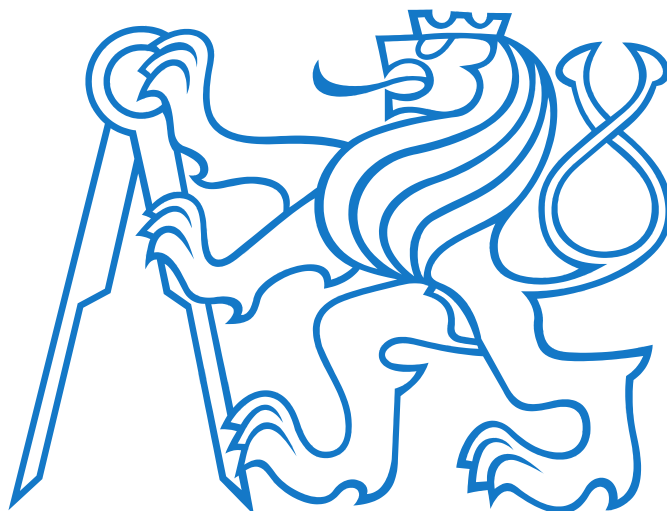


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV FYZIKY



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Stanovení součinitele tepelné vodivosti kovů –
návrh a realizace měření

Determination of metal thermal conductivity coefficient –
measurement design and realization

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Svoboda** Jméno: **Šimon** Osobní číslo: **475062**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav fyziky**
Studijní program: **Teoretický základ strojniho inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Stanovení součinitele tepelné vodivosti kovů - návrh a realizace měření

Název bakalářské práce anglicky:

Determination of metal thermal conductivity coefficient - measurement design and realization

Pokyny pro vypracování:

- 1) Vypracujte teoretický úvod do problematiky výpočtu součinitele tepelné vodivosti a metodiky měření.
- 2) Navrhněte uspořádání experimentu pro jeho stanovení s využitím moderních měřicích metod.
- 3) Experiment realizujte a proměřte pro různé vstupní parametry.
- 4) Vyhodnoťte výsledky a porovnejte s teoretickými předpoklady.

Seznam doporučené literatury:

- 1) Nožička Jiří: Základy termomechaniky. Praha: České vysoké učení technické, 2001. ISBN 80-01-02409-1.
- 2) Sazima Miroslav a kol., Technický průvodce 78: Sdílení tepla. Praha: Státní nakladatelství technické literatury 1993. ISBN 80-03-00675-9.
- 3) Hosni I. Abu-Mulaweh: Integration a Design of Experiment in the Heat Transfer, Laboratory Fort Wayne, IN 46805, USA
- 4) Colm O'Sullivan: Teaching Heat Transfer to Engineering Students, National University of Ireland Cork, Ireland

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

RNDr. Zuzana Budinská, Ph.D., ústav fyziky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

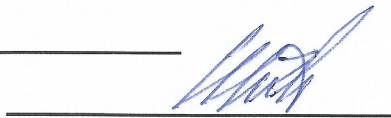
Datum zadání bakalářské práce: **14.02.2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **31. 7. 2020**

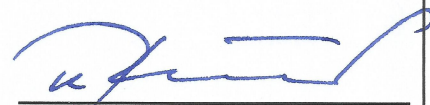
Platnost zadání bakalářské práce: _____



RNDr. Zuzana Budinská, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce



Ing. Petr Vičák, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry



prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně pod vedením vedoucí práce RNDr. Zuzany Budinské, Ph.D., na Ústavu fyziky Fakulty strojní ČVUT v Praze a na zařízení, které bylo realizováno z grantových prostředků ústavu. Při vypracování jsem použil pouze podklady uvedené v seznamu na konci této práce.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), pokud tak bude učiněno po dohodě s vedoucí práce a Ústavem fyziky Fakulty strojní ČVUT.

V Praze dne:

.....

Šimon Svoboda

Poděkování

Rád bych tímto poděkoval vedoucí práce RNDr. Zuzaně Budinské, Ph.D. za její ochotu, věnovaný čas, trpělivost a pomoc, kterou mi poskytla při vypracování této bakalářské práce. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Michalu Haubnerovi, za cenné rady a připomínky k vypracování.

Poděkování patří rovněž Ing. Janu Ferklovi a Bc. Marku Fenclovi za vytvoření uživatelské aplikace ke zpracovávání měřených dat. V neposlední řadě bych chtěl poděkovat své rodině a přátelům za podporu v průběhu mých studií.

Anotační list

Jméno autora:	Šimon Svoboda
Název práce:	Stanovení součinitele tepelné vodivosti kovů – návrh a realizace měření
Title:	Determination of metal thermal conductivity coefficient – measurement design and realization
Akademický rok:	2019 – 2020
Studijní program:	Teoretický základ strojního inženýrství
Ústav:	Ústav fyziky
Vedoucí práce:	RNDr. Zuzana Budinská, Ph.D.
Bibliografické údaje:	60 stran, 28 obrázků, 14 tabulek
Klíčová slova:	Přenos tepla, součinitel tepelné vodivosti, fyzikální měření, srovnávací metoda
Keywords:	Heat transfer, thermal conductivity coefficient, physical measurement, comparative technique
Anotace:	Tato bakalářská práce stručně uvádí do problematiky stanovení součinitele tepelné vodivosti a podává přehled nejvýznamnějších měřicích metod. Podrobně se zabývá srovnávací metodou, popisuje uspořádání měření, způsoby optimalizace měřicích parametrů a vyhodnocení měření za použití moderních měřicích metod. Práce důsledně dokumentuje fyzickou realizaci i zpracování naměřených dat. Na závěr jsou v práci uvedeny podmínky platnosti teoretických předpokladů.
Abstract:	This bachelor thesis focuses on the problematics of determining the coefficient of thermal conductivity. It provides an overview of the most prominent experimental methods and focuses in detail on the comparative method. The thesis describes the experimental arrangement, methodics for optimization of measurement parameters and data evaluation using modern measurement methods. The physical experiment as well as data processing is thoroughly documented. Finally, the conditions of validity of theoretical assumptions are presented.

OBSAH

SEZNAM ZÁKLADNÍCH OZNAČENÍ A INDEXŮ	8
1 ÚVOD.....	10
2 TEORETICKÁ ČÁST	11
2.1 Přenos tepla.....	11
2.1.1 Sdílení tepla vedením	11
2.1.2 Sdílení tepla prouděním.....	12
2.1.3 Sdílení tepla zářením	12
2.2 Stacionární vedení tepla tyčí.....	13
2.3 Nestacionární vedení tepla.....	15
2.4 Součinitel tepelné vodivosti.....	15
3 METODY MĚŘENÍ.....	18
3.1 Stacionární metody měření tepelné vodivosti.....	18
3.1.1 Bockova metoda	18
3.1.2 Metoda duté koule	19
3.1.3 Metoda tyčí.....	20
3.1.4 Srovnávací metoda	20
3.2 Nestacionární metody měření tepelné vodivosti.....	21
3.2.1 Metoda horkého drátu.....	21
3.2.2 Metoda pulzního zdroje tepla	22
3.3 Profesionální přístroje pro přímé měření tepelné vodivosti.....	23
4 PRAKTICKÁ ČÁST	24
4.1 Volba vhodné měřicí metody.....	24
4.2 Návrh uspořádání měření srovnávací metodou.....	24
4.3 Obecný průběh teplot v měřené oblasti	25
4.4 Vyhodnocení měření.....	26
4.5 Realizace laboratorního měření	28
4.5.1 Snímače teploty	28
4.5.2 Měřicí zařízení.....	29
4.5.3 Aplikace LabVIEW	30
4.5.4 Sestavení měřicí aparatury.....	32
4.6 Měření.....	33
4.6.1 Zpracování naměřených dat.....	34

4.6.2	Vhodné měřicí podmínky	38
4.6.3	Stanovení doby potřebné pro ustálení teplot	39
4.6.4	Součinitel tepelné vodivosti referenčního vzorku	41
5	DISKUZE	42
6	ZÁVĚR.....	44
7	PŘÍLOHY	45
	Příloha 1 – Vybrané fyzikální vlastnosti některých materiálů	45
	Příloha 2 – Naměřená data s bronzovým vzorkem.....	46
	Příloha 3 – Výpočet nejistot měření srovnávací metodou.....	47
	Příloha 4 – Výpočet nejistot měření absolutní metodou (tab. 4.8).....	48
	Příloha 5 – Karta laboratorní úlohy	49
	Příloha 6 – Vzorově vypracovaný laboratorní protokol	51
8	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY A ZDROJŮ.....	57
9	SEZNAM OBRÁZKŮ	59
10	SEZNAM TABULEK	60

SEZNAM ZÁKLADNÍCH OZNAČENÍ A INDEXŮ

Symbol	Jednotka	Význam
a	–	relativní pohltivost (absorpce)
a	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	součinitel teplotní vodivosti
a	$\text{K} \cdot \text{m}^{-1}$	směrnice přímky
A	m^2	průřez, plocha tělesa
\vec{A}	m^2	vektorově orientovaná plocha
c_p	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	měrná tepelná kapacita při stálém tlaku
c_v	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	měrná tepelná kapacita při stálém objemu
C_v	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$	tepelná kapacita při stálém objemu
d	m	šířka vzorku
D	m	průměr
\dot{E}_a	W	pohlčený zářivý výkon
\dot{E}_p	W	propuštěný zářivý výkon
\dot{E}_r	W	odražený zářivý výkon
\dot{E}_z	W	zářivý tok (zářivý výkon)
$\dot{E}_{z\check{c}}$	W	zářivý výkon černého tělesa
$\dot{E}_{z\check{s}}$	W	zářivý výkon šedého tělesa
$\dot{E}_{z\lambda}$	W	monochromatický (spektrální) zářivý tok
I_z	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$	plošná hustota zářivého toku (intenzita záření)
$I_{z\text{celk}}$	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$	celková plošná hustota zářivého toku
$I_{z\check{c}}$	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$	intenzita záření černého tělesa
$I_{z\check{s}}$	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$	intenzita záření šedého tělesa
I_0	A	amplituda proudu
k	podle členu	koeficient
l	m	vzdálenost, délka měřené oblasti
p	–	relativní průteplivost (diatermie)
P	W	výkon
\vec{q}	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$	plošná hustota tepelného toku
Q	J	teplo
\dot{Q}	$\text{J} \cdot \text{s}^{-1}$	tepelný tok
\dot{Q}_l	$\text{W} \cdot \text{m}^{-1}$	tepelný tok vztažený na jednotku délky
\dot{Q}_α	$\text{J} \cdot \text{s}^{-1}$	teplo sdělené konvekcí v jednotce času
r	–	relativní odrazivost (reflexe)
r	m	poloměr
R	Ω	ohmický odpor
R	$\text{K} \cdot \text{m}^{-1}$	výběrová směrodatná odchylka
t	$^\circ\text{C}$	teplota
\bar{t}_M	$^\circ\text{C}$	střední teplota měřeného vzorku
t_{ok}	$^\circ\text{C}$	teplota okolí
\bar{t}_R	$^\circ\text{C}$	střední teplota referenčního vzorku
$t_{\text{termostat}}$	$^\circ\text{C}$	teplota chladicího média termostatu
Δt	$^\circ\text{C}$	teplotní rozdíl na rozhraní mezi vzorky
$\Delta t_{1,8}$	$^\circ\text{C}$	rozdíl teplot prvního a posledního snímače
$\Delta t_{M,ok}$	$^\circ\text{C}$	rozdíl střední teploty měřeného vzorku a teploty okolí
$\Delta t_{R,ok}$	$^\circ\text{C}$	rozdíl střední teploty referenčního vzorku a teploty okolí

T	K	termodynamická teplota
T	min	časová konstanta
T_e	K	termodynamická teplota okolí
T_{ch}	K	teplota chlazení
T_t	K	teplota topení
T_w	K	termodynamická teplota stěny
ΔT_{pp}	K	rozdíl teplot minima a maxima
U	A	elektrické napětí
x, y, z	m	kartézské souřadnice
z	–	počet atomů v molekule

Řecká písmena

α	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	součinitel přestupu tepla
β	K^{-1}	teplotní rozpínavost
ε	–	emisivita
ε	–	součinitel závislý na počtu atomů v molekule
η	$Pa \cdot s$	dynamická viskozita
ϑ	K	teplotní rozdíl
λ	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	součinitel tepelné vodivosti
λ	m	vlnová délka
λ_c	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	součinitel tepelné vodivosti čistého kovu
ρ	$kg \cdot m^{-3}$	hustota
σ	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$	Stefanova – Boltzmannova konstanta
τ	s	čas
τ	s	půlperioda tepelných pulzů
φ	–	činitel příměsi

Indexy

br	bronz
celk	celkový
č	černé těleso
M	měřený vzorek
oc	ocel
R	referenční vzorek
š	šedé těleso
ustálení	ustálený stav
x	vztaženo k souřadnici
0	vstupující; na počátku souř. systému; při dané teplotě
1	počáteční stav; první
2	konečný stav; druhý
1 – 8	vztaženo ke snímači
0 – 7	měřicí kanál
$l/2$	uprostřed měřené oblasti

1 ÚVOD

Přenos tepla je v technické praxi velmi významnou problematikou zasahující prakticky do všech jejích oborů. V podstatě jakékoli strojní zařízení je při svém chodu doprovázeno vznikem tepla, s čímž nutně souvisí jeho transport součástmi nebo sdílení s okolním prostředím. Vznik tepla může být žádoucím například při vytápění budov, kde toto teplo vyrábíme přeměnou jiné energie jako elektrické nebo chemické a dopravujeme do vytápěných objektů. Ovšem velmi často je vznik tepla ve strojních zařízeních nežádoucím jevem vznikajícím ve vzájemných vazbách součástí třením, únikem tepla nedokonalými izolacemi či třeba průtokem elektrického proudu. Takové teplo je pak nutné odvádět ze zařízení pryč. Když už nelze přímo zamezit jeho vzniku, je výhodné nalézt pro takové teplo využití, aby nepřišlo na zmar. Toho se využívá například u osobních automobilů, kde se odpadní teplo z motoru, které by bylo jinak prostřednictvím chladiče odvedeno do okolního prostředí, v případě potřeby využívá pro vytápění prostoru posádky. Důležité pro správnou funkci strojního zařízení je kvantifikovat přenos tepla součástmi a jejich sdílení tepla s okolním prostředím, aby je bylo možné správně dimenzovat, neboť teplo může zásadně ovlivnit jejich funkci jednak vlivem teplotní roztažnosti, snížením účinnosti špatnou izolací, ale třeba i z důvodu nebezpečí popálením obsluhy.

Pro popis šíření tepla zařízením je třeba stanovit, jakou schopnost má určitá látka vést teplo. Tu popisuje součinitel tepelné vodivosti, který je jejím kvantitativním měřítkem. Čím je pro danou látku větší, tím lépe vede teplo a naopak. Tedy pokud chceme co nejúčinněji odvádět teplo od zařízení, které se značně zahřívá, dosáhneme toho nejlépe použitím vysoce tepelně vodivých materiálů. Naopak pokud chceme teplo co nejvíce omezit v úniku ze zařízení, je potřeba co nejméně vodivý materiál. Součinitel tepelné vodivosti je parametr, který se obtížně odhaduje a značnou váhu mají v těchto snahách experimentální měření.

Cílem této práce je vypracovat teoretický úvod do problematiky měření tepelné vodivosti kovových materiálů, navrhnout a realizovat vhodnou měřicí metodu s ohledem na její využití v laboratořích Ústavu fyziky jak pro měření neznámých materiálů, tak i pro výukové účely. Pro tuto metodu zvolit vhodné měřicí podmínky na základě naměřených dat porovnaných s termofyzikálními parametry zkušebních vzorků.

2 TEORETICKÁ ČÁST

2.1 Přenos tepla

Přenos tepla je nauka, která se zabývá šířením tepla v prostoru a čase. Tento děj může probíhat dvěma způsoby. V prvním případě dochází ke sdílení tepla ve hmotném prostředí buď vedením (kondukcí) nebo prouděním (konvekcí). V druhém případě dochází ke sdílení tepla prostřednictvím elektromagnetických vln a nazýváme ho sdílení tepla zářením (sáláním).

Pokud proložíme spojitě prostředí plochami, v jejichž každém bodě je $T = konst$, nazýváme je izotermické plochy a podle jejich chování můžeme rozdělit přenos tepla na další dva způsoby. Izotermické plochy jsou kolmé na směr šíření tepelné energie, a pokud se v tomto směru mění jejich poloha a obecně i tvar, jedná se o nestacionární vedení tepla. Pokud jsou tyto plochy v prostoru a čase stálé, jedná se o stacionární vedení tepla.

Základní veličinou popisující přenos tepla je tepelný tok \dot{Q} [$J \cdot s^{-1} = W$], definovaný jako

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{d\tau} = \iint_{(A)} \vec{q} d\vec{A}, \quad (2.1)$$

kde Q [J] je sdělené teplo, τ [s] je čas a \vec{q} [$W \cdot m^{-2}$] je vektor plošné hustoty tepelného toku, tedy tepelný tok připadající na jednotku průmětu plochy A [m^2] do roviny kolmé ke \vec{q} . [1, 2]

2.1.1 Sdílení tepla vedením

Ke sdílení tepla vedením dochází zejména v pevném tělese s nenulovým teplotním gradientem. Z fyzikálního hlediska se zde tepelná energie šíří mikroskopickým pohybem částic látky ve směru záporného teplotního gradientu tak, že částice s vyšší energií v teplejším místě předávají postupně svou energii částicím s nižší energií v chladnějším místě. Částice si tedy předávají kinetickou energii, a podle tohoto mechanismu je nauka o sdílení tepla rovněž nazývána termokinetika.

Tento proces popsal Fourier empirickým vztahem, který teplotnímu poli přiřazuje pole plošných hustot tepelného toku \vec{q} :

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad } T, \quad (2.2)$$

kde λ [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$] je součinitel tepelné vodivosti. [1, 2]

2.1.2 Sdílení tepla prouděním

V tomto případě se teplo šíří pohybem molekul a shluků molekul tak, že si částice s vyšší teplotou vyměňují místo s molekulami s nižší teplotou, a tak přenášejí tepelnou energii z teplejších oblastí tekutiny do chladnějších. Pokud je proudění tekutiny způsobeno uměle (čerpání, ofukování, pohyb tělesa v tekutině ...), jedná se o vynucenou konvekci. Pokud je způsobeno pouze teplotními rozdíly, jedná se o volnou konvekci.

U tohoto případu sdílení tepla je v praxi často řešen problém, kdy tekutina je v kontaktu s hranicí jiné fáze (obtékání tekutiny kolem chladiče). V takovém případě hovoříme o sdílení tepla prouděním jako o přestupu tepla.

Newtonovým ochlazovacím zákonem, stanoveným rovněž empiricky, popisujeme situaci, kdy pevná stěna o teplotě T_w [K] pohlcuje nebo odvádí teplo obtékající tekutině. Při tomto obtékání se většinou na stěně vytvářejí teplotní a rychlostní mezní vrstvy. Je-li tekutina vazká, lpí na stěně a rychlost proudu tekutiny roste z nuly na hodnotu okolního proudu. Prakticky se tloušťka rychlostní mezní vrstvy určuje dohodou např. tak, že její hranice leží v takové vzdálenosti od desky, kde je lokální rychlost 99 % rychlosti okolního proudu. Stejným způsobem je definována i teplotní mezní vrstva, v níž se mění lokální teplota tekutiny z teploty T_w na teplotu okolí.

Newtonovým ochlazovacím zákonem je tedy dán elementární tepelný tok, který přejde ze stěny do tekutiny nebo naopak, vztahem

$$d\dot{Q} = \alpha(T_w - T_e) dA, \quad (2.3)$$

kde $d\dot{Q}$ [W] je elementární tepelný tok, teploty T_w [K] a T_e [K] jsou teploty stěny a okolí, dA [m²] je element plošného obsahu stěny a α [W · m⁻² · K⁻¹] je součinitel přestupu tepla. Ten se určuje empiricky a závisí prakticky na všech parametrech daného obtékání stěny (délka obtékání, dynamická viskozita, hustota tekutiny, drsnost stěny aj.). [1, 2]

2.1.3 Sdílení tepla zářením

Podstatou sdílení tepla zářením je elektromagnetické vlnění o určité vlnové délce λ [m]. Toto elektromagnetické vlnění není závislé na teplotě prostředí, kterým prochází, ale je závislé na teplotě povrchu tělesa, které toto tepelné záření vyzařuje. Těleso ohřáté na termodynamickou teplotu T [K] přemění část své vnitřní energie právě na tuto energii elektromagnetických vln, jejichž vlnové délky se pohybují v rozmezí $0,8 \cdot 10^{-6}$ až $0,8 \cdot 10^{-3}$ m. Elementární zářivý výkon (zářivý tok) vyslaný plochou dA [m²] do prostoru je definován vztahem

$$d\dot{E}_z = I_z dA \rightarrow \dot{E}_z = \iint_{(A)} I_z dA, \quad (2.4)$$

kde I_z [W · m⁻²] je plošná hustota zářivého toku (intenzita záření), tedy vyzářená energie jednotkou plochy za jednotku času. Pokud by energie byla vyzářena pouze v určité vlnové délce, jednalo by se o monochromatický (spektrální) zářivý tok $d\dot{E}_{z\lambda}$ [W]. Každé těleso zářivý výkon (\dot{E}_z) částečně pohltí (\dot{E}_a), odrazí (\dot{E}_r) a propustí (\dot{E}_p). Poměrné (bezrozměrové) veličiny

$$a = \frac{\dot{E}_a}{\dot{E}_z}, r = \frac{\dot{E}_r}{\dot{E}_z}, p = \frac{\dot{E}_p}{\dot{E}_z} \quad (2.5)$$

se nazývají relativní pohltivost (absorpce), relativní odrazivost (reflexe) a relativní průteplivost (diatermie). Z bilance zářivých výkonů plyne zákon zachování energie ve tvaru

$$\dot{E}_z = \dot{E}_a + \dot{E}_r + \dot{E}_p \rightarrow 1 = a + r + p. \quad (2.6)$$

Na základě této rovnice lze definovat modely těles z hlediska jejich chování při teplotním záření:

- Těleso černé – pohlcuje veškerou dopadající energii ($a = 1, r = p = 0$)
- Těleso bílé – odráží veškerou dopadající energii ($r = 1, a = p = 0$)
- Těleso průteplivé – propouští veškerou dopadající energii ($p = 1, a = r = 0$)
- Těleso šedé – energii částečně pohltí a částečně odráží ($a + r = 1, p = 0$)

Schopnost reálného (šedého) tělesa vyzařovat teplo popisuje emisivita ε [–] definovaná jako

$$\varepsilon = \frac{\dot{E}_{z\check{s}}}{\dot{E}_{z\check{c}}} = \frac{I_{z\check{s}}}{I_{z\check{c}}} \quad (2.7)$$

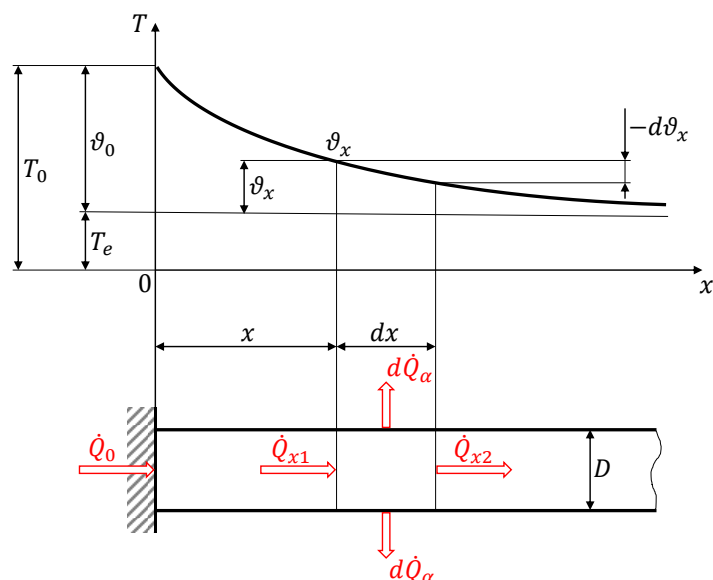
pro $T_{\check{s}} = T_{\check{c}}$, kde $\dot{E}_{z\check{s}}$ a $\dot{E}_{z\check{c}}$ jsou zářivé výkony šedého a černého tělesa a $I_{z\check{s}}$ a $I_{z\check{c}}$ jsou intenzity záření šedého a černého tělesa. Emisivita nabírá hodnot od 0 do 1, přičemž $\varepsilon = 1$ platí pro černé těleso (dokonalý zářič). Emisivity vybraných materiálů jsou uvedeny v Příloze 1, tab. 7.1. Celkovou hustotu zářivého toku reálného tělesa lze určit Stefanovým – Boltzmannovým zákonem (platným pro černé těleso) rozšířeným o emisivitu

$$I_{z_{celk}} = \varepsilon \sigma T^4, \quad (2.8)$$

kde ε je emisivita, T je termodynamická teplota a $\sigma = 5,669\,235 \cdot 10^{-8} [\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}]$ je Stefanova – Boltzmannova konstanta. [2, 3]

2.2 Stacionární vedení tepla tyčí

Pro řešení teplotního pole délkově neohraničené tyče o průřezu A (obr. 2.1), uvažují tyč z homogenního materiálu se součinitelem tepelné vodivosti λ , která má v počátečním průřezu ($x = 0$) teplotu T_0 a je umístěna v prostředí o konstantní teplotě T_e . Sdílení tepla prouděním do okolí je charakterizováno součinitelem přestupu tepla α . Dále průřez tyče je kruhový o průměru D a materiál má velkou hodnotu tepelné vodivosti λ , proto lze předpokládat, že teplota se mění v rovině průřezu tyče zanedbatelně a je možné uvažovat jednorozměrné vedení tepla.



Obr. 2.1 Tepelná bilance elementu v polonekonečné tyči [1]

Pro zjednodušení nahradím teplotní pole v tyči T_x polem teplotních rozdílů

$$\vartheta_x = T_x - T_e \text{ [K]}. \quad (2.9)$$

Na vytknutém elementu v místě x o tloušťce dx jsou teplotní rozdíly ϑ_x a $\vartheta_x - d\vartheta_x$. Podle rovnice (2.2) do elementu v jednotce času vstupuje teplo

$$\dot{Q}_{x1} = -\lambda \frac{d\vartheta_x}{dx} A \quad (2.10)$$

a vystupuje teplo

$$\dot{Q}_{x2} = -\lambda \frac{d}{dx} \left(\vartheta_x - \frac{d\vartheta_x}{dx} dx \right) A. \quad (2.11)$$

Rozdíl vedením tyče vstupujícího a vystupujícího tepla vyjadřuje rovnice

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{x1} - \dot{Q}_{x2} &= -\lambda \frac{d\vartheta_x}{dx} A + \lambda \frac{d}{dx} \left(\vartheta_x - \frac{d\vartheta_x}{dx} dx \right) A = d\dot{Q}_x \\ d\dot{Q}_x &= -\lambda A \frac{d^2\vartheta_x}{dx^2} dx. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dále na tyči dochází ke sdílení tepla prouděním do okolí, takže podle vztahu (2.3) je teplo sdělené v jednotce času na obvodu vrstvy elementu konvekcí

$$d\dot{Q}_\alpha = \alpha \vartheta_x \pi D dx. \quad (2.13)$$

Zákon zachování energie elementu lze vyjádřit rovnicí

$$d\dot{Q}_x + d\dot{Q}_\alpha = 0, \quad (2.14)$$

do které již dosadím z (2.12) a (2.13). Po úpravě získám diferenciální rovnici popisující rozložení pole teplotních rozdílů v tyči o kruhovém průřezu [1]

$$-\lambda A \frac{d^2 \vartheta_x}{dx^2} dx + \alpha \vartheta_x \pi D dx = 0 \rightarrow$$

$$\frac{d^2 \vartheta_x}{dx^2} - \frac{\alpha \pi D}{\lambda A} \vartheta_x = 0. \quad (2.15)$$

2.3 Nestacionární vedení tepla

Časově neustálené (nestacionární) vedení tepla v tuhých tělesech je charakterizováno nestacionárním teplotním polem, tzn. teplota je funkcí nejen prostorových souřadnic, ale i času, tedy

$$T = T(x, y, z, \tau).$$

Časově proměnné teplotní pole bez zdrojů tepla popisuje Fourierova diferenciální rovnice

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T, \quad (2.16)$$

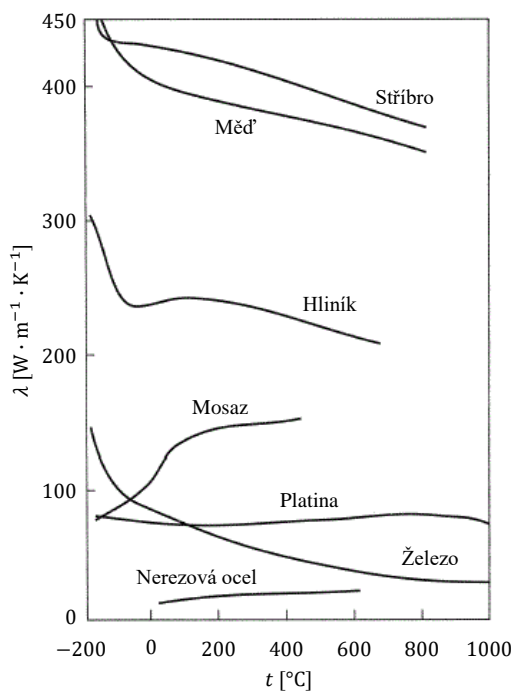
kde $a = \lambda / (c_p \rho)$ [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$] je součinitel teplotní vodivosti a vyjadřuje schopnost tělesa měnit teplotu s časem, λ je součinitel tepelné vodivosti, c_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] je měrná tepelná kapacita při stálém tlaku a ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$] je hustota. Teplotní pole je jako jednorozměrný případ možné řešit, pokud je změna teploty v ostatních dvou směrech zanedbatelná. Poté se rovnice (2.16) zjednoduší do tvaru [3]

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (2.17)$$

2.4 Součinitel tepelné vodivosti

Součinitel tepelné vodivosti λ [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] je parametr, který charakterizuje schopnost látky vést teplo. Ve Fourierově zákoně vystupuje jako konstanta úměrnosti udávající číselně množství tepla, které projde za jednotku času krychlí o jednotkové hraně mezi dvěma protilehlými stěnami, mezi nimiž je teplotní rozdíl 1 K, jsou-li ostatní stěny krychle dokonale tepelně izolovány. Podle jeho velikosti můžeme látky rozdělit na dobré a špatné vodiče tepla. Dobrymi vodiči jsou kovy. Ostatní pevné látky kromě tuhy jsou špatnými vodiči tepla a používají se jako tepelné izolanty. Součinitel tepelné vodivosti se mění s teplotou (obr. 2.2), ale ne výrazně, proto ve většině technických problémů můžeme počítat s jeho střední hodnotou, pokud nejsou teplotní rozdíly příliš velké. [4]

Hodnoty součinitele tepelné vodivosti vybraných materiálů při teplotě 20 °C jsou uvedeny v Příloze 1, tab. 7.2.



Obr. 2.2 Závislost tepelné vodivosti na teplotě vybraných materiálů; převzato z [5]

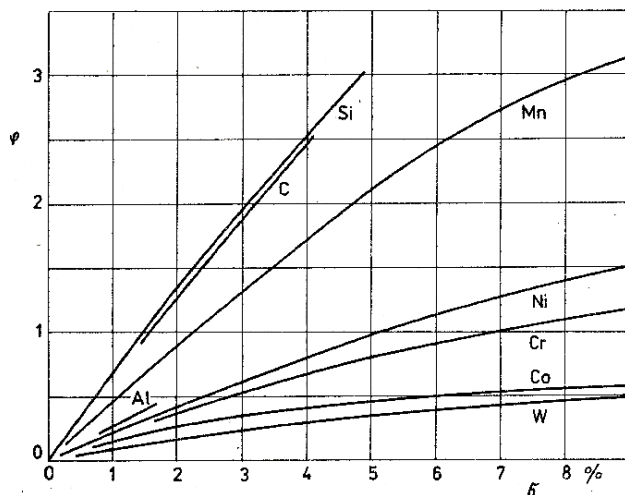
Závislost součinitele tepelné vodivosti na teplotě se v obecném tvaru vyjadřuje rovnicí

$$\lambda = \lambda_0(1 \pm k_1 t \pm k_2 t^2 \pm \dots \pm k_n t^n), \quad (2.18)$$

kde λ_0 je hodnota tepelné vodivosti při teplotě 0 °C a t [°C] je teplota. V kovech jsou obvykle obsaženy příměsi, které tepelnou vodivost čistého kovu λ_ξ snižují. Pokud je to nutné zohlednit, vyjadřuje se tepelná vodivost rovnicí

$$\lambda = \frac{\lambda_\xi}{1 + \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n}, \quad (2.19)$$

kde φ_1 až φ_n jsou činitele příměsí. Číselné hodnoty činitelů φ vybraných prvků v závislosti na procentuálním obsahu σ ve sloučenině železa jsou znázorněny na obr. 2.3. [1]



Obr. 2.3 Závislost činitelů φ v rovnici (2.19) na procentuálním obsahu příměsí σ ve sloučenině železa; převzato z [1]

Tepelná vodivost kapalin s teplotou klesá a s tlakem mírně roste. Nejjednodušeji se dá teplotní závislost vyjádřit vztahem

$$\lambda = \lambda_0[1 - \beta(T - T_0)], \quad (2.20)$$

kde λ_0 je hodnota tepelné vodivosti při teplotě T_0 a β je konstanta závislá na druhu kapaliny určená z výsledků pokusů. [3]

U plynů se tepelná vodivost mění s teplotou a tlakem podle rovnice odvozené z kinetické teorie plynů

$$\lambda = \varepsilon \eta c_v, \quad (2.21)$$

kde η [Pa · s] je dynamická viskozita, c_v [J · kg⁻¹ · K⁻¹] je měrná tepelná kapacita při stálém objemu a ε [–] je součinitel, který závisí na počtu atomů z v molekule plynu podle rovnice [1]

$$\varepsilon = 1 + \frac{4,5}{1 + 2z}. \quad (2.22)$$

Hodnoty součinitele ε jsou uvedeny v tab. 2.1.

Tab. 2.1 Závislost součinitele ε na počtu atomů z v molekule [1]

Počet atomů v molekule z	1	2	3	4
Součinitel ε	2,52	1,90	1,64	1,50

3 METODY MĚŘENÍ

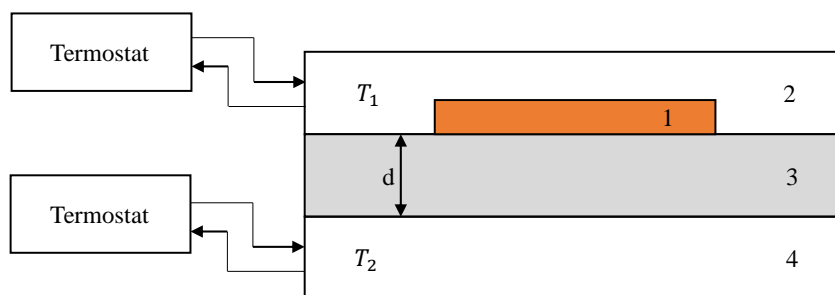
Metody měření tepelné vodivosti kovů můžeme rozdělit na dva základní typy, a to časově stacionární metody a nestacionární metody. U stacionárních metod obecně určujeme součinitel tepelné vodivosti při ustáleném teplotním poli s nenulovým teplotním gradientem přímo z Fourierova zákona. Takové metody jsou přesné, ale časově náročné. Naproti tomu u nestacionárních metod měříme v neustáleném teplotním poli, což je vhodné pro rychlá orientační měření, která ale takových přesností obvykle nedosahují. Stacionární metody můžeme dále rozdělit na absolutní a relativní. Princip absolutních metod je založený na známém tepelném toku procházejícím měřeným vzorkem a rozložení teplot po ustálení. Absolutní metody jsou sice svým principem přímočaré, ovšem jejich velkou nevýhodou je nutnost přesného určení tepelného toku vzorkem a je třeba uvažovat tepelné ztráty konstrukcí aparatury nebo i vodiči snímačů teplot. Proto se u relativních metod zpravidla využívá znalostí termofyzikálních parametrů známých materiálů a vhodného geometrického uspořádání tak, aby nebylo nutné číselně stanovovat tepelný tok. [6, 7, 8]

V minulosti vzniklo nepřehledné množství různých návrhů měřících aparatur od různých autorů. Zde uvádím několik nejvýznamnějších. Podrobněji např. v [7].

3.1 Stacionární metody měření tepelné vodivosti

3.1.1 Bockova metoda

Měření součinitele tepelné vodivosti přístrojem podle Bocka (obr. 3.1) je založeno na průchodu stacionárního toku tepla z měřicí topné desky (1) k desce chladicí (4) přes měřený vzorek (3). Měřicí topná deska je obklopena deskou kompenzační (2), která je za pomoci termostatu udržována protékající kapalinou na stejné teplotě, aby se eliminovaly tepelné ztráty do okolí.



Obr. 3.1 Schéma měření podle Bocka [9]

Při měření, kdy jsou teploty měřicí a kompenzační desky stejné a zároveň deska chladicí má teplotu nižší udržovanou protékající kapalinou z druhého termostatu, může vzniklý tepelný tok procházet pouze ve směru od měřicí desky k chladicí přes měřený vzorek. Jakmile se ustálí tepelný tok, určí se teplotní gradient ze změřených teplot kapalin vztahem

$$\text{grad } T = \frac{T_2 - T_1}{d}, \quad (3.1)$$

kde T_1 je teplota kapaliny protékající kompenzační deskou, T_2 je teplota kapaliny protékající chladicí deskou a d je šířka měřeného vzorku. Měřicí topná deska je obvykle ohřívána elektricky a z jejího příkonu lze určit tepelný tok procházející měřeným vzorkem. Poté využitím vztahu (2.2) jednoduše určíme součinitel tepelné vodivosti

$$\lambda = \frac{\dot{Q}}{A} \frac{d}{T_1 - T_2}, \quad (3.2)$$

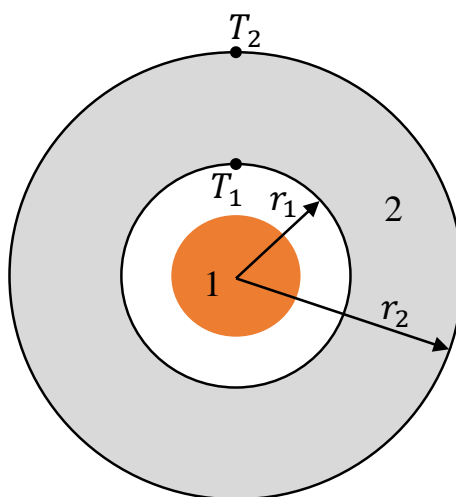
kde \dot{Q} je tepelný (elektrický) výkon a A je plošný obsah topné desky. [6, 10]

3.1.2 Metoda duté koule

U této metody má vzorek (2) tvar duté koule, v jejímž středu je symetricky rozmístěn elektrický zdroj tepla (1) a z vnějšku je pokryt tepelnou izolací. Po ustálení se odečtou teploty T_1 a T_2 na vnitřní a vnější straně vzorku a stanoví tepelný tok daný elektrickým příkonem (obr. 3.2). Z těchto parametrů a známých rozměrů určíme součinitel tepelné vodivosti vztahem

$$\lambda = \frac{\dot{Q}}{4\pi(T_1 - T_2)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (3.3)$$

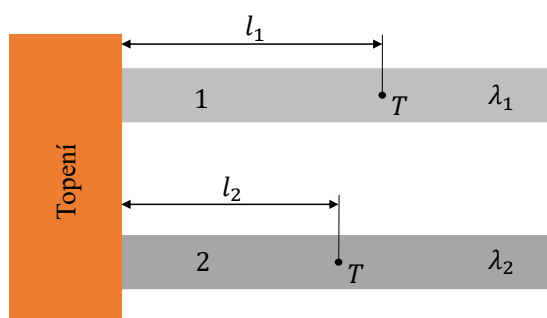
Metoda není vhodná pro měření kovových materiálů, jelikož je obtížné z nich zhotovit kouli, ve které navíc musejí být umístěny snímače teploty. Proto se hodí spíše pro měření sypkých materiálů, které se uzavřou mezi dvě koule s vysokou tepelnou vodivostí (např. měď). [11]



Obr. 3.2 Schéma měření metodou koule podle [11]

3.1.3 Metoda tyčí

Metoda tyčí (obr. 3.3) je relativní metoda spočívající v tom, že ohříváme stejně výkonným zdrojem tepla dvě tyče, z nichž jedna má známý součinitel tepelné vodivosti (2). Ohřívání probíhá pouze z jedné strany, přičemž nekonstantního rozložení teplot je docíleno volnou konvekcí tepla do okolí. Jelikož však různé materiály obou tyčí budou vykazovat různý součinitel přestupu tepla, je pro přesné měření vhodné jejich povrch např. pokovit a rozleštit, aby vykazoval na obou tyčích stejné vlastnosti. Důležité je také použít tyče dostatečně dlouhé, aby se i při volné konvekcí výrazně projevil teplotní spád.



Obr. 3.3 Schéma měření metodou tyčí podle [11]

Vyhodnocení neznámého součinitele tepelné vodivosti λ_1 měřeného vzorku (1) se pak provádí tak, že kontaktním teploměrem nalezneme na každé tyči místo se stejnou teplotou a změříme jejich vzdálenosti od zdroje tepla. Poměr tepelných vodivostí je roven poměru kvadrátů těchto vzdáleností, tedy [11]

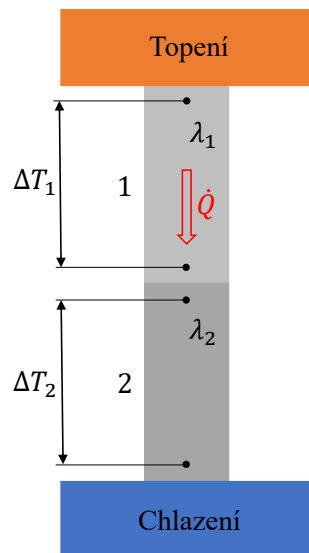
$$\lambda_1 = \lambda_2 \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2. \quad (3.4)$$

3.1.4 Srovnávací metoda

Měření se provádí na dvou tyčích (obr. 3.4) se stejným příčným průřezem za sebou. Tyč 1 je měřený vzorek s neznámou hodnotou součinitele tepelné vodivosti λ_1 a tyč 2 je vyrobena z materiálu se známými termofyzikálními parametry. Soustava těchto tyčí se umístí mezi topné těleso a chladič, což v nich vytvoří teplotní spád. Abychom maximalizovali přenos tepla v místech styku, lze vložit teplovodivou folii. Nejlepších výsledků se dosahuje při umístění aparatury do vakua, protože se zamezí sdílení tepla konvekcí do okolí. Pro určení tepelné vodivosti měřeného vzorku je nutné určit teplotní spád na každé tyči, tedy změřit na každé tyči alespoň dvě teploty.

Součinitel tepelné vodivosti λ_1 se určí ze vztahu [7]

$$\lambda_1 = \lambda_2 \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}. \quad (3.5)$$



Obr. 3.4 Schéma měření srovnávací metodou podle [7]

3.2 Nestacionární metody měření tepelné vodivosti

U nestacionárních metod měření tepelné vodivosti existuje řada variant závislá na způsobu sledování vývoje nestacionárního tepelného toku:

- Metoda nestacionárního tepelného toku,
- Metoda tepelných impulsů.

Další dělení se ještě nabízí z pohledu časové závislosti výkonu tepelného zdroje:

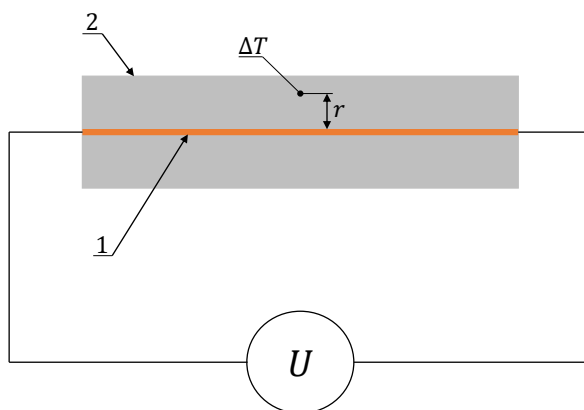
- Metody s impulsním tepelným zdrojem – tepelná energie je dodána zdrojem jednorázově na počátku měření ve velmi krátkém časovém intervalu,
- Metody s kontinuálním tepelným zdrojem – tepelná energie je kontinuálně dodávána tepelným zdrojem s konstantním výkonem po celou dobu měření,
- Metody s periodickým tepelným zdrojem – tepelná energie je dodávána tepelným zdrojem s konstantním výkonem periodicky v konstantních intervalech. [8]

3.2.1 Metoda horkého drátu

Metoda horkého drátu (obr. 3.5) měří nárůst teploty ve známé vzdálenosti r od zdroje tepla (1), kterým je horký drát (platina nebo tantal) zabudovaný do měřeného vzorku (2). Metoda předpokládá jednorozměrný radiální tepelný tok uvnitř vzorku s nekonečnou délkou a minimálním průměrem drátu. Prakticky se tyto předpoklady řeší dostatečně dlouhým a tenkým elektricky zahřívaným drátem, aby ve středu délky vzorku, kde se měří, nedocházelo k ovlivnění jeho okraji. V dané vzdálenosti r měříme teplotní rozdíl v určitém časovém intervalu vyvozeným tepelným impulsem drátu. Z tohoto důvodu nehraje vzdálenost r roli. Součinitel tepelné vodivosti se potom určí ze vztahu

$$\lambda = \frac{\dot{Q}_l}{4\pi \Delta T} \ln\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right), \quad (3.6)$$

kde \dot{Q}_l [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1}$] je tepelný tok vztažený na jednotku délky drátu a ΔT [K] je naměřený teplotní rozdíl mezi časy τ_1 a τ_2 [s] měřených od zahájení vytápění. [7, 12]



Obr. 3.5 Schéma měření metodou horkého drátu podle [7]

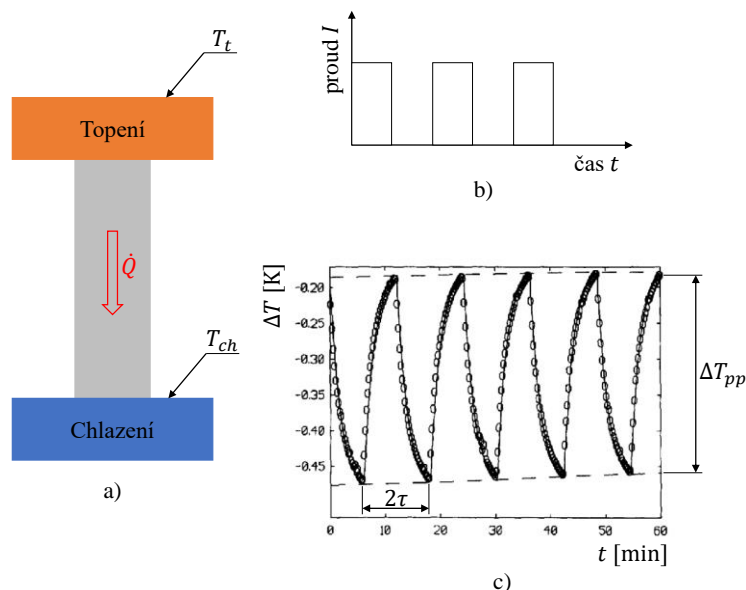
3.2.2 Metoda pulzního zdroje tepla

Metoda pulzního zdroje tepla je uspořádáním podobná Bockově metodě, tedy měřený vzorek je umístěn mezi topení a chladič. Rozdíl je zde v tom, že zdroj tepla nedává konstantní tepelný tok, ale má periodický průběh. Topení je napájeno elektrickým proudem buď obdélníkového průběhu, jak je znázorněno na obr. 3.6 b), nebo sinusového průběhu se známou periodou 2τ . Mezi topným a chladičím prvkem se vytvoří teplotní rozdíl $\Delta T = T_t - T_{ch}$, který je velmi malý (obvykle $\sim 0,3$ K). Pulzující tepelný zdroj předá tepelné impulzy chladiči s jistým dopravním zpožděním závislým na termofyzikálních parametrech měřeného vzorku. Příklad průběhu teploty v čase chladiče je uveden na obr. 3.6 c).

Součinitel tepelné vodivosti se určí ze vztahu

$$\lambda = \frac{RI_0^2}{\Delta T_{pp}} \tanh\left(\frac{\lambda\tau}{2C_v}\right), \quad (3.7)$$

kde τ [s] je půlperioda tepelných pulzů, C_v [$\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$] je tepelná kapacita při konstantním objemu, R [Ω] je ohmický odpor topného zdroje, I_0 [A] je amplituda napájecího proudu a ΔT_{pp} [K] je rozdíl teplot maxima a minima (špička – špička) na chladiči. Z této rovnice nelze součinitel tepelné vodivosti explicitně vyjádřit, takže rovnici je nutné řešit numericky. Výhodou této metody je možnost měřit ve velkých teplotních rozsazích (1,9 až 390 K) a vyhodnotit i velmi špatně vodivé materiály (i $0,004 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ při teplotě 2 K). [7]



Obr. 3.6 Schéma měření metodou pulzního zdroje tepla: a) uspořádání měření, b) průběh napájecího proudu topení, c) příklad průběhu teploty naměřené na chladiči podle [7]

3.3 Profesionální přístroje pro přímé měření tepelné vodivosti

Výše uvedené metody pro stanovení součinitele tepelné vodivosti se musí vždy sestavit pro konkrétní měření. V dnešní době jsou ale již k dispozici specializované přístroje pracující na různých principech a v různých rozsazích měřené veličiny a zpravidla umějí měřit i více termofyzikálních parametrů. Jako příklad zde uvádím přístroj DLF 1200 od firmy TA Instruments. Jedná se o kompaktní stolní přístroj určený pro měření tepelné difuzivity, tepelné vodivosti a měrné tepelné kapacity materiálů do teploty 1200 °C. Princip přístroje je založen na vyhodnocení šíření tepelného impulsu ve vzorku vyvinutého laserem o energii až 25 J. Toto vyhodnocení provádí na základě porovnání s etalonem známých termofyzikálních parametrů, kterým je měď s vysokou čistotou. Podle údajů výrobce umí přístroj měřit tepelnou difuzivitu v rozsahu $0,01$ až $1000 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ s přesností $\pm 2,3 \%$ a tepelnou vodivost v rozsahu $0,1$ až $2000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ s přesností $\pm 4 \%$ [13]



Obr. 3.7 Přístroj DLF 1200 firmy TA Instruments; převzato z [13]

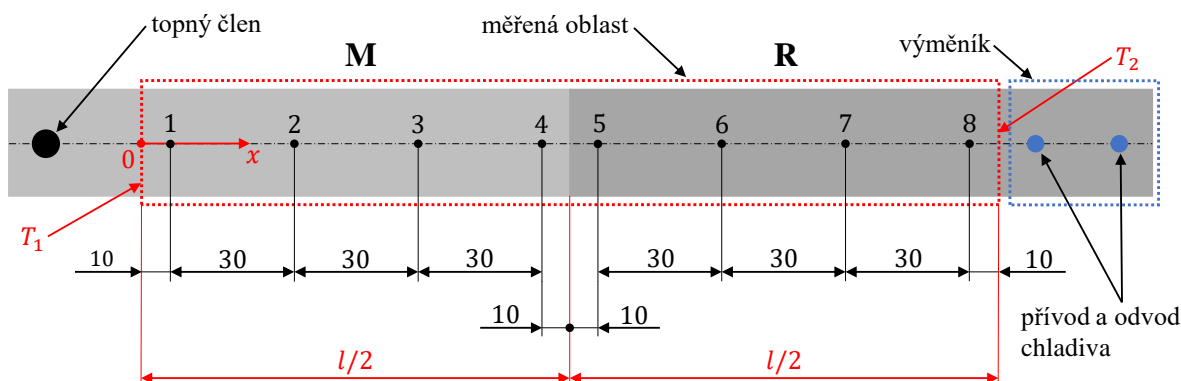
4 PRAKTICKÁ ČÁST

4.1 Volba vhodné měřicí metody

Cílem této práce je zvolit a realizovat měřicí metodu, která by byla vhodná jak pro dostatečně přesné stanovení tepelné vodivosti materiálů za účelem použití v dalších činnostech Ústavu fyziky, tak i pro výuku fyziky v bakalářském studiu. Vzhledem k širším možnostem využití práce je důležitá nejen přesnost měření, ale i názornost, rozumná časová náročnost, jednoduchost, realizovatelnost opakovaných měření a v neposlední řadě i snadná výměna zkoumaného materiálu (vzorku). Na základě těchto podmínek použijí srovnávací metodu popsanou v kapitole 3.1.4. Jelikož se jedná o stacionární metodu, a tedy měří se rozložení teplot po ustálení, je názorná a snadno se vyhodnocuje. Navíc tato metoda dosahuje vysoké přesnosti, protože díky jejímu uspořádání není nutné znát tepelný výkon zdroje tepla, což je spolu s technickou realizací hlavní problém absolutních metod.

4.2 Návrh uspořádání měření srovnávací metodou

V následujících kapitolách budu používat uspořádání měřicí metody s jednotným označováním komponent a veličin patrných z obr. 4.1. Písmenem M je označen měřený vzorek s neznámou tepelnou vodivostí, ve kterém je vlevo umístěn topný člen. Písmenem R je označen referenční vzorek se známými termofyzikálními parametry, vpravo se zakomponovaným výměníkem pro přívod chladicího média z termostatu, který je k měřenému vzorku souose přitisknut. V této konfiguraci se pomocí topného členu a výměníku na soustavě vzorků vytvoří teplotní spád. Čísla 1 až 8 jsou označeny snímače teplot vodivě zakomponované do vzorků o průměrech 30 mm, jejichž rozmístění je znázorněno na obrázku a snímají teploty v místech protínajících geometrickou osu vzorků. Se svými rozměry je na obrázku znázorněna také měřená oblast, která bude v dalších kapitolách předmětem odvození rovnic popisujících rozložení teplotních polí a jejich měření. V této měřené oblasti budu uvažovat jednorozměrný tepelný tok, proto je topný člen a výměník umístěn mimo ni v dostatečné vzdálenosti.



Obr. 4.1 Geometrické schéma zkonstruované úlohy

4.3 Obecný průběh teplot v měřené oblasti

Pro nalezení obecného průběhu teplot v měřené oblasti zavádím souřadnici x totožnou s osou vzorků a s počátkem umístěným na začátku této oblasti viz obr. 4.1. Využiji rovnice (2.15)

$$\frac{d^2\vartheta_x}{dx^2} - \frac{\alpha \pi D}{\lambda A} \vartheta_x = 0,$$

a pro její řešení sestavím charakteristickou rovnici, jejíž kořeny jsou rovny

$$\delta^2 - \frac{\alpha \pi D}{\lambda A} = 0 \rightarrow \delta_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\alpha \pi D}{\lambda A}}. \quad (4.1)$$

Na základě kořenů charakteristické rovnice odhaduji řešení ve tvaru

$$\vartheta_x = C_1 e^{\delta_1 x} + C_2 e^{\delta_2 x}. \quad (4.2)$$

Dosazením z (4.1) do (4.2) a dvojnásobným derivováním vyjde

$$\frac{d^2\vartheta_x}{dx^2} = C_1 \frac{\alpha \pi D}{\lambda A} e^{\delta_1 x} + C_2 \frac{\alpha \pi D}{\lambda A} e^{\delta_2 x}, \quad (4.3)$$

a tuto rovnici dosadím do (2.15). Použitím vztahu (2.9)

$$\vartheta_x = T_x - T_e$$

již dostávám obecné řešení popisující rozložení teplot po délce tyče

$$T_x = C_1 e^{Kx} + C_2 e^{-Kx} + T_e, \quad (4.4)$$

kde

$$K = \sqrt{\frac{\alpha \pi D}{\lambda A}}.$$

Jelikož ale měření bude probíhat na dvou tyčích za sebou, je třeba řešit soustavu dvou rovnic (4.4) ve tvaru (zde používám označení zavedené v kap. 4.2)

$$\begin{aligned} T_{xM} &= C_1 e^{K_M x} + C_2 e^{-K_M x} + T_e \\ T_{xR} &= C_3 e^{K_R x} + C_4 e^{-K_R x} + T_e, \end{aligned} \quad (4.5)$$

kde C_1, C_2, C_3 a C_4 jsou integrační konstanty. První rovnice popisuje rozložení teplot po délce měřeného vzorku a druhá rovnice popisuje rozložení teplot po délce referenčního vzorku. Konstanty K_M a K_R těchto rovnic jsou rovny

$$K_M = \sqrt{\frac{\alpha_M \pi D_M}{\lambda_M A_M}}, \quad K_R = \sqrt{\frac{\alpha_R \pi D_R}{\lambda_R A_R}}. \quad (4.6)$$

Pro nalezení integračních konstant je nutné sestavit čtyři okrajové podmínky, vycházející z obr. 4.1

$$\begin{aligned} 1) \quad & x = 0 \rightarrow T_{xM} = T_1 \\ 2) \quad & x = l \rightarrow T_{xR} = T_2 \\ 3) \quad & x = \frac{l}{2} \rightarrow T_{xM} = T_{xR} \\ 4) \quad & x = \frac{l}{2} \rightarrow \lambda_M \frac{dT_{xM}}{dx} = \lambda_R \frac{dT_{xR}}{dx}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Okrajové podmínky 1 a 2 jsou okrajové podmínky, které se používají, pokud je známé řešení rovnic v daném místě, tzn. pro řešení je nutné znát teplotu na začátku a na konci měřené oblasti (obr. 4.1). To jsou teploty T_1 a T_2 . Okrajovou podmínkou 3 je zajištěna spojitost teplotních polí tím, že v místě dotyku vzorků není teplotní rozdíl. Poslední okrajová podmínka 4 potom popisuje spojitost tepelných toků mezi vzorky. Dosazením těchto okrajových podmínek do rovnic (4.5) a další úpravou sestavím maticový zápis, ze kterého již můžu např. pomocí programu Matlab získat vyčíslené integrační konstanty

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{K_R l} & e^{-K_R l} \\ e^{K_M \frac{l}{2}} & e^{-K_M \frac{l}{2}} & -e^{K_R \frac{l}{2}} & -e^{-K_R \frac{l}{2}} \\ \lambda_M K_M e^{K_M \frac{l}{2}} & -\lambda_M K_M e^{-K_M \frac{l}{2}} & -\lambda_R K_R e^{K_R \frac{l}{2}} & \lambda_R K_R e^{-K_R \frac{l}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1 - T_e \\ T_2 - T_e \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Tímto jsem plně popsal rozložení teplot podél obou tyčí laboratorního měření, které je dáno rovnicemi (4.5). Pro další práci je vhodné pro tyto rovnice převést teploty na °C

$$\begin{aligned} t_{xM} &= C_1 e^{K_M x} + C_2 e^{-K_M x} + t_e \\ t_{xR} &= C_3 e^{K_R x} + C_4 e^{-K_R x} + t_e. \end{aligned} \quad (4.9)$$

4.4 Vyhodnocení měření

Vztah (3.5) obecně používaný při vyhodnocení této metody měření obsahuje několik zjednodušujících předpokladů. Prvním a nejdůležitějším předpokladem je lineární rozložení teplot po délce každé tyče. V předchozí kapitole jsem dokázal, že vlivem konvekce tomu tak není. Ta se projevuje, když je průřez tyče vzhledem k její délce relativně malý, ale toto zjednodušení lze použít za podmínek, že tyče nejsou příliš dlouhé a jejich teplota není velmi vzdálena teplotě okolí (nebo je jejich povrch opatřen účinnou tepelnou izolací). [14] Součinitel tepelné vodivosti λ musí být natolik velký, aby se v rovině řezu tyče kolmé na tepelný tok

měníla teplota jen zanedbatelně (předpoklad jednorozměrného tepelného toku), což je u kovových materiálů velmi dobře splněno. [1] Z těchto předpokladů plyne, že plošná hustota tepelného toku není funkcí polohy, tj. konstantní. [14] Pokud by nelineární rozložení teplot zanedbat nešlo, navrhuji použít dva rozdílné přístupy vyhodnocení měření:

1. Vyhodnocení s předpokladem nelineárního rozložení teplot

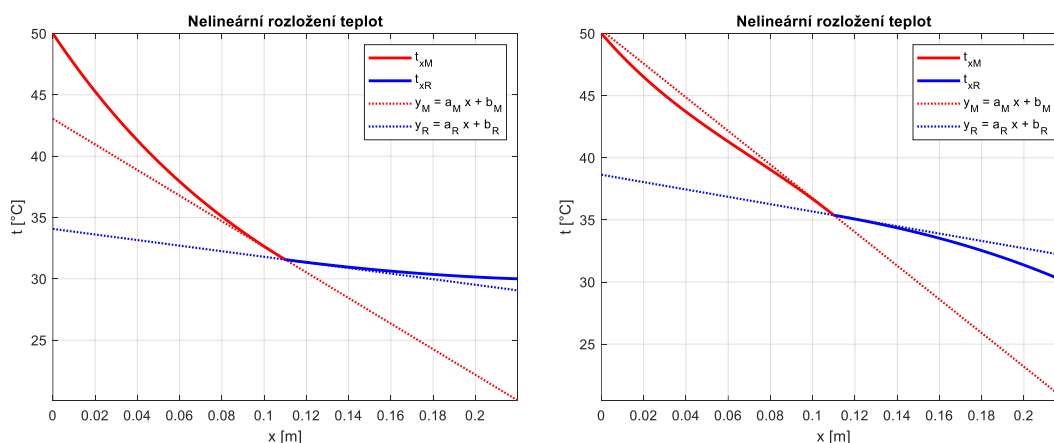
Vyhodnocení spočívá ve změření několika teplot po délce každého vzorku (v našem případě 4) a nalezení jejich vhodných aproximací. Měřením se tedy získají dva průběhy teplot t_{xM} a t_{xR} . Poté se využije čtvrtá okrajová podmínka (4.7– 4), pro kterou je nutné najít derivace v místě styku tyčí

$$a_{Ml/2} = \left. \frac{dt_{xM}}{dx} \right|_{x=l/2} \quad a_{Rl/2} = \left. \frac{dt_{xR}}{dx} \right|_{x=l/2} \quad (4.10)$$

což jsou směrnice tečen těchto průběhů v místě $x = l/2$. Dále již úpravou (4.7– 4) a dosazením (4.10) získávám vztah pro stanovení součinitele tepelné vodivosti měřeného vzorku ve tvaru

$$\lambda_M = \frac{a_{Rl/2}}{a_{Ml/2}} \lambda_R. \quad (4.11)$$

Na obr. 4.2 jsou zobrazeny dva příklady vyhodnocení pro situaci o rozměrech navržených v kapitole 4.2. Červenou a modrou souvislou čarou jsou zobrazeny průběhy teplot měřeného a referenčního vzorku a tečkovanými čarami jsou zobrazeny jím příslušné tečny v místě styku. Vlevo je zobrazena situace, kdy jsou oba průběhy teplot v každém bodě větší než teplota okolí (zde $t_e = 22 \text{ °C}$) a vpravo je zobrazeno, co by se stalo, kdyby se zvýšila teplota okolí na hodnotu $t_e = 40 \text{ °C}$ (tedy mezi teploty t_1 a t_2). Z grafu je vidět, že při této teplotě přechází průběh z konvexního na konkávní, protože se přestane teplo konvektivně uvolňovat do okolí a tyč začne z okolí teplo přijímat.



Obr. 4.2 Příklady nelineárního rozložení teplot při navržené konfiguraci: vlevo je teplota okolí nižší, než průběhy teplot tyčí; vpravo je teplota okolí uprostřed mezi počáteční a konečnou teplotou

Ačkoliv je nelinearita rozložení teplot způsobena nenulovým součinitelem přestupu tepla, není nutné ho číselně stanovovat. Přestup tepla je totiž implicitně obsažen v naměřených aproximacích a při vyhodnocení tedy není zanedbán.

2. Vyhodnocení s předpokladem lineárního rozložení teplot

V tomto případě se rovněž naměří teploty na každém vzorku, ale na rozdíl od předchozího odstavce se zde aproximují přímkami. Přímka má v každém bodě stejnou derivaci, tedy vztahy (4.10) již nejsou vázány k místu styku tyčí a lze psát

$$a_M = \frac{dt_{xM}}{dx} \quad a_R = \frac{dt_{xR}}{dx}. \quad (4.12)$$

Vztah pro výpočet součinitele tepelné vodivosti je pak již shodný se vztahem (4.11)

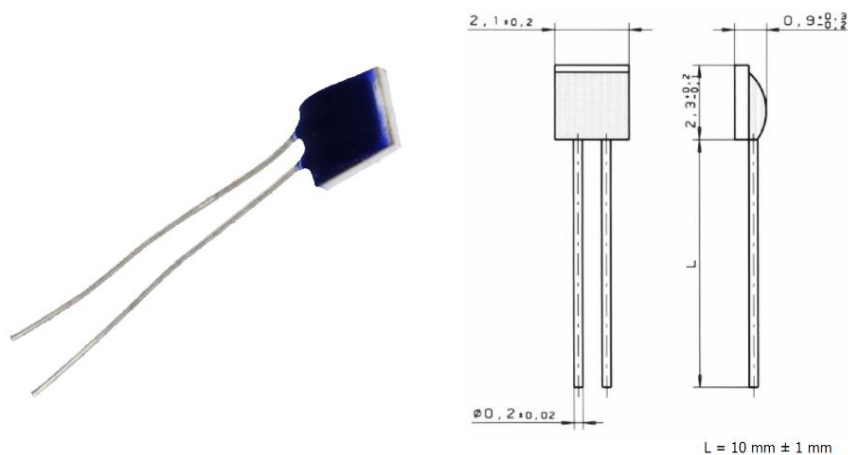
$$\lambda_M = \frac{a_R}{a_M} \lambda_R. \quad (4.13)$$

V kapitole 3.1.4 je vztah (3.5) oproti (4.13) zjednodušen o předpoklad, že oba vzorky mají stejnou délku. U obou vztahů je předpokládán stejně velký průřez měřeného a referenčního vzorku.

4.5 Realizace laboratorního měření

4.5.1 Snímače teploty

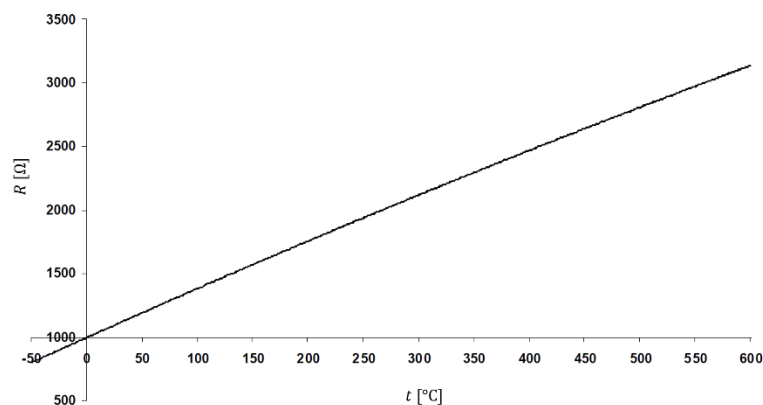
Pro měření teploty uvnitř vzorku jsem použil platinové odporové snímače teploty Pt 1000 (obr. 4.3). Jedná se o tenký platinový film napařený do tvaru meandru na keramický substrát, který je následně překrytý glazurou a epoxidem. Sensory vykazují v běžném rozsahu teplot dobrou linearitu a dlouhodobou teplotní stabilitu. Snímač má při teplotě 0 °C nominální elektrický odpor 1000 Ω. Rozlišovací schopnost snímače je $\Delta t [^\circ\text{C}] = \pm(0,30 + 0,005|t|)$, kde $|t|$ je absolutní hodnota z měřené teploty ve °C. Výrobce udává, že oteplení způsobené protékajícím proudem je 0,4 K/mW, pokud je snímač volně ve vzduchu o pokojové teplotě, což je pro naši aplikaci zanedbatelné. [15]



Obr. 4.3 Snímač Pt 1000: vlevo jeho fotografie, převzato z [16]; vpravo jeho rozměry, převzato z [15]

Charakteristika snímače je dána rovnicemi (4.14) a je zobrazena na obr. 4.4. [17]

$$\begin{aligned}
 R &= 1000(1 + At + Bt^2 + C(t - 100)t^3) && \text{pro } t < 0 \text{ } ^\circ\text{C} \\
 R &= 1000(1 + At + Bt^2) && \text{pro } t > 0 \text{ } ^\circ\text{C}, \\
 \text{kde } A &= 3,9083 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \\
 B &= -5,775 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2} \\
 C &= -4,183 \cdot 10^{-12} \text{ } ^\circ\text{C}^{-4}.
 \end{aligned}
 \tag{4.14}$$



Obr. 4.4 Charakteristika snímače Pt 1000, převzato z [17]

Popisuje, jak se mění elektrický odpor snímače v závislosti na teplotě. Pro měření teplot je potřeba charakteristika opačná, tedy rovnice, ze které se získá teplota v závislosti na elektrickém odporu snímače. Jelikož se při měření budeme pohybovat v malých rozsazích blízko teploty okolí, lze charakteristiku snímače s dostatečnou přesností nahradit přímkou. Pro tyto účely jsme v laboratoři již dříve získali kalibrační rovnici:

$$t \text{ [} ^\circ\text{C]} = 0,2561 \cdot R \text{ [}\Omega\text{]} - 256,1. \tag{4.15}$$

4.5.2 Měřicí zařízení

Pro měření dat jsem použil multifunkční zařízení National Instruments USB – 6001 (obr. 4.5). Jedná se o univerzální měřicí zařízení, u kterého využiji následující kanály:

- 8 analogových vstupních kanálů (AI)
- analogový vstup zem, jako referenční bod pro měření analogových vstupů (AI GND)
- stabilizovaný výstup napětí 5 V, jako napájení snímačů (+ 5 V).

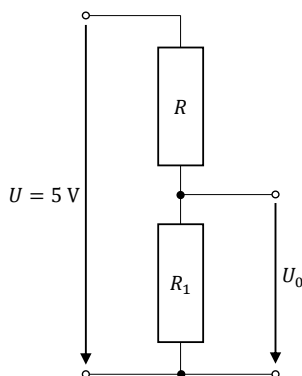
Zařízení je vybaveno USB konektorem pro připojení k počítači. Analogově- digitální převodník má rozlišení 14 bit a maximální sdílenou vzorkovací frekvenci 20 kHz. Na použitém napěťovém rozsahu 0 – 10 V umí zpracovat signál s rozlišením 0,6 mV. [18]



Obr. 4.5 Měřicí zařízení National Instruments USB – 6001; převzato z [19]

Zapojení snímačů

Na obr. 4.6 je znázorněno schéma zapojení prvního snímače (reprezentovaného rezistorem R_1), na jehož svorkách je měřeno napětí U_0 . Snímači je předřazen rezistor o ohmickém odporu $R = 2,87 \text{ k}\Omega$. Série dvou rezistorů je připojena na napájecí napětí $U = 5 \text{ V}$ dodávané z výstupu měřicího zařízení. Předřadný odpor je zapojen v sérii se snímačem a je zvolen takový nominální odpor, aby bylo dosaženo optimální velikosti protékaného proudu snímačem (aby nedocházelo k vlastnímu nadměrnému ohřevu snímače protékaným proudem).



Obr. 4.6 Schéma zapojení snímače 1

Snímač je s předřadným odporem zapojen jako napěťový dělič a například pro první kanál se snímačem 1 a měřeným napětím U_0 platí vztah

$$\frac{U_0}{U} = \frac{R_1}{R + R_1}. \quad (4.16)$$

Pro získání teploty ze vztahu (4.15) vyjádřím odpor snímače R_1 z rovnice (4.16) a dosadím, tedy

$$t_1 = 0,2561 \frac{U_0}{U - U_0} R - 256,1. \quad (4.17)$$

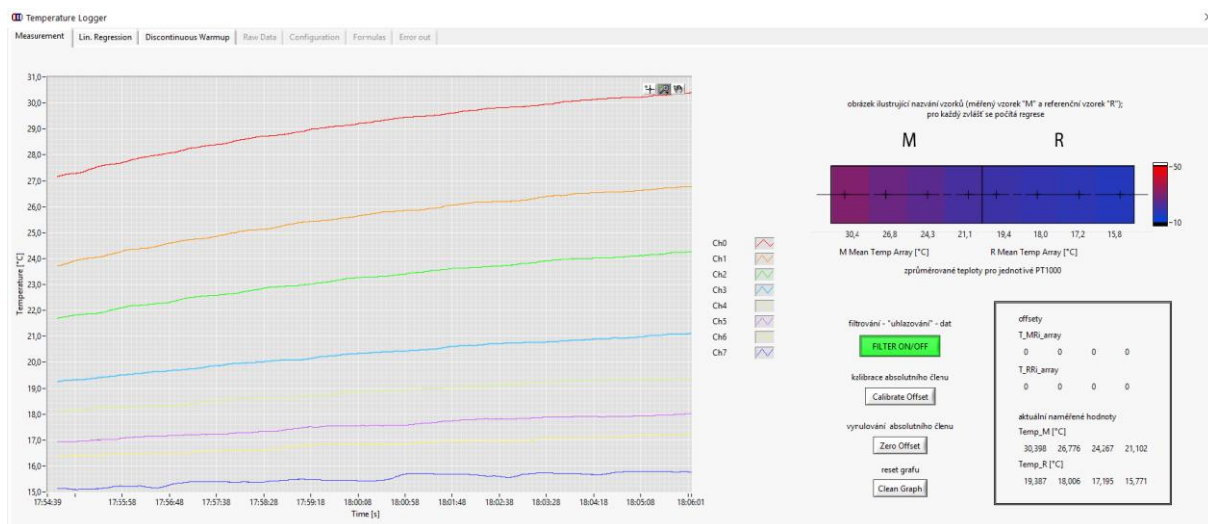
V této rovnici je již jediná neznámá, a to měřené napětí U_0 . Rovnice pro všechny ostatní snímače jsou obdobné.

Na všech měřicích kanálech byla po sestavení provedena vnitřní i vnější kalibrace tak, aby kanály ukazovaly správnou hodnotu odporu, respektive teploty.

4.5.3 Aplikace LabVIEW

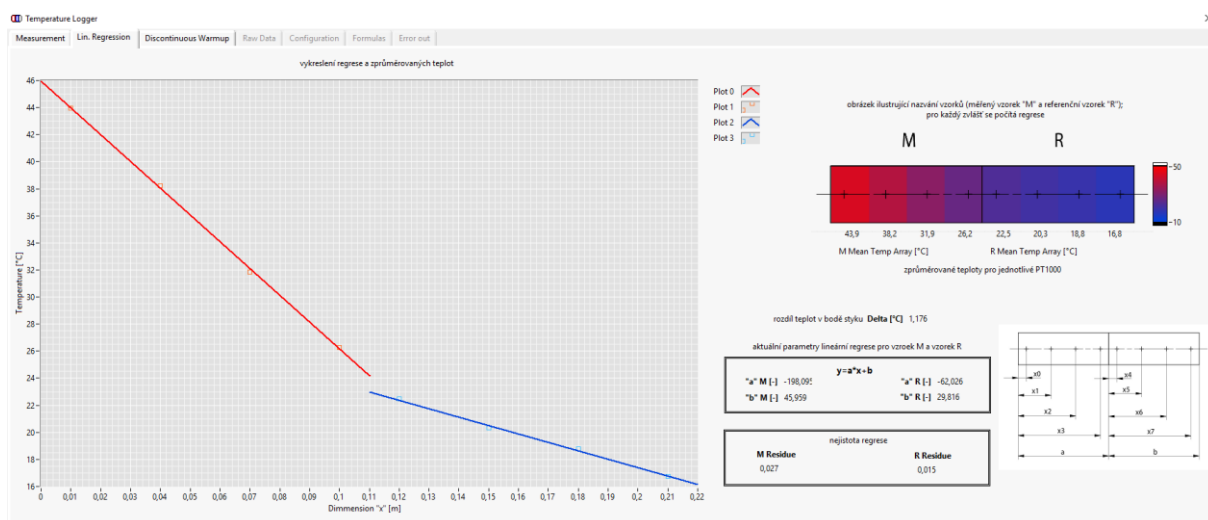
Pro zpracování dat byla v laboratoři dalšími studenty, spolupracujícími s Ústavem fyziky, vytvořena uživatelská aplikace v prostředí LabVIEW. Aplikace vyhodnocuje teploty podle rovnice (4.17) a zaznamenává je v čase vzorkovací frekvencí, kterou si může nastavit uživatel. Uživatelské prostředí je rozděleno do třech hlavních záložek. Na první záložce (obr. 4.7) je umístěn graf zobrazující průběh teplot jednotlivých snímačů v závislosti na čase a základní ovládací prvky. Uživatel má možnost zapnout filtrování dat pro odstranění nežádoucího šumu. Když jsou oba vzorky ustálené na konstantní (pokojové) teplotě, tak i

v takovém případě se mohou vyhodnocené teploty na snímačích mírně lišit, proto je zde možnost dodatečné kalibrace, která stanoví průměrnou hodnotu z teplot jednotlivých snímačů a následně na snímačích upraví poslední člen kalibračních rovnic tak, aby dosahovaly všechny snímače této průměrné hodnoty v daném okamžiku. Po zahájení zahřívání se dodatečná kalibrace nesmí provádět. Poslední funkcí je zde možnost vynulování grafu, která lze provádět i v průběhu měření. Pro názornost je vpravo nahoře zobrazen model, který barevně simuluje rozložení teplot.



Obr. 4.7 První záložka uživatelské aplikace: vlevo – graf závislosti teplot na čase; vpravo nahoře – model barevně simulující rozložení teplot; vpravo dole – základní ovládací prvky aplikace, okamžité teploty na jednotlivých snímačích a kalibrační koeficienty

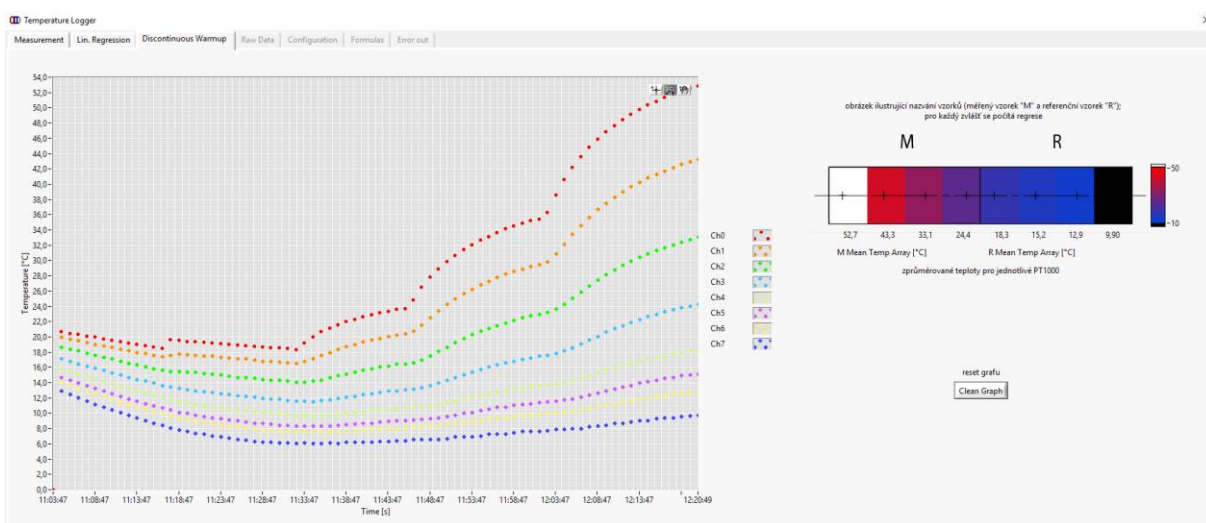
Na další záložce (obr. 4.8) aplikace zobrazuje rovněž okamžité teploty jednotlivých snímačů, ale tentokrát v závislosti na vzdálenosti od počátku měřené oblasti, jak pro názornost zobrazuje schéma v pravém dolním rohu. Aplikace aproximuje naměřené teploty na každé tyči zvlášť přímkami a jejich koeficienty vypisuje, včetně výběrových směrodatných odchylek každé aproximace.



Obr. 4.8 Druhá záložka uživatelské aplikace: vlevo – graf zobrazující závislost teplot jednotlivých snímačů na vzdálenosti od počátku měřené oblasti a jejich lineární regrese pro každý vzorek; vpravo nahoře – model barevně simulující rozložení teplot; vpravo dole – koeficienty lineárních regresí a výběrové směrodatné rozptyly, schéma rozmístění snímačů

Na poslední záložce je graf, který opět zaznamenává průběh teplot na čase, ale tentokrát pro názornost od počátku spuštění aplikace a teploty zaznamenává také zvolenou frekvencí. Na obr.

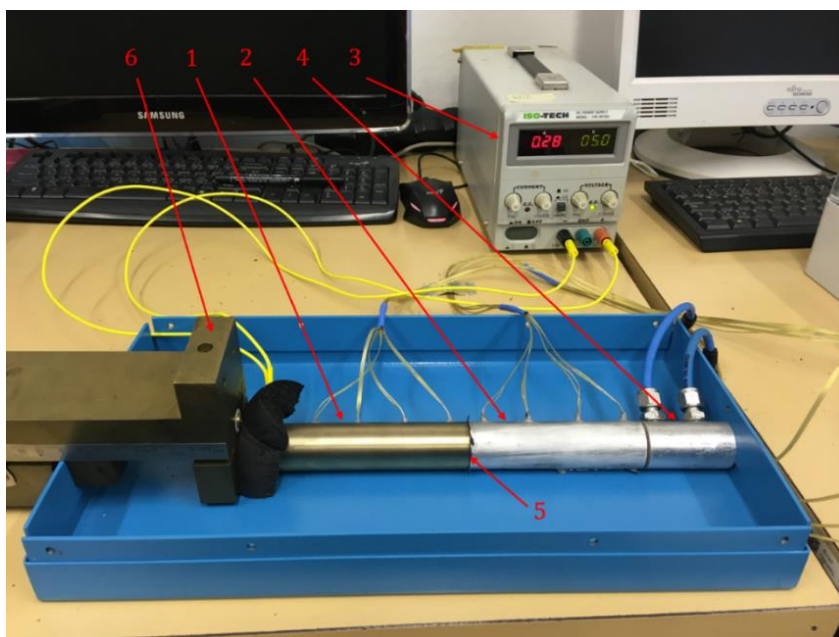
4.9 je vidět průběh celého měření. Jednalo se o měření, kdy byl skokově měněn topný výkon, což se nejvýrazněji projevilo na červeném průběhu, tedy na snímači nejbližší topnému tělesu.



Obr. 4.9 Třetí záložka uživatelské aplikace: vlevo – graf zobrazující průběh celého měření; vpravo nahoře – model barevné simulující rozložení teplot

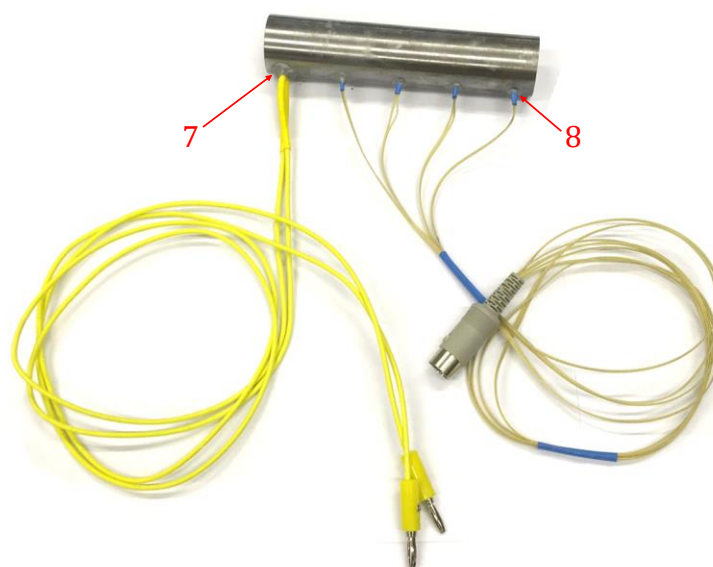
4.5.4 Sestavení měřicí aparatury

Měřicí aparaturu (obr. 4.10) jsem sestavil v souladu s návrhem uspořádání měření viz obr. 4.1. Čísly 1 a 2 je označen měřicí a referenční vzorek. V měřicím vzorku je umístěno topné těleso napájené laboratorním zdrojem napětí (3). Číslem 4 je označen výměník přišroubovaný k referenčnímu vzorku, který má funkci chladiče. Jeho teplota je udržována protékající vodou z termostatu. Mezi vzorky je umístěna grafitová folie (5) pro minimalizaci teplotního rozdílu na rozhraní vzorků a kontaktní přítlak je zajištěn upínacím zařízením (6). Mezi upínacem a měřeným vzorkem je umístěna izolace pro minimalizaci nežádoucího úniku tepla.



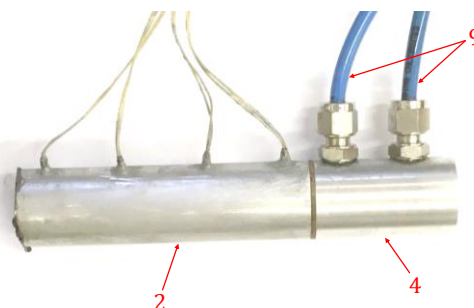
Obr. 4.10 Měřicí aparatura: 1 – měřený vzorek; 2 – referenční vzorek; 3 – laboratorní zdroj napětí; 4 – výměník; 5 – grafitová folie; 6 – upínací zařízení

Detail měřeného vzorku je na obr. 4.11. Číslem 7 je označeno místo vlepení topného tělesa do vzorku a číslem 8 místo vlepení snímače teploty. Všechny čtyři snímače jsou napojeny na jeden konektor (stejně tak u referenčního vzorku), aby se urychlila výměna vzorku za jiný a znemožnilo zapojení snímače na jiný kanál než jemu příslušný.



Obr. 4.11 Měřený vzorek s topením (7) a teplotními sensory (8)

Detail referenčního vzorku je vidět na obr. 4.12, kde je číslem 4 označen jednoduchý výměník přišroubovaný k referenčnímu vzorku (2), do kterého je z termostatu přiváděna chladicí kapalina hadicemi (9).



Obr. 4.12 Referenční vzorek (2) s výměníkem (4) a hadicemi na chladící kapalinu (9)

Snímače teplot a topný člen jsou ve vzorcích zalepeny dvousložkovým epoxidovým lepidlem s příměsí hliníkového prášku Orapi Orametal F 212. [20]

4.6 Měření

Zjednodušujícím předpokladům uvedeným v kapitole 4.4 je třeba přizpůsobit jednak geometrické rozměry měřicí aparatury, ale také vstupní parametry měření (tepelný výkon, teplota termostatu), aby byly tyto předpoklady co nejlépe splněny. Rozměry měřicí aparatury jsem takovým způsobem navrhl v kapitole 4.2 (obr. 4.1) a vhodné vstupní parametry je nutné najít na základě měření viz následující kapitola 4.6.1, aby bylo možné pro vyhodnocování měření používat vztah (4.13)

$$\lambda_M = \frac{a_R}{a_M} \lambda_R.$$

Při měření požiji referenční vzorek vyrobený z hliníkové kruhové tyče $\varnothing 30$ mm EN AW 6063 T6, který má podle reference [21] hodnotu součinitele tepelné vodivosti $201 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

4.6.1 Zpracování naměřených dat

Ocelový vzorek

Ocelový vzorek je zhotoven z materiálu 11 373 (S235JRG1) s obsahem maximálně 0,17 % C. [22] Jedná se tedy o nízkouhlíkovou ocel, která má podle tab. 7.2 součinitel tepelné vodivosti $\lambda = 50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ při 20°C .

Provedl jsem sérii měření, jejichž vstupní parametry jsou uvedeny v tab. 4.1. Tato měření se liší nastavením teploty termostatu $t_{\text{termostat}}$ a výkonem topného tělesa P , který je dán napětím zdroje U a protékajícím proudem I vztahem

$$P = UI. \quad (4.18)$$

Tab. 4.1 Vstupní parametry měření ocelového vzorku: P je výkon topného zdroje stanovený z napájecího proudu I a napětí U , $t_{\text{termostat}}$ je teplota chladícího média z termostatu

Č. m.	U	I	P	$t_{\text{termostat}}$
	[V]	[A]	[W]	[°C]
1	5	0,27	1,35	5
2	10	0,53	5,30	5
3	15	0,78	11,70	5
4	20	1,03	20,60	5
5	5	0,26	1,30	10
6	10	0,52	5,20	10
7	15	0,77	11,55	10
8	20	1,03	20,60	10
9	5	0,26	1,30	15
10	10	0,52	5,20	15
11	15	0,77	11,55	15
12	20	1,03	20,60	15
13	5	0,26	1,30	20
14	10	0,52	5,20	20
15	15	0,78	11,70	20
16	20	1,03	20,60	20
17	25	1,32	33,00	20

Z těchto vstupních parametrů jsem naměřil teploty t_1 až t_8 uvedené v tab. 4.2. V této tabulce je uveden i teplotní rozdíl mezi vzorky Δt , vypočítaný z extrapolací lineárních regresí měřeného a referenčního vzorku do místa jejich styku a teplotní rozdíl prvního a posledního snímače $\Delta t_{1,8} = t_1 - t_8$, značící celkový teplotní spád.

Tab. 4.2 Naměřené teploty na jednotlivých snímačích t_1 až t_8 , teplotní rozdíl Δt v místě styku vzorků a teplotní spád $\Delta t_{1,8}$ při měření ocelového vzorku

Č. m.	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	Δt	$\Delta t_{1,8}$
	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]
1	18,4	16,8	14,3	11,9	10,0	8,6	7,7	6,3	0,9	12,2
2	23,7	20,3	16,5	13,0	10,7	9,1	8,1	6,4	0,8	17,3
3	35,4	29,5	23,0	17,5	13,6	11,4	9,87	7,7	1,1	27,7
4	55,3	45,4	35,0	25,8	19,4	16,1	13,6	10,3	1,9	45,0
5	20,4	18,7	16,5	14,4	13,0	11,8	11,2	10,1	0,6	10,3
6	26,5	23,3	19,7	16,5	14,3	12,8	11,9	10,5	0,7	16,0
7	41,7	35,7	29,0	23,0	18,9	16,5	14,8	12,6	1,4	29,1
8	56,5	47,0	36,8	28,2	22,3	19,3	16,9	14,0	1,6	42,5
9	24,7	23,1	21,0	18,9	17,5	16,3	15,8	14,7	0,6	10,0
10	29,8	26,8	23,3	20,3	18,3	16,9	16,2	15,1	0,7	14,7
11	43,9	38,2	31,9	26,2	22,5	20,3	18,8	16,8	1,2	27,1
12	58,41	49,4	39,7	31,3	25,8	23,0	20,8	18,1	1,5	40,4
13	24,2	23,2	21,6	20,6	19,9	19,4	18,9	18,3	0,0	5,9
14	31,4	28,7	25,4	23,2	21,7	20,8	20,0	19,2	0,1	12,2
15	44,5	39,0	32,8	28,1	25,1	23,6	22,1	20,5	0,3	24,0
16	62,4	53,0	43,0	34,9	30,0	27,4	25,1	22,5	0,5	39,9
17	82,2	68,0	53,0	41,4	34,5	31,0	27,8	24,3	0,4	57,9

Uživatelská aplikace popsaná v kapitole 4.5.3 z těchto dat stanoví směrnice lineárních regresí a_M a a_R měřeného a referenčního vzorku spolu s příslušnými výběrovými směrodatnými odchylkami R_M a R_R . Tato data jsou uvedena v tab. 4.3. Spolu s nimi je zde součinitel tepelné vodivosti použitého referenčního vzorku λ_R a vypočtený součinitel tepelné vodivosti měřeného vzorku λ_M . Pro nalezení vhodné oblasti měřících teplot zavádím střední teploty měřeného a referenčního vzorku \bar{t}_M a \bar{t}_R vztahy

$$\bar{t}_M = \frac{t_1 + t_4}{2}, \quad \bar{t}_R = \frac{t_5 + t_8}{2}, \quad (4.19)$$

pomocí kterých popíšu položení teplot vůči teplotě okolí rovnicemi

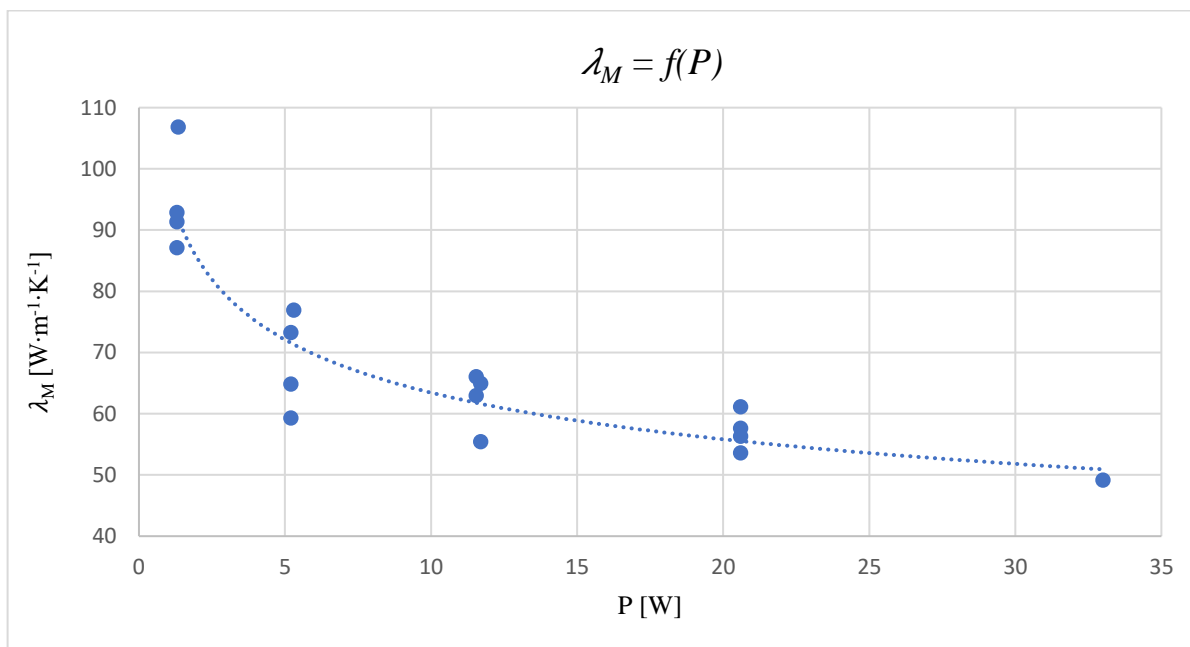
$$\begin{aligned} \Delta t_{M,ok} &= \bar{t}_M - t_{ok} \\ \Delta t_{R,ok} &= \bar{t}_R - t_{ok}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Při měření byla teplota okolí v laboratoři $t_{ok} = 25$ °C. Hodnoty středních teplot a jejich položení vůči teplotě okolí jsou rovněž uvedeny v tab. 4.3. Z této tabulky je vidět značná rozdílnost výsledků, způsobená zejména různými výkony tepelného zdroje, který ovlivňuje velikost teplotního spádu a polohou teplot vůči teplotě okolí. To jsou všechno parametry, které je třeba správně modifikovat.

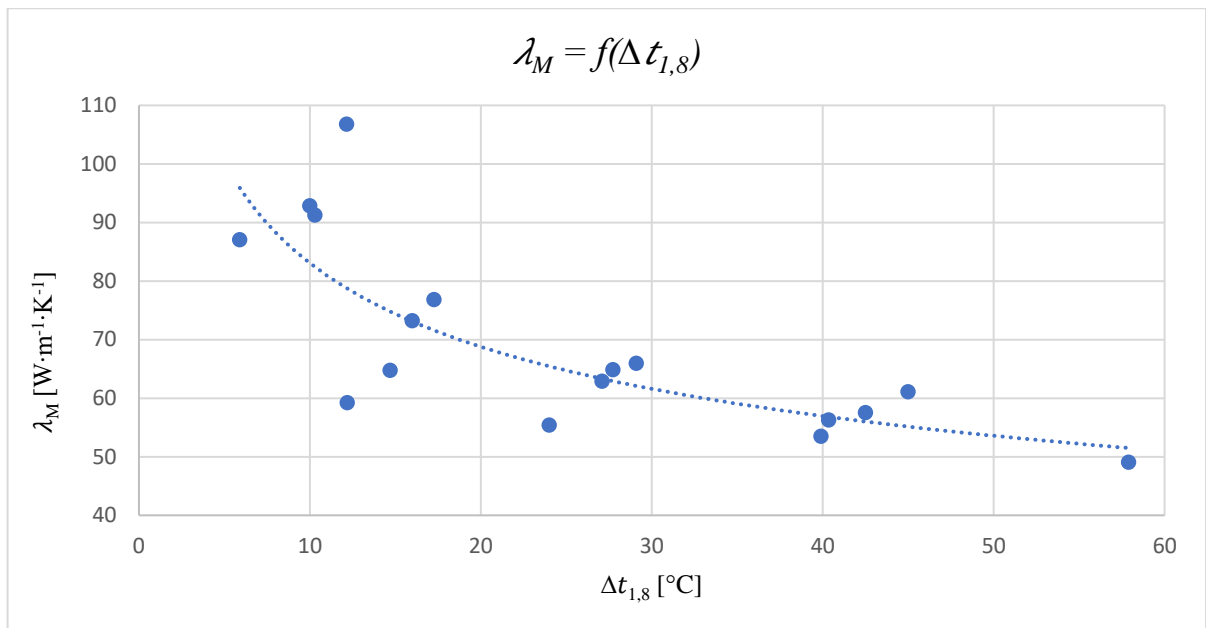
Tab. 4.3 Počítačové zpracování dat měření ocelového vzorku: a jsou směrnice linearizací příslušných vzorků, R jsou jejich výběrové směrodatné odchylky, λ_R je součinitel tepelné vodivosti referenčního vzorku a λ_M je vypočtený součinitel tepelné vodivosti měřeného vzorku. \bar{t}_M a \bar{t}_R jsou střední teploty měřeného a referenčního vzorku, kterým přísluší jejich poloha vůči teplotě okolí $\Delta t_{M,ok}$ a $\Delta t_{R,ok}$

Č. m.	a_M	R_M	a_R	R_R	λ_M	λ_R	\bar{t}_M	$\Delta t_{M,ok}$	\bar{t}_R	$\Delta t_{R,ok}$
	[K · m ⁻¹]	[K · m ⁻¹]	[K · m ⁻¹]	[K · m ⁻¹]	[W · m ⁻¹ · K ⁻¹]	[W · m ⁻¹ · K ⁻¹]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]
1	-75,585	0,033	-40,167	0,018	106,81	201	15,2	-9,9	8,2	-16,9
2	-119,034	0,013	-45,534	0,019	76,89	201	18,4	-6,7	8,6	-16,4
3	-200,664	0,047	-64,812	0,022	64,92	201	26,5	1,5	10,6	-14,4
4	-329,626	0,077	-100,247	0,035	61,13	201	40,6	15,6	14,9	-10,2
5	-67,596	0,019	-30,710	0,015	91,32	201	17,4	-7,6	11,6	-13,5
6	-112,794	0,008	-41,108	0,019	73,25	201	21,5	-3,5	12,4	-12,6
7	-209,098	0,025	-68,663	0,022	66,00	201	32,4	7,4	15,8	-9,3
8	-316,852	0,112	-90,794	0,018	57,60	201	42,4	17,4	18,2	-6,9
9	-64,931	0,011	-30,001	0,015	92,87	201	21,8	-3,2	16,1	-8,9
10	-106,562	0,012	-34,354	0,021	64,80	201	25,1	0,1	16,7	-8,3
11	-198,095	0,027	-62,026	0,015	62,94	201	35,1	10,1	19,7	-5,4
12	-305,400	0,096	-85,53	0,018	56,29	201	44,9	19,9	21,9	-3,1
13	-41,141	0,015	-17,824	0,002	87,08	201	22,4	-2,6	19,1	-5,9
14	-93,545	0,042	-27,587	0,000	59,28	201	27,3	2,3	20,5	-4,6
15	-184,791	0,081	-50,955	0,001	55,42	201	36,3	11,3	22,8	-2,2
16	-309,293	0,194	-82,408	0,004	53,55	201	48,7	23,7	26,3	1,3
17	-458,182	0,597	-111,991	0,005	49,13	201	61,8	36,8	29,4	4,4

Na obr. 4.13 je zobrazena závislost součinitele tepelné vodivosti měřeného vzorku λ_M na výkonu zdroje tepla P a na obr. 4.14 závislost součinitele tepelné vodivosti λ_M na rozdílu teplot prvního a posledního snímače $\Delta t_{1,8}$.

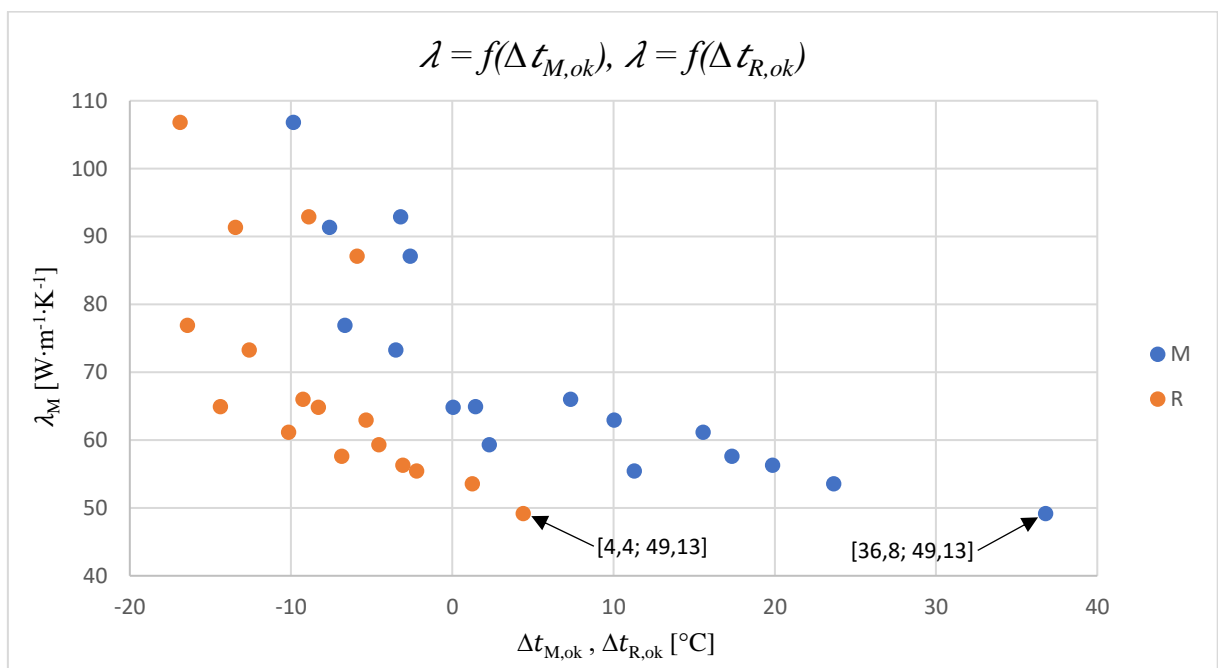


Obr. 4.13 Závislost součinitele tepelné vodivosti λ_M ocelového vzorku na výkonu topení P



Obr. 4.14 Závislost součinitele tepelné vodivosti λ_M ocelového vzorku na rozdílu teplot prvního a posledního snímače $\Delta t_{1,8}$

Z grafů je patrné, že se s rostoucím výkonem topení, tedy rostoucím teplotním spádem se změřená tepelná vodivost přibližuje tabelované hodnotě. Závislost součinitele tepelné vodivosti měřeného vzorku λ_M na $\Delta t_{M,ok}$ a $\Delta t_{R,ok}$ je znázorněna na obr. 4.15. V tomto grafu jsou označeny dva body jejich souřadnicemi, při kterých bylo měření nejoptimálnější a zobrazují rozdíl středních teplot jednotlivých vzorků a teploty okolí reprezentované nulou. Z tohoto grafu lze vyvodit závěr, že nejlepších výsledků je dosaženo v případě, kdy jsou střední teploty obou vzorků větší, než je teplota okolí. Z praktického hlediska navrhuji provádět měření tak, aby na posledním osmém snímači byla teplota přibližně rovna teplotě okolí, jak je vidět v tab. 4.2.



Obr. 4.15 Závislost součinitele tepelné vodivosti λ_M ocelového vzorku na rozdílu středních teplot měřeného, resp. referenčního vzorku a teploty okolí $\Delta t_{M,ok}$, resp. $\Delta t_{R,ok}$

Bronzový vzorek

Bronzový vzorek je zhotoven ze slitiny mědi a niklu DIN 17471 CuNi₁₀, obsahující 10 % Ni, která má podle reference [23] součinitel tepelné vodivosti $\lambda = 59 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ při 20 °C.

S tímto vzorkem jsem provedl měření pro stejné vstupní parametry jako u ocelového vzorku. Naměřené teploty na snímačích a příslušné vstupní parametry jsou uvedeny v Příloze 2 a v tab. 4.4 výsledky vyhodnocené počítačem.

Tab. 4.4 Počítačové zpracování dat měření bronzového vzorku: a jsou směrnice linearizací příslušných vzorků, R jsou jejich výběrové směrodatné odchylky, λ_R je součinitel tepelné vodivosti referenčního vzorku a λ_M je vypočtený součinitel tepelné vodivosti měřeného vzorku. \bar{t}_M a \bar{t}_R jsou střední teploty měřeného a referenčního vzorku, kterým přísluší jejich poloha vůči teplotě okolí $\Delta t_{M,ok}$ a $\Delta t_{R,ok}$

Č. m.	a_M	R_M	a_R	R_R	λ_M	λ_R	\bar{t}_M	$\Delta t_{M,ok}$	\bar{t}_R	$\Delta t_{R,ok}$
	[K · m ⁻¹]	[K · m ⁻¹]	[K · m ⁻¹]	[K · m ⁻¹]	[W · m ⁻¹ · K ⁻¹]	[W · m ⁻¹ · K ⁻¹]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]
1	-80,180	0,053	-43,868	0,033	109,97	201	16,3	-8,7	9,0	-16,0
2	-132,966	0,045	-53,094	0,032	80,26	201	20,8	-4,2	9,8	-15,2
3	-227,037	0,135	-80,191	0,02	70,99	201	30,9	5,9	12,8	-12,2
4	-340,780	0,292	-111,942	0,033	66,03	201	43,5	18,5	16,8	-8,3
5	-62,5680	0,022	-31,708	0,013	101,86	201	17,6	-7,4	12,2	-12,8
6	-113,461	0,054	-47,195	0,024	83,61	201	23,2	-1,8	14,0	-11,1
7	-202,559	0,128	-70,211	0,028	69,67	201	32,4	7,4	16,5	-8,6
8	-328,836	0,292	-104,928	0,034	64,14	201	45,7	20,7	20,2	-4,8
9	-52,5310	0,019	-26,865	0,019	102,79	201	20,9	-4,1	16,3	-8,7
10	-101,428	0,051	-38,869	0,018	77,03	201	25,8	0,8	17,6	-7,4
11	-194,324	0,133	-62,989	0,021	65,15	201	35,2	10,6	20,1	-4,9
12	-316,576	0,317	-94,688	0,029	60,12	201	47,6	22,6	23,4	-1,7
13	-34,1000	0,003	-16,192	0,000	95,44	201	22	-3	19,1	-5,9
14	-76,5680	0,047	-22,417	0,001	58,85	201	25,2	0,2	19,6	-5,5
15	-173,106	0,096	-51,608	0,000	59,92	201	36,0	11,0	23,0	-2,1
16	-291,442	0,295	-83,697	0,005	57,72	201	48,8	23,8	26,7	1,7
17	-424,289	0,662	-120,519	0,004	57,09	201	62,9	37,9	30,9	5,9

Z těchto dat lze vyvodit prakticky naprosto stejné závěry jako z měření ocelového vzorku, tedy že nejlepších výsledků dosahujeme při maximálním nastavení výkonu topení, se kterým souvisí i velký teplotní spád a při středních teplotách vzorků větších, než je teplota okolí.

4.6.2 Vhodné měřicí podmínky

V tab. 4.5 jsou uvedeny hodnoty součinitelů tepelné vodivosti, které jsou v nejlepší shodě s tabulkovými hodnotami pro dané materiály společně s jejich vstupními parametry, které tedy považují za optimální.

Tab. 4.5 Nejlepší výsledky měření včetně nejistot a vstupních parametrů

	P [W]	$t_{termostat}$ [°C]	λ_M [W · m ⁻¹ · K ⁻¹]
ocelový vzorek	33	20	(49,130±0,064)
bronzový vzorek	5,2	20	(58,850±0,037)

Nejistoty měření jsou v případě srovnávací metody dány jednak nejistotami typu A uvedenými v tab. 4.5 (výpočet uveden v Příloze 3), ale je třeba uvažovat i vliv dalších faktorů, které nelze do vyhodnocení zahrnout. Například termostat nastavenou teplotu reguluje

dvoupolohovým řízením, tzn. udržuje teplotu mezi dvěma hodnotami neustálým ohříváním a ochlazováním média, čímž do systému vnáší nežádoucí tepelné pulzy, které ovlivňují měření. Tepelná vodivost měřených materiálů a referenčního vzorku může být ovlivněna také jistou tolerancí (nepřesností) množství jednotlivých prvků ve slitinách, navíc je hodnota součinitele tepelné vodivosti závislá na teplotě, což při měření zanedbávám. Dalšími zdroji chyb mohou být snímače teplot, resp. jejich instalace do vzorků, protože připravené díry pro tyto snímače musejí být dostatečně velké pro vrstvu lepidla, a tedy ustavení snímačů a jejich správný teplovodivý kontakt se vzorkem nemusí být u každého snímače stejný. Tyto vlivy jsou ale velmi těžko vyčíslitelné konkrétní hodnotou. Pokud bych je měl odhadnout na základě rozptylu výsledků pro optimální parametry, nepřesahují 5 %. Nejistota typu A vyplývající z výborné linearitě hodnot se tedy jeví jako zanedbatelná. Na provedeném měření a výše uvedených nepříznivých faktorech je názorně vidět obtížnost stanovení součinitele tepelné vodivosti.

Z provedených měření ocelového a bronzového vzorku lze vysledovat, že při vyšších teplotách s větším výkonem topení dosahují výsledky malého rozptylu v relativně dobré shodě s tabelovanými hodnotami. Na základě toho uvádím v tab. 4.6 vhodné měřicí intervaly.

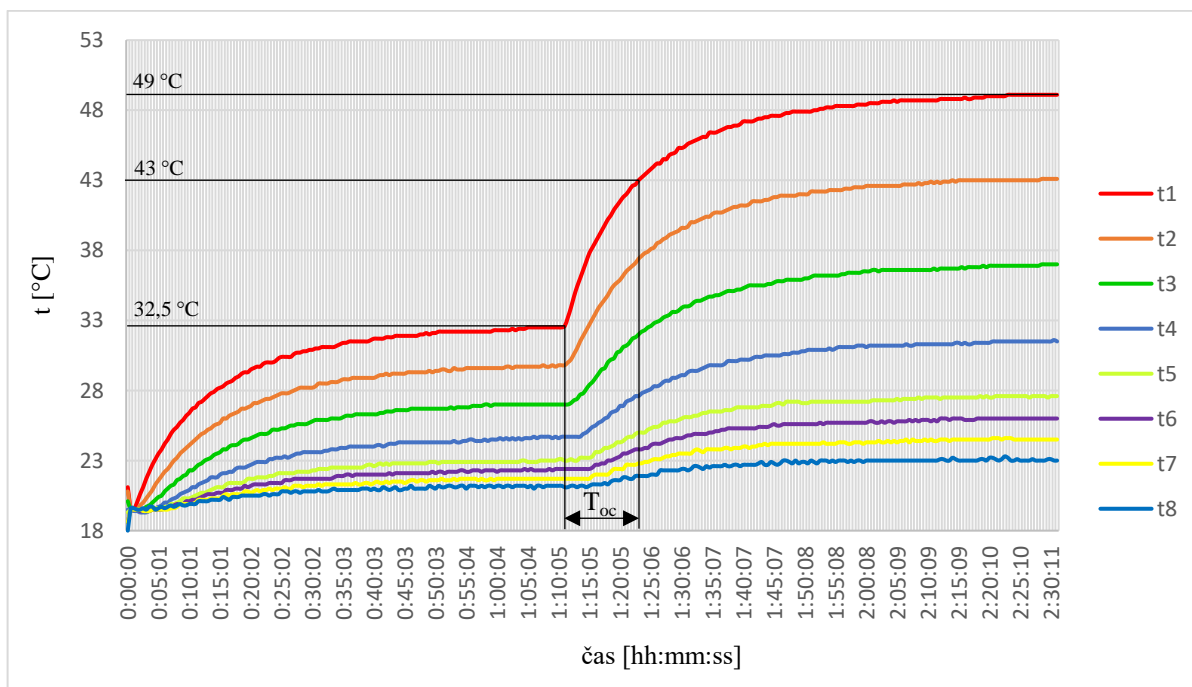
Tab. 4.6 Vhodné vstupní parametry měření: optimální rozsah výkonu topení P při použité teplotě termostatu $t_{\text{termostat}}$

$t_{\text{termostat}}$ [°C]	P [W]
15	21 – 33
20	5,2 – 33

4.6.3 Stanovení doby potřebné pro ustálení teplot

Pro stanovení doby potřebné pro ustálení teplot jsem změřil časové konstanty vyvozením skokové změny výkonu topení při teplotě termostatu $t_{\text{termostat}} = 20\text{ °C}$ z hodnoty $P = 5,2\text{ W}$ na $P = 11,55\text{ W}$.

Ocelový vzorek



Obr. 4.16 Měření časové konstanty ocelového vzorku

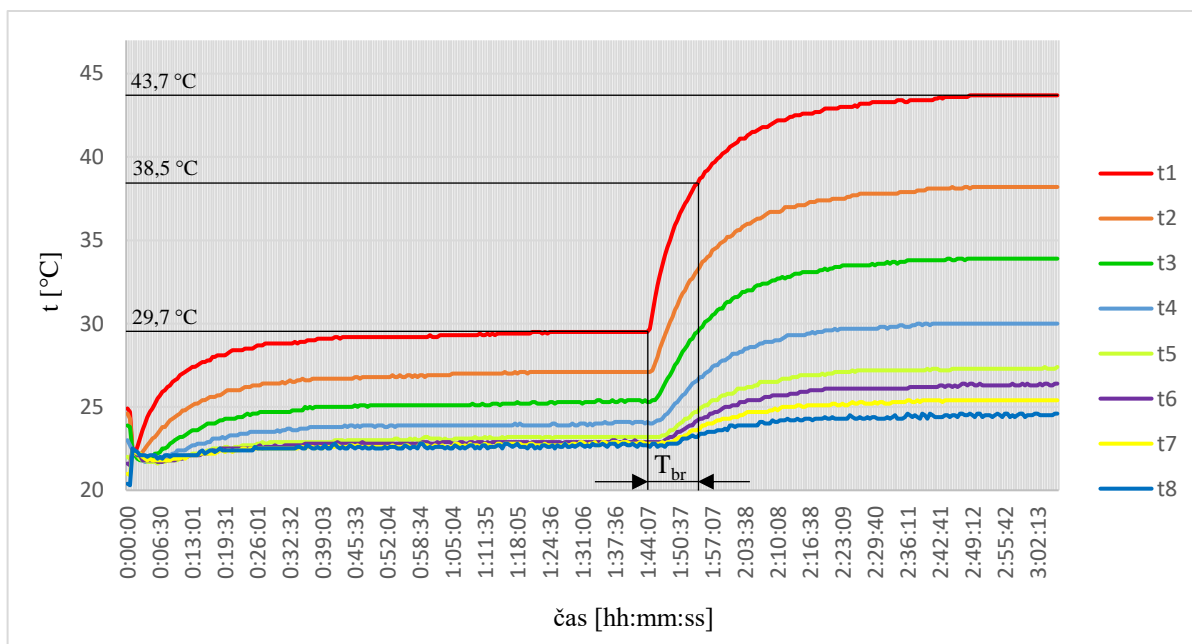
Teplota prvního snímače je v 63,2 % jeho ustálené hodnoty po skokové změně

$$t = 32,5 + (49 - 32,5) \cdot 0,632 \approx 43 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Časová konstanta je odečtením z grafu (obr. 4.16) přibližně

$$T_{oc} \approx 12 \text{ min.}$$

Bronzový vzorek



Obr. 4.17 Měření časové konstanty bronzového vzorku

Teplota prvního snímače je v 63,2 % jeho ustálené hodnoty po skokové změně

$$t = 29,7 + (43,7 - 29,7) \cdot 0,632 \approx 38,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Časová konstanta je odečtením z grafu (obr. 4.17) přibližně

$$T_{br} \approx 10,3 \text{ min.}$$

Za dobu ustálení lze považovat čas $5T$, při kterém teploty dosáhnou 99,3 % ustálených hodnot:

$$t_{oc_{ustálení}} = 5T_{oc} = 5 \cdot 12 = 60 \text{ min}$$

$$t_{br_{ustálení}} = 5T_{br} = 5 \cdot 10,3 = 51,5 \text{ min}$$

Časy ustálení jsou vzhledem k délce laboratorního cvičení příliš dlouhé. Pro tyto účely postačí doba ustalování alespoň 20 min, při které se již teploty mění dostatečně pomalu a lze je v rámci této výukové úlohy považovat za ustálené.

4.6.4 Součinitel tepelné vodivosti referenčního vzorku

Referenční vzorek je vyroben z hliníkové kruhové tyče $\varnothing 30$ mm EN AW 6063 T6, který má podle reference [21] hodnotu součinitele tepelné vodivosti $201 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Pro ověření jsem provedl referenční měření a to tak, že jsem ze stejného materiálu zhotovil i měřený vzorek, čímž jsem vlastně modifikoval srovnávací metodu na metodu absolutní. Její vyhodnocení jsem provedl obdobně, jako u Bockovy metody s použitím teplotního gradientu pouze měřeného vzorku, aby nedošlo k jeho ovlivnění teplotním rozdílem na rozhraní mezi vzorky. Jelikož se v tomto případě budou měřit pouze teploty t_1 až t_4 , snížil jsem teplotu termostatu $t_{\text{termostat}}$ tak, aby nebyla střední teplota měřeného vzorku o tolik vyšší než teplota okolí. Zvolené vstupní parametry měření jsou uvedeny v tab. 4.7.

Tab. 4.7 Vstupní parametry pro referenční měření součinitele tepelné vodivosti hliníkového referenčního vzorku

Č. m.	U [V]	I [A]	P [W]	$t_{\text{termostat}}$ [°C]
1	20	1,06	21,2	10
2	20	1,06	21,2	15

Z těchto vstupních parametrů stanovila aplikace rozložení teplot měřeného vzorku, které software linearizoval, určil směrnice přímek a jejich výběrové směrodatné odchylky. Tyto hodnoty teplot jsou uvedeny v tab. 4.8.

Tab. 4.8 Naměřené teploty při referenčním měření

Č. m.	t_1 [°C]	t_2 [°C]	t_3 [°C]	t_4 [°C]	a_M [K · m ⁻¹]	R_M [K · m ⁻¹]
1	50,1	46,6	40,8	37,2	-149,512	0,269
2	53,4	51,2	44,4	40,9	-146,757	0,883

Z těchto dat lze součinitel tepelné vodivosti určit aplikací vztahu (3.2)

$$\lambda = \frac{UI}{A |a_M|} \quad (4.21)$$

Výsledky jsou uvedeny v tab. 4.9 včetně nejistot, jejichž výpočet uvádím v Příloze 4.

Tab. 4.9 Výsledky stanovení součinitele tepelné vodivosti referenčního vzorku včetně jejich nejistot

Č. m.	λ [W · m ⁻¹ · K ⁻¹]
1	(200,6 ± 5,1)
2	(204,4 ± 5,3)

Tato dvě měření opět potvrzují předpoklad, že přesnějších výsledků je dosahováno blíže teplotě okolí. Tabelaovaná hodnota $201 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ leží v chybových intervalech obou měření. Zde se jednalo pouze o kontrolní měření, které mělo ověřit správnost tepelné vodivosti referenčního vzorku. Toto měření bude také prováděno spolu s předchozím v rámci jednoho laboratorního cvičení z důvodu větší názornosti celé úlohy. Při ostatních měřeních mimo školní výuku doporučuji používat tabelaovanou hodnotu.

5 DISKUZE

Hlavním cílem této práce bylo navrhnout a realizovat experiment pro stanovení součinitele tepelné vodivosti kovových materiálů, který se bude používat jak pro výzkumnou činnost Ústavu fyziky, tak i pro účely výuky v bakalářských studijních programech. Z těchto důvodů jsou na měřicí aparaturu kladeny velmi různorodé požadavky, jako přesnost měření, názornost, rozumná časová náročnost, jednoduchost, realizovatelnost opakovaných měření, snadná výměna zkoumaných materiálů, ale třeba i bezpečnost obsluhy, zejména studentů při laboratorních cvičeních. Na základě těchto požadavků jsem z provedené rešerše zvolil srovnávací metodu, popsanou v kap. 3.1.4. Aby mohla být metoda vyhodnocena, je třeba dodržet dva základní teoretické předpoklady:

- V měřené oblasti dochází k tepelnému toku pouze v jednom směru.
- Ustálené teploty mají lineární průběh napříč jedním vzorkem.

První z předpokladů jsem dodržel vhodnými geometrickými rozměry aparatury. Aby byl dodržen druhý předpoklad, je třeba zamezit sdílení tepla konvekcí povrchy vzorků do okolí, které způsobuje jejich nelinearitu. Tomuto lze dobře zabránit účinným tepelným odstíněním vzorků nebo umístěním aparatury do vakua. Vzhledem k požadavkům, zejména názornosti a velké opakovatelnosti měření, však tyto úpravy nebylo možné použít. Abych tedy druhý předpoklad dodržel, našel jsem vhodné oblasti měřicích podmínek (tab. 4.6) ze série měření pro různé vstupní parametry na dvou vzorcích:

$t_{\text{termostat}} [^{\circ}\text{C}]$	$P [\text{W}]$
15	21 – 33
20	5,2 – 33

Prvním vzorkem byla nízkouhliková ocel s tepelnou vodivostí $50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, jejíž naměřené hodnoty jsou uvedeny v kap. 4.6.1 a druhým materiálem byl bronz o tepelné vodivosti $59 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, který má naměřená data uvedená v Příloze 2 a jejich výsledky rovněž v kap. 4.6.1. Ze získaných empirických závislostí (kap. 4.6.1) lze vyvodit následující závěry. Nejlepších výsledků dosahuje měření:

- při velkém tepelném toku, tedy i velkém teplotním spádu
- pokud nejsou teplotní průběhy na vzorcích příliš vzdáleny teplotě okolí, ale tak, že teploty obou vzorků jsou větší, než je teplota okolí.

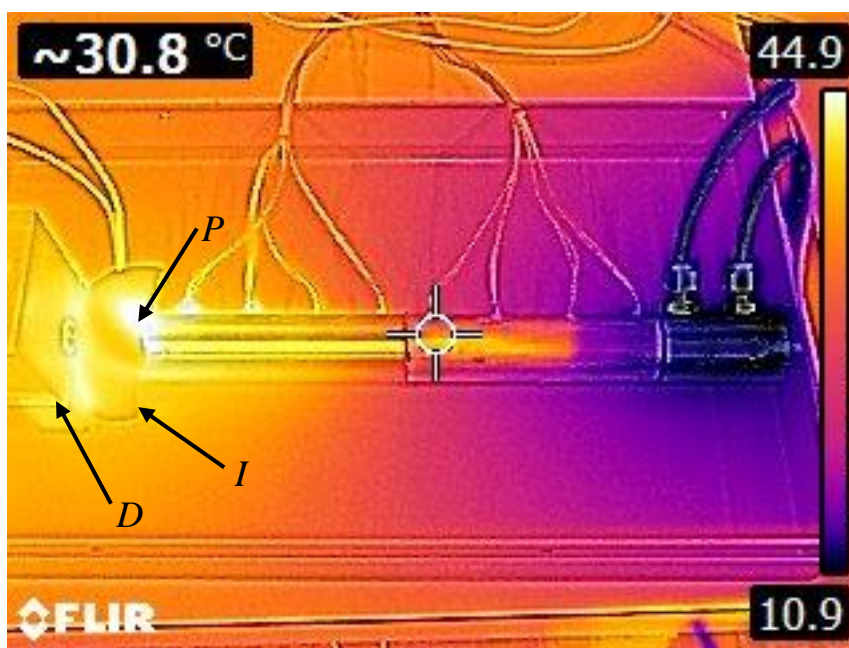
Podle [14] musí navíc platit ještě podmínka:

- délky vzorků nesmí být relativně mnohem větší než jejich příčné rozměry.

Za dodržení těchto podmínek jsou dostatečně splněny teoretické předpoklady měření a vyhodnocení může být prováděno vztahem (4.13). Nejpresnějšími dosaženými hodnotami jsou (tab. 4.5):

	$P [\text{W}]$	$t_{\text{termostat}} [^{\circ}\text{C}]$	$\lambda_M [\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$
ocelový vzorek	33	20	$(49,130 \pm 0,064)$
bronzový vzorek	5,2	20	$(58,850 \pm 0,037)$

Tabelované hodnoty jsou sice velmi blízko naměřeným hodnotám, ale i tak nespádají do jejich chybových intervalů. To je pravděpodobně způsobeno dalšími vlivy, které nelze kvantifikovat a zohlednit v nejistotách. Například udávané tabelované hodnoty použitých vzorků mají rovněž jistý rozptyl způsobený výrobními tolerancemi ve složení materiálů, navíc je jejich tepelná vodivost funkcí teploty, což jsem při vyhodnocení zanedbal. Jednou z hlavních výhod srovnávací metody je fakt, že není třeba číselně stanovovat tepelný výkon zdroje tepla. Oproti tomu absolutní metoda se mi zdá vhodnější z důvodů samostatného určení tepelné vodivosti referenčního vzorku za stejných podmínek, a i vyhodnocení nejistoty měření je názornější. Na obr. 5.1 je snímek pořízený termokamerou, na kterém je vidět únik tepla do držáku (D) aparatury i přes tepelnou izolaci (I). Jelikož jsem empirickou závislost tepelné vodivosti měřeného vzorku λ_M na výkonu topného členu P (obr. 4.13) uvažoval pro výkon přivedený bez těchto ztrát do držáku, bylo by určitě možné lepší izolací minimalizovat tyto ztráty a zpřesnit výsledek.



Obr. 5.1 Snímek měřicí aparatury termokamerou ilustrující únik tepla do držáku aparatury

Na nejistotách měření srovnávací metody, které jsou stanoveny pouze z chyb linearizací je názorně vidět dodržení podmínky lineárního rozložení teplot, protože jsou velmi malé.

6 ZÁVĚR

Cílem práce bylo navrhnout a realizovat vhodnou měřicí metodu pro stanovení součinitele tepelné vodivosti kovových materiálů. Na základě provedené rešerše a zvážení použitelnosti jsem zvolil srovnávací metodu, provedl řadu měření a optimalizoval vstupní parametry pro dosažení co nejlepších výsledků. Práci jsem doplnil o matematický model rozložení teplot při navržených rozměrech aparatury, na základě kterého jsem navrhl metodu vyhodnocení tepelné vodivosti v případě, že by nebyl splněn jeden ze základních předpokladů – lineární rozložení teplot.

Pro použití v laboratorních cvičeních jsem z důvodu větší názornosti přidal i stanovení tepelné vodivosti absolutní metodou využitím stávající aparatury, sloužící jako referenční měření tepelné vodivosti referenčního vzorku. V Příloze 4 je k těmto účelům přiložena karta laboratorní úlohy a v Příloze 5 vzorově vypracovaný laboratorní protokol v souladu s požadavky Ústavu fyziky s výpočtem nejistot srovnávací metody v případě, že bude mít referenční vzorek vlastní nejistotu z absolutní metody.

Dále lze měření obohatit o další vzorky z jiných materiálů, provést lepší odstínění úniku tepla do držáku aparatury a pro přesné jednorázové měření přidat i tepelné izolace vzorků proti volné konvekci do okolí. Předpokládám, že větší přesnosti by mohlo být dosaženo i záměnou vzorků mezi sebou tak, aby měřený byl na straně chladiče a pro obě tyto varianty stanovit průměrnou hodnotu tepelné vodivosti. Tímto by mohl být alespoň částečně eliminován rozdíl středních teplot měřeného a referenčního vzorku.

7 PŘÍLOHY

Příloha 1 – Vybrané fyzikální vlastnosti některých materiálů

Tab. 7.1 Hodnoty emisivity vybraných materiálů při určitých teplotách a jakostech povrchu [24]

Materiál (teplota)	ε [1]	Materiál (teplota)	ε [1]
Hliník, silně oxidovaný (93 °C)	0,2	Železo, odlitek (100 °C)	0,8
Hliník, leštěný (100 °C)	0,09	Železo, odlitek, oxidované (200 °C)	0,64
Hliník, neoxidovaný (25 °C)	0,02	Železo, válcované za tepla (20 °C)	0,77
Hliník, neoxidovaný (100 °C)	0,03	Olovo (40 °C)	0,43
Hliník, válcovaný plát (170 °C)	0,04	Olovo, oxidované, šedivé (40 °C)	0,28
Bronz, oxidovaný (200 °C)	0,61	Mramor, bílý (40 °C)	0,95
Cihla, zeď, omítka (20 °C)	0,93	Barva (různé barvy) (90 °C)	0,92 – 0,96
Zeď (40 °C)	0,93	Barva, matná, černá (80 °C)	0,97
Chrom (40 °C)	0,08	Barva, modrá, alobal (40 °C)	0,78
Chrom, leštěný (150 °C)	0,06	Barva, bílá (90 °C)	0,95
Jíl, pálený (70 °C)	0,91	Barva, žlutá, alobal, 2 nátěry (40 °C)	0,79
Beton (25 °C)	0,93	Papír (20 °C)	0,97
Měď, oxidovaná (130 °C)	0,76	Plast: PE, PP, PVC (20 °C)	0,94
Měď, leštěná (40 °C)	0,03	Porcelán (20 °C)	0,92
Měď, válcovaný plát (40 °C)	0,64	Chladič, černý, anodovaný (5 °C)	0,98
Měď, zaškrábaná (20 °C)	0,04	Pryž, tvrdá (23 °C)	0,94
Korek (20 °C)	0,7	Pryž, měkká, šedá (23 °C)	0,89
Bavlna (20 °C)	0,77	Pískovec (40 °C)	0,67
Sklo (90 °C)	0,94	Ocel, válcovaná za studena (93 °C)	0,75 – 0,85
Žula (20 °C)	0,45	Ocel, tepelně opracovaná (200 °C)	0,52
Sádrovec (20 °C)	0,9	Ocel, oxidovaná (200 °C)	0,79
Led, hladký (0 °C)	0,97	Lak (70 °C)	0,94
Železo, smirkované (20 °C)	0,24	Dřevo (70 °C)	0,94

Tab. 7.2 Hodnoty součinitele tepelné vodivosti vybraných materiálů při teplotě 20 °C [25]

Látka	λ [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]	Látka	λ [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
stříbro 99,98 %	418	cihly	0,28 – 1,2
měď elektrolytická	395	tabulové sklo	0,6 – 1,0
hliník 99,75 %	229	betonový panel	0,46 – 0,74
wolfram	163	asfalt	0,7
mosaz	106	sníh 500 kg/m ³ , 0 °C	0,46
železo 99,92 %	73	fibr	0,3
platina	70,3	bakelit	0,23
cín	64	celuloid	0,22
ocel ~ 0,2 % C	50	plexisklo	0,2
bronz 90 % Cu, 10 % Sn	42	linoleum	0,19
olovo	34,7	dřevocement	0,17
bronz 75 % Cu, 25 % Sn	26	polystyren	0,16
žula	2,9 – 4,0	igelit	0,15
led (0 °C)	2,2	azbest	0,12
čedič	1,67	sníh 150 kg/m ³ , 0 °C	0,12
beton armovaný	1,5	plst'	0,04 – 0,09
sníh 800 kg/m ³ , 0 °C	1,3	skelná vlna	0,03 – 0,05

Příloha 2 – Naměřená data s bronzovým vzorkem

Tab. 7.3 Vstupní parametry měření bronzového vzorku: P je výkon topného zdroje stanovený z napájecího proudu I a napětí U , $t_{\text{termostat}}$ je teplota chladícího média z termostatu

Č. m.	U	I	P	$t_{\text{termostat}}$
	[V]	[A]	[W]	[°C]
1	5	0,28	1,35	5
2	10	0,55	5,30	5
3	15	0,83	11,7	5
4	20	1,10	20,6	5
5	5	0,27	1,30	10
6	10	0,54	5,20	10
7	15	0,80	11,6	10
8	20	1,07	20,6	10
9	5	0,27	1,30	15
10	10	0,54	5,20	15
11	15	0,80	11,6	15
12	20	1,07	20,6	15
13	5	0,27	1,30	20
14	10	0,54	5,20	20
15	15	0,80	11,7	20
16	20	1,06	20,6	20
17	25	1,32	33,0	20

Tab. 7.4 Naměřené teploty na jednotlivých snímačích t_1 až t_8 , teplotní rozdíl Δt v místě styku vzorků a teplotní spád $\Delta t_{1,8}$ při měření bronzového vzorku

Č. m.	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	Δt	$\Delta t_{1,8}$
	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]
1	20,0	17,6	15,7	12,6	11,0	9,5	8,6	6,9	0,6	13,1
2	26,9	22,4	19,0	14,7	12,3	10,5	9,36	7,4	0,6	19,5
3	41,3	33,5	27,6	20,5	16,5	13,9	11,9	9,17	1,0	32,1
4	59,0	47,3	38,3	27,9	21,9	18,2	15,4	11,6	1,4	47,4
5	20,5	18,3	16,8	14,7	13,7	12,6	11,9	10,7	0,2	9,8
6	28,4	24,4	21,6	18,0	16,1	14,6	13,5	11,8	0,3	16,6
7	41,6	34,6	29,3	23,1	19,7	17,2	15,6	13,2	0,7	28,4
8	60,7	49,4	40,7	30,7	25,0	21,5	18,9	15,4	1,3	45,3
9	23,3	21,5	20,3	18,5	17,6	16,5	16,1	15,0	0,2	8,3
10	30,4	26,8	24,3	21,1	19,4	18,0	17,2	15,8	0,3	14,6
11	44,0	37,3	32,2	26,3	23,0	20,8	19,3	17,2	0,7	26,8
12	62,0	50,9	42,5	33,1	27,7	24,4	22,0	19,0	1,2	43
13	23,6	22,5	21,6	20,4	19,8	19,4	18,9	18,4	0,1	5,2
14	28,6	25,8	23,7	21,7	20,6	19,8	19,2	18,5	0,6	10,1
15	43,8	37,8	33,0	28,1	25,3	23,7	22,2	20,6	0,4	23,2
16	62,0	51,8	43,9	35,5	30,5	27,9	25,6	22,9	1,0	39,1
17	82,1	67,3	55,7	43,6	36,3	32,5	29,1	25,4	1,4	56,7

Příloha 3 – Výpočet nejistot měření srovnávací metodou

Ocelový vzorek (tab. 4.3 – měření č. 17)

Nejistota typu A:

$$u_{rA\lambda_M} = \sqrt{u_{rAa_M}^2 + u_{rAa_R}^2} = \sqrt{\left(\frac{R_M}{a_M}\right)^2 + \left(\frac{R_R}{a_R}\right)^2}$$

$$u_{rA\lambda_M} = \sqrt{\left(\frac{0,597}{-458,182}\right)^2 + \left(\frac{0,005}{-111,991}\right)^2} = 1,3037 \cdot 10^{-3}$$

$$u_{A\lambda_M} = u_{rA\lambda_M} \lambda_M = 1,3037 \cdot 10^{-3} \cdot 49,13 = 0,0640 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Standardní kombinovaná nejistota:

$$u_{\lambda_M} = u_{A\lambda_M} = 0,0640 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Bronzový vzorek (tab. 4.4 – měření č. 14)

Nejistota typu A:

$$u_{rA\lambda_M} = \sqrt{u_{rAa_M}^2 + u_{rAa_R}^2} = \sqrt{\left(\frac{R_M}{a_M}\right)^2 + \left(\frac{R_R}{a_R}\right)^2}$$

$$u_{rA\lambda_M} = \sqrt{\left(\frac{0,047}{-76,568}\right)^2 + \left(\frac{0,001}{-22,417}\right)^2} = 6,1545 \cdot 10^{-4}$$

$$u_{A\lambda_M} = u_{rA\lambda_M} \lambda_M = 6,1545 \cdot 10^{-4} \cdot 58,85 = 0,0362 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Standardní kombinovaná nejistota:

$$u_{\lambda_M} = u_{A\lambda_M} = 0,0362 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Příloha 4 – Výpočet nejistot měření absolutní metodou (tab. 4.8)

Nejistoty typu A:

$$u_{rA\lambda_{M_1}} = u_{rAa_{M_1}} = \frac{R_{M_1}}{|a_{M_1}|} = \frac{0,269}{149,512} = 1,7992 \cdot 10^{-3}$$

$$u_{A\lambda_{M_1}} = u_{rA\lambda_{M_1}} \lambda_{M_1} = 1,7992 \cdot 10^{-3} \cdot 200,60 = 0,3609 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$u_{rA\lambda_{M_2}} = u_{rAa_{M_2}} = \frac{R_{M_2}}{|a_{M_2}|} = \frac{0,883}{146,757} = 6,0167 \cdot 10^{-3}$$

$$u_{A\lambda_{M_2}} = u_{rA\lambda_{M_2}} \lambda_{M_2} = 6,0167 \cdot 10^{-3} \cdot 204,36 = 1,2296 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Nejistoty typu B:

Pro napájení byl použit laboratorní zdroj napětí ISO-TECH IPS-3610D, u kterého výrobce uvádí rozlišovací schopnosti pro [26]:

- napětí $\pm(0,5 \% + 2 \text{ digity})$
- proud $\pm(0,5 \% + 2 \text{ digity})$

Rozlišovací schopnosti přístroje při 20 V a 1,06 A:

$$(0,005 \cdot 20 + 2 \cdot 0,1) = 0,3 \text{ V}$$

$$(0,005 \cdot 1,06 + 2 \cdot 0,01) = 0,0253 \text{ A}$$

Hliníková tyč má z výroby neočištěný povrch s povolenými mezními úchylkami $\pm 0,5 \text{ mm}$.

$$u_{rB\lambda_M} = \sqrt{u_{rBU}^2 + u_{rBI}^2 + u_{rBS}^2} = \sqrt{u_{rBU}^2 + u_{rBI}^2 + 4u_{rBD}^2}$$

$$u_{rB\lambda_M} = \sqrt{\left(\frac{0,3}{20 \cdot \sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0,0253}{1,06 \cdot \sqrt{3}}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{0,0005}{0,03 \cdot \sqrt{3}}\right)^2} = 0,0252$$

$$u_{B\lambda_{M_1}} = \lambda_{M_1} u_{rB\lambda_M} = 200,60 \cdot 0,0252 = 5,0551 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$u_{B\lambda_{M_2}} = \lambda_{M_2} u_{rB\lambda_M} = 204,36 \cdot 0,0252 = 5,1499 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Standardní kombinované nejistoty:

$$u_{\lambda_{M_1}} = \sqrt{u_{A\lambda_{M_1}}^2 + u_{B\lambda_{M_1}}^2} = \sqrt{0,3609^2 + 5,0551^2} = 5,068 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$u_{\lambda_{M_2}} = \sqrt{u_{A\lambda_{M_2}}^2 + u_{B\lambda_{M_2}}^2} = \sqrt{1,2296^2 + 5,1499^2} = 5,295 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Stanovení součinitele tepelné vodivosti kovů

Úkol:

- 1) Absolutní metodou stanovte součinitel tepelné vodivosti referenčního vzorku a jeho nejistotu.
- 2) Relativní metodou stanovte součinitel tepelné vodivosti přiloženého ocelového a bronzového vzorku, včetně jejich nejistot.
- 3) Závislosti teplot jednotlivých snímačů na poloze z úkolu 2 vynesete do grafu a provedte lineární regresi (do jednoho grafu vždy 2 závislosti – měřený a referenční vzorek)

Poznámky k měření a vyhodnocení:

Průměr vzorků je $D = (30 \pm 0,5)$ mm.

Rozlišovací schopnosti napájecího zdroje:

- napětí $\pm(0,5 \% + 2 \text{ digity})$
- proud $\pm(0,5 \% + 2 \text{ digity})$

Před prvním spuštěním měření zkontrolujte, jestli jsou teploty ustáleny přibližně na teplotě okolí a pokud ano, provedte kalibraci.

Nejprve změřte tepelnou vodivost referenčního vzorku absolutní metodou tak, že použijete měřený vzorek ze stejného materiálu jako referenční.

Nastavte následující parametry: $U = 20 \text{ V}$
 $t_{\text{termostat}} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$

Z napájecího zdroje odečtěte proud protékající topným tělesem I , nechte ustálit teploty alespoň 20 minut a poté odečtěte směrnici a_M a její výběrovou směrodatnou odchylku R_M . Z těchto dat spočítejte součinitel tepelné vodivosti vztahem:

$$\lambda_{M_1} = \frac{UI}{A} \frac{1}{|a_M|}$$

Nejistoty absolutní metody

$$\text{Nejistota typu A: } u_{rA\lambda_{M_1}} = u_{rAa_M} = \frac{R_M}{a_M}$$

$$\text{Nejistota typu B: } u_{rB\lambda_{M_1}} = \sqrt{u_{rBU}^2 + u_{rBI}^2 + 4u_{rBD}^2}$$

Výsledek λ_{M_1} z absolutní metody použijte u srovnávací metody jako hodnotu tepelné vodivosti referenčního vzorku λ_R ($\lambda_{M_1} = \lambda_R$) a stanovte součinitel tepelné vodivosti λ_M přiložených vzorků.

Nastavte následující parametry: $U = 20 \text{ V}$
 $t_{\text{termostat}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Každé měření nechte opět ustalovat aspoň 20 min a poté stanovte tepelné vodivosti vzorků vztahem:

$$\lambda_M = \frac{a_R}{a_M} \lambda_R$$

Nejistoty srovnávací metody

Nejistota typu A: $u_{rA\lambda_M} = \sqrt{u_{rAa_M}^2 + u_{rAa_R}^2 + u_{rA\lambda_R}^2}$, $u_{rA\lambda_R} = u_{rA\lambda_{M_1}}$

Nejistota typu B: $u_{rB\lambda_M} = u_{rB\lambda_{M_1}}$

Příloha 6 – Vzorově vypracovaný laboratorní protokol

České vysoké učení technické v Praze	ÚSTAV FYZIKY FAKULTY STROJNÍ		
LABORATORNÍ CVIČENÍ Z FYZIKY			
Jméno, PŘIJMENÍ:	Datum měření:		
Studijní rok:	Ročník:	Datum odevzdání:	
Lab. dvojice:	Č. kroužku:	Klasifikace:	
Číslo úlohy:	Název úlohy: Stanovení součinitele tepelné vodivosti kovů		

1. Úkol měření

- 1) Absolutní metodou stanovte součinitel tepelné vodivosti referenčního vzorku a jeho nejistotu.
- 2) Relativní metodou stanovte součinitel tepelné vodivosti přiloženého ocelového a bronzového vzorku, včetně jejich nejistot.
- 3) Závislosti teplot jednotlivých snímačů na poloze z úkolu 2 vynesete do grafu a provedte lineární regresi (do jednoho grafu vždy 2 závislosti – měřený a referenční vzorek)

2. Definice a jednotka měřené fyzikální veličiny

Součinitel tepelné vodivosti λ [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] je parametr, který charakterizuje schopnost látky vést teplo. Číselně udává množství tepla, které projde za jednotku času krychlí o jednotkové hraně mezi dvěma protilehlými stěnami, mezi nimiž je teplotní rozdíl 1 K, jsou-li ostatní stěny krychle dokonale tepelně izolovány.

3. Seznam měřicích zařízení a pomůcek

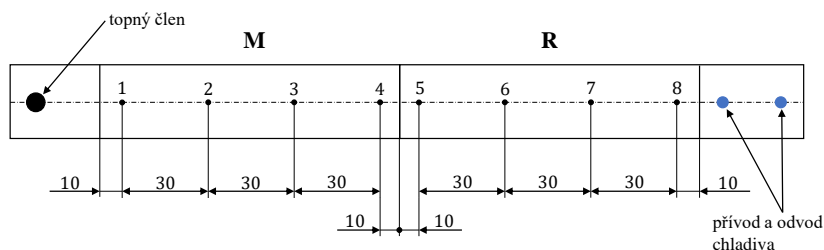
- sestava referenčního vzorku s chladičem a 4 snímači Pt 1000
- 3x sestava měřeného vzorku s topným tělesem a 4 snímači Pt 1000
- laboratorní zdroj napětí ISO-TECH IPS3610D
- termostat
- počítač s měřicím zařízením

4. Princip zvolené měřicí metody

Hlavní měřicí metodou je metoda srovnávací, jejíž princip spočívá v použití dvou vzorků (viz obrázek) se stejným příčným průřezem vodivě spojených za sebou, kde vzorek M je měřený vzorek s neznámou hodnotou součinitele tepelné vodivosti λ_M a vzorek R je vyroben z materiálu se známými termofyzikálními parametry. Soustava těchto tyčí je opatřena topným tělesem a chladičem na stranách, což v ní vytvoří teplotní spád. Pro stanovení tepelné vodivosti neznámého materiálu je nutné určit směrnice lineárních regresí naměřených teplot měřeného a referenčního vzorku a_M a a_R na snímačích označených čísly 1 až 8. Tyto směrnice mají význam

teplotních gradientů ve Fourierově zákoně. Z rovnosti plošných hustot tepelných toků jednotlivých vzorků pak plyne vztah pro součinitel tepelné vodivosti ve tvaru:

$$\lambda_M = \frac{a_R}{a_M} \lambda_R$$



Před samotným měřením srovnávací metodou se pomocí absolutní metody stanoví součinitel tepelné vodivosti referenčního vzorku. Její princip je založen na známém tepelném toku vzorkem o známém příčném průřezu A , pro který se opět změří směrnice lineární regrese a výsledný vztah je pak dán přímo Fourierovým zákonem. Pro měření se modifikuje stávající aparatura použitím měřeného vzorku zhotoveného ze stejného materiálu jako referenční. Výkon elektrického zdroje je dán jeho protékáním proudem a napětím $P = UI$. Vztah pro vyhodnocení má tvar:

$$\lambda_M = \frac{UI}{A} \frac{1}{|a_M|}$$

5. Vztahy potřebné pro stanovení hodnoty měřené veličiny

Absolutní metoda: $\lambda_M = \frac{UI}{A} \frac{1}{|a_M|}$

Srovnávací metoda: $\lambda_M = \frac{a_R}{a_M} \lambda_R$

6. Vztahy pro výpočet nejistot

Absolutní metoda

Nejistota typu A: $u_{rA\lambda_{M_1}} = u_{rAa_M} = \frac{R_M}{a_M}$

Nejistota typu B: $u_{rB\lambda_{M_1}} = \sqrt{u_{rBU}^2 + u_{rBI}^2 + 4u_{rBD}^2}$

Srovnávací metoda

Nejistota typu A: $u_{rA\lambda_M} = \sqrt{u_{rAa_M}^2 + u_{rAa_R}^2 + u_{rA\lambda_R}^2}$, $u_{rA\lambda_R} = u_{rA\lambda_{M_1}}$

Nejistota typu B: $u_{rB\lambda_M} = u_{rB\lambda_{M_1}}$

7. Zápis naměřených hodnot

Absolutní metoda

- tabulka vstupních parametrů

U [V]	I [A]	P [W]	$t_{\text{termostat}}$ [°C]
20	1,06	21,2	10

- tabulka naměřených hodnot

t_1 [°C]	t_2 [°C]	t_3 [°C]	t_4 [°C]	a_M	R_M
50,1	46,6	40,8	37,2	-149,512	0,269

Srovnávací metoda

- tabulka vstupních parametrů

Materiál	U [V]	I [A]	P [W]	$t_{\text{termostat}}$ [°C]
ocel	20	1,03	20,60	20
bronz	20	1,06	20,6	20

- tabulka naměřených teplot

Materiál	t_1 [°C]	t_2 [°C]	t_3 [°C]	t_4 [°C]	t_5 [°C]	t_6 [°C]	t_7 [°C]	t_8 [°C]	Δt [°C]
ocel	62,4	53,0	43,0	34,9	30,0	27,4	25,1	22,5	0,5
bronz	62,0	51,8	43,9	35,5	30,5	27,9	25,6	22,9	1,0

- parametry vyhodnocené počítačem

Materiál	a_M	R_M	a_R	R_R
ocel	-309,293	0,194	-82,408	0,004
bronz	-291,442	0,295	-83,697	0,005

8. Podmínky měření

Teplota v místnosti $t = 25$ °C

9. Zpracování měření

a) stanovení tepelné vodivosti referenčního vzorku absolutní metodou

$$\lambda_{M_1} = \frac{UI}{A |a_M|} = \frac{20 \cdot 1,06}{\frac{\pi \cdot 0,03^2}{4}} \cdot \frac{1}{|-149,512|} = 200,598 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = \lambda_R$$

Nejistota typu A:

$$u_{rA\lambda_{M_1}} = u_{rAa_M} = \frac{R_M}{|a_M|} = \frac{0,269}{149,512} = 1,7992 \cdot 10^{-3}$$

$$u_{A\lambda_{M_1}} = u_{rA\lambda_{M_1}} \lambda_{M_1} = 1,7992 \cdot 10^{-3} \cdot 200,598 = 0,361 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Nejistota typu B:

Rozlišovací schopnosti přístroje při 20 V a 1,06 A:

$$(0,005 \cdot 20 + 2 \cdot 0,1) = 0,3 \text{ V}$$

$$(0,005 \cdot 1,06 + 2 \cdot 0,01) = 0,0253 \text{ A}$$

$$u_{rB\lambda_{M_1}} = \sqrt{u_{rBU}^2 + u_{rBI}^2 + 4u_{rBD}^2}$$

$$u_{rB\lambda_{M_1}} = \sqrt{\left(\frac{0,3}{20 \cdot \sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0,0253}{1,06 \cdot \sqrt{3}}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{0,0005}{0,03 \cdot \sqrt{3}}\right)^2} = 0,0252$$

$$u_{B\lambda_{M_1}} = \lambda_{M_1} u_{rB\lambda_{M_1}} = 200,598 \cdot 0,0252 = 5,055 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Standardní kombinovaná nejistota:

$$u_{\lambda_{M_1}} = \sqrt{u_{A\lambda_{M_1}}^2 + u_{B\lambda_{M_1}}^2} = \sqrt{0,361^2 + 5,055^2} = 5,068 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

b) stanovení tepelných vodivostí ocelového a bronzového vzorku srovnávací metodou

$$\lambda_{M_{ocel}} = \frac{a_R}{a_M} \lambda_R = \frac{-82,408}{-309,293} \cdot 200,598 = 53,447 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\lambda_{M_{bronz}} = \frac{a_R}{a_M} \lambda_R = \frac{-83,697}{-291,442} \cdot 200,598 = 57,608 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Nejistoty typu A:

$$\begin{aligned} u_{rA\lambda_{M_{ocel}}} &= \sqrt{\left(\frac{R_M}{a_M}\right)^2 + \left(\frac{R_R}{a_R}\right)^2 + (1,7992 \cdot 10^{-3})^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{0,194}{-309,293}\right)^2 + \left(\frac{0,004}{-82,408}\right)^2 + (1,7992 \cdot 10^{-3})^2} = 1,9060 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$u_{A\lambda_{M_{ocel}}} = u_{rA\lambda_{M_{ocel}}} \lambda_{M_{ocel}} = 1,9060 \cdot 10^{-3} \cdot 53,447 = 0,102 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$u_{rA\lambda_{M_{bronz}}} = \sqrt{\left(\frac{R_M}{a_M}\right)^2 + \left(\frac{R_R}{a_R}\right)^2 + (-1,7992 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{0,295}{-291,442}\right)^2 + \left(\frac{0,005}{-83,697}\right)^2 + (1,7992 \cdot 10^{-3})^2} = 2,0652 \cdot 10^{-3}$$

$$u_{A\lambda_{M_{bronz}}} = u_{rA\lambda_{M_{bronz}}} \lambda_{M_{bronz}} = 2,0652 \cdot 10^{-3} \cdot 57,608 = 0,119 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Nejistoty typu B:

$$u_{rB\lambda_{M_{ocel}}} = u_{rB\lambda_{M_1}} = 0,0252$$

$$u_{B\lambda_{M_{ocel}}} = \lambda_{M_{ocel}} u_{rB\lambda_{M_{ocel}}} = 53,447 \cdot 0,0252 = 1,347 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$u_{rB\lambda_{M_{bronz}}} = u_{rB\lambda_{M_1}} = 0,0252$$

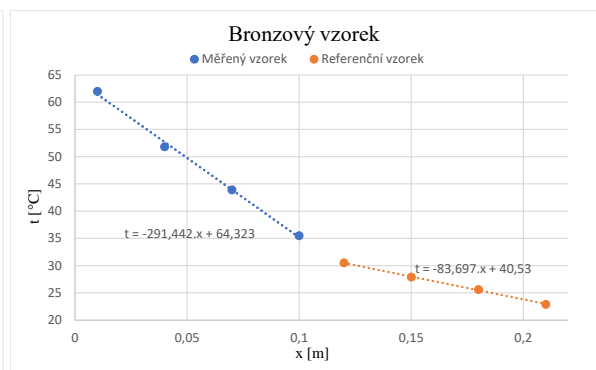
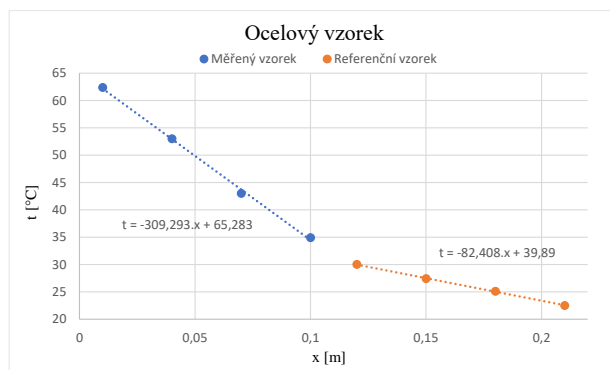
$$u_{B\lambda_{M_{bronz}}} = \lambda_{M_{bronz}} u_{rB\lambda_{M_{bronz}}} = 57,608 \cdot 0,0252 = 1,452 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Standardní kombinované nejistoty:

$$u_{\lambda_{M_{ocel}}} = \sqrt{u_{A\lambda_{M_{ocel}}}^2 + u_{B\lambda_{M_{ocel}}}^2} = \sqrt{0,102^2 + 1,347^2} = 1,351 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$u_{\lambda_{M_{bronz}}} = \sqrt{u_{A\lambda_{M_{bronz}}}^2 + u_{B\lambda_{M_{bronz}}}^2} = \sqrt{0,119^2 + 1,452^2} = 1,457 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

c) lineární regrese



10. Výsledky měření

Referenční vzorek $\lambda_R = 200,6 \pm 5,1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Bronzový vzorek $\lambda_{M_{bronz}} = 57,6 \pm 1,5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Ocelový vzorek $\lambda_{M_{ocel}} = 53,4 \pm 1,4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

11. Závěr

Součinitel tepelné vodivosti referenčního vzorku stanovený absolutní metodou vyhovuje tabelované hodnotě $201 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Pomocí této stanovené hodnoty jsme dále provedli měření ocelového a bronzového vzorku srovnávací metodou. Bronzový vzorek vyhověl, protože výsledek se opět shoduje s tabelovanou hodnotou, která je $59 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Udávaná hodnota oceli je $50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, se kterou se měření neshoduje. To mohlo být způsobeno např. nedostatečným ustálením teplot systému. I tak můžeme měření považovat za správné, protože i tabelovaná hodnota má svoji nejistotu, kterou neznáme a od měření se neliší výrazně.

8 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY A ZDROJŮ

- [1] SAZIMA, Miroslav. *Sdílení tepla*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1993. Technický průvodce (SNTL). ISBN 80-03-00675-9.
- [2] NOŽIČKA, Jiří. *Základy termomechaniky*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2001. ISBN 80-01-02409-1.
- [3] SAZIMA, Miroslav, Jiří SCHNELLER a Vladimír KMONÍČEK. *Teplo*. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1989. Česká matice technická. ISBN isbn80-03-00043-2.
- [4] HORÁK, Zdeněk a František KRUPKA. *Fyzika: příručka pro vysoké školy technického směru*. 3. vyd. Praha: SNTL, 1981. Řada teoretické literatury.
- [5] Variation of thermal conductivity of some metals with temperature. In: *Thermal conductivity values* [online]. Thermopedia. [vid. 6.5.2020]. Dostupné z: <http://thermopedia.com/content/1187/>
- [6] Katedra materiálového inženýrství a chemie, Fakulta stavební: *123TVVM – tepelně-fyzikální parametry* [přednáška]. Praha: ČVUT v Praze. [vid. 13.4.2020] Dostupné z: <http://tpm.fsv.cvut.cz/student/documents/files/TVVM/teplo.pdf>
- [7] ZHAO, Dongliang a kol. *Measurement Techniques for Thermal Conductivity and Interfacial Thermal Conductance of Bulk and Thin Film Materials* [online]. Colorado: University of Colorado, Boulder. [vid. 13.4.2020]. Dostupné z: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1605/1605.08469.pdf>
- [8] ZACH, Jiří a Jitka HROUDOVÁ. *Možnosti stanovení součinitele tepelné vodivosti u keramických zdicích tvarovek* [online]. Brno: VUT v Brně. [vid. 13.4.2020]. Dostupné z: <https://www.grantjournal.com/issue/0101/PDF/0101zach.pdf>
- [9] Katedra materiálového inženýrství a chemie, Fakulta stavební: *Chapter 16 – Determination of Thermal Conductivity* [online]. Praha: ČVUT v Praze. [vid. 13.4.2020] Dostupné z: <http://tpm.fsv.cvut.cz/student/documents/files/BUM1/Chapter16.pdf>
- [10] Ústav technologie stavebních hmot a dílců, Fakulta stavební. *Stanovení součinitele tepelné vodivosti λ stavebních materiálů* [online]. Brno: VUT v Brně, 2012. [vid. 13.4.2020]. Dostupné z: <https://slideplayer.cz/slide/2550720/>
- [11] KREMPASKÝ, Július. *Meranie termofyzikálnych veličín*. Bratislava: Slov. akad. vied, 1969.
- [12] *Transient – Hot-Wire method for determining thermal conductivity (THW)* [online]. Tec Science, 10. 2. 2020. [vid. 16.4.2020]. Dostupné z: <https://www.tec-science.com/thermodynamics/heat/transient-hot-wire-method-method-for-determining-thermal-conductivity-thw/>
- [13] *DLF 1200* [online]. TA Instruments. [vid. 19.7.2020]. Dostupné z: <https://www.tainstruments.com/dlf-1200/>

- [14] BEDNAŘÍK, Michal, Petr KONÍČEK a Ondřej JIŘÍČEK. *Fyzika I a II: fyzikální praktikum*. Vyd. 2. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1999. ISBN 80-01-02042-8.
- [15] *Platinum temperature sensor Pt 1000* [online]. PROFUSE. [vid. 22.7.2020]. Dostupné z: https://www.tme.eu/Document/67cf717905f835bc5efcdcd56ca3a8e2/Pt1000-550_EN.pdf
- [16] Čidlo Pt1000 550°C. In: *Kondik* [online]. Lukáš Hliněný, © 2017. [vid. 22.7.2020]. Dostupné z: <https://www.kondik.cz/senzor-pt-1000-550>
- [17] *Charakteristika čidla teploty Pt 1000* [online]. Sensit, 25. 11. 2013. [vid. 22.7.2020]. Dostupné z: <http://www.sensit-kolejovavozidla.cz/sqlcache/pt1000-3850.pdf>
- [18] *NI USB-6001 specifications* [online]. National Instruments, 2014. [vid. 22.7.2020]. Dostupné z: <https://www.ni.com/pdf/manuals/374369a.pdf>
- [19] National Instruments NI USB 6001. In: *Fisher Scientific* [online]. [vid. 22.7.2020]. Dostupné z: <https://www.fishersci.com/shop/products/ni-usb-6001/nc0903339>
- [20] *Orametel F epoxy resin paste with aluminium* [online]. Orapi ®, 3.6.2016. [vid. 25.7.2020]. Dostupné z: <https://www.bag-distribution.com/Files/108113/173697984252828.pdf>
- [21] Vlastnosti hliníku. In: *Alumeco* [online]. Alumeco, 1983. [vid. 25.7.2020]. Dostupné z: <https://www.alumeco.cz/technick%C3%A9-informace/%C3%BA-daje-o-hlin%C3%ADku/vlastnosti-hlin%C3%ADku>
- [22] *ČSN 11373 – nelegovaná ocel obvyklých jakostí pro konstrukce* [online]. CZ FERRO Steel ®. [vid. 25.7.2020]. Dostupné z: <http://www.czferrosteel.cz/pdf/tyce-11373.pdf>
- [23] Cu-Ni resistance alloys to DIN 17471; Physical properties (guide values). In: *Copper-Nickel Alloys: Properties, Processing, Applications* [online]. Copper Development Association Inc. [vid. 26.7.2020]. Dostupné z: https://www.copper.org/applications/marine/cuni/properties/DKI_booklet.html
- [24] Hodnoty emisivit nejdůležitějších materiálů. In: *Testo Be Sure* [online]. [vid. 28.4.2020]. Dostupné z: https://www.testo.com/cz-CZ/Hodnoty+emisivit+nejd%C5%AFle%C5%BEit%C4%9Bj%C5%A1%C3%ADch+materi%C3%A1l%C5%AF/services_knowledgeable_thermography_emissivity_table
- [25] MIKULČÁK, Jiří. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. 3. vyd. Praha: Prometheus, 1995. Pomocné knihy pro žáky (Prometheus). ISBN 80-85849-84-4.
- [26] *DC Power Supply (Switching mode) ISO-TECH IPS3610D* [online]. RS Components UK. [vid. 28.7.2020]. Dostupné z: <http://www.scotia-instrumentation.com/PDFs/Isotech/Isotech-3610D.pdf>

9 SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 2.1 Tepelná bilance elementu v polonekonečné tyči [1]	14
Obr. 2.2 Závislost tepelné vodivosti na teplotě vybraných materiálů; převzato z [5]	16
Obr. 2.3 Závislost činitelů φ v rovnici (2.19) na procentuálním obsahu příměsí σ ve sloučenině železa; převzato z [1]	16
Obr. 3.1 Schéma měření podle Bocka [9]	18
Obr. 3.2 Schéma měření metodou koule podle [11]	19
Obr. 3.3 Schéma měření metodou tyčí podle [11]	20
Obr. 3.4 Schéma měření srovnávací metodou podle [7]	21
Obr. 3.5 Schéma měření metodou horkého drátu podle [7]	22
Obr. 3.6 Schéma měření metodou pulzního zdroje tepla: a) uspořádání měření, b) průběh napájecího proudu topení, c) příklad průběhu teploty naměřené na chladiči podle [7]	23
Obr. 3.7 Přístroj DLF 1200 firmy TA Instruments; převzato z [13]	23
Obr. 4.1 Geometrické schéma zkonstruované úlohy	24
Obr. 4.2 Příklady nelineárního rozložení teplot při navržené konfiguraci: vlevo je teplota okolí nižší, než průběhy teplot tyčí; vpravo je teplota okolí uprostřed mezi počáteční a konečnou teplotou	27
Obr. 4.3 Snímač Pt 1000: vlevo jeho fotografie, převzato z [16]; vpravo jeho rozměry, převzato z [15]	28
Obr. 4.4 Charakteristika snímače Pt 1000, převzato z [17]	29
Obr. 4.5 Měřicí zařízení National Instruments USB – 6001; převzato z [19]	29
Obr. 4.6 Schéma zapojení snímače 1	30
Obr. 4.7 První záložka uživatelské aplikace: vlevo – graf závislosti teplot na čase; vpravo nahoře – model barevně simulující rozložení teplot; vpravo dole – základní ovládací prvky aplikace, okamžité teploty na jednotlivých snímačích a kalibrační koeficienty	31
Obr. 4.8 Druhá záložka uživatelské aplikace: vlevo – graf zobrazující závislost teplot jednotlivých snímačů na vzdálenosti od počátku měřené oblasti a jejich lineární regrese pro každý vzorek; vpravo nahoře – model barevně simulující rozložení teplot; vpravo dole – koeficienty lineárních regresí a výběrové směrodatné rozptyly, schéma rozmístění snímačů	31
Obr. 4.9 Třetí záložka uživatelské aplikace: vlevo – graf zobrazující průběh celého měření; vpravo nahoře – model barevně simulující rozložení teplot	32
Obr. 4.10 Měřicí aparatura: 1 – měřený vzorek; 2 – referenční vzorek; 3 – laboratorní zdroj napětí; 4 – výměník; 5 – grafitová folie; 6 – upínací zařízení	32
Obr. 4.11 Měřený vzorek s topením (7) a teplotními sensory (8)	33
Obr. 4.12 Referenční vzorek (2) s výměníkem (4) a hadicemi na chladičí kapalinu (9)	33
Obr. 4.13 Závislost součinitele tepelné vodivosti λ_M ocelového vzorku na výkonu topení P	36
Obr. 4.14 Závislost součinitele tepelné vodivosti λ_M ocelového vzorku na rozdílu teplot prvního a posledního snímače $\Delta t_{1,8}$	37
Obr. 4.15 Závislost součinitele tepelné vodivosti λ_M ocelového vzorku na rozdílu středních teplot měřeného, resp. referenčního vzorku a teploty okolí $\Delta t_{M,ok}$, resp. $\Delta t_{R,ok}$	37
Obr. 4.16 Měření časové konstanty ocelového vzorku	39
Obr. 4.17 Měření časové konstanty bronzového vzorku	40
Obr. 5.1 Snímek měřicí aparatury termokamerou ilustrující únik tepla do držáku aparatury ..	43

10 SEZNAM TABULEK

Tab. 2.1 Závislost součinitele ε na počtu atomů z v molekule [1]	17
Tab. 4.1 Vstupní parametry měření ocelového vzorku: P je výkon topného zdroje stanovený z napájecího proudu I a napětí U , $t_{termostat}$ je teplota chladicího média z termostatu.....	34
Tab. 4.2 Naměřené teploty na jednotlivých snímačích t_1 až t_8 , teplotní rozdíl Δt v místě styku vzorků a teplotní spád $\Delta t_{1,8}$ při měření ocelového vzorku.....	35
Tab. 4.3 Počítačové zpracování dat měření ocelového vzorku: a jsou směrnice linearizací příslušných vzorků, R jsou jejich výběrové směrodatné odchylky, λ_R je součinitel tepelné vodivosti referenčního vzorku a λ_M je vypočtený součinitel tepelné vodivosti měřeného vzorku. t_M a t_R jsou střední teploty měřeného a referenčního vzorku, kterým přísluší jejich poloha vůči teplotě okolí $\Delta t_{M,ok}$ a $\Delta t_{R,ok}$	36
Tab. 4.4 Počítačové zpracování dat měření bronzového vzorku: a jsou směrnice linearizací příslušných vzorků, R jsou jejich výběrové směrodatné odchylky, λ_R je součinitel tepelné vodivosti referenčního vzorku a λ_M je vypočtený součinitel tepelné vodivosti měřeného vzorku. t_M a t_R jsou střední teploty měřeného a referenčního vzorku, kterým přísluší jejich poloha vůči teplotě okolí $\Delta t_{M,ok}$ a $\Delta t_{R,ok}$	38
Tab. 4.5 Nejlepší výsledky měření včetně nejistot a vstupních parametrů	38
Tab. 4.6 Vhodné vstupní parametry měření: optimální rozsah výkonu topení P při použité teplotě termostatu $t_{termostat}$	39
Tab. 4.7 Vstupní parametry pro referenční měření součinitele tepelné vodivosti hliníkového referenčního vzorku.....	41
Tab. 4.8 Naměřené teploty při referenčním měření.....	41
Tab. 4.9 Výsledky stanovení součinitele tepelné vodivosti referenčního vzorku včetně jejich nejistot	41
Tab. 7.1 Hodnoty emisivity vybraných materiálů při určitých teplotách a jakostech povrchu [24]	45
Tab. 7.2 Hodnoty součinitele tepelné vodivosti vybraných materiálů při teplotě 20 °C [25] ..	45
Tab. 7.3 Vstupní parametry měření bronzového vzorku: P je výkon topného zdroje stanovený z napájecího proudu I a napětí U , $t_{termostat}$ je teplota chladicího média z termostatu.....	46
Tab. 7.4 Naměřené teploty na jednotlivých snímačích t_1 až t_8 , teplotní rozdíl Δt v místě styku vzorků a teplotní spád $\Delta t_{1,8}$ při měření bronzového vzorku	46