

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta Strojní



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Zařízení pro digitalizaci výkresů

2020

Ján Pravda

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Pravda** Jméno: **Ján** Osobní číslo: **475093**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Zařízení pro digitalizaci výkresů

Název bakalářské práce anglicky:

Digitizing equipment for drawings

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznamte se způsoby řešení kinematiky rovinných mechanismů.
- 2) Navrhněte mechanismus pro digitalizaci výkresů s ohledem na řešení kinematiky.
- 3) Navrhněte hardwarové řešení mechanismu.

Seznam doporučené literatury:

- [1] Brát V. (1981): Maticové metody v analýze a syntéze prostorových vázaných mechanických systémů. Praha: Academia.
- [2] Valášek M., Stejskal V., Březina J. (2002): Mechanika A. Praha: ČVUT.
- [3] Valášek M., Bauma V., Šika Z. (2004): Mechanika B. Praha: ČVUT.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:


Ing. Jan Zavřel, Ph.D., odbor mechaniky a mechatroniky FS


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

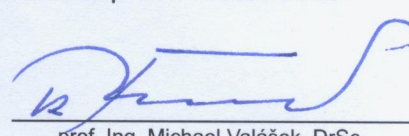
Datum zadání bakalářské práce: **30.04.2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **07.08.2020**

Platnost zadání bakalářské práce: _____


Ing. Jan Zavřel, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

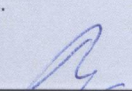

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

6.8.2020
Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Anotačný list

Meno autora:	Ján Pravda
Názov bakalárskej práce:	Zařízení pro digitalizaci výkresů
Anglický názov:	Digitizing equipment for drawings
Akademický rok:	2019/2020
Študijný odbor:	Teoretický základ strojního inženýrství
Ústav, odbor:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Odbor mechaniky a mechatroniky
Vedúci bakalárskej práce:	Ing. Jan Zavřel, PhD.
Bibliografické údaje:	56 Strán 29 obrázkov 4 tabuľky 1 príloha príloha – CD
Kľúčové slová:	digitizér, paralelný mechanizmus, vektorová metóda, genetické algoritmy
Keywords:	digitizer, paralell mechanism, vector loop method, genetic algorithms

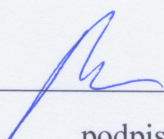
Abstrakt: Táto práca sa zaoberá návrhom zariadenia na digitalizáciu technických výkresov. V praxi sa bežne používajú digitizéry fungujúce na princípe skenera či fotoaparátu. V práci je však prezentovaný alternatívny prístup, ktorý využíva analýzu kinematiky mechanizmu pre určenie polohy bodu. Prezentované sú tri alternatívy – sériový reťazec, kartézsky manipulátor a paralelný mechanizmus. Pre realizáciu je zvolený tretí variant. Mechanizmus využíva lankových snímačov polohy ako členy sústavy, ktoré zároveň podávajú informáciu o svojej dĺžke. Analýza kinematiky je vykonaná numerickým iteračným riešením pomocou vektorovej metódy v softvéri MATLAB. Následne je navrhnutý optimalizačný postup pre optimalizáciu rozmerov platformy s využitím genetických algoritmov. V závere práce sú prezentované výsledky optimalizácie.

Abstract: This thesis deals with the design of a digitizing equipment for technical drawings. Commonly used digitizing systems are based on scanners or cameras. An alternative approach using kinematic analysis of a mechanism is presented in this thesis. Three alternatives are proposed – serial chain, cartesian manipulator and paralell mechanism. The third variant is pursued further. The mechanism uses draw wire sensors as links, which also provide information about their extension. Numerical iterative vector loop method is used for kinematic analysis with the computation done in MATLAB. An optimization of dimensions of the platform is explored using genetical algorithms. Thesis concludes with results of the optimization.

Prehlásenie

Prehlasujem, že som bakalársku prácu vypracoval samostatne a použil len podklady uvedené v priloženom zozname literatúry

V Prahe dňa: 6. 8. 2020



podpis

Pod'akovanie

Rád by som poďakoval vedúcemu práce Ing. Janu Zavřelovi, PhD. za to, že ma vždy nasmeroval, keď som nevedel ako pokračovať a za cenné rady a pripomienky.

Význam použitých symbolov

n	počet stupňov voľnosti mechanizmu	[1]
l	počet slučiek mechanizmu	[1]
\mathbf{b}	vektor slučky	[mm]
b_i	dĺžka vektoru slučky	[mm]
β_i	uhol natočenia vektoru slučky	[$rad, ^\circ$]
\mathbf{q}	vektor nezávislých súradníc	[$mm, ^\circ$]
q_i	nezávislá súradnica	[$mm, ^\circ$]
\mathbf{z}	vektor závislých súradníc	[$mm, ^\circ$]
z_i	závislá súradnica	[$mm, ^\circ$]
\mathbf{J}_z	Jacobiho matica závislých súradníc	[$mm, ^\circ$]
\mathbf{J}_q	Jacobiho matica nezávislých súradníc	[$mm, ^\circ$]
\mathbf{j}_{qz}	Vektor vplyvu závislých a nezávislých rýchlostí na závislé zrýchlenia	[$mm, ^\circ$]
c	hodnota optimalizačného kritéria	[1]
\mathbf{J}_{zc}	matica čísel podmienenosti	[1]

1 Obsah

Úvod.....	10
1 Analýza problému.....	10
1.1 Existujúce riešenia problému.....	10
1.1.1 Stolové digitizéry a ich varianty.....	10
1.1.2 Skenery.....	11
1.1.3 Fotoaparáty.....	12
1.2 Ciele práce.....	12
1.3 Možnosti riešenia.....	12
1.3.1 Otvorený reťazec.....	12
1.3.2 Kartézsky mechanizmus.....	13
1.3.3 Paralelný mechanizmus.....	14
2 Prehľad použitých postupov.....	16
2.1 Základné pojmy kinematiky.....	16
2.1.1 Stupne voľnosti mechanizmu.....	16
2.1.2 Kinematické dvojice – väzby.....	17
2.1.3 Kinematické reťazce.....	18
2.2 Metódy riešenia kinematiky mechanizmov.....	18
2.2.1 Trigonometrická metóda.....	19
2.2.2 Vektorová metóda.....	20
2.2.3 Maticová metóda.....	24
2.2.4 Riešenie kinematiky rovinných paralelných manipulátorov v tvare polynómu.....	25
2.3 Ďalšie postupy a metódy.....	27
2.3.1 Newtonova metóda.....	27
2.3.2 Optimalizácia genetickými algoritmi.....	29
3 Riešenie zadania.....	30
3.1 Paralelný mechanizmus na digitalizáciu výkresov.....	30
3.2 Lankové snímače polohy.....	31
3.3 Analýza kinematiky.....	31
3.3.1 Analýza kinematiky vektorovou metódou.....	32
3.4 Skript v softvéri MATLAB.....	36
3.4.1 Odhad závislých súradníc.....	37
3.4.2 Riešenie pomocou skriptu KRESIC.....	38

3.5	Optimalizácia rozmerov platformy	38
3.5.1	Vektorová metóda pre mechanizmus modifikovaný pre optimalizáciu	39
3.5.2	Optimalizačné kritérium	45
3.5.3	Výsledky	46
3.6	Hardvérové riešenie	51
3.6.1	Návrh zapojenia	51
	Záver	53
	Zdroje	54

Zoznam obrázkov

Obrázok 1: Digitizér GTCO Calcomp Drawingboard IV [5].....	11
Obrázok 2 :Ovládacie prvky digitizéra GTCO Calcomp Drawingboard IV [5]	11
Obrázok 3: Schéma rovinného otvoreného reťazca s rotačnými väzbami [6]	13
Obrázok 4: Schéma kartézskeho manipulátora	14
Obrázok 5: Varianty ekvivalentných paralelných manipulátorov s rôznymi väzbami medzi členmi [16].....	14
Obrázok 6: Schéma rovinného paralelného manipulátora [6].....	15
Obrázok 7: Bod v rovine	16
Obrázok 8: Stupne voľnosti telesa v rovine I	16
Obrázok 9: Stupne voľnosti telesa v rovine II.....	16
Obrázok 10: Príklad štvorčlenného mechanizmu pre výpočet trigonometrickou metódou	19
Obrázok 11: Popis vektoru \mathbf{b}_i	21
Obrázok 12: Vektorový mnohoúholník.....	21
Obrázok 13: Príklad riešenia vektorovou metódou	22
Obrázok 14: Schéma pre odvodenie riešenia v tvare polynómu	26
Obrázok 15: Schéma digitalizačného mechanizmu.....	30
Obrázok 16: Lankový snímač polohy [18].....	31
Obrázok 17: Schéma pre výpočet kinematiky vektorovou metódou.....	32
Obrázok 18: Schéma odhadu závislých súradníc	37
Obrázok 19: Schéma pre vektorovú metódu optimalizovaného mechanizmu	39
Obrázok 20: Schéma pre vektorovú metódu optimalizovaného mechanizmu - detail	40
Obrázok 21: Mapa podmienenosti – optimalizácia č. 1	47
Obrázok 22: Konfigurácia mechanizmu – optimalizácia č. 1	47
Obrázok 23: Mapa podmienenosti – optimalizácia č. 2	48
Obrázok 24: Konfigurácia mechanizmu – optimalizácia č. 2	48
Obrázok 25: Mapa podmienenosti – optimalizácia č. 3:	49
Obrázok 26: Konfigurácia mechanizmu – optimalizácia č. 3	49
Obrázok 27: Mapa podmienenosti – zaokrúhlené rozmery (pokús č. 4).....	50
Obrázok 28: Konfigurácia mechanizmu – zaokrúhlené rozmery (pokús č. 4).....	50
Obrázok 29: Návrh zapojenia digitizéra.....	51

Zoznam tabuliek

Tabuľka 1: Parametre digitizéra GTCO Calcomp Drawingboard IV [5].....	11
Tabuľka 2: Kinematické dvojice [8].....	17
Tabuľka 3: Parametre snímača WPS-2300-MK88-CR-P [15].....	31
Tabuľka 4: Výsledky optimalizácie.....	46

Úvod

V tejto práci sa zaoberám návrhom zariadenia pre digitalizáciu výkresov. Zariadenie má byť schopné zosnímať polohu ľubovoľného množstva bodov z výkresu a preniesť ich do počítača, kde bude možné si ich vykresliť, prípadne exportovať pre ďalšie použitie. V práci prezentujem niekoľko bežne používaných spôsobov digitalizácie, no zariadenie navrhované v tejto práci sa od nich značne líši. Všetky navrhnuté spôsoby totiž využívajú znalosť kinematiky daného mechanizmu pre určenie polohy hľadaného bodu. V práci ďalej pracujem s jedným zvoleným variantom, ktorého kinematiku analyzujem a navrhujem možné hardvérové riešenie.

1 Analýza problému

Vzhľadom k tomu, že technický výkres je kreslený v mierke, teda, rešpektuje skutočné pomery rozmerov kreslenej súčasti, je prvou požiadavkou takéhoto zariadenia presnosť a opakovateľnosť. Výkresy zobrazujú často veľké súčasti, ktoré je nutné vykresliť na veľké formáty, aby bolo možné rozoznať detaily konštrukcie. Podobne, malé súčasti sa zväčšujú pre docielenie podobného efektu. Preto je ďalšou vlastnosťou takéhoto zariadenia maximálna plocha, ktorú je schopné snímať. Pokiaľ chceme, aby zariadenie bolo použiteľné, je potrebné dbať aj na ergonomickosť a praktickosť použitia.

1.1 Existujúce riešenia problému

V súčasnosti sú klasické výkresy považované už prevažne za zastarané. Ručné skladovanie výkresov a práca s nimi je komplikovaná a časovo náročná. Papier časom degraduje, ľahko sa stratí či poškodí. Pri moderných postupoch návrhu, vývoja a konštrukcie dochádza často k zmenám a úpravám, čo je s papierovými výkresmi veľmi nepraktické. [1] Bežnou praxou sú CAD systémy, či iný kresliaci softvér. Stále však existujú staré výkresy, ktoré nie sú prevedené do elektronickej podoby. Tie však nepredstavujú jedinou oblasť použitia digitalizácie. Napríklad v textilnom priemysle sa pri návrhu odevov používajú papierové predlohy jednotlivých častí oblečenia. Moderné stroje sú však riadené počítačom (CNC) a preto je potrebné obrys tvaru zdigitalizovať. Podobnú situáciu predstavujú laserové či plazmové rezacie stroje na kov. Vyskytnú sa aj situácie, keď je potrebné znovu vyrobiť existujúcu komponentu. Tú je možné zdigitalizovať, dáta previesť do formátu vhodného pre rezací stroj a súčasť jednoducho znovu vyrobiť.

Bežne používané spôsoby digitalizácie možno zaradiť [2]:

- Stolové digitizéry a ich varianty
- Skenery
- Fotoaparáty

1.1.1 Stolové digitizéry a ich varianty

Tieto zariadenia pozostávajú z obdĺžnikovej dosky či stola a ovládacieho prvku. Ten je zvyčajne v podobe pera alebo tzv. „puku“. Pohyb ukazovadla je zaznamenávaný a prenášaný do počítača. Zariadenie funguje na princípe snímania intenzity

elektromagnetického poľa. V doske je sieť s vedením v pravidelných rozstupoch, predstavujúcim body v rovine XY. Ovládač je vybavený cievkou, ktorá vytvára magnetické pole. Jeho intenzita je snímaná vodivou sieťou v doske a poloha puku je určená maximom jeho intenzity. Takto vieme zaznamenať súradnice x-y ľubovoľného bodu na ploche. [3] Ovládač má viacero módov fungovania, môže snímať nepretržite, diskretné body ale aj jednoduché tvary- kružnice či kruhové oblúky [4]. Tieto zariadenia sú často považované za pomalé a nepresné. Presnosť snímania je silne závislá na pozornosti obsluhy a zložitosti snímaného tvaru. Pred použitím vyžadujú kalibráciu a sú veľmi drahé [2]. No i napriek tomu existujú spoločnosti, ktoré sa ich vývojom stále zaoberajú a ponúkajú veľký výber rôznych konfigurácií - digitizéry pre CNC rezacie stroje a CAD softvér, pre stavbu budov a plánovanie, pre rozvody plynu, ropy a iných produktov, pre odevných dizajnérov a textilné spoločnosti, veľkoplošné či flexibilné digitizéry [4]. Pre zhodnotenie kvality digitizéra sú



Obrázok 1: Digitizér GTCO Calcomp Drawingboard IV [5]



Obrázok 2 :Ovládacie prvky digitizéra GTCO Calcomp Drawingboard IV [5]

zásadné tieto parametre: rozlíšenie, presnosť, linearita a opakovateľnosť. Linearita je definovaná ako zmena presnosti pri zmene polohy ovládača [3]. Pre informáciu uvádzam parametre digitizéra GTCO Calcomp Drawingboard IV (Obr. 1, Obr. 2) spoločnosti The Logic Group, ktorý je prezentovaný ako ich najpresnejší digitizér [5]:

Tabuľka 1: Parametre digitizéra GTCO Calcomp Drawingboard IV [5]

Rozlíšenie	až do 12 700 lpi (lines per inch) (322 580 čiar na mm)
Presnosť	$\pm 0,01''$ ($\pm 0,254$ mm) až $\pm 0,005''$ ($\pm 0,127$ mm)
Rozmery snímatej plochy	až 44'' x 60'' (1117,6 mm x 1524 mm)

1.1.2 Skenery

Bežne používaným spôsobom digitalizácie je skenovanie. Princíp jeho fungovania je jednoduchý: Svetelný zdroj osvetľuje výkres či iný dokument, ktorý je snímaný polovodičovým snímačom podobne ako vo fotoaparáte či videokamere. Smerodajnou veličinou, ktorá určuje kvalitu zosnímaného obrazu je rozlíšenie, ktoré sa udáva v DPI (dots per inch). Bežné sú rozlíšenia medzi 200 až 400 DPI. Získaný digitálny výkres sa nezvykne ponechávať v nasnímanom formáte, ale zvyčajne sa upravuje a prevádza, aby bol použiteľný a upravovateľný v CAD softvéri. To znamená prevod z rastrového do vektorového formátu,

na čo existuje viacero spôsobov. Najjednoduchším je „obkreslenie“ nasnímaného výkresu priamo v CAD softvéri. Tento spôsob je však časovo náročný a veľmi sa nelíši od použitia stolového digitizéra. Pokročilejším spôsobom je využitie softvéru, ktorý je schopný rozoznávať jednotlivé prvky na výkrese, previesť ich do vektorovej podoby a priradiť im parametre používané CAD softvérom (vrstvy, typy čiar, kóty, popisy) [1].

1.1.3 Fotoaparáty

Dostupnosť, rýchlosť snímania a užívateľská prívetivosť robia z digitálnych fotoaparátov vhodných kandidátov na digitalizáciu. Základný princíp je jednoduchý: fotoaparát sa umiestni zvyčajne nad stôl s výkresom, ktorý sa odfotoí. Kvalita snímku však veľmi závisí na osvetlení a vzájomnej polohe výkresu a fotoaparátu. Výsledný snímok je spracovaný podobným softvérom ako v prípade skenerov. Fotoaparát však navyše vyžaduje kalibráciu, ktorá umožní softvéru určiť umiestnenie hrán či otvorov. Pokročilejšie systémy požívajú stôl či podložku s vyznačenými kalibračnými bodmi, vďaka ktorým je kalibrácia automatická a dokáže kompenzovať aj odchýlku od kolmosti medzi fotoaparátom a výkresom [2].

1.2 Ciele práce

Obsah tejto práce vychádza z cieľov, ktoré boli dané zadaním práce:

1. Zoznámte sa so spôsobmi riešenia kinematiky rovinných mechanizmov
2. Navrhnete mechanizmus pre digitalizáciu výkresov s ohľadom na riešenie kinematiky.
3. Navrhnete hardwarové riešenie mechanizmu.

Jednotlivé body sú postupne v práci rozvinuté. V teoretickej časti sú prezentované metódy riešenia kinematiky rovinných mechanizmov a v praktickej časti sa zaoberám návrhom mechanizmu pre digitalizáciu a analýzou jeho kinematiky. Následne predkladám návrh možného hardwarového riešenia tohto mechanizmu.

1.3 Možnosti riešenia

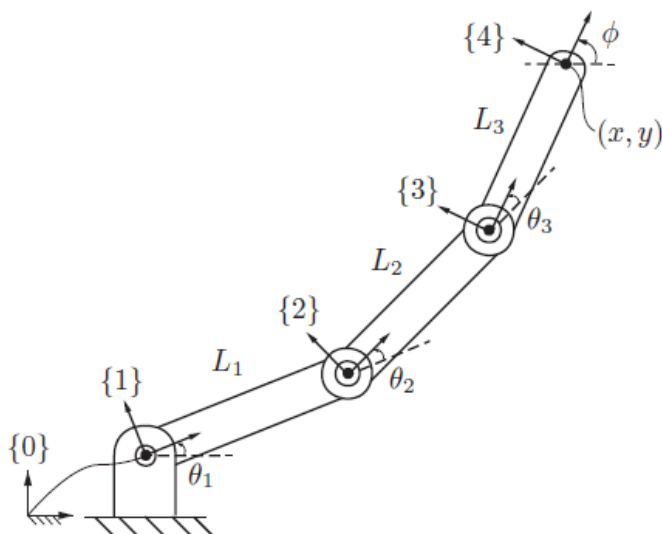
Zadaním tejto práce je navrhnuť alternatívu k metódam digitalizácie, ktoré som uviedol v stručnom prehľade. Tento spôsob digitalizácie má byť vo forme mechanického systému, ktorý bude mať zámerný kríž, či iný ukazovateľ polohy a jeho poloha bude určovaná pomocou snímania polohy jednotlivých členov mechanizmu. Tak ako existuje nepreberné množstvo mechanizmov, je možné pristúpiť k riešeniu tejto úlohy rôznymi spôsobmi. Ako možné riešenia som navrhol tri varianty, vychádzajúce z jednoduchých rovinných mechanizmov:

- Otvorený reťazec (rameno)
- Kartézsky manipulátor
- Paralelný manipulátor

1.3.1 Otvorený reťazec

Otvorené (sériové) reťazce pozostávajú z členov za sebou (sériovo) spojených rotačnými a posuvnými väzbami. Poloha každého člena voči predchádzajúcemu je daná súradnicou, ktorej typ je určený typom väzby (rotačná – uhol, posuvná - vzdialenosť). Prvý člen je

upevnený v ráme a na koncovom člene je efektor, čo môže byť manipulátor alebo iné zariadenie. V prípade tejto úlohy by to bol zámerný kríž, či inak vyznačený merací bod.



Obrázok 3: Schéma rovinného otvoreného reťazca s rotačnými väzbami [6]

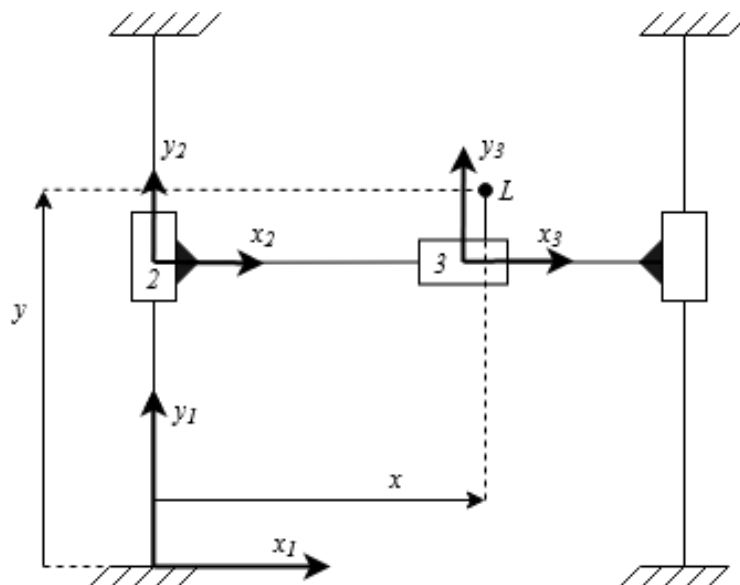
Úloha riešenia kinematiky takéhoto mechanizmu môže byť dvoch typov: zo zadaných súradníc jednotlivých členov určujeme polohu efektora, tzv. priama úloha, alebo zo známej polohy efektora určujeme polohy jednotlivých členov, tzv. inverzná úloha, ktorá je všeobecne považovaná za zložitejšiu, pretože pre jednu polohu koncového bodu môže existovať viacero konfigurácií polôh ostatných členov, alebo riešenie nemusí byť ani možné [6]. Na obr. 3 je schematicky znázornený takýto manipulátor troma členmi a rámom, všetky spojené rotačnými väzbami. Každý člen má vyznačený lokálny súradnicový systém a jeho natočenie voči predchádzajúcemu členu. Polohu koncového súradnicového systému (x, y) a jeho natočenie ϕ možno vyjadriť ako funkciu jednotlivých uhlov θ_i :

$$(x, y) = f(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$$

Tento bod by mohol predstavovať práve polohu meraného bodu. V kĺboch by sa nachádzali rotačné snímače polohy – natočenia a zo známej kinematiky by bolo možné určiť súradnice koncového bodu. Nevýhodou otvorených reťazcov je, ich nízka tuhosť a to, že chyby polohy sa znásobujú z člena na člen [7].

1.3.2 Kartézsky mechanizmus

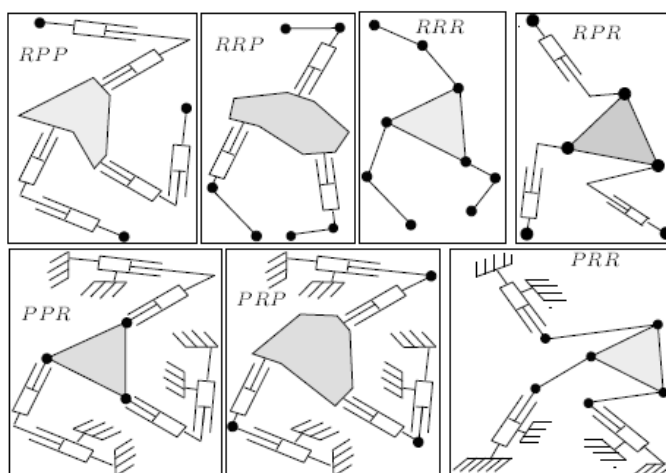
Takýto typ mechanizmus vychádza z jednoduchej predstavy o polohe bodu v rovine. Tú totiž možno určiť dvoma súradnicami, ktorých veľkosť je určovaná od pevne daných navzájom kolmých osí, zvyčajne značených x a y . Kartézsky mechanizmus pozostáva z navzájom kolmých členov spojených posuvnými väzbami. Prvý člen (zvyčajne nejaká forma vedenia, koľajnice) je opäť pripevnený k rámu a posledný člen nesie efektor. Riešenie kinematiky takéhoto mechanizmu je jednoduché, súradnice koncového bodu v jednotlivých osiach sú vlastne dielčie súradnice členov. Snímanie polohy by sa mohlo uskutočniť pomocou lineárnych enkodérov, lankových snímačov či iného typu snímačov polohy.



Obrázok 4: Schéma kartézskeho manipulátora

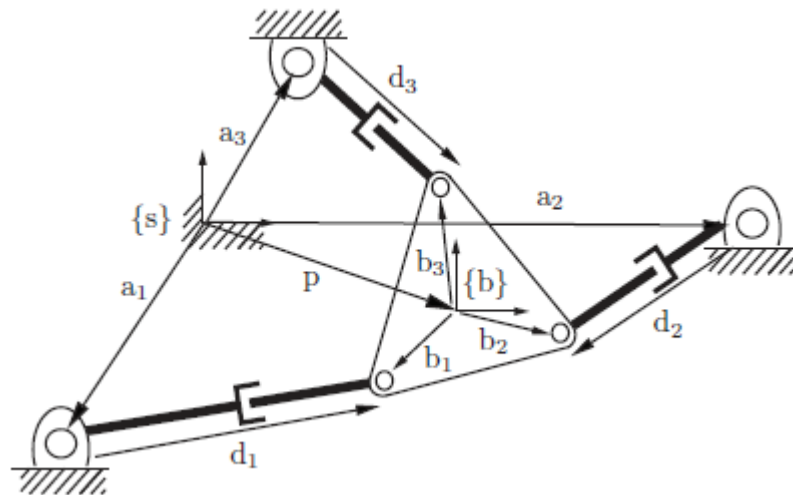
1.3.3 Paralelný mechanizmus

Mechanizmus, ktorých pohyblivá platforma s efektorom je spojená s rámom pomocou viacerých reťazcov členov sa zvyčajne nazýva paralelný – viacero členov spája rám s koncovým členom. Tieto reťazce vytvárajú nezávislé uzavreté slučky. Jednotlivé členy môžu byť spojené rotačnými ale aj posuvnými väzbami (v prípade priestorového mechanizmu aj guľovými či inými), ako je znázornené na obr. 5. Nie všetky z týchto členov sú poháňané, časť z nich je pasívna. Na koncovom člene, tzv. platforme je umiestnený efektor. [7]. Riešenie kinematiky takéhoto mechanizmu môžeme opäť rozdeliť na priamu a inverznú úlohu. V prípade paralelných mechanizmov je však situácia opačná ako u otvorených reťazcov – inverzná úloha je zvyčajne jednoduchšia, na základe známej polohy koncového bodu a rozmerov mechanizmu nemusí byť problém určiť polohu jednotlivých členov. Priama úloha je naopak často komplikovaná, pre zadané polohy jednotlivých hnacích členov môže existovať viacero polôh koncového bodu, alebo takáto poloha nemusí byť vôbec realizovateľná. Obr. 6 znázorňuje schému rovinného paralelného mechanizmu, aký by mohol byť použitý v tejto úlohe. Tri členy s posuvnou väzbou (aktuátor, lano,



Obrázok 5: Varianty ekvivalentných paralelných manipulátorov s rôznymi väzbami medzi členmi [16]

pohybová skrutka) sú každý samostatne upevnené k rámu pomocou kĺbu. Druhou stranou sú tieto tri členy pripojené k platforme. Takéto usporiadanie znamená, že vysunutie každého z týchto posuvných členov je nezávislé na dvoch zvyšných členoch. Hovoríme, že mechanizmus má tri stupne voľnosti. Vďaka rozloženiu síl do jednotlivých členov majú paralelné manipulátory vysokú tuhosť. Ich veľkým problémom je však existencia singulárnych polôh [7]. Sú to špecifické polohy, v ktorých pri pohybe mechanizmu z tejto polohy nevieme určiť, ktorým smerom sa pohne. Taktiež môžu nastať polohy, v ktorých sa mechanizmus „vzoprie“ a nie je možné s ním pohybovať. Alebo naopak, existujú polohy, v ktorých mechanizmus získa ďalší stupeň voľnosti a tým pádom sa stáva neovládateľným [6].



Obrázok 6: Schéma rovinného paralelného manipulátora [6]

2 Prehľad použitých postupov

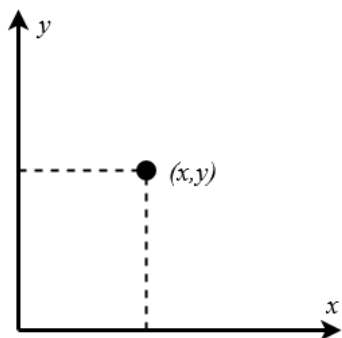
V tejto kapitole predkladám prehľad metód a postupov používaných pre návrh a optimalizáciu mechanizmov, pričom väčšina z nich bola použitá aj pri riešení tejto úlohy. Vysvetlené budú metódy riešenia kinematiky mechanizmov, ako aj analytické tak aj numerické. V stručnosti sa pokúsím objasniť ich teoretický základ a princípy, z ktorých vychádzajú. V závere kapitoly sa stručne vyjadrím k problematike optimalizácie genetickými algoritmi.

2.1 Základné pojmy kinematiky

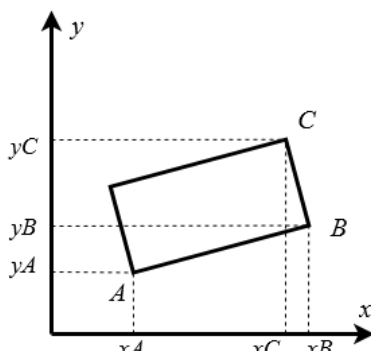
Už v úvodných kapitolách bolo použitých niekoľko pojmov súvisiacich s kinematikou. Myslím si, že je vhodné tu poskytnúť vysvetlenie ich významu.

2.1.1 Stupne voľnosti mechanizmu

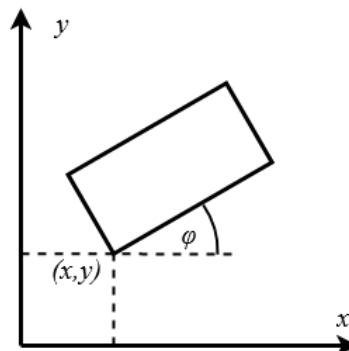
Pre popis pohybu mechanizmu je zásadné vedieť, ako sa môže pohybovať, a aké polohy môže nadobúdať. Popis všetkých možných polôh mechanizmu sa nazýva **konfigurácia**. Vzhľadom k tomu, že mechanizmy sú zvyčajne modelované ako tuhé telesa, ktorých tvar je jednoznačne určený, na vyjadrenie konfigurácie zvyčajne nie je potrebné veľké množstvo informácií. K popisu mechanizmu sa zavádza súradnicový systém, v ktorom sa definujú súradnice popisujúce jeho polohu – dĺžkové či uhlové, ktoré spojite nadobúdajú hodnoty z intervalu reálnych čísel. **Stupne voľnosti** sú definované ako minimálny počet týchto súradníc, potrebných na popísanie jeho konfigurácie. O bode v rovine môžeme celkom s istotou tvrdiť, že má dva stupne voľnosti – k popisu jeho polohy potrebujeme dve súradnice: (x, y) (obr. 7). Ako je to však s telesom v rovine? Definujme na ňom tri body: A, B, C . Pretože je teleso uvažované ako tuhé, vzdialenosti medzi týmito bodmi $|AB|, |BC|, |AC|$ sú dané a nemenné. Umiestnime teleso do súradnicového systému (x, y) podľa obr. 8 a fixujme polohu bodu A určením súradníc (x_A, y_A) . Keďže je vzdialenosť $|AB|$ známa, vieme, že bod B musí ležať na kružnici so stredom v bode A a polomerom $r = |AB|$. Polohu bodu B môžeme popísať už len jednou súradnicou – uhlom φ v kružnici, zavedeným napr. od osi x . Akonáhle sme zvolili polohu bodu B , zostávajú už len dve možné polohy pre bod C , určené priesečníkmi kružníc so stredmi v bodoch A a B a s polomermi $r_1 = |AC|$ a $r_2 = |BC|$. Je treba ale poznamenať, že poloha bodu C nie je určená súradnicou zo spojitého intervalu, ale nadobúda len dve diskkrétne hodnoty. Preto nie je popis polohy bodu C



Obrázok 8: Bod v rovine



Obrázok 7: Stupne voľnosti telesa v rovine I



Obrázok 9: Stupne voľnosti telesa v rovine II

považovaný za súradnicu v takom istom zmysle ako súradnice (x_A, y_A) či φ . Takto sme určili, že teleso v rovine má tri stupne voľnosti, ako je znázornené na obr. 9.

Podľa tejto úvahy je už jednoduché prísť k tomu, že teleso v priestore má šesť stupňov voľnosti. Z týchto úvah vieme vyjadriť počet stupňov voľnosti telesa ako [6]:

stupne voľnosti telesa = suma stupňov voľnosti bodov - počet podmienok viažucich body navzájom (väzobné podmienky) [6]

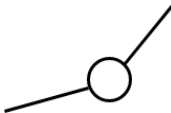
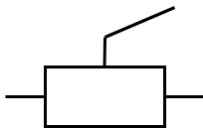
Podobne, pre sústavu telies môžeme písať:

stupne voľnosti = suma stupňov voľnosti telies - počet väzobných podmienok [6]

2.1.2 Kinematické dvojice – väzby

Aby bola zaistená funkcia mechanizmu, je nutné, aby boli jednotlivé telesá – členy navzájom viazané. Takúto väzbu medzi dvoma telesami nazývame **kinematickou dvojicou**, či **väzbou**. Trieda väzby vyjadruje počet stupňov voľnosti, ktoré kinematická dvojica sústave odoberá. Vzájomná poloha dvoch členov spojených kinematickou dvojicou je určená súradnicami, ktorých počet je zhodný s počtom stupňov voľnosti kinematickej dvojice [8]. Najbežnejšími väzbami sú rotačná a posuvná väzba.

Tabuľka 2: Kinematické dvojice [8]

Typ väzby	Počet stupňov voľnosti	Trieda		Schematická značka
Rotačná	1	5	2 (v rovine)	
Posuvná	1	5	2 (v rovine)	

Na základe znalostí tried kinematických dvojíc môžeme odvodiť vzťah pre výpočet počtu stupňov voľnosti mechanizmu. Pre rovinné mechanizmy platí [8]:

$$i = 3(n - 1) - \sum_{j=1}^2 j d_j$$

Pre priestorové mechanizmy platí podobný vzťah [8]:

$$i = 6(n - 1) - \sum_{j=1}^5 j d_j$$

kde, pre oba vzťahy [8]:

i – počet stupňov voľnosti sústavy

n – počet členov, vrátane rámu

d_j – počet kinematických dvojíc j -tej triedy

Pri popise mechanizmov má veľký význam rozdelenie súradníc na závislé a nezávislé. Poloha mechanizmu je určená nezávislými súradnicami zo všetkých súradníc kinematických dvojíc v mechanizme. Členy, ktoré k nim prislúchajú sú vlastne hnacími členmi mechanizmu a ich pohyb je zadaný. Závislé súradnice závisia na súradniciach nezávislých, prislúchajú teda k členom hnaným. Mechanizmus má toľko nezávislých súradníc, koľko má stupňov voľnosti [8].

2.1.3 Kinematické reťazce

Kinematický reťazec vznikne spojením viacerých členov pomocou kinematických dvojíc. Rozlišujeme reťazce:

- jednoduché a zložené
- otvorené, uzavreté a zmiešané
- rovinné, sférické a priestorové

Pod pojmom **slučka** rozumieme priestorový mnohouholník, ktorého strany sú tvorené členmi kinematického reťazca a ktorého vrcholy sú tvorené kinematickými dvojicami.

Jednoduché reťazce sú tie reťazce, ktorých členy majú maximálne dve kinematické dvojice. Zložené reťazce obsahujú členy, ktoré majú viac ako dve kinematické dvojice. Otvorené reťazce neobsahujú žiadnu slučku, zatiaľ čo uzavretému reťazcu možno priradiť jednu či viac slučiek tak, že každý člen je obsiahnutý aspoň v jednej slučke. Zmiešané reťazce obsahujú slučky, ale zároveň aj otvorené reťazce. Delenie reťazcov na rovinné, sférické a priestorové je dané trajektóriou pohybu bodov. Tá môže byť tvorená krivkou rovinnou, sférickou alebo priestorovou. V súvislosti s predchádzajúcim odstavcom platí, že otvorené reťazce majú všetky súradnice nezávislé, zatiaľ čo iné typy majú aj nezávislé aj závislé súradnice [8]. Pre metódy analýzy kinematiky použité v tejto práci je dôležité poznať počet slučiek mechanizmu. Pre stanovenie ich počtu platí vzťah [9]:

$$l = d + m - u + 1$$

kde:

l – počet slučiek

d – počet kinematických dvojíc

m – počet predpísaných pohybov mechanizmu

u – počet telies vrátane rámu

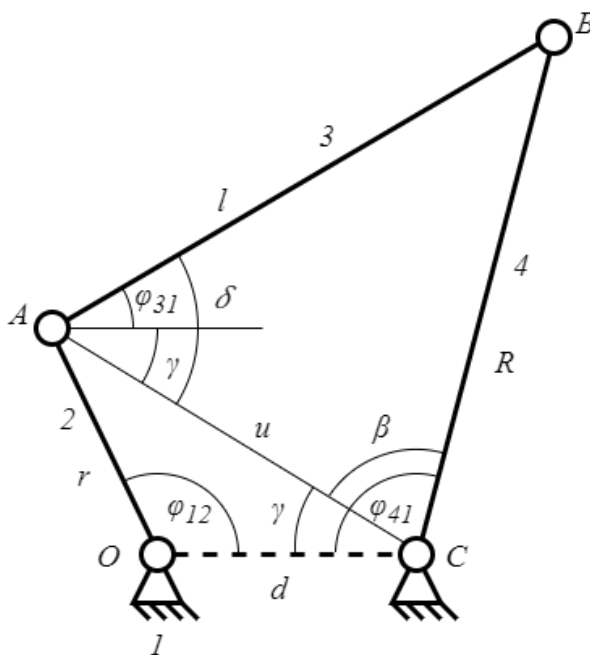
2.2 Metódy riešenia kinematiky mechanizmov

V tejto kapitole predložím niekoľko metód analýzy kinematiky mechanizmov, so zameraním na rovinné mechanizmy. Popíšem však aj maticovú metódu, ktorá je vhodná aj pre analýzu priestorových mechanizmov.

Cieľom riešenia kinematiky mechanizmov je obvykle nájdenie časových závislostí hnaných (závislých) súradníc zo znalosti súradníc hnacích (nezávislých) a rozmerov mechanizmu. Z týchto vzťahov je potom možné odvodiť závislosti rýchlosti a zrýchlenia, teda časových derivácii polohy. Pripomením, úlohy kinematiky delíme na priamu úlohu, t.j. nájdenie závislosti pohybu hnaných členov na pohybe členov hnacích a na úlohu inverznú, teda nájdenie priebehu pohybu hnacích členov, ktorý zaistí želaný pohyb hnaného členu [9].

2.2.1 Trigonometrická metóda

Pre hlbšie pochopenie funkcie mechanizmu je vždy vhodné, ak je možné hľadané vzťahy priebehov súradníc vyjadriť analyticky – v uzavretom tvare. Hľadané závislosti tu nadobúdajú tvar vzorcov – funkčných závislostí, do ktorých je možné priamo dosadiť vstupné hodnoty a získať veličiny výstupné. Takéto riešenie však vo všeobecnosti nie je možné, existuje len pre niektoré jednoduchšie mechanizmy. Postup taktiež nie je možné univerzálne algoritimizovať, preto každá úloha vyžaduje individuálny prístup. Pri hľadaní riešenia v uzavretom tvare je bežný prístup zložený na využívaní trojuholníkov a známych vzťahov, ktoré ich popisujú, ako aj iných geometrických vzťahov. Táto metóda sa nazýva trigonometrická [9]. Uvediem jednoduchý príklad riešenia štvorčlenného mechanizmu:



Obrázok 10: Príklad štvorčlenného mechanizmu pre výpočet trigonometrickou metódou

Mechanizmus na obr. 11 má štyri členy (jeden je rámom) a známe rozmery a, r, l, d . Nezávislou súradnicou je uhol φ_{12} , ktorého priebeh je určený vzťahom $\varphi_{12} = \omega \cdot t$. Úlohou je určiť časové priebehy závislých súradníc φ_{31} a φ_{41} , ktoré popsujú pohyb členov 3 a 4.

Trigonometrická metóda vyžaduje vhodné rozdelenie mechanizmu na dielčie trojuholníky, v ktorých vieme identifikovať uhly a dĺžky strán. Z trojuholníka OAC určíme pomocou kosínusovej vety dĺžku strany $AC = u$:

$$u = \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos(\varphi_{12})}$$

Ďalej pomocou sínusovej vety vypočítame veľkosť uhla γ :

$$r \sin(\varphi_{12}) = u \sin(\gamma)$$

V trojuholníku ABC sú známe všetky tri strany, je možné preto spočítať veľkosti uhlov γ a δ , opäť pomocou kosínusovej vety:

$$l^2 = u^2 + R^2 - 2uR \cos(\beta)$$

$$R^2 = u^2 + l^2 - 2ul \cos(\delta)$$

Zo znalosti uhlov β , γ a δ už nie je problém určiť uhly φ_{31} a φ_{41} :

$$\varphi_{31} = \delta - \gamma = \arccos\left(\frac{u^2 + l^2 - R^2}{2ul}\right) - \arcsin\left(\frac{r}{u} \sin(\varphi_{12})\right)$$

$$\varphi_{41} = \beta + \gamma = \arccos\left(\frac{u^2 + R^2 - l^2}{2uR}\right) + \arcsin\left(\frac{r}{u} \sin(\varphi_{12})\right)$$

2.2.2 Vektorová metóda

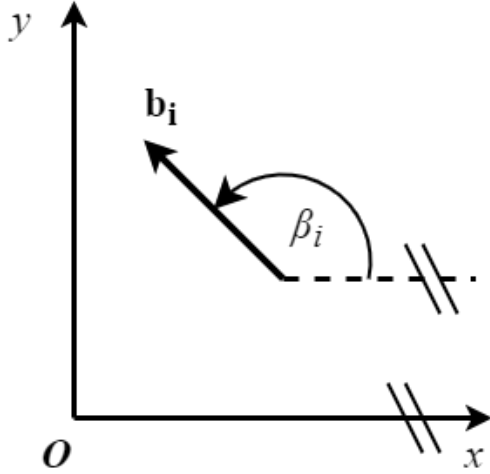
Ako už bolo spomínané, len pre jednoduchšie mechanizmy je možné nájsť riešenie v uzavretom tvare, t.j. analyticky. Preto je bežné k riešeniu kinematiky mechanizmov využívať numerické iteračné metódy. V nich sa na základe znalosti nezávislých súradníc v danom časovom kroku a závislých súradníc pre predchádzajúci časový krok iteračným postupom určujú hodnoty závislých súradníc v aktuálnom časovom kroku. Tento postup prebieha až kým nie sú splnené väzbové podmienky s určitou stanovenou presnosťou. Potom je možné postúpiť na riešenie nasledujúceho časového okamihu. Väzbové podmienky vychádzajú z kinematických väzbových rovníc, ktoré je pred samotným riešením nutné zostaviť. K tomu je možné využiť viacero postupov. Jedným je práve aj „vektorová metóda“, ktorá využíva uzavreté vektorové mnohoúhelníky. Je vhodná najmä pre rovinné mechanizmy.

Než pristúpime k samotnej tvorbe väzbových rovníc, je žiaduce vykonať rozbor mechanizmu. Najprv určíme počet stupňov voľnosti pomocou horeuvedeného vzťahu, ktoré nám podajú informáciu o počte nezávislých súradníc. Následne zistíme počet slučiek v mechanizme. S týmito informáciami môžeme pristúpiť k zavádzaniu vektorových mnohoúhelníkov. Ich počet musí zodpovedať počtu slučiek. Keďže sa pohybujeme v rovine, je možné rozložiť jednotlivé vektory na ich súčasti, do osí x a y , z čoho vyvodíme informáciu o počte skalárnych kinematických väzbových rovníc, teda [9]:

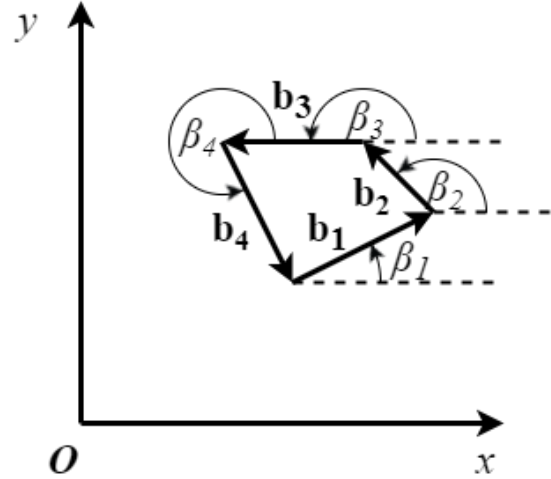
$$n_r = 2l$$

Považujme za známe, že pre riešenie sústavy rovníc je potrebné aby sa počet neznámych a počet nezávislých rovníc zhodovali. Preto je pri zavádzaní vektorových mnohoúhelníkov potrebné pamätať na to, aby počet závislých súradníc, ktoré ich popisujú sa rovnal počtu väzbových rovníc. Pridávaním ďalších mnohoúhelníkov nad počet slučiek získame už len lineárne závislé rovnice.

Vo vektorovej metóde využívame jeden súradnicový systém s vhodne zvoleným počiatkom, napr. v ráme. Pre zavádzanie vektorových mnohoúhelníkov využívame dielčie vektory \mathbf{b}_i , ktoré popisujeme ich dĺžkou b_i a uhlom β_i meraným od kladnej poloosi x (proti smeru



Obrázok 11: Popis vektoru b_i



Obrázok 12: Vektorový mnohoúholník

hodinových ručičiek) (obr. 11, obr. 12). Vektorové mnohoúholníky sa snažíme zavádzať tak, aby sme využili znalosť rozmerov mechanizmu. Základná vektorová podmienka uzavretosti mnohoúholníka je [9]:

$$\sum_i \mathbf{b}_i = \mathbf{0}$$

ktorú môžeme rozpísať do skalárnych zložiek [9]:

$$x: \sum_i b_i \cos(\beta_i) = 0$$

$$y: \sum_i b_i \sin(\beta_i) = 0$$

ktorých počet zodpovedá vzťahu $n_r = 2l$. Tieto rovnice môžeme zderivovať podľa času [9]:

$$x: \sum_i (\dot{b}_i \cos(\beta_i) - b_i \sin(\beta_i) \dot{\beta}_i) = 0$$

$$y: \sum_i (\dot{b}_i \sin(\beta_i) + b_i \cos(\beta_i) \dot{\beta}_i) = 0$$

a následne opäť zderivovať [9]:

$$x: \sum_i (\ddot{b}_i \cos(\beta_i) - b_i \sin(\beta_i) \ddot{\beta}_i - 2\dot{b}_i \sin(\beta_i) \dot{\beta}_i - b_i \cos(\beta_i) \dot{\beta}_i^2) = 0$$

$$y: \sum_i (\ddot{b}_i \sin(\beta_i) + b_i \cos(\beta_i) \ddot{\beta}_i + 2\dot{b}_i \cos(\beta_i) \dot{\beta}_i - b_i \sin(\beta_i) \dot{\beta}_i^2) = 0$$

Vo všeobecnosti sú dĺžky b_i a natočenia β_i časovo premenlivé, no pri vhodnom zavedení mnohoúholníkov môžu byť konštantné a ich derivácie zo vzťahov vypadnú. Tie dĺžky či natočenia, ktoré sú premenlivé musíme správne identifikovať a rozdeliť na závislé a nezávislé. Vektor (stĺpcová matica) nezávislých súradníc a jeho časové derivácie (rýchlosti a zrýchlenia) značíme \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$, $\ddot{\mathbf{q}}$. Pri závislých súradniciach je potrebné si uvedomiť,

že ich počet nesmie byť vyšší ako je počet nezávislých väzbových rovníc. Preto ak sa vyskytnú v mechanizme viac súradníc, je nutné nájsť závislosti medzi prebytočnými súradnicami a závislými súradnicami. Stĺpcové matice polohy, rýchlosti a zrýchlenia závislých súradníc značíme \mathbf{z} , $\dot{\mathbf{z}}$, $\ddot{\mathbf{z}}$. Pre následné riešenie je vhodné využiť zápis v maticovej podobe. Rovnice pre polohu, rýchlosť a zrýchlenie môžeme postupne zapísať v tvaroch [9]:

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{q}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{q}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{z}, \mathbf{q}) \\ f_2(\mathbf{z}, \mathbf{q}) \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

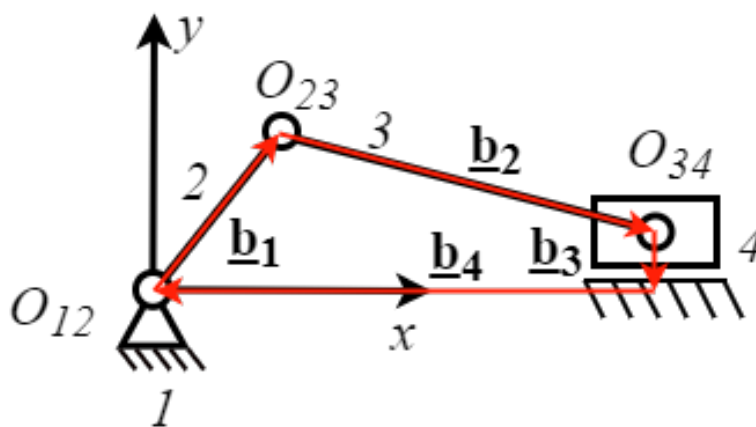
$$\mathbf{J}_z \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{J}_z \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{J}_q \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{j}_{qz} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{J}_z = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & \frac{\partial f_1}{\partial z_2} & \dots \\ \frac{\partial f_2}{\partial z_1} & \frac{\partial f_2}{\partial z_2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \dots \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Vektor $\mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{q})$ vyjadruje samotné väzbové rovnice pre všetky mnohouholníky. Matice \mathbf{J}_z , \mathbf{J}_q sú časti Jacobiho matice, t.j. matice parciálnych derivácií väzbových rovníc podľa všetkých premenných, prislúchajúcim závislým a nezávislým súradniciam. Vektor \mathbf{j}_{qz} vyjadruje vplyv závislých i nezávislých rýchlostí na závislé zrýchlenia [9]. Po zostavení týchto rovníc môžeme pristúpiť k vlastnému numerickému riešeniu polohy, pre ktoré využijeme napr. Newtonovu metódu, ktorej princíp bude vysvetlený v samostatnej kapitole. Po stanovení polohy určíme závislé rýchlosti a zrýchlenia výpočtom sústav lineárnych rovníc [9]. Demonstrujme vektorovú metódu na jednoduchom príklade kľukového mechanizmu, podľa obr. 13.



Obrázok 13: Príklad riešenia vektorovou metódou

Najprv určíme stupne voľnosti:

$$n = 3(4 - 1) - 3 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 9 - 6 - 2 = 1$$

a počet slučiek:

$$l = 4 - 4 + 1 = 1$$

Môžeme teda vytvoriť jeden uzavretý vektorový mnohoúholník, ktorý je vyznačený na obr. 13. Vektorová väzbová podmienka má tvar:

$$\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3 + \mathbf{b}_4 = \mathbf{0}$$

Analýzou rozmerov mechanizmu zistíme, že premenlivé sú uhly β_1, β_2 a dĺžka b_4 . Keďže vieme, že z vektorového mnohoúholníka získame $n_r = 2l = 2$ rovníc, sú dve z týchto súradníc závislé a jedna musí byť nezávislá. V tomto príklade ňou môžu byť uhol β_1 ale aj dĺžka b_4 , v závislosti na zariadení, ktoré modelujeme (β_1 – kompresor, b_4 – motor). V tomto riešení budeme za nezávislú súradnicu považovať β_1 , takže:

$$\mathbf{q} = [\beta_1] \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \beta_2 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

Vektorovú rovnicu rozpíšeme do skalárnych rovníc:

$$x: b_1 \cos(\beta_1) + b_2 \cos(\beta_2) + b_3 \cos(\beta_3) + b_4 \cos(\beta_4) = 0$$

$$y: b_1 \sin(\beta_1) + b_2 \sin(\beta_2) + b_3 \sin(\beta_3) + b_4 \sin(\beta_4) = 0$$

Tie zderivujeme a zapíšeme do maticového zápisu:

$$\dot{x}: -b_1 \sin(\beta_1) \dot{\beta}_1 - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 + \dot{b}_4 \cos(\beta_4)$$

$$\dot{y}: b_1 \cos(\beta_1) \dot{\beta}_1 + b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 + \dot{b}_4 \sin(\beta_4)$$

$$\begin{bmatrix} -b_2 \sin(\beta_2) & \cos(\beta_4) \\ b_2 \cos(\beta_2) & \sin(\beta_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\beta}_2 \\ \dot{b}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b_1 \sin(\beta_1) \\ b_1 \cos(\beta_1) \end{bmatrix} [\dot{\beta}_1] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Postup zopakujeme pre zrýchlenia:

$$\ddot{x}: -b_1 \cos(\beta_1) \dot{\beta}_1^2 - b_1 \sin(\beta_1) \ddot{\beta}_1 - b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 - b_2 \sin(\beta_2) \ddot{\beta}_2 + \ddot{b}_4 \cos(\beta_4)$$

$$\ddot{y}: -b_1 \sin(\beta_1) \dot{\beta}_1^2 + b_1 \cos(\beta_1) \ddot{\beta}_1 - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 + b_2 \cos(\beta_2) \ddot{\beta}_2 + \ddot{b}_4 \sin(\beta_4)$$

$$\begin{bmatrix} -b_2 \sin(\beta_2) & \cos(\beta_4) \\ b_2 \cos(\beta_2) & \sin(\beta_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\beta}_2 \\ \ddot{b}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b_1 \sin(\beta_1) \\ b_1 \cos(\beta_1) \end{bmatrix} [\ddot{\beta}_1] +$$

$$+ \begin{bmatrix} -b_1 \cos(\beta_1) \dot{\beta}_1^2 - b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 \\ -b_1 \sin(\beta_1) \dot{\beta}_1^2 - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Je vidieť, že konštantné dĺžky a uhly sú po derivácii nulové a z rovníc vypadnú. Úlohu polohy budeme riešiť numericky Newtonovou metódou a závislé rýchlosti a zrýchlenia získame z riešenia sústav lineárnych rovníc:

$$\mathbf{J}_z \dot{\mathbf{z}} = -\mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{J}_z \ddot{\mathbf{z}} = -\mathbf{J}_q \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{j}_{qz}$$

Analýzu kinematiky mechanizmov vektorovou metódou možno zhrnúť do nasledujúcich krokov [9]:

1. Analýza sústavy telies: Výpočet stupňov voľnosti a počtu nezávislých slučiek
2. Zavedenie vektorových mnohouholníkov: Počet mnohouholníkov sa musí zhodovať s počtom slučiek
3. Zavedenie súradníc vektorových mnohouholníkov b_i, β_i : Uhly meriame od kladnej poloosi x .
4. Zápis vektorových väzbových podmienok
5. Zápis skalárnych väzbových rovníc: Derivácia podľa času pre získanie rovníc pre rýchlosti a zrýchlenia.
6. Rozbor závislých a nezávislých súradníc: Nezávislé súradnice sú dané počtom pohonov, závislé súradnice sú dané vektorovými mnohouholníkmi, ich počet je $2l$.
7. Numerické riešenie polohy: Využitie Newtonovej metódy.
8. Numerické riešenie rýchlostí: Riešenie sústavy lineárnych rovníc.
9. Numerické riešenie zrýchlení: Riešenie sústavy lineárnych rovníc.
10. Popis priebehu polohy, rýchlostí a zrýchlení v čase.

Z uvedeného postupu je vidieť, že vektorová metóda je dobre algoritimizovateľná pre výpočet pomocou počítača [9].

2.2.3 Maticová metóda

O niečo univerzálnejšou metódou kinematickej analýzy je maticová metóda. Vzťah medzi polohou bodu M v súradnicovom systéme telesa a : O_a, x_a, y_a, z_a a súradnicovom systéme telesa b : O_b, x_b, y_b, z_b , pričom oba systémy sú pravouhlé a pravotočivé, možno popísať maticovou transformačnou rovnicou [8]:

$$\mathbf{r}_{aM} = \mathbf{T}_{ab} \mathbf{r}_{bM}$$

$$\begin{bmatrix} x_{aM} \\ y_{aM} \\ z_{aM} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & a_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{32} & a_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{bM} \\ y_{bM} \\ z_{bM} \\ 1 \end{bmatrix}$$

kde:

$\mathbf{r}_{aM}, \mathbf{r}_{bM}$ – rozšírené sprievodiče bodu M v priestore a , resp. b

\mathbf{T}_{ab} – transformačná matica pohybu a - b

Pre rovinné mechanizmy je súradnica z nulová a matica sa zmenší na maticu 3×3 . Ďalej uvažujeme len rovinné mechanizmy. Transformačné matice možno vytvárať individuálne pre každý mechanizmus, no značné zjednodušenie poskytujú základné pohyby. Tie vznikajú ak sa teleso b voči telesu a otáča alebo priamočiario posúva a ich súradnicové systémy sú špecificky zvolené. Matice základných pohybov sú funkciou jednej súradnice [8]:

1. Posuv v ose $o = x_a = x_b$:
Posuv značíme x a pre $x = 0$ oba systémy splývajú. Potom platí:

$$T_x(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Posuv v ose $o = y_a = y_b$:

Posuv značíme y a pre $y = 0$ oba systémy splývajú. Potom platí:

$$T_y(y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Rotácia okolo osi $o = z_a = z_b$:

Uhol pootočenia značíme φ a pre $\varphi = 0$ oba systémy splývajú. Potom platí:

$$T_\varphi(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pre riešenie kinematiky maticovou metódou je zásadná vlastnosť transformačných matic pri súčasných pohyboch: Transformačná matica výsledného pohybu je daná súčinom transformačných matic dielčích pohybov [8]:

$$\mathbf{T}_{1n} = \mathbf{T}_{12} \mathbf{T}_{23} \dots \mathbf{T}_{n-1,n}$$

Tejto vlastnosti môžeme s výhodou využiť pri zostavovaní maticových rovníc pomocou matic základných pohybov. Mechanizmus rozdelíme myslenným rezom vedeným k -tym členom na dva reťazce – pravý a ľavý. Bod člena k koná rovnaký pohyb nezávisle na tom, či ho považujeme za súčasť pravého či ľavého reťazca. Preto môžeme písať [8]:

$$\mathbf{T}_{12} \mathbf{T}_{23} \dots \mathbf{T}_{k-1,k} \mathbf{r}_{kM} = \mathbf{T}_{1n} \mathbf{T}_{n,n-1} \dots \mathbf{T}_{k+1,k} \mathbf{r}_{kM}$$

člen \mathbf{r}_{kM} môžeme vykrátiť a získame maticovú rovnicu v tvare [8]:

$$\mathbf{T}_{12} \mathbf{T}_{23} \dots \mathbf{T}_{k-1,k} = \mathbf{T}_{1n} \mathbf{T}_{n,n-1} \dots \mathbf{T}_{k+1,k}$$

Táto rovnica vyjadruje skutočnosť, že súčin transformačných matic pravého reťazca je rovný súčinu transformačných matic ľavého reťazca. Rovnicu možno písať aj v tvare podobnom vektorovej podmienke uzavretosti mnohoúhelníka, teda [8]:

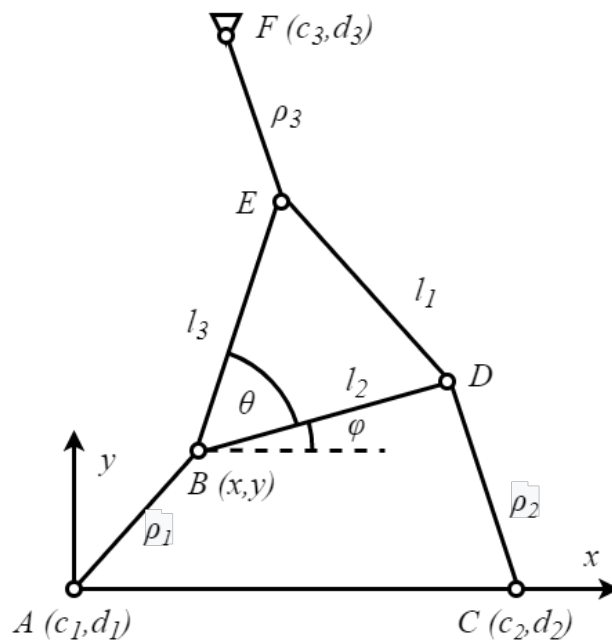
$$\mathbf{T}_{12} \mathbf{T}_{23} \mathbf{T}_{34} \dots \mathbf{T}_{n-1,n} \mathbf{T}_{n1} = \mathbf{E}$$

kde \mathbf{E} je jednotková matica. Rovnica hovorí o tom, že súčin transformačných matic v mechanizme je rovný jednotkovej matici. Obe rovnice možno vynásobiť a rozpísať na jednotlivé skalárne rovnice. Z nich vyberieme nezávislé rovnice, pomocou ktorých vyjadríme závislé súradnice. Explicitné riešenie týchto rovníc je možné len niekedy, často je potrebné použiť numerické riešenie [8].

2.2.4 Riešenie kinematiky rovinných paralelných manipulátorov v tvare polynómu

Ako bude zrejmé, táto práca sa zameriava najmä na paralelné mechanizmy. S rastúcou popularitou týchto štruktúr stúpala aj snaha o vytvorenie postupov pre riešenie priamej (doprednej) kinematiky aj inými metódami ako len numerickými postupmi. Pre rovinné paralelné manipulátory bolo odvodené, že existuje analytické riešenie doprednej kinematiky vo forme polynómu šiesteho stupňa [10]. Pri riešení použijeme značenie podľa obr. 14.

Mechanizmus je spojený s rámom v bodoch A, C, F . Platforma v tvare trojuholníka so stranami l_1, l_2 a l_3 je pripojená k aktuátorom s dĺžkami ρ_1, ρ_2, ρ_3 v bodoch B, D, E . Natočenie platformy je popísané uhlom φ . Dĺžky aktuátorov vieme popísať rovnicami [10]:



Obrázok 14: Schéma pre odvodenie riešenia v tvare polynómu

$$\rho_1^2 = x^2 + y^2$$

$$\rho_2^2 = (x + l_2 \cos \varphi - c_2)^2 + (y + l_2 \sin \varphi)^2$$

$$\rho_3^2 = (x + l_3 \cos(\varphi + \theta) - c_3)^2 + (y + l_3 \sin(\varphi + \theta) - d_3)^2$$

Jedná sa o sústavu nelineárnych rovníc pre neznáme x, y a φ . Rovnice najprv roznásobíme do tvaru [10]:

$$\rho_1^2 = x^2 + y^2$$

$$\rho_2^2 = x^2 + y^2 + Rx + Sy + Q$$

$$\rho_3^2 = x^2 + y^2 + Ux + Vy + W$$

kde:

$$R = 2l_2 \cos \varphi - 2c_2$$

$$S = 2l_2 \sin \varphi$$

$$Q = -2c_2 l_2 \cos \varphi + l_2^2 + c_2^2$$

$$U = 2l_3 \cos(\varphi + \theta) - 2c_3$$

$$V = 2l_3 \sin(\varphi + \theta) - 2d_3$$

$$W = -2l_3 d_3 \sin(\varphi + \theta) - 2l_3 c_3 \cos(\varphi + \theta) + l_3^2 + c_3^2 + d_3^2$$

Následne od druhej aj tretej rovnice odčítame prvú rovnicu, čím získame dve rovnice, lineárne pre x a y [10]:

$$\begin{aligned}\rho_1^2 &= x^2 + y^2 \\ \rho_2^2 - \rho_1^2 &= Rx + Sy + Q \\ \rho_3^2 - \rho_1^2 &= UX + Vy + W\end{aligned}$$

Posledné dve rovnice vieme vyriešiť ako sústavu lineárnych rovníc pre neznáme x a y [10]:

$$\begin{aligned}x &= -\frac{SA_1 - VA_2}{RV - SU} \\ y &= \frac{RA_1 - UA_2}{RV - SU}\end{aligned}$$

kde:

$$\begin{aligned}A_1 &= \rho_3^2 - \rho_1^2 - W \\ A_2 &= \rho_2^2 - \rho_1^2 - Q\end{aligned}$$

Vyjadrené premenné x, y dosadíme do prvej rovnice a získame [10]:

$$(SA_1 - VA_2)^2 + (RA_1 - UA_2)^2 - \rho_1^2(RV - SU)^2 = 0$$

Táto rovnica závisí len na φ , dĺžkach aktuátorov a rozmeroch mechanizmu. Použijeme substitúcie [10]:

$$\sin\varphi = \frac{2T}{1 + T^2}, \quad \cos\varphi = \frac{1 - T^2}{1 + T^2}$$

a konečne získame polynóm 6. stupňa pre T [10]:

$$C_0 + C_1T + C_2T^2 + C_3T^3 + C_4T^4 + C_5T^5 + C_6T^6 = 0$$

kde koeficienty C_i sú funkciami rozmerov mechanizmu a dĺžok aktuátorov [10].

2.3 Ďalšie postupy a metódy

2.3.1 Newtonova metóda

Už viackrát bola spomínaná nutnosť použitia numerického riešenia pri analýze kinematiky mechanizmov. Jeden z najrozšírenejších postupov riešenia nelineárnych rovníc (aj sústav) je Newtonova metóda [11], ktorú teraz v stručnosti vyložíme. Jedná sa o iteračnú metódu, kde z východzieho odhadu opakovaným výpočtom spresňujeme výsledok až kým nedosiahneme „dostatočne blízkej“ hodnoty, ktorú označíme za približné riešenie. Majme sústavu rovníc:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{0}$$

ktorej riešenie hľadáme. Rovnice tejto sústavy musia byť spojite diferencovateľné, aby ich bolo možné rozvinúť pomocou Taylorovho polynómu v okolí bodu $X^{(0)}$. Ten je počiatočnou aproximáciou, ktorá musí byť zvolená dostatočne blízko presnému

riešeniu X^* . Nahradíme sústavu $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{0}$ sústavou lineárnych rovníc pomocou Taylorovho polynómu [12]:

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{X}^{(0)}) \cdot (x_j - x_j^{(0)}) + f_i(\mathbf{X}^{(0)}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Zavedieme vektor $\Delta^{(0)} = \mathbf{X}^{(1)} - \mathbf{X}^{(0)}$ a upravíme sústavu do tvaru [12]:

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\mathbf{X}^{(0)}) \cdot \delta_j^{(0)} = -f_i(\mathbf{X}^{(0)}), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Vidíme, že sa jedná o sústavu lineárnych rovníc, kde neznámou je vektor $\Delta^{(0)}$, pravou stranou je vektor $-\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(0)})$ a matica má tvar [12]:

$$\mathbf{F}'(\mathbf{X}^{(0)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\mathbf{X}^{(0)}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\mathbf{X}^{(0)}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\mathbf{X}^{(0)}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\mathbf{X}^{(0)}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\mathbf{X}^{(0)}) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\mathbf{X}^{(0)}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\mathbf{X}^{(0)}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\mathbf{X}^{(0)}) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\mathbf{X}^{(0)}) \end{bmatrix}$$

Matica $\mathbf{F}'(\mathbf{X}^{(0)})$ sa nazýva Jacobiho maticou. Ak je regulárna má sústava [12]:

$$\mathbf{F}'(\mathbf{X}^{(0)}) \cdot \Delta^{(0)} = -\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(0)})$$

jedno riešenie a môžeme písať [12]:

$$\mathbf{X}^{(1)} = \mathbf{X}^{(0)} + \Delta^{(0)}$$

Všeobecne píšeme vzťahy pre (k) a $(k+1)$ iteráciu a môžeme formulovať explicitné vyjadrenie vektoru $\mathbf{X}^{(k+1)}$ [12]:

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} - [\mathbf{F}'(\mathbf{X}^{(k)})]^{-1} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(k)})$$

Konvergenciu metódy overujeme pomocou podmienky $\|\Delta^{(k)}\| < \epsilon$, resp. $\|\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(k)})\| < \epsilon$, kde $\epsilon > 0$ je vhodné zvolené „malé“ číslo. Ak je táto podmienka splnená, označíme aproximáciu $\mathbf{X}^{(k+1)}$ za približnú hodnotu riešenia sústavy [12]. Je možné vidieť súvis medzi maticou $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ a maticou väzbových rovníc vektorovej metódy $\mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{q})$ a medzi maticou $\mathbf{F}'(\mathbf{X}^{(k)})$ a maticou \mathbf{J}_z . Skutočne môžeme upraviť odvodené vzťahy Newtonovej metódy a aplikovať ich na rovnice vektorovej metódy. Pre výpočet vektoru závislých súradníc platia vzťahy [9]:

$$\mathbf{z}^{(i+1)} = \mathbf{z}^{(i)} + \Delta \mathbf{z}^{(i)}$$

$$\Delta \mathbf{z}^{(0)} = -\mathbf{J}_z^{-1} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{z}^{(0)}, \mathbf{q})$$

Metódu možno modifikovať pre zlepšenie konvergenencie. Pokiaľ pri výpočte $(i+1)$ iterácie nedošlo k zníženiu chyby splnenia väzbových rovníc, je krok zmenšený na polovicu a do iteračného cyklu sa zavedie ďalší cyklus znižovania kroku [9]:

$$\mathbf{z}^{(i+1)} = \mathbf{z}^{(i)} + \lambda^{(k)} \Delta \mathbf{z}^{(i)}$$

Za veľkú prednosť Newtonovej metódy je dávané to, že konverguje s druhou mocninou v blízkom okolí presného riešenia. Naopak jej nedostatkom je práve problém počiatočného odhadu. Závisí na ňom stabilita metódy ako aj to, že metóda bude konvergovať vždy k riešeniu, ktoré je najbližšie počiatočnému odhadu [11].

2.3.2 Optimalizácia genetickými algoritmi

V praktickej časti práce bola využitá aj optimalizácia pomocou genetických algoritmov. Preto tu bude teraz v stručnosti vysvetlená. Genetické algoritmy myšlienkovy vychádzajú z evolučnej teórie. Hľadanie optimálneho riešenia prebieha s využitím operácií inšpirovaných evolučnými pochodmi. Možné riešenia problému nazývame *fenotypmi*, pričom *genotyp* (alebo *chromozóm*) je súbor dát, z ktorých je fenotyp skonštruovaný. Chromozómy možno rozdeliť na *gény*. Samotné genetické operácie prebiehajú na genotypoch, pričom fenotypy je nutné zostaviť pre vyhodnotenie jeho optimality. Fenotypy sa bežne nazývajú aj *jedincami*, pričom súbor jedincov v jednej *generácii* sa nazýva *populácia*. Priebeh optimalizácie možno popísať v týchto krokoch [13]:

1. Vytvorí sa populácia náhodných chromozómov
2. Prebieha optimalizačný cyklus, až kým nie je dosiahnuté stanovených kritérií:
 - a. Vyhodnotí sa optimalita každého chromozómu
 - i. Zostaví sa fenotyp
 - ii. Vyhodnotí sa schopnosť fenotypu splniť optimalizačné kritéria
 - b. Vytvorí sa nová generácia chromozómov:
 - i. Skopíruje sa niekoľko z najlepších chromozómov (s najlepšou mierou optimality)
 - ii. Použije sa schéma, ktoré vyberie chromozómy zo súčasnej generácie úmerne k ich optimalite
 - iii. Aplikuje sa kríženie na zvolené dvojice chromozómov pre vytvorenie nových dvojíc
 - iv. Aplikuje sa náhodná mutácia na niekoľko chromozómov

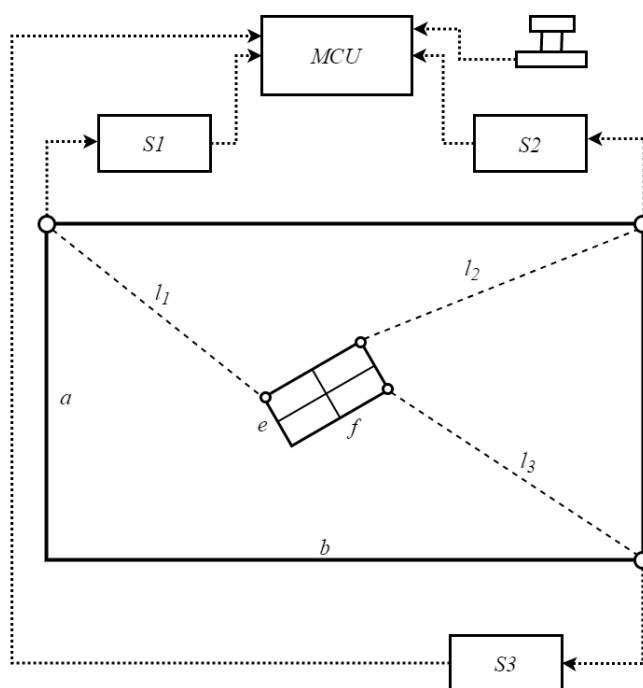
Počiatočná generácia môže byť tvorená čisto náhodnými chromozómami alebo sadou chromozómov predstavujúcich počiatočný odhad. Algoritmus postupne prehľadáva množinu riešení a zlepšuje kvalitu (tzv. fitness) chromozómov, až kým nenájde chromozóm, ktorý dostatočne spĺňa stanovené požiadavky alebo kým sa evolučný proces nespomalí natoľko, že nájdenie vhodnejšieho jedinca je nepravdepodobné. Vyhodnotenie optimality je úlohou „*fitness*“ funkcie. Tá má ako vstupný parameter dáta z jedného chromozómu a vracia hodnotu, ktorá vyjadruje jeho kvalitu. V niektorých prípadoch je zostavenie fitness funkcie jednoduché, napr. v prípade optimalizácie matematickej funkcie, no v iných prípadoch nie je jednoznačný hodnotiaci parameter k dispozícii a je nutné ho zostaviť kombináciou žiadaných vlastností riešenia [13].

3 Riešenie zadania

V úvodných častiach tejto práce som priblížil riešený problém – návrh zariadenia na digitalizáciu výkresov. Predostrel som niekoľko existujúcich riešení a navrhol som vlastné alternatívy, všetky využívajúce analýzu kinematiky daného mechanizmu pre určenie polohy hľadaného bodu. Pre realizáciu som zvolil variantu paralelného mechanizmu a to z nasledujúcich dôvodov: výkresy, ktoré budú potenciálne digitalizované sú často veľkých a neštandardných rozmerov. Tu sa prejavuje výhoda lanového paralelného mechanizmu, kde je veľmi jednoduché meniť veľkosť pracovnej plochy zmenou rozsahu dĺžok lán. Mechanizmus je konštrukčne veľmi jednoduchý, nevyžaduje žiaden masívny rám, teoreticky je možné cievky s lanami ľubovoľne presúvať či sňať z pracovnej plochy a zbaliť do kompaktného balenia.

3.1 Paralelný mechanizmus na digitalizáciu výkresov

Konštrukcia mechanizmu je vo svojej podstate veľmi jednoduchá. Na doske so stranami a a b , slúžiacej ako podklad sa pohybuje platforma v tvare obdĺžnika so stranami e a f so zámerným krížom. K nej sú v troch bodoch pripojené lanká vedúce do rohov dosky (obr. 15). Jedná sa teda o uzavretý zložený mechanizmus. Lanká sú súčasťou snímačov polohy, ktorých výstupný signál udáva mieru vytiahnutia lanka, t.j. meranú vzdialenosť. Signál zo snímačov je vedený do mikroprocesora, ktorý signál prevádza na dĺžku v mm . Pokiaľ si užívateľ želá uložiť polohu určitého bodu, stlačí tlačidlo a mikroprocesor aktuálne dĺžky laniiek uloží do pamäte, prípadne priamo odošle do počítača na ďalšie spracovanie. S pomocou súboru so súradnicami bodov bude možné v počítači vykresliť digitalizovaný tvar. Zásadným pre riešenie tejto úlohy bude teda analýza kinematiky platformy, aby bolo možné určiť polohu stredu platformy a jej natočenie na základe známych dĺžok lán.



Obrázok 15: Schéma digitalizačného mechanizmu

3.2 Lankové snímače polohy

Než bude vyložená samotná analýza kinematiky, stručne ešte osvetlím funkciu lankových snímačov polohy. Tieto snímače merajú dĺžky pomocou ohybného oceľového lanka, navinutého na cievke s vratnou pružinou. Os cievky je spojená s potenciometrom alebo enkodérom. Pri pohybe meraného objektu, ku ktorému je pripevnený koniec lanka sa mení posuvný pohyb na rotačný a na výstupe snímača dochádza k zmene výstupného elektrického signálu [14].



Obrázok 16: Lankový snímač polohy [18]

Model snímača, ktorý použitý v tejto práci je *WPS-2300-MK888-CR-P* od výrobcu *Micro-Epsilon*. V tab. 3 uvádzam jeho parametre.

Tabuľka 3: Parametre snímača *WPS-2300-MK888-CR-P* [15]

Výstup	Potenciometer
Snímací element	Potenciometer
Rozsah	2300 mm
Linearita	$\pm 0,3$ % FSO
Rozlíšenie/Citlivosť	Blížiac sa nekonečnu
Rozsah pracovných teplôt	-20° C až +30° C

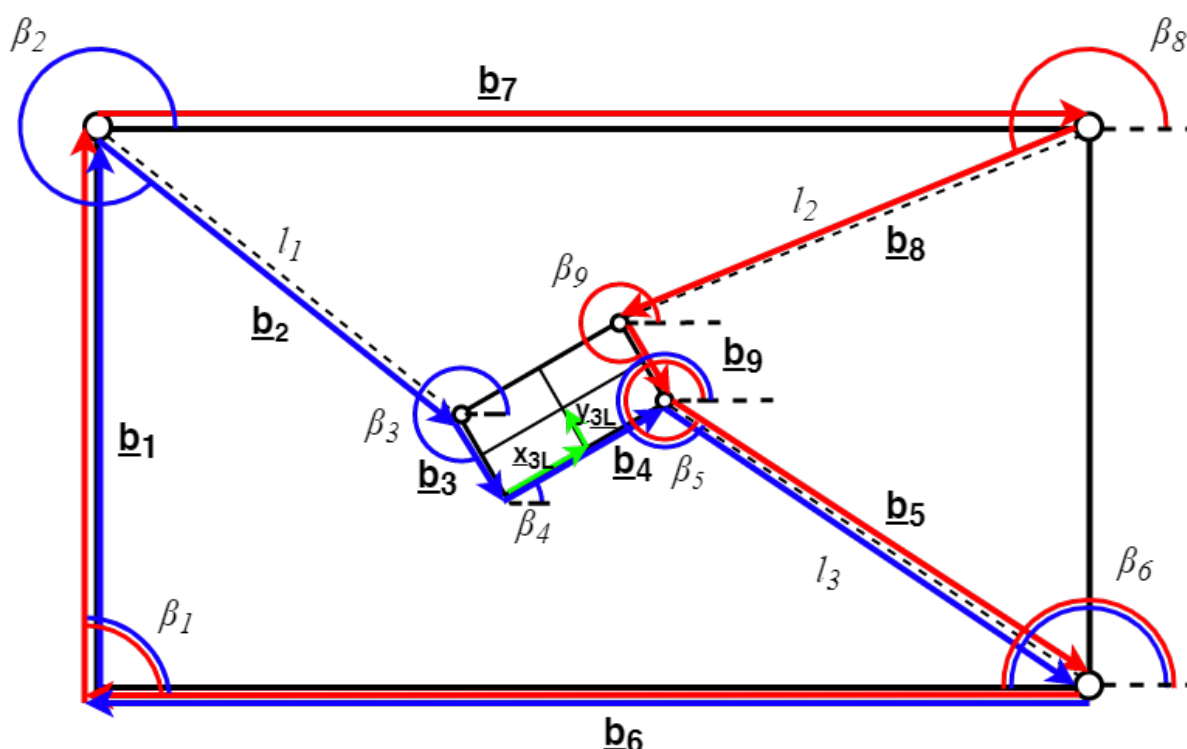
3.3 Analýza kinematiky

V počiatku tvorby tejto práce som vyskúšal viacero metód riešenia kinematiky. Ako prvú som použil trigonometrickú metódu, pomocou ktorej som sa pokúšal nájsť explicitné vyjadrenie závislosti polohy stredu platformy a jej natočenia v závislosti na dĺžkach lán. Tohto riešenia sa mi však nepodarilo doceliť. Rozborom geometrie som získal veľké množstvo nelineárnych rovníc, z ktorých nebolo možné získať explicitné vyjadrenie. Ani riešenie pri použití symbolického riešenia pomocou softvéru MATLAB nevedlo k použiteľným výsledkom. Tento výsledok zodpovedá tvrdeniam z teoretickej časti práce, kde bolo spomenuté, že trigonometrická metóda je použiteľná len pre jednoduchšie mechanizmy a pre uzavreté a zložené mechanizmy je získanie explicitného vyjadrenia problematické. Než som sa pre riešenie obrátil k numerickým metódam, pokúsil som sa vyriešiť kinematiku aj pomocou postupu uvádzaného v [10]. Akokoľvek sa postup zdal priamočiary, viedol k veľmi zložitým rovniciam, ktoré som nedokázal ručne dopočítať.

Použitie symbolického riešenia v softvéri MATLAB taktiež neprineslo reálne výsledky.. Preto som sa rozhodol použiť numerickú metódu analýzy kinematiky. V počiatočných fázach som skúšal aj maticovú metódu, ale čo nakoniec rozhodlo o použití vektorovej metódy bol skript KRESIC pre softvér MATLAB. Tento skript bol vytvorený Ústavom mechaniky a mechatroniky FS ČVUT a jedná sa o schopný program, ktorý využíva modifikovanú Newtonovu metódu pre výpočet priebehu závislých súradníc mechanizmu. Vstupmi sú priebehy nezávislých súradníc a väzbové rovnice uzavretých vektorových mnohoúhelníkov. Tento skript som modifikoval pre potreby tejto práce a doplnil ďalšími skriptami použitými pri výpočtoch.

3.3.1 Analýza kinematiky vektorovou metódou

Základom správneho riešenia je vhodne načrtnutý obrázok mechanizmu, v ktorom sú dobre viditeľné všetky jeho súčasti (obr. 17).



Obrázok 17: Schéma pre výpočet kinematiky vektorovou metódou

Pre prehľadnosť sú niektoré vektory mierne posunuté, no verím, že ich počiatočný a koncový bod sú zrejmé. Laná modelujem ako posuvné väzby, čo si môžem dovoliť, keďže vďaka navíjacímu mechanizmu v snímačoch ostávajú po celý čas napnuté. Preto ich považujem za dve telesá. Ako prvé som spočítal stupne voľnosti:

$$n = 3 \cdot (8 - 1) - 6 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 3$$

Mechanizmus má tri stupne voľnosti a sú teda potrebné tri nezávislé súradnice pre určenie polohy platformy. Týmito súradnicami sú práve dĺžky lán l_1, l_2 a l_3 . Pre zostavenie vektorových mnohoúhelníkov je potrebné určiť počet slučiek. Tých je:

$$l = 9 - 8 + 1 = 2$$

Pre popis mechanizmu sú teda potrebné dve vektorové väzbové rovnice. Oba mnohouholníky sú vyznačené v obr. 18 a ich rovnice sú:

$$s_1: \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3 + \mathbf{b}_4 + \mathbf{b}_5 + \mathbf{b}_6 = \mathbf{0}$$

$$s_2: \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_7 + \mathbf{b}_8 + \mathbf{b}_9 + \mathbf{b}_5 + \mathbf{b}_6 = \mathbf{0}$$

Tieto rovnice rozpíšem do štyroch skalárnych rovníc, ktoré budem následne derivovať. Indexy 1 a 2 odlišujú slučky 1 a 2.

$$x_1: b_1 \cos(\beta_1) + b_2 \cos(\beta_2) + b_3 \cos(\beta_3) + b_4 \cos(\beta_4) + b_5 \cos(\beta_5) + b_6 \cos(\beta_6) = 0$$

$$y_1: b_1 \sin(\beta_1) + b_2 \sin(\beta_2) + b_3 \sin(\beta_3) + b_4 \sin(\beta_4) + b_5 \sin(\beta_5) + b_6 \sin(\beta_6) = 0$$

$$x_2: b_1 \cos(\beta_1) + b_7 \cos(\beta_7) + b_8 \cos(\beta_8) + b_9 \cos(\beta_9) + b_5 \cos(\beta_5) + b_6 \cos(\beta_6) = 0$$

$$y_2: b_1 \sin(\beta_1) + b_7 \sin(\beta_7) + b_8 \sin(\beta_8) + b_9 \sin(\beta_9) + b_5 \sin(\beta_5) + b_6 \sin(\beta_6) = 0$$

Pred vlastným derivovaním je vhodné si určiť, ktoré z dĺžok b_i a uhlov β_i sú nezávislými súradnicami, závislými súradnicami a ktoré sú konštantné.

$$b_1 = a$$

$$\beta_2 = z_1$$

$$b_2 = l_1 = q_1$$

$$\beta_3 = \beta_4 + \frac{3}{2}\pi$$

$$b_3 = e$$

$$\beta_4 = z_2$$

$$b_4 = f$$

$$\beta_5 = z_3$$

$$b_5 = l_3 = q_3$$

$$\beta_6 = \pi$$

$$b_6 = b$$

$$\beta_7 = 0$$

$$b_7 = b$$

$$\beta_8 = z_4$$

$$b_8 = l_2 = q_2$$

$$\beta_9 = \beta_4 + \frac{3}{2}\pi$$

$$b_9 = e$$

$$\beta_1 = \frac{\pi}{2}$$

Závislé a nezávislé súradnice zapíšem ako vektory:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_8 \\ b_5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_8 \end{bmatrix}$$

Je vidieť, že mechanizmus má štyri závislé súradnice, čo zodpovedá teórii, podľa ktorej má sústava 2l závislých súradníc. Znalosť jednotlivých dĺžok b_i a uhlov β_i uľahčí derivovanie, kde budú všetky derivácie konštant nulové. Za povšimnutie stoja vzťahy $\dot{\beta}_3 = \dot{\beta}_4$ a $\dot{\beta}_9 = \dot{\beta}_4$, ktoré využijem pri zápise rovníc do maticového tvaru.

Slučka 1:

$$\dot{x}_1: \dot{b}_1 \cos(\beta_1) - b_1 \sin(\beta_1) \dot{\beta}_1 + \dot{b}_2 \cos(\beta_2) - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 + \dot{b}_3 \cos(\beta_3) - b_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_3$$

$$+ \dot{b}_4 \cos(\beta_4) - b_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4 + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) - b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 + \dot{b}_6 \cos(\beta_6) - b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6 = 0$$

$$\dot{x}_1: \dot{b}_2 \cos(\beta_2) - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 - b_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_3 - b_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4 + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) - b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 = 0$$

$$\dot{y}_1 = \dot{b}_1 \sin(\beta_1) + b_1 \cos(\beta_1) \dot{\beta}_1 + \dot{b}_2 \sin(\beta_2) + b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 + \dot{b}_3 \sin(\beta_3) + b_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3$$

$$+ \dot{b}_4 \sin(\beta_4) + b_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4 + \dot{b}_5 \sin(\beta_5) + b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 + \dot{b}_6 \sin(\beta_6) + b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6 = 0$$

$$\dot{y}_1 = \dot{b}_2 \sin(\beta_2) + b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 + b_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3 + b_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4 + \dot{b}_5 \sin(\beta_5) = 0$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{b}_2 \cos(\beta_2) - \dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 - \left(\dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 + b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 + b_2 \sin(\beta_2) \ddot{\beta}_2 \right) +$$

$$- \left(\dot{b}_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_3 + b_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3^2 + b_3 \sin(\beta_3) \ddot{\beta}_3 \right) +$$

$$- \left(\dot{b}_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4 + b_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 + b_4 \sin(\beta_4) \ddot{\beta}_4 \right) + \ddot{b}_5 \cos(\beta_5) - \dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 +$$

$$- \left(\dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 + b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + b_5 \sin(\beta_5) \ddot{\beta}_5 \right) = 0$$

$$\ddot{x}_1: \ddot{b}_2 \cos(\beta_2) - \dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 - \left(\dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 + b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 + b_2 \sin(\beta_2) \ddot{\beta}_2 \right) +$$

$$- \left(b_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3^2 + b_3 \sin(\beta_3) \ddot{\beta}_3 \right) - \left(b_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 + b_4 \sin(\beta_4) \ddot{\beta}_4 \right) + \ddot{b}_5 \cos(\beta_5) +$$

$$- \dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 - \left(\dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 + b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + b_5 \sin(\beta_5) \ddot{\beta}_5 \right) = 0$$

$$\ddot{y}_1: \ddot{b}_2 \sin(\beta_2) + \dot{b}_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 + \dot{b}_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 - \dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 + b_2 \cos(\beta_2) \ddot{\beta}_2 +$$

$$+ \dot{b}_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3 - \dot{b}_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_3^2 + b_3 \cos(\beta_3) \ddot{\beta}_3 + \dot{b}_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4 - \dot{b}_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4^2$$

$$+ \dot{b}_4 \cos(\beta_4) \ddot{\beta}_4 + \ddot{b}_5 \sin(\beta_5) + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 - \dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5^2$$

$$+ \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \ddot{\beta}_5 = 0$$

$$\ddot{y}_1: \ddot{b}_2 \sin(\beta_2) + \dot{b}_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 + \dot{b}_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 - \dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 + b_2 \cos(\beta_2) \ddot{\beta}_2 +$$

$$+ \dot{b}_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3 + b_3 \cos(\beta_3) \ddot{\beta}_3 - \dot{b}_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 + \dot{b}_4 \cos(\beta_4) \ddot{\beta}_4 + \ddot{b}_5 \sin(\beta_5) +$$

$$+ \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 - \dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \ddot{\beta}_5 = 0$$

Slučka 2:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_2: & \dot{b}_1 \cos(\beta_1) - b_1 \sin(\beta_1) \dot{\beta}_1 + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 + \dot{b}_8 \cos(\beta_8) - b_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8 \\
& + \\
& + \dot{b}_9 \cos(\beta_9) - b_9 \sin(\beta_9) \dot{\beta}_9 + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) - b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 + \dot{b}_6 \cos(\beta_6) - b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6 \\
\dot{x}_2: & \dot{b}_8 \cos(\beta_8) - b_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8 - b_9 \sin(\beta_9) \dot{\beta}_9 + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) - b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 = 0 \\
\dot{y}_2 = & \dot{b}_1 \sin(\beta_1) + b_1 \cos(\beta_1) \dot{\beta}_1 + \dot{b}_7 \sin(\beta_7) + b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 + \dot{b}_8 \sin(\beta_8) \\
& + b_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8 \\
& + \dot{b}_9 \sin(\beta_9) + b_9 \cos(\beta_9) \dot{\beta}_9 + \dot{b}_5 \sin(\beta_5) + b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 + \dot{b}_6 \sin(\beta_6) + b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6 \\
\dot{y}_2 = & \dot{b}_8 \sin(\beta_8) + b_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8 + b_9 \cos(\beta_9) \dot{\beta}_9 + \dot{b}_5 \sin(\beta_5) + b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 = 0 \\
\ddot{x}_2 = & \ddot{b}_8 \cos(\beta_8) - \dot{b}_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8 - \left(\dot{b}_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8 + b_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8^2 + b_8 \sin(\beta_8) \ddot{\beta}_8 \right) + \\
& - \left(\dot{b}_9 \sin(\beta_9) \dot{\beta}_9 + b_9 \cos(\beta_9) \dot{\beta}_9^2 + b_9 \sin(\beta_9) \ddot{\beta}_9 \right) + \\
& \ddot{b}_5 \cos(\beta_5) - \dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 - \left(\dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 + b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + b_5 \sin(\beta_5) \ddot{\beta}_5 \right) = 0 \\
\ddot{x}_2 = & \ddot{b}_8 \cos(\beta_8) - \dot{b}_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8 - \left(\dot{b}_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8 + b_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8^2 + b_8 \sin(\beta_8) \ddot{\beta}_8 \right) + \\
& - \left(b_9 \cos(\beta_9) \dot{\beta}_9^2 + b_9 \sin(\beta_9) \ddot{\beta}_9 \right) + \ddot{b}_5 \cos(\beta_5) - \dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 \\
& - \left(\dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 + b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + b_5 \sin(\beta_5) \ddot{\beta}_5 \right) = 0 \\
\ddot{y}_2: & \ddot{b}_8 \sin(\beta_8) + \dot{b}_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8 + \dot{b}_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8 - \dot{b}_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8^2 + b_8 \cos(\beta_8) \ddot{\beta}_8 + \\
& + \dot{b}_9 \cos(\beta_9) \dot{\beta}_9 - \dot{b}_9 \sin(\beta_9) \dot{\beta}_9^2 + b_9 \cos(\beta_9) \ddot{\beta}_9 + \ddot{b}_5 \sin(\beta_5) + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 \\
& + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 - \dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + b_5 \cos(\beta_5) \ddot{\beta}_5 = 0 \\
\ddot{y}_2: & \ddot{b}_8 \sin(\beta_8) + \dot{b}_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8 + \dot{b}_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8 - \dot{b}_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8^2 + b_8 \cos(\beta_8) \ddot{\beta}_8 \\
& - \dot{b}_9 \sin(\beta_9) \dot{\beta}_9^2 + b_9 \cos(\beta_9) \ddot{\beta}_9 + \ddot{b}_5 \sin(\beta_5) + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 + \\
& - \dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + b_5 \cos(\beta_5) \ddot{\beta}_5 = 0
\end{aligned}$$

Zderivované rovnice zapíšeme do maticového zápisu v tvare:

$$\mathbf{J}_z \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{J}_z \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{J}_q \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{j}_{qz} = \mathbf{0}$$

kde:

$$\mathbf{J}_z = \begin{bmatrix} -b_2 \sin(\beta_2) & -b_3 \sin(\beta_3) - b_4 \sin(\beta_4) & -b_5 \sin(\beta_5) & 0 \\ b_2 \cos(\beta_2) & b_3 \cos(\beta_3) + b_4 \cos(\beta_4) & b_5 \cos(\beta_5) & 0 \\ 0 & -b_9 \sin(\beta_9) & -b_5 \sin(\beta_5) & -b_8 \sin(\beta_8) \\ 0 & b_9 \cos(\beta_9) & b_5 \cos(\beta_5) & b_8 \cos(\beta_8) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} \cos(\beta_2) & 0 & \cos(\beta_5) \\ \sin(\beta_2) & 0 & \sin(\beta_5) \\ 0 & \cos(\beta_8) & \cos(\beta_5) \\ 0 & \sin(\beta_8) & \sin(\beta_5) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{j}_{qz} = \begin{bmatrix} -2\dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 - b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 - b_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_4^2 \\ 2\dot{b}_2 \cos(\beta_2) - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 - b_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_4^2 \\ -2\dot{b}_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8 - b_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8^2 - b_9 \cos(\beta_9) \dot{\beta}_4^2 \\ 2\dot{b}_8 \cos(\beta_8) - b_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8^2 - b_9 \sin(\beta_9) \dot{\beta}_4^2 \\ -b_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 - 2\dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 - b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 \\ -b_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 + 2\dot{b}_5 \cos(\beta_5) - b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 \\ -2\dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 - b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 \\ +2\dot{b}_5 \cos(\beta_5) - b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 \end{bmatrix}$$

Pretože úloha, ktorú riešim je vo svojej podstate statická – nedochádza k zmene polohy v čase, ale hľadám len vždy súradnice zameraného bodu – nie je vektor \mathbf{j}_{qz} pre riešenie potrebný a uvádzam ho len pre úplnosť. Po vyriešení kinematiky budú známe priebehy všetkých vektorov \mathbf{b}_i , na základe ktorých je možné popísať pohyb ľubovoľného bodu v sústave. Pre použitie digitizéra je zaujímavý práve stredový bod L platformy. Zavediem vektory \mathbf{x}_{3L} a \mathbf{y}_{3L} , ktoré majú konštantné dĺžky a ich natočenie je možné určiť už zo známych uhlov β_i . Polohu bodu L potom možno popísať týmito vzťahmi:

$$x_{1L} = b_1 \cos(\beta_1) + b_2 \cos(\beta_2) + b_3 \cos(\beta_3) + x_{3L} \cos(\beta_4) + y_{3L} \cos\left(\beta_4 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y_{1L} = b_1 \sin(\beta_1) + b_2 \sin(\beta_2) + b_3 \sin(\beta_3) + x_{3L} \sin(\beta_4) + y_{3L} \sin\left(\beta_4 + \frac{\pi}{2}\right)$$

kde:

$$x_{3L} = \frac{f}{2}, \quad y_{3L} = \frac{e}{2}$$

Vlastné natočenie platformy, ktoré značím φ je totožné s uhlom β_4 . Týmto je všetko pripravené pre program KRESIC.

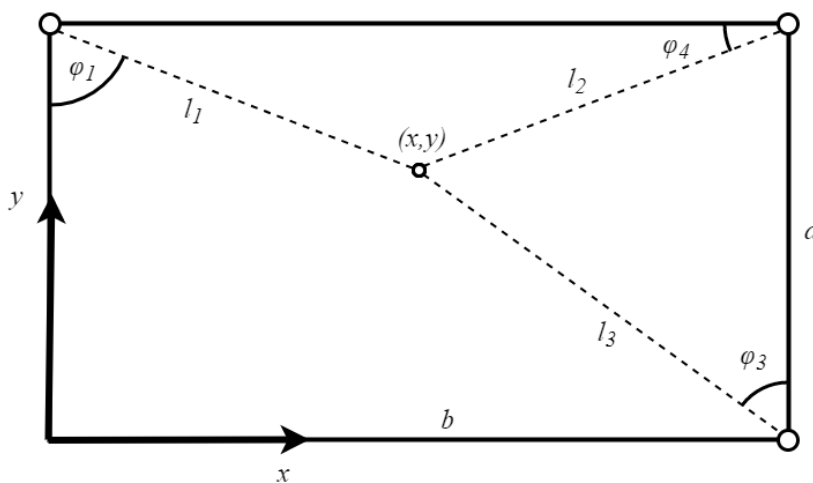
3.4 Skript v softvéri MATLAB

Pre použitie programu KRESIC je potrebné poznať všetky skalárne väzbové rovnice, ako aj matice $\mathbf{J}_z, \mathbf{J}_q$. Všeobecne, pri riešení pohybu je potrebný aj vektor \mathbf{j}_{qz} , no v prípade úlohy riešenej v tejto práci nie je potrebný, pretože sa jedná o statickú úlohu, kde nehľadám priebehy rýchlostí a zrýchlení. Tieto všetky sa zadajú do kódu, ktorý ich ďalej používa vo výpočtoch. Program taktiež potrebuje poznať priebeh nezávislých súradníc a počiatočný odhad závislých súradníc. Pretože úloha, ktorú riešim, je fakticky úlohou statickou, neexistuje tu časový priebeh závislých súradníc ale len ich hodnoty v danej polohe. Pre validáciu výpočtov KRESIC používa množinu polôh (siet') pokrývajúcich rovnomerne celú pracovnú plochu, pričom pre každú polohu existujú tri natočenia φ platformy: 30°, 45°, 60°.

Z týchto údajov sa počítajú dĺžky lán l_1, l_2, l_3 , ktoré sa použijú vo výpočte kinematiky pomocou programu KRESIC. Pri výpočtoch som pracoval s rozmermi $a = 500 \text{ mm}$, $b = 1000 \text{ mm}$, $e = 20 \text{ mm}$, $f = 50 \text{ mm}$ (podľa obr. 15).

3.4.1 Odhad závislých súradníc

Vlastné riešenie kinematiky je založené na Newtonovej metóde, ktorá bola vysvetlená v teoretickej časti práce. Je preto známe, že pre to, aby metóda skonvergovala k správne výsledku je potrebné zadať dostatočne presný počiatkový odhad závislých súradníc. V prípade paralelných mechanizmov je presnosť tohto odhadu obzvlášť významná a to kvôli tomu, že vždy existuje viacero možných polôh mechanizmu pre dané nezávislé súradnice a tieto polohy môžu ležať blízko seba. Pretože závislé súradnice nie je možné spočítať priamym výpočtom len s využitím geometrických vzťahov, zredukoval som platformu na



Obrázok 18: Schéma odhadu závislých súradníc

bod podľa obr. 18. Toto zjednodušenie si môžeme dovoliť, pretože rozmery platformy sú voči celkovým rozmerom mechanizmu malé. Dĺžky lán l_1, l_2, l_3 ostávajú zachované ako aj celkové rozmery. Polohu stredového bodu spočítam pomocou znalosti troch kružníc, ktorých rovnice sú:

$$k_1: x^2 + (y - a)^2 = l_1^2$$

$$k_2: (x - b)^2 + (y - a)^2 = l_2^2$$

$$k_3: (x - b)^2 + y^2 = l_3^2$$

Z prvej rovnice vyjadrím vzťah:

$$(y - a)^2 = l_1^2 - x^2$$

a z tretej rovnice vzťah:

$$(x - b)^2 = l_3^2 - y^2$$

Oba postupne dosadím do druhej rovnice a po jednoduchšej úprave získam vzťah pre x :

$$x = \frac{b^2 + l_1^2 - l_2^2}{2b}$$

a pre y :

$$y = \frac{a^2 + l_3^2 - l_2^2}{2a}$$

Následne je už celkom priamočiare vyjadriť uhly φ_1 , φ_3 a φ_4 pomocou funkcie tangens v pravouhlom trojuholníku:

$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{x}{a-y}\right)$$

$$\varphi_3 = \arctg\left(\frac{b-x}{y}\right)$$

$$\varphi_4 = \arctg\left(\frac{a-y}{b-x}\right)$$

Vzťahy medzi týmito uhlami a závislými súradnicami sú:

$$\beta_2 = \frac{3}{2}\pi + \varphi_1$$

$$\beta_5 = \frac{3}{2}\pi + \varphi_3$$

$$\beta_8 = \pi + \varphi_4$$

Štvrtú závislú súradnicu β_4 nie je možné určiť z tohto odhadu a to preto, že sa jedná o vlastné natočenie platformy, ktorá však pri odhade zanikla. Ako odhad tohto uhla som zvolil $\beta_4 = 45^\circ$, čo je stredná hodnota rozsahu natočenia a pri prevádzke sa platforma bude používať práve v podobnej polohe.

3.4.2 Riešenie pomocou skriptu KRESIC

So znalosťou odhadu závislých súradníc už nič nebráni vlastnému riešeniu kinematiky v programe KRESIC. Skript predá riešiču dĺžky lán, teda nezávislé súradnice a počiatočný odhad závislých súradníc. Pokiaľ sú vektorové mnohoúhelníky zostavené správne a mechanizmus sa nenachádza v singularnej polohe, riešič vykoná niekoľko výpočtových iterácií a vráti polohu stredu platformy a jej natočenie. Tieto hodnoty sú porovnané s počiatočnými hodnotami, z ktorých boli spočítané dĺžky lán a v prípade zhody či odchýlky v rádoch desiatín mm sú prehlásené za správne. Spočiatku predstavovali komplikácie najmä polohy v blízkosti okrajov podložky a polohy, kde riešič skonvergoval k inej blízkej polohe kvôli nevhodnému počiatočnému odhadu. Úpravou rozsahu natočenia a počiatočného odhadu sa mi však podarilo tieto problémy eliminovať a riešič vracal hodnoty prakticky totožné s počiatočnými teoretickými polohami. Všetky súbory so zdrojovým kódom skriptov použitých v tejto práci sú k dispozícii v prílohe.

3.5 Optimalizácia rozmerov platformy

Podľa záverov z predchádzajúcej kapitoly je možné predpokladať, že digitizer by mohol v praxi fungovať. Čo si ale treba uvedomiť je, že rozmery platformy boli mnou zvolené len „pocitovo“, bez akýchkoľvek výpočtov či predpokladov. Funkčnosť som taktiež overil len v konečnom počte určitých bodov, v ktorých sa nemuseli vyskytnúť žiadne singulárne

polohy, v ktorých by mohol mať riešič problém s výpočtom inverznej matice \mathbf{J}_z^{-1} . Preto som sa rozhodol prístup k optimalizácii rozmerov mechanizmu. Optimalizoval som dva typy rozmerov: vlastné rozmery platformy a polohu upevnenia lán na platforme. Cieľom bolo optimalizovať tieto rozmery tak, aby došlo k minimalizácii čísla podmienenosti matice \mathbf{J}_z . Číslo podmienenosti matice je definované ako [15]:

$$k(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

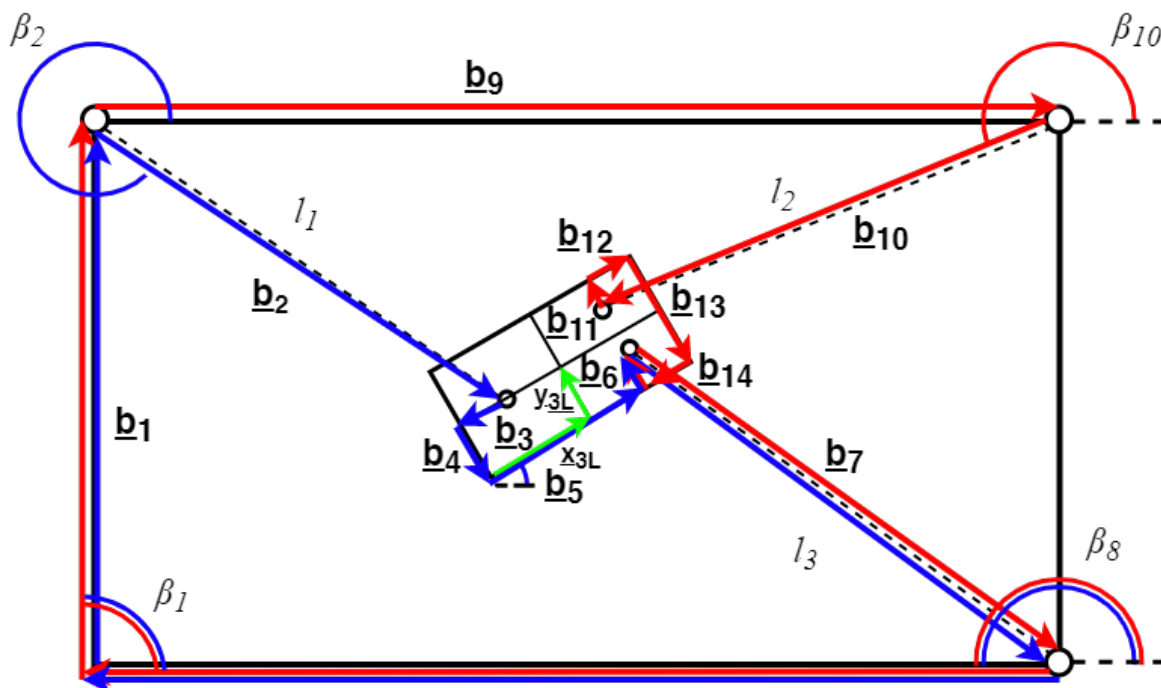
kde $\|\cdot\|$ je norma matice. Číslo popisuje ako veľké chyby spôsobuje matice pri numerických výpočtoch. Najmenšie číslo podmienenosti je 1, majú ho zvyčajne ortogonálne matice, pri veľkom čísle podmienenosti hovoríme, že matice je zle podmienená, t.j. blíži sa singularnej matici [15]. Číslo podmienenosti je teda významné pre výpočet inverznej matice \mathbf{J}_z^{-1} . Pokiaľ bude číslo podmienenosti malé, viem, že nebude problém s numerickým výpočtom a mechanizmus sa nenachádza v žiadnej nepriaznivej polohe. Naopak, pokiaľ bude číslo podmienenosti veľké (rádovo $10^4 - 10^6$ a viac), je zrejmé, že sa mechanizmus nenachádza v priaznivej polohe a môžu nastať problémy s numerickým riešením.

3.5.1 Vektorová metóda pre mechanizmus modifikovaný pre optimalizáciu

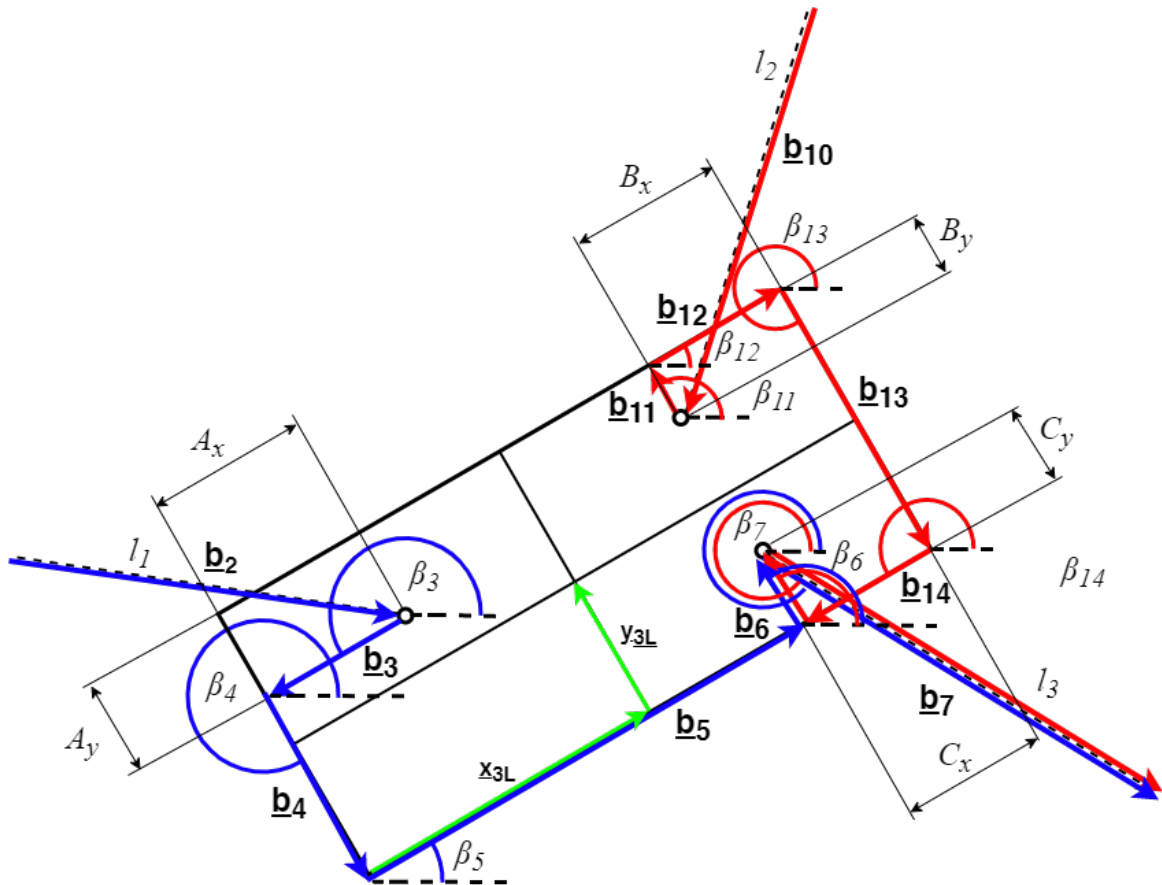
Pre vlastnú optimalizáciu som musel upraviť aj výpočet kinematiky vektorovou metódou. Podľa obr. 20 a 21 je vidieť, že laná už nie sú ukotvené v rohoch platformy ale na jej ploche. Poloha každého z ukotvovacích bodov je určená od okrajov, pre jednotlivé body dĺžkami: $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y$. Tieto vzdialenosti budú spolu s rozmermi platformy e, f optimalizovanými veličinami. Pretože mechanizmus ako taký zostal prakticky zachovaný, nezmenili sa jeho zásadné vlastnosti, ako počet stupňov voľnosti či počet slučiek:

$$n = 3 \cdot (8 - 1) - 6 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 3$$

$$l = 9 - 8 + 1 = 2$$



Obrázok 19: Schéma pre vektorovú metódu optimalizovaného mechanizmu



Obrázok 20: Schéma pre vektorovú metódu optimalizovaného mechanizmu -detail

Vektorové väzbové rovnice sú podľa obr. 20 a obr. 21:

$$s_1: \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3 + \mathbf{b}_4 + \mathbf{b}_5 + \mathbf{b}_6 + \mathbf{b}_7 + \mathbf{b}_8 = \mathbf{0}$$

$$s_2: \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_9 + \mathbf{b}_{10} + \mathbf{b}_{11} + \mathbf{b}_{12} + \mathbf{b}_{13} + \mathbf{b}_6 + \mathbf{b}_7 + \mathbf{b}_8 = \mathbf{0}$$

Rozpíšem ich do štyroch skalárnych väzbových rovníc:

$$x_1: b_1 \cos(\beta_1) + b_2 \cos(\beta_2) + b_3 \cos(\beta_3) + b_4 \cos(\beta_4) + b_5 \cos(\beta_5) + b_6 \cos(\beta_6) + \\ + b_7 \cos(\beta_7) + b_8 \cos(\beta_8) = 0$$

$$y_1: b_1 \sin(\beta_1) + b_2 \sin(\beta_2) + b_3 \sin(\beta_3) + b_4 \sin(\beta_4) + b_5 \sin(\beta_5) + b_6 \sin(\beta_6) + \\ + b_7 \sin(\beta_7) + b_8 \sin(\beta_8)$$

$$x_2: b_1 \cos(\beta_1) + b_9 \cos(\beta_9) + b_{10} \cos(\beta_{10}) + b_{11} \cos(\beta_{11}) + b_{12} \cos(\beta_{12}) + \\ + b_{13} \cos(\beta_{13}) +$$

$$+ b_{14} \cos(\beta_{14}) + b_6 \cos(\beta_6) + b_7 \cos(\beta_7) + b_8 \cos(\beta_8) = 0$$

$$y_1: b_1 \sin(\beta_1) + b_9 \sin(\beta_9) + b_{10} \sin(\beta_{10}) + b_{11} \sin(\beta_{12}) + b_{12} \sin(\beta_{12}) + b_{13} \sin(\beta_{13}) + \\ +$$

$$+ b_{14} \sin(\beta_{14}) + b_6 \sin(\beta_6) + b_7 \sin(\beta_7) + b_8 \sin(\beta_8)$$

Popíšem veľkosti jednotlivých dĺžok b_i a uhlov β_i :

$$\begin{array}{ll}
 b_1 = a & \beta_2 = z_1 \\
 b_2 = l_1 = q_1 & \beta_3 = \beta_5 + \pi \\
 b_3 = Ax & \beta_4 = \beta_5 + \frac{3}{2}\pi \\
 b_4 = e - Ay & \beta_5 = z_2 \\
 b_5 = f - Cx & \beta_6 = \beta_5 + \frac{\pi}{2} \\
 b_6 = Cy & \beta_7 = z_3 \\
 b_7 = l_2 = q_2 & \beta_8 = \pi \\
 b_8 = b & \beta_9 = 0 \\
 b_9 = b & \beta_{10} = z_4 \\
 b_{10} = l_3 = q_3 & \beta_{11} = \beta_5 + \frac{\pi}{2} \\
 b_{11} = By & \beta_{12} = \beta_5 \\
 b_{12} = Bx & \beta_{13} = \beta_5 + \frac{3}{2}\pi \\
 b_{13} = e & \beta_{14} = \beta_5 + \pi \\
 b_{14} = Cx & \\
 \beta_1 = \frac{\pi}{2} &
 \end{array}$$

Závislé a nezávislé súradnice zapísané vo vektorovej podobe:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_{10} \\ b_7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_5 \\ \beta_7 \\ \beta_{10} \end{bmatrix}$$

Jednotlivé rovnice dvakrát zderivujem:

Slučka 1:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1: & \dot{b}_1 \cos(\beta_1) - b_1 \sin(\beta_1) \dot{\beta}_1 + \dot{b}_2 \cos(\beta_2) - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 + \dot{b}_3 \cos(\beta_3) + \\
 & -b_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_3 + \dot{b}_4 \cos(\beta_4) - b_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4 + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) - b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 + \dot{b}_6 \cos(\beta_6) \\
 & - b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6 + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 + \dot{b}_8 \cos(\beta_8) + \\
 & -b_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1: & \dot{b}_2 \cos(\beta_2) - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 - b_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_3 - b_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4 - b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 \\
 & - b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6 + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_1: & b_1 \sin(\beta_1) + b_1 \cos(\beta_1) \dot{\beta}_1 + b_2 \sin(\beta_2) + b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 + b_3 \sin(\beta_3) + \\
 & + b_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3 + b_4 \sin(\beta_4) + b_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4 + b_5 \sin(\beta_5) + b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +b_6 \sin(\beta_6) + +b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6 + b_7 \sin(\beta_7) + b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 + b_8 \sin(\beta_8) + \\
& \quad +b_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8 = 0 \\
\dot{y}_1: & b_2 \sin(\beta_2) + b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 + b_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3 + b_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4 + b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 + \\
& \quad +b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6 + b_7 \sin(\beta_7) + b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 = 0 \\
\ddot{x}_1: & \ddot{b}_2 \cos(\beta_2) - \dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 - \left(\dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 + b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 + b_2 \sin(\beta_2) \ddot{\beta}_2 \right) + \\
& \quad - \left(\dot{b}_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_3 + b_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3^2 + b_3 \sin(\beta_3) \ddot{\beta}_3 \right) + \\
& \quad - \left(\dot{b}_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4 + b_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 + b_4 \sin(\beta_4) \ddot{\beta}_4 \right) + \\
& \quad - \left(\dot{b}_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5 + b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + b_5 \sin(\beta_5) \ddot{\beta}_5 \right) + \\
& \quad - \left(\dot{b}_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6 + b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 + b_6 \sin(\beta_6) \ddot{\beta}_6 \right) + \\
& \quad + \ddot{b}_7 \cos(\beta_7) - \dot{b}_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 - \left(\dot{b}_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 + b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 + b_7 \sin(\beta_7) \ddot{\beta}_7 \right) = 0 \\
\ddot{x}_1: & \ddot{b}_2 \cos(\beta_2) - \dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 - \left(\dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 + b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 + b_2 \sin(\beta_2) \ddot{\beta}_2 \right) + \\
& \quad - \left(b_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3^2 + b_3 \sin(\beta_3) \ddot{\beta}_3 \right) - \left(b_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 + b_4 \sin(\beta_4) \ddot{\beta}_4 \right) + \\
& \quad - \left(b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + b_5 \sin(\beta_5) \ddot{\beta}_5 \right) - \left(b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 + b_6 \sin(\beta_6) \ddot{\beta}_6 \right) + \\
& \quad + \ddot{b}_7 \cos(\beta_7) - \dot{b}_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 - \left(\dot{b}_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 + b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 + b_7 \sin(\beta_7) \ddot{\beta}_7 \right) = 0 \\
\ddot{y}_1: & \ddot{b}_2 \sin(\beta_2) + \dot{b}_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 + \dot{b}_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 + b_2 \cos(\beta_2) \ddot{\beta}_2 + \\
& \quad + \dot{b}_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3 - b_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_3^2 + b_3 \cos(\beta_3) \ddot{\beta}_3 + \\
& \quad + \dot{b}_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4 - b_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 + b_4 \cos(\beta_4) \ddot{\beta}_4 + \\
& \quad + \dot{b}_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5 - b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + b_5 \cos(\beta_5) \ddot{\beta}_5 + \\
& \quad + \dot{b}_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6 - b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 + b_6 \cos(\beta_6) \ddot{\beta}_6 + \\
& \quad + \ddot{b}_7 \sin(\beta_7) + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 + b_7 \cos(\beta_7) \ddot{\beta}_7 = 0 \\
\ddot{y}_1: & \ddot{b}_2 \sin(\beta_2) + \dot{b}_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 + \dot{b}_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 + b_2 \cos(\beta_2) \ddot{\beta}_2 + \\
& \quad - b_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_3^2 + b_3 \cos(\beta_3) \ddot{\beta}_3 + -b_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 + b_4 \cos(\beta_4) \ddot{\beta}_4 + \\
& \quad - b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 + b_5 \cos(\beta_5) \ddot{\beta}_5 + -b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 + b_6 \cos(\beta_6) \ddot{\beta}_6 + \\
& \quad + \ddot{b}_7 \sin(\beta_7) + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 + b_7 \cos(\beta_7) \ddot{\beta}_7 = 0
\end{aligned}$$

Slučka 2:

$$\begin{aligned}
& x_2: \dot{b}_1 \cos(\beta_1) - b_1 \sin(\beta_1) \dot{\beta}_1 + \dot{b}_9 \cos(\beta_9) - b_9 \sin(\beta_9) \dot{\beta}_9 + \dot{b}_{10} \cos(\beta_{10}) + \\
& -b_{10} \sin(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} + \dot{b}_{11} \cos(\beta_{11}) - b_{11} \sin(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11} + \dot{b}_{12} \cos(\beta_{12}) - b_{12} \sin(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12} + \\
& + \dot{b}_{13} \cos(\beta_{13}) - b_{13} \sin(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13} + \dot{b}_{14} \cos(\beta_{14}) - b_{14} \sin(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14} + \dot{b}_6 \cos(\beta_6) + \\
& -b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6 + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 + \dot{b}_8 \cos(\beta_8) - b_8 \sin(\beta_8) \dot{\beta}_8 = 0 \\
& x_2: \dot{b}_{10} \cos(\beta_{10}) - b_{10} \sin(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} - b_{11} \sin(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11} - b_{12} \sin(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12} + \\
& -b_{13} \sin(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13} - b_{14} \sin(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14} - b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6 + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 = 0 \\
& y_2: \dot{b}_1 \sin(\beta_1) + b_1 \cos(\beta_1) \dot{\beta}_1 + \dot{b}_9 \sin(\beta_9) + b_9 \cos(\beta_9) \dot{\beta}_9 + \dot{b}_{10} \sin(\beta_{10}) + \\
& + b_{10} \cos(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} + \dot{b}_{11} \sin(\beta_{11}) + b_{11} \cos(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11} + \dot{b}_{12} \sin(\beta_{12}) + b_{12} \cos(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12} + \\
& + \dot{b}_{13} \sin(\beta_{13}) + b_{13} \cos(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13} + \dot{b}_{14} \sin(\beta_{14}) + b_{14} \cos(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14} + \dot{b}_6 \sin(\beta_6) + \\
& + b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6 + \dot{b}_7 \sin(\beta_7) + b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 + \dot{b}_8 \sin(\beta_8) + b_8 \cos(\beta_8) \dot{\beta}_8 = 0 \\
& y_2: \dot{b}_{10} \sin(\beta_{10}) + b_{10} \cos(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} + b_{11} \cos(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11} + b_{12} \cos(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12} + \\
& + b_{13} \cos(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13} + b_{14} \cos(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14} + b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6 + \dot{b}_7 \sin(\beta_7) + b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 \\
& \quad \ddot{x}_2: \ddot{b}_{10} \cos(\beta_{10}) - \dot{b}_{10} \sin(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} + \\
& \quad -\left(\dot{b}_{10} \sin(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} + b_{10} \cos(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10}^2 + b_{10} \sin(\beta_{10}) \ddot{\beta}_{10}\right) + \\
& \quad -\left(\dot{b}_{11} \sin(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11} + b_{11} \cos(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11}^2 + b_{11} \sin(\beta_{11}) \ddot{\beta}_{11}\right) + \\
& \quad -\left(\dot{b}_{12} \sin(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12} + b_{12} \cos(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12}^2 + b_{12} \sin(\beta_{12}) \ddot{\beta}_{12}\right) + \\
& \quad -\left(\dot{b}_{13} \sin(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13} + b_{13} \cos(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13}^2 + b_{13} \sin(\beta_{13}) \ddot{\beta}_{13}\right) + \\
& \quad -\left(\dot{b}_{14} \sin(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14} + b_{14} \cos(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14}^2 + b_{14} \sin(\beta_{14}) \ddot{\beta}_{14}\right) + \\
& \quad -\left(\dot{b}_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6 + b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 + b_6 \sin(\beta_6) \ddot{\beta}_6\right) + \\
& + \ddot{b}_7 \cos(\beta_7) - \dot{b}_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 - \left(\dot{b}_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 + b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 + b_7 \sin(\beta_7) \ddot{\beta}_7\right) = 0 \\
& \quad \ddot{x}_2: \ddot{b}_{10} \cos(\beta_{10}) - \dot{b}_{10} \sin(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} + \\
& \quad -\left(\dot{b}_{10} \sin(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} + b_{10} \cos(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10}^2 + b_{10} \sin(\beta_{10}) \ddot{\beta}_{10}\right) + \\
& \quad -\left(b_{11} \cos(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11}^2 + b_{11} \sin(\beta_{11}) \ddot{\beta}_{11}\right) + \\
& -\left(b_{12} \cos(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12}^2 + b_{12} \sin(\beta_{12}) \ddot{\beta}_{12}\right) - \left(b_{13} \cos(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13}^2 + b_{13} \sin(\beta_{13}) \ddot{\beta}_{13}\right) + \\
& -\left(b_{14} \cos(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14}^2 + b_{14} \sin(\beta_{14}) \ddot{\beta}_{14}\right) - \left(b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 + b_6 \sin(\beta_6) \ddot{\beta}_6\right) +
\end{aligned}$$

$$+ \ddot{b}_7 \cos(\beta_7) - \dot{b}_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 - \left(\dot{b}_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 + b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 + b_7 \sin(\beta_7) \ddot{\beta}_7 \right) = 0$$

$$\begin{aligned} & \ddot{y}_2: \ddot{b}_{10} \sin(\beta_{10}) + \dot{b}_{10} \cos(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} + \\ & + \dot{b}_{10} \cos(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} - b_{10} \sin(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10}^2 + b_{10} \cos(\beta_{10}) \ddot{\beta}_{10} + \\ & + \dot{b}_{11} \cos(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11} - b_{11} \sin(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11}^2 + b_{11} \cos(\beta_{11}) \ddot{\beta}_{11} + \\ & + \dot{b}_{12} \cos(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12} - b_{12} \sin(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12}^2 + b_{12} \cos(\beta_{12}) \ddot{\beta}_{12} + \\ & + \dot{b}_{13} \cos(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13} - b_{13} \sin(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13}^2 + b_{13} \cos(\beta_{13}) \ddot{\beta}_{13} + \\ & + \dot{b}_{14} \cos(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14} - b_{14} \sin(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14}^2 + b_{14} \cos(\beta_{14}) \ddot{\beta}_{14} + \\ & + \dot{b}_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6 - b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 + b_6 \cos(\beta_6) \ddot{\beta}_6 + \\ & + \ddot{b}_7 \sin(\beta_7) + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 + b_7 \cos(\beta_7) \ddot{\beta}_7 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \ddot{y}_2: \ddot{b}_{10} \sin(\beta_{10}) + \dot{b}_{10} \cos(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} + \\ & + \dot{b}_{10} \cos(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} - b_{10} \sin(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10}^2 + b_{10} \cos(\beta_{10}) \ddot{\beta}_{10} + \\ & - b_{11} \sin(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11}^2 + b_{11} \cos(\beta_{11}) \ddot{\beta}_{11} - b_{12} \sin(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12}^2 + b_{12} \cos(\beta_{12}) \ddot{\beta}_{12} + \\ & - b_{13} \sin(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13}^2 + b_{13} \cos(\beta_{13}) \ddot{\beta}_{13} - b_{14} \sin(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14}^2 + b_{14} \cos(\beta_{14}) \ddot{\beta}_{14} + \\ & - b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 + b_6 \cos(\beta_6) \ddot{\beta}_6 + \end{aligned}$$

$$+ \ddot{b}_7 \sin(\beta_7) + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 + \dot{b}_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 + b_7 \cos(\beta_7) \ddot{\beta}_7 = 0$$

Rovnice zapíšem v tvaroch:

$$\mathbf{J}_z \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{J}_z \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{J}_q \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{j}_{qz} = \mathbf{0}$$

kde:

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} \cos(\beta_2) & 0 & \cos(\beta_7) \\ \sin(\beta_2) & 0 & \sin(\beta_7) \\ 0 & \cos(\beta_{10}) & \cos(\beta_7) \\ 0 & \sin(\beta_{10}) & \sin(\beta_7) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_z = \begin{bmatrix} -b_2 \sin(\beta_2) & -b_3 \sin(\beta_3) - b_4 \sin(\beta_4) - b_5 \sin(\beta_5) - b_6 \sin(\beta_6) \\ b_2 \cos(\beta_2) & b_3 \cos(\beta_3) + b_4 \cos(\beta_4) + b_5 \cos(\beta_5) + b_6 \cos(\beta_6) \\ 0 & -b_3 \sin(\beta_3) - b_4 \sin(\beta_4) - b_5 \sin(\beta_5) - b_6 \sin(\beta_6) \\ 0 & b_3 \cos(\beta_3) + b_4 \cos(\beta_4) + b_5 \cos(\beta_5) + b_6 \cos(\beta_6) \\ -b_7 \sin(\beta_7) & 0 \\ b_7 \cos(\beta_7) & 0 \\ -b_7 \sin(\beta_7) & -b_{10} \sin(\beta_{10}) \\ b_7 \cos(\beta_7) & b_{10} \cos(\beta_{10}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{j}_{\text{qz}} = \begin{bmatrix} -2\dot{b}_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2 - b_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 - b_3 \cos(\beta_3) \dot{\beta}_3^2 - b_4 \cos(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 \\ 2\dot{b}_2 \cos(\beta_2) \dot{\beta}_2 - b_2 \sin(\beta_2) \dot{\beta}_2^2 - b_3 \sin(\beta_3) \dot{\beta}_3^2 - b_4 \sin(\beta_4) \dot{\beta}_4^2 \\ -2\dot{b}_{10} \sin(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} - b_{10} \cos(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10}^2 - b_{11} \cos(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11}^2 - b_{12} \cos(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12}^2 \\ 2\dot{b}_{10} \cos(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10} - b_{10} \sin(\beta_{10}) \dot{\beta}_{10}^2 - b_{11} \sin(\beta_{11}) \dot{\beta}_{11}^2 - b_{12} \sin(\beta_{12}) \dot{\beta}_{12}^2 \\ -b_5 \cos(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 - b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 - 2\dot{b}_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 - b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 \\ -b_5 \sin(\beta_5) \dot{\beta}_5^2 - b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 + 2\dot{b}_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 \\ -b_{13} \cos(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13}^2 - b_{14} \cos(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14}^2 - b_6 \cos(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 - 2\dot{b}_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7 - b_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 \\ -b_{13} \sin(\beta_{13}) \dot{\beta}_{13}^2 - b_{14} \sin(\beta_{14}) \dot{\beta}_{14}^2 - b_6 \sin(\beta_6) \dot{\beta}_6^2 + 2\dot{b}_7 \cos(\beta_7) \dot{\beta}_7 - b_7 \sin(\beta_7) \dot{\beta}_7^2 \end{bmatrix}$$

Polohu stredového bodu popíšem vzťahmi:

$$\begin{aligned} x_{1L} &= b_1 \cos(\beta_1) + b_2 \cos(\beta_2) + b_3 \cos(\beta_3) + b_4 \cos(\beta_4) + x_{3L} \cos(\beta_5) + \\ &\quad + y_{3L} \cos\left(\beta_5 + \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{1L} &= b_1 \sin(\beta_1) + b_2 \sin(\beta_2) + b_3 \sin(\beta_3) + b_4 \sin(\beta_4) + x_{3L} \sin(\beta_5) \\ &\quad + y_{3L} \sin\left(\beta_5 + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Je vidieť, že rovnice sú o niečo obsiahlejšie, ale v zásade nedošlo k väčším zmenám. Ani ďalšie súčasti výpočtu sa veľmi nezmenili. Zachovaný zostal aj odhad závislých súradníc a výpočet teoretických polôh pre určenie dĺžok lán.

3.5.2 Optimalizačné kritérium

Pre optimalizáciu som využil Global Optimization Toolbox, ktorý obsahuje aj funkciu *ga* pre optimalizáciu genetickými algoritmi. Pre použitie tejto funkcie je potrebné si pripraviť vlastnú *fitness* funkciu, ktorú chcem optimalizovať. Ňou je skript, v ktorom prebiehajú všetky výpočty od výpočtu dĺžky lán až po vlastnú vektorovú metódu. Ako vstupné parametre má rozmery $e, f, Ax, Ay, Bx, By, Cx, Cy$, takže každý chromozóm obsahuje týchto 8 rozmerov. Funkcia priebežne ukladá veľkosti čísla podmienenosti matice \mathbf{J}_z a po dokončení výpočtov pre všetky polohy vráti veľkosť optimalizovaného parametra. Ako už však bolo spomínané v teoretickej časti práce, nie vždy je stanovenie optimalizačného kritéria priamočiare a očividné. Genetický algoritmus v MATLAB-e je len jednoparametrický, t.j. dokáže optimalizovať len pre jeden parameter (vstupov ale môže byť ľubovoľné množstvo) je potrebné zostaviť vhodné optimalizačné kritérium. Určite je vhodné do kritéria zahrnúť minimálnu (najlepšiu) hodnotu zo všetkých výsledkov. Zároveň však chcem docieľiť aj určitej rovnomernosti rozloženia parametra, t.j. eliminovať strmé zmeny parametra (podmienenosti). Preto som optimalizačné kritérium formuloval v tvare:

$$c = v_1 \cdot |\max(\mathbf{J}_{zc}) - \min(\mathbf{J}_{zc})| + v_2 \cdot \min(\mathbf{J}_{zc})$$

kde \mathbf{J}_{zc} je matica čísel podmienenosti pre jednotlivé polohy a v_1, v_2 sú váhy, ktorými môžem upravovať vplyv jednotlivých kritérií na celkové výsledné kritérium. Hodnota kritéria c je teda vyjadrením optimality vstupných rozmerov $e, f, Ax, Ay, Bx, By, Cx, Cy$. Pretože vstupy sú na začiatku náhodne generované a následne sa vyvíjajú krížením a mutáciou, nie je možné zaručiť, že všetky ich kombinácie povedú k zostaviteľnému mechanizmu. Pokiaľ

dôjde k takejto situácii, funkcia vyhodnotí hodnotu kritéria c ako nekonečno a tým vyradí takúto kombináciu rozmerov z evolučného procesu.

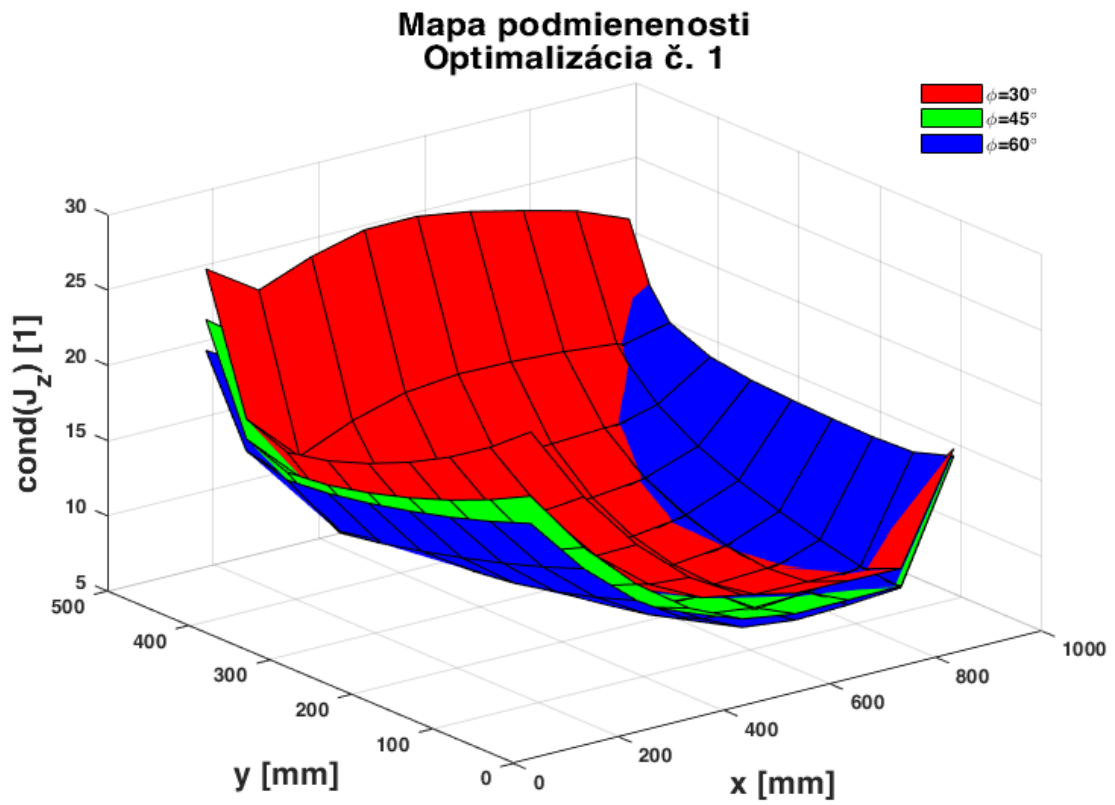
3.5.3 Výsledky

Vlastnú optimalizáciu som kvôli časovej náročnosti vykonal na výpočtových serveroch FS ČVUT. Prvé pokusy boli veľmi pomalé a na výsledky som čakal niekoľko dní. No po úpravách kódu pre zefektívnenie optimalizácie sa proces výrazne zrýchlil a posledné pokusy prebehli za 4-5 hodín. Optimalizáciu som vykonal pre niekoľko rôznych hodnôt váh a ich výsledky tu predkladám zhrnuté v tabuľke 4 s priloženými grafickými výstupmi. Na nich sú vykreslené vždy tri plochy, ktoré znázorňujú rozloženie čísla podmienenosti matice \mathbf{J}_z v rovine pracovnej podložky, jedna plocha pre jedno natočenie platformy: $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ (Obr. 21, 23, 25, 27). Ku každému pokusu je vyobrazený aj mechanizmus vo všeobecnej polohe, čo uľahčuje predstavu o rozmeroch platformy a polohe ukotvení lán (Obr. 22, 24, 26, 28

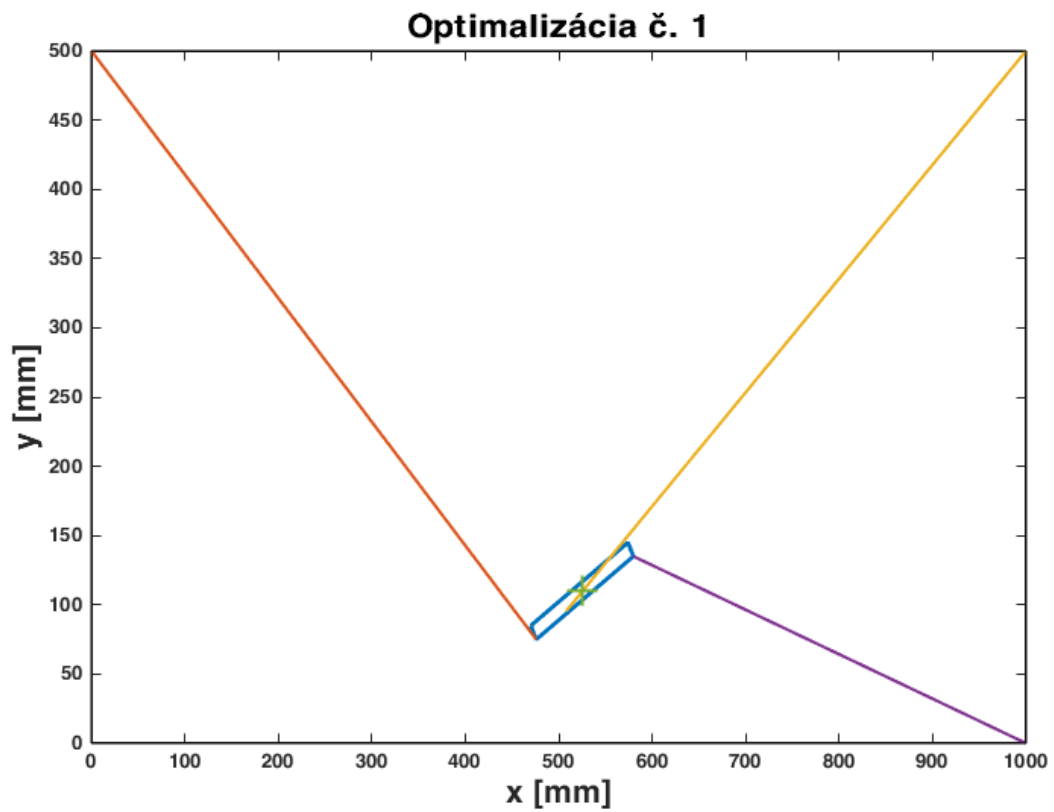
Tabuľka 4: Výsledky optimalizácie

č. optimalizácie	1	2	3	4
v_1 [1]	1	1	0,5	1
v_2 [1]	1	0,5	1	1
e [mm]	11.52	11,51	11,53	12
f [mm]	119.99	119,97	119,99	120
A_x [mm]	0.029	0,0902	0,049	0
A_y [mm]	11.52	11,504	11,53	12
B_x [mm]	81.97	74,56	77,12	77
B_y [mm]	9.78	9,84	10,61	10
C_x [mm]	0.084	9,47	0,037	0
C_y [mm]	0.11	2,19	3,88	2
c [1]	26,204	22,58	16,68	34,059

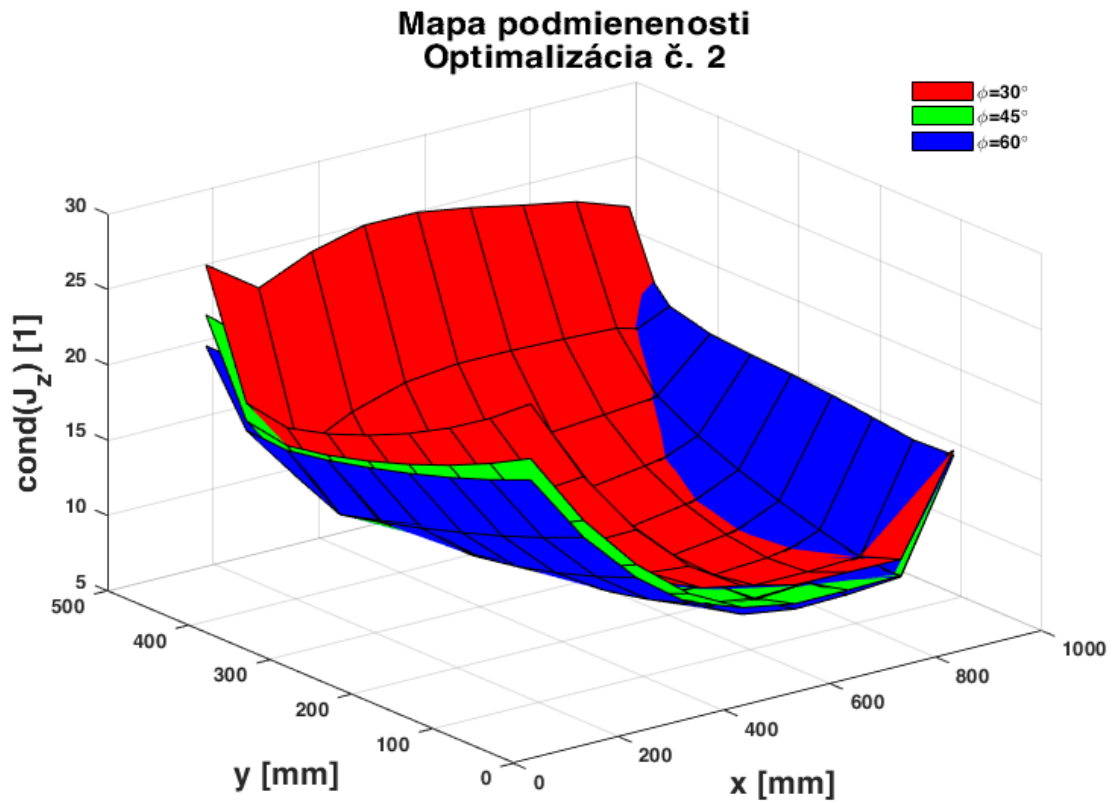
Prvé tri pokusy (1,2 a 3) sa líšia hodnotami váh. Je vidieť, že ich zmena nemá na výsledné rozmery veľký vplyv, mierne rozdiely možno vidieť v rozmeroch C_x a C_y . Na základe týchto výsledkov som zvolil rozmery zaokrúhlené na celé čísla, ktoré by mohli predstavovať reálnu konfiguráciu mechanizmu (pokus č. 4). Toto zaokrúhlenie spôsobilo mierne zvýšenie hodnoty kritéria c , nie však natolko, aby to mohlo mať nepriaznivý vplyv na výpočet.



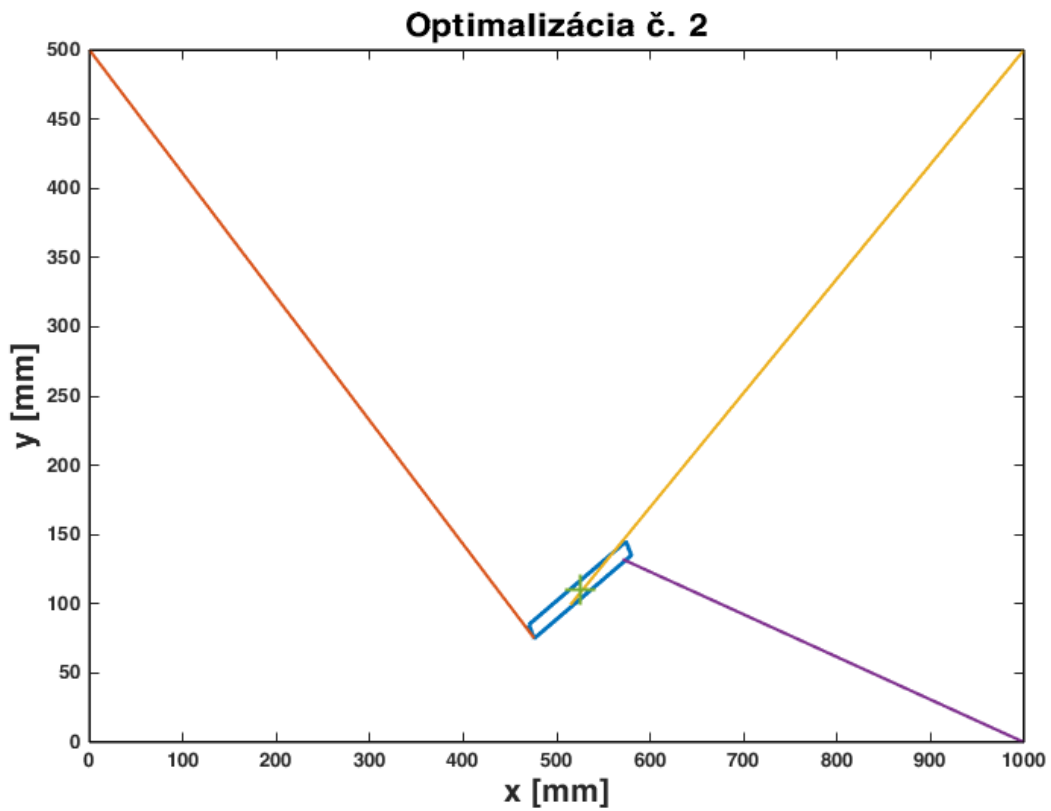
Obrázok 21: Mapa podmienenosti – optimalizácia č. 1



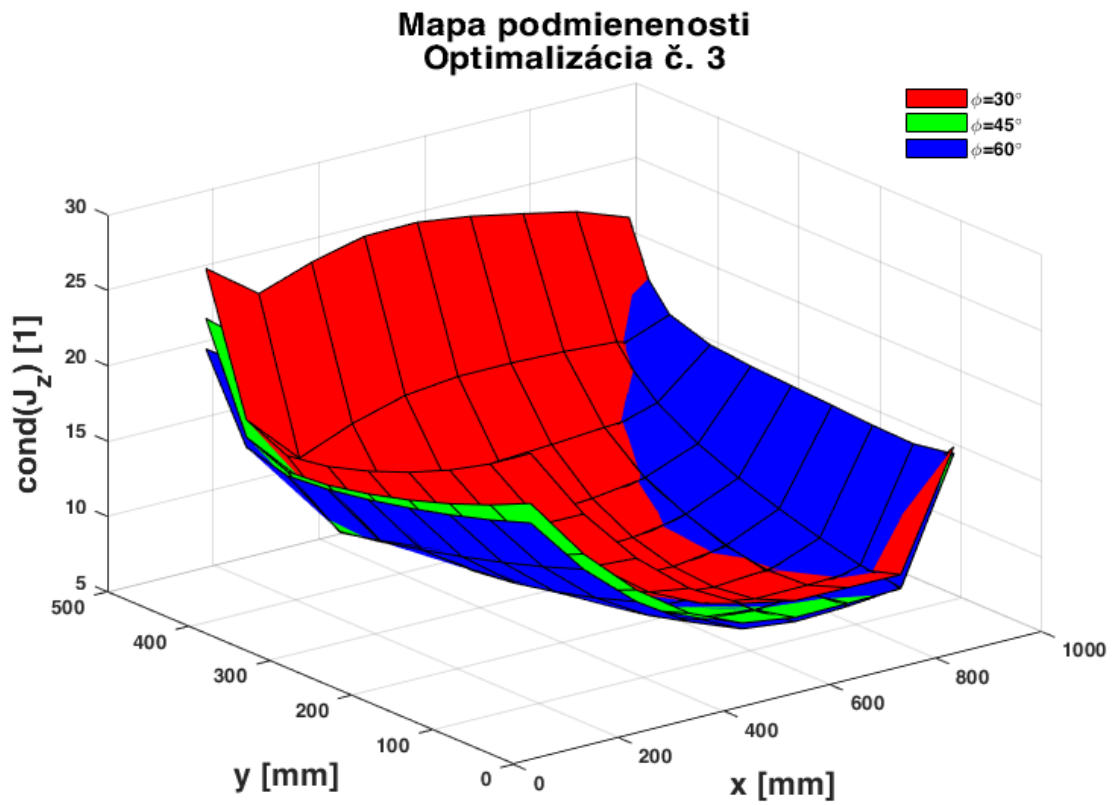
Obrázok 22: Konfigurácia mechanizmu – optimalizácia č. 1



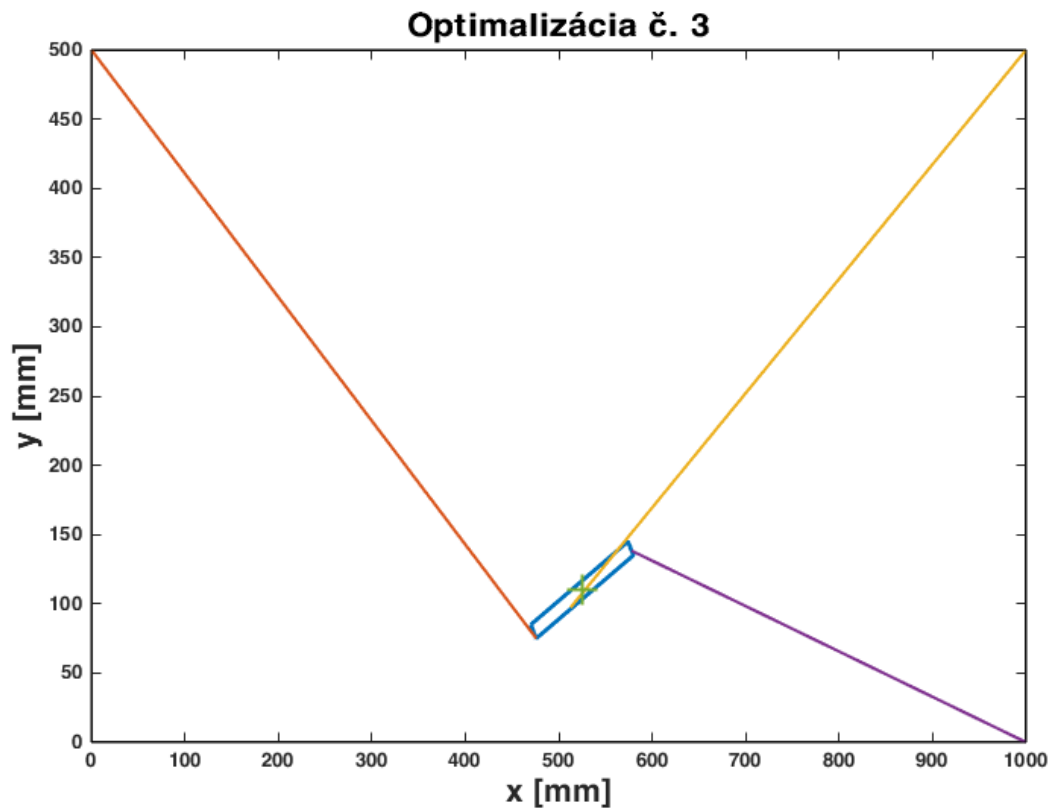
Obrázok 24: Mapa podmienenosti – optimalizácia č. 2



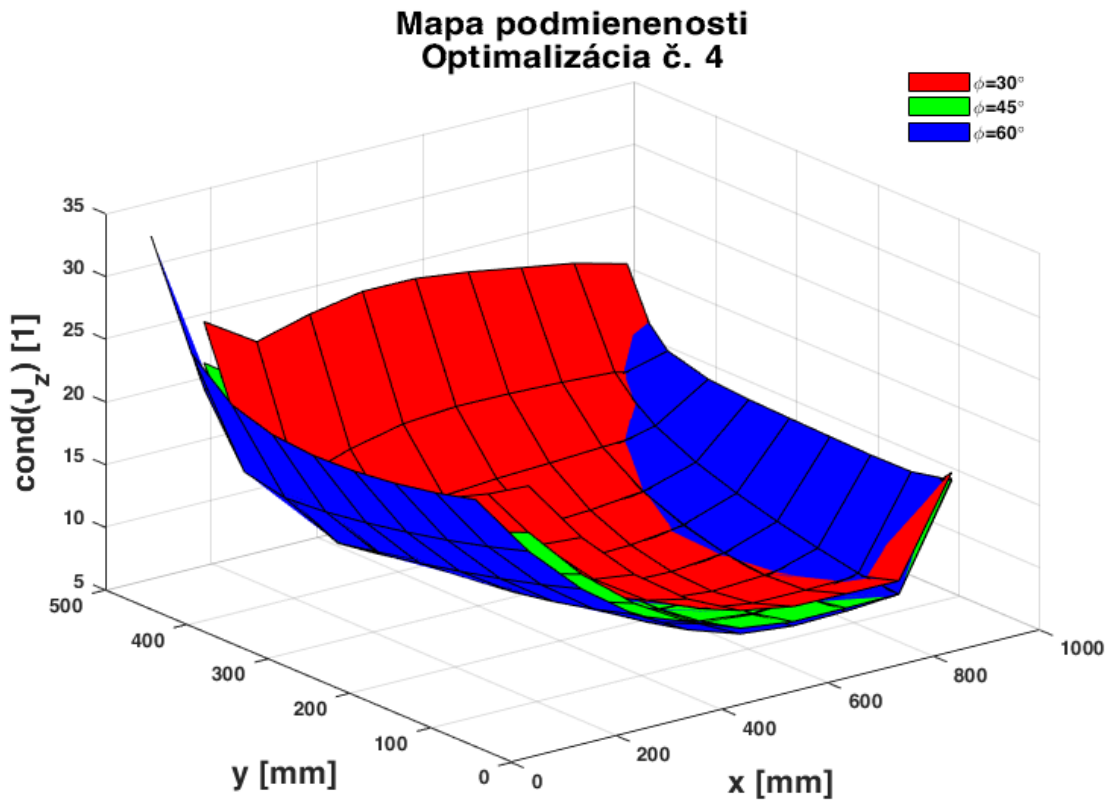
Obrázok 23: Konfigurácia mechanizmu – optimalizácia č. 2



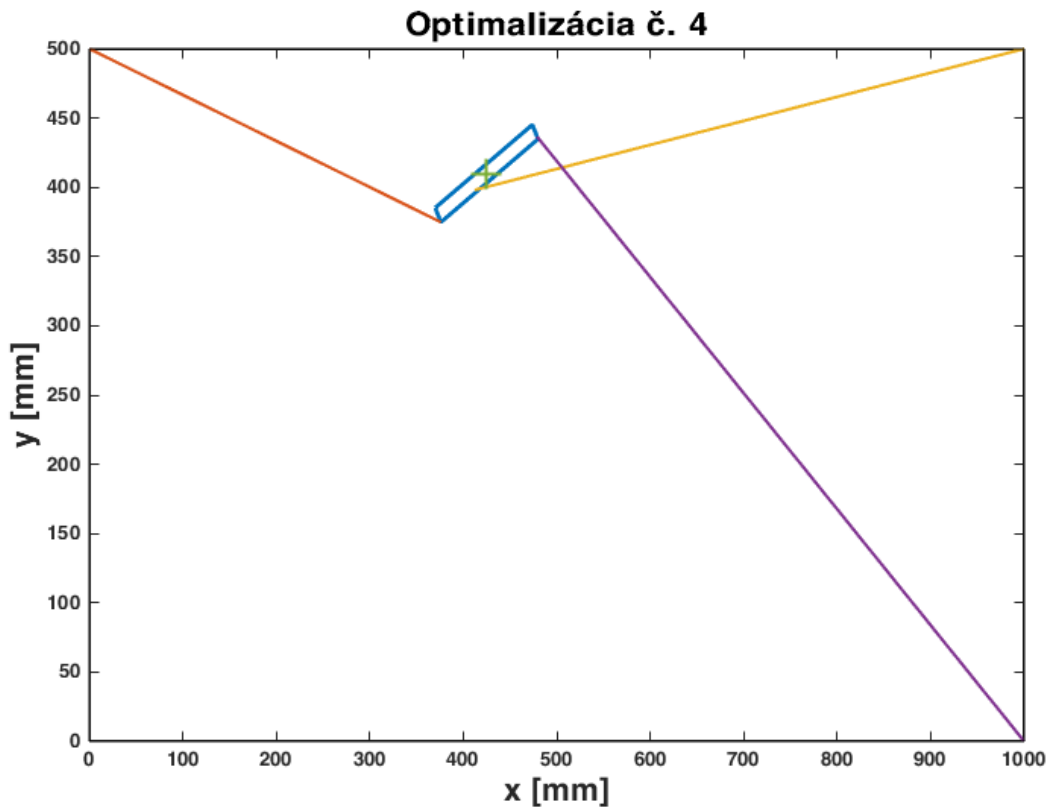
Obrázok 25: Mapa podmienenosti – optimalizácia č. 3:



Obrázok 26: Konfigurácia mechanizmu – optimalizácia č. 3



Obrázok 28: Mapa podmienosti – zaokrúhlené rozmery (pokus č. 4)



Obrázok 27: Konfigurácia mechanizmu – zaokrúhlené rozmery (pokus č. 4)

Za povšimnutie stojí niekoľko podobností medzi výsledkami:

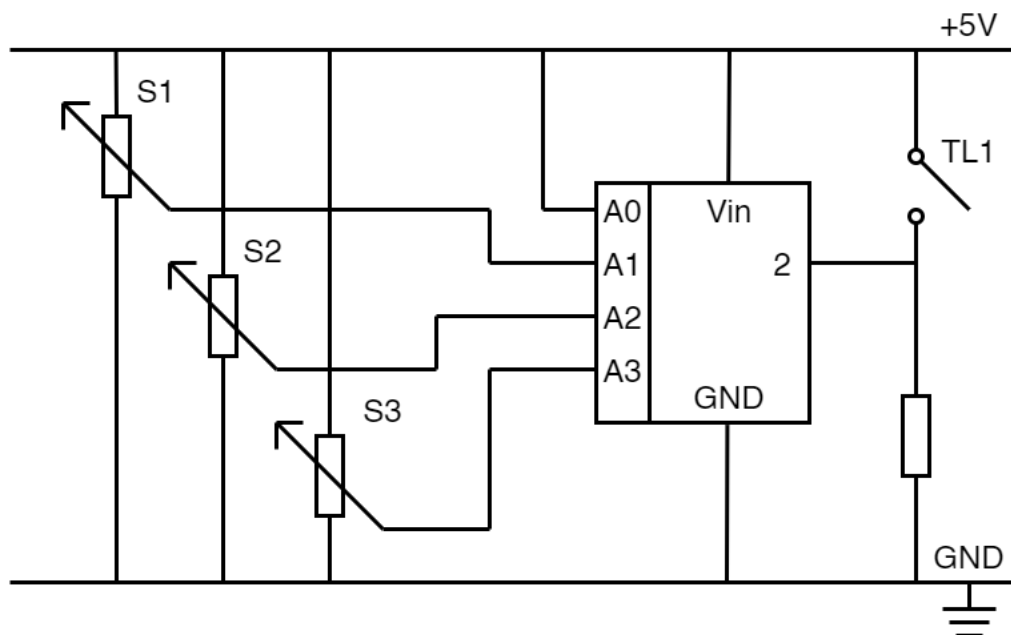
- Mapy podmienenosti jednotlivých optimalizácií sú si tvarovo veľmi podobné, s maximami v krajných polohách.
- Vo väčšine polôh má najmenšie číslo podmienenosti natočenie pod uhlom 60° .
- Ukotvenia lán sú umiestnené tak, aby sa krížili (v niektorých polohách) a tak v čo najväčšej miere eliminovali singulárne polohy, čo sa zhoduje s teóriou [7].

3.6 Hardvérové riešenie

Praktické riešenie digitizéra už bolo načrtnuté v úvode praktickej časti. Snímače polohy sa svojimi výstupmi pripoja k vhodnému mikroprocesoru, ktorý vždy na pokyn (vstup) od užívateľa zaznamená aktuálne dĺžky lán do súboru tak, aby bolo zachované poradie ich zaznamenania. Tieto dáta sa prenesú do počítača, kde budú slúžiť ako hodnoty nezávislých súradníc pre numerické riešenie vektorovou metódou. Výsledky z numerického riešenia bude následne možné vykresliť či exportovať pre ďalšie použitie.

3.6.1 Návrh zapojenia

Na obr. 29 uvádzam príklad možného zapojenia digitizéra. Snímače sú reprezentované potenciometrami S1, S2 a S3. Sú napájané zdrojom napätia 5 V, tak ako aj mikroprocesor. Pre dostupnosť a jednoduchosť som zvolil mikroprocesor Arduino, ktorý na jednej doske plošných spojov obsahuje vlastný mikroprocesor ako aj ďalšie podporné súčasti (vyvedené



Obrázok 29: Návrh zapojenia digitizéra

vstupy a výstupy, USB prevodník a i.). Tretí výstup každého snímača je pripojený do analógového vstupu mikroprocesora A0, A1 a A2. Vlastné napájacie napätie je okrem napájania mikroprocesora zavedené aj do analógového vstupu A3. Všetky analógové vstupy obsahujú analógovo-digitálny prevodník, ktorý prevedie veľkosť napätia do binárnej hodnoty, s ktorou je mikroprocesor schopný ďalej pracovať. Miera vysunutia jednotlivých lán je určená porovnaním napätia na vstupe od daného snímača s referenčným napätím zo zdroja. Pri znalosti maximálnej dĺžky je výpočet triviálny. K mikroprocesoru je taktiež

pripojené tlačidlo TL1, ktoré umožňuje ovládanie digitizéra – záznam polohy, vynulovanie záznamov. Je samozrejme možné takýchto tlačidiel pripojiť viacero, v prípade rozšírenia funkcie či pre užívateľskú prívetivosť.

Záver

V tejto práci bol vyložený postup návrhu alternatívneho digitizéra výkresov. V úvode boli popísané existujúce metódy digitalizácie a navrhnuté možné alternatívy: sériový reťazec, kartézky a paralelný manipulátor. V teoretickej časti boli stručne zhrnuté poznatky použité pri návrhu a výpočtoch. Z navrhnutých alternatív som zvolil paralelný mechanizmus z dôvodov jednoduchej konštrukcie pomocou lanových snímačov, modifikovateľnosti pre rôzne rozmery výkresu a skladnosti. Pre vlastný výpočet kinematiky som vyskúšal niekoľko metód a zvolil som numerické riešenie pomocou vektorovej metódy, pričom výpočet prebieha v softvéri MATLAB. Tieto predbežné výsledky sa ukázali byť uspokojivé, no dá sa predpokladať, že pri umelo zvolených rozmeroch nemusia byť všetky polohy priaznivé a môžu sa vyskytnúť singulárne stavy. Pristúpil som preto k optimalizácii rozmerov platformy a polohy ukotvenia lán na platforme, čo si vyžiadalo modifikáciu vektorových mnohouholníkov. Pre optimalizáciu som použil genetické algoritmy, pričom optimalizačné kritérium je založené na výpočte čísla podmienenosti matice \mathbf{J}_z . Optimalizáciu som vykonal niekoľkokrát, pri zmene váh kritéria. Ich zmena však na výsledky nemala veľký vplyv, z čoho usudzujem, že rozmery stanovené optimalizáciou sa skutočne blížia optimálnym rozmerom. Nakoniec som prezentoval návrh hardvérového riešenia digitizéra s využitím lankových snímačov polohy a mikroprocesora Arduino. Akokoľvek považujem výsledky za priaznivé, musím sa zmieniť o potencionálnych nedostatkoch: Práca prebiehala prakticky celá v návrhovej rovine s využitím teoreticky presných hodnôt, čo malo určite vplyv na výsledky. Pokiaľ by som pracoval s reálnymi hodnotami zo snímačov musel by som brať do úvahy ich neistotu, nepresnosti spôsobené reálnou konštrukciou, v ktorej sú vôle či iné odchýlky ako aj vplyv analógovo-digitálneho prevodníka. Tieto javy môžu spôsobiť odchýlky vo výpočte polohy a vo veľmi nepriaznivom prípade dokonca znemožniť zostavenie vektorových mnohouholníkov. Pri optimalizácii stojí za zmienku fakt, že všetky optimalizačné pokusy prebehli pri umelo stanovených rozmeroch podložky $a = 500 \text{ mm}$ a $b = 1000 \text{ mm}$. Pokiaľ by som chcel využiť plný potenciál digitizéra, teda aj jeho škálovateľnosť na rôzne veľkosti výkresov, bolo by potrebné adresovať aj tento nedostatok a vhodne upraviť optimalizačný proces. Čo sa týka výsledkov optimalizácie, pri všetkých pokusoch bola výsledkom úzka a dlhá platforma. Je na zváženie ako dobre by bol takýto tvar použiteľný pri ovládaní digitizéra. Posledným nedostatkom tejto práce je samotný fakt, že sa mi nepodarilo uskutočniť praktickú realizáciu digitizéra a to kvôli epidemiologickej situácii prebiehajúcej pandémie, ktorá významne obmedzila moje možnosti realizácie praktickej časti práce. Tá síce nebola v zadaní požadovaná, no považoval som ju za zaujímavé a potenciálne obohacujúce zakončenie tejto práce.

Zdroje

- [1] WILSON, David. *How to Modernize Your Paper Engineering Drawings: A White Paper From the Paper to CAD Experts* [online]. : GTX Corporation, [cit. 2020-06-01]. Dostupné z: <http://www.gtx.com/documents/whpaper.pdf>
- [2] Pattern Digitizing 101. *IDigit* [online]. London: iDigit, 2015 [cit. 2020-06-01]. Dostupné z: <https://www.i-digit.co.uk/pattern-digitising-101/>
- [3] NAGESWARA RAO, Posinasetti. *CAD/CAM Principles and application*. 2nd ed. New Delhi: Tata McGraw-Hill, 2004. ISBN 978-0-07-58373-3.
- [4] Logic Trace Digitizing System. *The Logic Group* [online]. Austin, Texas: The Logic Group, [cit. 2020-06-01]. Dostupné z: <http://www.logicgroup.com/LogicTraceCncDxf.html>
- [5] GTCO Calcomp Drawingboard VI. *The Logic Group* [online]. Austin, Texas: The Logic Group, [cit. 2020-06-01]. Dostupné z: <http://www.logicgroup.com/GTCOCalcompDB6DigitizingTablet.html>
- [6] LYNCH, Kevin a PARK Frank. *Modern robotics: mechanics, planning, and control*. 1st ed. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 2017. ISBN 978-1-107-15630-2.
- [7] TAGHIRAD, Hamid. *Parallel robots*. 1st ed. Boca Raton: CRC Press, 2013. ISBN 978-1-4665-5576.
- [8] BRÁT, Vladimír. *Maticové metody v analýze a syntéze prostorových vázaných mechanických systémů*. 1. vyd. Praha: Academia, 1981. ISBN -.
- [9] VALÁŠEK, Michael, BAUMA Václav a ŠIKA Zbyněk. *Mechanika B*. Vyd. 1. Praha: ČVUT, 2004, .
- [10] GOSSELIN, Clément a SEFRIOUI Jaouad. *Polynomial solutions for the direct kinematic problem of planar three-degree-of-freedom parallel manipulators*. Fifth International Conference on Advanced Robotics: Robots in Unstructured Environments. Pisa, 1991, (1124-1129). DOI: 10.1109/ICAR.1991.240405.
- [11] YANG, Chi-fu, ZHENG Shu-tao, JUN Jin, ZHU Si-bin a HAN Jun-wei. *Forward kinematics analysis of parallel manipulator using modified global Newton-Raphson method*. Journal of Central South University of Technology. Berlin: Central South University Press and Springer-Verlag, 2010, (7). DOI: 10.1007/s11771-010-0630-1.

- [12] BENDA, Josef a ČERNÁ Růžena. *Numerická matematika: doplňkové skriptum*. Vyd. 3. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2008. ISBN 978-80-01-04037-9.
- [13] BRÄUNL, Thomas. *Embedded Robotics*. 3rd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2008. ISBN 978-3-540-70533-8.
- [14] Draw-wire sensor. *Micro-Epsilon* [online].: Micro-Epsilon, 2020 [cit. 2020-07-12]. Dostupné z: <https://www.micro-epsilon.com/service/glossar/Seilzugsensor.html>
- [15] HLADÍK, Milan. *Malice: text k přednášce Lineární algebra III*. [online]. [cit. 2020-07-28]. Dostupné z: https://kam.mff.cuni.cz/~hladik/LA3/text_la3.pdf
- [16] MERLET, J.-P. *Direct kinematics of planar parallel manipulators*. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 1996, s. 3744-3749. DOI: 10.1109/ROBOT.1996.509284. ISBN 0-7803-2988-0. ISSN . Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/509284/>
- [17] Draw-wire sensors for integration & OEM. *Micro-Epsilon* [online].: Micro-Epsilon, 2020 [cit. 2020-07-12]. Dostupné z: https://www.micro-epsilon.com/displacement-position-sensors/draw-wire-sensor/MK_Serie/
- [18] WireSENSOR MK88. *Micro-Epsilon* [online].: Micro-Epsilon, [cit. 2020-07-12]. Dostupné z: <https://www.micro-epsilon.com/download/products/cat-wiresensor/dax-wireSENSOR-MK88--en.html>