



**FAKULTA
STROJNÍ
ČVUT V PRAZE**

Bakalářská práce

Únavové vlastnosti převodového hřídele
- návrh úprav

Fatigue characteristics of the transmission shaft
- design of adjustments

Terezie Kreuzová

**Praha
21.7.2020**

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Kreuzová** Jméno: **Terezie** Osobní číslo: **473550**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Únavové vlastnosti převodového hřídele - návrh úprav

Název bakalářské práce anglicky:

Fatigue characteristics of the transmission shaft - design of adjustments

Pokyny pro vypracování:

1. Proveďte rešerši používaných při únavových výpočtech
2. Vyberte vhodný hřídel navržený v rámci Konstruktivního cvičení
3. Proveďte zhodnocení stávajícího stavu u navrženého hřídele
4. Navrhněte vhodné úpravy pro zlepšení únavových vlastností
5. Porovnejte původní a nově navržené řešení a zhodnoťte výhody a nevýhody

Seznam doporučené literatury:

- [1] Michalec, J. a kol. (2004) Pružnost a pevnost II. ČVUT v Praze, skripta.
- [2] www.pruznost.unas.cz - podklady pro únavové výpočty
- [3] www.efatigue.com - stránka únavových výpočtů

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

doc. Ing. Jan Řezníček, CSc., odbor pružnosti a pevnosti FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **22.04.2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **07.08.2020**

Platnost zadání bakalářské práce: _____

doc. Ing. Jan Řezníček, CSc.
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Studentka bere na vědomí, že je povinna vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studentky

Anotace

Práce se zabývá únavou materiálu a koncentrací napětí. Na základě teoretických poznatků byl vytvořen program vyhodnocující průběh napětí v hřídeli. Práce analyzuje konkrétní návrh hřídele a předkládá možnou optimalizaci za účelem zvýšení únavových vlastností.

Klíčová slova

únava, koncentrace napětí, hřídel, vrub, životnost

Abstract

The thesis deals with material fatigue and stress concentration. Based on the theoretical knowledge, a program evaluating stress in a transmission shaft was created. The thesis analyzes the design of a particular shaft and presents possible optimization in order to increase its fatigue properties.

Key words

fatigue, stress-concentration, shaft, notch, durability

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou vypracovala samostatně pod dohledem svého vedoucího práce a že jsem uvedla veškeré použité informační zdroje.

V Praze
21.7.2020

.....
Terezie Kreuzová

Poděkování

Děkuji docentu Řezníčkovi za konzultace a mnohé rady. Především děkuji za podporu v době koronakrize.

Děkuji rodičům za to, že s úsměvem poslouchali mé nekonečné vyprávění o koncentraci napětí.

Seznam symbolů použitých v textu

značka	jednotka	název
a	[1]	amplituda zatížení
d	[mm]	průměr hřídele
D_d	[mm]	průměr díry
h	[1]	horní hodnota zatížení
k	[1]	bezpečnost
m	[1]	střední hodnota zatížení
M_o	[Nmm]	ohybový moment
M_k	[Nmm]	kroučící moment
n	[1]	spodní hodnota zatížení
N	[1]	počet cyklů
q	[1]	součinitel vrubové citlivosti
r	[mm]	poloměr vrubu
R	[1]	součinitel nesouměrnosti cyklu
R_a	[μ m]	drsnot povrchu (střední aritmetická úchylka profilu)
t_p	[mm]	tloušťka vrstvy povrchové úpravy
T	[s]	perioda
W_o	[mm ³]	modul průřezu v ohybu
W_k	[mm ³]	modul průřezu v krutu
α	[1]	součinitel tvaru
α_{MAT}	[1]	materiálová konstanta pro určení součinitele vrubové citlivosti
β	[1]	součinitel vrubu
ϵ_V	[1]	součinitel velikosti
ϵ_{VO}	[1]	součinitel velikosti v ohybu
ϵ_{VT}	[1]	součinitel velikosti v krutu
η_P	[1]	součinitel jakosti povrchu
η_{PO}	[1]	součinitel jakosti povrchu v ohybu
η_{PT}	[1]	součinitel jakosti povrchu v krutu
σ	[N · mm ⁻²]	napětí, napětí v ohybu
σ_{-1}	[N · mm ⁻²]	mez únavy pro symetrický střídavý cyklus

σ_a	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	amplituda napětí, výkmit
σ_A	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	nejvyšší povolená amplituda napětí
σ_c	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	smluvní mez únavy
σ_c^+	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	snížená mez únavy
σ_h	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	horní napětí
σ_k	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	mez kluzu
σ_m	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	střední napětí
σ_M	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	nejvyšší povolené střední napětí
σ_{max}	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	maximální dosažené napětí
σ_n	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	dolní napětí
σ_{nom}	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	nominální (jmenovité) napětí
σ_P	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	mez pevnosti
σ_{pt}	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	mez pevnosti v tahu
σ_{pd}	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	mez pevnosti v tlaku
τ	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	napětí v krutu
τ_{-1}	$[\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}]$	mez únavy v krutu pro symetrický střídavý cyklus

Obsah

1	Úvod	8
2	Teoretická část	9
2.1	Únava	9
2.1.1	Zatěžovací cyklus	9
2.1.2	Diagramy charakterizující únavové vlastnosti	11
2.2	Koncentrace napětí	14
2.2.1	Povrch součásti	15
2.2.2	Velikost součásti	16
2.2.3	Náhlá změna průřezu	17
2.3	Zvyšování životnosti součástí	19
2.3.1	Leštění a broušení povrchu	19
2.3.2	Mechanické úpravy povrchu	19
2.3.3	Chemicko-tepelné zpracování	20
2.3.4	Statické přetížení a vytrenování	20
3	Výpočetní program	21
3.1	Vstup	21
3.2	Výpočet	21
3.2.1	Geometrie	21
3.2.2	Sílové účinky a jmenovité napětí	22
3.2.3	Koncentrace napětí	23
3.2.4	Bezpečnost	26
3.3	Výstup	26
4	Zhodnocení a optimalizace návrhu	27
4.1	Zhodnocení návrhu	28
4.1.1	Příklad výpočtu koncentrace napětí	28
4.1.2	Koncentrace napětí v navrženém hřídeli	30
4.2	Optimalizace návrhu	32
4.3	Porovnání řešení	35

5 Závěr	37
Literatura	39
Seznam tabulek	40
Seznam obrázků	41
Seznam příloh	41

1 Úvod

Děje nazývané jako únava materiálu jsou jedním z nejvýznamnějších mechanismů poškozování strojních součástí. Toto a stálé zvyšování požadavků na mechanické vlastnosti výrobků vede k intenzivnímu zkoumání únavy materiálu ze všech možných hledisek na mnoha úrovních [2].

Zlepšování únavových vlastností součástí bez zvýšení jejich hmotnosti, či využití finančně náročných technologií výroby lze považovat za velmi zajímavé odvětví, které zřetelně propojuje teorii s praxí.

Koncentrace napětí velmi komplexní a teoretické téma, které nedokáže bakalářská práce postihnout v celé šíři, přesto umožňuje i pohled na konstrukční a technologickou stránku věci. Tím postihuje znalosti z velkého množství předmětů bakalářského studia strojní fakulty.

Práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část, přičemž praktická část se dále dělí na tvorbu programu pro výpočet napětí v hřídeli a na vyhodnocení a následnou optimalizaci konkrétního návrhu hřídele.

Cílem práce je rešeršování problematiky únavy a koncentrace napětí a následné využití poznatků pro návrh konstrukčních úprav hřídele s ohledem na únavové vlastnosti.

2 Teoretická část

V teoretické části práce je představena problematika únavy materiálu a koncentrace napětí. Jde o výchozí text pro výpočetní program vytvořený v rámci praktické části. Dále se zabývá možnostmi zvyšování životnosti součástí technologickými úpravami povrchu.

2.1 Únava

Únava materiálu patří mezi kumulativní mezní stavy. Obecně se strojírenství nezabývá pouze mechanickou, ale také teplotní a teplotně-mechanickou únavou [1]. Ta však nebude objektem zkoumání této práce. O únavě hovoříme, dochází-li k poškození součásti cyklickým namáháním napětím $\sigma < \sigma_P$.

Rozlišujeme dva přístupy ke zkoumání únavy. Prvním je fyzika kovů a její lomová mechanika. Ta vysvětluje vznik a šíření trhliny ve struktuře na základě vlastností vazeb mezi částicemi materiálu. Druhý způsob je snaha predikovat chování součásti dle provedených zkoušek na normalizovaných modelech nebo na základě zkušenosti z provozu strojních součástí.

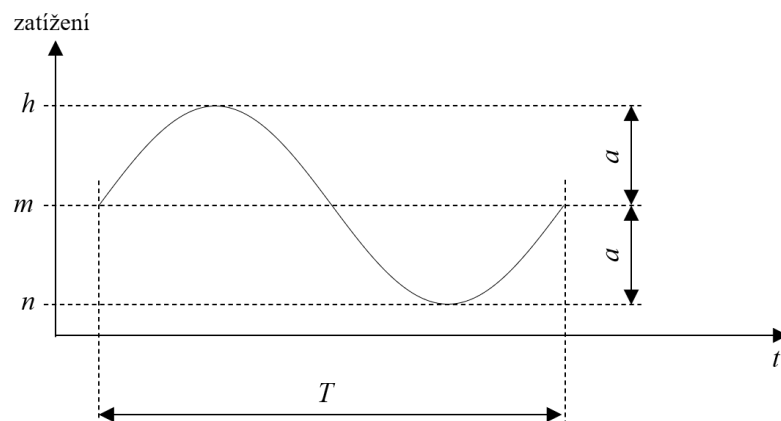
2.1.1 Zatěžovací cyklus

Kumulativní mezní stavy (na rozdíl od mezních stavů okamžitých) jsou ty mezní stavy, jejichž vznik je závislý na postupné kumulaci změn v součásti. Nejsou tak důsledkem pouze okamžitého namáhání, ale i jeho časového průběhu [7].

Velké množství strojních součástí je namáháno cyklicky, pro umožnění analytického popisu uvažujeme zatěžování harmonické, které se charakterizuje veličinami graficky znázorněnými na obrázku 2.1. Pro popis harmonického zatěžovacího cyklu stačí vždy pouze dvě hodnoty parametrů. Užívá se hodnota středního zatížení (m) a jeho výkmit (amplituda, a), nebo **součinitel nesouměrnosti cyklu** R .

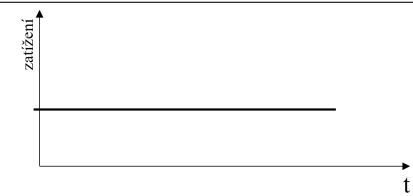
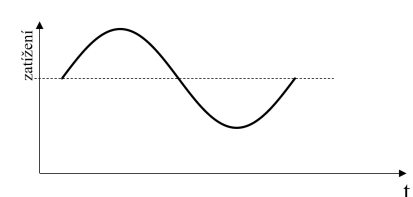
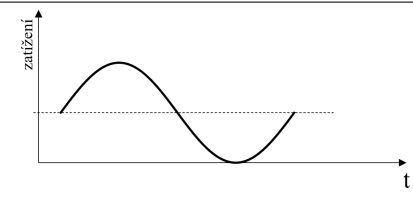
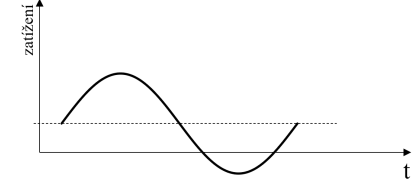
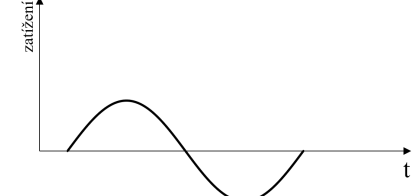
$$R = \frac{n}{h}; \quad (2.1)$$

kde n je spodní a h je horní hodnota zatížení.



Obrázek 2.1: Zatěžovací cyklus

Tabulka 2.1: Zatěžovací cykly

R	zatěžování	grafické znázornění	parametry
$R = 1$	statické		$h = n = m$ $a = 0$
$R \in (0; 1)$	pulzující		$n > 0$ $m > a$
$R = 0$	míjivé		$h = 2a$ $m = a$ $n = 0$
$R \in (-1; 0)$	stříd. asymetrické		$n < 0$ $m < a$
$R = -1$	stříd. symetrické		$h = a$ $m = 0$ $n = -h = a$

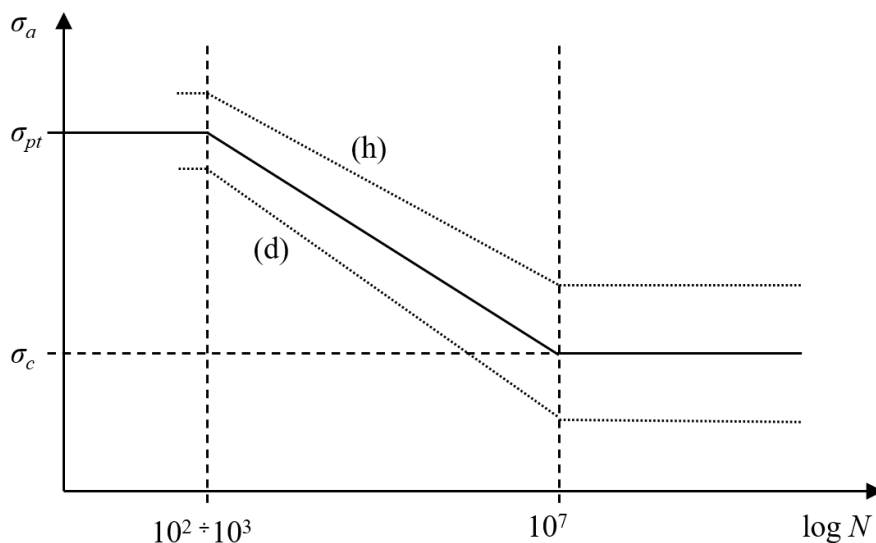
Dle hodnoty součinitele nesouměrnosti cyklu je zavedeno pět typů zatěžovacích cyklů tak, jak jsou uvedeny v tabulce 2.1. Pro převodovku navrženou v rámci Konstrukčního cvičení se uvažuje statický krut a střídavý symetrický ohyb.

2.1.2 Diagramy charakterizující únavové vlastnosti

Na základě zkoušení materiálu se zavádějí křivky, kterými jsou charakterizovány únavové vlastnosti materiálu.

Wöhlerova křivka

Významným odborníkem, který se únavovému zkoušení materiálu věnoval, byl **August Wöhler** (Německo, 1819 - 1914). Prováděl zkoušky střídavého symetrického cyklického zatěžování na leštěných vzorcích o průměru 7 mm. Na základě těchto zkoušek zavedl únavovou (S-N, Wöhlerovu) křivku, která znázorňuje závislost meze únavy na počtu cyklů. Příklad Wöhlerovy křivky je uveden na obrázku 2.2.



Obrázek 2.2: Teoretická Wöhlerova křivka

Souřadnice na vodorovné ose (počet zatěžovacích cyklů) jsou logaritmické. Do 10^2 až 10^3 cyklů se vliv kumulace napětí neuvažuje, proto se do této hodnoty za mezní napětí považuje mez pevnosti (σ_{pt}), hovoří se o tzv. kvazi-statické pevnosti. Pro namáhání v intervalu $N \in (10^2; 5 \cdot 10^5)$ se používá pojem nízko-cyklová únava, pro hodnoty $N > 5 \cdot 10^5$ se jedná o únavu vysoko-cyklovou. Pro počet cyklů $N \in (10^2; 10^7)$ se odečítá pevnost časovaná, pro vyšší hodnoty pak trvalá [13].

Diagram je výsledkem statistického zpracování experimentálně získaných dat, proto se dále zavádí horní (h) a dolní (d) Wöhlerova křivka, přičemž se uvažuje

Gaussovo rozdělení, čili hodnoty meze únavy vyšší než odpovídající dolní Wöhlerově křivce vykazuje 95% vzorků.

Křivka tak, jak je zobrazena na obrázku 2.2 odpovídá chování železných a titanových slitin, pro neželezné kovy je úsečka v části grafu odpovídající vysokocyklovému namáhání pozvolna klesající, neexistuje tedy napětí, pro které by součást, vyrobená z dané slitiny, vykazovala neomezenou životnost, tj. teoreticky vydržela nekonečný počet cyklů.

Wöhlerovy zatěžovací zkoušky byly prováděny pro střídavý symetrický cyklus, pro nějž amplituda odpovídá maximálnímu zatížení. Lze samozřejmě sestavit i upravený Wöhlerův diagram například pro pulzující zatížení, ale v praxi se příliš neuvžívá.

Jak bylo zmíněno výše, na základě Wöhlerovy křivky se odhaduje smluvní mez únavy. Například **Žukov** zavádí vztahy:

$$\sigma_{-1} = 0,46 \cdot \sigma_P; \quad (2.2)$$

kde σ_{-1} je mez únavy pro symetrický střídavý cyklus ($R = -1$) a $\sigma_P \leq 1400$ MPa.

$$\tau_{-1} = 0,27 \cdot \sigma_P; \quad (2.3)$$

kde τ_{-1} je mez únavy v krutu pro symetrický střídavý cyklus a $\sigma_P \leq 1200$ MPa [13].

Haighův diagram

Hodnota meze únavy je závislá i na symetrii zátěžného cyklu, tuto závislost popisujeme pomocí Smithova a Haighova diagramu ¹.

Haighův diagram zobrazuje funkční závislost $\sigma_A = f(\sigma_m)$. Ze znalostí základních vlastností materiálu jsme schopni odvodit souřadnice dvou bodů, konkrétně průsečíků s osami. Je-li $\sigma_m = \sigma_p$, nesmí být materiál zatěžován kmitáním, tedy $\sigma_A = 0$. V případě, že $\sigma_m = 0$ (symetrický střídavý cyklus), $\sigma_A = \sigma_c$. Konkrétní tvar křivky je z velké části ovlivněn tažností materiálu.

Křivka 1 na obr. 2.3 (parabola) je mezní čarou pro houževnatý materiál a lze vyjádřit jako:

$$\sigma_A = \sigma_c \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_p}\right)^2\right] \quad (2.4)$$

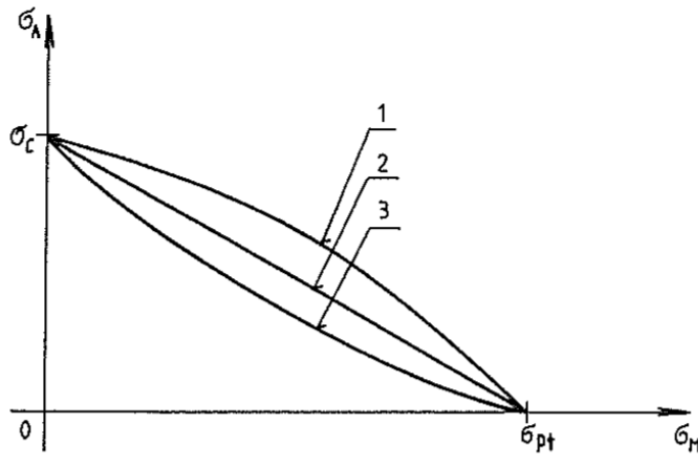
Křivka 2 (přímka) je mezní čarou pro křehký materiál, lze vyjádřit jako:

$$\sigma_A = \sigma_c \cdot \left[1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_p}\right] \quad (2.5)$$

¹Jsou zde uvedeny právě tyto diagramy proto, že se s nimi setkáváme při studiu. S Haighovým diagramem v rámci výuky Pružnosti a pevnosti, Smithův diagram se využívá při výuce Částí a mechanismů strojů.

Křivka 3 (hyperbola) je mezní čarou například pro litiny, lze vyjádřit jako:

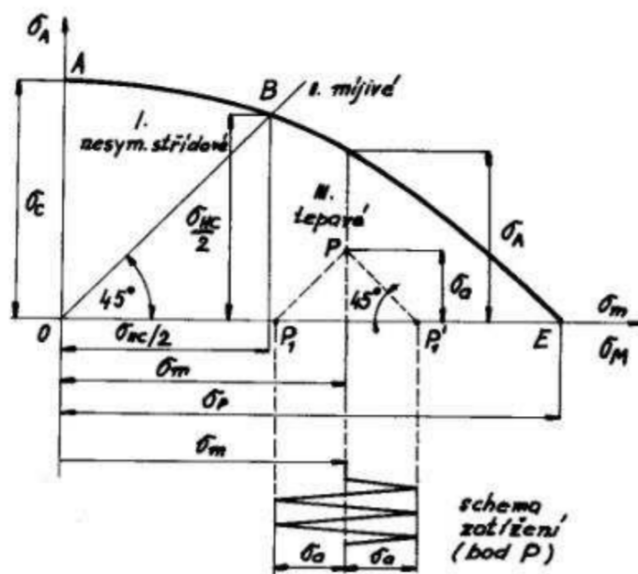
$$\sigma_A = \sigma_c \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_p}\right)^n\right]; \quad n \leq 0 \quad (2.6)$$



Obrázek 2.3: Haighův diagram [10]

Diagram se většinou konstruuje pro neomezenou životnost, ale je ho možné vynést i pro nižší počet cyklů. Pro počítačové dimenzování lze vynést také mezní plochu. Na vodorovné osy se vynášší σ_m a N , na svislou σ_A . [12]

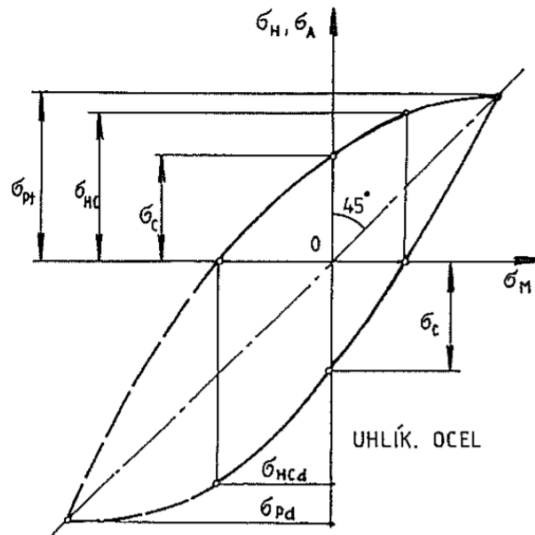
Na obr. 2.4 jsou znázorněny jednotlivé oblasti diagramu, které odpovídají nesoúměrnosti zatěžování a lze vyčíst i způsob zobrazení zátěžného cyklu.



Obrázek 2.4: Haighův diagram - rozbor zatěžování [9]

Smithův diagram

Smithův diagram zobrazuje závislost $\sigma_H = f(\sigma_m)$ a $\sigma_N = f(\sigma_m)$ přičemž σ_A se vynáší symetricky od osy I. a III. kvadrantu.



Obrázek 2.5: Smithův diagram [10]

Oba dva diagramy se pro praxi zjednodušují do přímkové podoby.

2.2 Koncentrace napětí

V blízkém okolí vrubů dochází ke zvýšení nominálního napětí, takzvané koncentraci. K tomuto jevu se však přihlíží pouze u cyklicky namáhaných součástí a u součástí vyrobených z křehkých materiálů [3].

Smluvní mez únavy σ_c se experimentálně určuje pro leštěné vzorky dané velikosti a bez vrubů. Za účelem zohlednění koncentrace napětí se hodnota σ_c upravuje níže popsanými součiniteli. Určuje se tak **snížená mez únavy** σ_c^+ pro skutečnou součást.

Na koncentraci napětí lze nahlížet i z druhé strany a to jako na prvek zvyšující napětí v cyklicky namáhané součásti vzhledem k σ_c . Tento přístup je využit v praktické části práce a to za účelem zlepšení názornosti výstupních grafů.

Vrubby dělíme na tři základní skupiny:

1. technologické
2. metalurgické
3. konstrukční

Do prvních dvou kategorií spadají vruby, jejichž vznik lze jen velmi těžko ovlivnit změnou konstrukce a na statickou pevnost nemají větší vliv. Přesto jsou však pro iniciaci únavové trhliny klíčové. Mezi technologické vruby je řazena především drsnost povrchu, mezi metalurgické například vměstky. Za konstrukční vruby jsou považovány prakticky všechny náhlé změny tvaru (průřezu) součástí.

2.2.1 Povrch součásti

Jakost povrchu je přímo závislá na výrobních technologiích. Povrchová vrstva může únavové vlastnosti součásti ovlivnit jak pozitivně, tak negativně.

Drsnost povrchu lze považovat za velké množství vrubů. Ty, byť velmi drobné, jsou nezanedbatelné především proto, že právě na povrchu velmi často dosahuje napětí maxima.

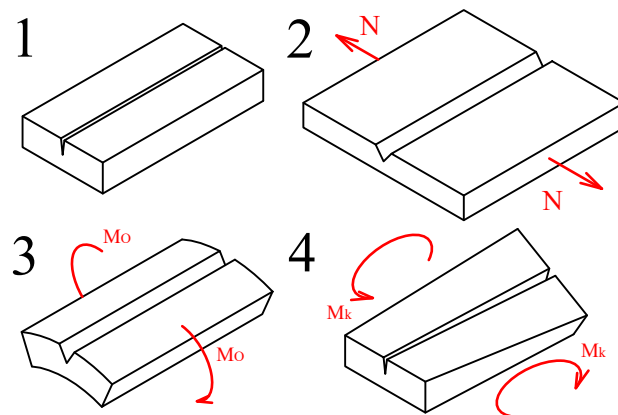
Pozitivně lze únavové vlastnosti výrobku ovlivnit technologickými úpravami, a to především zpevněním povrchové vrstvy. Úpravy povrchu vhodné pro zvýšení životnosti jsou uvedeny v oddílu 2.3.

Pro vyjádření kvality povrchu byl zaveden **součinitel jakosti povrchu** η_P .

$$\eta_P = \frac{\sigma_c^+}{\sigma_c} \leq 1 \quad (2.7)$$

Součinitel jakosti povrchu pro namáhání tahem η_P a pro namáhání ohybem η_{PO} se uvažuje shodný (dochází k "otevírání" vrubů,), pro krut se uvažuje nižší hodnota (ilustrováno na obr. 2.6):

$$\eta_{PT} = \frac{1}{2} \cdot (\eta_P + 1) \quad (2.8)$$



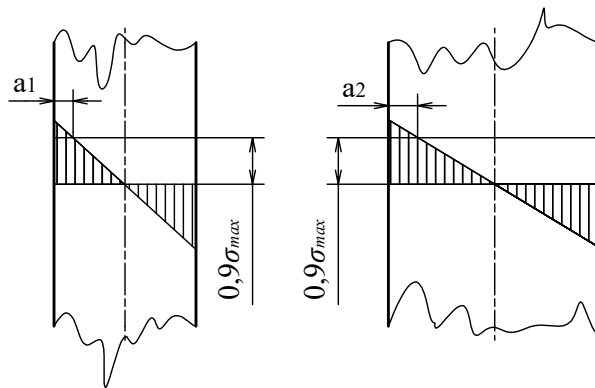
Obrázek 2.6: Vliv namáhání na chování vrubu (1 - bez namáhání, 2 - namáháno tahem, 3 - namáháno ohybem, 4 - namáháno krutem)

Součinitel jakosti povrchu nabývá hodnoty $\eta_P = 1$ pro leštěné výrobky (odpovídá zkušebním vzorkům).

2.2.2 Velikost součásti

S rostoucí velikostí součásti se zhoršují únavové vlastnosti ze čtyř důvodů:

1. **rozdělení napětí** - s rostoucím průřezem klesá gradient napětí, tím se zvětšuje exponovaný objem (obr. 2.7), u povrchu součásti je snížena radiální vazba materiálu
2. **statistika** - s rostoucím objemem roste pravděpodobnost výskytu poruch
3. **technologie** - s rostoucí velikostí obrobku roste složitost dodržení konstantní kvality obrábění
4. **metalurgie** - s rostoucí velikostí polotovaru dochází k poměrnému zhoršení kvality dodávaného materiálu



Obrázek 2.7: Exponovaný objem součásti ($a_1 < a_2$)

Za účelem srovnání exponovaného objemu součásti s objemem normalizovaného zkušebního vzorku (tyč, $\varnothing 7$ mm) je definován **součinitel velikosti** ϵ_V .

$$\epsilon_V = \frac{\sigma_{cD}}{\sigma_{cd}} \leq 1; \quad (2.9)$$

$$\epsilon_{VO} = \frac{\sigma_{OcD}}{\sigma_{Ocd}} \leq 1; \quad (2.10)$$

$$\epsilon_{VT} = \frac{\tau_{cD}}{\tau_{cd}} \leq 1; \quad (2.11)$$

kde hodnoty napětí s indexem d odpovídají mezi únavy zkušebního vzorku, napětí s indexem D , potom skutečných součástí.

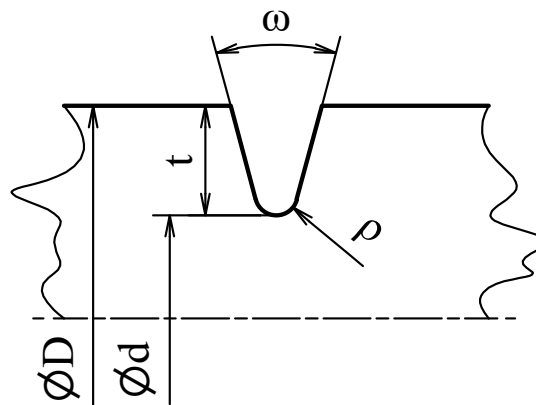
Pro odečet tohoto součinitele byly sestaveny **diagramy** $\epsilon_V - D$.

2.2.3 Náhlá změna průřezu

Vruby způsobené náhlou změnou průřezu jsou vruby konstrukční. Vlivem náhlé změny průřezu může docházet k prudké změně napjatosti, což má na životnost součástí negativní vliv.

Konstrukční vruby lze dělit dle různých kritérií například na vnitřní a vnější, ostré a oblé, mělké a hluboké, jednoduché a násobné, ... Pro charakteristiku konstrukčních vrubů využívají následující základní parametry (obr. 2.8):

1. poloměr přechodu ρ
2. hloubka vrubu t
3. rozevření vrubu ω
4. rozměry průřezu $D \rightarrow d, B \rightarrow b, R \rightarrow r$



Obrázek 2.8: Parametry užívané pro popis vrubu

Pro popis geometrie vrubu se zavádí **součinitel tvaru** α .

$$\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \geq 1; \quad (2.12)$$

kde σ_{max} je maximální napětí vznikající důsledkem vrubu a σ_{nom} je jmenovité napětí v minimálním průřezu součásti v oblasti vrubu.

Ke zjišťování součinitele tvaru α lze využít analytický výpočet, nebo numerické simulace MKP. Na základě analytických výpočtů vznikly diagramy využívané v rámci výuky PP2.

V případě využití MKP pro vyjádření koncentrace napětí je nutné vzít v potaz skutečnost, že přesnost výpočtu se značně mění s velikostí elementu.

Velmi významnou osobností zabývající se koncentrací napětí byl **Rudolph Earl Peterson** (1901 - 1982). V rámci své činnosti analyticky vyjádřil velké množství koncentrátorů napětí. Petersonova vyjádření koncentrace napětí jsou využita v praktické části práce.

Koncentrace napětí, ale nezávisí pouze na geometrii vrubu, ale i na vlastnostech materiálu. Proto se zavádí **součinitel vrubu** β :

$$\beta = \frac{\sigma_c}{\sigma_c^+} \leq \alpha \quad (2.13)$$

Popisuje odpor materiálu vůči vzniku krčku. Vlastnosti materiálu jsou dány jeho výrobou, tepelným zpracováním součásti atd. Není prakticky možné podrobit zkouškám a zpracovat veškeré přípustné kombinace těchto faktorů, a proto se jeho určení omezuje pouze na některé případy. Obecně lze uvést, že citlivější jsou legované a jemnozrnné oceli. Legura se může chovat jako koncentrátor napětí a šířící se trhlinka se může zastavit na hranici dostatečně velkého zrna.

Součinitel vrubové citlivosti q se určuje jako:

$$q = \frac{\beta - 1}{\alpha - 1} \leq 1 \quad (2.14)$$

Odtud:

$$\beta = 1 + q \cdot (\alpha - 1) \quad (2.15)$$

Je-li materiál citlivý na vrub, $q = 1$, tedy $\beta = \alpha$. Pro materiály s nízkou vrubovou citlivostí $q \rightarrow 0$, tedy $\beta \rightarrow 1$.

Součinitel vrubové citlivosti byl vyjádřen mnoha autory. V práci využívám Petersonovo vyjádření:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_{MAT}}{r}}; \quad (2.16)$$

kde r je poloměr vrubu a α_{MAT} je materiállová konstanta určená dle přílohy 1. Její hodnota se pohybuje v řádu tisícín, proto $q \rightarrow 1$, $\beta \rightarrow \alpha$. [11]

Při výuce na fakultě strojní ČVUT je přednášen také postup " q_1 , q_2 " s přihlédnutím k mezi kluzu daného materiálu. Ten lze využít za účelem zpřesnění výpočtu [14], [15].

$$q_1 = f(\sigma_P); \quad (2.17)$$

$$q_2 = f\left(\frac{\sigma_k}{\sigma_P}\right) \quad (2.18)$$

odečteno z příslušného diagramu.

Potom pro součinitel vrubové citlivosti v ohybu platí:

$$q_o = \frac{q_1 + q_2}{2} \quad (2.19)$$

A pro součinitel vrubové citlivosti v krutu platí:

$$q_k = q_2 \quad (2.20)$$

2.3 Zvyšování životnosti součástí

Na základě textu výše lze uvažovat, že nejen konstrukčními změnami je možné zvyšovat životnost součástí. Základní, v praxi užívané, metody jsou uvedeny v následující kapitole.

2.3.1 Leštění a broušení povrchu

Lze předpokládat, že snížením drsnosti povrchu dojde ke zvýšení η_P , což je žádoucí. Problematický je však vznik přídavných napětí v povrchové vrstvě.

Při **hrubém broušení** dochází k prudkému vzrůstu teploty na povrchu a jeho plastické deformaci. Při následném chladnutí zůstávají v povrchové vrstvě tahová napětí. To v konečném důsledku znamená snížení σ_c . **Jemné broušení** tento negativní vliv nemá.

Naopak **leštění** (nedochází k markantnímu zvýšení teploty) zanechává tlakové předpětí a mírně zpevňuje povrchovou vrstvu. To se netýká leštění **elektrolytického**, které pouze vyhlazuje povrch, ale povrchovou vrstvu nezpevňuje, jeho vliv je tedy pozitivní, ale o cca. 5 - 10 % méně.

2.3.2 Mechanické úpravy povrchu

Mezi mechanické úpravy povrchu řadíme především kuličkování a válečkování.

Při kuličkování jsou na povrch součásti metány ocelové kuličky. Tlakové předpětí vyvolané dopadem kuliček může dosahovat až meze kluzu. Vrstva ovlivněná touto úpravou má hloubku do 1 mm. Jedná se o poměrně jednoduchou a univerzální metodu s významným vlivem na životnost součásti (pro hřídele až 100% zvýšení). Nevýhodou je celkem hrubý povrch, které zpracování zanechává.

Pro hřídele s otvorem napříč, kolmo na osu (např. mazací otvor, nebo díra pro závlačku), se s výhodou využívá zamáčknutí kuličky o větším průměru, než je průměr otvoru přes hranu otvoru. Vliv této úpravy je podobný vlivu kuličkování.

Při válečkování je do povrchu rotující součásti za současného posuvu zatlačován váleček (kladička). Válečkování může být jak podélné, tak příčné (45° – 90° vůči ose rotace), přičemž příčným je dosahováno lepších výsledků. Hloubka zpevněné vrstvy je až 2 mm. Tato metoda má významný vliv především pro součásti z houževnatých materiálů. Je možné také válečkovat pouze okolí konstrukčních vrubů (využíváno například pro zápichy). Z principu metody je jasné, že pro nerotační součásti není válečkování příliš vhodné.

2.3.3 Chemicko-tepelné zpracování

O chemicko-teplném a tepelném zpracování se uvažuje především ve spojitosti se zvyšováním tvrdosti povrchu. Lze ho však využívat i pro zlepšení únavových vlastností, protože zvyšuje pevnost a vnáší tlakové předpětí do povrchové vrstvy.

Chemicko-tepelné zpracování (cementace, nitridace) za účelem zvýšení životnosti vyžaduje komplexní zvážení všech přínosů i rizik. Byť je právě z únavových důvodů užíváno například pro klikové hřídele přenášející vysoké výkony [6], riziko nezanebatelného zkřehnutí povrchové vrstvy, či její navodíkování a tím významný pokles životnosti, může převyšovat potenciální zlepšení vlastností. Taktéž je třeba vzít v úvahu, že se doporučuje chemicko-tepelně zpracovávat celý výrobek (hrana zpevnění se chová jako vrub), ale například pro odlehčená ozubená kola může dojít k přílišnému ztenčení nosného průřezu houževnatého materiálu.

Vlivem chemicko-tepelného zpracování dochází ke zvýšení σ_c o 30 až 50 %, za výhodných podmínek může být zvýšení ještě markantnější. Pro výpočet v praktické části se s ohledem na bezpečnost uvažuje pouze 30% zvýšení pro oba typy povrchové úpravy.

Tepelné zpracování (kalení) lze využívat pro zlepšení únavových vlastností také. Má sice o něco menší vliv, ale taktéž jsou potlačena jeho rizika. Dokonce se v některých případech přistupuje ke kalení pouze v okolí vrubů.

Ohřev součásti při tepelném zpracování má za následek ještě vznik dodatečného tlakového předpětí v důsledku objemové roztažnosti materiálu.

Tepelné zpracování by se s ohledem na životnost součásti mělo provádět v neutrální atmosféře, aby nedocházelo k oduhličení povrchu. To vede ke vzniku drobných trhlinek, které se při zatěžování vystupují jako koncentrátoři napětí.

2.3.4 Statické přetížení a vytrenování

Pokud to materiál součásti umožňuje, je možno ji krátkodobě zatížit napětím blízkým mezi kluzu. V oblasti v okolí vrubů dojde ke koncentraci napětí, σ_k je překročena a to má za následek vznik zplastizovaných zón, ve kterých je potřeba mnohem vyšší energie pro šíření trhliny.

Tento postup nesmí být zaměňován s tažením, které po sobě zanechává tahové zbytkové napětí a tím snižuje σ_c .

Zvýšení σ_c až o 30% je možné dosáhnout pomocí cyklického zatěžování napětím $\sigma < \sigma_c$, které je postupně zvyšováno. Tento postup je nazýván vytrenování.

3 Výpočetní program

V rámci praktické části práce vznikl program pro vyhodnocení průběhu napětí v hřídeli. Ten byl následně využit pro zhodnocení a optimalizaci návrhu vstupního hřídele převodovky navržené v rámci konstrukčního cvičení.

3.1 Vstup

Pro definici výpočetního problému se zadává:

- **geometrie hřídele** (délky jednotlivých průměrů, poloha a rozměry ložisek, ozubení, odlehčovací díra osou hřídele, zápichy, zaoblení, drážkování, drážky pro pero, závity, uložení)
- **povrchová úprava** (drsnot po zadaných délkách, volba tepelně-chemické úpravy a tloušťky její vrstvy)
- přenášené **silové účinky**
- **materiál** hřídele (σ_P , σ_k , volba uhlíkové, či slitinové oceli)
- **teorie pružnosti** (energetická, nebo Trescova)

3.2 Výpočet

Pro vyhodnocení napětí v hřídeli jsou provedeny výpočty popsané v následující části práce.

Jelikož jsou axiální síly na ozubení velmi malé, je ve výpočtu zanedbáno osově napětí v součásti.

3.2.1 Geometrie

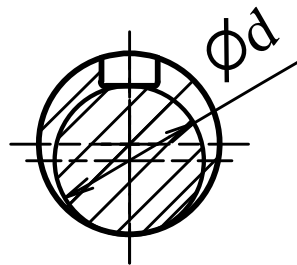
Pro výpočet průřezových modulů je třeba vzít v potaz, že houževnaté jádro schopné přenášet napětí je zmenšeno tloušťkou vrstvy tepelně-chemického zpracování, proto:

$$W_o(x) = \frac{\pi \cdot (d(x) - 2 \cdot t_p)^3}{32} \cdot \left[1 - \left(\frac{D_d(x)}{d(x) - 2 \cdot t_p} \right)^4 \right]; \quad (3.1)$$

$$W_k(x) = \frac{\pi \cdot (d(x) - 2 \cdot t_p)^3}{16} \cdot \left[1 - \left(\frac{D_d(x)}{d(x) - 2 \cdot t_p} \right)^4 \right]; \quad (3.2)$$

kde $d(x)$ je průměr hřídele v místě x , $D_d(x)$ je průměr díry v x a t_p je tloušťka tepelně-chemického zpracování.

Průřez je zmenšen pod zápichy a drážkou pro pero. V oblasti drážky pro pero je $d(x)$ průměr kružnice tečné ke dnu drážky a vnějšímu průměru hřídele jak je ilustrováno na obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Průměr v oblasti drážky pro pero

3.2.2 Silové účinky a jmenovité napětí

Jedná se o staticky určitou úlohu. Určení silových účinků je shodné s postupy základního kurzu PP.

Ohybový moment

Ohybový moment je závislý na poloze sil působících na hřídel, jejich velikosti a směru a na poloze podpor (ložisek). Vyhodnocuje se ve dvou na sebe kolmých rovinách, pro každé kolo (nebo samostatně zadanou sílu) zvlášť. Je využita linearita systému, momenty působící ve shodných rovinách jsou sečteny a následně je proveden vektorový součet na sebe kolmých momentů. Takto je získán průběh velikosti ohybového momentu po délce hřídele.

Ohybové napětí je:

$$\sigma_{o_{max}}(x) = \frac{M_o(x)}{W_o(x)} \quad (3.3)$$

Kroutící moment

Napětí v krutu je:

$$\tau_{max}(x) = \frac{M_k(x)}{W_k(x)} \quad (3.4)$$

Kroutící moment je uvažován konstantní v rozmezí od zadaného vstupu L_0 po jeho odběr L_1 , proto:

$$\begin{aligned}\tau_{max}(x) &= \frac{|M_k|}{W_k(x)} ; x \in \langle L_0; L_1 \rangle \\ \tau_{max}(x) &= 0 ; x \in \langle 0; L_0 \rangle \cup \langle L_1; L \rangle\end{aligned}\tag{3.5}$$

3.2.3 Koncentrace napětí

Výpočetní program je vytvořený pro předpoklad stálého krutu, proto se uvažuje pouze koncentrace ohybové složky napětí. Soubor definující koncentraci napětí obsahuje i informace pro vyhodnocení cyklického namáhání krutem a axiálním zatížením, rozšíření vlastního programu by bylo nenáročné.

Pokud je výstupem některého výpočtu součinitel α , pro přepočítání na β je využit vztah 2.15.

Součinitel jakosti povrchu

Součinitel jakosti povrchu se vyhodnocuje dle [10]. Z grafu byly určeny funkční závislosti $\eta_P = f(\sigma_P)$ pro normalizovaná Ra (příloha 2). Součinitel jakosti povrchu se vyhodnocuje po celé délce součásti. Vstupem je konstantní σ_P a po délce proměnná drsnost povrchu Ra. Pro krut se hodnota η_P upravuje dle rovnice 2.8.

Součinitel velikosti

Součinitel velikosti se, stejně jako součinitel jakosti povrchu, vyhodnocuje po celé délce součásti.

Dle [9]:

$$\epsilon_V = \left(\frac{V_D}{V_d} \right)^m ;\tag{3.6}$$

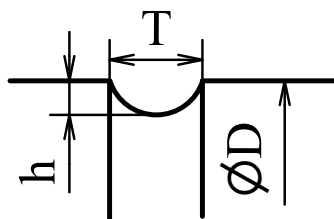
kde $m = -0,034$ pro uhlíkovou a $m = -0,040$ pro slitinovou ocel, V_D je objem reálné součásti, V_d je objem normalizovaného vzorku.

Pro užití ve výpočtu bylo upraveno:

$$\epsilon_V(x) = \left(\frac{d(x)^2 - D_d(x)^2}{7^2} \right)^m ;\tag{3.7}$$

kde $d(x)$ je průměr hřídele v místě x , $D_d(x)$ je průměr díry v x .

Zápich D



Obrázek 3.2: Zápich D

Zápich D (obr. 3.2) se užívá mezi dvěma plochami o stejném nominálním průměru [4]. Koncentrace napětí zápichu D je vyhodnocována podle [11], nebo [8].

Osazení

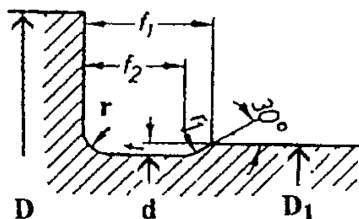
Pro vyhodnocení součinitele α osazení jsou využity vztahy buď z [11], nebo [8]. Výhodou vzorců v [8] je skutečnost, že platí, na rozdíl od těch v [11], pro jakýkoli poměr $\frac{D-d}{2r}$. Výsledné hodnoty se liší velmi málo.

Koncentrace napětí v osazení se vyhodnocuje ve všech místech na hřídeli, kde je zadána změna průměru, výpočet se netýká drážky pro pero a D zápichu.

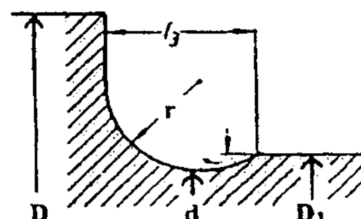
Je možnost v místě osazení zadat zápich, který může být výhodný nejen z technologického hlediska, ale i pro dynamické namáhání, protože umožňuje aplikaci většího přechodového zaoblení, případně umožňuje odstranit koncentraci napětí od uložení.

Zdroj [8] uvádí dva typy zápichů. Koncentrace napětí v zápichu G (značení dle normy ČSN) na obr. 3.3 se vyhodnocuje jako pro osazení z průměru d na D s poloměrem r . Malá změna průměru $D_1 \rightarrow d$ se pro koncentraci napětí zanedbává pro $\frac{f_1}{r} \geq 5$. Tento poměr je velmi vysoký, proto není vytvořena funkce pro zadání zápichu G. Je možné ho zadat jako dvě za sebou následující změny průměru hřídele.

Pro zápich na obr. 3.4 se výpočet koncentrace napětí se provádí jako superpozice zápichu D a osazení, v [8] je uveden příslušný vzorec. Změna $D_1 \rightarrow d$ se zanedbává pro $\frac{f_3}{r} \approx 2$. Proto je pro tento zápich vytvořena vlastní funkce a připouští se $\frac{f_3}{r} \geq 1,7$.



Obrázek 3.3: Zápich G [8]



Obrázek 3.4: Zápich v osazení

Koncentrace napětí v oblasti změny průměru díry osou hřídele se neuvažuje, protože se jedná o místa s většinou poměrně velkou vzdáleností od povrchu, tedy nižším ohybovým i kroutícím napětím. Toto zjednodušení je podpořeno také skutečností, že se ve zdrojích nepodařilo dohledat příslušné koeficienty, a proto se jeví, že tento jev zanedbávají i autoři odborné literatury.

Drážkování

Součinitel β drážkování se vyhodnocuje dle [9]. Jelikož jsou v literatuře uvedeny hodnoty součinitele pouze pro některé hodnoty meze pevnosti, byly odvozeny funkční závislosti $\beta = f(\sigma_P)$. Ty lze dohledat v příloze 3. Hodnoty pro evolventní drážkování se využívají i pro vyhodnocení koncentrace napětí způsobené ozubením.

Pro ohyb jsou hodnoty β shodné pro oba typy drážkování, pro krut je součinitel vrubu evolventního drážkování 1,5krát až 1,75krát nižší než β drážkování rovnobokého.

Drážka pro pero

Pro drážku pro pero je možno získat přímo hodnotu β z [9] a to jak pro ohyb, tak krut. Pro využití zde uvedených hodnot byly určeny funkční závislosti $\beta = f(\sigma_P)$ v příloze 4.

Dle [8], pokud jsou v jedné oblasti užita dvě pera, zvyšuje se napětí koeficientem 1,5.

Závit

Součinitel β závitu se určuje dle [9], rovnice $\beta = f(\sigma_P)$ jsou uvedeny v příloze 4. β závitu v krutu je rovna jedné (jedná se o podobný případ jako u součinitele jakosti povrchu η_P ilustrovaném na obr. 2.6).

Uložení

Součinitel β uložení se stanoví dle [9]. Protože jsou zde uvedeny hodnoty součinitele ve formě tabulek, byla tato data vynesena do 3D prostoru a proložena plochou funkce se známými koeficienty. Tato funkce 2 proměnných se následně využívá pro vyhodnocení koncentrace napětí. Rovnice $\beta = f(\sigma_P, D)$ lze dohledat v přílohách 5, 6 a 7.

Ve většině případů dochází pod ložisky ke kombinaci koncentrace napětí od uložení a od osazení. V celé práci se k problematice přistupuje konzervativně, proto jsou v tomto případě zohledněny oba součinitele. Bylo by zajímavé tuto problematiku podrobit dalšímu studiu, například pomocí metody konečných prvků.

Polohu hybného, přechodného a nehybného uložení lze zadat ručně. V místě ložisek je automaticky vyhodnoceno nehybné uložení.

Pokud dochází v oblasti uložení ke změně průměru hřídele (např. zápich pod ložiskem), uložení se na menším průměru neuvažuje.

3.2.4 Bezpečnost

Napětí v ohybu σ_o je zvýšeno popsánymi koeficienty:

$$\sigma_o = \frac{\sigma_{oNOM}}{\epsilon_V \cdot \eta_P} \cdot \beta \quad (3.8)$$

Na základě vztahu 2.2 je určena mez únavy v ohybu σ_c , ta je, pokud byla zadána chemicko-tepelná úprava (cementace, nitridace) zvýšena koeficientem 1,3 (vysvětleno v kapitole 2.3). Dle zadané teorie pružnosti se určuje $\alpha_{TEOR} = 2$ pro Trescovu teorii, nebo $\alpha_{TEOR} = \sqrt{3}$ pro teorii energetickou.

Výsledná bezpečnost je:

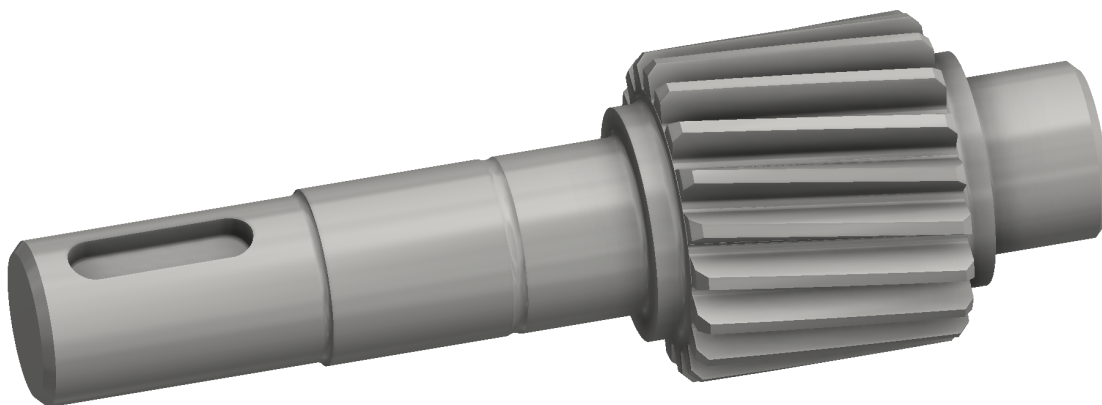
$$k(x) = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sigma}{\sigma_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau \cdot \alpha_{TEOR}}{\sigma_k}\right)^2}} \quad (3.9)$$

3.3 Výstup

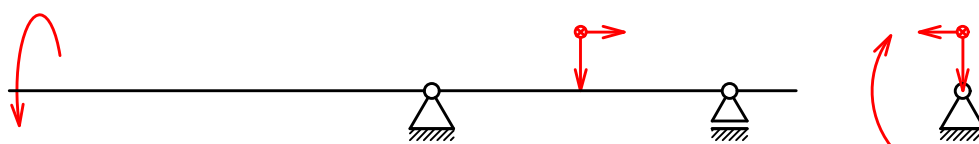
- grafické znázornění ohybového a kroutícího momentu na hřídeli
- grafické znázornění průběhu napětí včetně zahrnutí koncentrace pro ohybovou složku
- grafické znázornění průběhu bezpečnosti
- výpis hodnot součinitelů koncentrace napětí
- výpis nejnižší hodnoty bezpečnosti a určení její polohy po délce hřídele

4 Zhodnocení a optimalizace návrhu

Na základě doporučení z výuky konstrukčního cvičení byl navržen hřídel na obr. 4.1, jehož výkres je v příloze 8. Jedná se o vstupní hřídel dvoustupňové převodovky. Kroutící moment motoru připojeného přes pružnou spojku je 20 Nm. Tomuto hřídeli odpovídá výpočetní model na obr. 4.2.



Obrázek 4.1: Navržený hřídel



Obrázek 4.2: Model hřídele pro výpočty

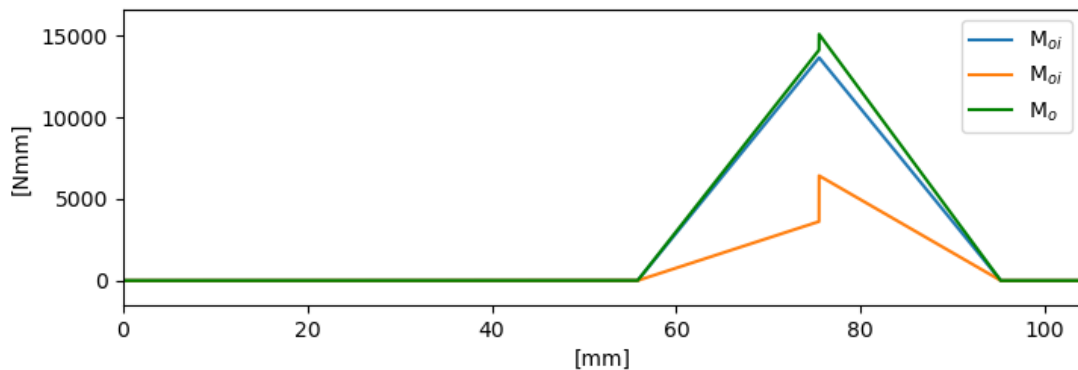
Hmotnost tohoto hřídele je 379 g.

Pro ocel 14 220 se uvádí $\sigma_P = 785 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$, $\sigma_k = 685 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ [4].

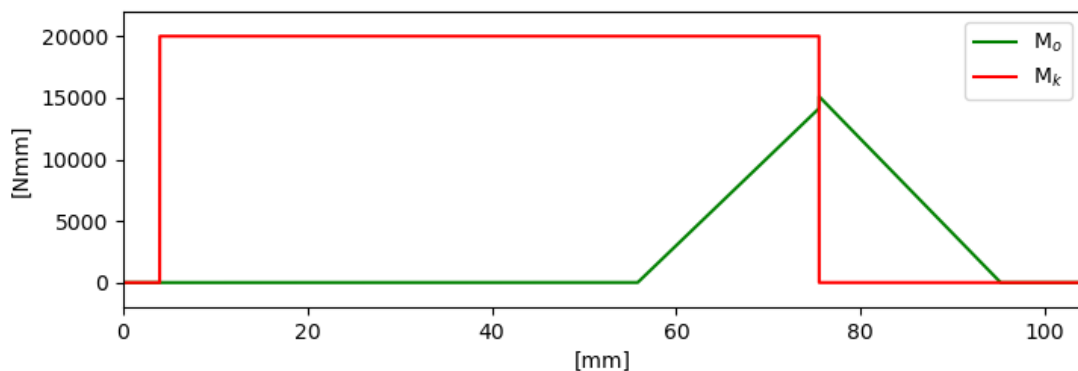
Pro výpočet je využita konzervativnější, Trescova, teorie.

4.1 Zhodnocení návrhu

Hřídel je zatížen stálým krutem a střídavým ohybem. Na sebe kolmé složky ohybového momentu a jejich vektorový součet jsou znázorněny na obr. 4.3. Maxima ohybového momentu se dosahuje v působišti síly, tj. v polovině šířky ozubení. Krut je uvažován konstantní mezi drážkou pro pero po střed ozubení. Průběh ohybového a kroutícího momentu po délce hřídele je na obr. 4.4.



Obrázek 4.3: Graf složek ohybového momentu



Obrázek 4.4: Graf průběhu momentů

4.1.1 Příklad výpočtu koncentrace napětí

V této kapitole je uveden příklad výpočtu napětí v oblasti osazení u ozubení, tj. v $x = 62$ mm.

Součinitel jakosti povrchu

$$Ra = 3,2 \mu\text{m}, \sigma_P = 785 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$$

Pro $Ra = 3,2 \mu\text{m}$ nejsou v [9] uvedeny hodnoty η_P , proto je využita rovnice pro $Ra = 6,3 \mu\text{m}$.

$$\begin{aligned}\eta_P &= 2,1726 \cdot 10^{-7} \cdot \sigma_P^2 - 6,4643 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma_P + 1,1225 \\ \eta_P &= 0,7489\end{aligned}\quad (4.1)$$

Součinitel velikosti

$$d = 22,5 \text{ mm}, D_d = 0 \text{ mm}, m = -0,040$$

$$\begin{aligned}\epsilon_V &= \left(\frac{d(x)^2 - D_d(x)^2}{7^2} \right)^m = \left(\frac{22,5}{7} \right)^{2 \cdot (-0,040)} \\ \epsilon_V &= 0,9108\end{aligned}\quad (4.2)$$

Součinitel tvaru v ohybu

$$d = 22,5 \text{ mm}, D = 25,03 \text{ mm}, r = 1 \text{ mm}, t = 1,265 \text{ mm}, \text{ výpočet dle [8]}$$

$$\begin{aligned}\alpha_o &= 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{r}{t} + 11,6 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2 + 0,2 \cdot \left(\frac{r}{t}\right)^3 \cdot \frac{d}{D}}} \\ \alpha_o &= 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{1}{1,265} + 11,6 \cdot \frac{r}{22,5} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{1}{22,5}\right)^2 + 0,2 \cdot \left(\frac{1}{1,265}\right)^3 \cdot \frac{22,5}{25,03}}} \\ \alpha_o &= 1,917\end{aligned}\quad (4.3)$$

Součinitel vrubové citlivosti

$$r = 1 \text{ mm}, \sigma_P = 785 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{MAT} &= 1,5173 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{\sigma_P \cdot 145}{1000}\right)^4 - 1,1590 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{\sigma_P \cdot 145}{1000}\right)^3 + \\ &+ 3,4691 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{\sigma_P \cdot 145}{1000}\right)^2 - 5,0668 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{\sigma_P \cdot 145}{1000}\right) + \\ &+ 3,2988 \cdot 10^{-2} \\ \alpha_{MAT} &= 1,5173 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{785 \cdot 145}{1000}\right)^4 - 1,1590 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{785 \cdot 145}{1000}\right)^3 + \\ &+ 3,4691 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{785 \cdot 145}{1000}\right)^2 - 5,0668 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{785 \cdot 145}{1000}\right) + \\ &+ 3,2988 \cdot 10^{-2} \\ \alpha_{MAT} &= 0,00572\end{aligned}\quad (4.4)$$

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_{MAT}}{r}}$$

$$q = \frac{1}{1 + \frac{0,00572}{1}} \quad (4.5)$$

$$q = 0,9943$$

Součinitel vrubu

$$\beta_o = 1 + q \cdot (\alpha_o - 1)$$

$$\beta_o = 1 + 0,9943 \cdot (1,917 - 1) \quad (4.6)$$

$$\beta_o = 1,9118$$

Napětí

$$\sigma_{oNOM} = 4,546 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

$$\sigma_o = \frac{\sigma_{oNOM}}{\eta_P \cdot \epsilon_V} \cdot \beta_o$$

$$\sigma_o = \frac{4,546}{0,7489 \cdot 0,9108} \cdot 1,9118 \quad (4.7)$$

$$\sigma_o = 12,742 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

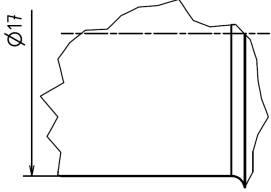
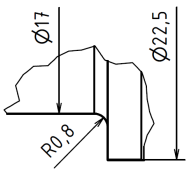
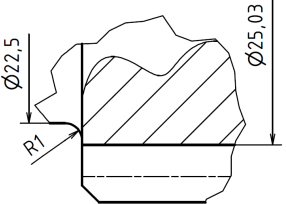
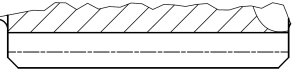
4.1.2 Koncentrace napětí v navrženém hřídeli

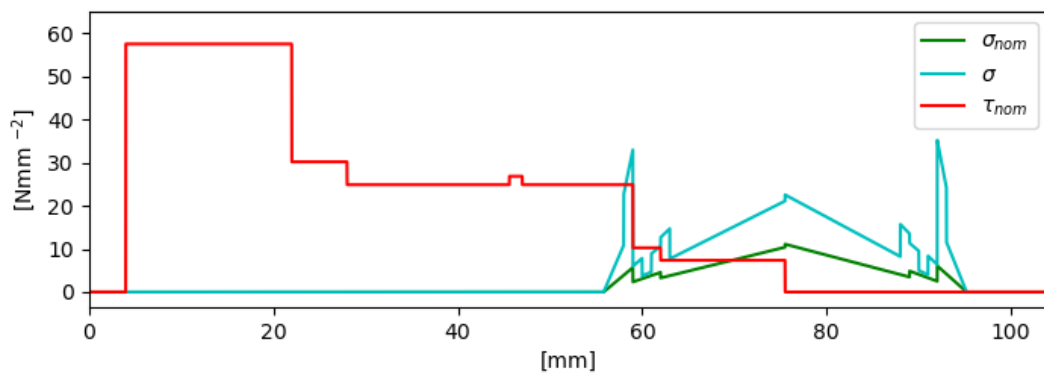
V tabulce 4.1 jsou uvedeny konstrukční prvky hřídele, které mají vliv na únavu, a hodnota jejich součinitele vrubu β_o .

Minimální hodnota $\epsilon_V = 0,903$. Této hodnoty je dosaženo v oblasti ozubení, tj. na největším průměru hřídele. Minimum $\eta_P = 0,7489$. Ohybové napětí nominální a zvýšené koncentrací napětí je znázorněno na obr. 4.5 společně s napětím v krutu.

Koncentrace napětí v osazení se vyhodnocuje dle [8], protože nejsou dodrženy podmínky pro využití výpočtu dle [11].

Tabulka 4.1: Konstrukční prvky hřídele

Prvek	Detail	β_o
Ložisko - uložení		2,335
Ložisko - osazení		2,086
Ozubení - osazení		1,912
Ozubení		1,650



Obrázek 4.5: Graf průběhu napětí

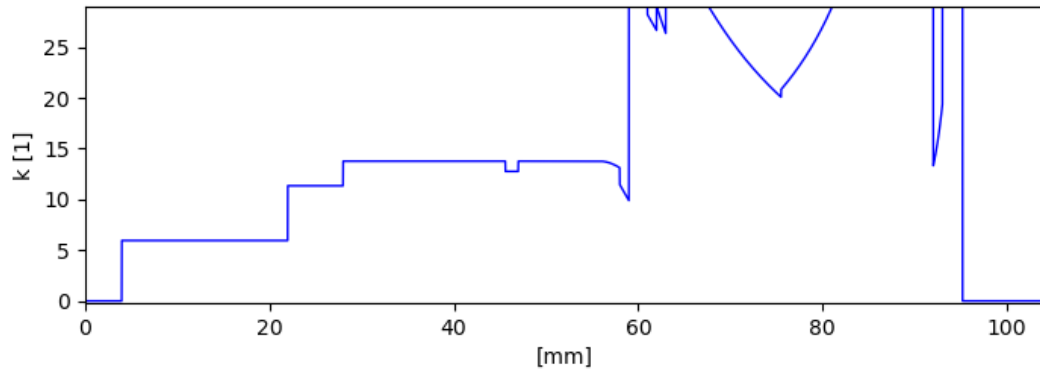
Na obr. 4.6 je znázorněn průběh bezpečnosti po délce hřídele.

Z grafu je patrné, že kritická místa jsou:

- drážka pro pero ($k = 5,957$)¹
- zaoblení pod ložisky (pro levé ložisko $k = 9,902$ pravé: $k = 13,337$)

¹Drážka pro pero není uvedena v tabulce 4.1, protože není zatěžována dynamicky.

Vysoké hodnoty napětí se v osazení pod ložisky dosahuje, protože dochází ke kombinaci koncentrace napětí od uložení a od osazení s malým zaoblením, které musí být menší než zaoblení kroužku ložiska.



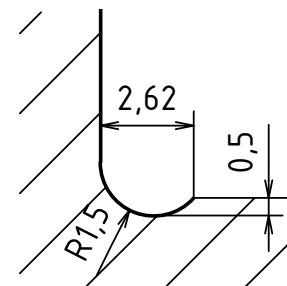
Obrázek 4.6: Graf průběhu bezpečnosti po délce hřídele

4.2 Optimalizace návrhu

V rámci úpravy návrhu je pozornost věnována kritickým místům konstrukce a, vzhledem k celkové předdimenzovanosti návrhu, snaže o vyrovnání velikosti napětí po délce hřídele i za cenu snížení bezpečnosti v některých oblastech hřídele.

Optimalizace místa s nejnižší hodnotou bezpečnosti - drážky pro pero - je problematická. Oblast není dynamicky namáhaná a navíc je rozměr pera dán užitou spojkou. Této oblasti nebude věnována pozornost.

Dalším kritickým místem jsou osazení pod ložisky (v tab. 4.1 2. řádek). Změna průměru je dána ložiskem, stejně tak poloměr přechodu, který musí být menší, než příslušné zaoblení ložiskového kroužku. Za účelem snížení součinitele tvaru je aplikována tvarová změna odpovídající zápichu doporučenému [8]. Rozměry zápichu jsou uvedeny na obr. 4.7.



Osazení u ozubení (v tab. 4.1 3. řádek) se nachází v oblasti nižšího ohybového napětí, přesto je však poloměr zaoblení z $R = 1$ mm zvýšen na $R = 2$ mm. Tato oblast nemá konstrukční omezení, které by změnu znemožnilo.

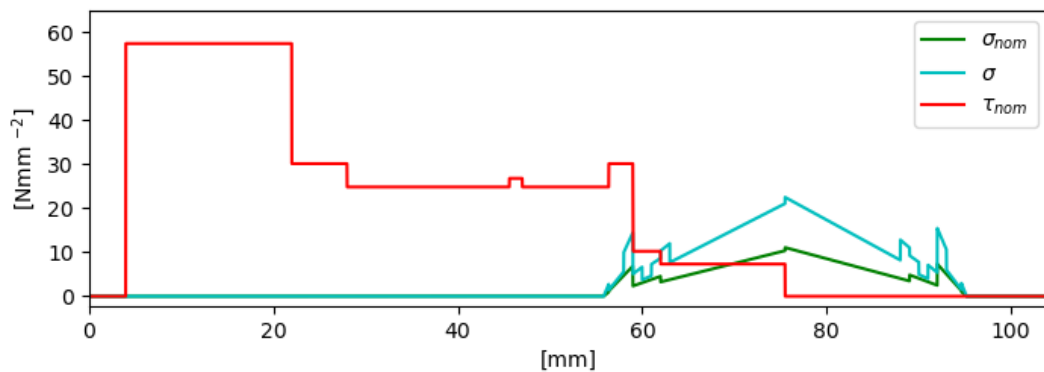
Obrázek 4.7: Odlehčovací zápich

Na obrázcích 4.8 a 4.9 jsou znázorněny průběhy napětí a bezpečnosti po aplikaci odlehčovacího zápichu a zaoblení. Významně klesly extrémní ohybového napětí v oblasti osazení pod ložisky. Tato skutečnost je ovlivněna nejen aplikací většího

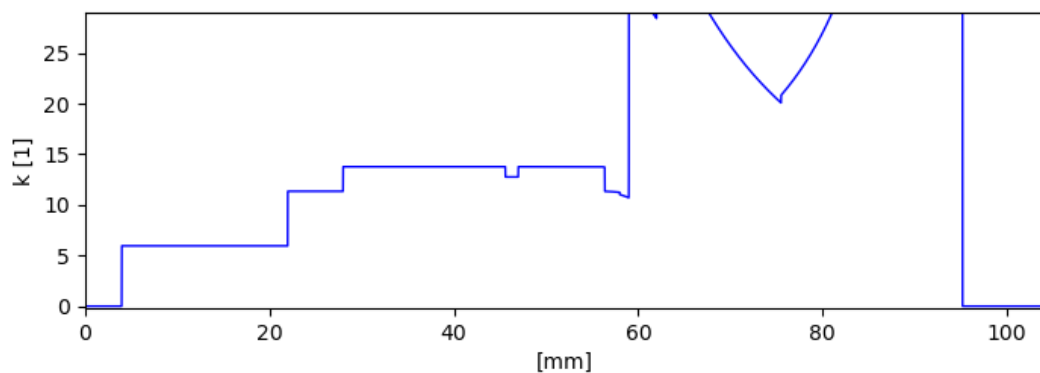
přechodového zaoblení, ale také odstraněním koncentrace napětí od nehybného uložení v blízkosti osazení.

Vlivem aplikace zápichu došlo ke snížení průřezu hřídele o 1 mm na průměru. Pro ohybovou složku napětí je tato skutečnost kompenzována snížením koncentrace napětí, pro krut už tato aplikace tak výhodná není. Zvýšení napětí však není tak markantní, aby bylo překážkou v aplikaci tvarové změny. Toto má také za následek zvětšení rozdílu průměrů pro výpočet α , výsledný součinitel koncentrace napětí je tedy vyšší, než by byl pouze v případě aplikace většího přechodového zaoblení.

Zajímavé výsledky by také mohlo přinést zvětšení modulu ozubení (v současném stavu $m = 1,5$), které by umožnilo snížení šířky ozubení, přiblížení ložisek a tím snížení maxima ohybového momentu. Tato změna by už vyžadovala změnu konstrukce i dalších součástí, a proto není dále rozvíjena.



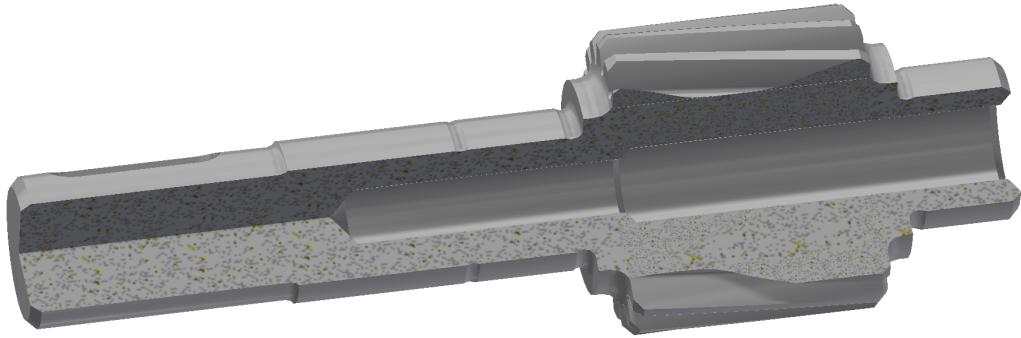
Obrázek 4.8: Graf průběhu napětí po změnách v osazení



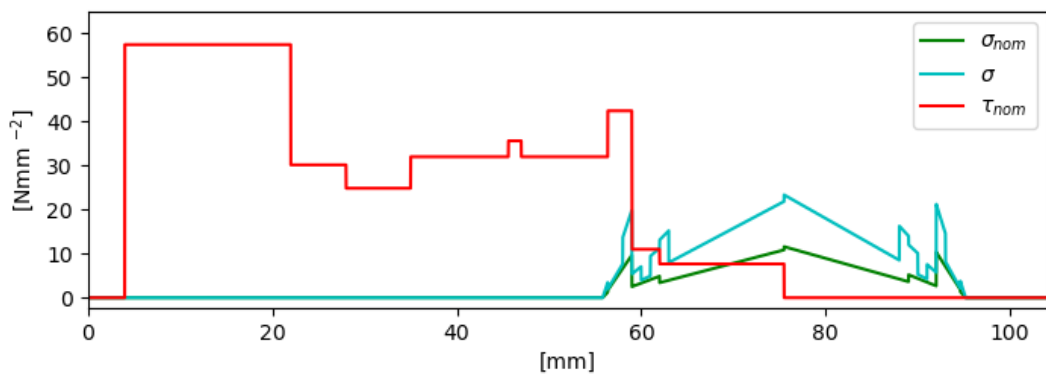
Obrázek 4.9: Graf průběhu bezpečnosti po délce hřídele po změnách v osazení

Za účelem snížení nerovnoměrnosti rozložení napětí po délce hřídele byla navržena díra osou hřídele začínající v $x = 33$ mm o jmenovitém průměru 8 mm, která je v $x = 64$ mm rozšířena na průměr 11 mm (obr. 4.10). Díra by v případě výroby byla chráněna před cementací, aby nedošlo k dalšímu zmenšení houževnatého průřezu.

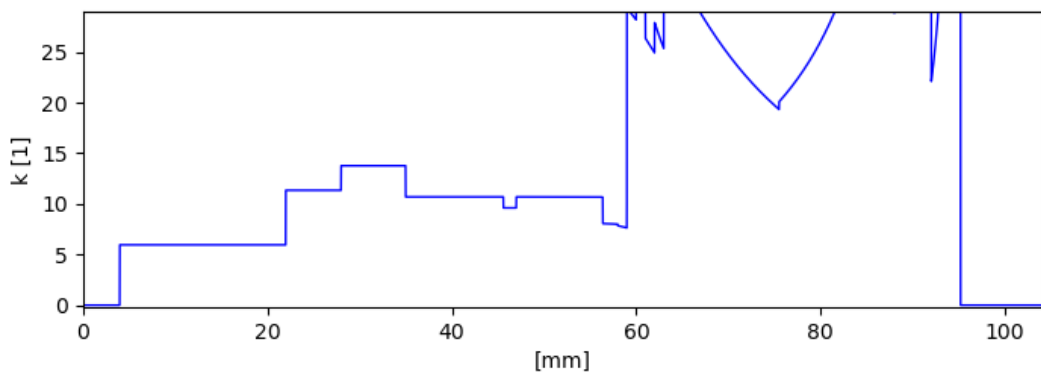
Průběhy napětí a bezpečnosti po optimalizaci jsou na obrázcích 4.11 a 4.12. Minimální hodnota bezpečnosti se nemění, $k = 5,957$ v oblasti drážky pro pero. Vzhledem k původnímu návrhu klesla bezpečnost v oblasti osazení pod levým ložiskem, zůstává však stále vyšší než minimální bezpečnost a proto není tato skutečnost překážkou pro aplikaci odlehčení.



Obrázek 4.10: Hřídel po optimalizaci



Obrázek 4.11: Graf průběhu napětí po optimalizaci



Obrázek 4.12: Graf průběhu bezpečnosti po délce hřídele po optimalizaci

4.3 Porovnání řešení

Původní řešení je velmi silně předimenzované a zároveň vykazuje značnou koncentraci napětí. Již toto řešení však využívá kuželíková ložiska, dochází tedy k posunutí podpor výpočetního modelu od středu ložisek blíže k působišti síly a tím ke snížení maxima ohybového momentu. Osazení v oblasti ložisek je minimální přípustné dle katalogu výrobce, zde také není prostor k optimalizaci.

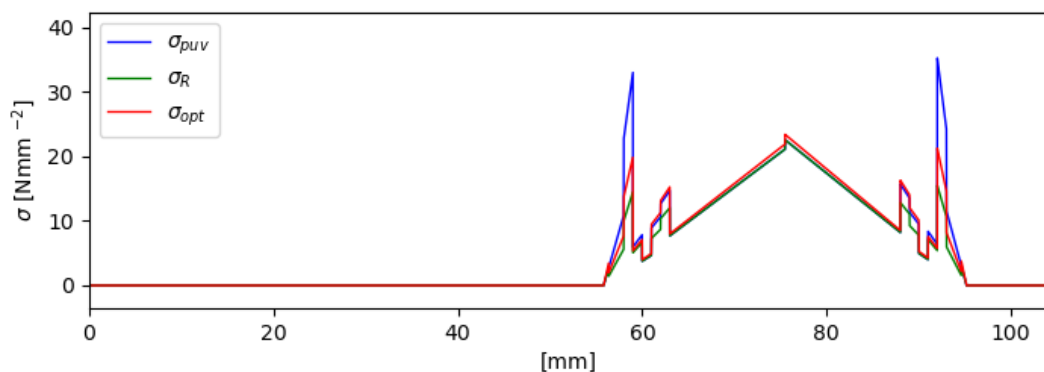
V tabulce 4.2 jsou porovnány hodnoty bezpečnosti v oblasti drážky pro pero (1), osazení levého (2) a pravého (3) ložiska. Dále se porovnává součinitel velikosti, jehož minimální hodnota, byť velmi málo, vzrostla díky odlehčení. Sloupec β_{osaz} porovnává hodnoty součinitele vrubu v ohybu v osazení pod ložisky, β_{ozub} potom v oblasti osazení u ozubení.

V posledním řádku tabulky jsou uvedeny změny porovnávaných veličin před optimalizací a po ní. Šedě jsou zvýrazněny hodnoty, u kterých došlo ke zlepšení stavu.

Tabulka 4.2: Porovnání hodnot bezpečnosti

	k [1]			ϵ_{min} [1]	β_{loz} [1]	β_{ozub} [1]	m[g]
	1	2	3				
původní návrh	5,96	9,90	13,33	0,903	2,09	1,91	379
po změnách v osazení		10,71	30,31				
po odlehčení		7,64	22,11	0,911	1,77	1,56	317
Δ [%]	0	-29,7	+39,7	+ 0,9	-17,7	- 22,3	-19,6

Ke snížení koncentrace napětí se využívá zvětšení přechodových zaoblení, zápich a na to navázané odstranění koncentrace napětí od uložení. Odlehčením došlo k mírnému vyrovnání napětí po délce hřídele a k nezanedbatelnému snížení hmotnosti hřídele.



Obrázek 4.13: Graf průběhu ohybového napětí

Protože se práce zaměřuje na optimalizaci únavových vlastností, které jsou v řešeném případě navázané pouze na ohyb, jsou na obrázku 4.13 porovnány průběhy ohybového napětí všech tří uváděných řešení. V oblasti osazení u ozubení (2. a 4. špička napětí) se napětí původního a výsledného návrhu liší minimálně, ale hřídel je téměř o 20% lehčí.

V případě realizace by bylo nutné dále provést kontrolu torzních kmitů a vyhodnotit ekonomickou stránku věci. S přihlédnutím k této problematice by bylo možné považovat za optimální řešení neodlehčený hřídel pouze se změnami v osazení.

5 Závěr

Předložená práce ve své první části obsahuje rozbor problematiky únavy materiálu. Ten staví na dosavadních znalostech a na studiu odborné literatury. Rešerše je vytvořena s ohledem na praktickou část a obsahuje konkrétní vztahy a hodnoty využitě pro výpočty. Tímto je splněn první dílčí cíl práce.

Na základě získaných znalostí byla provedena analýza původního stavu navrženého hřídele v rámci předmětu Konstrukční cvičení a následně byly vyhodnoceny možné konstrukční úpravy hřídele. Tyto úpravy jsou provedeny ve dvou krocích.

V první fázi se cílí na optimalizaci z pohledu únavy. Aplikací tvarových změn se podařilo zvýšit únavovou životnost (vyjádřeno součinitelem vrubu β) o 17,7 %. Zde je splněn druhý cíl práce.

Dále bylo provedeno odlehčení hřídele. Ten byl v oblasti uvnitř převodovky navržen jako dutý. Touto úpravou došlo k mírnému snížení lokálního minima bezpečnosti (globální minimum zůstává zachováno), ovšem hmotnostní zisk činí 19,6 %.

Výpočet všech potřebných parametrů byl za pomoci výpočetní techniky a v literatuře uvedených explicitních vztahů pro koncentraci napětí proveden po celé délce součásti.

Navržené úpravy geometrie hřídele, především odlehčovací díra, by mohly být problematické z ekonomického pohledu.

Hřídel se stále jeví jako silně předimenzovaný. Pokud by byl podroben dynamické analýze torzních kmitů, bylo by možné provádět další úpravy, tyto už by ovšem zahrnovaly i změnu geometrie dalších součástí převodovky.

Literatura

- [1] BURŠA, Jiří, PPII-Mezní stav únavové pevnosti. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, VUT [online]. [cit. 2019-11-16]. Dostupné z: http://www.old.umt.fme.vutbr.cz/~jburša/Stud_opory/3-4-prednaska.pdf
- [2] CORREIA, J.A.F.O., A.M.P. DE JESUS, I.F. PARIENTE, J. BELZUNCE a A. FERNÁNDEZ-CANTELI, 2017. Mechanical fatigue of metals. Engineering Fracture Mechanics [online]. 185 [cit. 2019-11-03]. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2017.10.029. ISSN 00137944. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0013794417311347>
- [3] ČERNOCH, Svatopluk, 1968. Strojně technická příručka. 12. přepracované vydání. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury.
- [4] DRASTÍK, František, 1999. Strojnické tabulky pro konstrukci i dílnu. 2. dopl. vyd. Ostrava: Montanex. ISBN 80-857-8095-X.
- [5] FAURIE, J.P., P. MONNIER, A. NIKU-LARI a R. SUTTERLIN, 1977. Guide du dessinateur: les concentrations de contraintes. Senlis: Centre Technique des Industries Mécaniques. ISBN 2-85400-011-0
- [6] FRIED, T. Klikový mechanismus závodního motoru V8. Brno, 2017. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. 62 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Lubomír Drápal.
- [7] JANÍČEK, Přemysl a Jiří MAREK, 2013. Expertní inženýrství v systémovém pojetí. Praha: Grada. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-4127-7.
- [8] FKM-Guideline: Analytical strength assessment of components in mechanical engineering. Frankfurt am Main : VDMA Verlag GmbH, 2003. 267 s. ISBN 3-8163-0425-7.
- [9] Kolektiv: Pružnost a pevnost II, skriptum, FS ČVUT

- [10] MICHALEC, Jiří. Pružnost a pevnost II. 2. vydání. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2001. ISBN 80-01-02375-3.
- [11] PILKEY, Walter D. a Rudolph Earl PETERSON, 1997. Peterson's stress concentration factors. 2nd ed. New York: Wiley. ISBN 04-715-3849-3.
- [12] RŮŽIČKA, Milan, Miroslav HANKE a Milan ROST, 1992. Dynamická pevnost a životnost. Praha: ČVUT Strojní fakulta. ISBN 80-01-00886-X.
- [13] RŮŽIČKA, Milan, Přednášky část 2: Únavové křivky a faktory, které je ovlivňují. In: Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti, TUL [online]. [cit. 2019-11-16]. Dostupné z: http://www.kmp.tul.cz/system/files/duz_2017_2_ru.pdf
- [14] ŘEZNÍČEK, Jan, 2019. Pružnost a pevnost IIA - přednášky. In: Pruznost.unas.cz [online]. Praha, 16.9.2019 [cit. 2020-06-15]. Dostupné z: http://pruznost.unas.cz/PP_II_19_20.pdf
- [15] ŘEZNÍČEK, Jan, 2019. Pružnost a pevnost IIA - příklady. In: Pruznost.unas.cz [online]. Praha, 16.9.2019 [cit. 2020-06-15]. Dostupné z: http://pruznost.unas.cz/PP_II_priklady.pdf
- [16] YOUNG, Warren C. a Richard G. BUDYNAS, 2002. Roark's Formulas for Stress and Strain. 7th edition. Chicago, Illinois, USA: McGraw-Hill Professional, 855 s. ISBN 007072542X.
- [17] ZEJDOVÁ, L. Haighův diagram vybrané pružinové oceli. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 57 s., Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Stanislav Věchet, CSc.

Seznam tabulek

2.1	Zatěžovací cykly	10
4.1	Konstrukční prvky hřídele	31
4.2	Porovnání hodnot bezpečnosti	35

Seznam obrázků

2.1	Zatěžovací cyklus	10
2.2	Teoretická Wöhlerova křivka	11
2.3	Haighův diagram [10]	13
2.4	Haighův diagram - rozbor zatěžování [9]	13
2.5	Smithův diagram [10]	14
2.6	Vliv namáhání na chování vrubu (1 - bez namáhání, 2 - namáháno tahem, 3 - namáháno ohybem, 4 - namáháno krutem)	15
2.7	Exponovaný objem součásti ($a_1 < a_2$)	16
2.8	Parametry užívané pro popis vrubu	17
3.1	Průměr v oblasti drážky pro pero	22
3.2	Zápich D	24
3.3	Zápich G [8]	24
3.4	Zápich v osazení	24
4.1	Navržený hřídel	27
4.2	Model hřídele pro výpočty	27
4.3	Graf složek ohybového momentu	28
4.4	Graf průběhu momentů	28
4.5	Graf průběhu napětí	31
4.6	Graf průběhu bezpečnosti po délce hřídele	32
4.7	Odlehčovací zápich	32

4.8	Graf průběhu napětí po změnách v osazení	33
4.9	Graf průběhu bezpečnosti po délce hřídele po změnách v osazení	33
4.10	Hřídel po optimalizaci	34
4.11	Graf průběhu napětí po optimalizaci	34
4.12	Graf průběhu bezpečnosti po délce hřídele po optimalizaci	34
4.13	Graf průběhu ohybového napětí	35

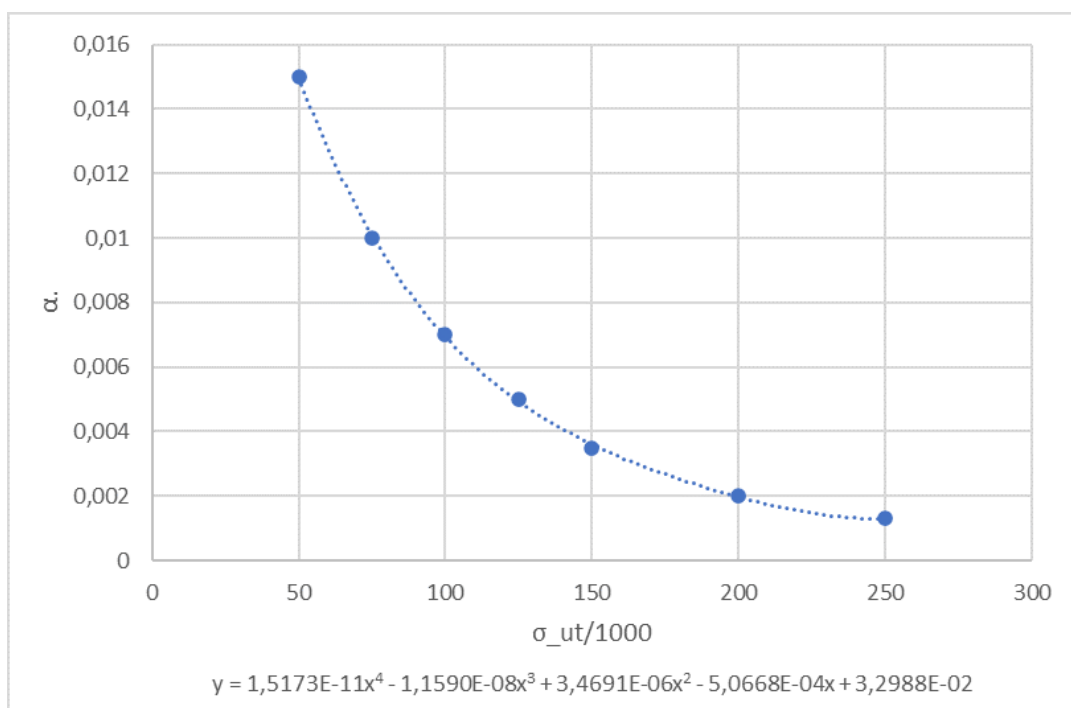
Seznam příloh

1	Materiálová konstanta α pro určení vrubové citlivosti	42
2	Graf pro zjištění funkční závislosti - Součinitel jakosti povrchu	43
3	Graf pro zjištění funkční závislosti - Drážkování	44
4	Graf pro zjištění funkční závislosti - Drážka pro pero, závit	45
5	Funkční závislosti - Nehybné uložení	46
6	Funkční závislosti - Přejídné uložení	47
7	Funkční závislosti - Hybné uložení	48
8	Výkres vyhodnocovaného hřídele	49

Příloha 1. Materiálová konstanta α pro určení vrubové citlivosti

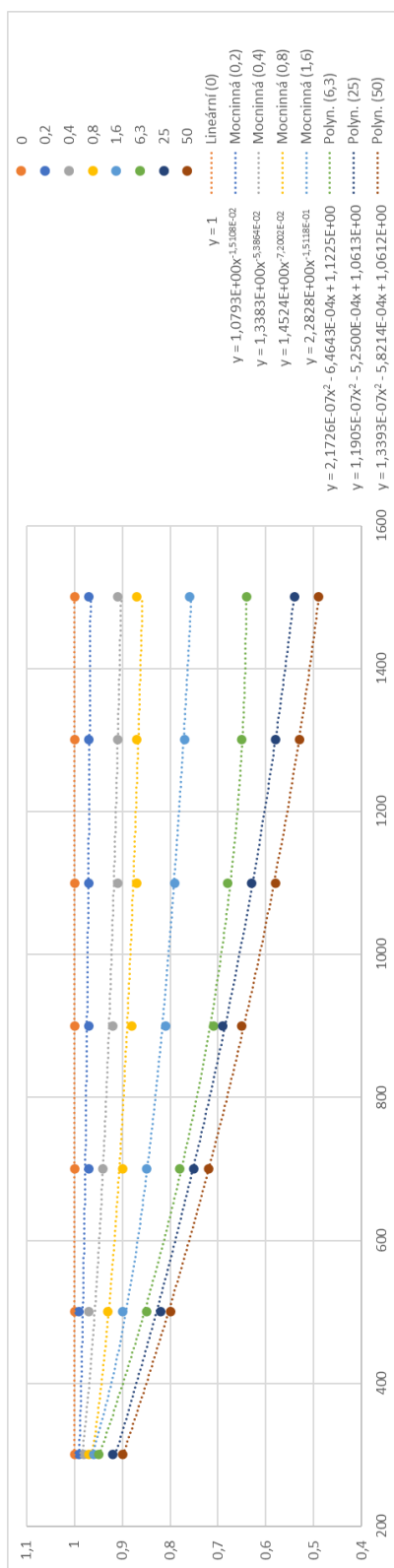
Zdroj: [11]

$\sigma_{ut}/1000$	α
50	0.015
75	0.010
100	0.007
125	0.005
150	0.0035
200	0.0020
250	0.0013

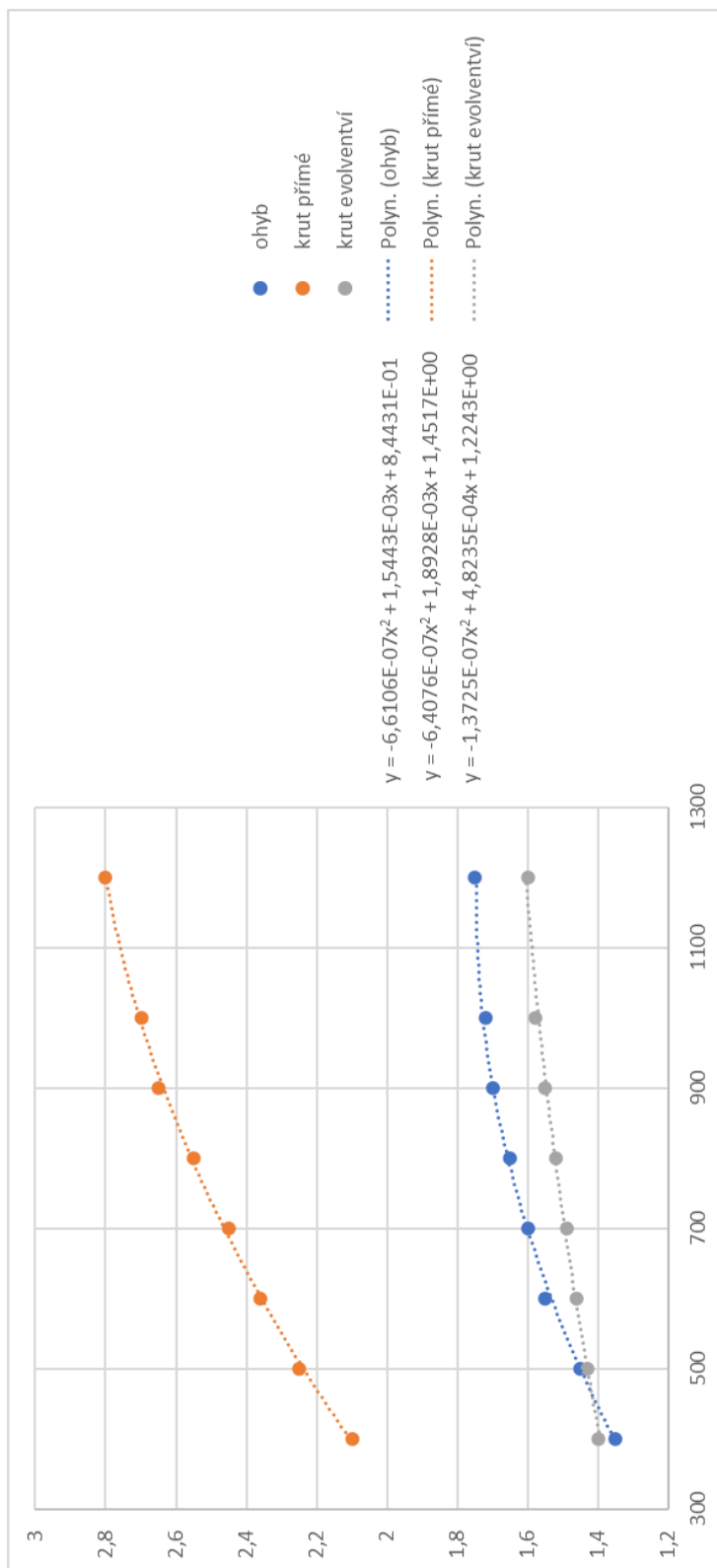


σ_{ut} ... mez pevnosti v tahu [psi]

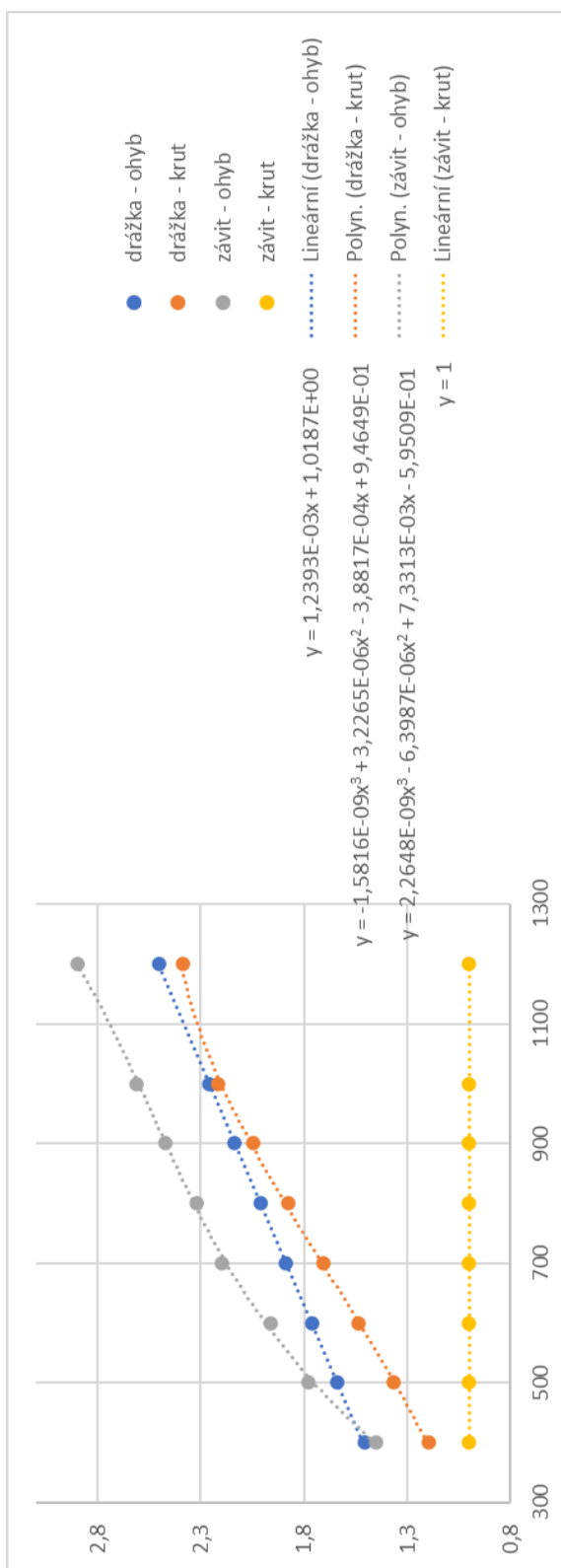
Příloha 2. Graf pro zjištění funkční závislosti - Součinitel jakosti povrchu



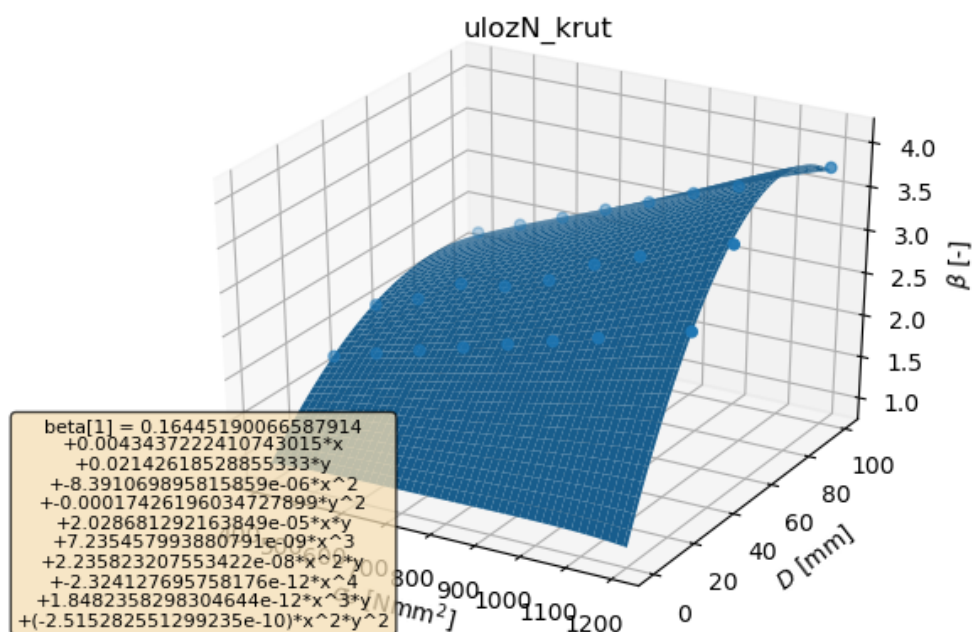
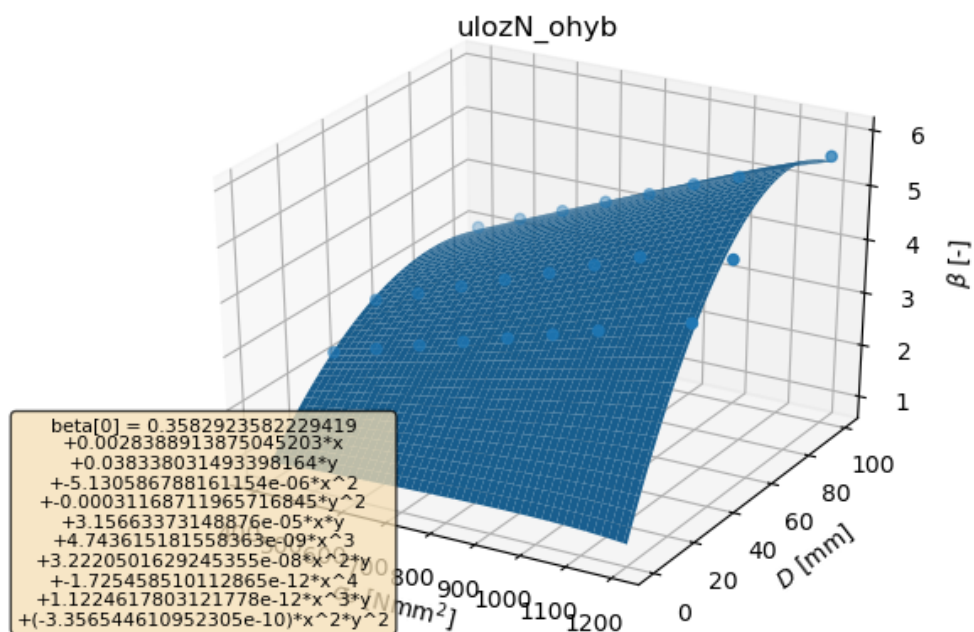
Příloha 3. Graf pro zjištění funkční závislosti - Drážkování



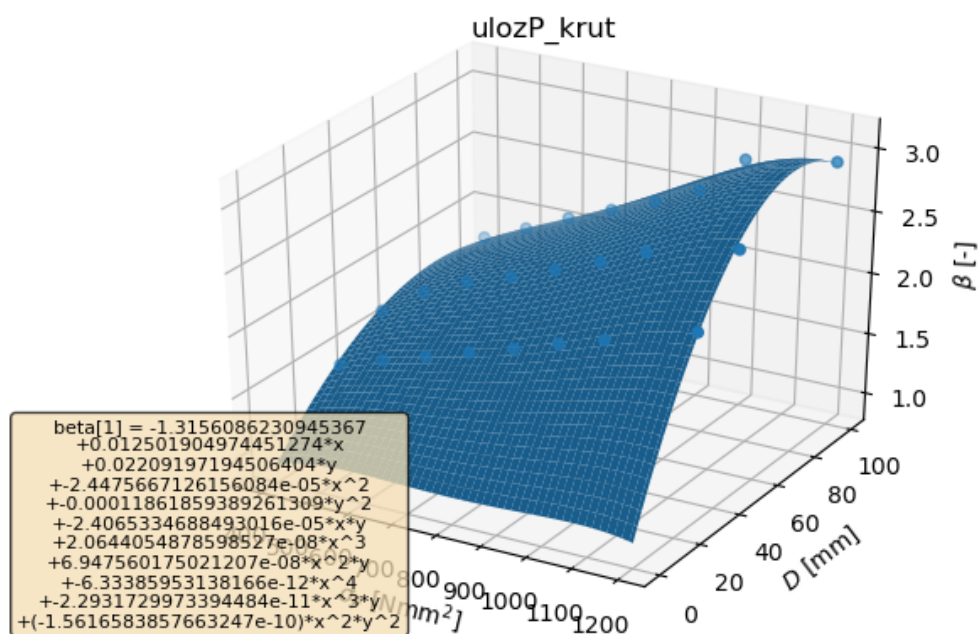
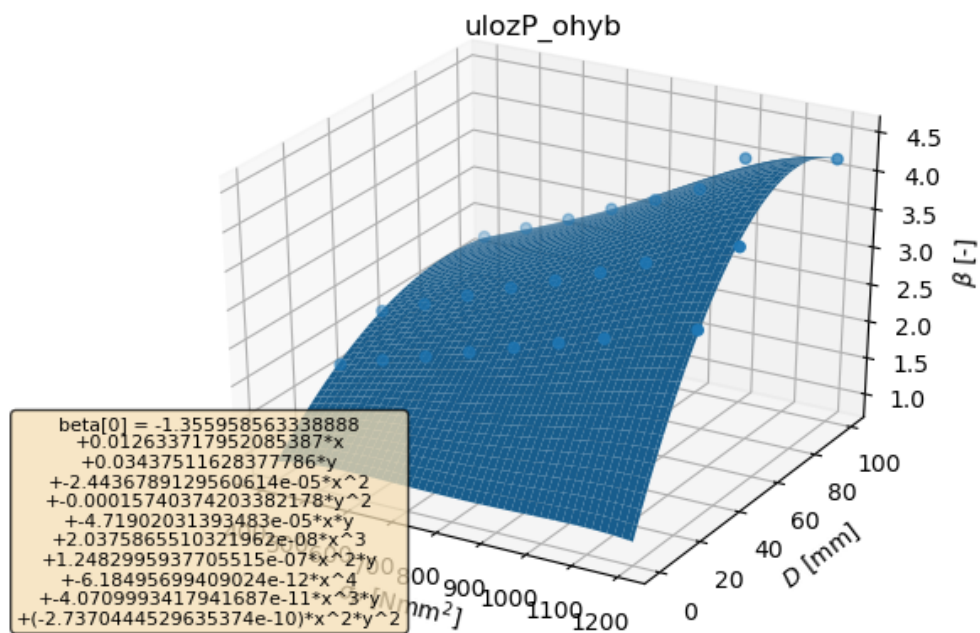
Příloha 4. Graf pro zjištění funkční závislosti - Drážka pro pero, závit



Příloha 5. Funkční závislosti - Nehybné uložení



Příloha 6. Funkční závislosti - Přechodné uložení



Příloha 7. Funkční závislosti - Hybné uložení

