

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

**Fakulta strojní – Ústav mechaniky, biomechaniky a
mechatroniky**



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**Dynamická simulace pohybu kypřícího
nástroje v půdě**

Ilya Chaban

2019/2020

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval(a) samostatně s použitím literárních pramenů a informací, které cituji a uvádím v seznamu použité literatury a zdrojů informací.

Datum:

.....
podpis

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Chaban** Jméno: **Ilya** Osobní číslo: **466400**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Dynamická simulace pohybu kypřicího nástroje v půdě

Název bakalářské práce anglicky:

Dynamic simulation of the cultivating tool movement in the soil

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s problematikou modelování dynamiky soustav těles, modelováním tření a rázu těles
2. Popište numerické metody použité při simulaci dynamiky soustavy těles s rázu
3. Vytvořte testovací příklad pro modelování dynamiky soustav těles v softwaru Matlab-Simulink a Creo a proveďte srovnání výstupů
4. Sestavte dynamický simulační model kypřicího nástroje v prostředí Matlab-Simulink Simscape a Creo
5. Porovnejte výstupy při průchodu kypřicího nástroje jednoduchým modelem půdy v porovnávaných softwarových nástrojích

Seznam doporučené literatury:

Stejskal, V., Brousil, J. a Stejskal, S.: Mechanika III, Vyd. 2, ČVUT v Praze, 2001.
Huston, R.L.: Multibody Dynamics, Butterworth-Heinemann, 1990.
Brogliato, B.: Impacts in Mechanical Systems: Analysis and Modelling, Springer Berlin Heidelberg, 2008.
Manuál k software Matlab.
Manuál k software Creo.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Zdeněk Neusser, Ph.D., odbor mechaniky a mechatroniky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **30.04.2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **07.08.2020**

Platnost zadání bakalářské práce: _____

Ing. Zdeněk Neusser, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce


doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

22.7.2020
Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Anotace

Jméno autora: Ilya Chaban
Název práce: Dynamická simulace pohybu kypřicího nástroje v půdě
Rok zpracování 2020
Vedoucí diplomové práce Ing. Zdeněk Neusser, Ph.D.
Ústav: 12131 – Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

Anotace

Práce pojednává o simulaci kypřicího nástroje jako soustavu mnohá těles. Součástí práce je rešerše z oblasti simulace soustav mnoha těles a jednotlivých modelu v nichž používanych.

Abstract

This thesis deals with a multi-body simulation of cultivating tool. It also includes a research on simulation methods of multi-body systems and individual models used to simulate this problem.

Obsah

1	Úvod	4
2	Rozbor zadání a popis použitých softwarů	5
2.1	Univerzální kypřič VERSATILL VO_PROFI	5
2.2	Creo	6
2.2.1	Popis PTC Creo	6
2.2.2	Creo Mechanism	6
2.2.3	Výhody Creo s nadstavbou Creo Mechanism	7
2.3	MATLAB s nadstavbou Simscape Multibody	7
2.3.1	Popis MATLABu	7
2.3.2	Popis Simscape Multibody™	7
2.3.3	Blokové programování	8
2.3.4	Výhody systémového modelování v Simscape Multibody™	8
2.4	Další existující software pro dynamické simulace soustav mnoha těles	9
3	Teoretická část	10
3.1	Dynamika soustavy mnoha těles	10
3.1.1	Stupně volnosti	10
3.1.2	Pohybové rovnice	10
3.1.2.1	Metoda uvolňování	11
3.1.2.2	Lagrangeovy rovnice II. druhu	11
3.2	Modely tření	12
3.2.1	První model tření	12
3.2.2	Coulombův model tření	12
3.2.3	Streibekův model tření	13
3.2.4	Vazké tření	14
3.2.5	Model rotačního tření použité v prostředí Simulinku	16
3.2.6	Model tření v prostředí Creo Mechanism	17
3.3	Modely kolize pevných těles	18
3.3.1	Pohybové rovnice	18
3.3.2	Fáze komprese a expanze	19
3.3.3	Restituční zákony v normálovém směru	20
3.3.4	Newtonův restituční koeficient	20
3.3.5	Poissonův restituční koeficient	20
3.3.6	Beghin-Boulangerův restituční koeficient	21
3.3.7	Restituční zákony v tangenciálním směru	21
3.3.8	Klasifikace kolizních modelů	21
3.3.9	Newtonova teorie rázu	22
3.3.10	Brachův model rázu	22

3.3.11 Kaneův model rázu	23
3.3.12 Glockerův-Pfeifferův model rázu – první případ	23
3.3.13 Glockerův-Pfeifferův model rázu – druhý případ	24
3.3.14 Wangův-Masonův model rázu	25
3.3.15 Smithův model rázu	25
3.3.16 Model rázu v prostředí Creo Mechanism	26
3.3.17 Model rázu v prostředí MATLAB	27
4 Praktická část	29
4.1 Benchmark	29
4.1.1 Kyvadlo	29
4.1.2 Tření	33
4.1.3 Ráz	35
4.2 Simulovaný děj	37
4.3 Model v Creo Mechanism	39
4.3.1 Rotační vazba	39
4.3.2 Pevná vazba	39
4.3.3 Kontakt	40
4.3.4 Simulace	40
4.4 Model v MATLAB Simulink	41
4.4.1 Rotační vazba	41
4.4.2 Pevná vazba	41
4.4.3 Kontakt	41
4.5 Simulace	42
4.6 Použité řešiče	43
4.6.1 CREO Mechanism	43
4.6.2 MATLAB Simscape	43
4.7 Porovnání výsledků	43
5 Závěr	45
Seznam použité literatury a zdrojů	46
Seznam použitého SW	49
Seznam příloh	49

1 Úvod

Jednou z nejdůležitějších operací při zpracování půdy v zemědělství je její kypření. Cílem této operace je zvýšení aerace (přestupu vzduchu) a omezení evaporace (odpařování vláhy). Kypření se nejčastěji provádí kypřiči (do středních a velkých hloubek) či branami (v povrchové vrstvě). V dnešní době se pro zpracování půdy používají výkonné stroje s velkými pracovními záběry, které jsou tažené silnými traktory. Je kladen stále větší důraz na kvalitu zpracování půdy, zejména jeho rovnoměrnost. Abychom toho dosáhli, potřebujeme mít kvalitní stroj, jehož pracovní orgány budou udržovat správnou pracovní hloubku a geometrii. Dodržením těchto parametrů zlepšíme podmínky pro pěstování plodin, ve výsledku budeme mít větší výnosy z jednoho hektaru pole. Snížením tahového odporu nástroje zmenšíme spotřebu paliva traktoru. Cílem návrhu pružinového jištění je co nejdříve vrátit nástroj do pracovní hloubky. Pro simulaci takového děje můžeme použít některé ze softwarů pro dynamické simulace soustav mnoha těles (multibody), jako jsou například MATLAB Simulink a Creo Mechanism. Cílem dané bakalářské práce je zjistit, jak se chová kypřič v půdě po nájezdu na překážku, vymodelovat pracovní orgán v Creo Mechanism a MATLAB Simulink a výsledky porovnat. Po testování daného nástroje v poli se zjistilo, že po nárazu na překážku nástroj začne kmitat. Odtud vzešel požadavek na vytvoření zjednodušeného dynamického modelu pracovního orgánu kypřiče a provedení simulačních analýz při interakci nástroje s překážkou.

2 Rozbor zadání a popis použitých softwarů

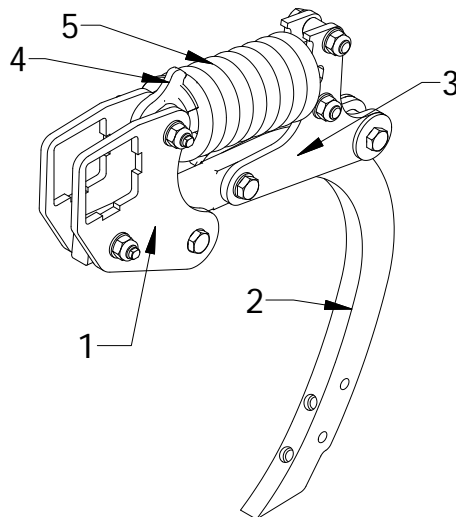
2.1 Univerzální kypříč VERSATILL VO_PROFI

Ve firmě BEDNAR FMT byl vyvinut univerzální kypříč, kterým jsme schopni půdu připravit do hloubky 15 cm např. pro řepku a obiloviny. Dalším požadavkem bylo, aby se jednalo o stroj pro bezorebnou technologii zpracování půdy, který nebude vyťahovat kameny z půdy na povrch. Zkonstruovaný systém zajišťuje odskočení pracovního nástroje pomocí jedné pružiny. Tento systém jištění zabraňuje tomu, aby pracovní orgány vytahovaly zmíněné kameny na povrch půdy.



Obr. 1: Univerzální slupice s horizontálním jištěním Non-Stop jištěním

Na Obr. 2 je ukázán model nově navrženého aktivního jištění (Non-Stop) kypříče půdy. V této práci se budeme zabývat simulací tohoto jištění při práci v těžkých půdních podmínkách. Nástroj je vyroben pro stroj VERSATILL VO_PROFI. Stroj se vyrábí pro traktory, které mají výkon 200 – 350HP. Lze zvolit záběr stroje od 6 do 7,5 metru. Zpracovává půdu v hloubce do 15 cm.



Obr. 2: Non-Stop jištění kypříče

1. Držák, 2. Slupice, 3. Konzola pružiny, 4. Vedení, 5. Pružina.

1. **Držák** - součást, která spojuje všechny členy pohromadě a je nosným elementem konstrukce, který je přivařen k základnímu rámu.
2. **Slupice** - element konstrukce, který nese kypřicí nástroj (dláto nebo radličku).
3. **Konzola pružiny** - prvek konstrukce, jehož geometrie definuje předpětí pružiny
4. **Vedení** - součást, která zabraňuje pružině vyskočit ze sestavy.
5. **Pružina.**

2.2 Creo

2.2.1 Popis PTC Creo

PTC CREO je komplexní CAD systém, který v sobě zahrnuje možnosti modelování dynamických soustav a jejich analýzu v prostředí nadstavby CREO Mechanism, dále obsahuje nadstavbu pro provádění konečně prvkových pevnostních analýz.

2.2.2 Creo Mechanism

Pokud srovnáme prostředí Creo Mechanism s MATLABem Simscape, zjistíme, že jsou mezi nimi diametrální rozdíly, především co se týče uživatelského prostředí a konkrétních metod řešení úlohy. Porovnáme-li Creo s MATLABem z hlediska multibody simulace, zjistíme, že mezi MATLABem a Creo jsou opět velké rozdíly. Začneme tím, že MATLAB nevytváří tělesa, pouze je zobrazuje v grafickém prostředí. Každé těleso uvažuje jako bod s danými parametry, jako jsou hmotnost, souřadnice těžiště a momenty setrvačnosti. Vzhledem k tomu

například nelze definovat kontakty přímým způsobem. Naopak Creo uvažuje každé těleso jako geometrii a na definované kontaktní ploše vytváří síť bodů a kontakt řeší v těchto bodech. Ve výsledku zpracování takové úlohy v CREO může trvat déle než v MATLABu.

2.2.3 Výhody Creo s nadstavbou Creo Mechanism

Hlavní výhodou Creo je spojité uživatelské prostředí. V rámci jednoho CAD prostředí lze vymodelovat model mechanismu a následně ten samý model použít v simulačním prostředí, což šetří práci v průběhu návrhu mechanismu. Pro návrh a úpravy modelu mechanismu není potřeba exportovat soubory pro nahrávání do jiných softwarů. Toto šetří čas a umožňuje zkoumat více variant v kratším časovém úseku před výrobou prototypu. Uživatelsky příjemné prostředí Creo přispívá k rychlejšímu adaptování nového uživatele softwaru.

2.3 MATLAB s nadstavbou Simscape Multibody

2.3.1 Popis MATLABu

MATLAB je inženýrský nástroj, který se ovládá vlastním programovacím jazykem. Umožňuje práci s maticemi, vykreslování 2D a 3D grafů, počítačovou analýzu a prezentaci dat. Původně byl určen pro matematické účely, ale časem byl upraven, byly přidány nové funkce a rozšíření, rozrostl se různými směry a dnes je využitelný v široké paletě aplikací. Jednou z nejdůležitějších částí MATLABu jsou knihovny. Knihovny obsahují příklady, dokumentace, zpracovaný určitý obor numerické matematiky, analytické matematiky, statistiky, systémového přístupu k regulacím a nástroje z dalších oborů, ve kterých nachází MATLAB uplatnění.

2.3.2 Popis Simscape Multibody™

Simscape Multibody™(dříve SimMechanics™) je knihovna, kterou využívá Simulink a jeho funkce k simulaci dynamických systémů. Simscape Multibody je nadstavba MATLABu mladší než MATLAB a je intuitivnější, pro ovládní používá grafické blokové programování, ale pokročilejší funkce nelze provádět bez znalosti jazyku MATLAB. Modely mohou být popsány rovnicemi, nebo mohou být sestavené z bloků reprezentujících prvky reálných systémů. Kromě modelů fyzikálních soustav je možné modelovat také algoritmy řídicích systémů včetně jejich automatického ladění, systémy pro zpracování signálu, komunikaci a zpracování obrazu. Simscape Multibody poskytuje simulační prostředí pro 3D mechanické systémy, jako jsou roboty, odpružení vozidel, stavební zařízení a přistávací zařízení letadel. Systémy mnoha těles lze modelovat pomocí bloků představujících tělesa, klouby, vazby,

silové prvky a senzory. Simscape Multibody formuluje a řeší pohybové rovnice pro komplexní mechanický systém.[9]

Simulink (konkrétně knihovna SimMechanics) poskytuje čtyři možnosti pro analýzu mechanických systémů:

- Dopředná dynamika vypočítá pohyb mechanismu vyplývající ze silových účinků a omezení.
- Inverzní dynamika najde silové účinky potřebné k vytvoření specifikovaného pohybu pro systémy s otevřenou smyčkou.
- Kinematika dělá totéž pro systémy s uzavřenou smyčkou.
- Ořezávání (Trimming) hledá stabilní nebo rovnovážné stavy pohybu systému pomocí příkazu Simscape Multibody trim. Většinou se používá k nalezení rovnovážného bodu pro lineární analýzy..

Pro náš případ použijeme dopřednou dynamiku.

2.3.3 Blokové programování

Blokové programování umožňuje sestavit výpočetní model, aniž by se uživatel musel učit syntaxi. Každý jednotlivý blok může představovat množství matematických operací, které jsou schované uvnitř bloku. Pro správné fungování blok potřebuje vstupní data, která můžeme přivádět buď z jiných bloků, které mají v sobě schované matematické operace, nebo z bloků, které představují konstantní hodnoty.

2.3.4 Výhody systémového modelování v Simscape Multibody™

Hlavní výhodou Simscape Multibody je blokové programování, které je popsáno v předchozí sekci. Jednoduchost sestavení základního schéma je velmi důležitá vlastnost, která umožňuje zkoumat velké množství modifikací stejného návrhu za krátkou dobu.

Je to nejdostupnější software s výbornou podporou a možností psát své vlastní bloky, které lze použít nejenom pro simulace, ale také je zapojit do řídicích cyklů a automatizovaných systémů. Modely SimMechanics lze bez problémů propojit s běžnými Simscape Multibody blokovými diagramy. To umožňuje uživateli navrhnout např. mechanické a řídicí systémy v jednom společném prostředí. Různé režimy analýzy a pokročilé vizualizační nástroje umožňují simulace složitých dynamických systémů [8].

2.4 Další existující software pro dynamické simulace soustav mnoha těles

Na trhu v dnešní době jsou představeny produkty od MSC, ANSYS, Autodesk, 3DS a dalších společností. Hlavní rozdíl mezi těmito softwary spočívá v jejich výpočetním jádru. Výpočetní jádro je sada výpočetních algoritmů, které řeší pohybové rovnice. Do multibody simulace lze zapojit nejenom dynamiku, ale také další fyzikální jevy, např. elektrické, tepelné, aerodynamické. Dále lze v rámci multibody navrhovat a testovat řídicí algoritmy pro řízení mechanického systému. Pro simulace soustavy kypřiče budou použity Simscape Multibody™(MATLAB Simulink) a Creo Mechanism. Naší snahou je vytvořit identické modely, aby bylo možné dané modely porovnat mezi sebou.

3 Teoretická část

3.1 Dynamika soustavy mnoha těles

Mechanika soustav těles se zabývá vyšetřováním pohybu hmotných tvarů (hmotných bodů, soustav hmotných bodů, těles, soustav těles) a silových soustav, které tento pohyb způsobují nebo při něm vznikají [1].

3.1.1 Stupně volnosti

Hmotné těleso v prostoru má šest stupňů volnosti: tři translační a tři rotační. V kinematické soustavě těles lze zavést vazby, které budou omezovat relativní pohyb těles vůči sobě. U daného kinematického modelu je možné určit počet stupňů volnosti pomocí Gruberova vzorce [11]:

$$D = 6M - N - O \quad (1)$$

kde

D ... je celkový počet stupňů volnosti mechanismu,

M ... je počet těles bez rámu (základní pevné těleso),

N ... je počet stupňů volnosti, které odebírají všechny vazby,

O ... je počet předepsaných pohybů.

3.1.2 Pohybové rovnice

Pohybová rovnice je matematicky popsáný dynamický děj, který určuje možné pohyby tělesa v daném prostředí. Tělesem se rozumí například klasické tuhé těleso, případně i soustava těles. Prostředím se míní zejména síly a silová pole působící na těleso a mechanické vazby, které jeho pohyb omezují [14]. Každou soustavu těles lze zjednodušit na soustavu hmotných bodů, a lze na ní proto aplikovat níže uvedená pravidla pro soustavu hmotných bodů [1]. Sestavené rovnice budou fungovat tehdy, když jsou dodrženy podmínky:

1. Všechna tělesa jsou dokonale tuhá.
2. Všechna tělesa jsou vázaná tak, že tvoří soustavu s n stupni volnosti $n = 1, 2, 3, \dots, N$.

V následujících kapitolách budou rozepsány základní metody sestavování pohybových rovnic.

3.1.2.1 Metoda uvolňování

Pro každé uvolněné těleso můžeme napsat Newton-Eulerovy rovnice:

$$m_i \cdot \vec{a}_{S_i} = \sum \vec{F}_i = \sum \vec{F}_i^A + \sum \vec{F}_i^R \quad (2)$$

kde

m_i ... hmotnost tělesa i ,

a_{S_i} ... zrychlení těžiště S tělesa i ,

$\sum \vec{F}_i$... součet vektorů všech sil působících na těleso i ,

$\sum \vec{F}_i^A$... součet vektorů akčních sil působících na těleso i ,

$\sum \vec{F}_i^R$... součet vektorů reakčních sil působících na těleso i .

$$\frac{d\vec{L}_{S_i}}{dt} = \sum \vec{M}_{S_i} = \sum \vec{M}_{S_i}^A + \sum \vec{M}_{S_i}^R \quad (3)$$

kde

$\frac{d\vec{L}_{S_i}}{dt}$... změna momentu hybnosti k bodu S v čase,

$\sum \vec{M}_{S_i}^A$... součet akčních momentů k bodu S působících na těleso i ,

$\sum \vec{M}_{S_i}^R$... součet reakčních momentů k bodu S působících na těleso i .

3.1.2.2 Lagrangeovy rovnice II. druhu

Dalším způsobem sestavování vlastních pohybových rovnic je použití Lagrangeových rovnic. Lagrangeův formalismus (tj. zobecněné souřadnice, zobecněné rychlosti a Lagrangeovy rovnice 2. druhu) byl zaveden proto, abychom nemuseli vyšetřovat rozklady sil a mohli pracovat pouze se skalárními veličinami (kinetická energie). Přesto je ale v Lagrangeových rovnicích druhého druhu pravá strana rovna zobecněné síle, která je definovaná pomocí sil. Tím jsou tedy i Lagrangeovy rovnice stále závislé na působících silách [15]. Lagrangeovy rovnice mají tvar:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_j} + \frac{\partial E_p}{\partial q_j} + \frac{\partial R_d}{\partial \dot{q}_j} = Q_j \quad (4)$$

kde

E_k ... kinetická energie,

E_p ... potenciální energie,

q ... nezávislá souřadnice,

R_d ... Ryleigho disipativní funkce,

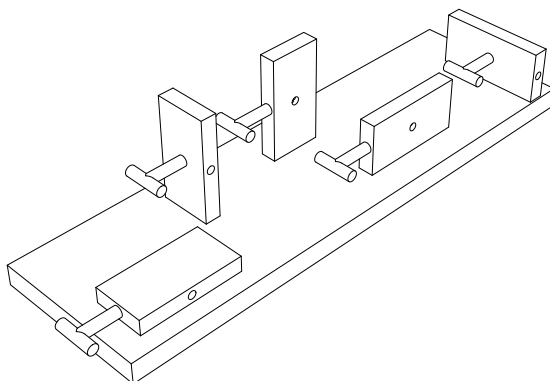
Q_j ... vnější síly.

Pro sestavení vlastních pohybových rovnic je potřeba sestavit rovnici kinetické energie soustavy, která bude závislá pouze na souřadnicích q .

3.2 Modely tření

3.2.1 První model tření

První model tření byl sestaven Leonardem Da Vinci (1452–1519). Da Vinci měřil třecí sílu mezi tělesy na vodorovných a nakloněných površích a hned si všimnul rozdílu mezi valivým a kluzným třením a přízniveho účinku lubrikantů. Další otázkou byl vliv velikosti kontaktní plochy. Ve svém zápisníkům napsal: „Tření vyvolané stejným závažím bude mít na začátku pohybu stejný odpor, i když kontakt může mít různou šířku a délku.“ Da Vinci nejprve představil koeficient tření jako poměr síly tření a normálového zatížení, nicméně předpokládal, že pro hladké povrchy platí: „Každé třecí těleso má odpor tření rovný jedné čtvrtině jeho tíhy“, podle [10].



Obr. 3: Studie Leonarda da Vinciho o síle tření.

3.2.2 Coulombův model tření

Jedním z nejstarších modelů tření je tzv. Coulombův zákon, který rozlišuje dva případy: statické tření (za klidu) a kinematické tření (za pohybu). Velikost třecí síly F_t je u kinematického tření přímo úměrná normálové síle F_n :

$$F_t = \mu \cdot F_N \quad (5)$$

Přímá úměra platí s velmi dobrou přesností pro velký rozsah normálových sil i velký rozsah rychlostí posuvného pohybu po rovině pro různé kombinace stýkajících se materiálů. Také

mezní síla statického tření, která je schopná bránit uvedení tělesa z klidu do posuvného pohybu po rovině, je přímo úměrná normálové síle:

$$F_0 = \mu_0 \cdot F_N \quad (6)$$

kde

μ_0 ... je takzvaný součinitel statického tření.

Velikost tření nezávisí na velikosti stykové plochy, pokud kontaktní tlak nepřekoná jisté meze s ohledem na pevnosti materiálů. Tření za pohybu (přesněji velikost třecí síly u kinematického tření) není závislé na rychlosti. V technické praxi se v daném případě užívá pojem „suché“ tření, protože zákon neplatí pro styk dvou těles promazaných tekutým mazivem nebo pro poddajné povrchy, měnící s pohybem svou povrchovou mikrostrukturu a tím i své třecí vlastnosti [7].

3.2.3 Streibeckův model tření

Streibeckův model tření představuje fundamentální koncept v oblasti tribologie. Uvažuje, že tření mezi mazanými plochami je nelineární funkcí kontaktních sil, viskozity maziva, rychlosti vzájemného pohybu a dalších parametrů. Streibeckova křivka znázorněna na Grafu č.1 a ukazuje závislost součinitele tření na Harseyovu číslu, které reprezentuje bezrozměrný mazací parametr. Harseyovo číslo je definováno jako:

$$Harsey\ number = \frac{\eta \cdot N}{P} \quad (7)$$

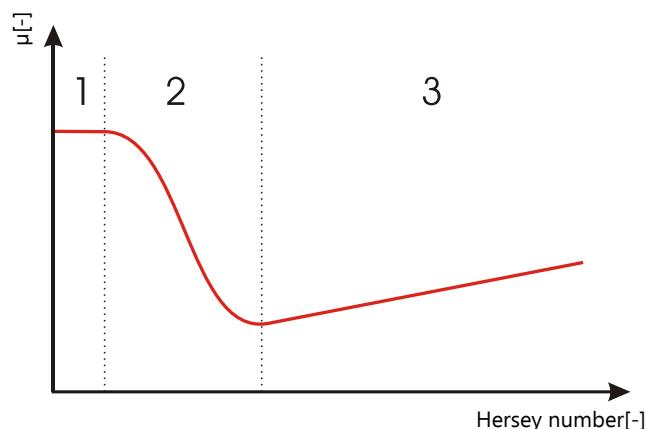
kde

η ... je dynamická viskozita tekutiny,

N ... třecí rychlost,

P ... je měrné normálové zatížení na jednotku délky tribologického kontaktu (např. jednotku délky ložiska).

Originální Harseyův vzorek používá rotační rychlost pro N a zatížení na projekční plochu pro P [6]. V prostředí Simulink Streibeckuv model jednou ze složek výsledné třecí síly, která je definována v příslušném bloku.



Graf 1: Streibeckova křivka

1. mezní mazání, 2. smíšené mazání, 3. hydrodynamické mazání

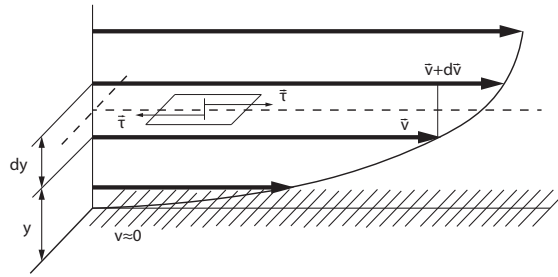
V Grafu č.1 pozorujeme tři oblasti, v každé oblasti je dominantní jeden z následujících případů tření:

1. Mezní mazání: pevné povrchy jsou v přímém kontaktu, tečná síla přenášena hlavně povrchovými nerovnostmi (drsnost), nízká rychlost, vysoké tření.
2. Smíšené mazání: tečná síla je přenášena jak kontakty nerovností tak viskozitou maziva.
3. Hydrodynamické mazání: zanedbatelný kontakt nerovností, zatížení přenášeno hlavně viskozitou maziva.

3.2.4 Vazké tření

Síly, které působí na těleso ve chvíli, kdy dojde k přechodu na vazké tření, lze dopočítat ze vztahů, známých z mechaniky tekutin. Předpoklady [17]:

- Při průtoku kapaliny se nepohybují všechny její částice (molekuly) stejně. Částice, které jsou v blízkosti stěn, se téměř nepohybují a částice vzdálenější od stěny se pohybují rychleji.
- Pro zjednodušení si tedy můžeme představit, že se kapalina skládá z tenkých rovnoběžných vrstviček. Všechny částice jedné vrstvy mají stejnou rychlost a dvě sousední vrstvy se oproti sobě pohybují různou rychlostí.
- Pomalejší vrstvy se snaží brzdit ty rychlejší, to se makroskopicky projevuje jako vnitřní tření v kapalině neboli viskozita.



Obr. 4: Tečné napětí působící mezi vrstvami tekutiny s různou rychlostí.

V případě vazkého tření mluvíme o tzv. tečném napětí, které je definováno následujícím vztahem:

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy} \quad (8)$$

kde

τ ... je tečné napětí,

η ... je dynamická viskozita,

$\frac{dv}{dy}$... je gradient rychlosti.

Na Obr. 5 je uveden příklad dvou desek oddělených filmem kapaliny o šířce x , které se vůči sobě pohybují rychlostí v při styčné ploše S . Odpor vazkého tření F je dán vztahem:

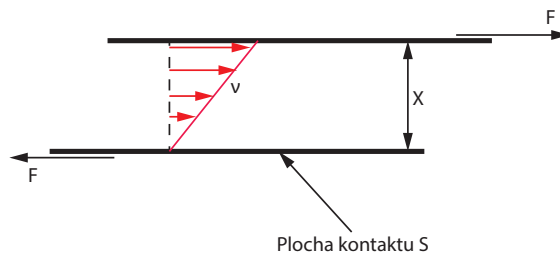
$$F = \eta S \frac{dv}{dx} \quad (9)$$

kde

η ... dynamická viskozita,

S ... styčná plocha,

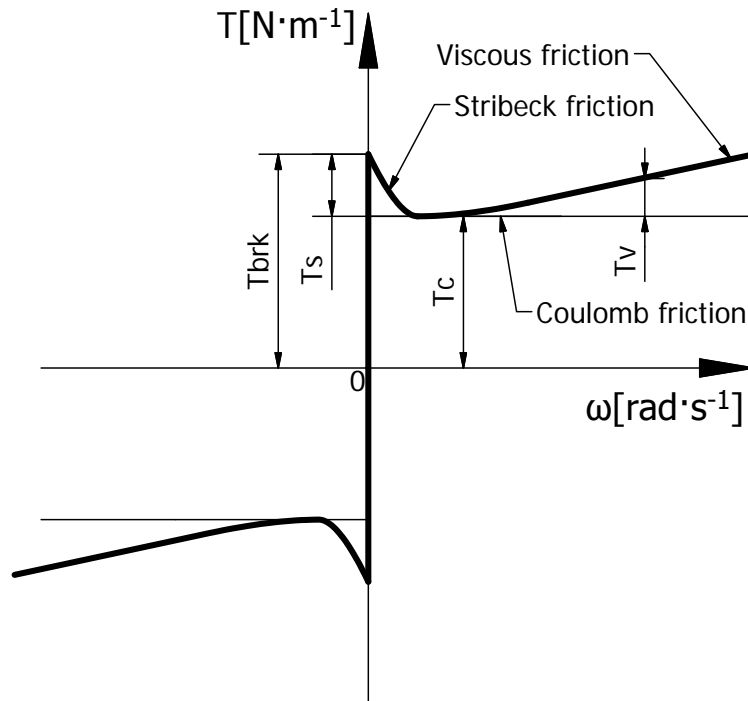
$\frac{dv}{dx}$... je gradient rychlosti.



Obr. 5: Závislost mezi gradientem rychlosti a působící silou.

3.2.5 Model rotačního tření použité v prostředí Simulinku

Model tření v Simulinku pro rotační vazbu je kombinací Streibeckova, Coulombova a vazkého modelu tření. Součet Coulombova a Streibeckova tření při nulové rychlosti je odtrhové tření (breakaway, T_{brk}). Váhy jednotlivých modelů jsou funkcemi úhlové rychlosti a výsledné tření (kroutící moment) je dáno vztahem (10).



Graf 2: Rotační tření v MATLABu

- Streibeckovo tření T_S : se výrazně projevuje v oblasti malých rychlostí, která je na grafu vyznačena jako "Stribeck friction".
- Columbovo tření T_C : se výrazně projevuje v oblasti rychlostí vyšších než u Stribekova tření. Na grafu je vyznačena jako "Coulomb friction".
- Vazké tření T_V : je složka tření, která je přímo úměrná rychlosti. Projevuje se v oblasti vyšších rychlostí. Na grafu je vyznačena jako "Viscous friction".
- Breakaway tření: je součet Coulombova a Streibeckova tření při nulové rychlosti, často je nazýváno třením odtržení T_{brk} . Na grafu je vyznačeno jako " T_{brk} ".

$$T = \sqrt{2}e(T_{brk} - T_C) \cdot \exp\left(-\frac{\omega^2}{\omega_{St}^2}\right) \cdot \frac{\omega}{\omega_{St}} + T_C \cdot \tanh\left(\frac{\omega}{\omega_{Coul}}\right) + f\omega \quad (10)$$

kde

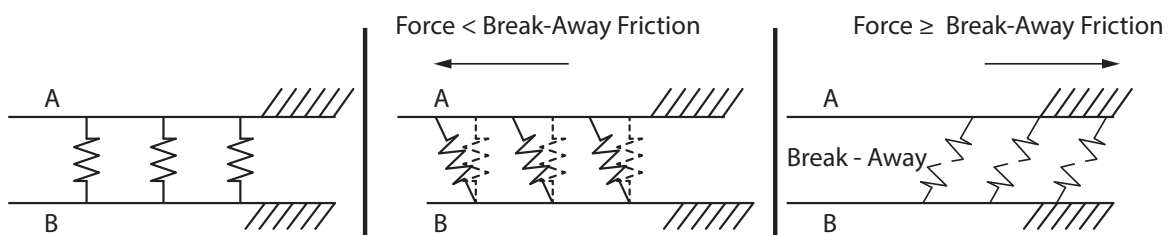
$$\omega_{St} = \omega_{brk} \cdot \sqrt{2}, \omega_{Coul} = \frac{\omega_{brk}}{10}, \omega = \omega_R - \omega_C,$$

T ... třecí kroutící moment,

T_C ... třecí kroutící moment Coulombova tření,

T_{brk} ... třecí krouticí moment breakaway tření,
 ω_{brk} ... uhlová rychlost odtržení,
 ω_{St} ... práh úhlové rychlosti Stribeckova tření,
 ω_{Coul} ... práh úhlové rychlosti Couloumbova tření,
 ω_R, ω_C ... absolutní uhlová rychlost portu R resp. C,
 ω ... relativní uhlová rychlost,
 f ... součinitel vazkého tření.

Pojem breakaway je vysvětlen na Obr. 6. V případě, kdy se těleso nepohybuje, označujeme síly, jež na těleso působí, za síly statického tření. Ve chvíli, kdy na těleso začne působit vnější síla, dojde k deformaci mikroskopických výčnělků na povrchu tělesa a spojení mezi povrchy těles se chová jako pružina. Ve chvíli, kdy dojde k překročení velikosti působící vnější síly vůči hodnotě síly statického tření, dojde k přetržení vazby a tento jev můžeme označit za „utržení tělesa“. Síla, která je k tomu potřebná, se nazývá breakaway síla.



Obr. 6: Break-Away Síla

Blok rotačního tření v Simulinku (viz. Obr.7) má porty R a C. Pozitivní směr bloku je z portu R do portu C. To znamená že jestli port R má rychlost, která je větší než rychlost portu C, blok přenáší krouticí moment z portu R do portu C.



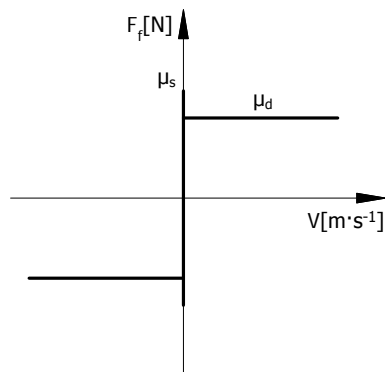
Obr. 7: Blok rotačního tření Simulink.

3.2.6 Model tření v prostředí Creo Mechanism

Model tření v Creo je přizpůsoben pro výpočet v dynamických soustavách těles. Model tření vypadá následujícím způsobem:

$$F_{friction} = \mu \cdot F_N \quad (11)$$

μ může nabývat dvou hodnot: μ_{static} a $\mu_{dynamic}$, přechod mezi hodnotami je realizován skokově. Přechodová charakteristika je znázorněna na Grafu 3 [5].



Graf 3: Tření v Creo Mechanism

V případě našeho mechanismu se bude jednat o rotační tření, tudíž model tření bude mít tvar:

$$\tau_{friction} = \mu N_N \quad (12)$$

kde

$\tau_{friction}$... je třecí moment,

μ ... je součinitel smykového tření,

N_N ... normalová složka síly.

3.3 Modely kolize pevných těles

V této sekci budou představeny některé v praxi používané modely kolize pevných těles.

3.3.1 Pohybové rovnice

Kolize se řeší jako nekonečně krátký děj. Naznačíme obecnou polohu systému v okamžiku t jako $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$. Zavedeme kontakt mezi dvěma tělesy C_1 a C_2 a písmenem R označíme reakční sílu. Zavedeme také směr působení reakční síly. Reakce bude směřovat z C_1 do C_2 , sílu R rozepíšeme jako matici normálových a tečných složek $R = (R_N R_T)^T$. Dynamický systém v tomto případě je dán rovnicí:

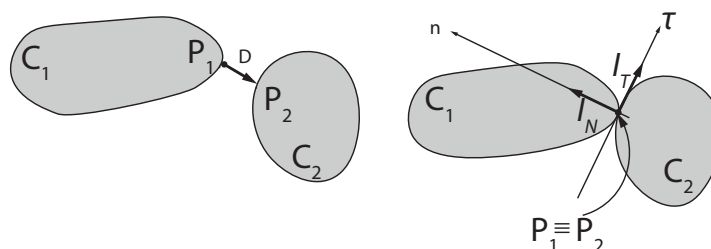
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + r_i \quad (13)$$

kde

T ... je kinetická energie systému,

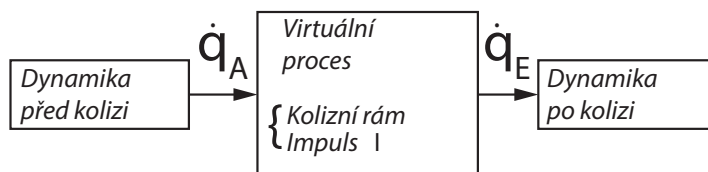
$Q_i \dots$ jsou vnější zobecněné síly,
 $r_i \dots$ je zobecněná reakční síla v místě kontaktu.

Měli bychom respektovat, že r_i je přítomna pouze v případě kontaktu, jinak je nulová. Pokud vezmeme v úvahu pouze rovinnou situaci, máme n neznámých parametrů polohy a dvě reakce v kontaktu R_N a R_T – také neznámé. Pro řešení potřebujeme n rovnic, které získáme z Lagrangeových rovnic, a dále dvě rovnice dané kolizními zákony, které budou zmíněny později. Uvažujme na tělesech C_1 a C_2 kolizní body P_1 a P_2 . Pomocí bodů P_1 a P_2 zavedeme vektor D , který bude představovat relativní posun mezi dvěma tělesy, dále zavedeme vektor \dot{D} , který představuje relativní rychlost, jak je ukázáno na Obr. 8.



Obr. 8: Kolize pevných těles.

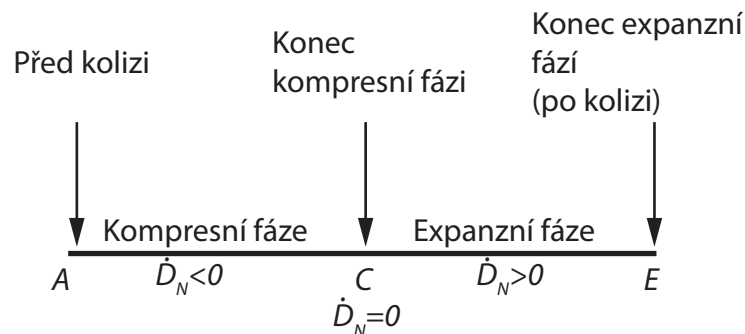
V místě kontaktu definujeme impulsy kolizních sil v normálovém a tangenciálním směru I_N a I_T . Sestavíme kolizní model tím, že spojíme n rovnic, které popisují pohyb systému, se dvěma rovnicemi danými restitučními zákony. K vyřešení problému používáme strategii, která spočívá v tom, že zavedeme tzv. virtuální proces. Tento proces není závislý na čase. Schéma tohoto procesu je znázorněno na Obr. 9.



Obr. 9: Schéma virtuálního procesu.

3.3.2 Fáze komprese a expanze

Abychom popsali některé modely kolize, budeme uvažovat, že změna rychlosti při přechodu ze stavu před kolizí do stavu po ní nastává ve dvou fázích: kompresní fázi a fázi expanze. Virtuální proces bude složen z těchto dvou fází, jak je schématicky znázorněno na Obr. 10.



Obr. 10: Schéma procesu komprese a expanze.

3.3.3 Restituční zákony v normálovém směru

V normálovém směru jsou nejčastěji používanými Newtonovy a Poissonovy restituční zákony. Pro přehlednost budeme také komentovat restituční zákon daný Begin-Boulangérem, protože je založen na jiném principu. Newtonův používá kinematický zákon, Poissonův používá dynamický zákon a Begin-Boulangérem bere v úvahu energii. Každý z těchto zákonů definuje koeficient restituce, použitý v modelech, který ovlivňuje chování po kolizi v normálovém směru. Koeficient restituce daný Newtonem bere v úvahu normálové relativní rychlosti před kolizí a po ní. Koeficient restituce daný Poissonem porovnává normálové impulsy v fázi komprese a expanze. Koeficient restituce daný Begin-Boulangérem porovnává kinetickou energii v fázi komprese a expanze.

3.3.4 Newtonův restituční koeficient

Newtonův restituční koeficient, označený e_n , je definován jako poměr mezi normálovou relativní rychlostí po kolizi (\dot{D}_{NE}) a normálovou relativní rychlostí před kolizí (\dot{D}_{NA}). Můžeme psát:

$$e_n = -\frac{\dot{D}_{NE}}{\dot{D}_{NA}} \quad (14)$$

Tento restituční zákon bere v úvahu pouze kinematiku systému při kolizi.

3.3.5 Poissonův restituční koeficient

Poissonův restituční koeficient, označený e_{np} , je definován jako poměr mezi impulsem normalových sil ve fázi expanzní (I_{NE}) a impulsem v kompresní fázi (I_{NC}).

$$e_{np} = -\frac{I_{NE}}{I_{NC}} \quad (15)$$

Tento restituční koeficient bere v úvahu dynamiku systému ve virtuálním procesu kolize.

3.3.6 Beghin-Boulangerův restituční koeficient

Beghin-Boulangerův restituční koeficient, označený e_b , popisuje ztrátu kinetické energie během kolize. Tento koeficient ukazuje vztah mezi kinetickou energií v expanzní fázi a kinetickou energií v kompresní fázi.

$$e_b^2 = -\frac{T_E - T_C}{T_C - T_A} \quad (16)$$

Tento restituční koeficient popisuje změnu energie během virtuálního procesu kolize.

3.3.7 Restituční zákony v tangenciálním směru

V tangenciálním směru je prvním uvažovaným zákonem případ dokonalé kolize: to nastává, pokud je tangenciální impuls nulový, $I_T = 0$. To je případ, kdy při kolizi nebereme v úvahu tření. Když uvažujeme tření, nejčastěji používaným zákonem je Coulombův zákon. Ve skutečnosti používáme modifikace Coulombova zákona, který je vyjádřen v impulzech (a ne v silách). V tomto případě můžeme psát:

$$\begin{aligned} I_T &\leq \mu I_N \text{ je-li } \dot{D}_T = 0 \\ I_T &= -s\mu I_N \text{ kde } s = \frac{\dot{D}_T}{|\dot{D}_T|} \text{ je-li } \dot{D}_T \neq 0 \end{aligned} \quad (17)$$

3.3.8 Klasifikace kolizních modelů

Z hlediska mechaniky je kolize komplikovaný jev, na který má vliv celá řada faktorů a jehož reálný průběh musíme, pokud možno, jednoduše modelovat. Dle literatury [13] lze rozdělit kolizní modely do 4 skupin.

- První skupina nebere v úvahu kompresní fázi; to znamená, že používáme pouze indexy A a E. Tato skupina také nebere v úvahu momentový okamžik.
- Druhá skupina neuvažuje kompresní fázi (jako první skupina), ale uvažuje impuls momentu.
- Třetí skupina uvažuje kompresní fázi (index C) a expanzní fázi (index E). Tato skupina nebere v úvahu impuls momentu.
- Čtvrtá skupina tvoří nejobecnější případ. Tato skupina uvažuje fázi komprese a expanze a také bere v úvahu moment.

Model	Skupina rovnic	Zákon normálové restituce	Zákon tangenciální restituce
Newton	první	Newton	$I_t = 0$
Brach	druhý	Newton	poměr mezi impulzy
Kane	první	Newton	Coulomb
Glocker-Pfeiffer	třetí	Poisson	Coulomb
Wang-Mason	druhý	Newton	Coulomb
Wang-Mason	třetí	Poisson	Coulomb
Smith	první	Newton	Střední rychlost

Tab. 1: Matematické modely rázu [13].

3.3.9 Newtonova teorie rázu

Pro použití dané teorie Newton zavedl idealizaci doby rázu na nekonečně malou, díky čemuž nedojde ke změně polohy kolidujících těles, ale pouze ke skokové změně rychlosti [13]. Výsledný vztah, který nám dává Newtonova teorie je:

$$\varepsilon = -\frac{v_{k2} - v_{k1}}{v_{20} - v_{10}} \quad (18)$$

kde v_{k2} a v_{k1} jsou rychlosti těles po nárazu, v_{20} a v_{10} jsou rychlosti před nárazem a ε je součinitel restituce. Další vztah, který z toho lze odvodit je:

$$v = \frac{m_1 v_{10} + m_2 v_{k1}}{m_1 + m_2} \quad (19)$$

kde

v ... je společná rychlost těles v okamžiku maximální deformace,
 m_1, m_2 jsou hmoty těles.

3.3.10 Brachův model rázu

Brachův model je založen na rovnicích druhé skupiny modelů. Použitými parametry jsou bezrozměrné poměry mezi fyzikálními veličinami. V normálovém směru model používá koeficient restituce daný Newtonem. V tangenciálním směru používá Brachův koeficient restituce daný poměrem mezi impulzy v tangenciálním a normálovém směru [20]. Tento model zavádí koeficient momentu označený e_m , který je dán vztahem:

$$e_m I_\theta = -(1 + e_m) \bar{J} \dot{D}_{\theta E}, \quad \text{kde } \bar{J} = \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} \quad (20)$$

kde

e_m ... součinitel momentu,

I ... impulz,

J ... moment setrvačnosti,

D ... relativní rychlost.

Restituční zákon v normálovém směru je dán:

$$\dot{D}_{NE} = -e_m \dot{D}_{NA} \quad (21)$$

a v tangenciálním směru:

$$\mu = \frac{I_T}{I_N} \quad (22)$$

3.3.11 Kaneův model rázu

Tento model bere v úvahu koeficient normálové restituce daný Newtonem a bere v úvahu koeficient tření daný Coulombovým zákonem (upraveným) [18]. Použité rovnice jsou z první skupiny. Restituční zákon použitý v normálovém směru je:

$$\dot{D}_{NE} = -e_n \dot{D}_{NA} \quad (23)$$

a v tangenciálním směru je dán:

$$\begin{cases} |I_T| < \mu_0 I_N \Rightarrow \dot{D}_{TE} = 0, \\ I_T = \mu_0 I_N \Rightarrow \dot{D}_{TE} < 0, \\ I_T = -\mu_0 I_N \Rightarrow \dot{D}_{TE} > 0. \end{cases} \quad (24)$$

kde μ_0 je statický koeficient tření a μ je kinetický koeficient tření.

Tento model použil Kane k vyřešení problému s kolizemi dvojitého kyvadla. V některých případech Kane pozoroval u tohoto modelu zvýšení celkové kinetické energie těles po nárazu, což znamená, že pro dané případy nebyl model vhodný. Model je třeba používat obezřetně a pečlivě vyhodnocovat jeho výsledky.

3.3.12 Glockerův-Pfeifferův model rázu – první případ

Tento model používá koeficient restituce daný Poissonem a bere v úvahu virtuální proces kolize, který se skládá ze dvou fází: komprese a expanze. V tangenciálním směru používá Coulombův zákon (upravený). Model Glockera-Pfeiffera bude rozdělen do dvou případů, protože ve fázi expanze máme dvě různé možnosti. První případ je sice speciální případ druhého, nicméně ho oddělíme z důvodu názornosti [19]. V normálovém směru tento model

uvažuje v obou fázích restituční zákon dáný vzorcem:

$$I_{NE} = e_{np} I_{NC} \quad (25)$$

V tangenciálním směru ve fázi komprese uvažuje:

$$\begin{cases} |I_{TC}| < \mu I_{NC} \Rightarrow \dot{D}_{TC} = 0, \\ I_{TC} = +\mu I_{NC} \Rightarrow \dot{D}_{TC} \leq 0, \\ I_{TC} = -\mu I_{NC} \Rightarrow \dot{D}_{TC} \geq 0. \end{cases} \quad (26)$$

Ve fázi expanze používá:

$$\begin{cases} |I_{TE}| < \mu I_{NE} \Rightarrow \dot{D}_{TE} = 0, \\ I_{TE} = +\mu I_{NE} \Rightarrow \dot{D}_{TE} \leq 0, \\ I_{TE} = -\mu I_{NE} \Rightarrow \dot{D}_{TE} \geq 0. \end{cases} \quad (27)$$

3.3.13 Glockerův-Pfeifferův model rázu – druhý případ

Když byl v předchozí části představen Glockerův-Pfeifferův modelu, uvažovali jsme stejný restituční zákon v tangenciálním směru ve fázi expanze a ve fázi komprese, což je patrne ze vztahů 26 a 27. Glocker-Pfeiffer však také navrhl model (jiný), který bere v úvahu to, čemu se říká reverzibilní část tangenciálního impulsu. K tomu může dojít například při analýze fenoménu "Super Ball", diskutovaného v publikacích (Pfeiffer, Glocker a Cataldo). Super Ball je jednoduchá hračka, která projevuje překvapivě komplexní chování. Součástí zábavy Super Ball je výsledek vysokého tření mezi gumou koule a povrchem, od kterého se odráží. Toto tření vytváří momenty na Super Ball, které způsobují to, že Super Ball se roztočí po odrazení. Výměna energie mezi rotačními a translačními formami, ke které dochází při každé kolizi, ztěžuje předvídání chování Super Ball. Zajímavý jev nastává, když Super Ball byl hoden pod stůl. Super Ball bez počáteční rotaci se odrazí od podlahy, v průběhu odrázu energie se vymění na rotační a Super Ball se roztočit. Odrazí proti sopdní straně stolu a začne se točit v opačném směru. Problemem Super Ball je to že modely tření používané v dynamice tradičně mohou pouze zpomalit rotační pohyb. Autoři tento efekt berou v úvahu, a zavedlí přenos impulsní tangenciální charakteristiky o stanovené množství, který označíme $2I_{TS}$. Pro stanovení tohoto množství potřebujeme zavést nové parametry pro tangenciální restitucí [19].

Restituční zákony používané v tangenciálním směru jsou rozděleny do dvou případů a jsou dány:

1. případ: $I_{TC} \geq 0$ a $I_{TS} \geq 0$

$$\begin{cases} -\mu I_{NE} + 2I_{TS} < I_{TE} < \mu I_{NE} \Rightarrow \dot{D}_{TE} = 0 \\ I_{TE} = \mu I_{NE} \Rightarrow \dot{D}_{TE} \leq 0 \\ I_{TE} = -\mu I_{NE} + 2I_{TS} \Rightarrow \dot{D}_{TE} \geq 0 \end{cases} \quad (28)$$

2. případ: $I_{TC} \leq 0$ a $I_{TS} \leq 0$

$$\begin{cases} -\mu I_{NE} < I_{TE} < \mu I_{NE} + 2I_{TS} \Rightarrow \dot{D}_{TE} = 0 \\ I_{TE} = \mu I_{NE} + 2I_{TS} \Rightarrow \dot{D}_{TE} \leq 0 \\ I_{TE} = -\mu I_{NE} \Rightarrow \dot{D}_{TE} \geq 0 \end{cases} \quad (29)$$

Hodnota I_{TS} je dána vztahem:

$$2I_{TS} = \mu\nu I_{NE} \text{sign}(I_{TC}) + e_{np}e_t I_{TC}, \quad n \geq 0, e_t \leq 1. \quad (30)$$

n a e_t jsou další parametry.

3.3.14 Wangův-Masonův model rázu

Wang a Mason (1992) použili Routhovu metodu, Coulombův zákon a koeficient restituce daný Newtonem nebo Poissonem k předpovědi impulsu při srážce. Routhova metoda je grafická technika pro analýzu rovinných kolizí se třením. Metoda použitá Wangem a Masonem spočívá v analýze hodnot tangenciálních a normálových impulsů I_T a I_N a vytvoření virtuálního procesu kolize [21].

3.3.15 Smithův model rázu

Tento model používá koeficient restituce daný Newtonem. Restituční zákon použitý v tangenciálním směru používá průměr tangenciálních složek relativních rychlostí v okamžicích před a po srážce [22]. V tangenciálním směru používá rovnici:

$$I_T = -\mu I_N \frac{|\dot{D}_{TA}| |\dot{D}_{TA}| + |\dot{D}_{TE}| |\dot{D}_{TA}|}{|\dot{D}_{TA}|^2 + |\dot{D}_{TE}|^2} \quad (31)$$

a v normálovém směru:

$$\dot{D}_{NE} = -e_n \dot{D}_{NA} \quad (32)$$

3.3.16 Model rázu v prostředí Creo Mechanism

Model rázu v Creo Mechanism pracuje s parametrem, který se nazývá tlumení materiálu. K odvození vlastností tlumení materiálu neexistuje žádný exaktní vztah. Odhad hodnoty tlumení materiálu:

$$A_t \approx \left(\frac{1}{42} \cdot K_t^2 \cdot \sqrt{P_b} \right) \cdot \left(\frac{2}{H_t^{2,5}} - \frac{1}{H_b^{2,5}} \right) \quad (33)$$

kde

$$K_t = \frac{E_t}{1-\nu_t^2}$$

$$H_t = \frac{HV \cdot 9,806}{0,92} [MPa] \text{ materiál cíle,}$$

$$H_b = \frac{HV \cdot 9,806}{0,92} [MPa] \text{ materiál kuličky,}$$

A_t ... součinitel tlumení povrchu,

K_t ... efektivní tuhost,

E_t ... Youngův modul,

ν_t ... Poissonová konstanta,

P_b ... hustota,

H_t ... je odpovídající Meyerova tvrdost,

$H_b = H_t$... je odpovídající Meyerova tvrdost materiálu kuličky,

HV ... tvrdost podle Vickerse.

Přibližný vzorec je jedním z možných vztahů a lze jej použít jenom tehdy, když jsou splněny předpoklady:

1. V důsledku nárazu těles nedojde v oblasti kontaktu k žádné trvalé deformaci.
2. Náraz se nachází v oblasti lineárního koeficientu restituce. To znamená, že koeficient restituce zůstává mezi 1 a přibližně 0,8.

Pro další simulace budeme potřebovat hodnoty uvedené v této kapitole, proto je ihned dopočítáme. K tomu použijeme hodnoty uvedené na stránkách podpory PTC:

Materiál	HV	$H_t [MPa]$	$P_t [kg/m^3]$	$E_t [GPa]$	ν_t	$\nu_i [m/s]$
Málo legovaná ocel	260	2770	7860	211	0,293	0,638

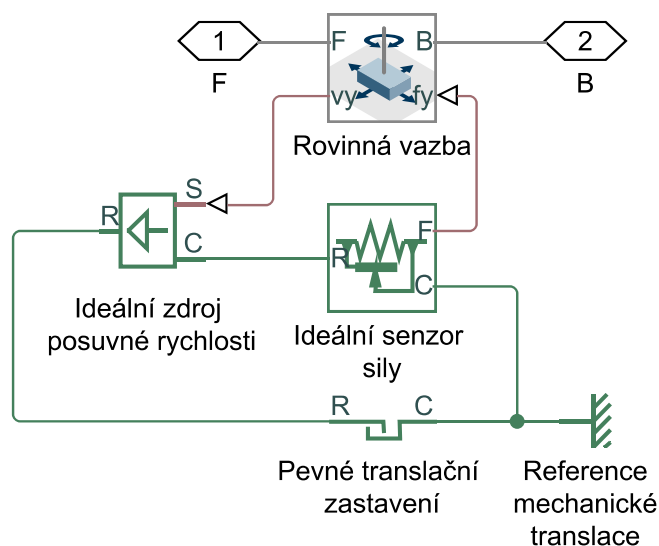
Tab. 2: Materiálové vlastnosti dle PTC [16].

$$K_t = \frac{E_t}{1-\nu_t^2} = \frac{211}{1-0,293^2} = 230,82 N/mm$$

$$A_t \approx \left(\frac{1}{42} \cdot K_t^2 \cdot \sqrt{P_b} \right) \cdot \left(\frac{2}{H_t^{2,5}} - \frac{1}{H_b^{2,5}} \right) = \left(\frac{1}{42} \cdot 230,82^2 \cdot \sqrt{7860} \right) \cdot \left(\frac{2}{2770^{2,5}} - \frac{1}{2770^{2,5}} \right) = 0,0002784 sec/m$$

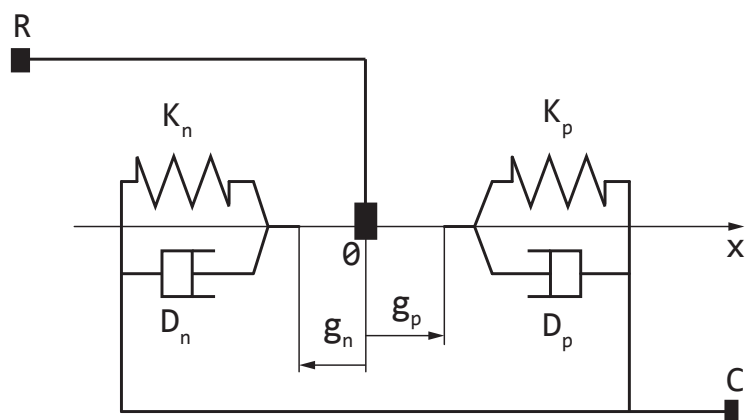
3.3.17 Model rázu v prostředí MATLAB

Matlab ve své knihovně obsahuje bloky, které mohou reprezentovat model rázu na základě hodnot tuhosti a tlumení v krajních mezích. Kontakt pro translační vazbu je definován následujícím schématem [12].



Obr. 11: Schéma rázu v MATLABu

Hlavním blokem ve výše uvedeném schématu je blok pevného zastavení (hard-stop). Blok zakazuje pohyb tělesa mimo dovolené hranice a obsahuje v sobě matematický model, který vypadá následně:



Obr. 12: Model pevného zastavení

Síla, kterou blok generuje, je popsána následujícími vztahy:

$$\begin{aligned}
 F &= K_p \cdot (x - g_p) + D_p \cdot \nu \dots \text{pro } x \geq g_p \\
 F &= 0 \dots \text{pro } g_n < x < g_p \\
 F &= K_n \cdot (x - g_n) + D_n \cdot \nu \dots \text{pro } x \leq g_n
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

kde

F ... reakční síla,

g_p ... mezera mezi polohou součásti a horní mezí,

g_n ... mezera mezi polohou součásti a dolní mezí,

x ... poloha součásti,

K_p ... kontaktní tuhost na horní hranici,

K_n ... kontaktní tuhost na dolní hranici,

D_p ... tlumení na horní hranici,

D_n ... tlumení na dolní hranici,

ν ... rychlost součásti,

t ... čas.

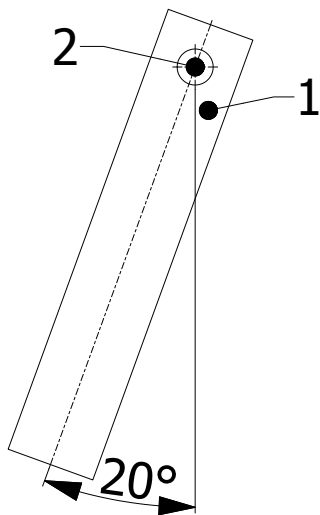
4 Praktická část

4.1 Benchmark

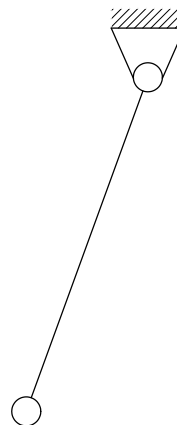
Benchmark je jednoduchý srovnávací test, který umožňuje porovnat dva software mezi sebou. Je vymyšlený tak, aby umožňoval odhalit všechny možné neznámé faktory, které mohou negativně ovlivnit simulaci.

4.1.1 Kyvadlo

Nyní, kdy již byly popsány výpočetní metody a softwary, se kterými budu pracovat, je potřeba ověřit, že softwary a v nich vytvořené modely budou dávat shodné výsledky. Proto jsem vybral metodu jednoduchého testování pomocí modelu kyvadla, které vymodeluji jak v Simulinku tak v Creo Mechanism, a výsledky vzájemně porovnám.



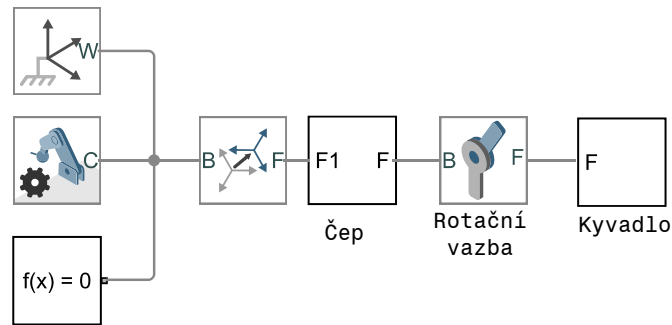
Obr. 13: Benchmark



Obr. 14: Schematické zobrazení úlohy

Dáno:

1. **Kyvadlo** má rozměry 20x25x130 mm a hustota je 9758 kg/m³.
2. **Čep** je zde vytvořen jenom proto, aby bylo možné vymodelovat rotační vazbu mezi pevně uloženým čepem a kyvadlem (čep tvoří pevný rám soustavy).
3. **Původní poloha kyvadla:** je nakloněno o 20 ° od svislé roviny.
4. **Tíhové zrychlení** $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.
5. **Tření** je zanedbáno.

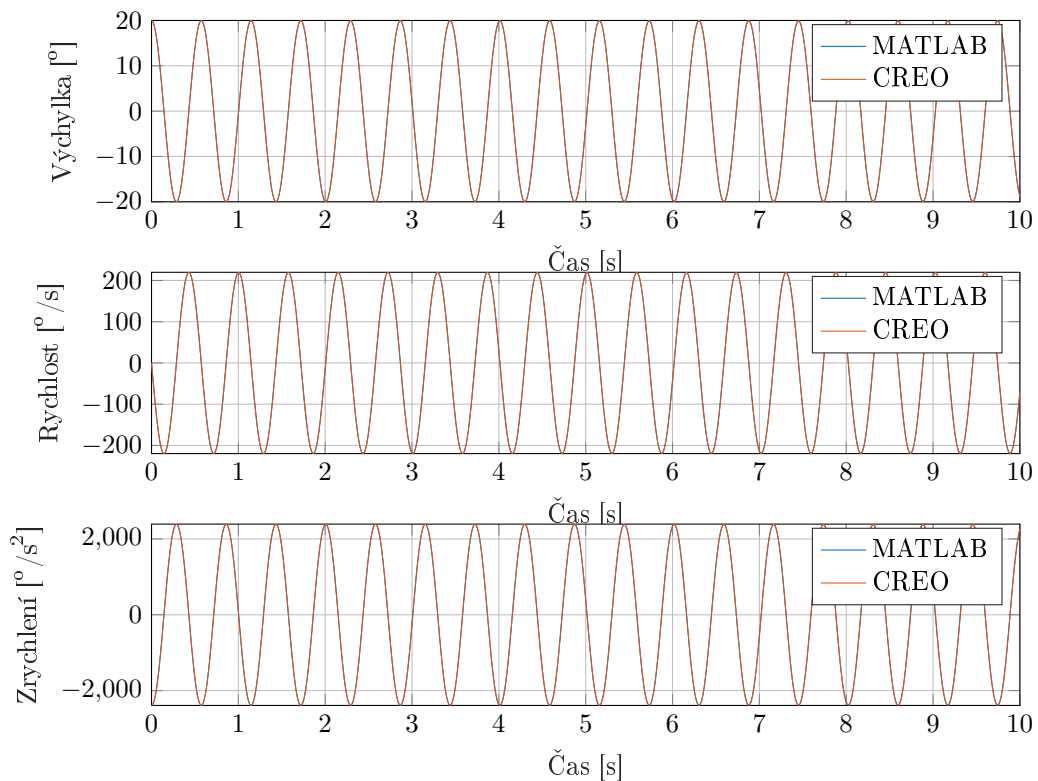


Obr. 15: Benchmark kyvadla v MATLABu

Nastavení řešiče je:

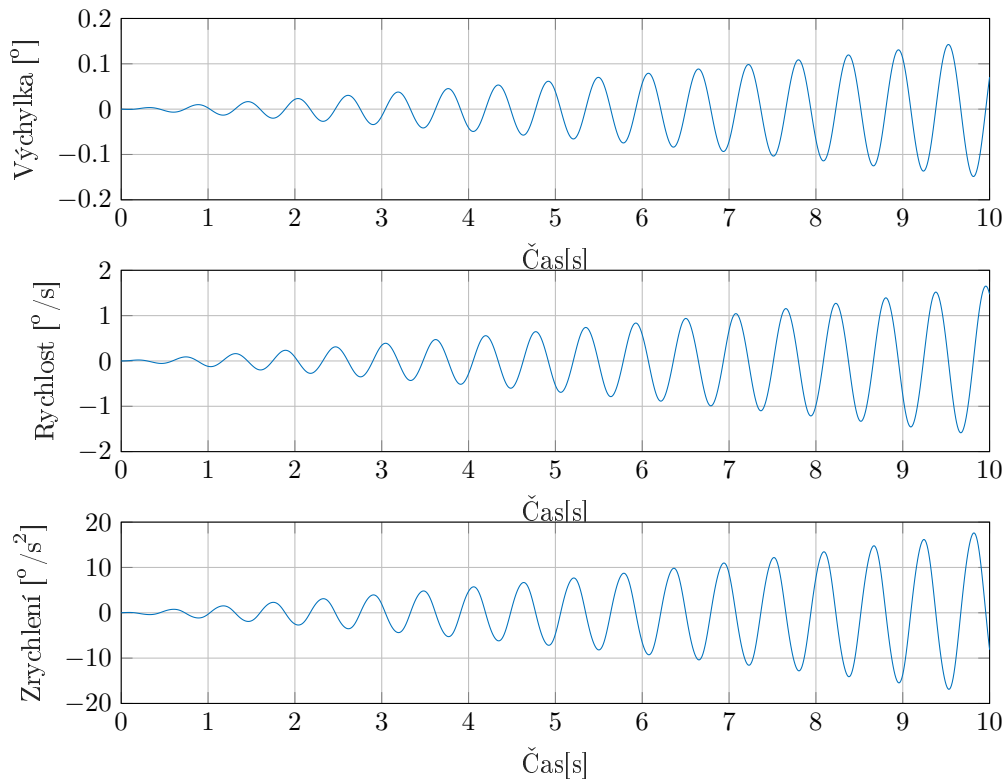
MATLAB: ode23t s maximálním krokem 0,05 s a relativními tolerancemi 1e-5.

Creo: Výchozí nastavení.



Graf 4: Porovnání výsledků simulace kyvadla v Creo a MATLABu

Z Grafu č. 4 je vidět, že kyvadlo v obou modelech kmitá stejnou frekvencí, křivky mají stejné amplitudy a amplitudy neztrácejí svou výchylku. Creo je však více náročné na velikost integračního kroku, na rozdíl od Simulinku, který může dynamicky měnit integrační krok v průběhu analýzy. Proto pro děje s vysokými frekvencemi bude potřebovat větší vypočetní výkony.

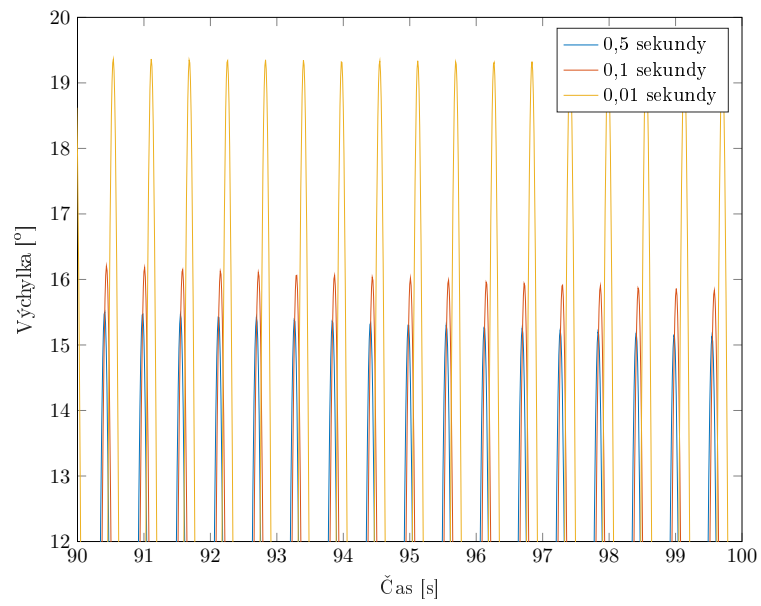


Graf 5: Rozdíl výsledků simulace kyvadla v Creo a MATLAB

Z Grafu č. 5 je vidět, že výchylka v Creo oproti Simulinku pomalu klesá, a to je nepřesnost řešení v Creo, kterou způsobil integrační krok. Bylo to tím, že Creo vypočítávalo řešení mimo vrchol výchylky a výsledná energie soustavy klesala. To ukazuje potřebu volit integrační krok co nejmenější anebo tak, aby násobky kroku byly co nejbližší k vlastním frekvencím našeho systému.

Závěr:

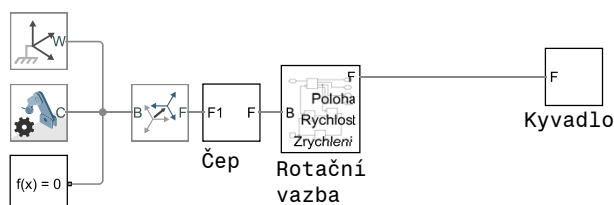
Benchmark potvrdil to, že výsledky, které dávají softwary, lze považovat za shodné. S jedinou výjimkou, že je potřeba dávat pozor na velikost integračního kroku. Tento parametr významně ovlivňuje výsledné řešení, což je patrné z Grafu č. 6. Simulink umožňuje měnit krok v průběhu analýzy, zatímco Creo pracuje s konstantním krokem.



Graf 6: Rozdíl výsledků simulací v Creo s odlišným integračním krokem.

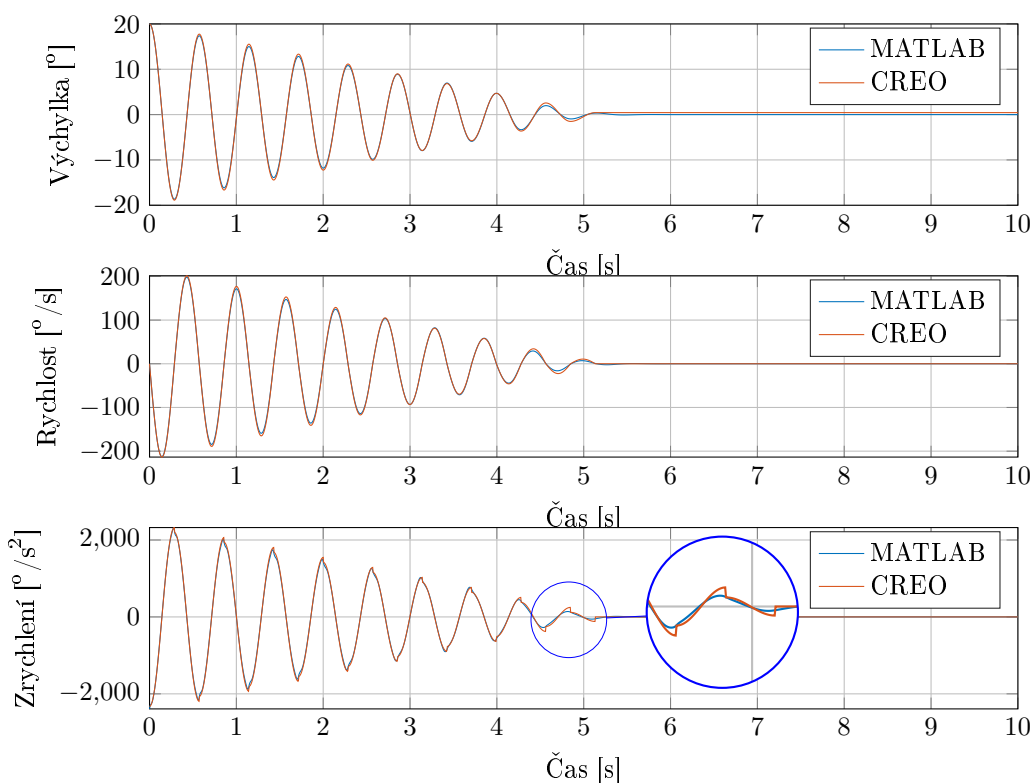
4.1.2 Tření

Dalším cílem bude vyzkoušet a porovnat způsoby výpočtu tření v čepích. Budu pro to používat podobný benchmark jako pro kyvadlo, ale v rotační vazbě zavedu tření. Schéma benchmarku je na Obr. 13. Příslušné schéma v MATLABu je na Obr. 16



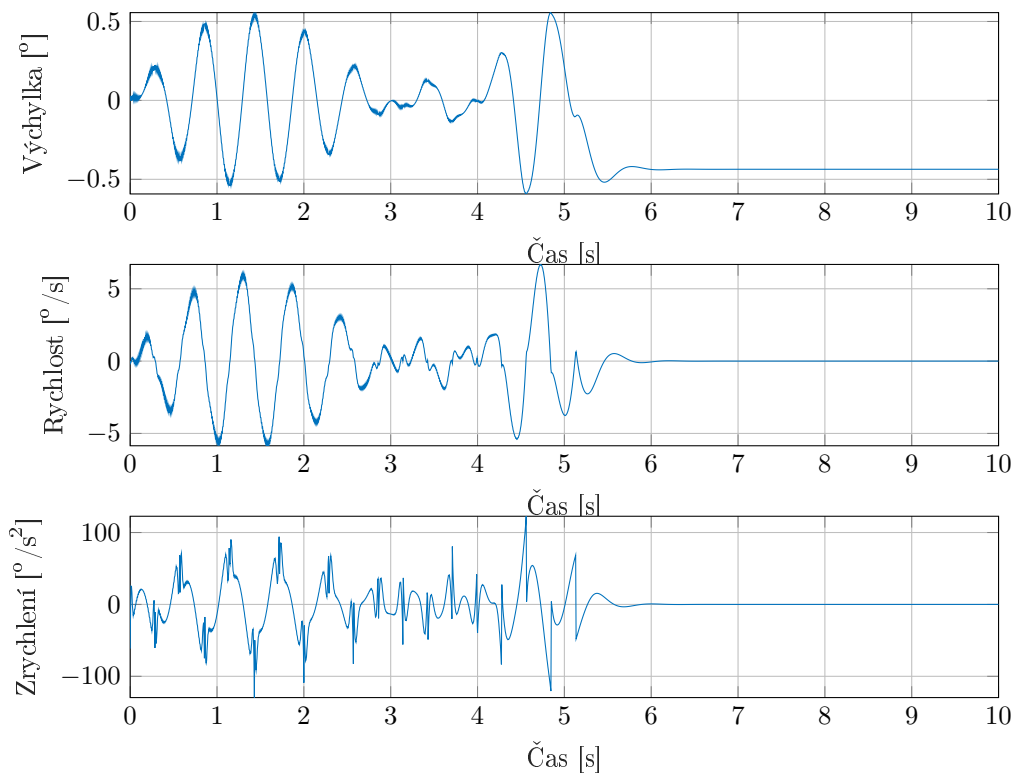
Obr. 16: Benchmark tření v MATLABu

Z teorie, kterou jsem probral v předchozích kapitolách, dopředu víme, co máme očekávat. Přechodový děj ze statického do dynamického součinitele tření se u těchto programů liší. Zbývá tedy ověřit, jak se odlišná definice zmíněného děje projeví na výsledcích.



Graf 7: Porovnání výsledků simulace tření v Creo a MATLAB

Ve vrcholech jednotlivých křivek (zejména na grafu zrychlení) vidíme, že přechodový děj v Creo probíhal skokově, a v MATLABu díky Streibeckovu tření tento průběh vypadá hladší, což víc odpovídá realitě.



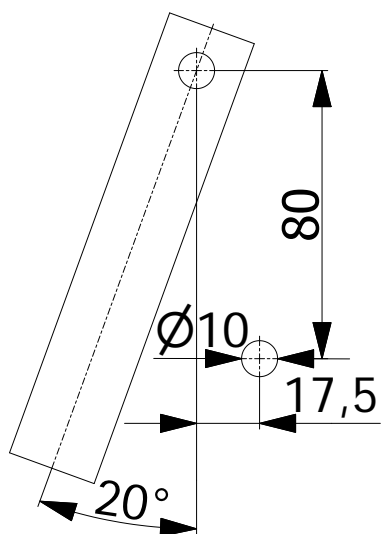
Graf 8: Rozdíl výsledků simulace tření v Creo a MATLAB

Závěr:

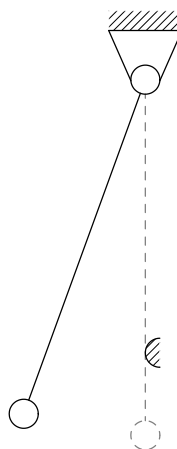
Přechodové děje v modelech tření jsou popsány různými způsoby, a proto je potřeba dávat pozor na tento úsek a prověřovat výsledky v oblasti přechodu (přechod ze stavu klidu do stavu pohybu). Výsledky, které dávají programy, lze na základě daného benchmarku považovat za shodné, připustíme-li určitou nepřesnost v oblasti přechodového děje.

4.1.3 Ráz

Dalším cílem bude vyzkoušet a porovnat způsoby výpočtu rázu.

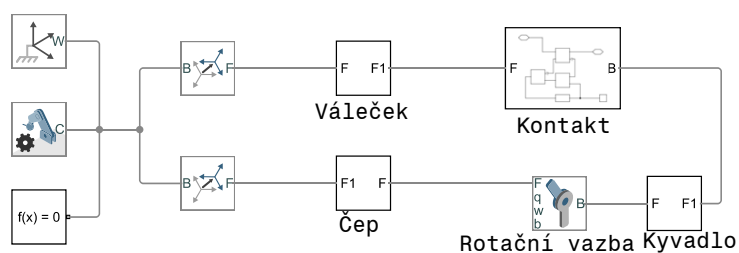


Obr. 17: Benchmark rázu



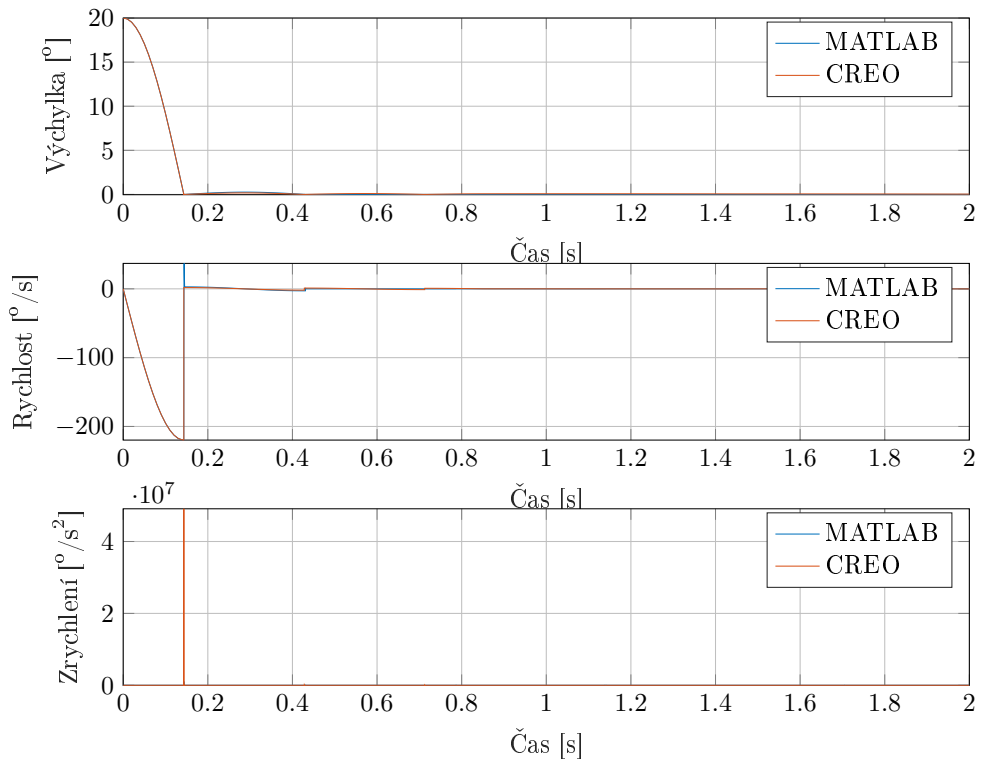
Obr. 18: Schematické zobrazení úlohy rázu

Schéma v MATLABu vypadá následujícím způsobem:

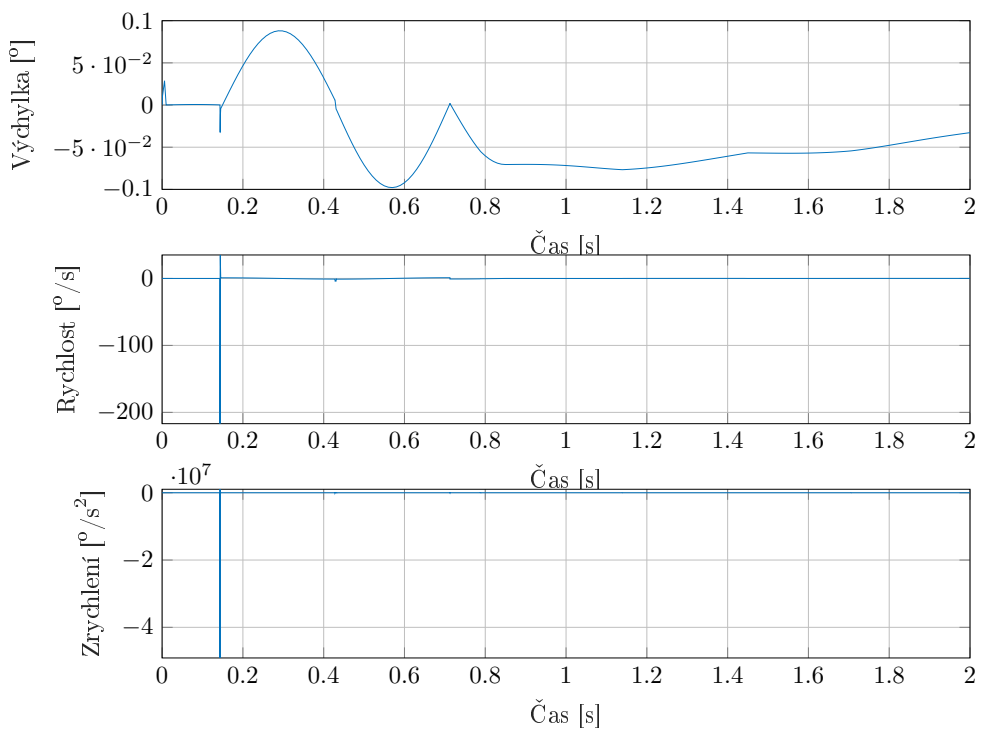


Obr. 19: Benchmark rázu v MATLABu

Blok "Kontakt" má v sobě schované schéma ukázané na Obr. 11. Pro porovnání výsledků mezi MATLABem a Creo jsou hodnoty vykreslené do Grafu č.9. Výsledné průběhy jsou natolik shodné, že je potřeba vykreslit grafy s rozdíly mezi nimi (viz Graf č.10).



Graf 9: Porovnání výsledků simulace rázu v Creo a MATLAB



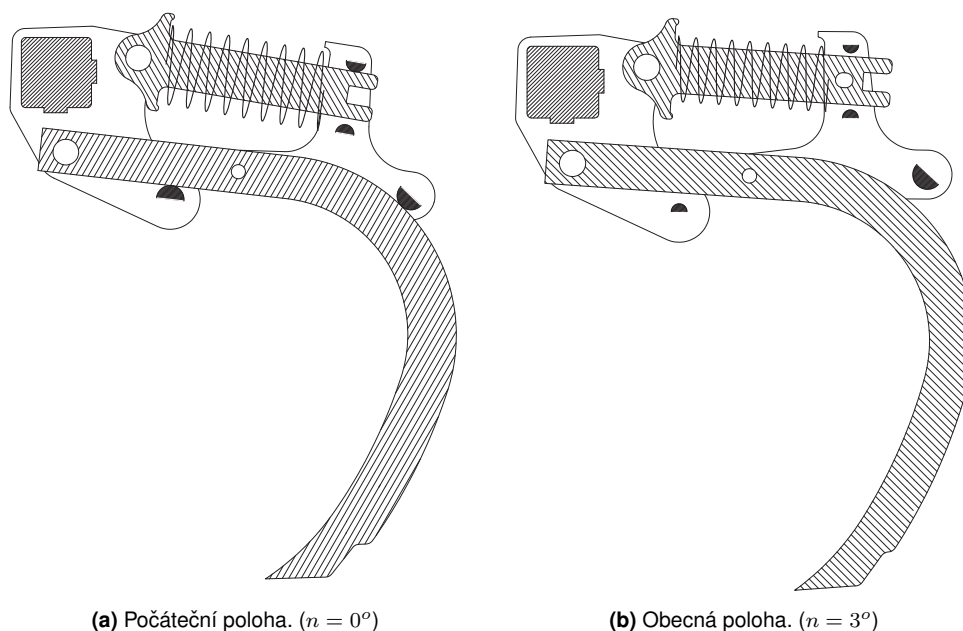
Graf 10: Rozdíl výsledků simulace rázu v Creo a MATLAB

Závěr:

Výsledky, které dávají programy, lze považovat za shodné a na základě daného benchmarku jsem to potvrdil.

4.2 Simulovaný děj

Schéma Non-Stop jištění kypříče je na Obr. 20.



Obr. 20: Schéma Non-Stop jištění kypříče.

Jako základní data do obou dvou modelů budou nahrány 3D modely, které v sobě obsahují geometrii, hmotnosti a momenty setrvačnosti. Další komponenty bude potřeba idealizovat.

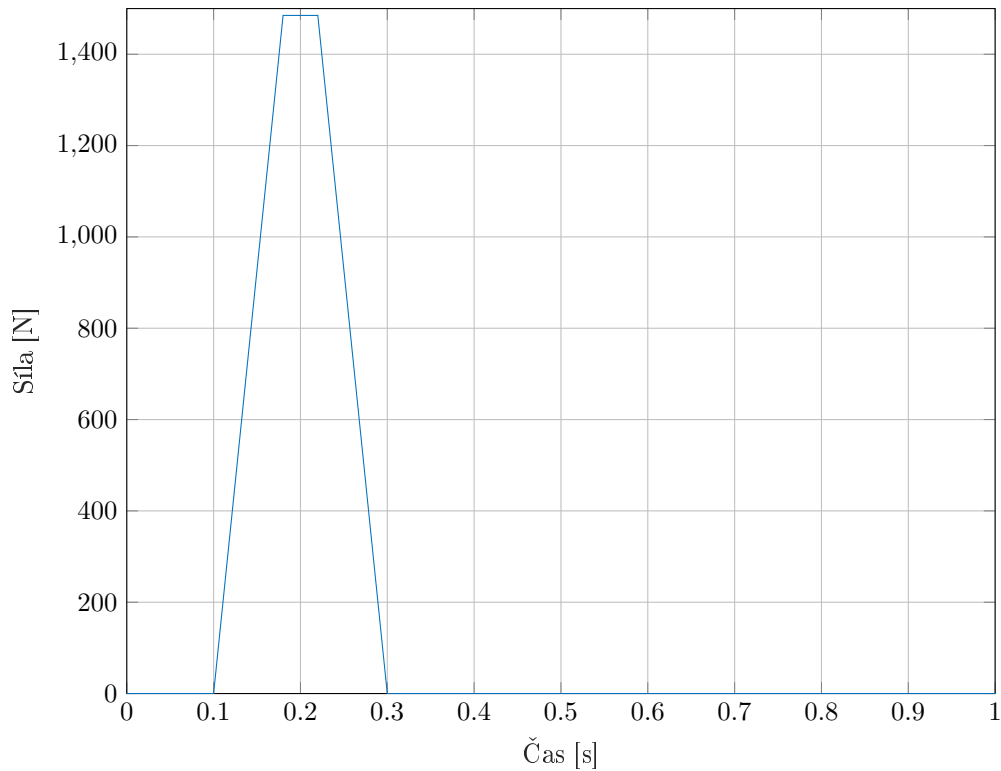
Parametry pružiny jsou:

1. tuhost $k = 122 \text{ N/mm}$,
2. předpětí $F_p = 10400 \text{ N}$.

Tíhové zrychlení je $9,81 \text{ m/s}^2$.

Sílové účinky, které budou působit na nástroj jsou:

1. Orební odpor: Při zpracování půdy byla naměřena hodnota 2500 N , pro zjednodušení modelu budeme uvažovat to, že s klesající hloubkou síla klesá lineárně. Počáteční poloha nástroje je při maximálním zahloubení nástroje (150 mm), přičemž na něj působí maximální orební odpor.
2. Síla při nárazu na překážku: Síla, která bude působit na nástroj, má působiště na špičce slupice. Velikost a průběh síly byly odhadnuté experimentálním způsobem. Na základě experimentu se zjistila síla, která kypříč vykývá do nejvyšší polohy před dorazem. Na Grafu č. 11 je znázorněn časový průběh této síly.



Graf 11: Časový průběh síly rázu

Kinematické vazby, které bude potřeba definovat:

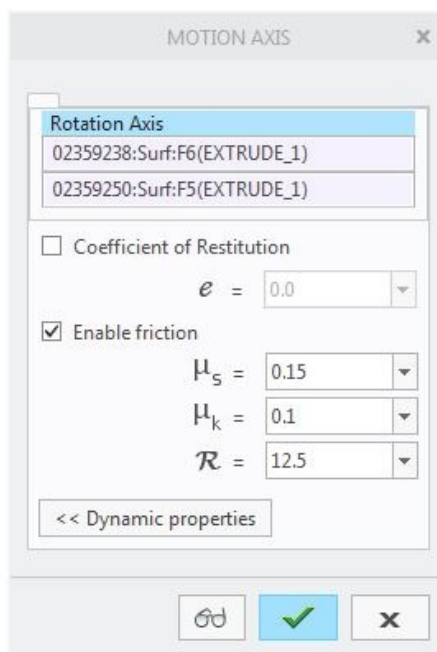
1. pevná vazba konzoly,
2. rotační vazba mezi konzolou a slupicí,
3. rotační vazba mezi přítláčným členem a slupicí,
4. rotační vazba mezi konzolou a vedením,
5. obecná vazba (kontakt) mezi slupicí a konzolou,
6. obecná vazba (kontakt) mezi konzolou pružiny a vedením.

Doba simulace 0,6 s.

Další parametry budou popsány v následujících kapitolách z toho důvodu, že jsou definované různými způsoby.

4.3 Model v Creo Mechanism

4.3.1 Rotační vazba



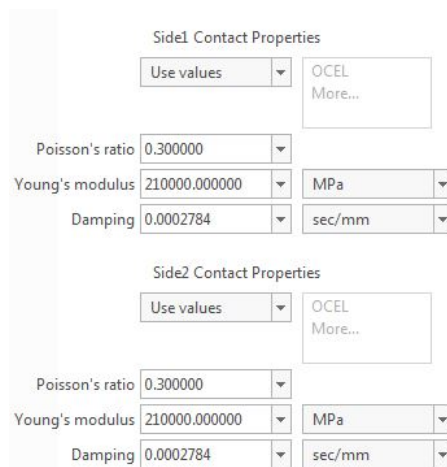
Obr. 21: Definice rotační vazby v Creo Mechanism

Je to vazba s 1 rotačním stupněm volnosti. Pro definici rotační vazby v CREO Mechanism stačí zadat dvě válcové plochy, mezi kterými chceme zavést rotační vazbu. Pro zavedení tření mezi součástmi je potřeba zadat hodnoty součinitele tření a poloměr čepu. Z těchto hodnot CREO Mechanism dopočítá třecí krouticí moment. Pro definici tření v čepch jsem použil součinitele tření: $\mu_s = 0,15$, $\mu_k = 0,1$ a poloměr čepu je $R = 12,5\text{mm}$. Rotační vazbu je potřeba zavést mezi: držákem a slupicí, držákem a vedením, slupicí a konzolou pružiny.

4.3.2 Pevná vazba

Pevná vazba je vazba s 0 stupni volnosti. Zvolíme konzolu za základní součást a aplikujeme na ni pevnou vazbu. Pomocí pevné vazby definujeme polohu součásti v prostoru vzhledem k základnímu souřadnicovému systému soustavy.

4.3.3 Kontakt



Obr. 22: Definice kontaktu v Creo Mechanism

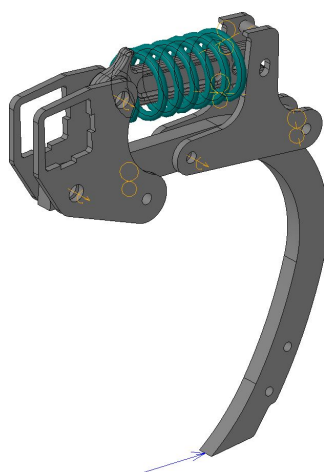
Kontakt v Creo zavedeme pomocí nástroje 3D Contact. Pro zavedení kontaktu použijeme hodnoty:

$$\mu = 0,3 [-], E = 210000 [MPa], D = 0,0002784 [s/mm].$$

Kontakt je potřeba zavést mezi: konzolou a slupicí, mezi přitlačným členem a vedením v horní a dolní hranici.

4.3.4 Simulace

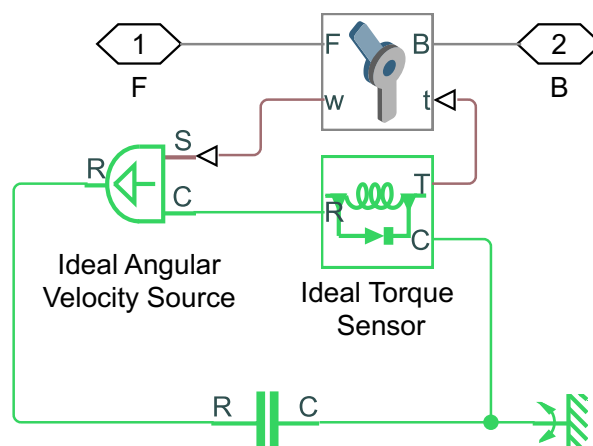
Integrační krok byl zvolen 0,0005 s. Tak malý krok jsem zvolil z toho důvodu, že model v CREO je velmi citlivý na velikost integračního kroku, a vzhledem k tomu, že v úloze je kontakt. Příliš velký integrační krok může vést k tomu, že slupice při výpočtu projde skrze materiál konzoly.



Obr. 23: Simulační model Non-Stopu kypriče v Creo Mechanism

4.4 Model v MATLAB Simulink

4.4.1 Rotační vazba



Obr. 24: Rotační vazba v MATLABu

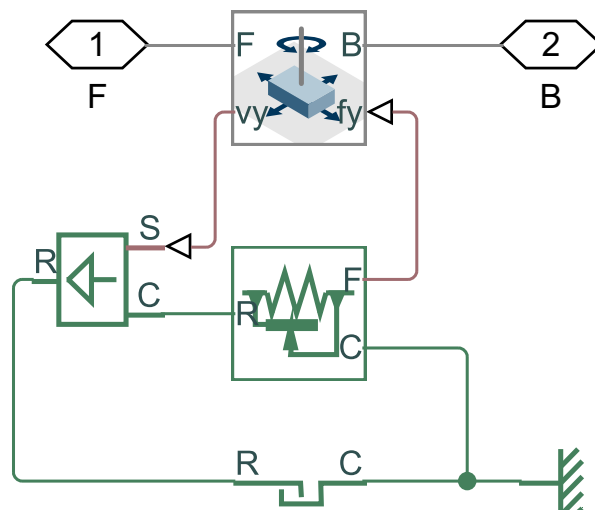
Pro definici rotační vazby v Simulinku existuje blok Revolute Joint (Rotační vazba), ale tento blok sám o sobě neobsahuje tření. Proto potřebujeme použít další blok – rotační tření. Jak bylo popsáno v teorii, tento blok v sobě obsahuje kombinaci několika modelů tření a krouticí moment vznikající v průběhu simulace je závislý na rychlosti relativního pohybu. Proto potřebujeme odměřovat okamžité hodnoty úhlové rychlosti, k čemuž slouží blok "Ideal Angle Velocity Source". Potom signál pošleme do bloku rotační vazby pomocí ideálního senzoru krouticího momentu.

4.4.2 Pevná vazba

Držák je napevno spojený se základním souřadnicovým systémem, a proto není potřeba zavádět další vazby.

4.4.3 Kontakt

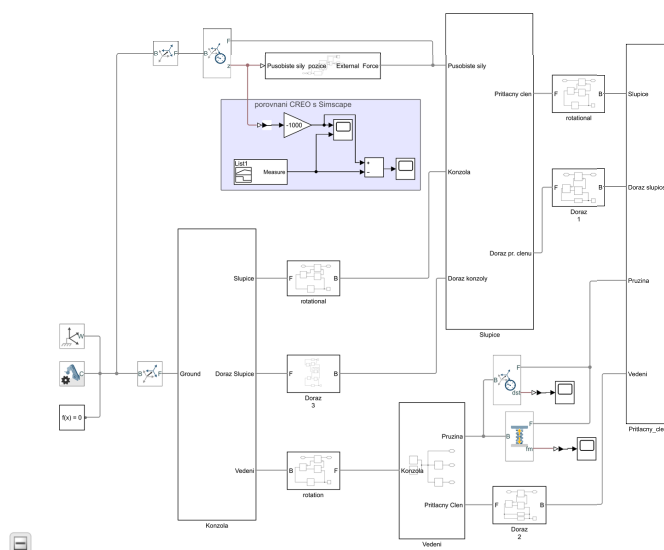
Pro definici kontaktu byl použit blok Hard Stop. Analogicky jako u tření potřebujeme zavést posuvnou vazbu mezi dvěma body a bloky, které budou odměřovat rychlost a generovat signál kontaktní síly, který zavedeme do posuvné vazby. Tímto způsobem lze nahradit kontakt mezi součástmi. Tento způsob umožňuje realizovat odečítání hodnot síly, která působí v místě kontaktu. Schéma kontaktu je zobrazeno na Obr.25.



Obr. 25: Kontakt v MATLABu

Parametry zavedené do simulace kontaktu: $k = 1e9 \text{ N/m}$, $D = 1e4 \frac{\text{N}}{\text{m/s}}$.

4.5 Simulace



Obr. 26: Benchmark rázu v MATLABu

Pro simulaci v Simulinku stačí zadat maximální krok 0,01 s a to z toho důvodu, že Simulink umožňuje měnit integrační krok v průběhu simulace. Při daném nastavení dynamicky zmenšuje velikost kroku, je-li to nutné, a analýza proběhne dostatečně přesně.

4.6 Použité řešiče

4.6.1 CREO Mechanism

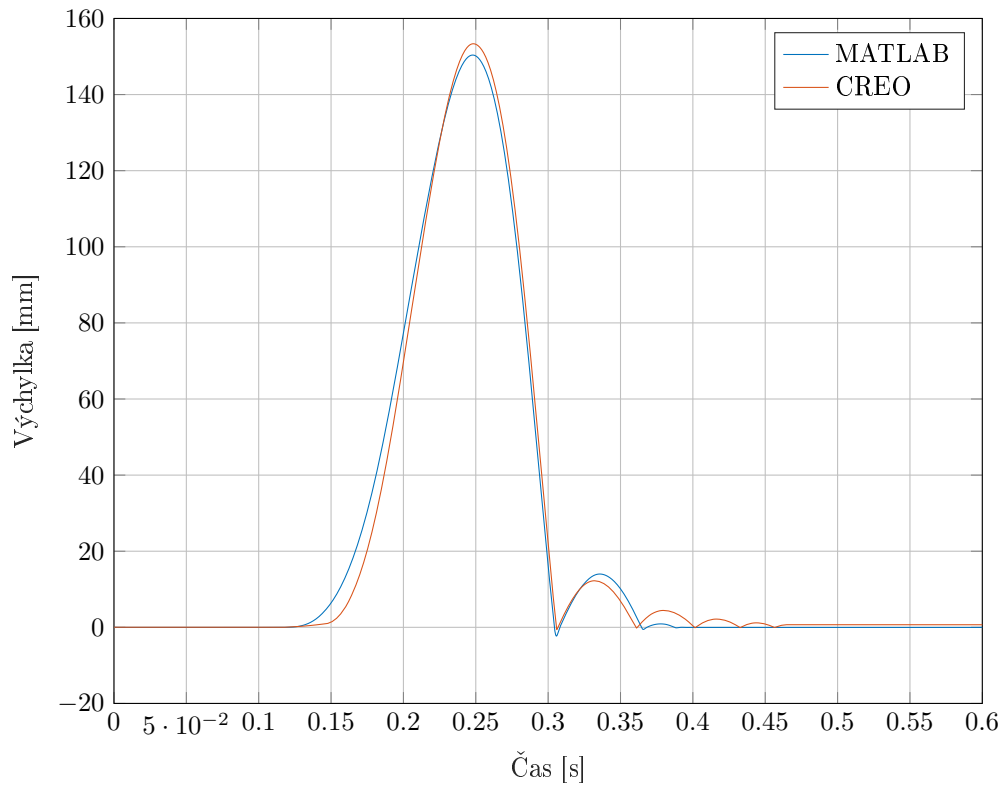
Pro řešení numerického problému CREO používá explicitní/implicitní řešič Runge-Kutta. Přepínání mezi explicitním/implicitním řešičem probíhá automaticky nebo lze napevno nastavit metodu výpočtu. Pro řešení úlohy jsem použil automatické přepínání.

4.6.2 MATLAB Simscape

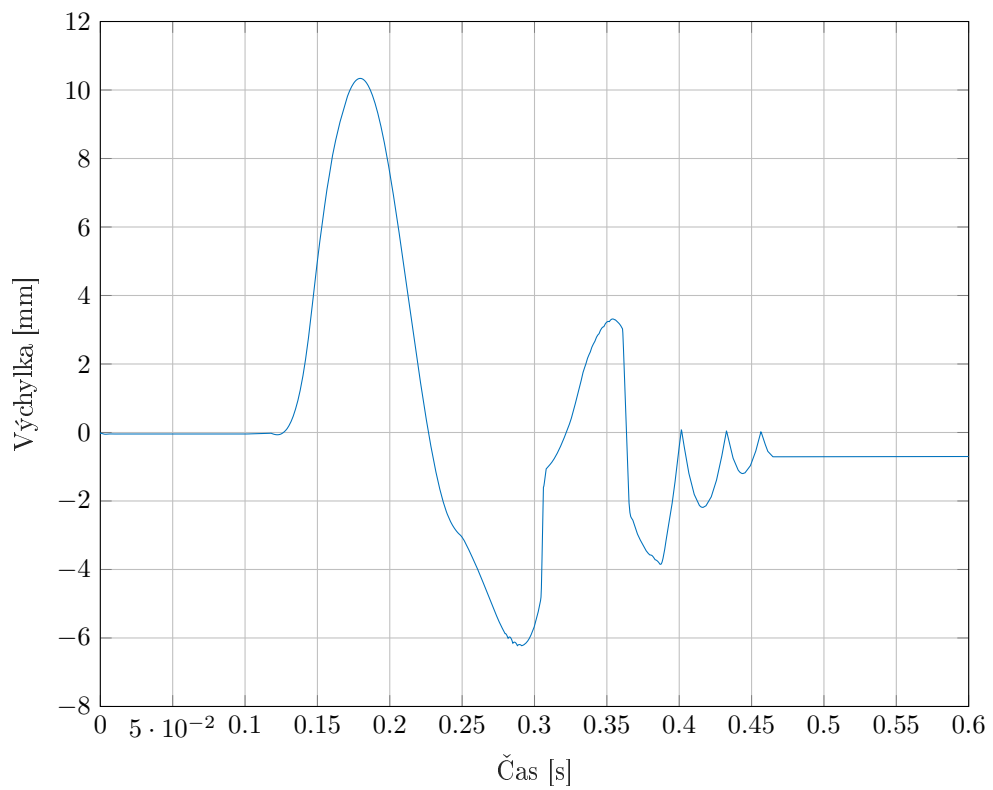
Pro výpočet úlohy jsem použil řešič ode23t s maximálním integračním krokem 0,01 s. Počítá stav modelu v dalším integračním kroku implementací trapezoidálního pravidla s volným interpolantem. Ode23t je jednokrokový řešič, a tudíž potřebuje znát pouze řešení v předchozím časovém kroku. Doporučuje se používat tento řešič, pakliže úloha nevyžaduje použití numerického tlumení.

4.7 Porovnání výsledků

Hlavním zadáním bylo odsimulovat chování orební jednotky kypříče v půdě a zjistit odskok od překážky. Na výsledném grafu (viz Graf č. 12) jsou zobrazeny dvě křivky, které znázorňují průběh výchylky v MATLABu a Creo. Obě křivky jsou si velmi podobné, největší odskok nepřesáhl 15 mm. Další zajímavou věcí, které si můžeme na grafu všimnout, je počet odskoků (Creo 5, MATLAB 3). Pravděpodobně je to způsobeno rozdílnými modely tření v MATLABu a Creo (rozdílné průběhy byly ukázány v předchozí kapitole, viz Graf č. 7). Pro lepší porozumění jsem uvedl na dalším grafu rozdíl mezi Creo a MATLAB. Ukázalo se, že i když se v obou modelech snažíme o co nejpřesnější definování podmínek simulovaného děje, výsledky simulace se mohou lišit (viz Graf č.13).



Graf 12: Porovnání výsledků simulace Non-Stopu kypříče v Creo a MATLAB



Graf 13: Rozdíl výsledků simulace Non-Stopu kypříče v Creo a MATLAB

5 Závěr

Cílem dané bakalářské práce bylo zjistit odskok Non-Stop jištění orgánu kypříče po nárazu na překážku. K tomu měly být použity dva druhy softwaru, které umožňují provádět simulace soustav mnoha těles, konkrétně Creo Mechanism a Matlab Simulink (Simscape Multibody). V teoretické části byly rozebrány způsoby sestavování pohybových rovnic, modely tření a modely kolize pevných těles. Byly zjištěny rozdíly mezi jednotlivými matematickými modely, které používají jednotlivé softwary. Následně byly provedené testy z uvedených softwarů na vybraných příkladech tzv. benchmark, při kterých jsem ověřil chování matematických modelů v praxi. Na základě těchto testů jsem objevil skutečnosti, které by se nedaly zjistit při analýze komplexního modelu celého Non-Stop jištění. Je to dáno tím že každá komponenta a každý druh vazba ovlivňuje výsledek analýzy svým způsobem. Následně jsem mohl sestavit celkový model Non-Stop jištění kypříče jak v Creo Mechanism tak v MATLABu Simulinku a provést požadované analýzy. Na základě provedených analýz bylo zjištěno že odskok orgánu kypříče ve svislém směru je menší než 15 mm, což se pro daný nástroj jeví jako vyhovující hodnota. V průběhu obou analýz se celkové energie soustavy lišili o méně než 4%, z čehož lze usoudit, že obě analýzy proběhly s dostatečnou přesností. Při použití v praxi MATLAB Simulink a Creo Mechanism mohou dávat při vhodně nastavených parametrech výsledky, které se velmi dobře shodují. Všechny cíle bakalářské prací byli splněné.

Seznam použité literatury a zdrojů

- [1] STEJSKAL, Vladimír, Stanislav STEJSKAL a Jaromír BROUSIL *Mechanika III*. Vyd. 2. Praha: ČVUT, Strojní fakulta, 2001. ISBN 80-01-02388-5.
- [2] MAGNUS, Kurt. *Dynamics of Multibody Systems*. Berlin: Springer-Verlag, 1978. ISBN 0-387-08623-4.
- [3] HUSTON, Ronald L. *Multibody dynamics*. Stoneham: Butterworth-Heinemann, 1990. ISBN 0-409-90041-9.
- [4] Rotational Friction [online]. [cit. 2020-7-19]. *Friction in contact between rotating bodies - MATLAB* Dostupný z: <https://www.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/rotationalfriction.html>
- [5] Motion of a rigid body [online]. [cit. 2020-7-19]. *Creo Parametric Help Center* Dostupný z: <https://support.ptc.com/help/>
- [6] Stribeck curve [online]. [cit. 2020-7-19]. *Wikipedia Stribeck Model of Friction* Dostupný z: https://en.wikipedia.org/wiki/Stribeck_curve
- [7] Coulombův zákon tření [online]. [cit. 2020-7-19]. *Wikipedia Coulomb Model of Friction* Dostupný z: https://en.wikipedia.org/wiki/Friction#Dry_friction
- [8] Michael Schlotter *Multibody System Simulation with SimMechanics* TU Darmstadt 2003
- [9] SimMechanics [online]. [cit. 2020-7-19]. Dostupný z: <https://www.mathworks.com/products/simmechanics.html>
- [10] Models of friction. [online]. [cit. 2020-7-19]. Dostupný z: http://www.mogi.bme.hu/TAMOP/robot_applications/ch07.html
- [11] Kuang-Hua Chang, Ph.D. *Mechanism Design and Analysis* SDC Publications, Jun 22, 2017. ISBN 1630571148, 9781630571146
- [12] Double-sided translational hard stop - MATLAB [online]. [cit. 2020-7-19]. Dostupný z: <https://www.mathworks.com/help/physmod/simscape/ref/translationalhardstop.html>
- [13] A Brief Review and a New Treatment for Rigid Bodies Collision Models [online]. [cit. 2020-7-19]. Dostupný z: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-73862001000100006
- [14] Pohybová rovnice – Wikipedie [online]. [cit. 2020-7-19]. Dostupný z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Pohybov%C3%A1_rovnice
- [15] Lagrangeovy rovnice II. druhu ve speciálních případech :: MEF [online]. [cit. 2020-7-19]. Dostupný z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/>

- [16] Creo Parametric Help Center [online]. [cit. 2020-7-19]. Dostupný z: <https://www.ptc.com/cz/support>
- [17] Nano[studijní] materiály [online]. [cit. 2020-7-19]. Dostupný z: https://nanoed.tul.cz/pluginfile.php/9322/mod_resource/content/0/10.pdf
- [18] Kane, T. R., 1984, "A Dynamic Puzzle ", Stanford Mechanics Alumni Club Newsletter
- [19] Pfeiffer, F. and Glocker, C., 1996, "Multibody Dynamics with Unilateral Contacts", John Wiley & Sons, New York
- [20] Brach, R. M., 1991, "Mechanical Impact Dynamics - Rigid Bodies Collisions", John Wiley & Sons, New York
- [21] Mason, M. T. and Wang, Y., 1992, "Two-Dimensional Rigid-Body Collisions with Friction", ASME Journal of Applied Mechanics
- [22] Smith, C. E. and Liu, P. P., 1992, "Coefficients of restitution", Journal of Applied Mechanics

Seznam obrázků, grafů a tabulek

Seznam obrázků

Obrázek 1	Univerzální slupice s horizontálním jištěním Non-Stop jištěním	5
Obrázek 2	Non-Stop jištění kypříče	6
Obrázek 3	Studie Leonarda da Vinciho o síle tření.	12
Obrázek 4	Tečné napětí působící mezi vrstvami tekutiny s různou rychlostí.	15
Obrázek 5	Závislost mezi gradientem rychlosti a působící silou.	15
Obrázek 6	Break-Away Síla	17
Obrázek 7	Blok rotačního tření Simulink.	17
Obrázek 8	Kolize pevných těles.	19
Obrázek 9	Schéma virtuálního procesu.	19
Obrázek 10	Schéma procesu komprese a expanze.	20
Obrázek 11	Schéma rázu v MATLABu	27
Obrázek 12	Model pevného zastavení	27
Obrázek 13	Benchmark	29
Obrázek 14	Schematické zobrazení úlohy	29
Obrázek 15	Benchmark kyvadla v MATLABu	30
Obrázek 16	Benchmark tření v MATLABu	33
Obrázek 17	Benchmark rázu	35
Obrázek 18	Schematické zobrazení úlohy rázu	35
Obrázek 19	Benchmark rázu v MATLABu	35
Obrázek 20	Schéma Non-Stop jištění kypříče.	37
Obrázek 21	Definice rotační vazby v Creo Mechanism	39
Obrázek 22	Definice kontaktu v Creo Mechanism	40
Obrázek 23	Simulační model Non-Stopu kypříče v Creo Mechanism	40
Obrázek 24	Rotační vazba v MATLABu	41
Obrázek 25	Kontakt v MATLABu	42
Obrázek 26	Benchmark rázu v MATLABu	42

Seznam grafů

Graf 1	Streibekova křivka	14
Graf 2	Rotační tření v MATLABu	16
Graf 3	Tření v Creo Mechanism	18
Graf 4	Porovnání výsledků simulace kyvadla v Creo a MATLABu	30
Graf 5	Rozdíl výsledků simulace kyvadla v Creo a MATLAB	31

Graf 6	Rozdíl výsledků simulací v Creo s odlišným integračním krokem.	32
Graf 7	Porovnání výsledků simulace tření v Creo a MATLAB	33
Graf 8	Rozdíl výsledků simulace tření v Creo a MATLAB	34
Graf 9	Porovnání výsledků simulace rázu v Creo a MATLAB	36
Graf 10	Rozdíl výsledků simulace rázu v Creo a MATLAB	36
Graf 11	Časový průběh síly rázu	38
Graf 12	Porovnání výsledků simulace Non-Stopu kypřiče v Creo a MATLAB	44
Graf 13	Rozdíl výsledků simulace Non-Stopu kypřiče v Creo a MATLAB	44

Seznam tabulek

Tabulka 1	Matematické modely rázu [13].	22
Tabulka 2	Materiálové vlastnosti dle PTC [16].	26

Seznam použitého SW

- Texmaker, MiKTeX (\LaTeX) (2.9.6500 64-bit)
- PTC[®] Creo[®] Mechanism (5.0)
- MATLAB Simulink[®] (R2018b)
- MATLAB Simscape[™] (R2018b)

Seznam příloh

Příloha 1: Paměťová karta