20}$$

$$\frac{dT_L}{dx} - \sigma = 0 \tag{3.2.21}$$

$$\frac{dM_U}{dx} - T_U + \tau\frac{t}{2} = 0 \tag{3.2.22}$$

$$\frac{dM_L}{dx} - T_L + \tau\frac{t}{2} = 0. \tag{3.2.23}$$



Obrázek 12 – Silové účinky na vyjmutý element [17]

Předpoklad rovinného namáhání nám mezi zatížením a deformací dává vztahy jako u teorie ohýbaných desek, tudíž pro svislé posuvy v_U, resp. v_L můžeme psát:

$$\frac{d^2 v_U}{dx^2} = -\frac{M_U}{D}, \tag{3.2.24}$$

resp.

$$\frac{d^2 v_L}{dx^2} = -\frac{M_L}{D}, \tag{3.2.25}$$

kde $D = \frac{Et^3}{12(1-v^2)}$ vyjadřuje ohybovou tuhost horní (dolní) poloviny oblasti přeplátování při zanedbání tloušťky vrstvy adheziva.

Pro vodorovné posuvy horního, resp. dolního adherendu, tedy u_U, resp. u_L můžeme psát následující vztahy. Členy v závorce (při uvažování jednotkové šířky) mají rozměr napětí a po dělení Youngovým modulem pružnosti se dostáváme na deformaci, tedy $\varepsilon = \frac{du}{dx}$:

$$\frac{du_U}{dx} = \frac{1}{E}\left(\frac{N_U}{t} + 6\frac{M_U}{t^2}\right), \tag{3.2.26}$$

resp.

$$\frac{du_L}{dx} = \frac{1}{E}\left(\frac{N_L}{t} - 6\frac{M_L}{t^2}\right). \tag{3.2.27}$$

Dále z matematické teorie pružnosti známe Hookeův zákon a kinematické rovnice:

$$\gamma = \frac{\tau}{G_a} = \frac{u_L - u_U}{t_a} \tag{3.2.28}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_a} = \frac{v_L - v_U}{t_a}. \tag{3.2.29}$$

Smykové napětí ve spoji:

Chceme-li se dostat k diferenciální rovnici vyjadřující průběh smykového napětí po délce přeplátování spoje, přistoupíme k úpravám rovnic (3.2.18) až (3.2.29). Derivujeme dvakrát rovnici (3.2.28) a dosadíme jednou derivované rovnice (3.2.26) a (3.2.27).

$$\frac{1}{G_a}\frac{d^2\tau}{dx^2} = \frac{1}{t_a}\frac{d^2u_L - d^2u_U}{dx^2} = \frac{1}{t_a \cdot E}\left(\frac{dN_L}{t \cdot dx} - 6\frac{dM_L}{t^2 \cdot dx} - \frac{dN_U}{t \cdot dx} - 6\frac{dM_U}{t^2 \cdot dx}\right).$$

Za členy $\frac{dN_U}{dx}$, $\frac{dN_L}{dx}$, $\frac{dM_U}{dx}$ a $\frac{dM_L}{dx}$ dosadíme z rovnic rovnováhy (3.2.18), (3.2.19), (3.2.22) a (3.2.23):

$$\frac{1}{G_a}\frac{d^2\tau}{dx^2} = \frac{1}{t_a \cdot E}\left(\frac{\tau}{t} - 6\frac{T_L}{t^2} + 3\frac{\tau}{t} - \left(\frac{-\tau}{t}\right) - \left(6\frac{T_U}{t^2} - 3\frac{\tau}{t}\right)\right) = \frac{1}{t_a \cdot E}\left(\frac{8\tau}{t} - 6\frac{T_U}{t^2} - 6\frac{T_L}{t^2}\right). \quad (3.2.30)$$

Nyní po provedení výše zmíněných úprav rovnici (3.2.30) znovu derivujeme za účelem odstranění členů s posouvajícími (příčnými) silami T_U a T_L. Po zderivování dosadíme za členy $\frac{dT_U}{dx}$, resp. $\frac{dT_L}{dx}$ z rovnic rovnováhy (3.2.20), resp. (3.2.21):

$$\frac{1}{G_a}\frac{d^3\tau}{dx^3} = \frac{1}{t_a \cdot E}\left(\frac{8}{t}\frac{d\tau}{dx} - 6\frac{-\sigma}{t^2} - 6\frac{\sigma}{t^2}\right).$$

Po poslední úpravě dostáváme konečnou homogenní diferenciální rovnici třetího řádu s konstantními koeficienty, která po vyřešení za pomoci okrajových podmínek vyjadřuje průběh smykového napětí po délce přeplátování spoje:

$$\frac{d^3\tau}{dx^3} - 8\frac{G_a}{t \cdot t_a \cdot E}\frac{d\tau}{dx} = 0. \quad (3.2.31)$$

K úplnému dořešení rovnice (3.2.31) je zapotřebí formulovat okrajové podmínky. Jelikož víme, že:

$$\left.\begin{array}{l} T_L = M_L = N_L = 0 \\ T_U = T_0\,;\; M_U = M_0\,;\; N_U = N_0 = F \end{array}\right\} pro\ x_2 = -c \quad (3.2.32a)$$

$$\left.\begin{array}{l} T_U = M_U = N_U = 0 \\ T_L = T_0\,;\; M_L = -M_0\,;\; N_L = N_0 = F \end{array}\right\} pro\ x_2 = c, \quad (3.2.32b)$$

a také známe rovnice (3.2.26) až (3.2.29), určíme potřebné tři okrajové podmínky:

$$\left.\frac{d\tau}{dx}\right|_{x_2=-c} = -\frac{G_a}{t_a \cdot E}\left(\frac{F}{t} + \frac{6M_0}{t^2}\right) \tag{3.2.33a}$$

$$\left.\frac{d\tau}{dx}\right|_{x_2=+c} = +\frac{G_a}{t_a \cdot E}\left(\frac{F}{t} + \frac{6M_0}{t^2}\right). \tag{3.2.33b}$$

Třetí okrajovou podmínku můžeme psát z rovnosti vnějších sil:

$$\int_{-c}^{+c} \tau dx = N_0 = F. \tag{3.2.33c}$$

Řešení systému rovnic (3.2.31) až (3.2.33) dává výsledný vztah pro průběh velikosti smykového napětí po délce přeplátování spoje:

$$\tau = -\frac{1}{8}\frac{\bar{F}}{c}\left[\frac{\beta c}{t}(1-3k)\frac{cosh\left(\frac{\beta c x}{t\ c}\right)}{sinh\left(\frac{\beta c}{t}\right)} + 3(1-k)\right], \tag{3.2.34}$$

kde $\bar{F}$ je aplikované zatížení vztažené na jednotku šířky, c je půlka délky přeplátování, souřadnice x s nulovou hodnotou uprostřed spoje udává, v jaké vzdálenosti od kraje přeplátování se nacházíme, a koeficienty β a k jsou:

$$\beta = \sqrt{8\frac{G_a}{E}\frac{t}{t_a}}$$

$$k = \frac{\cosh(u_2 c)}{\cosh(u_2 c) + 2\sqrt{2}\sinh(u_2 c)}.$$

Normálové (odlupové) napětí ve spoji:

Chceme-li se dostat k diferenciální rovnici vyjadřující průběh normálového napětí po délce přeplátování spoje, přistoupíme k úpravám rovnic (3.2.18) až (3.2.29). Derivujeme dvakrát rovnici (3.2.29), do které dosadíme z rovnic (3.2.24) a (3.2.25):

$$\frac{1}{E_a}\frac{d^2\sigma}{dx^2} = \frac{d^2 v_L - d^2 v_U}{dx^2}\frac{1}{t_a} = \left(-\frac{M_L}{D_1} + \frac{M_U}{D_1}\right)\frac{1}{t_a} = \left(\frac{M_U - M_L}{D_1}\right)\frac{1}{t_a}. \tag{3.2.35}$$

Rovnici (3.2.35) znovu derivujeme za účelem odstranění členů s momenty. Do derivované rovnice dosadíme za derivace M_U, resp. M_L z rovnic (3.2.22), resp. (3.2.23):

$$\frac{1}{E_a}\frac{d^3\sigma}{dx^3} = \left(\frac{dM_U - dM_L}{dx}\right)\frac{1}{D_1 \cdot t_a} = \left(T_U - \frac{\tau t}{2} - \left(T_L - \frac{\tau t}{2}\right)\right)\frac{1}{D_1 \cdot t_a} = (T_U - T_L)\frac{1}{D_1 \cdot t_a}. \tag{3.2.36}$$

Rovnici (3.2.26) opět derivujeme za účelem odstranění členů s posouvající silou. Do derivované rovnice dosadíme za derivace T_U, resp. T_L z rovnic (3.2.20), resp. (3.2.21):

$$\frac{1}{E_a}\frac{d^4\sigma}{dx^4} = \left(\frac{dT_U - dT_L}{dx}\right)\frac{1}{D_1 \cdot t_a} = (-\sigma - \sigma)\frac{1}{D_1 \cdot t_a}.$$

Úpravou se dostáváme ke konečné homogenní diferenciální rovnici čtvrtého řádu s konstantními koeficienty vyjadřující průběh normálového napětí po délce přeplátování spoje:

$$\frac{d^4\sigma}{dx^4} + \frac{2E_a}{D_1 t_a}\sigma = 0. \tag{3.2.37}$$

Pro úplné dořešení rovnice potřebujeme nalézt okrajové podmínky. Čtyři potřebné okrajové podmínky formulujeme pomocí rovnic (3.2.24), (3.2.25), (3.2.29) a (3.2.32). Derivujeme dvakrát rovnici (3.2.29) a dosadíme z uvedených rovnic:

$$\left.\frac{d^2\sigma}{dx^2}\right|_{x_2=-c} = \left(\frac{M_U - M_L}{D_1}\right)\frac{E_a}{t_a} = M_0\frac{E_a}{D_1 t_a} \tag{3.2.38a}$$

$$\left.\frac{d^2\sigma}{dx^2}\right|_{x_2=+c} = \left(\frac{M_U - M_L}{D_1}\right)\frac{E_a}{t_a} = M_0\frac{E_a}{D_1 t_a}. \tag{3.2.38b}$$

Tak jsme získali první dvě okrajové podmínky. Pro zbývající dvě derivujeme rovnici (3.2.29) třikrát, dosadíme z rovnic (3.2.22), resp. (3.2.23) za členy $\frac{dM_U}{dx}$, resp. $\frac{dM_L}{dx}$ a využijeme poznatků z rovnic (3.2.32):

$$\left.\frac{d^3\sigma}{dx^3}\right|_{x_2=-c} = \left(\frac{dM_U - dM_L}{dx}\right)\frac{E_a}{D_1 \cdot t_a} = \left(T_U - \frac{\tau t}{2} - \left(T_L - \frac{\tau t}{2}\right)\right)\frac{E_a}{D_1 \cdot t_a} = T_0\frac{E_a}{D_1 \cdot t_a} \tag{3.2.38c}$$

$$\left.\frac{d^3\sigma}{dx^3}\right|_{x_2=+c} = \left(\frac{dM_U - dM_L}{dx}\right)\frac{E_a}{D_1 \cdot t_a} = \left(T_U - \frac{\tau t}{2} - \left(T_L - \frac{\tau t}{2}\right)\right)\frac{E_a}{D_1 \cdot t_a} = -T_0\frac{E_a}{D_1 \cdot t_a}. \tag{3.2.38d}$$

Řešení systému rovnic (3.2.37) až (3.2.38) dává výsledný vztah pro průběh velikosti odlupového napětí po délce přeplátování spoje:

$$\sigma = \frac{1}{\Delta}\frac{\bar{F}t}{c^2}[A + B], \tag{3.2.39}$$

kde $\bar{F}$ je aplikované zatížení vztažené na jednotku šířky, c je půlka délky přeplátování, souřadnice x s nulovou hodnotou uprostřed spoje udává, v jaké vzdálenosti od kraje přeplátování se nacházíme a dále:

$$A = \left[R_2\lambda^2\frac{k}{2} + \lambda k' \cosh(\lambda)\cos(\lambda)\right]\cosh\left(\frac{\lambda x}{c}\right)\cos\left(\frac{\lambda x}{c}\right)$$

$$B = \left[R_1\lambda^2\frac{k}{2} + \lambda k' \sinh(\lambda)\sin(\lambda)\right]\sinh\left(\frac{\lambda x}{c}\right)\sin\left(\frac{\lambda x}{c}\right)$$

$$R_1 = \cosh(\lambda)\sin(\lambda) + \sinh(\lambda)\cos(\lambda)$$

$$R_2 = -\cosh(\lambda)\sin(\lambda) + \sinh(\lambda)\cos(\lambda)$$

$$\lambda = \frac{c}{t}\sqrt[4]{6\frac{E_a}{E}\frac{t}{t_a}}$$

$$\Delta = \frac{1}{2}[\sin(2\lambda) + \sinh(2\lambda)]$$

$$k' = \frac{kc}{t}\sqrt{3(1-\nu^2)\frac{\bar{F}}{tE}}.$$

4. VLIV PARAMETRŮ SPOJE NA PRŮBĚH NAPĚTÍ

4.1 Délka přeplátování

Délka přeplátování je jedním z nejdůležitějších parametrů ovlivňujících pevnost lepeného spoje. Obecně lze konstatovat, že navyšování délky přeplátování vede k nárůstu pevnosti spoje v důsledku narůstající plochy spoje. Přírůstek pevnosti vzhledem k délce přeplátování ovšem závisí také na použitém lepidle, materiálech adherendů a typu zatěžování. Velikost namáhání vedoucího k selhání spoje se typicky lineárně zvětšuje pro měkčí lepidla a pro křehká lepidla roste do určité meze a poté následné zvyšování délky přeplátování již další nárůst nepřináší. Ideální délku přeplátování nelze všeobecně jasně určit, vždy závisí na použitém páru adherend – lepidlo.

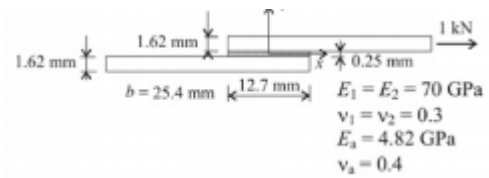
Je také nutné počítat s faktem, že ve většině případů s narůstající délkou přeplátování sice dosáhneme větší pevnosti spoje, ale též v souladu se vztahem pro deformační energii *U*:

$$U = \frac{1}{2}\int_0^L \frac{N^2(x)}{E \cdot A}\,dx$$

deformační energie naroste kvůli zvětšené délce vrstvy lepidla. To způsobuje v souladu s Castiglianovou větou u delších lepených spojů větší celkové deformace než u kratších lepených spojů za stejného namáhání.

4.1.1 Zhodnocení vlivu délky oblasti přeplátování

V programu MS Excel byl zkoumán modelový spoj s následujícími parametry:



Obrázek 13 - Modelový spoj [1]

Adherendy jsou z hliníku o Youngově modulu pružnosti $E_1 = E_2 = 70\,000\ MPa$. Youngův modul pružnosti adheziva je $E_a = 4\,820\ MPa$.

Mimo základní délku modelového spoje $L_1 = 12{,}7\ mm$ byly zvoleny další čtyři délky:

$L_2 = 20\ mm,$

$L_3 = 30\ mm,$

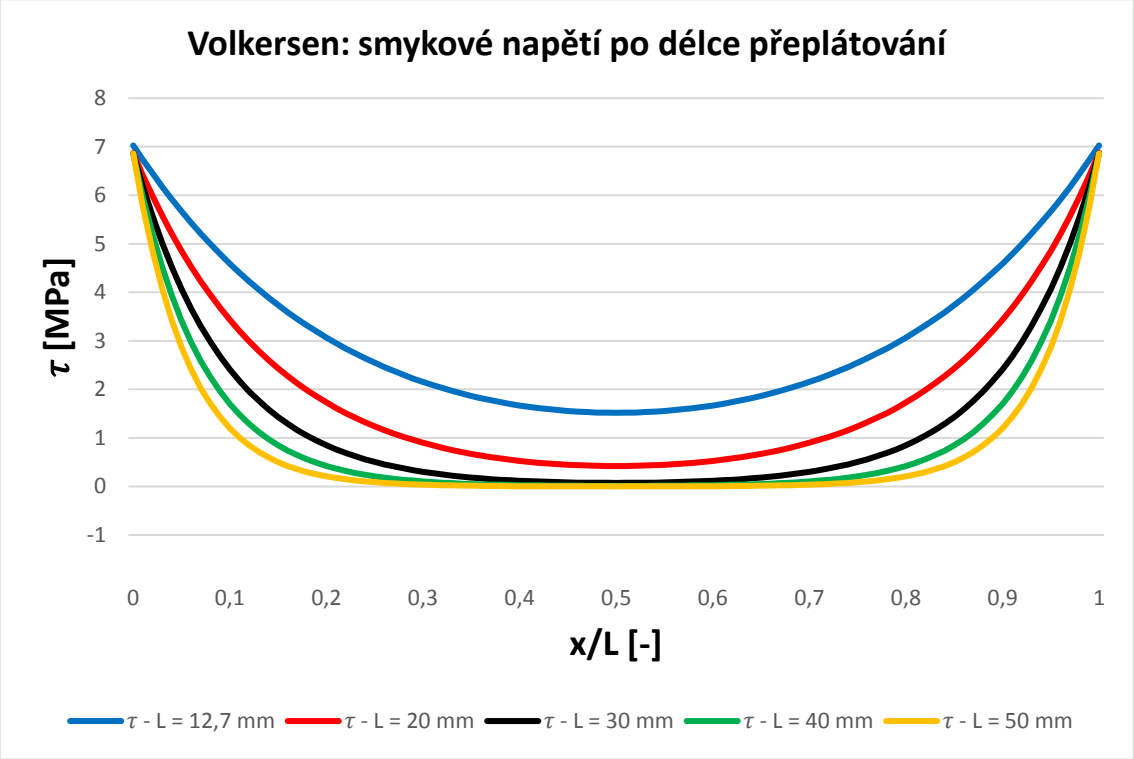
$L_4 = 40\ mm,$

$L_5 = 50\ mm.$

Pro všech pět délek byla vykreslena napětí vypočtená za pomoci obou výše představených analytických modelů, tedy metody dle Volkersena a metody dle Goland – Reissnera.

Volkersenova metoda

Graf 1 - Smykové napětí dle Volkersena při změnách délky oblasti přeplátování



Z grafu je patrné, že špičky napětí se téměř nemění s narůstající délkou přeplátování, což je způsobeno především poměrně vysokým Youngovým modulem pružnosti použitého lepidla. V případě použití lepidla s nižším modulem pružnosti by mezi špičkami napětí pro různé délky přeplátování byly znatelnější rozdíly. Avšak samotné křivky průběhu napětí ve spoji se liší. Nejpatrnější rozdíly nastávají v samotném středu přeplátování.

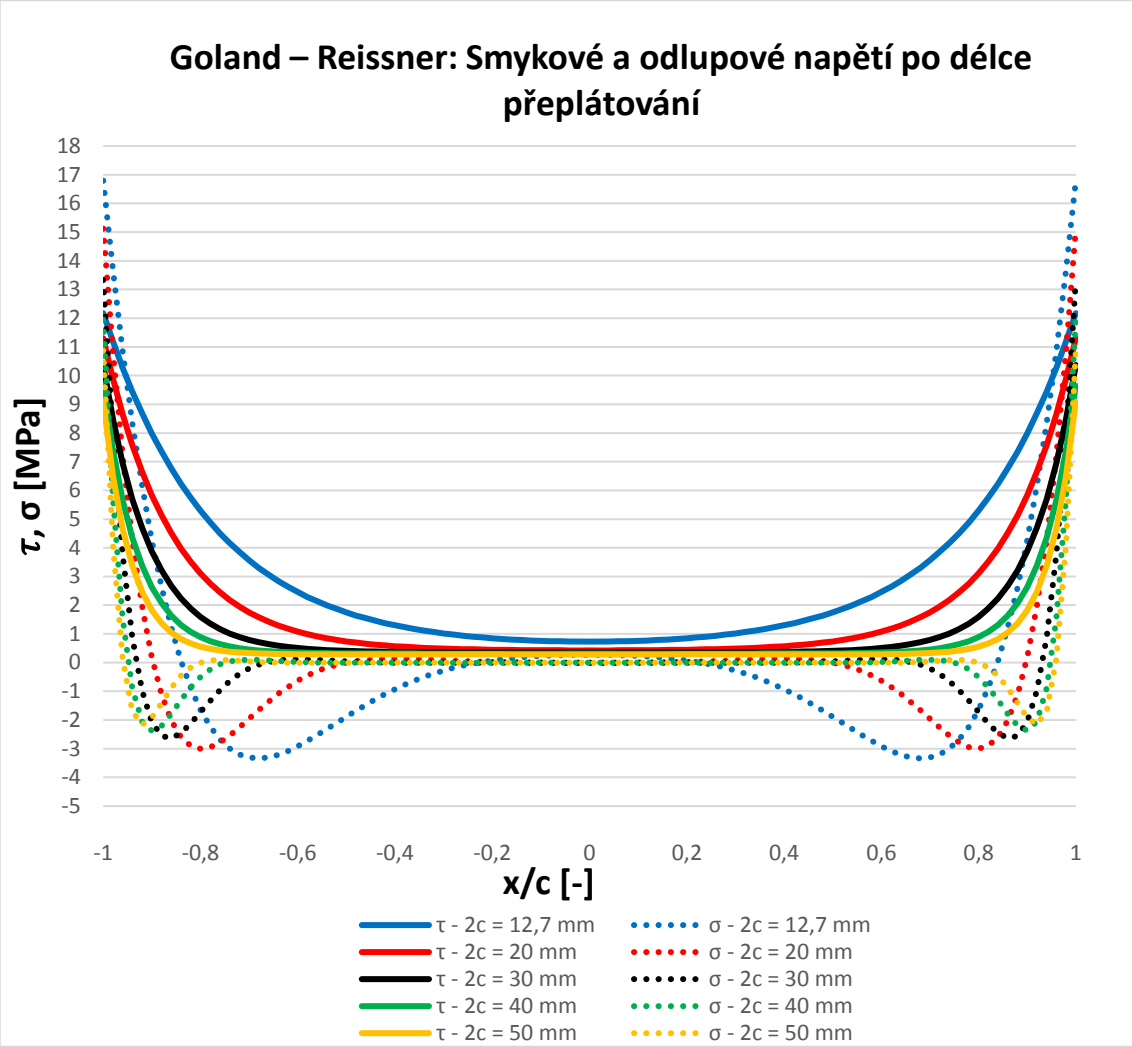
Pro délku $L_1 = 12{,}7\ mm$ je smykové napětí uprostřed přeplátování $\tau_1 = 1{,}52\ MPa$ a pro délku $L_2 = 20\ mm$ je smykové napětí $\tau_2 = 0{,}42\ MPa$. Dostáváme po zvýšení délky přeplátování o 36,5 % snížení napětí ve středu přeplátování o 72,3 %. Dále pro délky L_3, resp. L_4, resp. L_5 dostáváme další snížení smykového napětí ve středu přeplátování o 95,4 %, resp. 99,1 %, resp. 99,8 %.

Délka L_5 byla vyhodnocena jako mezní délka. Jakékoliv další zvýšení délky přeplátování již nepřineslo inženýrsky významné snížení napětí.

Z grafu pro smykové napětí dle Volkersenovy metody lze pozorovat, že při mezní délce pro hodnoty souřadnice $\frac{x}{L}$ v intervalu cca $< 0{,}3\ ;\ 0{,}7 >$ je smykové napětí v lepidle velmi blízké nule.

Goland – Reissnerova metoda

Graf 2 - Smykové a odlupové napětí dle Goland – Reissnera při změnách délky oblasti přeplátování



Rozdíly ve špičkách napětí dle Goland – Reissnerovy metody jsou patrnější než u metody dle Volkersena. Zatímco pro Volkersena byl pro délky $L_1 = 12{,}7\ mm$ a $L_5 = 50\ mm$ pokles smykového napětí τ na okrajích přeplátování pouze $0{,}17\ MPa$, což představuje rozdíl 2,4 %, u smykového napětí dle Goland – Reissnera je rozdíl ve špičkách smykového napětí τ pro délky L_1 a L_5 roven $3{,}1\ MPa$, což je rozdíl 25,5 %. Na druhou stranu z grafu lze vypozorovat, že metoda dle Goland – Reissnera je na okrajích oblasti přeplátování mnohem konzervativnější než metoda dle Volkersena. Pro výchozí délku $L_1 = 12{,}7\ mm$ jsme pomocí metody dle Volkersena dostali smykové napětí na okrajích $\tau = 7{,}03\ MPa$, avšak pomocí metody dle Goland – Reissnera je smykové napětí na okrajích $\tau = 12{,}18\ MPa$, což je nárůst o 42 %. Naopak ve středu oblasti přeplátování dostáváme při použití metody dle Goland – Reissnera poměrně nízké smykové napětí $\tau = 0{,}73\ MPa$

už pro základní délku $L_1 = 12{,}7\ mm$. To je oproti smykovému napětí dle Volkersena pokles o 52 %.

Metoda dle Goland – Reissnera navíc počítá i s odlupovým (normálovým) napětím σ, jež je způsobeno uvažováním přídavného ohybového momentu M a příčné síly V jako důsledek excentricity konstrukce „single-lap“ spoje.

Právě na porušení kvůli odlupovému napětí bývají lepené spoje nejnáchylnější, jelikož v tomto typu namáhání vykazují mnohem menší pevnost než například ve smyku nebo v tahu. Pro všechny zkoumané délky nabývá hodnot fluktuujících okolo nuly pro značnou část oblasti přeplátování, dále klesá do záporných hodnot blíže krajům a poté strmě narůstá zpět do kladných hodnot.

Rozdíly v hodnotách odlupového napětí jsou pro přehlednost znázorněny v následující tabulce:

Odlupové napětí dle Goland – Reissnera				
	Kraje oblasti přeplátování		**Střed oblasti přeplátování**	
Délka přeplátování	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**
$\boldsymbol{L_1}$	12,18	-	0,73	-
$\boldsymbol{L_2}$	11,3	7,2 %	0,42	42,5 %
$\boldsymbol{L_3}$	10,37	14,8 %	0,35	52,1 %
$\boldsymbol{L_4}$	9,65	20,8 %	0,31	57,5 %
$\boldsymbol{L_5}$	9,08	25,5 %	0,28	61,6 %

Tabulka 1 - Hodnoty odlupového napětí při změnách délky oblasti přeplátování (Goland – Reissner)

4.2 Materiál adherendů

Stejně jako délce oblasti přeplátování je vhodné věnovat zvýšenou pozornost výběru materiálu, z nějž jsou vyrobeny adherendy lepeného spoje.

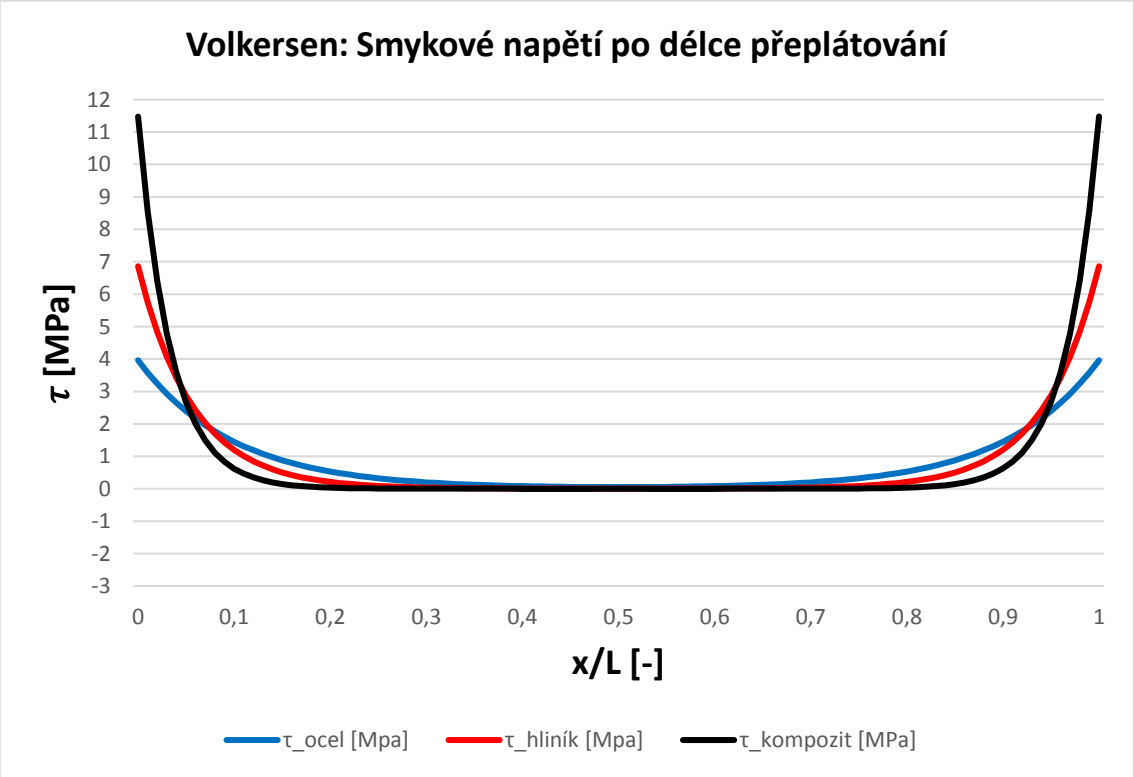
Pro zkoumání vlivu materiálu adherendů na průběh napětí ve spoji byl opět použit modelový spoj představený v kapitole 4.1.1., viz obr. 13. Nyní je ovšem již uvažována mezní délka $L_5 = 50\ mm$ určena také v kapitole 4.1.1. Průběhy napětí jsou opět získány pomocí obou výše představených analytických modelů.

Nejprve uvažujeme spoj s adherendy z uhlíkové oceli o Youngově modulu pružnosti $E_1 = 210\ GPa$. Dále spoj s adherendy zhotovenými z hliníku o Youngově modulu pružnosti $E_2 = 70\ GPa$. Třetí zkoumaný spoj má adherendy z kompozitu, jenž je vyztužen náhodně rozmístěnými uhlíkovými vlákny a je uvažován jako izotropní. Youngův modul pružnosti těchto adherendů uvažujeme $E_3 = 54\ GPa$.

4.2.1 Zhodnocení vlivu materiálu adherendů

Volkersenova metoda

Graf 3 - Smykové napětí dle Volkersena při změnách materiálu adherendů

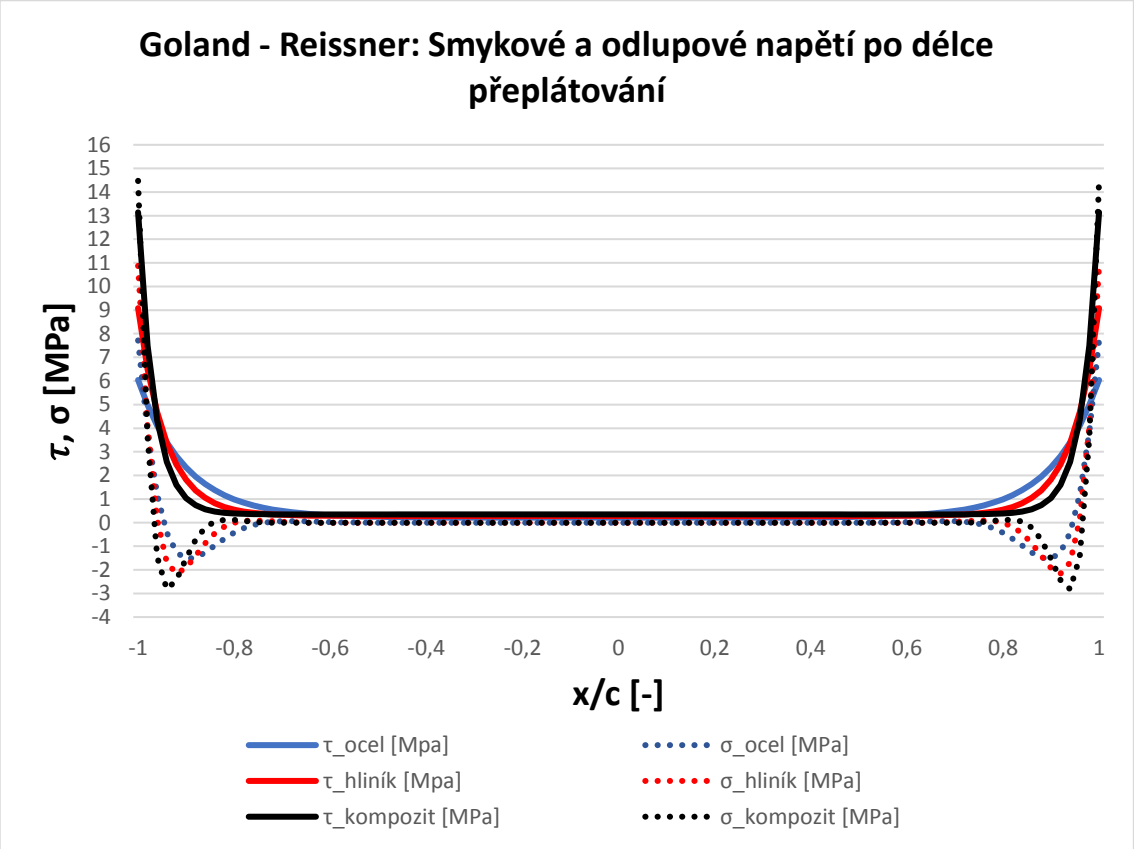


Z grafu je patrné, že na rozdíl od změn v délce přeplátování, jež se špiček napětí téměř nedotkly a ovlivňovaly pouze průběh napětí, změny v materiálu adherendů mají na špičky napětí na okrajích oblasti přeplátování značný vliv. Nejvyšší hodnota smykového napětí pro adherendy z oceli, jež je nejpevnějším ze tří zkoumaných materiálů, je $\tau = 3{,}96\ MPa$, což je oproti smykovému napětí $\tau = 6{,}86\ MPa$ u spoje s adherendy z hliníku pokles o 43 %. Naopak, pro spoj s adherendy z kompozitu s uhlíkovými vlákny je smykové napětí v lepidle na okrajích oblasti přeplátování $\tau = 11{,}48\ MPa$. Tato hodnota oproti modelovému spoji s adherendy z hliníku představuje nárůst o 40,2 %. Rozdíl v napětí mezi ocelí a kompozitem je 65,5 %.

Za zmínku stojí fakt, že při použití tužších adherendů sice dostáváme mnohem nižší smykové napětí na okrajích oblasti přeplátování, ale ve středu oblasti přeplátování je situace opačná. Pro adherendy z oceli je nejnižší napětí $\tau = 0{,}052\ MPa$, pro adherendy z hliníku je nejnižší napětí $\tau = 0{,}002\ 3\ MPa$ a pro adherendy z kompozitu s uhlíkovými vlákny je nejnižší napětí $\tau = 1{,}07 \cdot 10^{-5}\ MPa$, tedy téměř rovno nule. Pozorujeme, že čím nižší jsou špičky napětí, tím pozvolněji napětí klesá směrem ke středu oblasti přeplátování. A zároveň, čím poddajnější adherendy při konstrukci použijeme, tím strmější je pokles napětí směrem ke středu oblasti přeplátování.

Goland – Reissnerova metoda

Graf 4 - Smykové a odlupové napětí dle Goland – Reissnera při změnách materiálu adherendů



U Goland – Reissnerovy metody opět vidíme, že je celkově mnohem konzervativnější než metoda dle Volkersena. Smykové napětí v lepidle na okrajích oblasti přeplátování je pro spoj s adherendy z oceli $\tau = 6{,}04\ MPa$. Pro modelový spoj s adherendy z hliníku je smykové napětí na okrajích $\tau = 9{,}08\ MPa$. To nám dává nárůst o 50,3 %. Nejvyšší hodnota napětí u spoje s adherendy z kompozitu s uhlíkovými vlákny je $\tau = 13{,}14\ MPa$. Oproti adherendům z hliníku je to nárůst o dalších 44,7 %. Rozdíl mezi napětím pro adherendy z oceli a adherendy z kompozitu je dokonce 117,5 %.

Stejně jako u Volkersenovy metody opět pozorujeme pozvolnější pokles napětí směrem ke středu oblasti přeplátování pro tužší adherendy. Avšak již neplatí, že smykové napětí je ve středu oblasti přeplátování nejnižší pro spoj konstruovaný z nejměkčích adherendů. Smyková napětí v lepidle ve středu oblasti přeplátování pro adherendy z oceli, resp. z hliníku, resp. z kompozitu jsou $\tau = 0{,}21\ MPa$, resp. $\tau = 0{,}28\ MPa$, resp. $\tau = 0{,}35\ MPa$.

U metody dle Goland – Reissnera musíme opět vyhodnotit i přídavné odlupové napětí. Z grafu vidíme, že použití tužších adherendů má na špičky odlupového napětí σ na okrajích oblasti přeplátování podobný účinek jako na smykové napětí τ. Pro adherendy z oceli jsou špičky odlupového napětí nejnižší a pro spoj vyrobený z kompozitu s uhlíkovými vlákny, tedy nejměkčího ze tří zkoumaných materiálů, jsou špičky odlupového napětí nejvyšší. Všechny hodnoty odlupového napětí jsou pro přehlednost opět uvedeny v následující tabulce:

Odlupové napětí dle Goland – Reissnera				
	Kraje oblasti přeplátování		**Střed oblasti přeplátování**	
Materiál adherendů	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**
Kompozit	14,48	-	0	-
Hliník	10,88	24,9 %	0	-
Ocel	7,72	46,7 %	0	-

Tabulka 2 - Hodnoty odlupového napětí při změnách materiálu adherendů (Goland – Reissner)

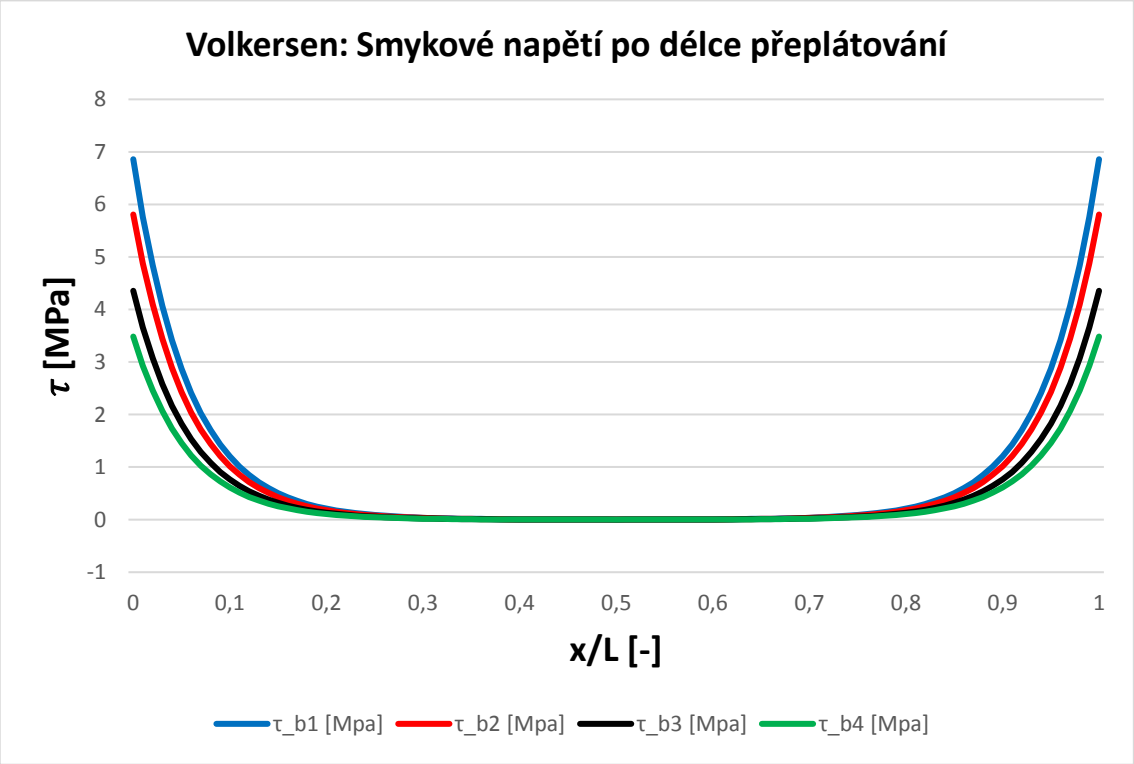
4.3 Šířka přeplátování

Dalším z důležitých parametrů lepeného spoje je šířka oblasti přeplátování. Poté, co jsme v kapitole 4.1.1 dospěli k mezní délce, což je délka, po které jakékoliv další zvyšování délky oblasti přeplátování již nepřináší další snížení hodnot napětí, musíme pro zvýšení celkové plochy oblasti přeplátování přistoupit k navyšování šířky této oblasti. Pro vyhodnocení vlivu změn v šířce oblasti přeplátování byl opět použit modelový spoj s parametry uvedenými v kapitole 4.1.1., viz obr. 13. Hodnoty napětí byly opět získány pomocí metody dle Volkersena a metody dle Goland – Reissnera. Pro porovnání vlivu šířky oblasti přeplátování byly zvoleny čtyři různé hodnoty šířky: šířka modelového spoje $b_1 = 25{,}4\ mm$ a dále šířky $b_2 = 30\ mm$, $b_3 = 40\ mm$ a $b_4 = 50\ mm$.

4.3.1. Zhodnocení vlivu šířky oblasti přeplátování

Volkersenova metoda

Graf 5 - Smykové napětí dle Volkersena při změnách šířky oblasti přeplátování



V grafu pozorujeme, že zvětšování šířky má na špičky napětí mnohem znatelnější vliv, než jaký mělo zvětšování délky. Smykové napětí v lepidle na okraji oblasti přeplátování je nejvyšší pro spoj s šířkou b_1 a nejnižší pro spoj s šířkou b_4. Opět vidíme, že pro

souřadnici $\frac{x}{L}$ v intervalu cca $< 0{,}3\ ;\ 0{,}7 >$ je smykové napětí v lepidle rovno téměř nule. To umožňuje opět v případě potřeby vynechat nanesení lepidla v této oblasti za cenu pouze malých kompromisů co se týče bezpečnosti.

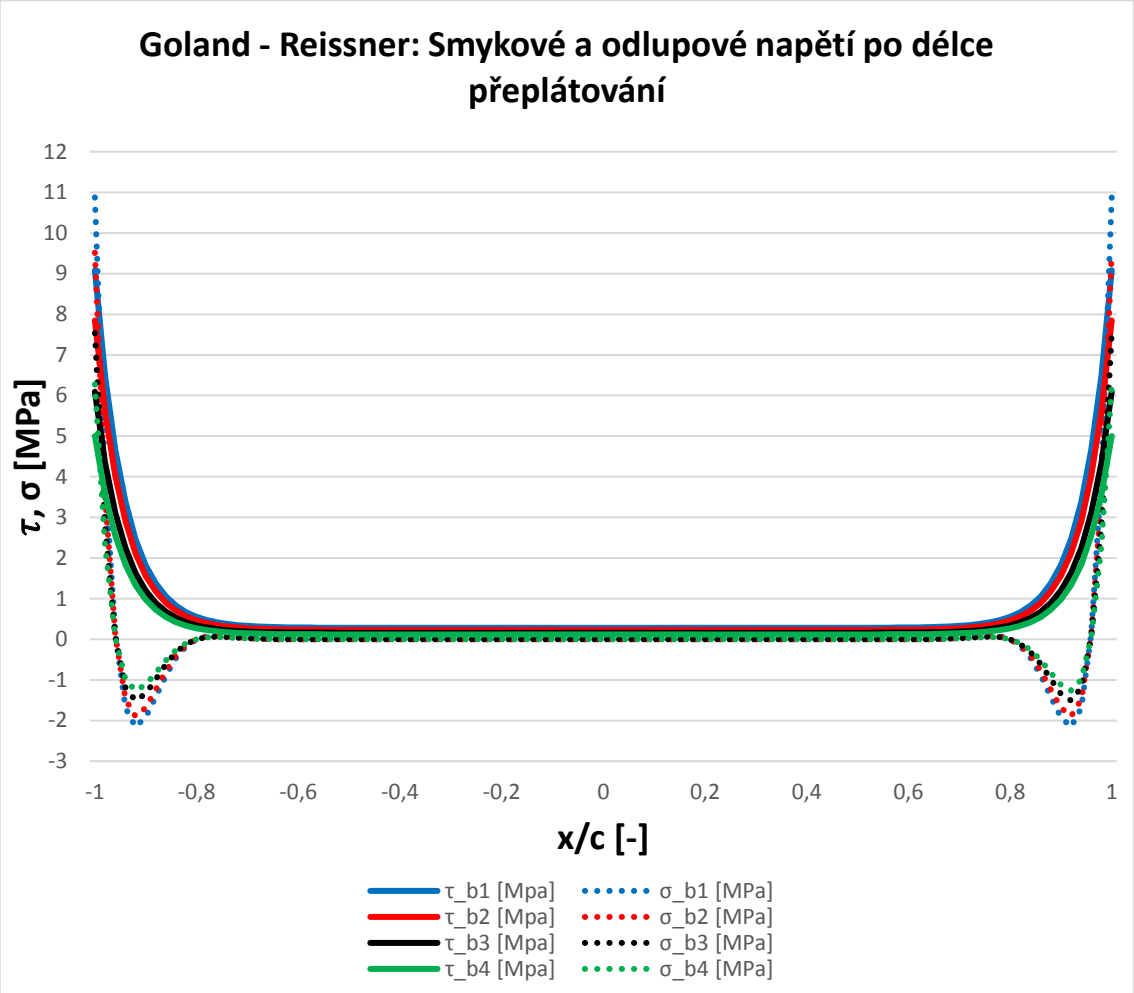
Všechny důležité hodnoty smykového napětí v lepidle jsou opět uvedeny v následující tabulce.

Smykové napětí dle Volkersena				
	Kraje oblasti přeplátování		**Střed oblasti přeplátování**	
Šířka přeplátování	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**
$\boldsymbol{b_1}$	6,86	-	0,0023	-
$\boldsymbol{b_2}$	5,81	15,3 %	0,0019	17,4 %
$\boldsymbol{b_3}$	4,36	36,4 %	0,0015	34,8 %
$\boldsymbol{b_4}$	3,48	49,3 %	0,0011	52,2 %

Tabulka 3 - Hodnoty smykového napětí při změnách v šířce oblasti přeplátování (Volkersen)

Goland – Reissnerova metoda

Graf 6 - Smykové a odlupové napětí dle Goland – Reissnera při změnách šířky oblasti přeplátování



Jako ve všech předchozích případech Goland –Reissnerova metoda dává vyšší špičky napětí než metoda dle Volkersena. Pro modelový spoj s šířkou oblasti přeplátování b_1 jsme při použití metody dle Volkersena dostali špičky smykového napětí v lepidle $\tau = 6{,}86\ MPa$, zatímco metoda dle Goland – Reissnera dává hodnotu špiček smykového napětí $\tau = 9{,}08\ MPa$. To je nárůst o 32,4 %. Pro další použité šířky b_2, resp. b_3, resp. b_4 je nárůst špiček napětí při použití metody dle Goland – Reissnera 54,3 %, resp. 39,7 %, resp. 43,7 %. Všechny důležité hodnoty smykového napětí v lepidle jsou v následující tabulce.

Smykové napětí dle Goland – Reissnera				
	Kraje oblasti přeplátování		**Střed oblasti přeplátování**	
Šířka přeplátování	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**
$\boldsymbol{b_1}$	9,08	-	0,28	-
$\boldsymbol{b_2}$	7,85	13,5 %	0,23	17,9 %
$\boldsymbol{b_3}$	6,09	32,9 %	0,16	42,9 %
$\boldsymbol{b_4}$	5	44,9 %	0,12	57,1 %

Tabulka 4 - Hodnoty smykového napětí při změnách v šířce oblasti přeplátování (Goland – Reissner)

Průběh a změny odlupového napětí jsou obdobné jako ve všech předchozích zkoumaných parametrech lepeného spoje. Hodnoty odlupového napětí při změnách v šířce oblasti přeplátování jsou uvedeny v následující tabulce.

Odlupové napětí dle Goland – Reissnera				
	Kraje oblasti přeplátování		**Střed oblasti přeplátování**	
Šířka přeplátování	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**
$\boldsymbol{b_1}$	10,88	-	0	-
$\boldsymbol{b_2}$	9,52	12,5 %	0	-
$\boldsymbol{b_3}$	7,54	30,7 %	0	-
$\boldsymbol{b_4}$	6,28	42,3 %	0	-

Tabulka 5 - Hodnoty odlupového napětí při změnách v šířce oblasti přeplátování (Goland – Reissner)

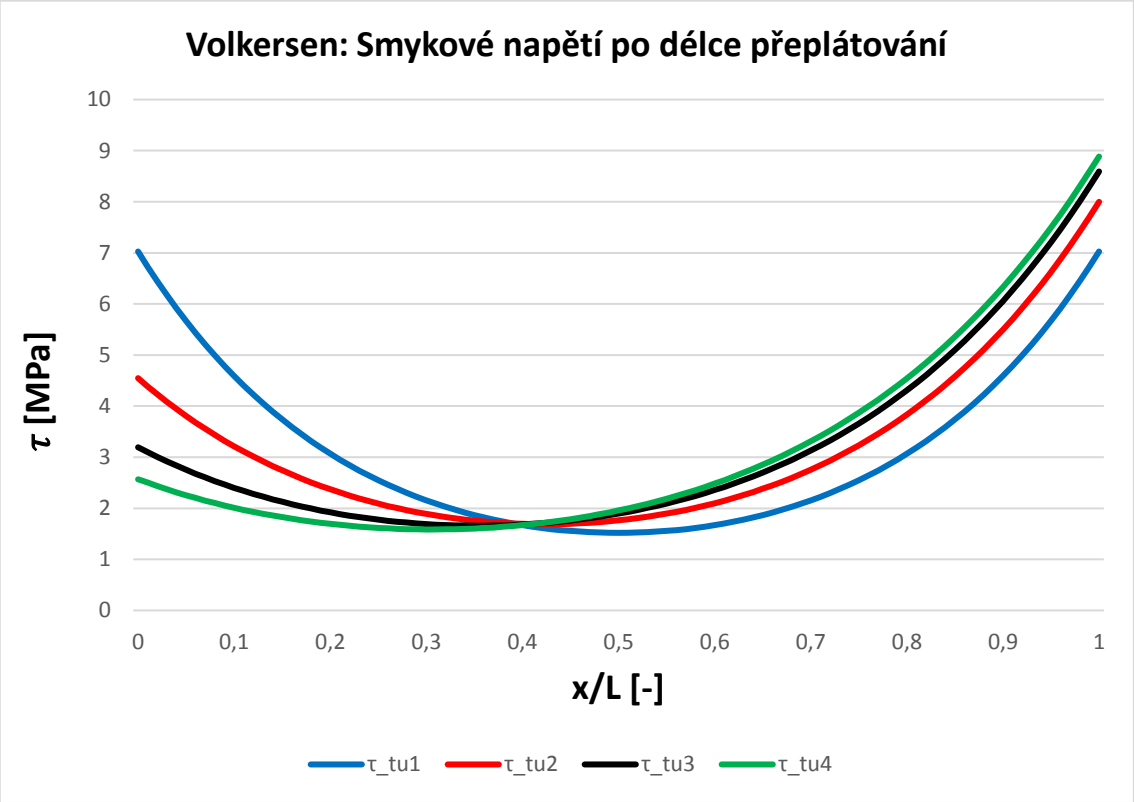
4.4 Tloušťka adherendů

Spolehlivé vyhodnocení průběhu napětí metoda dle Volkersena přináší především pro velmi tenké spoje, jejichž excentricita konstrukce je kvůli malému rameni, na kterém působí namáhající síly, zanedbatelná. Z tohoto důvodu a taky z důvodu uvažování odlupového napětí je tedy pro většinu reálných aplikací metoda dle Goland – Reissnera spolehlivějším nástrojem pro vyhodnocování průběhu a špiček napětí v lepidle. Metoda dle Volkersena má však tu výhodu, že s její pomocí jsme schopni vyhodnocovat i spoje, jejichž oba adherendy nemají stejnou tloušťku. Tato vlastnost byla zkoumána opět na modelovém spoji představeném v kapitole 4.1.1, viz obr. 13.

Vyhodnoceny a porovnávány s modelovým spojem jsou další tři spoje o nestejných tloušťkách adherendů. Tloušťka spodního adherendu $t_L = 1{,}62\ mm$ je neměnná pro všechny čtyři zkoumané spoje. Tloušťky horních adherendů jsou $t_{U1} = 1{,}62\ mm$, $t_{U2} = 3\ mm$, $t_{U3} = 5\ mm$ a $t_{U4} = 7\ mm$.

4.4.1 Zhodnocení vlivu změn v tloušťce horního adherendu

Graf 7 - Smykové napětí dle Volkersena při změnách tloušťky horního adherendu



Jelikož plocha pod křivkou napětí musí při nezměněné ploše oblasti přeplátování zůstat stále stejná, vidíme z grafu, že sice klesají špičky napětí na levé straně oblasti přeplátování kvůli tlustšímu adherendu v horní části „single-lap“ spoje, ale tento pokles je kompenzován navýšením špiček napětí na pravé straně oblasti přeplátování.

Změny ve špičkách napětí jsou znázorněny v následující tabulce.

Smykové napětí dle Volkersena				
	Levá strana oblasti přeplátování		**Pravá strana oblasti přeplátování**	
Tloušťka horního adherendu	**Napětí [MPa]**	**Pokles napětí**	**Napětí [MPa]**	**Nárůst napětí**
$\boldsymbol{t_{U1}}$	7,03	-	7,03	-
$\boldsymbol{t_{U2}}$	4,55	35,3 %	8	13,8 %
$\boldsymbol{t_{U3}}$	3,2	54,5 %	8,59	22,2 %-
$\boldsymbol{t_{U4}}$	2,57	63,4 %	8,88	26,3 %

Tabulka 6 - Smykové napětí při změnách tloušťky horního adherendu (Volkersen)

5. ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo porovnat dva vybrané analytické modely používané pro získání hodnot napětí v „single-lap“ lepených spojích. Prvním zkoumaným analytickým modelem byla analýza dle Volkersena, druhým pak analýza dle Goland – Reissnera. Na začátku práce byla provedena rešerše ohledně problematiky lepených spojů. Dále byly představeny a odvozeny oba vybrané analytické modely. V praktické části byly poté zvoleny čtyři parametry „single-lap“ spoje, pro které byly vyhodnocovány průběhy napětí při změnách hodnot těchto parametrů.

Pro každý parametr bylo postupně vyhodnoceno v oblasti přeplátování (vrstvě adheziva) smykové napětí dle Volkersena a smykové a odlupové napětí dle Goland – Reissnera. Modelovým spojem s výchozími hodnotami byl spoj představený v kapitole 4.1.1.

Prvním ze zkoumaných parametrů lepeného spoje byla délka oblasti přeplátování. Mimo délku výchozího spoje byly zvoleny další čtyři postupně se zvyšující délky oblasti přeplátování. Potvrdily se očekávané výsledky pro oba použité modely a sice, že se zvyšující se délkou, a tedy zvětšující se plochou oblasti přeplátování, klesají špičky napětí a klesá i hodnota napětí ve středu oblasti přeplátování. Největší zkoumaná délka byla vyhodnocena jako „mezní délka“, jelikož jakékoliv další zvýšení délky oblasti přeplátování již nepřineslo pokles hodnot napětí. Tato délka byla nadále používána při vyhodnocování zbývajících parametrů.

Dále byl zkoumán vliv materiálu adherendů. Kromě hliníku, ze kterého jsou zhotoveny adherendy výchozího spoje, byly vyhodnocovány spoje s adherendy z oceli a z kompozitu, viz kapitola 4.2. Obecným závěrem je, že se zvyšující se pevností materiálu použitého pro adherendy klesají významně špičky všech vyhodnocovaných napětí.

Třetím parametrem byla šířka oblasti přeplátování. Pro výchozí spoj s adherendy z hliníku a zjištěnou mezní délkou byly kromě šířky oblasti přeplátování výchozího spoje zvoleny další tři postupně se zvyšující hodnoty šířky. Stejně jako u délky přeplátování bylo zjištěno, že se zvyšující se šířkou, a tedy zvětšující se plochou oblasti přeplátování, klesají hodnoty všech tří zkoumaných napětí, jak na okrajích, tak ve středu oblasti přeplátování.

Posledním zkoumaným parametrem byly tloušťky adherendů. S rozdílnou tloušťkou horního a spodního adherendu umí pracovat pouze Volkersenova metoda. Ve vrstvě adheziva bylo tedy vyhodnocováno pouze smykové napětí dle Volkersena. Mimo tloušťku výchozího spoje byly zvoleny další tři postupně se zvyšující hodnoty tloušťky horního adherendu. Tloušťka spodního adherendu zůstávala neměnná. S narůstající tloušťkou byl pozorován pokles hodnot špiček napětí na levé straně oblasti přeplátování pod horním adherendem a v souladu s tímto poklesem též nárůst špiček napětí na pravé straně oblasti přeplátování. Dále je vidět posun nejnižší hodnoty smykového napětí směrem k levé straně oblasti přeplátování.

Cílem bakalářské práce bylo představit některé z možných konstrukčních úprav „single – lap“ lepených spojů a zhodnotit dopad těchto úprav na výslednou pevnost.

6. ZDROJE

[1] DA SILVA, L.F.M., P.J.C. DAS NEVES, R.D. ADAMS, A. WANG a J.K. SPELT. Analytical models of adhesively bonded joints—Part II: Comparative study. *International Journal of Adhesion and Adhesives* [online]. 2009, **29**(3), 331-341 [cit. 2020-07-16]. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2008.06.007. ISSN 01437496. Dostupné z: https://linkinghub. elsevier.com/retrieve/pii/S0143749608000742.

[2] DA SILVA, L.F.M., P.J.C. DAS NEVES, R.D. ADAMS, A. WANG a J.K. SPELT. Analytical models of adhesively bonded joints—Part II: Comparative study. *International Journal of Adhesion and Adhesives* [online]. 2009, **29**(3), 331-341 [cit. 2020-07-16]. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2008.06.007. ISSN 01437496. Dostupné z: https://linkinghub. elsevier.com/ retrieve/pii/S0143749608000742.

[3] HARTL, M. *Prezentace technologie lepení*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav Konstruování, 2010. [cit. 2020-05-10]. Dostupné online z https://www.vutbr.cz.

[4] CROCOMBE, A.D. Global yielding as a failure criterion for bonded joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives* [online]. 1989, **9**(3), 145-153 [cit. 2020-07-17]. DOI: 10.1016/0143-7496(89)90110-3.ISSN 01437496. Dostupné z: https://linkinghub. elsevier.com/retrieve/pii/0143749689901103.

[5] DAVIS, M. a D. BOND. Principles and practices of adhesive bonded structural joints and repairs. *International Journal of Adhesion and Adhesives* [online]. 1999, **19**(2-3), 91-105 [cit. 2020-07-17]. DOI: 10.1016/S0143-7496(98)00026-8. ISSN 01437496. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0143749698000268.

[6] NOVOTNÝ, C. a Z. PADOVEC. *Výpočtové návrhy a experimentální ověření pevnosti lepených spojů.* [Unpublished Lecture] Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd. 2019-09-11.

[7] BANEA, M.D. a L.F.M. DA SILVA. Adhesively bonded joints in composite materials: An overview. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications* [online]. 2016, **223**(1), 1-18 [cit. 2020-07-17]. DOI:

10.1243/14644207JMDA219. ISSN 1464-4207. Dostupné z: http://journals. sagepub.com/ doi/10.1243/14644207JMDA219.

[8] AUTOR NEUVEDEN. *adhesives.org* [online]. [cit. 17.2.2020]. Dostupný z: https://www.adhesives.org/adhesives-sealants/science-of-adhesion/adhesion-cohesion.

[9] DA SILVA, L.F.M., T.N.S.S. RODRIGUES, M.A.V. FIGUEIREDO, M.F.S.F. DE MOURA a J.A.G. CHOUSAL. Effect of Adhesive Type and Thickness on the Lap Shear Strength. *The Journal of Adhesion* [online]. 2006, **82**(11), 1091-1115 [cit. 2020-07-17]. DOI: 10.1080/00218460600948511. ISSN 0021-8464. Dostupné z: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00218460600948.

[10] HESHMATI, M., R. HAGHANI a M. AL-EMRANI. Environmental durability of adhesively bonded FRP/steel joints in civil engineering applications: State of the art. *Composites Part B: Engineering* [online]. 2015, **81**, 259-275 [cit. 2020-06-11]. DOI: 10.1016/j.compositesb.2015.07.014. ISSN 13598368. Dostupné z: https://linkinghub. elsevier.com/retrieve/pii/S1359836815004242.

[11] HABENICHT, G. *Kleben* [online]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1990 [cit. 2020-01-16]. DOI: 10.1007/978-3-662-08089-4. ISBN 978-3-662-08090-0.

[12] BRIŠ, P., J. KUBĚNA a J. ŠTRKAŇ. *Lepení v praxi*. Praha: Grada Publishing, 2017. ISBN 978-80-271-0247-1.

[13] RODRÍGUEZ, R., P. WILLIAM, P. SOLLERO, E. ALBUQUERQUE a M.B. RODRIGUES. Analytical and numerical tools for bonded joint analysis. *Mecánica Computacional*. 2010, s. 7557-7569. ISSN 1666-6070.

[14] ASHRAFI, M. Modified Goland & Reissner Closed-Form Solution to Account for Adherends' Poisson's Ratio. In: *Researchgate* [online]. 2015. [cit. 2020-06-11]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/286451081_Modified_Goland_Reissner_Closed-Form_Solution_to_Account_for_Adherends%27_Poisson%27s_Ratio.

[15] COOPER, P.A. a J.W. SAWYER. *A critical examination of stresses in an elastic single lap joint.* Langley: NASA, 1979.

[16] ÇALIK, A. Effect of adherend shape on stress concentration reduction of adhesively bonded single lap joint. *Engineering Review*, 2016, č.36., s. 29-34. [cit. 2020-06-11]. ISSN 1330-9587. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/292133981_Effect_of_adherend_shape_on_stress_concentration_reduction_of_adhesively_bonded_single_lap_joint.

[17] WU, X.-F. a Y. ZHAO. Stress-function variational method for interfacial stress analysis of adhesively bonded joints. *International Journal of Solids and Structures* [online]. 2013, č. 50, s. 25-26. [cit. 2020-04-18]. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2013.09.002. ISSN 00207683. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020768313003491.