

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta elektrotechnická  
Katedra radioelektroniky

# OPTIMALIZACE PŘÍJMU MULTI-KONSTELAČNÍCH SIGNÁLŮ DRUŽICOVÉ NAVIGACE

Disertační práce

Ing. Jiří Svatoň

Praha, červenec, 2020

Doktorský studijní program: Elektrotechnika a informatika (P2612)  
Studijní obor: Radioelektronika (2601V010)

**Školitel:** prof. Ing. František Vejražka, CSc.



## Anotace

Disertační práce se zabývá akvizicí, česky zachycením, signálů družicové navigace (GNSS). Tedy počátečním hrubým odhadem parametrů, časového zpoždění a Dopplerova posunu, jejich signálů. Práce cílí na využití algoritmu paralelního prohledávání v kódu (PCS) pro výpočet zobecněné korelační funkce (CAF) moderních GNSS signálů se sekundárním kódem (tzv. stupňovité signály) a periodou primárního kódů delší, než je jednorázová výpočetní délka PCS algoritmu, realizovaného pomocí rychlé Fourierovy transformace (FFT) s omezenou délkou. Práce rozebírá metody částečné korelace (PCM) period primárního kódu použitím PCS algoritmu, nekoherentní i koherentní kombinování těchto částečných korelací, i metody doplňování nul (SBZP a DBZP). Práce popisuje jejich použití na stupňovitém signálu, kde částečná korelace, doplňování nul, přítomnost a neznámá poloha změny bitů sekundárního kódu signálu působí vznik fragmentů a ztrát ve výsledné CAF. Tyto účinky jsou způsobeny cyklickou vlastností použité korelační funkce a omezují využití jinak efektivní PCS metody pro tyto GNSS signály. Omezení podobných PCS metod, i založených na modifikovaném DBZP, neumožňuje jejich práci přes sekundární kód signálu. Práce tyto efekty analyzuje v obou doménách (časového zpoždění a Dopplerova posunu) vypočítané CAF. Na základě této analýzy pak optimalizuje a odvozuje vlastní modifikaci koherentní PCM metody s modifikovaným SBZP (mSBZP). Tato metoda zpracování potlačuje fragmenty a ztráty v CAF, má optimální, nulové ztráty zpracováním, umožňuje akceptování znaménka přítomného sekundárního kódu a tak konstrukci sdruženého PCS estimátoru primárního a sekundárního kódu. Sdružený estimátor tak může pracovat, prohledávat primární kód stupňovitého GNSS signálu pomocí mSBZP PCM PCS algoritmu. To znamená mnohem efektivněji, než kvůli výše uvedeným obtížím na tyto signály dosud užívaný pomalý algoritmus sekvenčního prohledávání. Práce dále optimalizuje metodu pre-korelačního zpracování (mPCA) sekundárního kódu. To je metodu, umožňující navýšit koherentní integrační čas před samotným výpočtem mSBZP PCM PCS algoritmu. Tak umožňuje ještě větší úsporu výpočetních zdrojů. Výsledky metod jsou prezentovány a porovnávány odpovídajícími metrikami, též křivkami pravděpodobnosti detekce a provozní charakteristikou přijímače (ROC).

## Klíčová slova:

Akvizice, Algoritmus paralelního prohledávání v kódu, PCS, Globální navigační satelitní systémy, GNSS, Metoda částečné korelace signálu, PCM, Metoda pre-korelačního koherentní akumulace signálu, PCA, Sekundární kód, Single block zero-padding doplňování nul, SBZP.

## Annotation

The thesis is devoted to GNSS signal acquisition, the initial rough estimation of signal parameters, the code phase, and the Doppler shift. The work focuses on the Parallel code search algorithm (PCS) for computation of the Cross-correlation ambiguity function (CAF) of modern tiered GNSS signals. These signals are equipped with the secondary code and the primary code with a period longer than an available PCS algorithm using the Fast Fourier transform algorithm (FFT) of limited length. A chosen approach focuses on the Partial correlation method (PCM) of primary code period PCS processing, coherent and noncoherent PCM combining, and the Single block (SBZP) and the Double block (DBZP) zero padding methods. Their utilization, together with tiered signals with a not-known edge position and sign of its secondary code, causes fragments and losses in resulting CAF. The cyclic property of computed CAF is the origin of these effects. Thus, the utilization of the PCS algorithm for modern tiered signals is limited. Similar problems also limit other PCS algorithms, like the modified DBZP, for its usage on tiered signals. The thesis investigates and presents an analysis of these effects in the code phase domain and the Doppler shift domain of the CAF. Then, a novel modified SBZP (mSBZP) coherent combining PCM PCS algorithm is presented based on this analysis. The algorithm suppresses fragments, losses, and is optimal for its zero processing loss. The algorithm also enables us to accept the secondary code bit sign for its coherent processing, and its utilization as a joint primary and secondary code phase estimator. It is more effective than a joint sequential search that has been used due to the PCS algorithm problems mentioned above so far. The other objective is a modified pre-correlation coherent accumulation (mPCA) method and its utilization for a pre-correlation secondary code processing. The method enables an extension of the coherent integration time in front of the mSBZP PCM PCS algorithm calculation. It saves computational resources. The results are presented and compared using the detection metrics and the Receiver operating characteristic (ROC).

## Keywords:

Acquisition, Parallel code search algorithm, PCS, Global navigation satellite system, GNSS, Partial correlation method, PCM, Pre-correlation coherent accumulation, PCA, Secondary code, Single block zero-padding, SBZP.

Čestné prohlášení:

*Prohlašuji, že jsem svou disertační práci vypracoval samostatně a v předložené práci důsledně citoval použitou literaturu.*

*V Praze, dne .....*

.....  
*Ing. Jiří Svatoň*

*Poděkování za podporu, rady a trpělivost patří školiteli, prof. Ing. Františku Vejražkovi, CSc. Díky patří i všem současným a předchozím členům oddělení rádiových signálů a systémů, na jejichž práci jsem mohl navazovat. Poděkování dále patří kolegům z katedry číselného návrhu ČVUT FIT a společnosti MESIT a.s., kteří se na výzkumných aktivitách kolem přijímače GNSS též podíleli.*

*Mnoho díky za podporu a trpělivost patří i mé manželce Ireně a našim rodinám.*

## Obsah

<b>SEZNAM ZKRATEK</b>	<b>9</b>
<b>SEZNAM SYMBOLŮ</b>	<b>10</b>
<b>1 ÚVOD</b>	<b>13</b>
1.1 Motivace.....	13
1.2 Zaměření a cíl práce, metoda řešení.....	13
1.3 Obsah práce.....	14
1.4 Současný stav poznání jádra práce, úvod do řešené problematiky .....	16
<b>2 ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLŮ DRUŽICOVÉ NAVIGACE</b>	<b>20</b>
2.1 Obecný popis funkce systémů GNSS.....	20
2.2 Model signálů.....	20
2.3 Přijímač družicové navigace .....	21
2.3.1 Odhad ML a věrohodnostní funkce, korelační přijímač.....	23
2.3.2 Korelační funkce, Zobecněná korelační funkce a funkce neurčitosti.....	23
2.3.3 Číslicové zpracování signálu v základním pásmu.....	24
2.4 Signály družicové navigace – modulace a vlastnosti .....	27
2.4.1 Signály s modulacemi BPSK a BOC .....	27
2.4.2 Kompozitní signály MBOC (TBOC, CBOC, AltBOC).....	31
2.5 Dálkoměrné (primární) kódy.....	33
2.6 Sekundární kódy .....	37
2.7 Zvýšení citlivosti, koherentní a nekoherentní integrace.....	39
2.7.1 Nekoherentní integrace a její ztráty .....	40
2.8 Nároky na přesnost a latenci odhadnutých parametrů.....	41
<b>3 OBECNÉ METODY VYHLEDÁVÁNÍ SIGNÁLU</b>	<b>43</b>
3.1 Sériová metoda vyhledávání .....	43
3.2 Metoda paralelního vyhledávání ve frekvenci .....	43
3.3 Metoda paralelního vyhledávání v kódu (PCS) .....	44
3.4 Realizace PCS pomocí Fourierovy transformace.....	45
3.4.1 Odvození vztahu korelační funkce a Fourierovy transformace.....	45
3.4.2 FT, DFT a metoda Cooley-Tukey – FFT .....	46
3.4.3 Vlastnosti a specifika lineární a cyklické korelační funkce .....	47
3.5 Metriky a teorie detekce.....	49
3.5.1 SNR a $C/N_0$ .....	49
3.5.2 Teorie detekce .....	49
3.5.3 Metriky PNR a FSPR, charakteristika ROC .....	50

<b>4</b>	<b>SPECIFIKA REALIZACE PCS</b>	<b>51</b>
4.1	Metody kompenzace počtu vzorků, doplňování nul SBZP a DBZP .....	51
4.1.1	Single Block Zero-Padding (SBZP).....	51
4.1.2	Double Block Zero Padding (DBZP).....	52
4.2	Vliv změny znaménka navigační zprávy, či sekundárního kódu .....	53
4.3	Metody Half-bit, Full-bit a mDBZP.....	53
<b>5</b>	<b>METODY ČÁSTEČNÉ KORELACE PCM A MODIFIKOVANÉHO SBZP</b>	<b>55</b>
5.1	Zobecnění metody částečné korelace .....	55
5.2	Vyjádření PCM ztráty částečné korelace .....	58
5.3	Koherentní a nekoherentní kombinování výsledků částečné korelace.....	59
5.4	Návrh Modifikovaného Single Block Zero Padding algoritmu .....	60
5.5	Aplikace algoritmu mSBZP pro metodu částečné korelace (mSBZP-PCM).....	62
<b>6</b>	<b>SDRUŽENÝ ESTIMÁTOR PRIMÁRNÍHO A SEKUNDÁRNÍHO KÓDU</b>	<b>66</b>
6.1	Algoritmus PCS, akvizice sekundárního kódu a znaménkový problém .....	66
6.2	Algoritmus mSBZP a znaménkový problém, jeho eliminace .....	68
<b>7</b>	<b>METODY PRE-KORELAČNÍHO PRŮMĚROVÁNÍ, PCA A MPCA</b>	<b>73</b>
7.1	Algoritmus mPCA a mSBZP .....	75
7.2	Algoritmus mPCA a mPCM .....	77
<b>8</b>	<b>ZHODNOCENÍ ALGORITMŮ, DALŠÍ APLIKACE AKVIZICE</b>	<b>78</b>
8.1	Zhodnocení vyvinutých algoritmů akvizice .....	78
8.1.1	Porovnání ztrát zpracování, algoritmické náročnosti použitých metod .....	78
8.1.2	Testování na reálném signálu a omezení použití algoritmů akvizice.....	80
8.1.3	Akvizice signálů s modulacemi BOC a MBOC.....	80
8.1.4	Akvizice rychlých a kvazi-periodických signálů .....	81
8.2	Další speciální aplikace akvizice, další práce .....	81
8.2.1	Akvizice v obtížných podmínkách, rušení .....	81
8.2.2	Sledování (tracking) signálu ve frekvenční doméně .....	82
8.2.3	Metody collective detection - vektorová akvizice.....	82
<b>9</b>	<b>ZÁVĚR, PŘÍNOS AUTORA</b>	<b>84</b>
	Přístup práce k řešení: .....	84
	Dosažené výsledky:.....	84
	<b>LITERATURA</b>	<b>86</b>
	<b>PUBLIKACE AUTORA</b>	<b>91</b>



## Seznam zkratek

AGC	Automatic gain control
AltBOC	Alternative BOC (modulation)
AWGN	Additive white Gaussian noise
BACIX	Block accumulating coherent integration over extended interval
BAC	Block averaging correlation
BeiDou	čínský globální satelitní navigační systém
BOC	Binary offset carrier (modulation)
BPSK	Binary phase shift keying (modulation)
CAF	Cross-correlation ambiguity function
CBOC	Composite binary offset carrier (modulation)
CDMA	Code division multiple access
CFAR	Constant false alarm rate (detection)
CRLB	Cramér–Rao lower bound
DBZP	Double block zero padding
DFS	Discrete Fourier series
DFT	Discrete Fourier transform
DLL	Delay locked loop
DtFT	Discrete time Fourier transform
EGNOS	European geostationary navigation overlay service
E-L	Early-Late (discriminator)
FDMA	Frequency division multiple access
FFT	Fast Fourier transform
FIR	Finite impulse response (filter)
FLL	Frequency locked loop
FSPR	First to second peak ratio (metric)
FT	Fourier transform
GEO	Geosynchronous equatorial orbit
GLONASS	Globalnaja navigacionnaja sputnikovaja sistěma
GNSS	Global navigation satellite system
GPS	Global positioning system
I&D	Integrate and dump (correlator)
IF	Intermediate frequency (mixer)
IGSO	Inclined geosynchronous orbit
IRNSS	Indian regional navigation satellite system
LOS	Line of sight (channel)
MBOC	Multiplexed binary offset carrier (modulation)
Mcps	Mega chips per second (chip rate)
mDBZP	Modified double block zero padding
MEO	Medium Earth orbit
ML	Maximal likelihood (estimation)
mPCA	Modified pre-correlation coherent accumulation
mPCM	Modified partial correlation method
mSBZP	Modified single block zero padding
NCO	Numeric controlled oscillator
NRZ	Non return to zero (modulation impulse)
OLA	Overlap-Add (method)
PCA	Pre-correlation coherent accumulation
PCM	partial correlation method
PCS	Parallel code search (algorithm)

PFS	Parallel frequency search (algorithm)
PIT	Pre-detection integration time
PLL	Phase locked loop
PNR	Peak to noise ratio
QZSS	Quasi-Zenith Satellite System
REC	Rectangular (impulse)
RF	Radio frequency (system)
ROC	Receiver operating characteristic
RZ	Return to zero (impulse)
SBAS	Satellite based augmentation system
SBZP	Single block zero padding
SC	Secondary code
SNR	Signal to noise ratio (metric)
TBOC	(TMBOC) Time-Multiplexed BOC (modulation)
ToA	Time of arrival (ranging)
WAAS	Wide area augmentation system

## Seznam symbolů

$a$	celé číslo ( $N_{FFT}=2^a$ )
$argmax$	operace argumentu maximální hodnoty funkce
$B$	šířka pásma signálu [Hz]
$C$	konstanta rychlosti šíření světla ve vakuu
$C(f)$	spektrální výkonová hustota [dB-Hz]
$c(t)$	replika pseudonáhodného primárního dálkoměrného kódu
$C/N_0$	poměr výkonu nosné k spektrální výkonové hustotě [dB-Hz]
$C_{max}$	Welchova mez
$c_n$	koeficient Fourierovy řady
$corr$	symbolická operace PCS korelace
$d$	šířka Early-Late diskriminátoru časového zpoždění
$d(t)$	bitová navigační zpráva
$D_{DDL}$	výstup diskriminátoru časového zpoždění signálu
$D_{FLL}$	výstup diskriminátoru frekvence signálu
$D_{PLL}$	výstup diskriminátoru fáze signálu
$E$	energie signálu
$E_{CAF \text{ normalized}}$	normalizovaná energie zobecněné korelační funkce
$e$	odchylka, poměrné rozladění
$f_0$	frekvence nosné pásmového signálu [Hz]
$f_c$	chipová rychlost (primárního kódu) [Mcps]
$f_d, \hat{f}_d, \tilde{f}_d$	Dopplerův posun, odhad, testovací parametr [Hz]
$f_s, f_{sample}$	vzorkovací frekvence [Hz]
$f_{su}$	frekvence subnosné BOC modulace [Hz]
$f_{\Delta LO}$	odchylka frekvence lokálního oscilátoru od nominální [Hz]
$g(t, i)$	pomocná okénková funkce výběru $i$ -té periody primárního kódu
$H(t)$	Heavisideova funkce (jednotkový skok)
$h(t)$	modulační impulz
$I(t)$	soufázová složka signálu
$I_E$	výkon na výstupu soufázové složky Early větve diskriminátoru
$I_L$	výkon na výstupu soufázové složky Late větve diskriminátoru

$j$	komplexní jednotka
$Loss$	ztráty [dB]
$M$	počet bloků zpracování signálu metodou částečné korelace PCM
$max$	operace maximální hodnoty vrcholu funkce
$max_{second}$	operace maximální hodnoty druhého dominantního vrcholu
$mod$	operace modulo
$N$	počet koherentně integrovaných period primárního kódu, bitů sekundárního kódu
$N_0$	spektrální výkonová hustota šumu [dB-Hz]
$N_z$	počet doplňovaných nul
$O$	algoritmická (výpočetní) složitost
$P$	výkon signálu
$p$	$p$ funkce (modelování změny znaménka bitu navigační zprávy)
$P_d$	pravděpodobnost detekce
$P_{fa}$	pravděpodobnost falešné detekce
$PSD$	Spektrální výkonová hustota signálu [dB-Hz]
$Q$	Marcumova Q funkce
$Q(t)$	kvadrurní složka signálu
$Q_E$	výkon na výstupu kvadrurní složky Early větve diskriminátoru
$Q_L$	výkon na výstupu kvadrurní složky Late větve diskriminátoru
$\mathbf{r}$	vektorová reprezentace přijatého signálu $r(t)$
$r(t)$	přijatý signál, reprezentace signálu v čase
$R(t)$	korelační funkce
$R(\tau, f_d)$	zobecněná korelační funkce
$r_t$	detekční práh (mez)
$S$	výkon (užitečného) signálu
$s$	číslo prohledávání (search) $T/M$ části fáze primárního kódu PCM
$\mathbf{s}$	vektorová reprezentace vyslaného signálu $s(t)$
$S(f)$	spektrum signálu
$s_{fo}(t)$	pásmový signál na nosné
$s(t)$	vyslaný signál, reprezentace signálu v čase
$SC(t)$	sekundární kód
$sign$	operace signum
$SNR$	poměr výkonu signálu k výkonu šumu [dB]
$s_{su}(t)$	signál subnosné BOC modulace
$T$	perioda primárního kódu, počet vzorků na jeho periodu
$t$	čas, $(t)$ spojité, $[t]$ diskrétní
$T_0$	základní perioda periodického signálu
$T_a$	maximální doba koherentní integrace signálu
$T_c$	doba trvání čipu primárního kódu, $1/f_c$
$t_i$	zdánlivá vzdálenost k $i$ -té měřené družici
$U$	poloha uživatele v pravoúhlém systému $\{x,y,z\}$
$v_r$	vzájemná (ridální) rychlost družice-přijímač
$W$	tzv. twiddle factor (FFT algoritmus)
$W(t)$	pomocná okénková funkce
$W'(t)$	$W'$ funkce, vyjádření vzájemné korelace signálu v PCM
$X$	vzájemná korelace dvou různých signálů
$x$	souřadnice $x$ v pravoúhlém systému $\{x,y,z\}$
$y$	souřadnice $y$ v pravoúhlém systému $\{x,y,z\}$
$Y_i$	poloha $i$ -té družice v pravoúhlém systému $\{x,y,z\}$

$z$	souřadnice $z$ v pravouhlém systému $\{x,y,z\}$
$\alpha$	poměr první složky multiplexní BOC modulace
$\beta$	poměr druhé složky multiplexní BOC modulace
$\Delta f_d$	šířka binu prohledávání v doméně Dopplerova posunu
$\Delta \tau$	šířka binu prohledávání v doméně fáze kódu (časového zpoždění)
$\varepsilon$	odchylka v zarovnání dvou kódů v diskriminátoru zpoždění
$\tau, \hat{\tau}, \tilde{\tau}$	zpoždění (fáze) primárního kódu, odhad, testovací parametr
$\tau_0$	hodnota časového posunu mezi časem družic a přijímače
$\varphi$	(střední) fáze signálu
$\Phi$	vyjádření $2\pi f_d t + \varphi$
$\omega$	úhlová frekvence ( $\omega=2\pi f$ )
$\omega_0$	úhlová frekvence nosné ( $\omega_0=2\pi f_0$ )
$\oplus$	operace sčítání modulo-2
$\otimes$	skalární součin
$\circ$	Hadamardův součin
$*$	konvoluce
$*$	komplexní sdružení

# 1 Úvod

## 1.1 Motivace

Motivací k tomuto zaměření disertační práce je práce autora na vývoji pokročilého multi-konstelačního, multi-frekvenčního GNSS přijímače na pracovišti katedry radioelektroniky fakulty Elektrotechnické ČVUT v Praze.

Ten byl jako část výzkumné agendy společně vyvíjen konsorciem univerzity a komerčních partnerů, podpořen grantem Centra kompetence Technologické Agentury České republiky jako Centrum družicových a pozemských navigačních technologií mezi léty 2012 až 2019. Hlavním účastníkem odpovědným za vývoj řešení založených na GNSS byla výše jmenovaná katedra radioelektroniky, implementační část byla realizována odborníky z katedry radioelektroniky a katedry číslicového návrhu fakulty Informačních technologií ČVUT v Praze. Realizační část vývoje byla svěřena MESIT Uherské Hradiště, výrobci prvního českého GPS přijímače, dodavatele přístrojové techniky, avioniky a časový přijímačů založených na příjmu signálů GNSS.

Autor práce během vývoje řešil většinu problematiky signálového zpracování přijímače, zahrnující vyhledávání (akvizici) i sledování (tracking) signálů družicových navigačních systémů GNSS. Po obhájení odborné rozpravy se rozhodnul věnovat se v rámci disertační práce pouze tématu vyhledávání signálu. Jedním z důvodů k tomu byla téměř nezpracovatelná šířka kompletního tématu zahrnujícího vyhledávání i sledování, ale také již důsledné zpracování částí tématu sledování signálu v předchozích pracích na pracovišti. Byla to zejména práce [1], věnující se důsledně jak popisům GNSS signálů, tak i zpětnovazebním systémům jejich sledování. A také práce [2], věnující se pokročilé metodě tzv. vektorového sledování signálu. Důvodem k výběru tohoto tématu tedy byla jak absence teoretického pokrytí tématu akvizice signálu, tak i otázka její praktické efektivní implementace do vyvíjených přijímačů. Právě otázky efektivní akvizice signálu, zpracováním ale i implementačně optimální, nebyly na pracovišti, ale i v rámci aktuálního stavu poznání, do té doby uspokojivým způsobem vyřešeny. Týká se to oblasti metod pro nové signály s periodou kódu násobně větší, než je základní dostupná, realizovatelná, délka jednorázového zpracování korelace signálu, a stupňovité (vrstvené, či v anglickém jazyce tiered) signály opatřené tzv. sekundárním kódem. Obecně přijímaná literatura se ke zvolenému tématu příliš obsažně, až na výjimky, nevyjadřuje, publikace k tématu existují, ale nenabízejí dostatečně hluboký pohled na problematiku, či opomíjejí zásadní teoretické i praktické důsledky.

## 1.2 Zaměření a cíl práce, metoda řešení

Práce se zabývá optimalizací příjmu GNSS signálu v přijímači z pohledu metod jeho akvizice [3] (str. 219), [4] (str. 53 - 152), tj. úvodního tzv. feed-forward odhadu parametrů signálu před přechodem do ustáleného stavu sledování jeho parametrů, zpravidla ve zpětnovazebním systému (tzv. feed-back) [3] (str. 154 - 218). Cílem práce je zhodnotit, navrhnout a optimalizovat algoritmy zachycení, akvizice složitějších signálů družicové navigace. Výsledkem má být rychlejší, přesnější zachycení signálu přijímačem, minimalizující ztráty zpracováním, pro širší spektrum signálů, než bylo doposud zvykem. Práce sleduje zejména zachycení moderních signálů s delší periodou primárního kódu a signálů opatřených tzv. sekundárním kódem.

Práce je založena na blokovém zpracování signálu, využívajícím algoritmicky výhodnější výpočet akvizice přes frekvenční doménu pomocí algoritmu rychlé Fourierovy transformace (Fast Fourier Transform, FFT), tzv. algoritmus Paralelního

vyhledávání v kódové doméně (Parallel Code Search, PCS). Takto realizovaný PCS algoritmus má určitá omezení. Je to omezený počet zpracovávaných vzorků, navíc omezený na mocninu dvou, a citlivost na změnu bitu navigační zprávy/sekundárního kódu signálu. Tato omezení jsou řešena metodou částečné (parciální) korelace signálu (Partial Correlation Method, PCM) spolu s metodou doplňování nul (Single Block Zero-Padding, SBZP). Na toto téma autor publikoval impaktovanou publikaci [5]. Pro prodloužení koherentní doby korelace signálu se sekundárním kódem tato práce navíc zvažuje využití specifické metody pre-korelačního zpracování (Pre-correlation Coherent Accumulation, PCA). Toto téma autor rozebral též v impaktované publikaci [6].

Metody byly voleny tak, aby byly vhodné i pro reálnou implementaci v hardware přijímače, obsahujícího výpočetní jednotky FFT s omezenou délkou výpočtu spektra. Cílem však je, aby tyto algoritmy nezávisle na realizační stránce, byly i obecně přínosné a využitelné.

### 1.3 Obsah práce

Kapitoly dvě a tři jsou teoretickým základem pro jednotný popis řešené problematiky. Kapitola čtyři, zejména však kapitoly pět, šest a sedm jsou jádrem předkládané práce. Kapitola osm je zhodnocením a rozšířením navržených metod. Kapitola devět je závěrem práce.

Po popisu aktuálního stavu poznání na konci kapitoly jedna následuje druhá kapitola. Ta po krátkém vysvětlení pojmu, významu a funkce systémů GNSS, popisuje základní teorii jejich signálů. Vysvětluje vlastnosti a popisy v časové i frekvenční doméně, věnuje se také popisu kanálu šíření, modelu přijatého signálu a jeho tzv. repliky. Následuje teorie modulace a popis pro GNSS signály specifických modulačních technik BPSK, BOC a technik multiplexní MBOC modulace TBOC, CBOC, či AltBOC. Velice důležitá je část zabývající se základní teorií dálkoměrných signálů, na niž navazuje teorie k dnes stále rozšířenějšímu tzv. sekundárnímu kódu. Teorie následně přechází k popisu korelační a vzájemné korelační funkce přijatého signálu a jeho repliky, jakožto odhadu zpoždění signálu, a k obecné teorii odhadu parametrů signálu. Ta je následně aplikována na signály GNSS. Jsou definovány a popsány konkrétní odhadované parametry, zpoždění (fáze) kódu a frekvenční posun nosné, respektive Dopplerův posun a jeho vliv. Následuje definice stavového prostoru a tzv. zobecněné korelační funkce (Cross-correlation Ambiguity Function, CAF) jako funkce neurčitosti. Kapitola se dále věnuje vysvětlení významu ústředních pojmů jako je sledování (tracking) a zejména zachycení (akvizice) signálu. Druhá kapitola je zakončena částí věnovanou obecnému popisu a funkci rádiového přijímače GNSS signálů.

Třetí kapitola je obecným popisem používaných metod akvizice signálu jakožto realizace výpočtu vzájemné (zobecněné) korelační funkce. Kapitola krátce rozebírá klasickou sériovou (sekvenční) metodu vyhledávání, využívající výpočet vzájemné korelační funkce dle definice v časové doméně. Následně přechází k metodám paralelního vyhledávání, zejména k metodě paralelního vyhledávání v kódu PCS, využívající výpočet vzájemné korelační funkce přes frekvenční doménu. V této části je vysvětlena souvislost korelační funkce a spektrální výkonové hustoty signálu, tzv. Wiener-Chinčin-Einstein-Kolgomorovova věta [7] a odvozen výpočet vzájemné korelační funkce pomocí Fourierovy transformace, respektive diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Nejdůležitějším výsledkem třetí kapitoly je vysvětlení významu numerické metody výpočtu DFT s efektivní algoritmickou složitostí, algoritmu FFT pro PCS výpočet. Kapitola pokračuje srovnáním vlastností takto vypočítané tzv. cyklické (kruhové) korelační funkce a původní tzv. lineární korelační funkce. Kapitola končí

základní teorií detekce, vyjádřením metrik SNR (Signal to Noise power Ratio),  $C/N_0$  (Carrier to Noise spectral density Ration), PNR (Peak to Noise power Ratio), FSPR (First to Second Peak power Ratio) pravděpodobností detekce a provozní charakteristikou přijímače (Receiver Operating Curve, ROC).

Čtvrtá kapitola blíže rozvádí problematiku PCS akvizičního algoritmu. Popisuje důsledky použití cyklické korelace vzhledem k narušení periodicity korelovaných GNSS signálů vlivem jejich specifik. To zejména znaménkovému problému, způsobenému přítomností bitové navigační zprávy, či sekundárního kódu a důsledkům doplňování počtu vzorků na určenou délku FFT nulami SBZP a příp. Double Block Zero-Padding (DBZP) algoritmy. Analýza je provedena vzhledem k chování v rámci zobecněné korelační funkce, vzniku fragmentů v ní a důsledkům pro detekci signálu. Kapitola je zakončena stručným popisem metod Half-bit, Full-bit a modified DBZP (mDBZP) pro akvizici v přítomnosti změny bitu znaménka navigační zprávy a popisem omezením jejich využití pro signály se sekundárním kódem.

Pátá kapitola je jádrem práce. Řeší nový přístup k popisu a realizaci částečné korelace signálů PCM s využitím PCS algoritmu, jakožto metody na zpracování signálů, které svou délkou značně přesahují jednorázovou výpočetní délku, velikost výpočtu či systému. Kapitola na začátku popisuje obecný teoretický základ metod pro zpracování dlouhých signálů a vysvětluje důsledky výpočtu vzájemné korelace signálů po částech v blocích, využívající nulový překryv bloků s pravoúhlým oknem spolu s PCS algoritmem. Nově tak popisuje vznik fragmentů v zobecněné korelační funkci, jako důsledek této částečné korelace signálů a jejich vliv na detekční metriky. Analýza se také zaměřuje na popis v rámci různých způsobů (koherentního i nekoherentního) kombinování bloků částečné korelace. Na těchto základech odvozuje, vlastní algoritmus modifikovaného SBZP (mSBZP). Algoritmus využívá nenulový překryv bloků s pravoúhlým oknem, odstraňuje nepříznivé dopady částečné korelace, fragmenty v zobecněné korelační funkci a eliminuje ztráty zpracováním. Algoritmus je následně prezentován pro využití na akvizici dlouhých periodických signálů (Galileo E1b,c, GPS L1C).

Šestá kapitola rozšiřuje předchozí úvahy o PCM a mSBZP algoritmu a jejich využití v přítomnosti znaménkového problému. Ukazuje, jak se dá algoritmus mSBZP i s PCM malou úpravou využít pro zpracování, korelaci bitů přítomného sekundárního kódu a jako sdružený estimátor fáze primárního a sekundárního kódu.

Sedmá kapitola pak vysvětluje nový algoritmicky výhodný způsob prodloužení koherentní doby průměrování vzhledem ke specifikům moderních GNSS signálů (přítomnosti sekundárního kódu), využití PCS algoritmu s mSBZP a PCM. Vychází ze známých principů pre-korelačního koherentního průměrování PCA, známým i pod názvem BAC (Block Averaging Correlation), či BACIX (Block-Accumulating Coherent Integration Over Extended Interval), realizovatelného na přijatém signálu před samotnou korelací. K analýze je využit princip linearity použitých operací, diskutován je vliv metod doplňování nul a vyřešen je přístup ke znaménkovému problému v rámci prodloužení koherentní doby korelace. Následně je toto s pomocí algoritmu mSBZP využito na algoritmicky výhodnou akvizici GNSS signálu obsahujícího sekundární kód, a to nakonec i ve spojení s výše jmenovanou metodou částečné korelace PCM.

Osmá kapitola obsahuje zhodnocení dosažených výsledků vzhledem k paměťové a algoritmické náročnosti, doplněním ve smyslu využití výše odvozených nových metod akvizice GNSS signálů k současným výzvám v jejich zpracování, jako je práce ve ztížených podmínkách slabého či rušeného signálu a metodě Collective Detection.

Vzhledem k použitému blokovému zpracování signálu je kapitola doplněna i o možnosti využití pro tzv. sledování signálu ve frekvenční doméně. Kapitola dále rozvádí aplikaci zvoleného algoritmu na akvizici dlouhých, rychlých periodických signálů (Galileo E5a,b), krátce naznačuje i metody pro akvizici velmi dlouhých kvazi-periodických signálů (například GPS L2 P-kódu). Kapitola obsahuje poznámku k vlivu BOC a MBOC modulací na akvizici zvoleného signálu.

Devátá kapitola je závěr a rozbor přínosu práce autora ke stavu poznání.

## 1.4 Současný stav poznání jádra práce, úvod do řešené problematiky

V této kapitole se zaměříme na analýzu stavu poznání ve vybrané oblasti akvizice GNSS signálu, algoritmu PCS pro zpracování signálů s dlouhou periodou kódu, sekundárním kódem a využití pre-korelačního zpracování pro prodloužení koherentní doby korelace signálu.

Výpočet korelace, respektive konvoluce dvou signálů výpočtem přes frekvenční doménu byl jako inženýrská aplikace poprvé širě publikován v roce 1966 [8]. Publikován byl jako metoda pro algoritmicky méně náročný výpočet konvoluce. To bylo ovšem možné až po tom, co dvojice Cooley-Tukey publikovala algoritmus rychlé diskrétní Fourierovy transformace (FFT) [9]. První publikace zaměřená na využití tohoto algoritmu speciálně pro akvizici GNSS signálu, konkrétně základního signálu GPS L1 C/A, byla vydána v roce 1991 [10] a prezentovala dva možné přístupy k výpočtu pomocí FFT. První algoritmus nazvaný Parallel Frequency Search (PFS) používá pouze jeden výpočet FFT pro signál se známým zpožděním, fází dálkoměrného kódu  $\tau$ , pro nalezení korektního Dopplerova posunu  $f_d$  signálu. Druhý algoritmus, PCS, využívá trojnásobného výpočtu FFT, respektive i zpětné (IFFT) transformace k výpočtu neznámého posunu dálkoměrného kódu pro známý Dopplerův posun. Druhý z algoritmů je v implementacích preferován. Zejména z toho důvodu, že stavový prostor ve fázi kódu je obvykle i mnohořádově rozměrnější, než prostor hledaného Dopplerova posunu. Autor publikace [10] tehdy zaujal odbornou veřejnost tím, že na platformě signálového procesoru avizoval až 2000 krát rychlejší akvizici GPS C/A signálu oproti klasickému sekvenčnímu prohledávání. Algoritmus se prosadil i pro svoji relativně jednoduchou a přímočarou implementaci. Ač jeho rozšíření a publikace kolem použití v softwarových rádiích jsou hodně časté, využití v hardwarových řešeních přijímačů za nimi mírně zaostává. To z důvodu relativně vysokých hardwarových nároků na implementaci rozměrných FFT nutných pro zpracování moderních signálů s velkou délkou periody kódu. V současné době jsou obvyklé implementace FFT v FPGA obvodech dedikovaných akvizičním jednotek ve velikostech jednotek tisíců vzorků (1K, 2K, 4K), kde K značí násobek 1 023. Například implementace s velikostí 1K [11], z roku 2010, omezená pouze na kód GPS L1 CA. Pro přímou akvizici celé periody novějších signálů je však třeba i 32K, 64K a více, jak uvádějí zdroje využívající implementaci založenou na velikosti 2K [12], [13]. Větším velikostem již ani tolik nebrání technologické možnosti [14], ale spíše kompromisní velikost vzhledem k využití výpočetních zdrojů i pro ostatní obvody přijímače, spotřeba a zejména pak neefektivně velký počet doplňovaných nul a paměťová náročnost.

Hlavní problémem implementace PCS algoritmu ve skutečném hardware přijímače tedy je omezená implementovatelná velikost  $N_{FFT}$  (délka) FFT/IFFT a tedy i omezený počet vzorků na zpracovávanou periodu kódu. Dalším problémem je efektivní (algoritmicky i paměťově) implementace FFT algoritmu pouze pro délky mocniny 2, či 4. Poslední problém spojený s implementací PCS algoritmu na GNSS signály je důsledek výpočtu cyklické korelační funkce, respektive její citlivost na změnu bitu navigační zprávy či sekundárního kódu v korelovaném bloku signálu.



Problém velkého počtu vzorků byl částečně překonán v roce 2001, použitím metody nazvané Averaging Correlation [15]. Tato metoda pracuje podobně jako decimace, podvzorkování (down-sampling) signálu plné vzorkovací frekvence. Takto lze snížit počet vzorků až na jeden vzorek na jeden bit (chip) primárního dálkoměrného kódu, odpovídající i rozlišení počítané vzájemné korelační funkce.

Tato metoda však není řešením pro nové GNSS kódy a signály, zejména ty, co se objevily po roce 2000. Počet vzorků jejich signálu na periodu kódu, vyžadovaný pro dostatečné rozlišení vzájemné korelační funkce na obvyklou alespoň  $\frac{1}{2}$  chipu kódu je, i při aplikování výše uvedené metody, mnohem větší než obvykle dostupná velikost, délka FFT. To se týká zejména kódů s periodou primárního kódu delší než základní GPS L1 C/A kód, tedy delší než obvyklých 1 023 chipů. Například Galileo E1b,c, BeiDou B1, GPS L2C, nebo nový signál třetí generace GPS L1C, plánované CDMA kódy systému GLONASS a další. Zvláště významné je to u stupňovitých signálů s periodou prodlouženou sekundárním kódem. Týká se to však i kódů s vyšší chipovou rychlostí, tj. vyšší než 1,023 Mchip/s, prakticky tím i s vyšším počtem chipů periody. Tedy signálů jako Galileo E5a,b, nebo i kvazi-periodický signál GPS L2P. Přímá akvizice vyžadující výpočet FFT délky 32K, 64K a více začíná být komplikovaná, nerealizovatelná, či vzhledem k potřebným zdrojům neefektivní.

Některé metody zpracování výše uvedených signálů byly v minulosti již vyzkoušeny i na našem pracovišti. Metody však spoléhaly na výpočet rozsáhlé akvizice signálu v osobním počítači s dostatečnými výpočetními zdroji a rychlým přenosem navzorkovaného signálu přes UDP protokol [16]. Navržena byla i různá hybridní, či kvaziparalelní řešení [17].

Efektivnější přístup založený na využití omezených výpočetních zdrojů byl však prezentován později. Hlubší popis a teorie akvizice periodických i kvazi-periodických GNSS signálů byl prezentován v [18] na základě znalosti tradičních algoritmů pro konvoluci dlouhých signálů (OverLap and Add, OLA) v roce 2001. Zde se také asi poprvé objevuje termín a hlubší popis využití metody částečné korelace PCM. Využití metody výpočtu vzájemné korelace jen částí signálů nachází v té době využití i pro akvizici kvazi-periodického signálu GPS L2 P-kódu, publikované v [19] a [20] kolem roku 2003. Metoda využívala zpracování v blocích s částečnými překryvy o délce rovné omezené délce zpracovávající FFT jednotky (o délce  $N_{FFT}=1K$ ) implementované v FPGA. V těchto publikacích je ukázáno, že zvolené metody částečné korelace zároveň slouží i k dosažení vysokého rozlišení korelační funkce, kterého by jinak nebylo možné dosáhnout. Jiný způsob zpracování, tvorby zpracovávaných bloků signálů podobný Averaging Correlation [15] s polyfázovými složkami signálu využívá metoda [21] a [22].

Pro využití částečné korelace (PCM), a pro tuto práci zásadní, je publikace [13] z roku 2015. Zpracování signálů s dlouhou periodou kódu metodou částečné korelace s nekoherentním kombinováním publikuje pod názvem M-metoda. Tuto metodu prezentuje na příkladu zpracování signálu Galileo E1 v  $M$  po sobě jdoucích 1 ms dlouhých nepřekrývajících se blocích vzorků signálu používajících 2K FFT. De facto je použit princip publikovaný poprvé v prameni [18]. Na podobném principu blokového zpracování byl však již předtím založen i patent [23]. Ani v jednom z předchozích pramenů však není uvedena dostatečně hluboká analýza, jež by popsala důsledky částečné korelace vzhledem k zobecněné korelační funkci, vzniku fragmentů v ní a ztrátám, vlivu koherentního i nekoherentního kombinování výsledků částečné korelace, ale i chování vzhledem ke znaménkovému problému v důsledku přítomnosti navigační zprávy či sekundárního kódu v reálném GNSS signálu.

Druhým zmíněným problémem implementace PCS algoritmu je obtíž spočívající ve snadné implementaci FFT algoritmu pouze pro řády mocniny 2 (tzv. RADIX-2, či RADIX-4 algoritmus). Počet vzorků, který ale obvykle nesouhlasí se vzorkovací

rychlostí signálu  $f_s$  a periodou jeho primárního kódu  $T$ , musí být rovný číslu  $2^a$ . V současnosti jsou již publikovány algoritmy FFT založené i na výpočtu s obecnou délkou, využívající prvočíselný, či tzv. mixed-RADIX rozklad (faktorizaci) [24]. Někdy mohou dosáhnout i menší algoritmické náročnosti, avšak v nízkých nárocích na paměť klasické RADIX algoritmy nepředčí. Řešení FFT s klasickým RADIX rozkladem je tak pro PCS algoritmus akvizice GNSS signálu univerzálnější a snadněji implementovatelné, zejména v hardware. Řešení jak se vyrovnat s obecným počtem vzorků popisují metody tzv. doplňování nul SBZP a DBZP, dobře popsané v [18] a [25]. Založeny jsou na doplnění zbylého počtu vzorků obou sekvencí do délky  $N_{FFT}$  nulami. Toto doplnění má však za důsledek narušení původní periodicity signálu. Důsledkem je vznik rušivých fragmentů, různě vzájemně posunutých kopií vrcholu v zobecněné korelační funkci, respektive rozdělení původního vrcholu korelační funkce do několika vrcholů, navíc závislé na fázi kódu. Tyto důsledky nebyly nikdy předtím zcela do detailů popsány. Efektivní využití právě SBZP, jeho modifikací pro bezeztrátové využití metody PCM se zabývá práce autora [5].

Poslední zmíněná obtíž je chování cyklické vzájemné korelační funkce vypočtené pomocí PCS algoritmu vzhledem k přítomnosti změny znaménka bitu navigační zprávy, tzv. znaménkovému problému. Podobně jako u metod doplňování nul, dochází i vlivem změny bitu navigační zprávy v průběhu korelace k narušení periodicity signálu, vedoucí opět ke vzniku rušivých fragmentů v zobecněné korelační funkci. Obecným popisem tohoto jevu se zabývá zejména pramen [26]. Důležitým poznatkem je zachování energie signálu, rovné energii pod křivkou zobecněné korelační funkce. Distribuce v rámci ní je v [26] vysvětlena pomocí tzv.  $p$ -funkce. Vlivem cyklické korelační funkce a narušení periodické vlastnosti signálu tak dochází k zásadním problémům vzhledem ke správné detekci signálu. Předložená práce si klade za cíl i tyto jevy exaktněji popsat a předložit metodu jejich řešení v souvislosti s užitím pro sekundárními kódy.

Stejně jako vliv změny znaménka bitu navigační zprávy se chová i změna bitu sekundárního kódu. S tím rozdílem, že sekvence sekundárního kódu je periodická a apriori známá. Toho lze využít zejména pro prodloužení koherentní doby korelace už ve stavu akvizice signálu, a tím zásadnímu navýšení citlivosti přijímače. Za podmínky, že i on byl korelován, a došlo k zasynchronizování do něj. To zde nazýváme jeho akvizicí. Sekundární kód je součástí novějších GNSS signálů, a to asi od let 2005 až 2010. Kód vzniklý kombinací primárního a sekundárního kódu se někdy označuje termínem stupňovitý (tiered code) [1], [3] (str. 574). Ten vylepšuje i další vlastnosti signálu. Například zvyšuje odstup křížové korelace ostatních signálů, zvyšuje i odolnost proti úzkopásmovému rušení, z principu urychluje bitovou synchronizaci signálu [27].

Vyhledávání signálu ve sdruženém stavovém prostoru Dopplerova posunu a fáze primárního kódu, nyní rozšířeném o fázi sekundárního kódu (v celistvých násobcích periody primárního kódu) a s mnohem delší koherentní dobou, je však pro sekvenční prohledávání celého stavového prostoru nerealizovatelné velkou časovou náročností. Nejčastěji používaný princip tak spočívá v prodloužení koherentní doby korelace ve stavu sledování signálu poté, co je primární kód zachycen [28]. Toto řešení však nenabídne zásadní výhodu využití sekundárního kódu, zvýšení citlivosti zachycení signálu. Ve stejném smyslu k zachycení sekundárního kódu přistupuje i článek [29]. S tím rozdílem, že prohledávání v sekundárním kódu je již realizováno pomocí FFT algoritmu, tedy de facto PCS algoritmem. Souhrn metod pro zpracování sekundárního kódu přináší práce [12].

Popis řešení tzv. sdruženého estimátoru fáze primárního a sekundárního kódu, využívající výhody zvýšení citlivosti již ve fázi zachycení signálu, s paralelním prohledáváním ve fázi primárního a se sekvenčním prohledáváním ve fázi sekundárního kódu, přináší až příspěvky autora této práce [30], [31] a [6]. Tyto práce se zabývají

možnostmi kombinace PCS mSBZP algoritmu, aplikovaného na akvizici primárního kódu, s různými možnostmi navýšení koherentní doby korelace, od klasického post-korelačního přístupu, blížícího se k předchozím řešením, až po řešení využívající pre-korelační koherentní průměrování (PCA). Ačkoli základy využití pre-korelačního navýšení doby koherentní korelace jsou popsány již v pramenech [32], [33], naznačeny jsou i v práci [25], zaměřují se pouze na akvizici velmi slabých signálů. Zaměření na využití tohoto principu pro akvizici sekundárního kódu je však poprvé publikováno spolu s algoritmem mSBZP až ve výše zmíněných pracích autora.

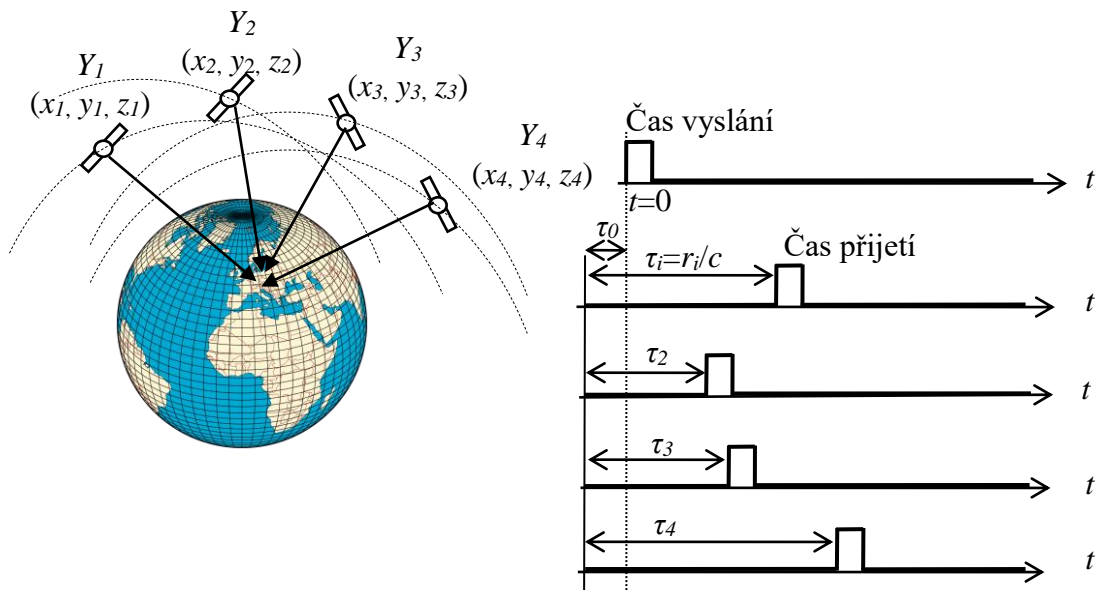
## 2 Zpracování signálů družicové navigace

### 2.1 Obecný popis funkce systémů GNSS

GNSS jsou tzv. dálkoměrné systémy, viz obr. 1. Určují polohu  $U$  uživatele v trojrozměrném pravouhlém systému  $\{x, y, z\}$  měřením zpoždění mezi časem vyslání a časem příchodu, příjmu, dálkoměrného signálu (metoda time of arrival, ToA) vůči společné časové základně. Čas vyslání nechť slouží jako počátek času  $t=0$  a je společný pro všechny družice. Časová základna přijímače není synchronní s časovou základnou družicového systému, je mezi nimi konstantní časový posun  $\tau_0$ . Přijímač tak měří časy příchodu signálu k jednotlivým družicím  $\tau_i$  vůči svému vlastnímu počátku. Měřením těchto časů, respektive vzdáleností  $r_i$  k alespoň čtyřem družicím s polohami  $Y_i$  a dosazením těchto měření a poloh do soustavy rovnic (1), vypočteme jak polohu uživatele  $U$ , tak časový posun  $\tau_0$  základny přijímače proti základně družicového systému.

$$c(\tau_i - \tau_0) = \sqrt{(Y_i - U)^2}, \quad i \in \mathbb{Z}, i > 4 \quad (1)$$

Polohy družic  $Y_i$  jsou přenášeny jako součást dálkoměrného signálu. Konstanta  $c$  je rychlosti světla. Více o družicových navigačních systémech a o teorii výpočtu polohy lze najít v pramenech [3], [34], [35] a dalších. Práce se dále zabývá pouze vlastnostmi a způsobem zpracování dálkoměrného signálu.



Obr. 1: Družicová navigace - dálkoměrný princip určení polohy

### 2.2 Model signálů

Vysílaný GNSS signál je reálný pásmový. K jeho úplnému popisu je třeba znalost frekvence nosné  $f_0$  a komplexní obálky  $s(t)$ . Komplexní obálku lze popsat jako digitální lineární modulaci [36] signálu dálkoměrného kódu  $c(t)$  a navigační zprávy  $d(t)$  s niquistovským modulačním impulzem  $h(t)$ , nejčastěji typu REC, o době trvání délky chipu  $T_c$  (2), [1].

$$s(t) = \sum_n (c_n d_n) h(t - nT_c) \quad (2)$$

Pak pásmový signál  $s_{f_0}(t)$  je vyjádřen vztahem modulační signálu komplexní obálky na nosnou (3). Symbol  $Re$  vyjadřuje reálnou část komplexního signálu a  $Im$  jeho imaginární část. Pro nejčastější případ kdy  $c(t)$  i  $d(t)$  nabývá pouze reálných hodnot lze vztah zjednodušit (4).  $P$  je výkon signálu a svojí odmocninou vyjadřuje amplitudu signálu.

$$\begin{aligned} s_{f_c}(t) &= \sqrt{2P} \operatorname{Re} \left\{ s(t) e^{j(2\pi f_0 t)} \right\} = & (3) \\ &= \sqrt{2P} \operatorname{Re} \left\{ s(t) (\cos(2\pi f_0 t) + j \sin(2\pi f_0 t)) \right\} = \\ &= \sqrt{2P} \left[ \operatorname{Re} \{ s(t) \} \cos(2\pi f_0 t) + \operatorname{Im} \{ s(t) \} \sin(2\pi f_0 t) \right]; \quad s(t) \in \mathbb{C} \\ s_{f_c}(t) &= \sqrt{2P} s(t) \cos(2\pi f_0 t); \quad s(t) \in \mathbb{R} & (4) \end{aligned}$$

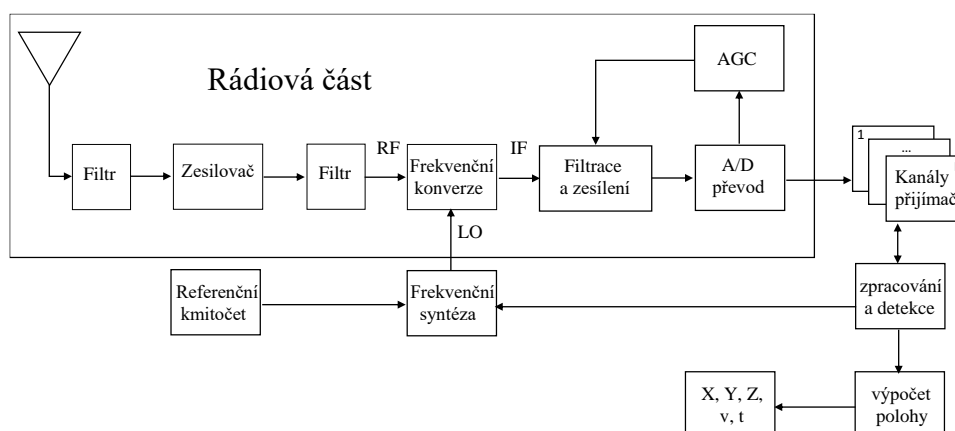
Signál se na cestě od vysílající družice šíří k přijímači uživatele rádiovým kanálem. Nejjednodušší model přijatého signálu  $r(t)$  s jednou přímou cestou (LOS) lze (na signálu komplexní obálky) popsat vztahem (5). Kde  $\alpha$  vyjadřuje přenos, respektive útlum šíření signálu, vztah  $\exp(j\phi t)$  popisuje frekvenční  $f_d$  a fázový posun  $\phi$  nosné signálu (6), způsobený vzájemnou nenulovou rychlostí družice a přijímače, tzv. Dopplerův jev. Zpoždění signálu způsobené konečnou rychlostí jeho šíření je zde vyjádřeno symbolem  $\tau$ . Jako šum  $w(t)$  předpokládáme bílý gaussovský aditivní šum (AWGN), zcela definovaný jen jeho spektrální výkonovou hustotou  $N_0$ . Definice kanálu je důležitá pro odvození jeho věrohodnostní funkce a vhodných estimátorů hledaných parametrů  $f_d$  a  $\tau$ . Parametry  $\alpha$ ,  $\phi$  a  $w(t)$  se nebudeme dále zabývat.

$$r(t) = \alpha s(t - \tau) e^{j\phi(t)} + w(t) \quad (5)$$

$$\phi(t) = 2\pi f_d t + \varphi \quad (6)$$

### 2.3 Přijímač družicové navigace

Blokové schéma konvenčního rádiového přijímače družicové navigace je na obr. 2. Sestává z ohraničené tzv. rádiové části a zbytku schéma, tzv. zpracování signálu v základním pásmu (base-band).



Obr. 2: Rádiový přijímač družicové navigace, blokové schéma

Rádiová část přijímače družicové navigace se neliší od přijímačů jiných rádiových systémů. Jejím úkolem je přijímaný signál zesílit a frekvenčně transponovat ze signálu na nosné  $s_{f_0}(t)$  opět na signál v základním pásmu, vyfiltrovat jej, přizpůsobit výkonové úrovně (Automatic gain control, AGC) a převést do diskrétní reprezentace (A/D převod) pro další zpracování.

Rádiová část může být různé konstrukce [37]. Nejčastější typ konstrukce je (super)heterodynní přijímač s výstupními signály na mezifrekvenčních kmitočtech (IF), získaných v jednom či více stupních frekvenční konverze. Poslední mezifrekvenční signál je po filtrování a zesílení vzorkován, a až v dalším číslicovém zpracování převeden zpět na signál v základním pásmu. Zvláštním, ale dnes velice častým typem heterodynního příjmu je příjem v základním pásmu, tzv. přímoměšující, homodynní přijímač s nulovou mezifrekvenčí [38]. Přímoměšující rádiový přijímač má směšovač zvláštní konstrukce, která silně potlačuje vedlejší produkty směšování a zrcadlový příjem. Signál je směšován s nosnou s frekvencí rovnou nosnému kmitočtu  $f_0$  přímo do základního pásma. Signál komplexní obálky je obnoven po filtraci dolní propustí; získáme reálnou „ $I$ “ (soufázovou) (7) a imaginární „ $Q$ “ (kvadrurní) (8) složky komplexního signálu.

Přijatý komplexní signál  $r(t)$  na výstupu rádiové části je po dosažení modelu kanálu (5) popsán (9). Výraz  $(f_d + f_{\Delta LO})$  popisuje zbytkový posun nosné způsobený Dopplerovým posunem  $f_d$  a frekvenční odchylkou lokálního oscilátoru nosné přijímače  $f_{\Delta LO}$ . Z pohledu této práce však zbytkový posun nosné včetně zbytku nosné lokálního oscilátoru zahrnujeme pod společný název Dopplerův posun.

$$\begin{aligned}
 I(t) &= s_{f_0}(t) [\cos \omega_0 t] = |\omega_0 = 2\pi f_0| = & (7) \\
 &= (\operatorname{Re}\{s(t)\} \cos(\omega_0 t) + \operatorname{Im}\{s(t)\} \sin(\omega_0 t)) [\cos \omega_0 t] = \\
 &= \operatorname{Re}\{s(t)\} \cos^2 \omega_0 t + \operatorname{Im}\{s(t)\} \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t = \\
 &= \operatorname{Re}\{s(t)\} \left(\frac{1}{2}\right) (1 + \cos 2\omega_0 t) + \operatorname{Im}\{s(t)\} \left(\frac{1}{2}\right) (\sin 2\omega_0 t) \\
 &= |\text{filtrace}| = \operatorname{Re}\{s(t)\} \left(\frac{1}{2}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= s_{f_0}(t) [\sin \omega_0 t] = |\omega_0 = 2\pi f_0| = & (8) \\
 &= (\operatorname{Re}\{s(t)\} \cos(\omega_0 t) + \operatorname{Im}\{s(t)\} \sin(\omega_0 t)) [\sin \omega_0 t] = \\
 &= \operatorname{Re}\{s(t)\} \cos \omega_0 t \sin \omega_0 t + \operatorname{Im}\{s(t)\} \sin^2 \omega_0 t = \\
 &= \operatorname{Re}\{s(t)\} \left(\frac{1}{2}\right) (\sin 2\omega_0 t) + \operatorname{Im}\{s(t)\} \left(\frac{1}{2}\right) (1 - \cos 2\omega_0 t) = \\
 &= |\text{filtrace}| = \operatorname{Im}\{s(t)\} \left(\frac{1}{2}\right)
 \end{aligned}$$

$$r(t) = s(t - \tau) e^{j2\pi(f_d + f_{\Delta LO})t} + w(t) \quad (9)$$

Krom výše uvedených klasických způsobů příjmu se dnes prosazují metody využívající vzorkování pásmových signálů, jejich přímého vzorkování, či podvzorkování, například [39], [40]. Zpracováním přijatého signálu v základním pásmu se zabývá kapitola 2.3.3.

### 2.3.1 Odhad ML a věrohodnostní funkce, korelační přijímač

Cílem této kapitoly je odvodit jak má vypadat další práce s přijatým signálem  $r(t)$  tak, abychom získali odhady jeho parametrů  $f_d$  a  $\tau$ . Řešení pro námi zvolený AWGN kanál dává jeho věrohodnostní funkce a z ní vycházející maximálně věrohodný (ML) odhad. Vysílaný signál  $s(t)$  je ve věrohodnostní funkci reprezentován svojí vektorovou reprezentací jako vektor  $\mathbf{s}$ , přijatý signál  $r(t)$  je reprezentovaný vektorem  $\mathbf{r}$ . Pro AWGN model kanálu dle vztahu (5) je věrohodnostní funkce zapsána vztahem (10), kde  $k$  je pro naše potřeby nevýznamná multiplikativní konstanta [36].

$$\Lambda(\mathbf{s}) = k \cdot e^{-\frac{\|\mathbf{r}-\mathbf{s}\|^2}{2N_0}} \quad (10)$$

Maximálně věrohodný odhad parametrů  $(\hat{f}_d, \hat{\tau})$  je taková hodnota  $(\tilde{f}_d, \tilde{\tau})$ , která maximalizuje věrohodnostní funkci  $\Lambda$ . Toho ve vztahu (10) dosáhneme minimalizací vztahu  $\|\mathbf{r}-\mathbf{s}\|^2$ . To vede na maximalizaci hodnoty skalárního součinu těchto dvou vektorů, rozkladu přijatého signálu do báze signálu vyslaného (11). Při přechodu zpět do signálového prostoru vedou tyto úvahy na maximalizaci jejich vzájemné energie ve spojitém (12), či diskrétním čase (13). Maximálně věrohodný odhad tak vede na maximalizaci vzájemné korelační funkce  $R$  přijatého a vyslaného signálu. Respektive v našem případě korelaci s jeho replikou, tvořenou při zanedbání bitu navigační zprávy  $d(t)$  pouze dálkoměrným kódem  $c(t)$ . Vzájemná korelační funkce je tak základní metrikou pro všechny odhady. Podrobnější informace lze získat v literatuře [36].

$$\frac{\langle r(t) \otimes c(t) \rangle}{\langle c(t) \otimes c(t) \rangle} \quad (11)$$

$$\left( \hat{\tau}, \hat{f}_d \right) = \arg \max_{\tilde{f}_d, \tilde{\tau}} \int_{-\infty}^{+\infty} r(t) e^{-j2\pi\tilde{f}_d t} c(t + \tilde{\tau})^* dt \quad (12)$$

$$\left[ \hat{\tau}, \hat{f}_d \right] = \arg \max_{\tilde{f}_d, \tilde{\tau}} \sum_{t=0}^{+\infty} r[t] e^{-j2\pi\tilde{f}_d t} c[t + \tilde{\tau}]^* \quad (13)$$

Přijímače signálů digitálních lineárních modulací nazýváme pro využití korelační funkce jako metriky tzv. korelačními přijímači. Většina radiokomunikačních přijímačů však příjem realizuje pomocí podobné operace, konvoluce. Respektive tzv. přizpůsobenou filtrací signálu filtrem s konečnou impulzní odezvou (FIR) rovnou časově převrácenému modulačnímu impulzu. Obecné teorii přijímačů se více věnuje například zdroj [36].

### 2.3.2 Korelační funkce, Zobecněná korelační funkce a funkce neurčitosti

Rozeznáváme termíny autokorelační funkce a vzájemná (křížová) korelační funkce. Ve většině textů ovšem bývají oba termíny uváděny pod společným názvem korelační funkce. Jedná-li se o autokorelační či vzájemnou korelační funkci bývá často jasno až z použitého vzorce či kontextu. V této práci je pod korelační funkcí vždy myšlena vzájemná korelační funkce, není-li psáno jinak. Obě funkce vyjadřují energii či výkon energetického či výkonového signálu v závislosti na vzájemném časovém posunu. Výpočet pro energetické a výkonové signály se drobně liší. V našem případě počítáme se signály jako se signály periodickými, tedy výkonovými. Pro ty postačuje funkci počítat na intervalu jedné periody  $T$ . Hodnota korelační funkce pro nulový časový posun

$\tau$  pak odpovídá výkonu signálu, či vzájemnému výkonu signálů. Pokud jsou signály totožné, nabývá vzájemná korelační funkce svého maxima pro nulový vzájemný posun  $\tau$ . Toho se využívá, jak již bylo uvedeno v kapitole 2.3.1, jako metriky odhadu parametru časového posunu, zpoždění signálu  $\tau$  a Dopplerova posunu  $f_d$ .

Korelační funkci ve spojitém čase definujeme vztahem (14). Pro potřeby této práce zavádíme shodnou symboliku pro spojitý i diskrétní čas. Práce ve většině případů pracuje s diskrétními signály, je-li to na některých místech vhodné, používá pro rozlišení symboly v kulatých (spojitý čas) a hranatých závorkách [diskrétní čas]. Vztah mezi nimi je vysvětlen vztahy (15) a (16). Korelační funkci v diskrétním čase pak zavedeme vztahem (17). Práce bez hlubšího vysvětlení předpokládá, že přijímaný signál je do své diskrétní interpretace převeden v souladu se vzorkovacím teorémem.

$$R(\tau) = \int_{t=0}^{t=T} r(t)c(t-\tau)^* dt \quad (14)$$

$$(t) = [t]_{\text{vzorkovací}} \quad (15)$$

$$(\tau) = [\tau]_{\text{vzorkovací}} \quad (16)$$

$$R[\tau] = \sum_{t=0}^{t=T} r[t]c[t-\tau]^* \quad (17)$$

Pro odhad obou parametrů  $\tau$  a  $f_d$  výše definovanou korelační funkci (14) a (17) zobecníme použitím vztahů (12) a (13) na tzv. zobecněnou korelační funkci (18), (19). Zobecněná korelační funkce se v literatuře též nazývá funkce neurčitosti, či Cross-correlation Ambiguity Function (CAF).

$$R(\tau, f_d) = \int_{t=0}^{t=T} r(t)e^{-j2\pi\tilde{f}_d t} c(t-\tilde{\tau})^* dt \quad (18)$$

$$R[\tau, f_d] = \sum_{t=0}^{t=T} r[t]e^{-j2\pi\tilde{f}_d t} c[t-\tilde{\tau}]^* \quad (19)$$

### 2.3.3 Číslicové zpracování signálu v základním pásmu

V této kapitole a podkapitolách krátce popíšeme tu část zpracování signálu v základním pásmu na obr. 2, pojmenovanou jako „kanály přijímače“, zaměříme se na práci přijímače v ustáleném stavu, tzv. sledování, trackování signálu. Zpracování signálu v tomto stavu je realizováno zpravidla pomocí zpětnovazebních systémů řešiček odhadů, založených na realizaci výpočtu korelační funkce. Ty zde nazýváme jako tzv. diskriminátory jednotlivých parametrů. Znalost vlastností tohoto systému později využijeme pro odvození požadavků na úvodní odhad parametrů, akvizici. Detailním popisem se zabývají například zdroje [1], [3], [4].

#### 2.3.3.1 Korelátor a jeho realizace v přijímači

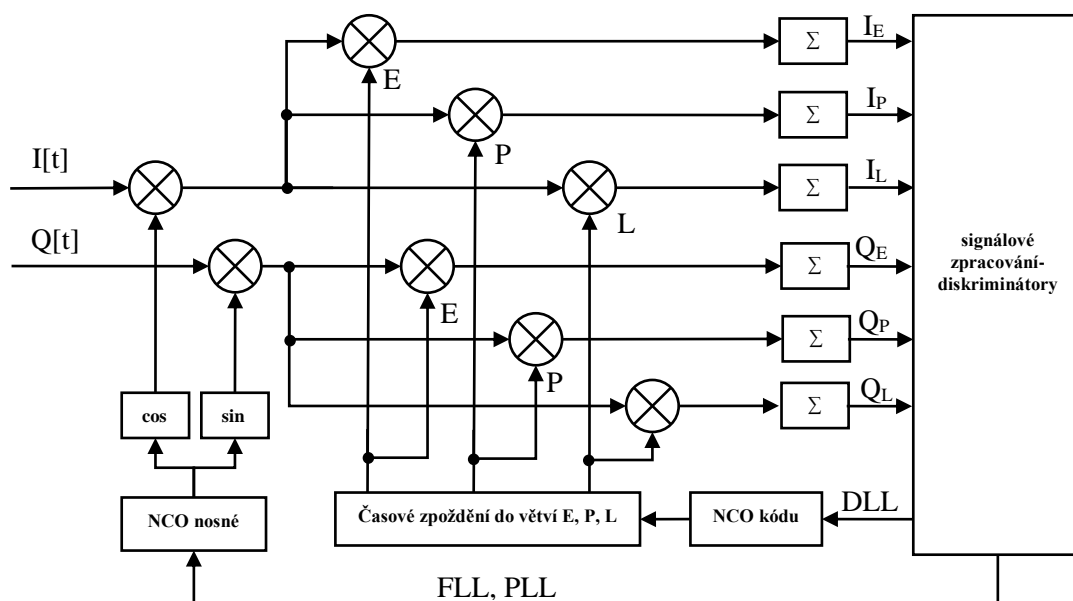
Korelátor obecně je komplexní násobička přijatého signálu  $r(t)$  (9) s replikou vysílaného signálu  $s(t)$  (2), respektive replikou jeho kódu  $c(t)$  a integrátorem. Integrují se součiny v mezích daných sumou (17), tzv. integrační konstantou. Ta je zpravidla rovna  $N$  celočíselným násobkům základní periody repliky kódu  $T$ . Po této integrační době je výsledek dále zpracováván v diskriminátorech, integrátor se vynuluje. Pro tuto vlastnost bývá někdy tento korelátor nazýván jako korelátor I&D – integrate and dump [1]. Popsaný princip realizuje výpočet vzájemné korelační funkce  $r(t)$  a  $c(t)$  pro jeden ze zkušebních parametrů odhadu  $\tilde{\tau}$  a  $\tilde{f}_d$  dle vztahu (19). Realizuje se tak korelační příjem (podobně jako na způsob přizpůsobeného filtru) signálu digitální lineární modulace  $r(t)$ ,



odebíraný z výstupů korelátorů v čase  $N$ -násobků periody kódu, jako pro demulaci dostačující statistika o přijímaném signálu.

Pokud integrátor pracuje s dálkoměrným kódem jako reálnou binární sekvencí hodnot  $\{-1,1\}$  a současně signál má pravoúhlý (REC) modulační impuls, lze dokonce celý korelátor (násobičku a integrátor) realizovat jako registr se sčítačkou/odčítačkou, řízenou hodnotou aktuálního bitu repliky kódu  $c(t)$ . Generování kódu i nosné se nejčastěji zajišťuje pomocí tzv. NCO – číslicově řízených generátorů kódu a nosné.

Korelátor jsou základním blokem tzv. diskriminátorů odhadovaných parametrů. Jsou to diskriminátor zpoždění  $\tau$  (DLL), diskriminátor Dopplerova frekvenčního posunu  $f_d$  (FLL), a ve stavu sledování signálu i parametru střední fáze signálu, diskriminátor fázového posunu (PLL). Typický systém zpětnovazebních diskriminátorů přijímače družicového přijímače založený na korelátorech je zobrazen na obr. 3.



Obr. 3: Obvodové řešení přijímače družicové navigace

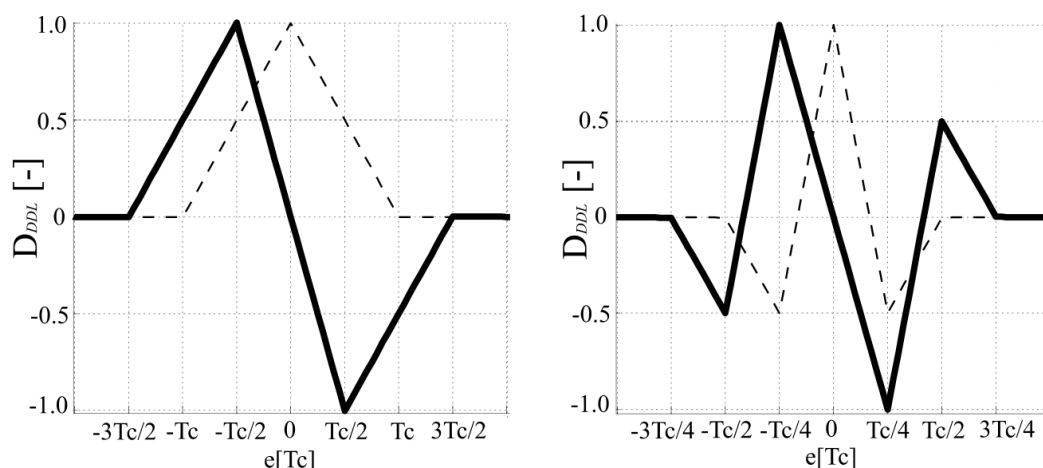
### 2.3.3.2 Diskriminátory

Diskriminátor tvoří dva a více korelátorů. Základním typem diskriminátoru časového zpoždění je diskriminátor typu Early-Late, někdy doplněný větví Prompt. Větve korelátorů Early a Late jsou vzájemně posunuté o tzv. šířku (v zahraniční literatuře spacing) diskriminátoru  $d$ . Šířka diskriminátoru je zásadním parametrem, určuje totiž velikost lineární oblasti diskriminátoru. Ta je zásadní pro určení požadované přesnosti, rozlišení úvodního odhadu, akvizice signálu. Základní diskriminátor Early-Late je uveden vztahem (20). Pro výpočet využívá velikost signálu soufázových ( $I_E$ ,  $I_L$ ) a kvadrurních složek ( $Q_E$ ,  $Q_L$ ) větví Early (21) a Late (22) na výstupech korelátorů, viz obr. 3. Tvar charakteristiky základního E-L DLL diskriminátoru pro šířku  $d$  v násobcích chipové periody  $T_c$  kódu  $c(t)$  je pro dvě nejpoužívanější BPSK(1) a BOC(1,1) modulace signálu  $s(t)$  vyobrazen na obr.4. Přerušovanou čarou je naznačena původní autokorelační funkce. Symbol  $D_{DLL}$  značí výstup diskriminátoru,  $e$  značí chybu, posun v zarovnání signálu a jeho repliky ve zlomcích doby trvání chipu  $T_c$ .

$$D_{DLL} = \frac{1}{2}(E^2 - L^2) \quad (20)$$

$$E = \sqrt{I_E^2 + Q_E^2} \quad (21)$$

$$L = \sqrt{I_L^2 + Q_L^2} \quad (22)$$



Obr. 4: Křivka DLL diskriminátoru pro GNSS signál s modulací BPSK (vlevo), BOC(1,1) (vpravo), s šířkou korelátoru  $d = T_c$

Jeden ze základních diskriminátorů fáze (PLL) je uveden vztahem (23), pracující nad signály z výstupů korelátorů (24) a (25). Základní diskriminátor Dopplerova frekvenčního posunu (FLL) je uveden vztahem (26) se vstupy signálů z korelátorů (27) a (28) v časech  $t$  v násobcích periody  $T$ . Zásadní význam pro úvodní odhad parametru Dopplerova posunu má zejména tvar charakteristiky diskriminátoru FLL, vyobrazený na obr. 5. Popsané diskriminátory patří k základním. Existuje mnoho typů diskriminátorů, co se týká efektivní implementace, či odhadu ve složitějším typu kanálů (např. vícecestné šíření, multipath).

$$D_{PLL} = \text{atan } 2(Q, I) \quad (23)$$

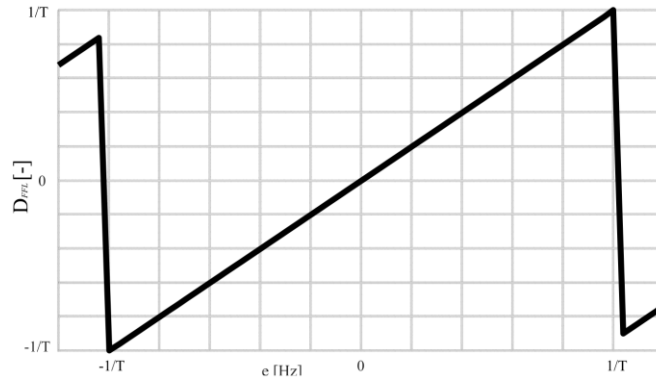
$$I = \sum_{nT_{code}} I_E + I_L \quad (24)$$

$$Q = \sum_{nT_{code}} Q_E + Q_L \quad (25)$$

$$D_{FLL} = \frac{\text{atan } 2(\text{dot}, \text{cross})}{t_1 - t_1} \quad (26)$$

$$\text{dot} = I_1 I_2 + Q_1 Q_2 \quad (27)$$

$$\text{cross} = I_1 Q_2 + Q_1 I_2 \quad (28)$$



Obr. 5: Křivka FLL diskriminátoru

Pro úplnost, ale bez hlubšího vysvětlení, jež lze nalézt v literatuře, uvádíme vztah (29). Vztah určuje spodní mez rozptylu odhadu zpoždění, tzv. Cramer-Rao spodní mez odhadu (CRLB). Vztah vysvětluje roli odstupu signálu a šumu (respektive spektrální výkonové hustoty šumu  $N_0$  a energie signálu  $E$ ) a roli použité modulace, vyjádřenou tzv. efektivní šířkou pásma  $\beta$  signálu (30), na dosažitelnou přesnost měření.

$$(\sigma)_{\min}^2 = \frac{c}{2} \frac{N_0}{2E\beta^2} \quad (29)$$

$$\beta^2 = \frac{4\pi^2}{2E_{s(t)}} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df \quad (30)$$

## 2.4 Signály družicové navigace – modulace a vlastnosti

Cílem následující kapitoly je konkretizovat přechodí obecné úvahy na používané signály družicové navigace. Nejprve rozebereme jednotlivé používané modulace a pak přejdeme k výpočtu spektra a korelační funkce.

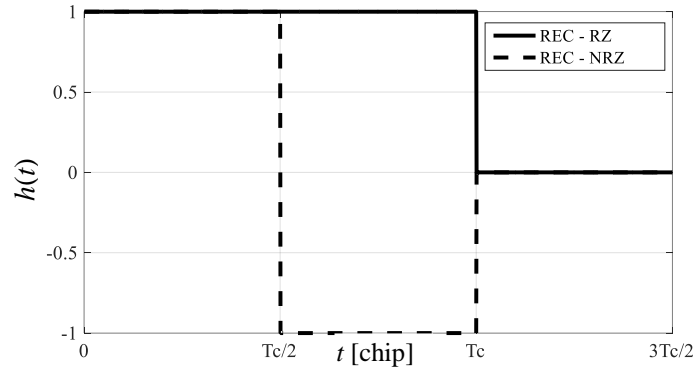
### 2.4.1 Signály s modulacemi BPSK a BOC

GNSS signály zpravidla využívají lineární modulaci BPSK( $f_c$ ), kde  $f_c$  udává chipovou rychlost. Je zvykem uvádět ji jako násobek původní chipové rychlosti C/A kódu GPS, tedy jako násobek rychlosti 1,023 Mcps. Novější signály zavádí modulaci BOC( $f_{su}, f_c$ ). Symbol  $f_{su}$  vyjadřuje frekvenci tzv. subnosné vlny, jako násobku frekvence 1,023 MHz,  $f_c$  je opět chipová rychlost v násobcích 1,023 Mcps. Rozdíl mezi modulacemi bývá vysvětlován zavedením tzv. subnosné vlny  $s_{su}(t)$ , modulo-2 přičtené k  $c(t)$ . Tvar subnosné vlny je dán vztahem (31). Jedná se tedy o další binární sekvenci pravidelných obdélníkových impulzů. Vztah (31) počítá se subnosnou v obecném komplexním zápisu, pro případ komplexního dálkoměrného kódu  $c(t)$  kódu, respektive kódu zavedeného v soufázové i kvadraturní větvi.

$$s_{su}(t) = \text{sign}[\cos(2\pi f_{su} t)] + j \cdot \text{sign}[\sin(2\pi f_{su} t)] \quad (31)$$

Zavedeme-li si však řádně digitální lineární modulaci vztahem (2) s obecným tvarem modulačního impulzu  $h(t)$ , pak prakticky všechny modulace v GNSS popíšeme tímto vztahem, právě jen s rozdílem ve tvaru modulačního impulzu. Tento zápis dle [36] je tedy univerzálnější než vyjádření se subnosnou dle [3], [4]. Pro modulaci BPSK zavedeme obdélníkový modulační impulz REC( $T_c$ ) o době trvání jednoho chipu  $T_c$ . Pro BOC modulaci pak modulační impulz s dobou trvání  $T_c$  pro různé  $f_{su}$  dle funkce (31),

omezené na jedinou periodu  $T_c$ . Oba zmíněné modulační impulzy pro BPSK(1) a BOC(1,1) jsou zobrazeny na obr. 6. Terminologicky je lze oba nazvat obdélníkovými REC impulzy, s vlastností návratu impulzu k nule (RZ – return to zero) u BPSK modulace, a bez návratu impulzu k nule (NRZ) v případě BOC modulace. Modulační impulzy jsou na obr. 6 zobrazeny v intervalu 0 až  $3/2.T_c$ . Pro časy nad  $T_c$  nabývá modulační impulz nulových hodnot.



Obr. 6: Modulační impulzy  $h(t)$  pro BPSK a BOC modulaci

Takovýmto zavedením modulace lze pak velice snadno určit spektrum  $S(f)$  obecně všech GNSS signálů podle vztahu (32) [36]. Symbol „\*“ označuje konvoluci,  $FT\{\}$  označuje Fourierovu transformaci. Pro případ BPSK modulace tak dostaneme vztah (33). Pro případ BOC modulace lze dále odvodit vztah (34) [41].

$$S(f) = FT\{c(t)h(t)\} = FT\{c(t)\} * FT\{h(t)\} \quad (32)$$

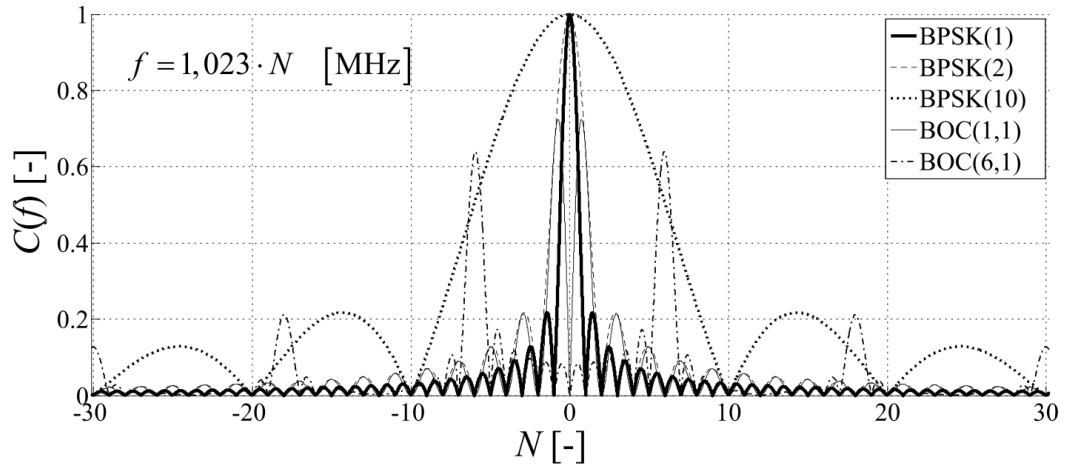
$$S(f) = FT\{c(t)\} * FT\{REC(T_c)\} = C(f).T_c\sqrt{T}\text{sinc}(\pi fT_c) \quad (33)$$

$$S_{BOC(f_{su}, f_c)}(f) = f_c \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi f}{2f_{su}}\right) \sin\left(\frac{\pi f}{2f_c}\right)}{\pi f \cos\left(\frac{\pi f}{2f_{su}}\right)} \right)^2 \quad (34)$$

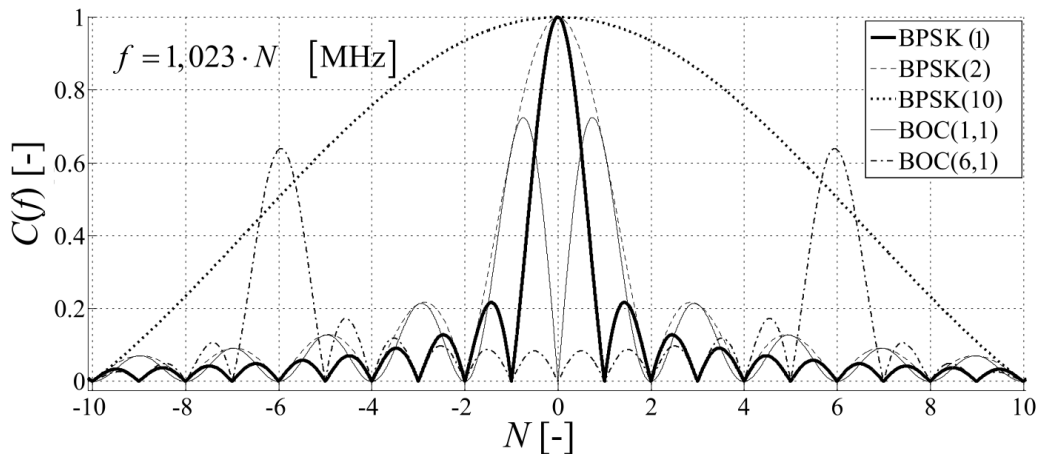
Zpravidla již dostatečně přesný popis spektra vznikne ze vztahu (32) zanedbáním spektra kódu, tedy uvažováním jen spektra samotného modulačního impulzu. Spektra některých pro GNSS typických modulačních impulzů jsou na obr. 7 a ve větším detailu na obr. 8. Symbol  $C(f)$  značí spektrální výkonovou hustotu, v tomto případě i normovanou. Z těchto popisů budeme také dále vycházet.

Pro srovnání však popišme vliv dálkoměrného kódu  $c(t)$ . Bez popsání těchto detailů spektra by nešlo později vyjádřit vliv sekvence sekundárního kódu. Jelikož dálkoměrný kód  $c(t)$  je periodický s periodou  $T$ , bude jeho spektrum diskrétní, čárové, se vzdálenostmi čar spektra (Diracovými impulzy) danými periodou. Z původního vztahu (2) však ještě stále zanedbáváme vliv navigační zprávy  $d(t)$ . Ta se projeví stejným způsobem jako kód, vznikem dalších spektrálních čar. Avšak kvůli její apriorní neznalosti a zejména neperiodičnosti je nelze předem určit, mění se. Spektrum modelovaného signálu včetně vlivu kódu a navigační zprávy má tedy za následek rozpadnutí původního spojitého spektra modulačního impulzu na čárové spektrum jím váhované. V reálném prostředí je důsledkem tohoto rozpadu spektra na spektrální čáry zmenšení spektrální výkonové hustoty každé ze samostatných spektrálních čar a tím i

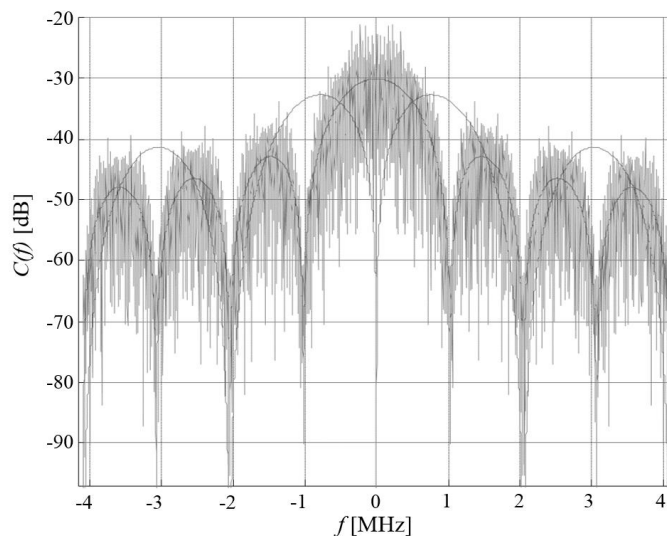
zvětšení odolnosti signálu proti úzkopásmovému rušení. Ukázka výše uvedených vlivů na spektrální výkonovou hustotu signálu je na obr. 9. Na něm je plnou čarou zvýrazněno spektrum modulačního impulsu, kterým je reálné spektrum se započítáním vlivu dálkoměrného kódu váhováno. Na obrázku je přerušovanou čarou zobrazeno i spektrum pro případ teoretického zavedení BOC(1,1) modulace.



Obr. 7: Spektrum vybraných modulací BPSK a BOC, pro  $B=60\text{MHz}$  v závislosti na  $N$ -násobcích  $f_c$



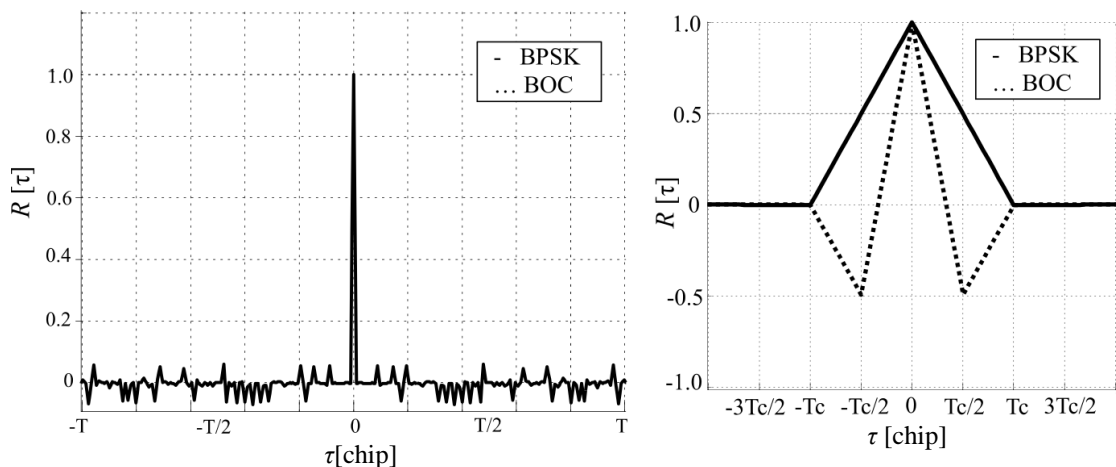
Obr. 8: Spektrum vybraných modulací BPSK a BOC, pro  $B=20\text{MHz}$  na  $N$ -násobcích  $f_c$



Obr. 9: Spektrum signálu s vlivem dálkoměrného kódu (C/A kód č. 6)

Po odvození spektrálních vlastností základních modulací signálů odvodíme i z pohledu této práce nejdůležitější vlastnost těchto signálů, jejich korelační, respektive autokorelační funkce. Autokorelační funkci  $R(\tau)$  můžeme určit dle vztahu (18), respektive (19) pro signály v diskrétním čase, a to dosazením zkoumaného signálu za  $r(t)$  i  $c(t)$ . Dle [7], [42], tzv. Wiener-Chinčinovy věty však platí vztah (35) mezi spektrem signálu, respektive jeho spektrální výkonovou hustotou  $C(f)$ , a jeho autokorelační funkcí. Tento vztah budeme v této práci využívat častěji, jeho využití pro výpočet vzájemné korelační funkce a odvození bude uvedeno později. Představu o tvaru autokorelační funkce signálu lze, podobně jako spektrum, vypočítat jen z použitého modulačního impulzu. Získáme tím nejdůležitější část korelační funkce, tvar jejího vrcholu. To dovoluje získat zásadní představu a srovnání pro prakticky všechny současně použité typy GNSS signálů, prakticky nezávisle na použitém kódu. Obr. 10 vpravo demonstruje tvar korelační funkce pro BPSK a BOC modulaci. Autokorelační funkce celého signálu i s dálkoměrným kódem je na obrázku vlevo. V reálném případě nenulové postranní vrcholy této funkce jsou pro funkci přijímače důležité. Více o tom to pojednává kapitola věnující se použitým dálkoměrným kódům.

$$C(f) = S(f) \cdot S(f)^* = FT\{R(\tau)\} \quad (35)$$



Obr. 10: Autokorelační funkce dálkoměrného signálu BPSK(1) a BOC(1,1) modulací (vlevo), detail hlavního vrcholu funkce (vpravo)

Po předchozím odvození spektrálních a korelačních vlastností použitých signálů lze vysvětlit význam zavedení BOC modulace. Hlavní význam BOC spočívá ve spektrálním separování signálů různých systémů, vysílaných na stejných nosných. Například signálu Galileo E1 vůči signálu GPS L1 C/A na stejné nosné. Kromě toho, díky ostřejší autokorelační funkci, má takový signál i lepší přesnost a lépe potlačí vícecestné šíření což lze ukázat i zvýšením efektivní šířky pásma a tím i lepší dosažitelné přesnosti měření dle CRLB, viz vztah (30).

Naopak nevýhodou BOC modulací je existence postranních maxim diskriminátoru zpoždění v těsné blízkosti hlavního vrcholu, viz obr. 4. To umožňuje vznik potenciálních falešných bodů zachycení, vychýlení odhadu přijímače ve stavu sledování signálu. Možností řešení této problematiky ve stavu sledování signálu je několik. Populární metodou je možnost korelování pouze jednoho z laloků BOC modulace na frekvenci  $f_0 \pm f_{su}$  jako samostatné modulace BPSK, tzv. zpracování BOC modulace metodou BPSK-like. Tyto a další metody tzv. potlačení subnosné jsou popsány například v prameni [43].

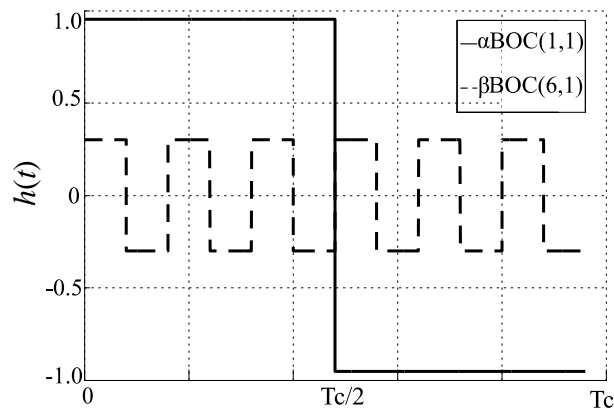
## 2.4.2 Kompozitní signály MBOC (TBOC, CBOC, AltBOC)

Výše uvedenou teorií jsme nyní schopni velmi jednoduše popsat i ostatní moderní signály GNSS. Moderní GNSS signály jsou často kompozitní, tj. složené z více samostatných signálů. Signály pak mohou být přijímačem zpracovávány jako jeden širokopásmový signál, nebo více jednodušších signálů. Je tak dána uživateli volba, jaký přístup zvolí, způsob zpracování se de facto nemění.

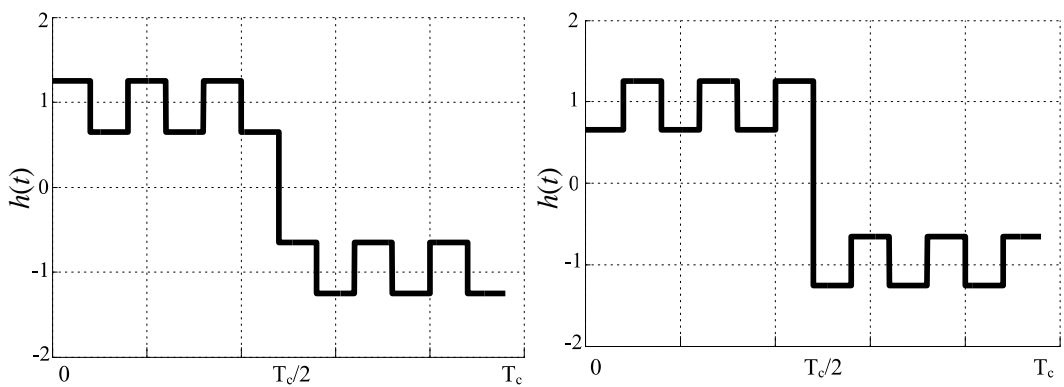
Nejjednodušší způsob složení dvou signálů pro zlepšení parametrů příjmu je vysílání dvou dálkoměrných signálů v kvadratuře nosné vlny. Příkladem je signál GPS L5-I a L5-Q. Jednu složku s jedním dálkoměrným kódem používá pro dálkoměrný signál s datovou zprávou a druhou složku s druhým dálkoměrným kódem jako tzv. pilotní signál (se sekundárním kódem místo navigační zprávy), určený pro navýšení doby koherentního průměrování signálu, zvýšení citlivosti. Zpracování se neliší od předchozích případů, signály se zpravidla zpracovávají jako dvě samostatné BPSK modulace, a až po korelování se vzájemně kombinují [44]. Stejný princip je využit i u signálu Galileo E1. Ten navíc ještě zavádí multiplexní modulaci.

Multiplexní BOC modulace (MBOC) jsou založené na kombinování několika základních modulací třídy BOC v jednom signálu. Cílem je dosažení ostřejšího maxima korelační funkce. V praxi se setkáváme s multiplexováním dvou BOC modulací s různou frekvencí subnosné, a to buď v čase (TBOC), nebo vysíláném výkonu (CBOC). Označování těchto modulací je vžito ve formátu  $MBOC(f_{su}, f_c, \beta)$ . „M“ označuje typ multiplexní modulace (CBOC nebo TBOC),  $f_{su}$  frekvenci subnosné,  $f_c$  chipovou rychlost a  $\beta$  poměr výkonu druhé multiplexované složky. Důvodem k použití těchto modulací je dosažení co možná nejvyšší korelační funkce BOC, jako u modulace BOC vyšších řádů, ovšem bez velkých postranních maxim, která tyto modulace sebou přinášejí, a kompatibilita i s jednodušším zpracováním pouze základní složky. Tvar korelační funkce je pak dán poměrem výkonů, či časů multiplexovaných složek. Většina výkonu, či času je zpravidla v modulaci nižšího řádu. Menší část výkonu v modulaci vyššího řádu formuje vyšší strmost korelační funkce. Poměr výkonů, časů je dán optimalizací mezi zvýšením ostrosti korelační funkce a nárůstem postranních maxim. Poměr výkonů, časů bývá u reálně použitých signálů obvykle kolem 1/11, jak se vžilo u CBOC(6,1,1/11) signálu E1 systému Galileo a TBOC(6,1,1/11) signálu L1C GPS. Zavedenou teorií lze například pro CBOC modulaci přepsat vztah (2) na vztah (36), kde koeficienty  $\alpha$  a  $\beta$  nastavují poměr výkonů modulačních impulzů modulací. Podobně u modulace TBOC dochází ke střídání použití modulačních impulzů v čase dle předpisu podobného dálkoměrnému kódu [45]. Tvar BOC(1,1) a BOC(6,1) modulačních impulzů přenásobených koeficienty  $\alpha$  a  $\beta$  je na obr. 11. Obr. 12 pak prezentuje výsledný tvar modulačního impulzu CBOC(6,1,1/11) pro obě možné varianty komplexní subnosné (pro signál E1B v soufázové a E1C v kvadraturní větvi). Korelační funkce výsledného signálu, ve srovnání s původními modulacemi BOC, je na obr. 13. Velmi podobného výsledku je dosaženo i modulací TBOC(6,1,1/11) signálu GPS L1C [45] na obr. 14.

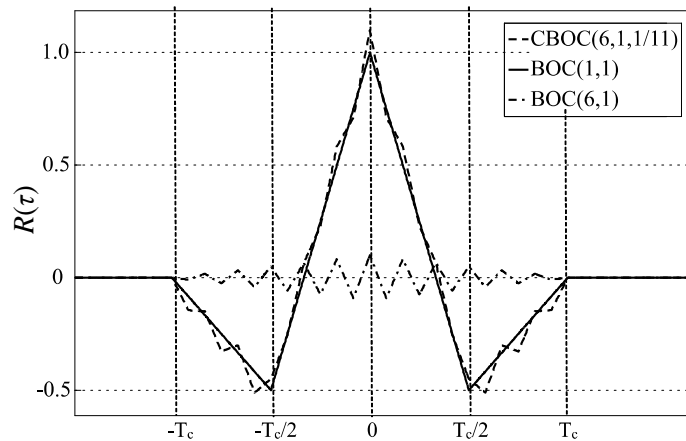
$$s_{CBOC}(t) = \sum_n (c_n d_n) [\alpha h_{BOC-1}(t - nT_c) + \beta h_{BOC-2}(t - nT_c)] \quad (36)$$



Obr. 11: Modulační impulz (subnosná) BOC(1,1) a BOC(6,1)

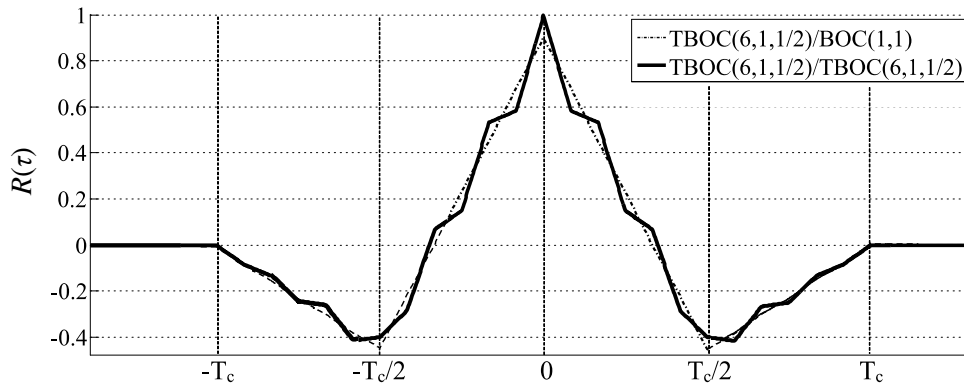


Obr. 12: Modulační impulz CBOC(6,1,1/11) a jeho doplněk



Obr. 13: Korelační funkce CBOC(6,6,1/11) ve srovnání s BOC(1,1) a BOC(6,1)





Obr. 14: Autokorelační funkce signálu TBOC(6,1,1/11), korelace s BOC a TBOC replikou

Z obrázků je patrné, že výsledný vrchol korelační funkce je díky kompozici s modulací vyššího řádu skutečně mírně ostřejší. Jak ale napovídají srovnání s korelační funkcí pro základní modulaci (BOC(1,1)) na obr. 14, zpracováním těchto signálů jako prostých BOC(1,1) dostaneme, až na mírnou ztrátu „ostrosti“ a 1/11 výkonu, téměř shodné výsledky. Specifika těchto modulací a jejich zpracování dobře rozvíjejí například zdroje [46], [47], [48]

V současné době asi nejsložitějším GNSS signálem je signál Galileo E5. Jedná se o prakticky BOC(15,10) signál, u něhož však spodní a horní lalok BOC modulace nese každý svůj vlastní dálkoměrný signál typu BPSK(10), rozdílné signály se též nalézají i v soufázové a kvadraturní složce. Je tedy kompozicí čtyř nezávislých BPSK(10) signálů. Přístupů ke zpracování je několik, například [49], [50], [51]. Z pohledu této práce však i k tomuto signálu lze přistupovat neměnným způsobem jako ke čtyřem samostatným modulacím.

## 2.5 Dálkoměrné (primární) kódy

Výčet kódů a signálů všech globálních i lokálních systémů je mimo rozsah i cíl této práce. V současné době je jich přes 40, mnoho z nich je již vysíláno, avšak některé signály jsou pouze plánované a jejich specifikace se mohou ještě změnit. Zájemci dohledají jednotlivé specifikace buď v základní literatuře, například [3], nebo ve specifikacích provozovatelů těchto systémů. Zde se budeme věnovat krátce jen společnému základu teorie dálkoměrných kódů, použitelnému dále v této práci.

Dálkoměrné kódy GNSS se pro rozlišení od sekundárních kódů též někdy nazývají jako kódy primární. Dálkoměrné, primární kódy GNSS signálů jsou pseudonáhodné PRN (pseudo-random noise) binární sekvence s výhodnými autokorelačními a vzájemnými korelačními vlastnostmi. Jsou buď generovány pomocí posuvných registrů a logických operací (Goldovy kódy u GPS C/A), jiných aritmetických operací (Legendreova sekvence u signálu GPS L1C), nebo jsou dílem optimalizačních algoritmů (Galileo E1 primární kódy), s cílem vylepšit korelační vlastnosti. Výzkum pseudonáhodných kódů intenzivně probíhal v druhé polovině dvacátého století v souvislosti s komunikačními systémy CDMA.

U těchto kódů nás krom velikosti a tvaru hlavního vrcholu zajímá též velikost postranních lokálních maxim této funkce a také velikost maxim funkce vzájemné korelace s ostatními vysílanými kódy. Velikost odstupu vůči maximu autokorelační funkce je pak zásadním parametrem ovlivňující příjem ve ztížených, ale při měření častých, podmínkách. Vysoký odstup postranních maxim autokorelační funkce zaručuje odolnost proti záměně hlavního a lokálního maxima. Vysoký odstup vzájemné korelace

zase omezuje záměnu dvou různých kódů. Například, při částečném zastínění některých družic může být maximum jejich korelační funkce překryto maximum vzájemné korelace s kódem jiné družice s vyšším přijímaným výkonem a s nízkým odstupem vzájemné korelace. To je také jeden z příkladů proč se vymýšlejí stále nové kódy, např. pro použití navigace i uvnitř budov.

Vzájemné korelační vlastnosti PRN kódů byly obecně odvozeny Welchem okolo roku 1974 [52]. Pak tzv. Welchova mez (37) určuje limit minimální velikosti maximální hodnoty vzájemné korelační funkce dvou kódů, obecně pro jakýkoliv kód délky  $N$ , existuje-li  $M$  jeho různých kódů. Platí, že delší kódy mají tyto vlastnosti obecně lepší. Pro velká  $M$  a  $N$  je pak původní vztah dobře aproximován vztahem  $\sqrt{N}$ .

$$c_{\max} = N \sqrt{\frac{M-1}{MN-1}} \quad (37)$$

S vývojem GPS byla převzata rodina Goldových kódů pro signál L1 C/A. Goldův kód byl jako dálkoměrný adoptován také prakticky pro všechny systémy SBAS jako je WAAS a EGNOS, pro pseudolity a později také pro první signály čínského BeiDou 2, některé signály japonského QZSS a indického IRNSS. Jejich výhodou je jejich velice snadné generování pomocí posuvných registrů a logiky číslicových obvodů. Pro rodinu Goldových a jim příbuzných Kasami kódů byla kolem roku 1967 odvozena jejich autokorelační a vzájemná korelační funkce. Ta nabývá hodnoty  $N$  pro posun  $\tau=0$ . Častěji se však normuje svoji délkou  $N$  na 1. Pak normalizovaná vzájemná korelační funkce a její postranní maxima nabývají těchto tří hodnot podle vztahu (38), kde  $n$  vyjadřuje délku posuvného registru. To je například pro případ C/A kódu GPS ( $N=1023$ ,  $n=10$ ) rovno hodnotám  $[-65/1023, -1/1023, 63/1023]$  [35].

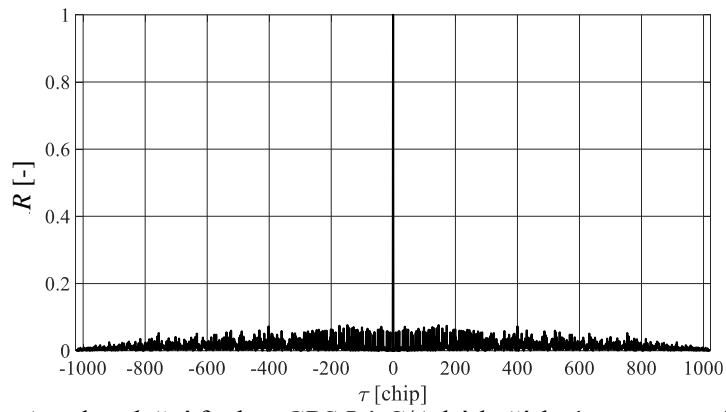
$$\left[ \frac{-1}{N} t(n), \frac{-1}{N}, \frac{1}{N} (t(n) - 2) \right]; \quad (38)$$

$$t(n) = 2^{(n+1)/2} + 1, \text{ } n \text{ liché}$$

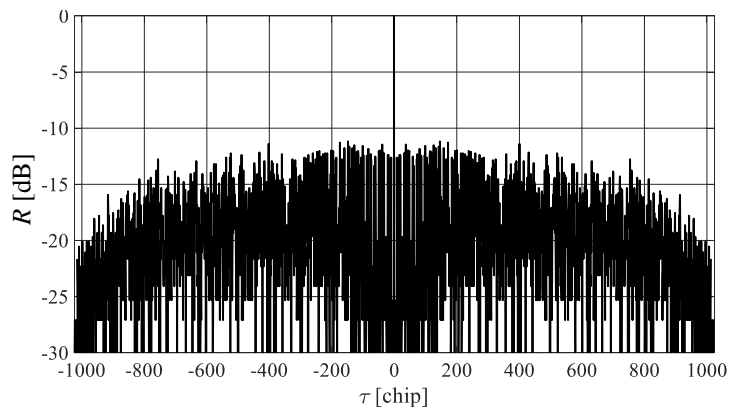
$$t(n) = 2^{(n+2)/2} + 1, \text{ } n \text{ sudé}$$

Další z binárních sekvencí PRN kódů jsou kódy maximální délky. Generují se podobným způsobem, posuvnými registry, jako v případě Goldových kódů. Mají velmi dobré korelační vlastnosti, postranní maxima nabývají hodnot  $1/N$ . Jejich nevýhodou je jejich relativně omezená množina. Typicky ty jsou použity jako dálkoměrný kód u původních FDMA signálů L1OF a L2OF systému GLONASS.

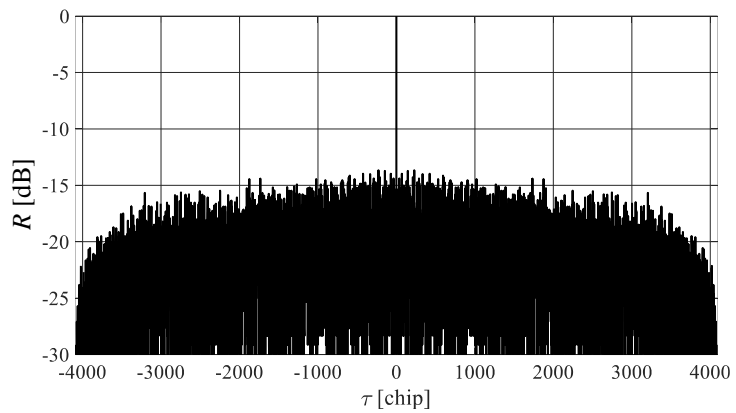
Výše zmíněné vlastnosti kódů pro srovnání jsou ilustrovány na následujících obrázcích. Obr. 15 ilustruje normalizovanou autokorelační funkci GPS L1 C/A kódu číslo 1. Stejná funkce je na obr. 16, jen v logaritmickém měřítku. Odstup postranních laloků vůči maximu korelační funkce je asi 12 dB. Obr. 17 pro srovnání ilustruje asi 15 dB odstup postranních laloků autokorelační funkce Galileo E1B kódu číslo 1 s čtyřikrát delším kódem oproti GPS L1 C/A. Obr. 18 nabízí totéž srovnání pro kód GLONASS L1OF. Ten i přes poloviční délku oproti GPS L1 C/A kódu dosahuje mírně lepšího odstupu díky volbě kódu ze skupiny kódů maximální délky. Vzájemné korelační vlastnosti popisuje parametr odstup křížové korelace.



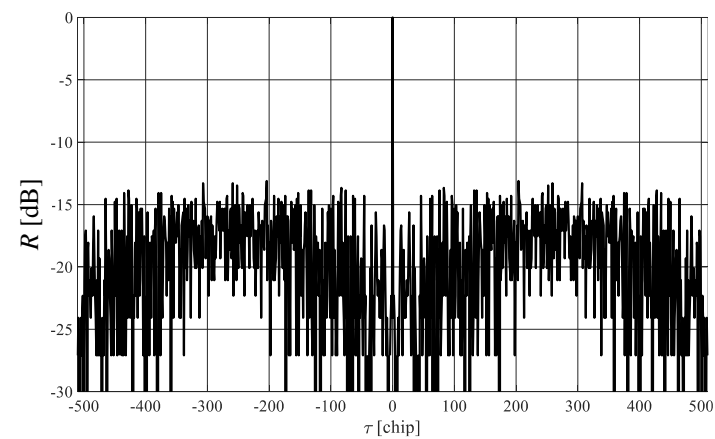
Obr. 15: Autokorelační funkce GPS L1 C/A kódu číslo 1, normovaná



Obr. 16: Autokorelační funkce GPS L1 C/A kódu číslo 1, normovaná, v dB



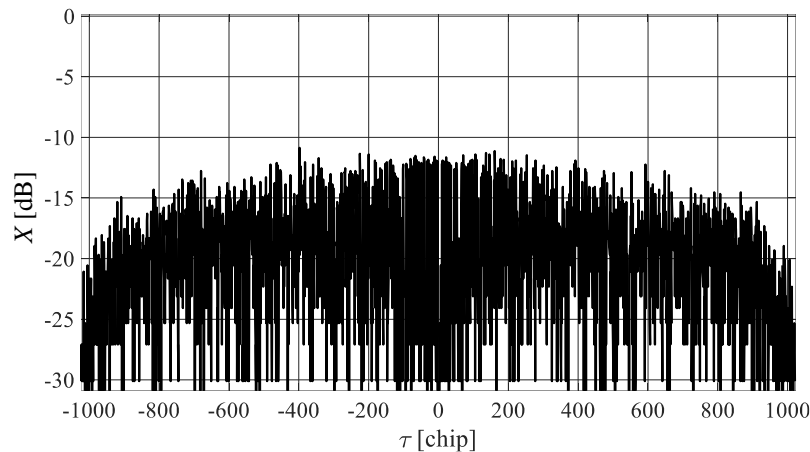
Obr. 17: Autokorelační funkce Galileo E1B kódu číslo 1, normovaná, v dB



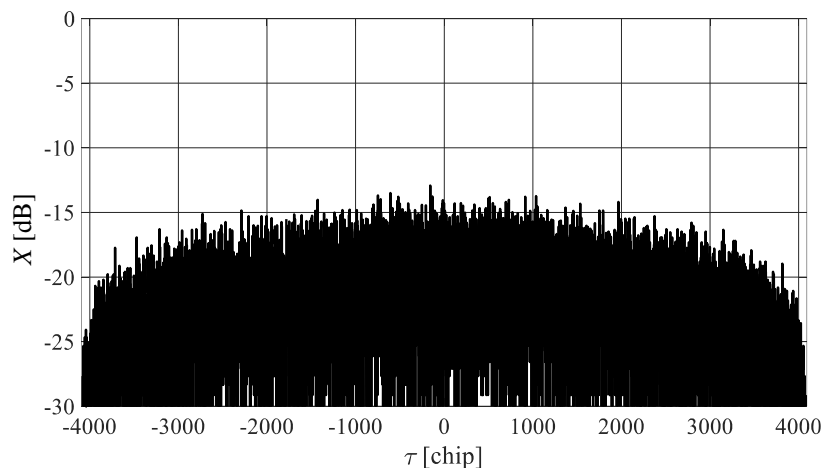
Obr. 18: Autokorelační funkce GLONASS L1OF dálkoměrného kódu, normovaná, v dB

Odstup křížové korelace  $X_{PRN1,PRN2}$  je definovaný jako maximální hodnota autokorelační funkce kódu k maximální hodnotě vzájemné korelační funkce  $X(t)$  mezi dvěma různými dálkoměrnými kódy (39). Vzájemná korelační funkce těchto dvou kódů nutně nemusí nabývat maxima pro nulový vzájemný posun. Hodnota je klíčová ve vztahu k dynamice signálu a pravděpodobnosti falešné detekce. Je-li dynamika signálu větší než tento odstup, může dojít k falešnému zachycení přijímače na vrchol korelační funkce i s jiným než požadovaným dálkoměrným kódem. Tento efekt je důsledek efektu známého v obecné teorii CDMA komunikace pod názvem near-far efekt [7]. Zvláště výrazně projevít se může zejména u signálů v nových pásmech družicové navigace S (2492 MHz) a C (5010 až 5030 MHz) [53], [54], [55]. A to například při částečném zastíněné vegetací, která se v těchto pásmech již mnohem výrazněji projevuje, a malém odstupu křížové korelace použitého kódu. Srovnání křížové korelace pro signály dvou družic GPS L1 C/A je na obr. 19, respektive pro Galileo E1B na obr. 20.

$$X_{PRN1,PRN2} = 10 \log \left( \frac{\max(X(PRN1, PRN2))}{\max(R(PRN1, PRN1))} \right) = 10 \log \left( \frac{\max \left( \int_{-\infty}^{+\infty} c_1(t+\tau) c_2(t)^* d \right)}{\max \left( \int_{-\infty}^{+\infty} c_1(t+\tau) c_1(t)^* d \right)} \right) \quad (39)$$



Obr. 19: Vzájemná korelace GPS L1 C/A kódů PRN 1 a PRN 2, v dB



Obr. 20: Vzájemná korelace Galileo E1 kódů PRN 11 a PRN 12, v dB

## 2.6 Sekundární kódy

Sekundární kódy jsou rovněž PRN kódy. Nepoužívají se však jako dálkoměrné, ale zlepšují vlastnosti primárních (dálkoměrných) kódů. Délka sekundárních kódů je oproti délce primárních kódů relativně krátká, obvykle několik desítek bitů. Výjimkou je nový kód GPS L1C, používající délku sekundárního kódu 1800 bitů. Jako sekundární jsou v GNSS často používány Neuman-Hoffmanovy kódy, či další kódy generované posuvnými registry.

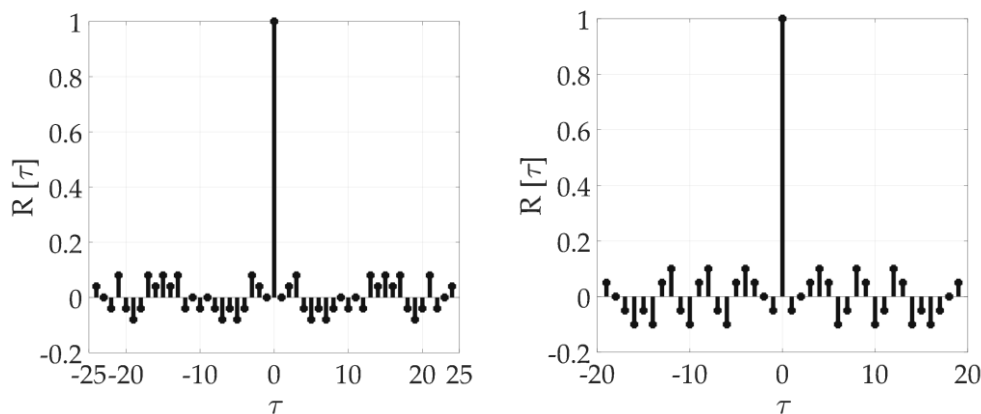
Jednotlivé bity sekundárního kódu  $SC(t)$  jsou postupně modulo-2 přičítány k celým periodám primárního kódu  $c(t)$ . Takové kódy jsou nazývány jako tiered, vrstvené, či stupňovité [1]. Bývají používány jako pilotní signály, tj. bez navigační zprávy, umožňující dlouhou dobu koherentní integrace. Přítomnost sekundárního kódu však nevylučuje ani přítomnost navigační zprávy, potom už nemluvíme o signálech pilotních. Bity navigační zprávy  $d(t)$  jsou pak zpravidla modulovány právě ještě přes celé periody sekundárního kódu (40).

$$s(t) = c(t) \oplus SC(t) \oplus d(t) \quad (40)$$

Sekundární kódy obsahuje většina nových GNSS signálů, viz tabulka 1. Příklady autokorelační funkce sekundárních kódů systémů Galileo a BeiDou jsou na obr. 21.

**Tabulka 1:** Přehled používaných GNSS signálů se sekundárními kódy

Signál	Primární kód L[chip] / T[ms]		Sekundární kód L[chip] / T[ms]		Název	Data [bit/s]
	L[chip]	T[ms]	L[chip]	T[ms]		
GPS L1C-P	10,230	10	1,800	18,000	OC18001-210	Není
GPS L5-I	10,230	1	10	10	NH10	100
GPS L5-Q	10,230	1	20	20	NH20	Není
Galileo E1C	4,092	4	25	100	CS25	Není
Galileo E5a-I	10,230	1	20	20	CS20	50
Galileo E5a-Q	10,230	1	100	100	CS1001-50	Není
Galileo E5b-I	10,230	1	4	4	CS4	250
Galileo E5b-Q	10,230	1	100	100	CS10051-1001	Není
BeiDou B1-I	2,046	1	20	20	NH20	50/500

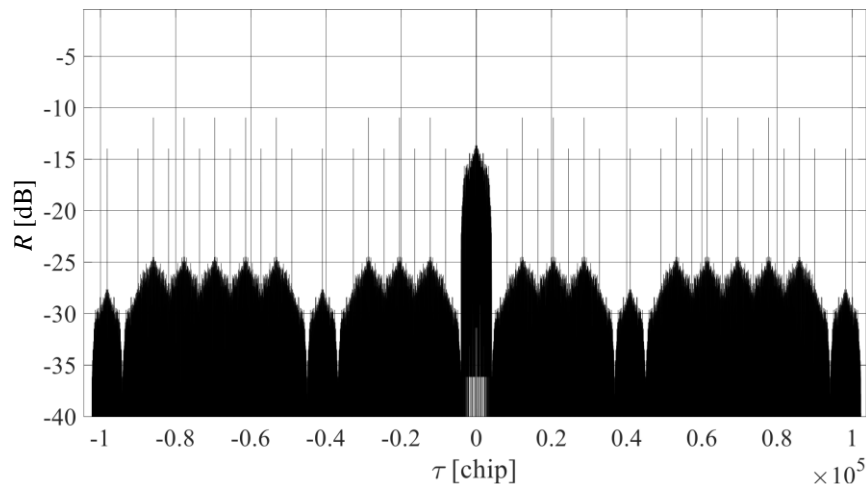


Obr. 21: Autokorelační funkce sekundárního kódu Galileo E1C (CS25<sub>1</sub>) (vlevo) a BeiDou B1 (Neuman-Hoffmanův kód) (vpravo)

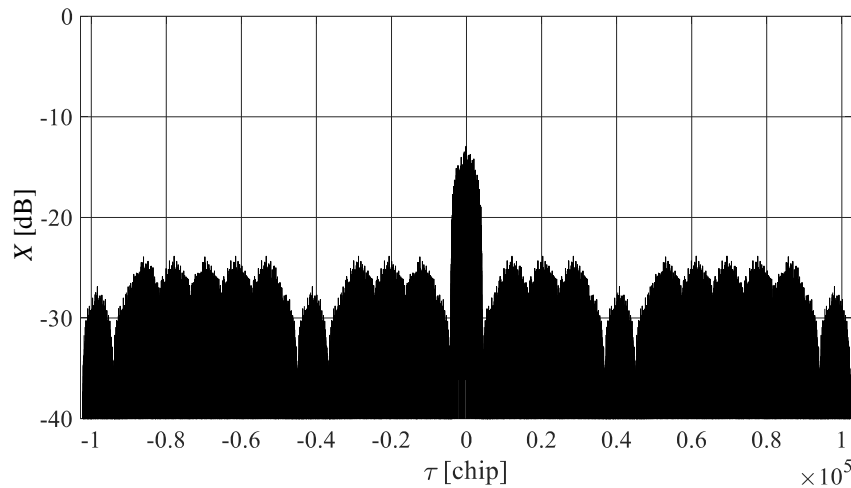
Význam zavedení sekundárního kódu spočívá v:

- Možnosti prodloužení koherentního integračního času korelace  
Podaří-li se správně zasynchronizovat sekundární kód, může být koherentní integrační čas prodloužen. Tím je navýšena citlivost příjmu. To na rozdíl od klasických signálů s apriori neznámou navigační zprávou, kde je koherentní integrační doba omezena právě dobou trvání jednoho jejího bitu.
- Uspadnění bitové synchronizace  
Díky apriori známé sekvenci sekundárního kódu je možné rychleji provést rámcovou synchronizaci navigační zprávy. Rychleji než s využitím detekce hrany bitu navigační zprávy jednoduchých signálů, u kterých hrozí potenciální kumulace bitů navigační zprávy se stejným znaménkem.
- Zvýšení odolnosti signálu vůči úzkopásmovému rušení  
To je založeno na dodatečném upravení tvaru spektra modulovaného signálu, respektive dalšímu rozředění původních diskretních čar spektra přítomností periodického sekundárního kódu, viz kapitola 2.4.1.
- Potlačení vedlejších a vzájemných korelačních maxim  
Díky sekundárnímu kódu se násobně zvýší délka periody primárního kódu. S tím se dle Welch (37) zvýší i odstup vedlejších maxim. Autokorelační funkce signálu se sekundárním kódem, viz obr. 22, je vážena autokorelační funkcí samotného sekundárního kódu, viz obr. 21 (vlevo). Vedlejší maxima tak mají větší odstup, viz obr. 23.

Pramen [22] například uvádí, že díky zavedení 20 bitového Neuman-Hoffmanova kódu u signálu GPS L5 došlo lepšímu rozprostření čárového spektra primárního kódu. Spektrální výkonová hustota diskretních čar klesla o asi 10 dB-Hz a odstup postranních maxim vzrostl až o 1,7dB.



Obr. 22: Autokorelační funkce signálu Galileo E1C (PRN 11) se sekundárním kódem, v dB

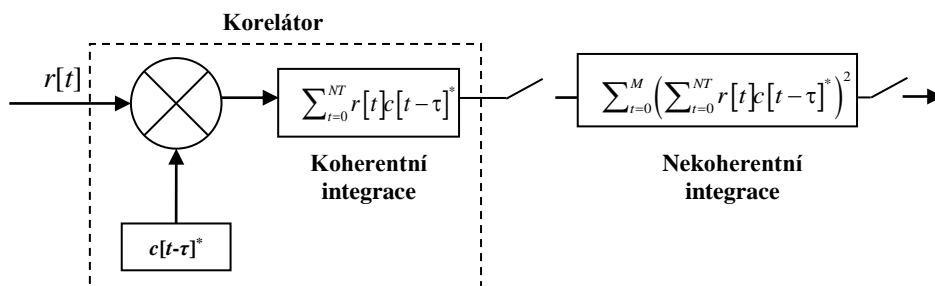


Obr. 23: Odstup vzájemné korelace signálu Galileo E1C (PRN 11, 12) se sekundárním kódem, v dB

Problémem je synchronizace sekundárního kódu. Vzhledem k výsledné značně prodloužené délce koherentní integrace je citlivý na Dopplerův posun. Přímá akvizice primárního a sekundárního kódu je tedy náročná pro malý krok v prohledávání Dopplerova posunu. Z toho důvodu se spíše používá dvoufázová akvizice, spočívající v postupné synchronizaci primárního a poté až sekundárního kódu [23]. Po synchronizaci primárního kódu je sekundární kód synchronizován spolu s primárním v režimu koherentní integrace po dobu trvání periody sekundárního kódu. Tento způsob synchronizace však nedokáže plně využít všechny výše uvedené benefity zavedení sekundárního kódu, zejména dosažení vysoké citlivosti pomocí prodloužení koherentní integrační doby přes více jeho bitů. Podrobnosti o synchronizaci sekundárního kódu jsou obsahem kapitoly 6.

## 2.7 Zvýšení citlivosti, koherentní a nekoherentní integrace

Koherentní integrační čas  $T$  korelace byl dosud uvažován shodný s periodou primárního kódu  $T$ . Obvykle však užíváme jeho  $N$ -násobku. Tím se úměrně zvyšuje i citlivost příjmu. Koherentní integrační čas korelace se v některých zahraničních pramenech nazývá jako před-detekční integrační čas (Pre-detection Integration Time, PIT) [4]. Princip koherentní ( $N$  násobky) a nekoherentní integrace ( $M$  násobky) je naznačen na obr. 24.



Obr. 24: Princip koherentní a nekoherentní integrace

Zásadním omezením koherentního integračního času korelace je však:

- Změna bitu znaménka navigační zprávy  
Bity navigační zprávy se násobí kód. Jsou však náhodné a to neumožňuje prodloužit korelaci přes několik period primárního kódu.
- Dekorelace  
Dekorelace je způsobena:
  - fyzikálním omezením – vlivem Dopplerova posunu na čipovou rychlost kódu  $f_c$
  - technickým omezením – stabilitou oscilátoru přijímače

Oba jevy omezující koherentní integraci mají společný základ. Buď vlivem Dopplerova posunu, nebo konečně velkou přesností frekvence oscilátoru (přijímače) se délka přijatého chipu  $T_c$  dálkoměrného kódu liší. Každý chip sekvence je pak mírně posunut a odpovídající si chipy se pak nikdy dokonale nepřekrývají. Jelikož vliv Dopplerova posunu je závislý na chipové rychlosti, problém s její velikostí roste [4].

Místo vyjádření ztrát dekokorelací je vhodnější vyjádřit maximální dobu korelace  $T_a$  [56]. Tu vyjádříme jako dobu v  $m$  chipech primárního kódu, za kterou vlivem rozdílu předpokládané  $T_c$  a skutečné  $T_c'$  doby chipu dojde k posunu o  $\varepsilon$  zlomkovou část doby trvání chipu  $T_c$  (41). Je-li ta způsobena Dopplerovým posunem  $f_d$  vlivem nenulové vzájemné rychlosti družice a přijímače  $v_r$  při rychlosti šíření vlny v médiu  $c$ , nosném kmitočtu  $f_0$  a chipové rychlosti  $f_c$  (42) pomocí vztahu (43).

$$m(T_c - T_c') = T_c \varepsilon \quad (41)$$

$$m = \varepsilon \frac{c}{v_r} \quad (42)$$

$$T_a = \frac{m}{f_c} = \frac{\varepsilon f_0}{f_d f_c} \quad (43)$$

Například, je-li maximální hypotetická vzájemná rychlost 2000 m/s, a je-li použit signál GPS L1 C/A, k chybě v zarovnání dvou chipů rovné 1/4 dojde ze vztahu (43) za asi 37.5 ms. Odvození a příklady konkrétní hodnot pro další signály jsou například v prameni [56]. Toto omezení navíc omezuje i celkový výpočetní čas, do kdy musí být spočten výsledek akvizice signálu.

### 2.7.1 Nekoherentní integrace a její ztráty

Tam, kde z důvodu změny znaménka bitové navigační zprávy nemůže být koherentní integrace po dobu  $NT$  použita, využívá se nekoherentní integrace. Ta v kvadrátu,  $M$ -krát integruje výsledky předchozí koherentní integrace, viz obr. 24. Integrace v kvadrátu není podmínkou, též existuje možnost integrace hodnot v absolutní hodnotě. Ta ovšem není obvykle využívána, kvadrát je preferován pro vyšší odstup postranních laloků, vedlejších maxim.

Zatímco zisk koherentního integrování je roven  $N$ , zisk nekoherentního integrování nelze díky nelineární funkci absolutní hodnoty či kvadrátu zcela jednoduše vyjádřit [57]. Nejčastěji jej lze popsat jako zisk koherentního integrování zmenšený o tzv. squaring loss. Avšak ani squaring loss se nedá zcela dobře vyjádřit, je totiž nelineární, závisí na odstupu signálu a šumu přijatého signálu. Přibližně lze zisk nekoherentního průměrování podle [57] spočítat pro signály s vysokým odstupem signálu a šumu jako



zisk koherentního průměrování, rovný  $M$  a jako  $\sqrt{M}$  pro signály s malým odstupem signálu a šumu. Pro vysoké odstupy jsou tedy squaring loss ztráty rovny nule. Konkrétní velikost velkého a malého odstupu signálu a šumu zdroj však nespecifikuje. Pro oblast zpracovávaných GNSS signálů je ovšem třeba počítat spíše s tím, že odstup je vždy malý a zisk nekoherentního integrování je tedy blízký  $\sqrt{M}$ , tedy  $5\log(M)$  v logaritmické míře. Stejný zdroj též uvádí, že jako dobrou aproximaci lze použít poučku, že zisk 3 dB lze získat buď zdvojnásobením doby koherentní, nebo ztrojnásobením doby nekoherentní integrace.

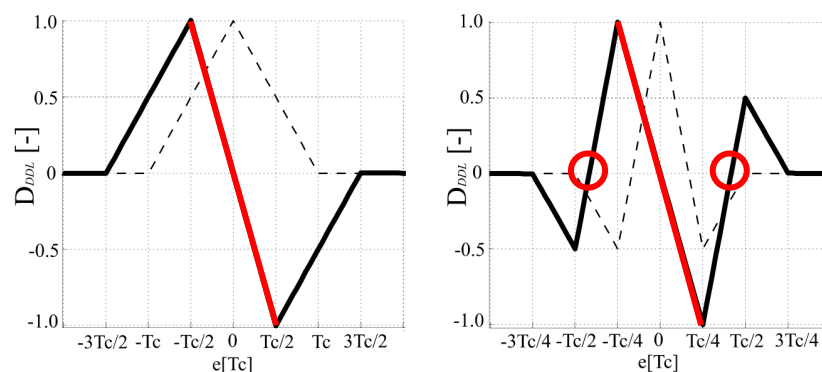
## 2.8 Nároky na přesnost a latenci odhadnutých parametrů

Stavový prostor prohledávané zobecněné korelační funkce  $R(\tau, f_d)$  je ve stavu vyhledávání signálu diskretizován v obou doménách do konečného počtu prohledávacích kroků, tzv. binů. Velikost  $\Delta\tau$  a  $\Delta f_d$ , počet těchto binů a tedy i doba nutná k prohledání celého prostoru je závislá pouze na vlastnostech následujícího ustáleného stavu sledování signálu, myšleno zpětnovazebních estimátorů časového zpoždění (DLL) a nosné (FLL a PLL). Tyto vlastnosti estimátorů lze pro klasické případy odvodit z tvaru jejich detektoru v okolí pracovního bodu (zpětnovazební smyčky). Vlastnosti nastavení těchto obvodů jsou závislé na chipové rychlosti, periodě zpracovávaného signálu, respektive době koherentního průměrování (ovlivněné ale například i přítomností navigační zprávy), ale též na dynamice přijímače (zejména vzájemné rychlosti přijímač-družice), či stabilitě jeho oscilátoru. Důležitým předpokladem je, že hledané parametry jsou považovány za tzv. pomalu se měnící, vzhledem k periodě signálu a době koherentního průměrování.

Rozsah fáze kódu  $\tau$  je  $\langle 0, T \rangle$ , kde  $T$  je perioda primárního kódu. Rozsah Dopplerova posunu nosné  $f_d$  je při zanedbání odchylky oscilátoru přijímače dán jen Dopplerovým posunem signálu, tedy vzájemnou rychlostí družice a přijímače a frekvencí nosné. Pro zamýšlené GNSS systémy je to kolem  $\pm 5$  kHz [56]. To platí o družicích na střední oběžné dráze (MEO). Družice GNSS systémů na geostacionárních drahách (GEO), například BeiDou, mají Dopplerův posun samozřejmě blízký nule. Šířky binů hledaných parametrů lze určit následujícím způsobem:

- Určení šířky binu  $\Delta\tau$  v časovém zpoždění

Na tomto místě se zpravidla bez vysvětlení uvádí hodnota  $\frac{1}{2}$  až  $\frac{1}{4}$  doby trvání chipu  $T_c$ . Skutečný důvod je tvar charakteristiky diskriminátoru časového zpoždění, respektive velikost jeho lineární části. To je zřejmé z obr. 25, vycházejícího z obr. 4. Lineární část charakteristiky, ve které se s hodnotou v akvizici odhadnutého parametru musíme pohybovat, je znázorněna červeně.



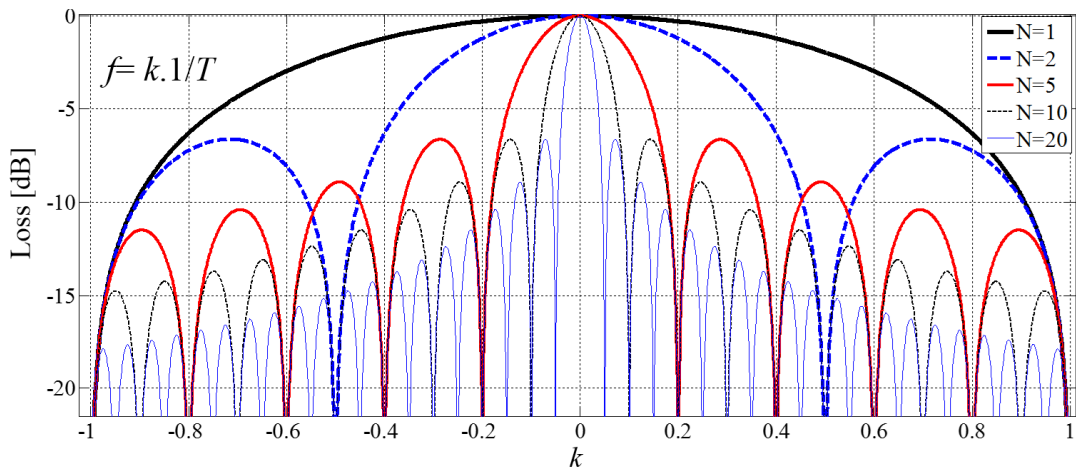
Obr. 25: Charakteristika Early-Late ( $d=T_c$ ) diskriminátoru časového zpoždění pro BPSK (vlevo) a BOC modulaci (vpravo)

Na charakteristice pro BOC modulaci jsou navíc červenými kruhy znázorněny body falešného záchytu. Dostat se odhadem do blízkosti těchto bodů je vhodnou volbou šířky binu  $\Delta f_d$  nutné předejít.

- Určení šířky binu  $\Delta f_d$  v Dopplerově posunu nosné

Šířka binu  $\Delta f_d$  je často volena empiricky tak, aby ztráta hodnoty korelačního vrcholu vlivem rozdílného Dopplerova posunu byla menší než 2 až 3 dB. Volí se tak obvykle  $1/(2NT)$ . Kde  $NT$  je doba koherentní korelace. Nekoherentní korelace tedy volbu  $\Delta f_d$  neovlivňuje. Odvození opět pramení z tvaru a velikosti lineární části charakteristiky frekvenčního diskriminátoru, ve které pracujeme, například diskriminátoru na obr. 5. Odvodit ztrátu v závislosti na rozdílu  $e$  odhaduté frekvence od skutečné, lze pomocí vyčíslení vztahu korelační funkce pro nulový posun kódu  $\tau$  (44). Vyjádřením v dB lze dojít k následujícímu grafu na obr. 26, ze kterého lze odečíst i odpovídající ztrátu asi 2 dB pro zvolenou hodnotu  $\Delta f_d$  rovnou  $1/(2NT)$ .

$$R(\tilde{\tau} = \hat{\tau}, f_d) = \left( \int_0^{NT} 1e^{-j2\pi f_d t} dt \right)^2 = (FT\{\text{Rec}(NT)\})^2 = (\text{sinc}(\pi f_d NT))^2 \quad (44)$$



Obr. 26: Ztráty v amplitudě korelační špičky v závislosti na Dopplerově posunu a době koherentní integrace

Mezi stavem zachycení a stavem sledování signálu obvykle bývá ještě stav „vtažení“, či jemného dostavení zachycené hodnoty parametru. Správným určením šířky binu lze přechod mezi stavy zachycení a sledování signálu značně, zvláště pak v případě obtížných podmínek příjmu, urychlit.

### 3 Obecné metody vyhledávání signálu

Na začátku kapitoly rozebereme tři základní přístupy k akvizici (vyhledávání, zachycení) signálu [3], [4]. Je to sériové prohledávání, paralelní prohledávání ve frekvenci a paralelní prohledávání v kódu (PCS). Poté se budeme zabývat specifiky vybrané metody, paralelního prohledávání v kódu, protože za určitých podmínek je schopno dosáhnout nejnižší algoritmické složitosti výpočtu. Algoritmickou složitostí se budeme částečně zabývat dále, podrobnější informace nalezne čtenář v [4].

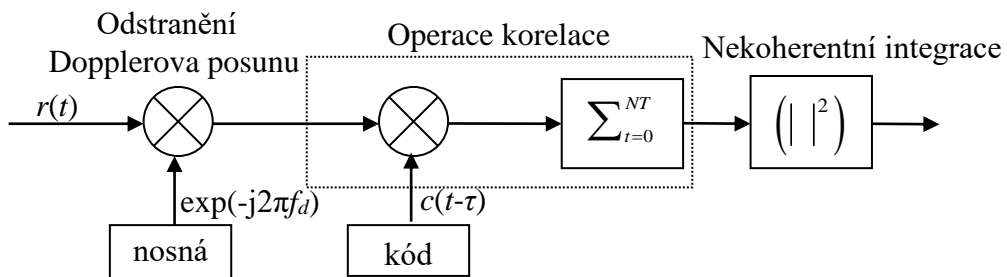
Algoritmická složitost  $O$  vyjadřuje, jak se s rostoucím počtem vzorků  $N$  zvyšuje počet výpočetních zdrojů, operací, zejména pak čas výpočtu. Cílem většiny optimalizací je získat lineární složitost  $N$ . Ta je však většinou nedosažitelná a proto je cílem získat alespoň složitost menší než je polynomiální ( $N^a$ ). Složitost základních metod akvizice se odvíjí od kvadratické ( $N^2$ ) složitosti.

#### 3.1 Sériová metoda vyhledávání

Sériové vyhledávání na obr. 27 je základním přístupem vyhledávání signálu, nazývá se někdy též jako sekvenční prohledávání. Vychází z výpočtu korelační funkce v čase a z její realizace pomocí struktury shodné s korelátorem. Ta je ještě zjednodušena nahrazením diskriminátoru rozhodovací logikou překročení nastaveného prahu. Princip detekce je naznačen v kapitole 3.5.

V sériovém vyhledávání je testována každá hodnota testovacích parametrů  $\tau$ ,  $f_d$  zobecněné korelační funkce  $R$  zvlášť, a to po dobu koherentního a nekoherentního integrování. Je-li počet vzorků signálu rovný  $NT$ , pak je pro prohledání celého stavového prostoru dle (19) třeba provést  $NT$  násobení a součtů, pro  $NT$  posunů  $\tau$ . Díky tomu je výpočetní složitost sériového prohledávání  $O_{ss}$  kvadratická (45).

$$O_{ss} = (NT)^2 \quad (45)$$



Obr. 27: Realizace zachycení fáze kódu a Dopplera sériovou metodou

Vzhledem k tomu, že je tato metoda velmi jednoduchá na implementaci, hojně se jí využívá. Základní signály je schopná zachytit v řádu desítek vteřin. Časová náročnost se snižuje paralelizací této struktury [17], avšak algoritmická složitost je zachována. Pro velmi dlouhé kódy je však výpočetně neúnosná (parametry se pak mění rychleji, než je doba výpočtu).

#### 3.2 Metoda paralelního vyhledávání ve frekvenci

Pro vysvětlení principu funkce paralelního vyhledávání ve frekvenční doméně dosaďme do vztahu zobecněné korelační funkce (19) model přijatého signálu. Pro zjednodušení bez vlivu šumu, jako prostý signál  $c[t]$ , jen časově a frekvenčně posunutý.

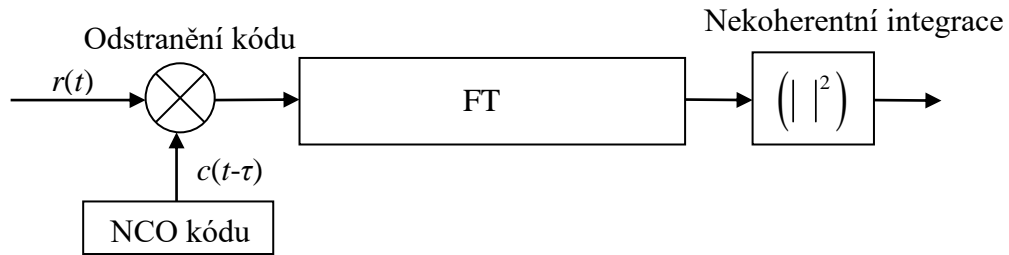
Je-li hodnota testovacího parametru časového posunu rovna hodnotě parametru  $\tau$ , pak ve vztahu (46) poznáváme Fourierovu transformaci konstantní funkce přenásobené Dopplerovým posunem. Výsledkem je Diracova funkce přenásobená energií signálu  $c[t]$  na kmitočtu rovném právě hledanému Dopplerovu posunu signálu.

$$R[\tau] = \sum_{t=0}^{t=T} (c[t-\tau] e^{j2\pi f_d t}) e^{-j2\pi \tilde{f}_d t} c[t-\tilde{\tau}]^* = (\tilde{\tau} = \tau) = \sum_{t=0}^{t=T} 1 e^{j2\pi f_d t} e^{-j2\pi \tilde{f}_d t} = FT \{1 e^{j2\pi f_d t}\} \quad (46)$$

Prakticky se toto realizuje tak, že přijatý signál je přenásobován replikou kódu s testovacím parametrem časového posunu, a tento signál je pak ještě spočten Fourierovou transformací, viz obr. 28. Pokud je zvolený testovací parametr časového posunu roven skutečnému, je signál detekován v tomto spektru spolu s hodnotou Dopplerova posunu.

Algoritmická složitost algoritmu  $O_{PFS}$  (47) zůstává kvadratická. Je dána jen prohledáváním prostoru časového posunu kódu. Výhoda oproti sekvenčnímu prohledávání je v tom, že zde je Dopplerův posun vyhledán pro správný posun kódu  $\tau$  paralelně pomocí Fourierovy transformace [10]. Určitý problém ovšem je, že rozlišení  $\Delta f_d$  je pevně dáno vztahem  $f_s/NT$ . To pro některé aplikace nemusí být dostatečné.

$$O_{PFS} = (NT)^2 \quad (47)$$



Obr. 28: Realizace zachycení fáze kódu a Dopplerova posuvu paralelním vyhledáváním ve frekvenci

Jelikož je algoritmická složitost (47) stále polynomiální a počet kroků v prohledávání časového zpoždění je řádově mnohem větší než počet kroků v prohledávání Dopplerova posunu, a tento způsob navíc vyžaduje realizaci výpočtu Fourierovy transformace, není tento způsob často používán. Algoritmus byl poprvé publikován [10] jako součást práce o ještě efektivnějším algoritmu, který je popsán níže.

### 3.3 Metoda paralelního vyhledávání v kódu (PCS)

První zmínky o využití PCS algoritmu pro akvizici signálů družicové navigace byly publikovány na počátku devadesátých let 20. století [10], ačkoli algoritmus vychází z užití poměrně dlouho známého Cooley-Tukey algoritmu [9] pro výpočet konvoluce [8] pomocí konvolučního teorému.

Tato metoda využívá dvou základních předpokladů. První je vztah korelační funkce a spektrální výkonové hustoty, tzv. Wiener–Chinčinův teorém [7] (str. 44), obdoba konvolučního teorému. Druhý je logaritmická algoritmická složitost výpočtu Fourierovy transformace, respektive diskrétní Fourierovy transformace (DFT) pomocí rychlého algoritmu (Fast Fourier Transform, FFT). Tyto předpoklady jsou spolu s omezeními danými cyklickou vlastností korelační funkce odvozeny níže, v kapitole 3.4. Díky nim lze vztah (19) přepsat na vztah (48).

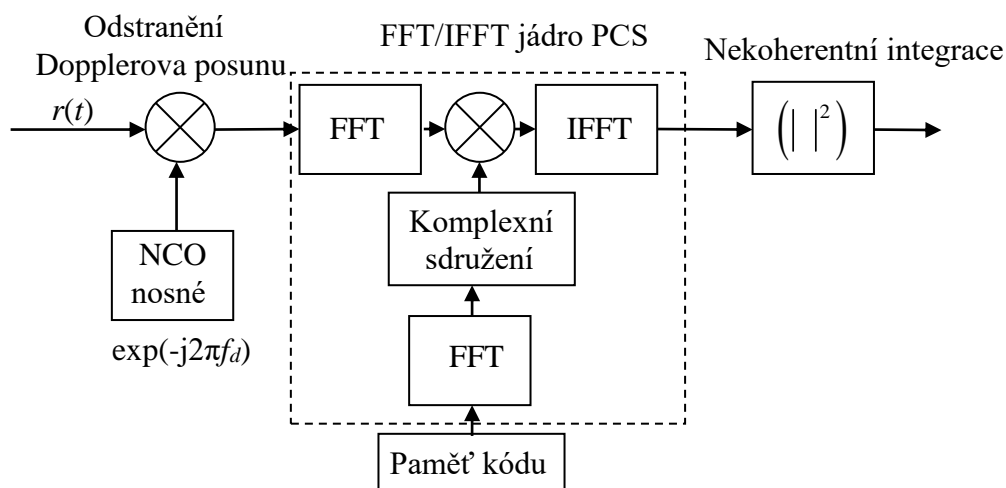
$$R[\tau, f_d] = \text{FFT}^{-1} \left\{ \text{FFT} \left\{ r[t] e^{-j2\pi f_d t} \right\} \circ \text{FFT} \left\{ c[t] \right\}^* \right\} \quad (48)$$

Vztah (48) obsahuje operaci komplexního sdružení, naznačeného symbolem „\*“ a tzv. Hadamardův součin, naznačený symbolem „ $\circ$ “. Hadamardův součin je definován jako součin vzájemně odpovídajících si prvků vektoru, či matice (49). Nikoli jako maticový či vektorový součin.

$$(C)_{ij} = (A \circ B)_{ij} = (A)_{ij} (B)_{ij} \quad (49)$$

Vztah (48) lze snadno překreslit do populárního blokového výpočetního schématu na obr. 29. Díky výše uvedeným předpokladům lze algoritmickou složitost vyhledávání v celém prostoru časového zpoždění realizovat s menší, logaritmickou složitostí (50).

$$O_{PCS} = (NT) \log_2 (NT) \quad (50)$$



Obr. 29: Realizace zachycení fáze kódu a Dopplerova posunu algoritmem paralelního vyhledávání v kódu

### 3.4 Realizace PCS pomocí Fourierovy transformace

V této kapitole odvodíme základní předpoklady k výše, v kapitole 3.3 uvedené, metodě PCS a popíšeme důsledky plynoucí z jí vypočtené cyklické korelační funkce.

#### 3.4.1 Odvození vztahu korelační funkce a Fourierovy transformace

Zde odvodíme vztah mezi spektrální výkonovou hustotou signálu a korelační funkcí, díky kterému je možné použít vztah (48) [7].

Pro odvození Wiener–Chinčin–Kolmogorov–Einsteinova (často uváděn pouze zkráceně jako Wiener–Chinčin) teorému využijeme autokorelační funkci  $R(\tau)$  spojitého periodického signálu  $s(t)$  s periodou  $T_0$ , který je též popsateľný Fourierovou řadou s diskrétními koeficienty  $c_n$ . Periodický signál využíváme i z toho důvodu, že používaný dálkoměrný signál je též periodický. Wiener–Chinčinův teorém pak říká, že koeficienty spektrální výkonové Fourierovy řady  $|c_n|^2$  jsou spočitatelné jako Fourierova řada autokorelační funkce signálu (51). Vztah (51) lze pak rozepsat, a zavedením substitucí  $z$  a  $u$  lze dojít ke vztahu koeficientů  $|c_n|^2$  a autokorelační funkce signálu  $R(z)$  (52) [58].

$$|c_n|^2 = \frac{1}{T_0} \int_{(T_0)} R(\tau) e^{-jn\omega_0\tau} d\tau \quad (51)$$

$$|c_n|^2 = c_n c_n^*$$

$$|c_n|^2 = \frac{1}{T_0} \int_{(T_0)} s(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \frac{1}{T_0} \int_{(T_0)} s(u)^* e^{+jn\omega_0 u} du$$

$$|c_n|^2 = \frac{1}{T_0} \int_{(T_0)} \left[ \frac{1}{T_0} \int_{(T_0)} s(t) s(u)^* e^{+jn\omega_0(t-u)} du \right] dt = \left| \begin{array}{l} t-u = z \\ t = z+u \\ dt = dz \end{array} \right| \quad (52)$$

$$|c_n|^2 = \frac{1}{T_0} \int_{(T_0)} \left[ \frac{1}{T_0} \int_{(T_0)} s(z+u) s(u)^* du \right] e^{-jn\omega_0 z} dz =$$

$$kde: \frac{1}{T_0} \int_{(T_0)} s(z+u) s(u)^* du = R(z)$$

Důkaz lze při splnění vzorkovací podmínky aplikovat na signály v diskretním čase pomocí Fourierovy Transformace v diskretním čase (DtFT), Diskrétní Fourierovy řady (DFS), či v našem případě zejména pomocí Diskrétní Fourierovy transformace (DFT) na omezeném počtu vzorků uloženém v paměti.

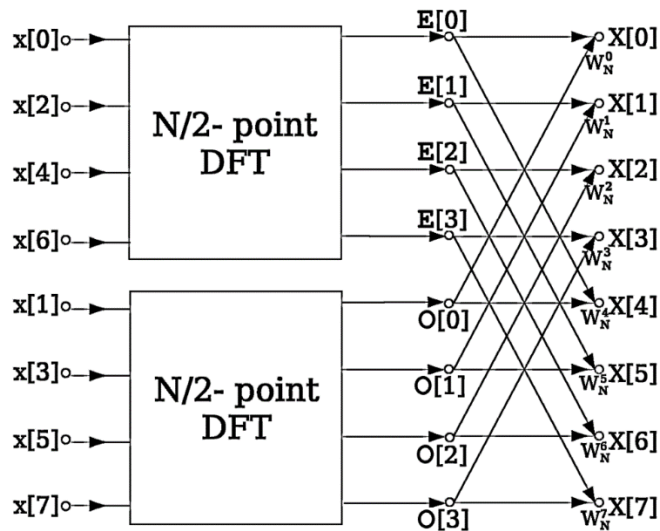
### 3.4.2 FT, DFT a metoda Cooley-Tukey – FFT

Je zřejmé, že jen prostým výpočtem korelační funkce ve frekvenční doméně místo v čase jsme nedosáhli kýženého snížení algoritmické složitosti. Výpočet DFT (53) nad počtem vzorků  $N$  má totiž stále kvadratickou náročnost.

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{j2\pi}{N} nk} \quad (53)$$

Na způsob efektivního rozdělení, faktorizace výpočtu přišel již na počátku 19. století matematik Gauss. Popularizaci algoritmicky efektivnímu výpočtu DFT však přinesl až s nástupem výpočetní techniky článek [9] dvojice Cooley-Tukey v 60. letech 20. století. Tam prezentovaný algoritmus FFT rozděluje výpočet DFT do dvojice DFT poloviční velikosti (54), viz obr. 30, přičemž výpočet lze takto dále rekurzivně dělit, až se dostaneme na DFT řádu jedna. Problém tak lze algoritmicky rozložit na několik nezávislých problémů s rekurzivním voláním (programátorský přístup „rozděl a panuj“) s možností masivní paralelizace výpočtu [59], [60]. Algoritmus byl prezentován pro libovolnou faktorizaci, avšak nejlépe se ujal právě pro faktorizaci  $2^a$  (kde  $a$  je celé číslo), s kterou umožňuje dosáhnout algoritmické výpočetní náročnosti  $M \log_2 N$ . Základní operace se někdy nazývá tzv. FFT motýlkem, a skládá se z výpočtu komplexního násobení a sčítání. Násobení probíhá s exponenciální funkcí s komplexním argumentem, tzv. twiddle faktorem  $W$ , který se snadno spočte z rozdělení jednotkové kružnice na  $N$  dílů [59], [60].

$$X_k = \sum_{m=0}^{N/2-1} x_{2m} e^{-\frac{j2\pi}{N/2} mk} + \sum_{m=0}^{N/2-1} x_{2m+1} e^{-\frac{j2\pi}{N/2} mk} \quad (54)$$



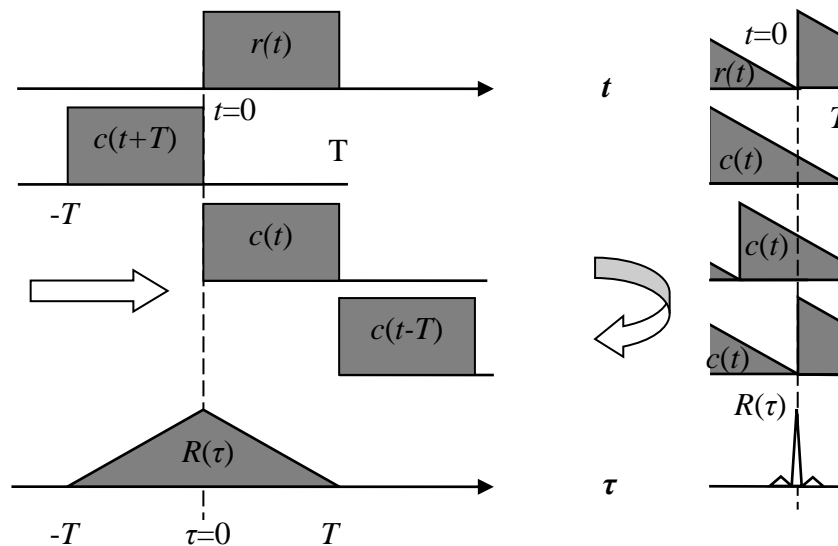
Obr. 30: Výpočet algoritmu FFT

Existuje mnoho způsobů jak DFT efektivně realizovat [60]. Kromě původního Cooley-Tukey FFT algoritmu existuje mnoho dalších nových. Existují vylepšené knihovny pro výpočet, například v jazyku C. Další umožňují i jinou faktorizaci než  $2^a$ , založenou například na prvočíselném, ale i zcela obecném rozkladu. Ty jsou založeny například na diskretní (rychlé) Hartleyově transformaci [61], či později vyvinutém Split Radix algoritmu [62]. Těmito přístupy však již nelze vylepšit algoritmickou náročnost, při dosažení např. stejné paměťové náročnosti [24]. I proto, je-li nutné výpočet DFT realizovat v hardwarové struktuře, je prakticky stále nejvýhodnější využít původní strukturu Cooley-Tukey s Radix algoritmem a faktorizací  $2^a$ .

### 3.4.3 Vlastnosti a specifika lineární a cyklické korelační funkce

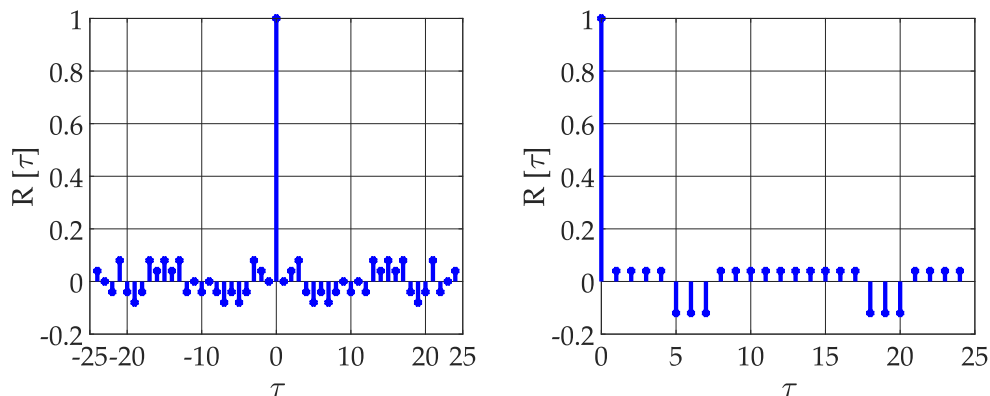
Výsledkem výpočtu PCS algoritmu je tzv. cyklická korelační funkce. Rozdíl mezi lineární a cyklickou korelační funkcí je v lineárním, versus cyklickém posunu repliky signálu. To je naznačeno na obr.31 [18]. Matematicky to lze vyjádřit pomocí původního vztahu (lineární) diskretní korelační funkce (17) s tím, že indexace posunu repliky obsahuje operátor modulo přes periodu  $T$  (55). Pomocí vztahu (48) (Wiener-Chinčinův teorém) ve frekvenční doméně a vztahu (55) v časové doméně tedy dojdeme ke stejnému výsledku cyklické korelační funkce.

$$R[\tau] = \sum_{t=0}^{t=T} r[t]c[(t-\tau) \bmod T]^* \quad (55)$$



Obr. 31: Lineární (vlevo) a cyklická korelační funkce (vpravo)

Výsledné funkce lineární a cyklické korelace stejného signálu se však liší, viz obr. 32. Pomocí cyklické korelační funkce lze ovšem spočítat i lineární korelační funkci. A to pomocí prodloužení korelovaného signálu na dvojnásobnou délku. Korelační funkce jsou poté stejné. To je též základním principem metody DBZP, viz kapitola 4.1.2.



Obr. 32: Lineární (vlevo) a cyklická (vpravo) autokorelační funkce sekundárního kódu CS25<sub>1</sub> signálu Galileo E1C

Zásadním specifíkem cyklické korelační funkce, tedy jejího vypočtu akvizice GNSS signálů pomocí PCS algoritmu, je též její velká náchylnost na narušení periodicity signálu. Narušením periodicity je v našem případě zejména:

- Doplnování nul, tzv. zero-padding, v signálu do délky  $2^a$
- Přítomnost změny bitu navigační zprávy
- Korelace necelé periody signálu, tzv. částečná korelace PCM

Důsledkem je narušení původního tvaru zobecněné korelační funkce. Všechny tyto případy a jejich důsledky jsou detailně studovány a popsány dále v kapitole 4 a 5.



### 3.5 Metriky a teorie detekce

Pro hodnocení a srovnání jednotlivých přístupů k výpočtu zobecněné korelační funkce pro potřeby výpočtu akvizice GNSS signálů je třeba zavést metriky.

#### 3.5.1 SNR a $C/N_0$

Nejdůležitější metrika pro kvalitativní hodnocení přijatého signálu je odstup signálu od šumu  $SNR$ , tj. poměr výkonu užitečného signálu ( $S$ ) k výkonu šumu ( $N$ ), spočtený i uváděný zpravidla v logaritmické míře (56). Problémem této metriky je však její závislost na použité šířce pásma ( $B$ ). Ta se totiž jak u přijímačů, tak jednotlivých signálů, ale i jejich různého zpracování může zásadně lišit. Proto se v prostředí družicové navigace používá spíše poměr výkonu nosné ( $C$ ) ke spektrální výkonové hustotě signálu  $C/N_0$ , nezávislý na použité šířce pásma [63].

$$SNR_{dB} = S_{dB} - N_{dB} \quad (56)$$

$$C/N_0 = SNR_{dB} - 10\log(B) \quad (57)$$

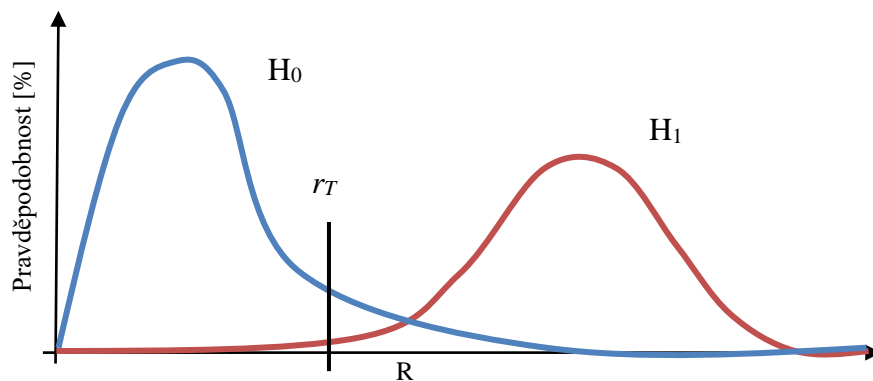
#### 3.5.2 Teorie detekce

Pravděpodobnost detekce  $P_D$ , respektive znalost její závislosti na  $SNR$  je hlavní srovnávací metrika pro hodnocení výkonosti dvou algoritmů. Aby bylo srovnání korektní, je třeba podobně uvést i pravděpodobnost falešné detekce  $P_{FA}$ . Teorie detekce je velmi komplexní, pro nás postačuje popis například dle [64], či [4].

Jako vůbec nejčastější způsob detekce je používána detekce s konstantní pravděpodobností falešné detekce (Constant False Alarm Rate, CFAR). Ta využívá srovnání korelovaného výkonu  $R$  s prahovou hodnotou  $r_T$ . Při výpočtech se vychází z hustoty pravděpodobnosti rozložení vykorelované hodnoty pro dvě statistické hypotézy  $H_0$  a  $H_1$ . Hypotéza  $H_0$  předpokládá, že na vstupu korelace není přítomen hledaný signál, pouze šum. Je dána Rayleighovým rozložením. Hypotéza  $H_1$  předpokládá přítomnost signálu spolu se šumem, její hustota pravděpodobnosti je dána Riceovým rozložením, viz [64]. Při znalosti rozložení, viz obr. 33, jsme schopni spočítat pravděpodobnost detekce pro danou pravděpodobnost falešné detekce a zvolený práh (58) pomocí vztahu (59), kde  $Q$  je tzv. Marcumova  $Q$ -funkce.

$$r_T = \sqrt{-2\ln(P_{FA})} \quad (58)$$

$$P_D = \int_{r_T}^{+\infty} p(R|H_1)dR = Q\left(\sqrt{2(SNR)}, \sqrt{-2\ln(P_{FA})}\right) \quad (59)$$



Obr. 33: Teorie detekce, hypotézy  $H_0$  a  $H_1$

### 3.5.3 Metriky PNR a FSPR, charakteristika ROC

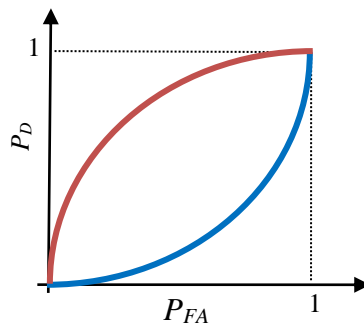
Detekce CFAR je dobře matematicky popsatelná, avšak není jediná možná. Detekce tak může být založena i na dalších metrikách. Jsou to zejména *PNR* (Peak to Noise Ratio) (60) a *FSPR* (First to Second Peak Ratio) (61). Ty navíc přímo popisují poměry ve vypočítané (zobecněné) korelační funkci.

$$PNR = \frac{\max\{|\mathbf{R}(\tau, f_d)|\}}{\text{mean}\{|\mathbf{R}(\tau, f_d)|\}} \quad (60)$$

$$FSPR = \frac{\max\{|\mathbf{R}(\tau, f_d)|\}}{\max_{\text{second}}\{|\mathbf{R}(\tau, f_d)|\}} \quad (61)$$

Metrika *PNR* je přímo využitelná jako součást CFAR detekce. Pokud ovšem detekci založíme i na *FSPR*, jak to je například i v [13], pravděpodobnost falešné detekce  $P_{FA}$  již není konstantní a znalost pouze  $P_D$  v závislosti na *SNR* již na úplný popis nepostačuje.

Pro srovnání lze pak dobře využít křivky provozní charakteristiky přijímače ROC (Receiver Operating Curve), viz obr. 34. Křivka ROC vznikla za druhé světové války pro hodnocení schopnosti radarů detekovat cíle. V současné době se velmi často používá k hodnocení a srovnávání binárních klasifikátorů v ekonomice, umělé inteligenci a dalších oborech. Vyjadřuje pravděpodobnost detekce a falešné detekce pro různé prahové hodnoty  $r_T$ , začíná v bodě [0,0] a končí v bodě [1,1]. Z plochy pod křivkou se usuzuje na výkonnost metody, algoritmu, klasifikátoru. Z příkladů na obr. 34 je pak zřejmé, že algoritmus s červenou křivkou je lepší než ten s modrou, protože při stejné pravděpodobnosti detekce má menší pravděpodobnost falešné detekce.



Obr. 34: Charakteristika přijímače ROC

## 4 Specifika realizace PCS

### 4.1 Metody kompenzace počtu vzorků, doplňování nul SBZP a DBZP

Tato metoda dovoluje pracovat s počtem vzorků signálů rozdílným od FFT délky  $N_{FFT}$   $2^a$  pro optimální využití PCS algoritmu s FFT RADIX. Důsledkem doplňování nul do periodického signálu s počtem vzorků na periodu rovným  $T$  je však narušení původní periodicity [18]. Následkem toho dojde ke vzniku fragmentů v zobecněné korelační funkci, které mají negativní vliv na detekci signálu a její metriky. Existují dva základní přístupy k zero-paddingu [18], [25], viz kapitoly 4.1.1 a 4.1.2.

#### 4.1.1 Single Block Zero-Padding (SBZP)

SBZP přidává  $N_z$  nul na konec obou korelovaných sekvencí, přijatého signálu  $r[t]$  i repliky  $c[t]$ , viz (62).

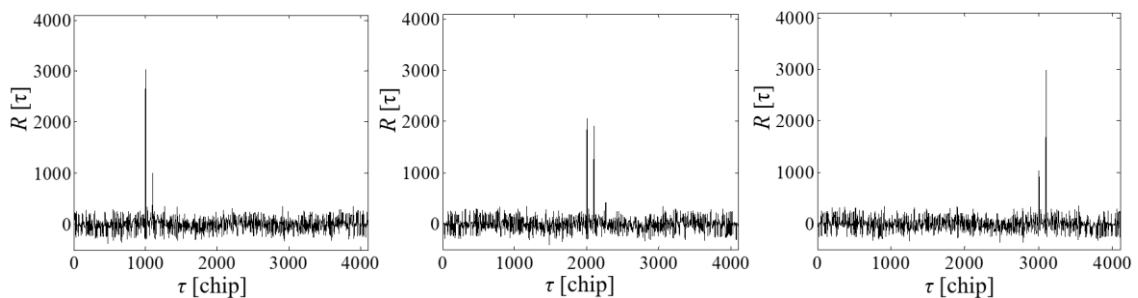
SBZP: (62)

$$r[t] = \begin{bmatrix} r[1xT] & 0[1xN_{FFT} - T] \end{bmatrix}$$

$$c[t] = \begin{bmatrix} c[1xT] & 0[1xN_{FFT} - T] \end{bmatrix}$$

Výsledný fragment se projevuje jako kopie původního korelačního vrcholu s časovým posunem daným právě počtem doplněných nul. Energie tohoto parazitního falešného vrcholu je přímo úměrná časovému posunu, fázi kódu  $\tau$  signálu. Jelikož energie signálu je konstantní, energie parazitního vrcholu roste na úkor energie hlavního vrcholu a působí jako ztráta. Pro  $\tau \gg 1/2 T$  je pak větší pravděpodobnost detekce falešného vrcholu než vrcholu hlavního. I toho lze pro jednoduchou detekci využít. Pak maximální ztráta SBZP je rovna 6 dB (funkce v kvadrátu) pro posun  $\tau = 1/2 T$ . Bez vyčíslení ztrát je tento přístup vysvětlen v [18]. Pramen též zavádí pojmenování tří možných případů jako:

- $\tau \ll T/2$  “Head (full) correlation match” (Obr. 35a)
- $\tau = T/2$  “Partial correlation match” (Obr. 35b)
- $\tau \gg T/2$  “Tail correlation match” (Obr. 35c)



Obr. 35: Single Block Zero-Padding. Head (vlevo), Partial (uprostřed) c) Tail match (vpravo) korelace

Všechny tři případy jsou pro ilustraci zobrazeny na obr. 35, pro lepší ilustraci v absolutní hodnotě. Lze tak vidět ztrátu amplitudy hlavního vrcholu korelační funkce přímo úměrnou  $\tau$ . Jedná se o případ SBZP korelovaného signálu GPS C/A kódu (č. 1) pomocí PCS s 4K (4 096) FFT. Pro tuto simulaci bylo použito 4 000 vzorků přijatého signálu (odpovídající šířka pásma je 4 MHz). Ten byl spolu s replikou doplněn 96 nulami.

Pro toto chování je SBZP pro PCS využíváno v konvenčních přístupech spíše teoreticky. Problém falešného vrcholu a ztrát obvykle řeší druhá metoda.

#### 4.1.2 Double Block Zero Padding (DBZP)

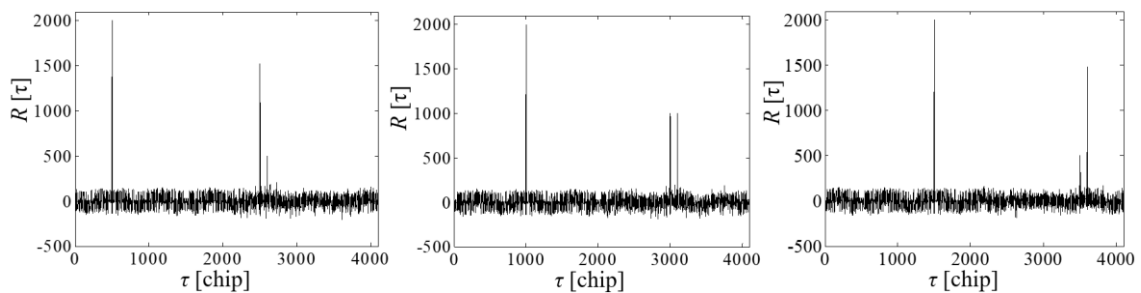
Metoda DBZP vychází z principu realizace výpočtu lineární korelace cyklickou korelací pomocí dvojnásobné délky sekvence. Koreluje tak dvě periody signálu doplněného nulami do délky  $2^a$  s jednou periodou repliky doplněnou na stejnou dvojnásobnou délku nulami, viz vztah (63).

DBZP : (63)

$$r[t] = [r[1xT] \quad r[1xT] \quad 0[1x2N_{FFT} - 2T]]$$

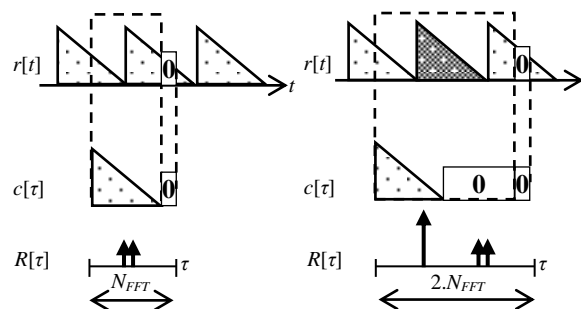
$$c[t] = [c[1xT] \quad 0[1xT] \quad 0[1x2N_{FFT} - 2T]]$$

Požadovaný hlavní vrchol korelační funkce má správný posun  $\tau$  a není zatížen žádnou ztrátou, a to ani v případě změny bitu navigační zprávy. Metoda je tak základem většiny současných výpočtů s PCS algoritmem. Druhá půlka vypočítané korelační funkce se zahazuje. Zásadní nevýhodou je tedy nutná dvojnásobná délka použité FFT. To je ovšem zásadní komplikace pro hardwarovou realizaci.



Obr. 36: Double Block Zero-Padding. Head (vlevo), Partial (uprostřed) c) Tail match (vpravo) korelace

Funkci obou metod ilustruje též obr. 37. Metoda DBZP garantuje, že vždy alespoň jedna celá perioda signálu je vždy celá korelována i v případě změny znaménka bitu navigační zprávy signálu (naznačen na obr. 37 vpravo šedivě).



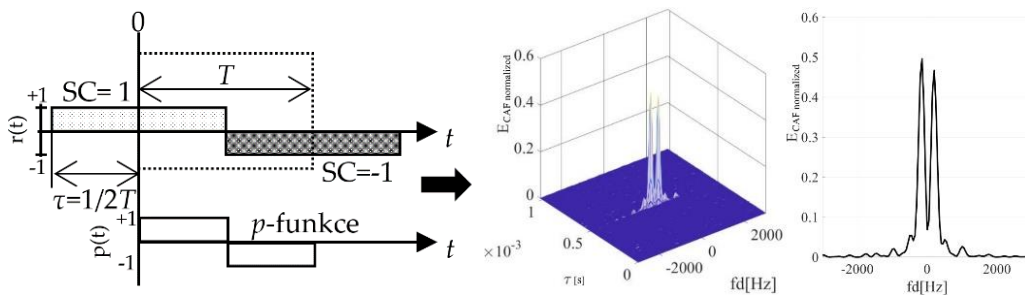
Obr. 37: SBZP (vlevo) a DBZP (vpravo)

Tyto výsledky jsou zásadní pro další vysvětlení chování korelační funkce při částečné korelaci signálu PCM, využité pro odvození modifikovaného SBZP algoritmu a zpracování dlouhých signálů v kapitole 5.

## 4.2 Vliv změny znaménka navigační zprávy, či sekundárního kódu

Přítomnost změny znaménka bitu navigační zprávy  $d[t]$ , či sekundárního kódu  $SC[t]$ , způsobí rozdělení hlavního korelačního vrcholu zobecněné korelační funkce v doméně Dopplerova posunu. V případě SBZP tak dojde k rovnocennému rozdělení obou, hlavního i falešného vrcholu. Původní hlavní lalok v doméně Dopplerova posunu ve tvaru funkce  $\text{sinc}(\pi f_d NT)$  se v závislosti na posunu  $\tau$  rozdělí až na dva postranní laloky s poloviční amplitudou a roztečí  $2/(NT)$  [Hz] kolem skutečné hodnoty  $f_d$ , viz normalizovaná korelační funkce (CAF) na obr. 38 uprostřed a vpravo.

Tento fenomén je popsán ve zdroji [26] pomocí pravoúhlé NRZ (non-return to zero) funkce  $p$  (64). Funkce nabývá hodnot  $\pm 1$  pro souhlasné, či rozdílné znaménko bitu navigační zprávy, příp. sekundárního kódu korelovaného přijatého signálu a jeho repliky, viz obr. 38 (vlevo). Spektrum  $p$  funkce (65) pak modeluje tvar výsledné zobecněné korelační funkce v doméně Dopplerova posunu. Tento model umožní i pozdější potlačení tohoto efektu v metodě modifikovaného SBZP představené dále v kapitole 5.



Obr. 38:  $p$ -funkce (vlevo), vliv přítomnosti změny znaménka bitu na zobecněnou korelační funkci a její řez v doméně Dopplerova posunu,  $\tau=(1/2)T$

$$p[t, \tau] = SC[t - \tau] SC[t] \quad (64)$$

$$\text{DFT}\{p[t, \tau]\} = \sum_{t=0}^{T-1} p[t, \tau] e^{-j\frac{2\pi}{T} f_d t} \quad (65)$$

Prodloužení koherentní doby korelace PIT přes větší počet period primárního kódu je zásadní pro příjem ve ztížených podmínkách slabého signálu. Pak se problém PCS algoritmu s přítomností změny bitu navigační zprávy [4], [65], u modernějších signálů sekundárního kódu [12], [30], [31], [6], stává zásadní.

## 4.3 Metody Half-bit, Full-bit a mDBZP

Možnosti řešení znaménkového problému byly naznačeny například v [4], [56] a [65]. Jejich uplatnitelnost je však omezená pouze na jednoduché signály typu GPS L1 C/A, kde ke změně znaménka bitu navigační zprávy dochází po větším počtu period, typicky 20, primárního kódu. První přístup pomocí cyklické PCS SBZP korelace využívá tzv. přístupu Half-bit a Full-bit [56], [65].

- Metoda half-bit využívá prodloužení PIT přes polovinu délky intervalu znaménka bitové navigační zprávy, typicky 10 ms u GPS L1 C/A. Využívá toho, že ke změně bitu znaménka může dojít pouze jen v jedné ze dvou polovin.
- Metoda full-bit postupně testuje všechny různé pozice změny bitu znaménka, tj. 20 možných pozic v případě signálu GPS L1 C/A, s PIT rovnou době trvání bitu navigační zprávy.

Rozvinutou variantou přístupu Full-bit je metoda Circular Correlation with Multiple Data Bits (CCMDB) [4], [65]. Testování se provádí přes větší počet bitů navigační zprávy, násobky 20 ms. Jelikož ke změně bitu znaménka dochází nanejvýše v jedné z 20 period, je vliv změny znaménka na celou korelační funkci přes další 19 period primárního kódu již malý. Toho již však nelze využít u modernějších signálů, u nichž může vlivem rychlejší navigační zprávy, či sekundárního kódu, nastat změna bitu po každé periodě primárního kódu, typicky u signálů Galileo E1.

Z toho pohledu výhodnější prodloužení PIT nabízejí různé varianty DBZP. Již samotné DBZP lze při odhadu znaménka bez ztrát použít. Nevýhodou DBZP je ovšem nutná použitá dvojnásobná délka FFT. Omezenou dostupnou délkou FFT s DBZP řeší jako první přístup Modified Double Block Zero-Padding (mDBZP) [4], [65].

Metoda mDBZP se v některých pramenech uvádí též jen pod názvem DBZP [56]. Od původní DBZP se ovšem zásadně liší, ačkoli jádro výpočtu je právě na DBZP založeno. Metoda rozděluje přijatý signál a jeho repliku do velkého množství bloků, které pak vzájemně pomocí DBZP koreluje. Tento způsob korelace je typem částečné korelace PCM. Kromě cyklického posunu bloků repliky v čase, pro nalezení správného vzájemného posunu bloků signálu a repliky, dochází ještě k cyklickému posunu spektra repliky. Díky tomu je současně prohledávána i doména Dopplerova posunu. Varianta metody je například metoda [66]. Metoda mDBZP je prezentována jako algoritmicky výhodná. Nevýhodou je pevně dané a omezené rozlišení v doméně Dopplerova posunu, dané právě délkou jednoho bloku. Volba kratší délky bloku sice vede k většímu rozlišení v Dopplerově posunu, ale zároveň zvětšuje počet permutací vzájemných posunů bloků signálu a repliky nutných k výpočtu. Velkým problémem je i velká paměťová náročnost, problematická zejména při zvažované implementaci v hardware.

Z těchto důvodů je dále odvozena metoda modifikovaného SBZP (mSBZP) algoritmu, potlačujícího následky cyklické korelační funkce, jako jsou důsledky přítomnosti změny znaménka bitu navigační zprávy či sekundárního kódu, a který bude též schopen pracovat s menší velikostí jednotky FFT pomocí blokového zpracování částečnou korelací.

## 5 Metody částečné korelace PCM a modifikovaného SBZP

Algoritmus paralelního vyhledávání v kódu PCS značně urychlil akvizici signálů. Zásadní překážkou pro akvizici nových signálů družicové navigace je však to, že délka základní periody (tj. periody primárního kódu) a tedy i počet vzorků pro výpočet metodou algoritmu PCS je limitován konečnou délkou použité FFT. Toto omezení je zvláště svazující v případě implementace do reálného hardware přijímače. Pro tyto případy jsou využívány různé metody částečné korelace (Partial Correlation Methods, PCM).

Metody částečné korelace využívají té vlastnosti pseudonáhodného dálkoměrného kódu, že i jeho kratší část má dobré korelační vlastnosti [19]. Současně jsou všechny inspirovány metodami pro zpracování dlouhých signálů, zejména metodou OLA (Overlap-Add) [18]. Tato práce je zaměřena na vysvětlení metod částečné korelace zejména ve smyslu práce [13], nazvané někde též jako tzv. M-metoda.

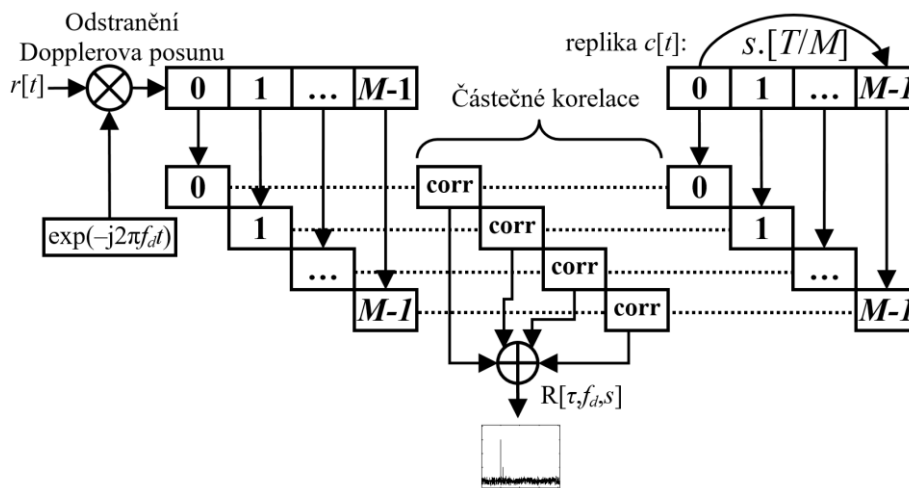
Metody částečné korelace zpracovávají signál s dlouhou periodou kódu v kratších po sobě jdoucích blocích, adaptovaných svojí délkou na délku dostupné FFT metodami doplňování nul. Díky tomu může být algoritmus paralelního vyhledávání v kódu realizován s menšími bloky FFT (ve smyslu spotřeby zdrojů a s menší latencí výpočtu). Avšak kombinování těchto výsledků částečné korelace signálu pro získání výsledné korelační funkce má svoje důsledky. Ty mohou být obecně popsány jako vznik fragmentů v zobecněné korelační funkci signálu s energií na úkor skutečného vrcholu korelační funkce a tedy i její ztráty, nazvané ztrátou částečné korelace. Podobné důsledky pro zobecněnou korelační funkci má i použití metod doplňování nul.

Následující podkapitoly zobecňují metodu částečné korelace a analyzují její chování. Úplná analýza nebyla dosud publikována. Například práce [13] je věnována pouze nekoherentnímu kombinování, kompletní chování výsledné funkce však není do všech důsledků prezentováno, natož odvozeno. Cílem této práce je vysvětlit a odvodit všechny vlivy, které mohou ovlivnit detekci signálu. Výsledky jsou podpořeny simulacemi v programu Matlab.

Tato práce konkrétně popisuje nový algoritmus modifikovaného SBZP, využívající metodu doplňování nul Single Block Padding a specifický způsob kombinování částečných výsledků korelace eliminující všechny výše uvedené ztráty a vlivy. Metoda je experimentálně ověřena a prezentována na případu implementace s 4K FFT jednotkou, vhodnou do experimentálního multikonstelačního přijímače družicové navigace pro příjem signálů Galileo E1 a L1C, nového civilního signálu třetí generace systému GPS, a i dalších. Zásadní přínos oproti předchozím řešením je též to, že metoda bere v potaz práci se signálem v přítomnosti sekundárního kódu. Kapitola vychází z vlastní práce autora, jeho publikace [5], kde jsou tyto metody a přístupy poprvé detailně popsány.

### 5.1 Zobecnění metody částečné korelace

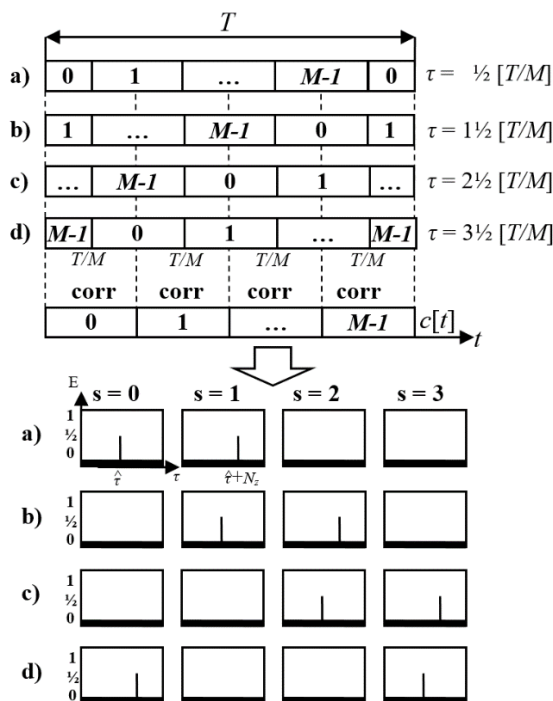
Přijatý signál  $r[t]$  je rozdělen do  $M$  bloků a poté, je-li třeba, je každý blok doplněn nulami metodou SBZP na celkový počet vzorků  $N_{FFT}$ . Každý z těchto bloků je pak samostatně korelován s odpovídajícím stejně dlouhým a stejně nulami doplněným blokem repliky signálu  $c[t]$ , viz obr. 39. Tyto částečné výsledky jsou poté různými způsoby kombinovány dohromady. Symbol „*corr*“ v obrázku zastupuje PCS korelaci.



Obr. 39: Metoda částečné korelace (PCM)

Je zřejmé, že žádané korelační funkce dosáhneme jen pro případ, kdy se fáze kódu  $\tau$  nalézá v intervalu odpovídajícímu zlomkové  $T/M$  části periody  $T$ . Jinak je výsledek téměř nulový, odpovídající výsledku korelační funkce mimo její hlavní vrchol [13]. Pro celé prohledání stavového prostoru fáze kódu je tedy nutné provést až  $M$  prohledávání s replikou kódu cyklicky posunutou vždy o  $T/M$  kódu oproti prohledávání předchozímu, viz obr. 40, posuny a) až d). Tato jednotlivá prohledávání se značí písmenem  $s$  jako „search“, parametr  $s$  nabývá hodnoty 0 až  $M-1$ . Cyklický posun repliky pro zvolené prohledávání  $s$  je tedy pak roven  $s[T/M]$ .

V těchto samostatných vyhledáváních se pak špičky korelační funkce vlivem cyklické vlastnosti spočtené korelační funkce projeví v sousedních dvou částečných korelacích (modulo  $M$ ) stejně, jako to bylo popsáno v případě využití metody doplňování nul SBZP, tedy jako Head, Tail, nebo Partial korelace [11], [12] v kapitole 4.1. A to včetně posunu špiček o hodnotu počtu doplněných nul  $N_z$  a i se stejně velkými ztrátami, zde pojmenovanými jako ztráty částečné korelace.



Obr. 40: Metoda částečné korelace (PCM), prohledávání



Obecně, pro každé z  $M$  prohledávání  $s$  lze PCM korelaci  $R_{PCM}$  signálu  $r[t]$  a jeho repliky  $c[t]$  popsat rovnicí (66) jako sumu  $M$  částečných vzájemných korelačních funkcí  $R_{PC}$  těchto dvou sekvencí přenásobených obdélníkovým (kvazi) periodickým signálem okénka  $W$  (67). Tento signál je použit k matematickému popisu výběru odpovídajícího  $m$  bloku ze signálu i repliky a je tvořen posunutými Heavisideovými funkcemi  $H$  (diskrétní jednotkový skok) (68).

$$R_{PCM}[\tau, f_d, s] = \sum_{m=0}^{M-1} R_{PC}[\tau, f_d, s, m] \quad (66)$$

kde:

$$R_{PC}[\tau, f_d, s, m] = \text{IFFT} \left\{ \text{FFT} \left\{ r[t] e^{-j2\pi f_d t} W[m, t] \right\} \circ \text{FFT} \left\{ c \left[ \left( t - s \frac{T}{M} \right) \bmod T \right] W[m, t] \right\}^* \right\}$$

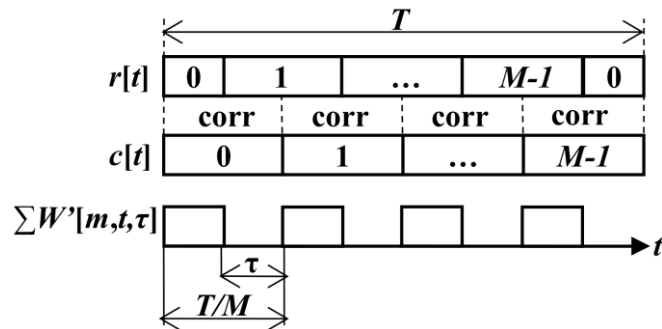
$$W[m, t] = H \left[ t - \frac{mT}{M} \right] - H \left[ t - \frac{[m+1]T}{M} \right] \quad (67)$$

$$H[t] = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases} \quad (68)$$

Tvar zobecněné korelační funkce  $R$  by v obecném ideálním případě měl nabývat jednoho hlavního maxima, ostrého vrcholu v doméně časového posunu (fáze kódu) a laloku tvaru  $\text{sinc}(\pi f_d T)$  v doméně Dopplerova posunu. Není tomu tak ale ani v případě použití PCS algoritmu a SBZP, či v přítomnosti změny znaménka bitu navigační zprávy, či sekundárního kódu signálu. Velmi podobné důsledky má i zde prezentovaná PCM korelace. Cílem práce je tento efekt popsat a pokusit se jeho vliv odstranit.

Každou částečnou korelaci můžeme modelovat podobnou pravoúhloú funkcí, jako byla funkce  $p$  v kapitole 4.2. Označme  $W'$  funkci definovanou vztahem (69). Ta vyjadřuje v čase vzájemně korelovanou část signálu a repliky, viz obr. 41. Spektrum  $W'$ -funkce lze pak použít na popsání změn na zobecněné korelační funkci v doméně Dopplerova posunu.

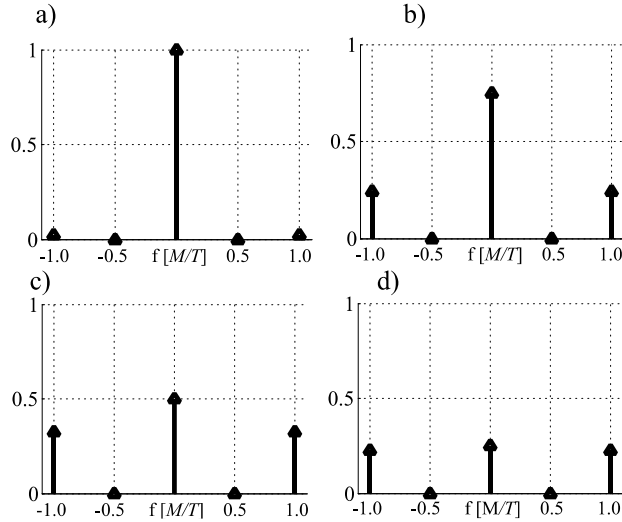
$$W'[m, t, \tau] = H \left[ t - \frac{mT}{M} \right] - H \left[ t - \frac{[m+1]T}{M} + \tau \right] \quad (69)$$



Obr. 41: Definice  $W'$ -funkce v PCM korelaci

K tomu slouží suma  $W'$ -funkcí přes  $M$  bloků, tj. přes dobu  $T$  trvání primárního kódu signálu, viz obr. 41. Vzniklá funkce je kvazi-periodická, obsahuje  $M$  period  $W'$  funkce. Proto výsledné spektrum (70) na obr. 42 je diskrétní. Díky periodicitě se skládá z Kroneckerových delta funkcí na  $m$ -násobcích frekvence  $M/T$  [Hz], přenásobených ještě funkcí  $\text{sinc}(\pi f_d((T/M)-\tau))$ , jakožto spektra jedné periody  $W'$ -funkce.

$$\begin{aligned} & \text{DFT} \left\{ \sum_{m=0}^{M-1} W'[m, t, \tau] \right\} \approx \\ & \approx \text{sinc} \left[ \pi f_d \left[ \frac{T}{M} - \tau \right] \right] \delta \left[ f_d \pm m \frac{M}{T} \right], \tau \in \left\langle 0, \frac{T}{M} \right\rangle \end{aligned} \quad (70)$$



Obr. 42: Spektrum sumy  $W'$ -funkcí pro rozdílné hodnoty parametru  $\tau$  na násobcích frekvence  $M/T$ . Pro a)  $\tau=0$ , b)  $\tau=1/4 [T/M]$ , c)  $\tau=1/2 [T/M]$ , d)  $\tau=3/4 [T/M]$ .

Výsledný tvar takto spočtené zobecněné korelační funkce v doméně Dopplerova posunu je pak v závislosti na zvoleném kombinování částečných korelačních funkcí produktem tohoto spektra (70) a původní funkce  $\text{sinc}(\pi f_d T)$ , viz kapitola 5.3.

## 5.2 Vyjádření PCM ztráty částečné korelace

Ze vztahu (70) a obr. 42 je evidentní, že hodnota vrcholu korelační funkce je, podobně jak tomu je u klasického SBZP, funkcí  $\tau$ . Pro jeho nenulovou hodnotu je tedy stejně tak zatížena ztrátou. Důvodem je, že energie signálu musí zůstat zachována, ale přitom v zobecněné korelační funkci v doméně Dopplerova posunu dochází ke vzniku parazitických fragmentů.

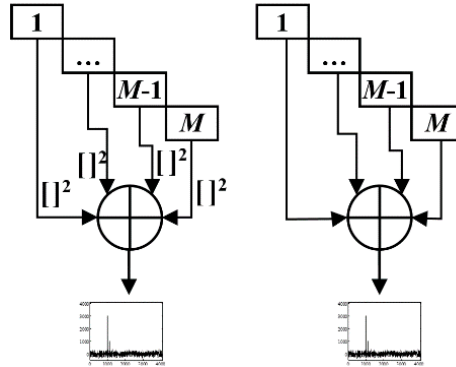
PCM ztráta je tak definována jako relativní pokles amplitudy hlavního vrcholu korelační funkce. Tato ztráta se přímo projeví jako pokles hodnoty  $PNR$  a odpovídající zhoršení pravděpodobnosti detekce signálu v závislosti na poměru  $C/N_0$ .

PCM ztráta je funkcí  $\tau$ , lze ji vyjádřit pomocí výše definované  $W'$ -funkce. A to pomocí vztahu (71) přímo v logaritmické míře. Suma ve vztahu vyjadřuje střední hodnotu  $W'$  funkce. PCM ztráta je limitována hodnotou 3 dB pro  $\tau=1/2T$ . Pro větší hodnotu parametru již může být detekována v následujícím prohledávání  $s+1$ , opět s menší ztrátou.

$$\begin{aligned} \text{Loss}_{PCM}[\tau] &= -10 \log_{10} \left( 1 - \sum_{m=0}^{M-1} W'[m, t, \tau] \right) = -10 \log_{10} \left( 1 - \frac{1}{T/M} \sum_{i=0}^{\tau-1} 1 \right) = \\ &= -10 \log_{10} \left( 1 - \frac{\tau}{T/M} \right), \tau \in \left\langle 0, \frac{T}{M} \right\rangle \end{aligned} \quad (71)$$

### 5.3 Koherentní a nekoherentní kombinování výsledků částečné korelace

Částečné korelace mohou být kombinovány koherentně (66) nebo nekoherentně (72), viz obr. 43. Oba typy kombinování však mají stejné ztráty částečnou korelací, vyjádřeny rovnicí (71).

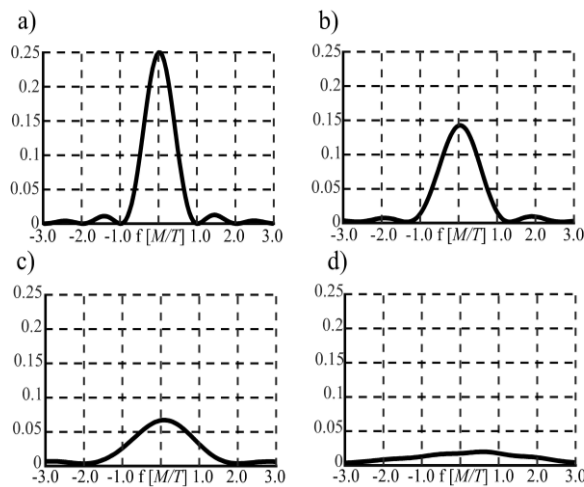


Obr. 43: Nekoherentní (vlevo) a koherentní (vpravo) způsob kombinování výsledků částečné korelace

$$R_{PCM\_NC}[\tau, f_d, s] = \sum_{m=0}^{M-1} (R_{PC}[\tau, f_d, s, m])^2 \quad (72)$$

Nekoherentní kombinování výsledků částečných korelací je popsáno rovnicí (72). Výsledná funkce, řez zobecněné vzájemné korelační funkce v doméně Dopplerova posunu, vypočtená metodou částečné korelace v  $M$  nekoherentně kombinovaných blocích, je pak rovna  $\text{sinc}(\pi f_d((T/M)-\tau))$  (73). V absolutní hodnotě je zobrazena na obr. 44 pro příklad čtyř hodnot fáze kódu. Výsledný tvar funkce koresponduje s výsledkem koherentního průměrování po koherentní čas rovný  $(T/M)-\tau$ .

$$\text{DFT} \left\{ \sum_{m=0}^{M-1} (W[m, t, \tau])^2 \right\} \approx \text{sinc} \left[ \pi \left[ \frac{T}{M} - \tau \right] f_d \right] \quad (73)$$



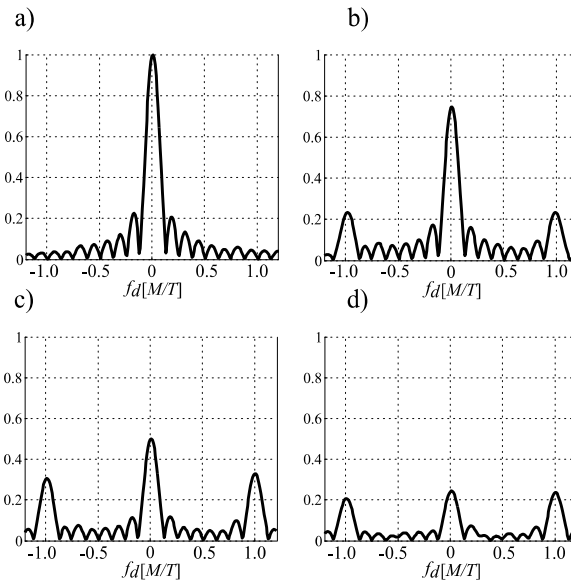
Obr. 44: Výsledek nekoherentního kombinování částečných korelací. Řez zobecněné korelační funkce v doméně Dopplerova posunu, pro rozdílné hodnoty parametru  $\tau$  na násobcích frekvence  $M/T$ . Pro a)  $\tau=0$ , b)  $\tau=1/4 [T/M]$ , c)  $\tau=1/2 [T/M]$ , d)  $\tau=3/4 [T/M]$ .

Zásadní nevýhodou nekoherentního kombinování v PCM zpracování je jím způsobená nekoherentní ztráta, rovna počtu kombinovaných bloků  $M$ , tedy  $10\log_{10}(M)$ . Celková ztráta nekoherentního PCM kombinování je tedy rovna součtu této ztráty s PCM ztrátou dle (71), a je pak rovna (74).

$$\text{Loss}_{PCM\_NC}[\tau] = 10\log_{10}(M) - 10\log_{10}\left(1 - \frac{\tau}{T/M}\right), \tau \in \left\langle 0, \frac{T}{M} \right\rangle \quad (74)$$

Koherentní kombinování a jeho výsledná korelační funkce, řez zobecněné vzájemné korelační funkce v doméně Dopplerova posunu, vypočtená metodou částečné korelace v  $M$  koherentně kombinovaných blocích, je pak produktem vztahu (70) a původní  $\text{sinc}(\pi f_d T)$ . Výsledné funkce jsou zobrazeny na obr. 45, opět pro příklad čtyř hodnot fáze kódu. Funkce jsou pro lepší představu o ztrátě částečnou korelací zobrazeny v absolutní hodnotě, nikoli v kvadrátu.

Výhodou koherentního kombinování PCM je, že nemá ztráty nekoherentním kombinováním, avšak funkce obsahuje mnoho postranních laloků, které zhoršují detekční metriky PNR, FSPR. Cílem další práce je potlačit je.



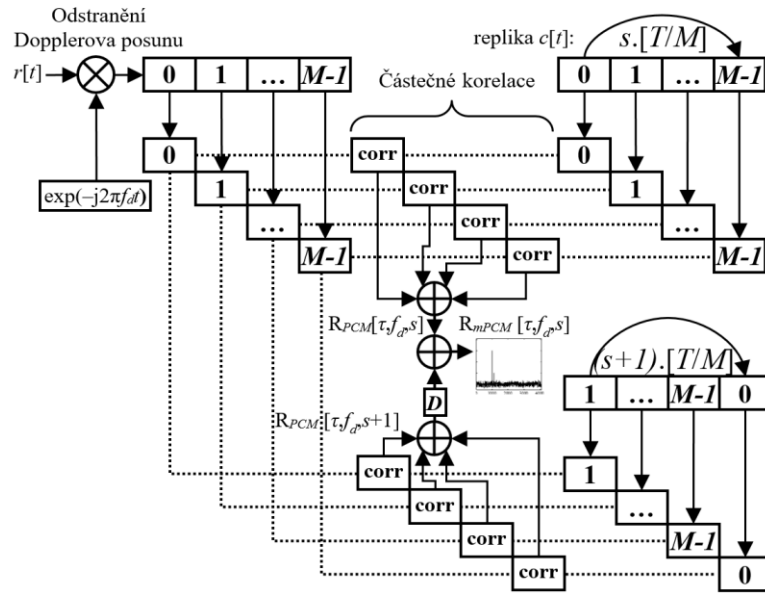
Obr. 45: Výsledek koherentního kombinování částečných korelací. Řez zobecněné korelační funkce v doméně Dopplerova posunu, pro rozdílné hodnoty parametru  $\tau$  na násobcích frekvence  $M/T$ . Pro a)  $\tau=0$ , b)  $\tau=1/4 [T/M]$ , c)  $\tau=1/2 [T/M]$ , d)  $\tau=3/4 [T/M]$ .

#### 5.4 Návrh Modifikovaného Single Block Zero Padding algoritmu

Níže je uveden návrh koherentního modifikovaného PCM kombinování, využívající SBZP algoritmus doplňování nul, nazvaný mSBZP PCM algoritmus. Ten je schopný pomocí koherentního kombinování výsledků prohledávání pro cyklický posun  $s$  a  $(s+1)\text{mod}M$  repliky signálu (75) zcela potlačit ztráty částečné korelace (71). Posun  $s+1$  vyjadřuje prohledávání signálu s replikou cyklicky posunutou o  $T/M$  délky periody oproti předchozímu prohledávání. Symbol *circshift* ve vztahu (75) a symbol  $D$  v blokovém schématu výpočtu na obr. 46 značí cyklický posun rovný počtu doplněných nul  $N_z$ .

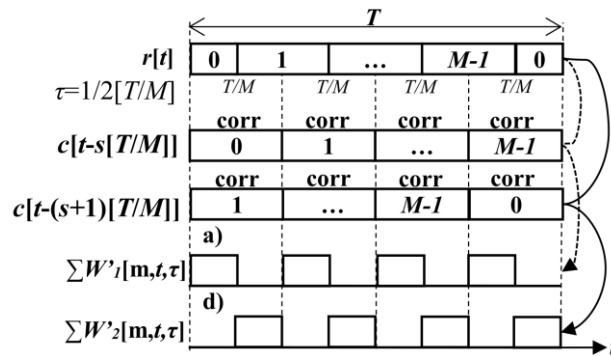
$$\mathbf{R}_{mPCM}[\tau, f_d, s] = \mathbf{R}_{PCM}[\tau, f_d, s] + \underset{-N_z}{\text{circshift}}(\mathbf{R}_{PCM}[\tau, f_d, s+1]) \quad (75)$$

Blokové schéma výpočtu je na obr. 46. Podmínkou použití mSBZP algoritmu je, že latence použité FFT jednotky je dostatečně nízká pro vypočítání těchto dvou prohledávání současně pro jejich následné koherentní kombinování, tj. menší než  $1/2 (T/M)$ .



Obr. 46: Blokové schéma výpočtu modifikovaného SBZP PCM algoritmu

Princip navrženého algoritmu spočívá v kombinování dvou částečných korelací do jedné úplné. To lze též modelovat pomocí pro PCM metodu zavedených  $W'$  funkcí. Výpočet navrženého algoritmu je tímto způsobem ilustrován na obr. 47.



Obr. 47: Znázornění navrženého mSBZP-PCM algoritmu

Sečtení dvou výsledků částečných korelací se vzájemným cyklickým posunem repliky o  $T/M$  periody modelujeme pomocí sečtení dvou  $W'$  funkcí,  $W'_1$  a  $W'_2$ . Vyjádřením původní PCM ztráty (71) pomocí součtu dvou  $W'$  funkcí tak získáme vztah (76). Díky tomuto způsobu kombinování je výsledná PCM ztráta rovna nule. To současně i znamená, že výsledná zobecněná korelační funkce není zatížena žádnými parazitními fragmenty. Tomu odpovídají i experimentální výsledky níže.

$$\begin{aligned} \text{Loss}_{mPCM}[\tau] &= -10 \log_{10} \left( 1 - \left[ \sum_{m=0}^{M-1} W'_1[m, t, \tau] + \sum_{m=0}^{M-1} W'_2[m, t, \tau] \right] \right) = \\ &= -10 \log_{10} \left( 1 - \frac{1}{T/M} \left[ \sum_{t=0}^{\tau-1} 1 + \sum_{t=\tau}^{T/M} 1 \right] \right) = 0, \quad \tau \in \left\langle 0, \frac{T}{M} \right\rangle \end{aligned} \quad (76)$$

Díky tomuto způsobu kombinování a v návaznosti na obr. 40 je v závislosti na  $\tau$  vrchol korelační funkce detekovatelný až ve třech po sobě jdoucích prohledáváních  $s$ . Odhad fáze kódu a Dopplerova posunu signálu je pak rovný vztahu (77).

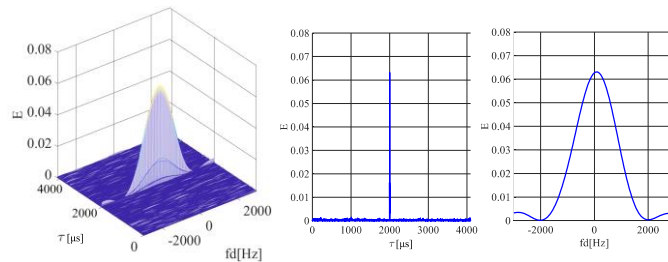
$$\left[ \hat{\tau}, \hat{f}_d \right] = \arg \max_{\tau, f_d, s} \left( R_{mPCM} [\tau, f_d, s] \right) \quad (77)$$

## 5.5 Aplikace algoritmu mSBZP pro metodu částečné korelace (mSBZP-PCM)

Metoda mSBZP-PCM může být zobecněna pro jakékoliv celé číslo  $M$  počtu bloků. Využití algoritmu ilustrujeme na příkladu akvizice signálu Galileo E1. Příklad zachyceného signálu využívá šířku pásma 4 MHz. Vstupní signál s 4 ms základní periodou kódu a 16 000 vzorky je rozdělen do  $M=4$  bloků dlouhých 1 ms po 4 000 vzorcích. K jeho PCM zpracování je využito algoritmu PCS s 4K FFT jednotkami. Pro využití 4K FFT je každý tento blok, sekvence SBZP doplněna 96 nulami na délku 4 096  $N_{FFT}$ . Bloky signálu jsou následně částečně korelovány s korespondujícími bloky repliky a koherentně kombinovány. Pro prohledání celého stavového prostoru je toto třeba opakovat  $M$  krát pro repliky vždy vzájemně posunutě o  $T/M$  délku bloku.

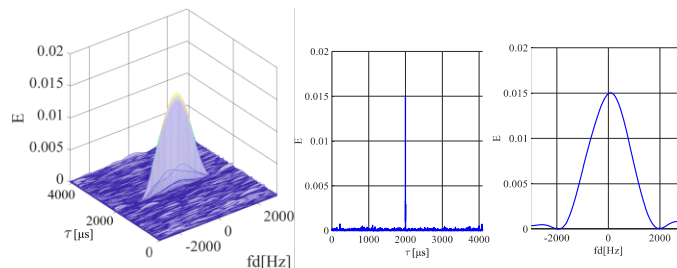
Dopady různých způsobů možného kombinování částečných korelací ilustrují následující obrázky zobecněné korelační funkce. Pro případ  $\tau=1/2(T/M)$  byly nasimulovány výsledky různých způsobů kombinování pro porovnání s navrhovaným algoritmem. Hodnota byla zvolena z toho důvodu, že právě pro ni předpokládáme největší vliv výše zmíněných efektů.

Obr. 48, označen jako M4 noncoherent, ilustruje zobecněnou korelační funkci a řezy v obou jejích doménách pro nekoherentní kombinování částečných korelací. Výsledný tvar funkce odpovídá předpokladům v kapitole 5.3. Funkce je normalizována a v kvadrátu. Amplituda vrcholu funkce odpovídá uvedeným ztrátám dle vztahu (74).



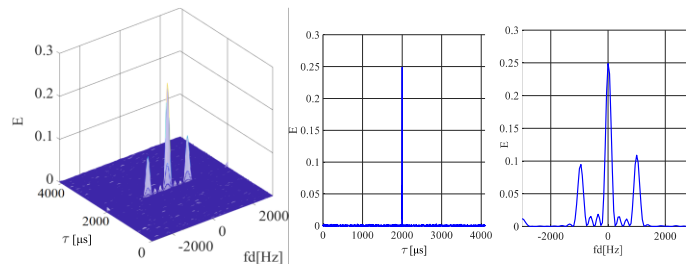
Obr. 48: Metoda „M4 non-coherent“, zobecněná korelační funkce a její řezy

Obr. 49, označen jako M1xxx coherent, ilustruje zvláštní případ nekoherentního kombinování z [13], využívající vždy pouze jeden z  $M$  bloků. Výsledky se podle očekávání neliší od předchozího případu. Menší je jen amplituda.



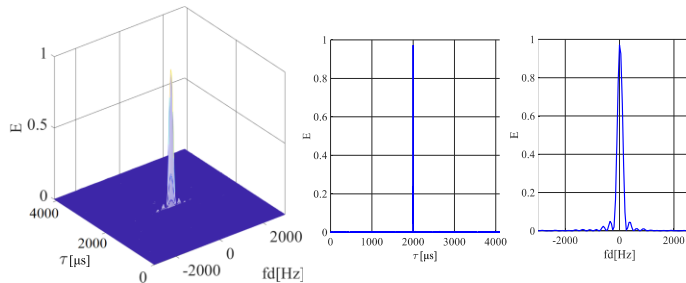
Obr. 49: Metoda „M1xxx coherent“, zobecněná korelační funkce a její řezy

Obr. 50, označen jako M4 coherent, ilustruje vznik parazitických fragmentů, jak bylo popsáno v kapitole 5.1 a 5.3, jako důsledek metody částečné korelace signálu s koherentním kombinování bloků. Ztráty odpovídají vztahu (71).



Obr. 50: Metoda „M4 coherent“, zobecněná korelační funkce a její řezy

Obr. 51, označen jako M4 mSBZP, ilustruje výsledek navrženého algoritmu mSBZP pro PCM zpracování. Je zřejmé, že veškeré ztráty a rušivé parazitické fragmenty byly díky navržené metodě ze zobecněné korelační funkce odstraněny (76).



Obr. 51: Metoda „M4 mSBZP“, zobecněná korelační funkce a její řezy

Níže jsou uvedeny dva další příklady použití mSBZP-PCM algoritmu pro  $M=2$  (Galileo E1) a  $M=10$  (GPS L1C), též využívající akviziční jednotku s 4K FFT. Výsledné hodnoty metrik PNR a FSPR jsou v logaritmické míře zaznamenány v tabulkách 2 až 4 níže.

Algoritmus s  $M=2$  je využit pro zpracování signálu Galileo E1. Původní signál se vzorkovací frekvencí 20 MHz je podvzorkován na 2 MHz. Poté je zpracován ve dvou 2 ms blocích, každý po 4 000 vzorcích doplněných metodou SBZP 96 nulami, v 4K FFT jednotkách akviziční jednotky. Očekávané výsledky jsou uvedeny v tabulce 3. Výsledky jsou podobné předchozím pro  $M=4$  v tabulce 2, až na 3 dB zisk v případě nekoherentního kombinování, způsobeného delším 2 ms koherentním časem bloku. Tento příklad zpracování signálu Galileo E1 s šířkou pásma 2 MHz je uveden pouze pro účely srovnání. Pro nízké rozlišení korelační funkce menší než je jeden chip kódu, nesplnění vzorkovací podmínky signálu, není pro praktické použití vhodný.

Algoritmus s  $M=10$  je navržen pro použití s novým signálem L1C třetí generace systému GPS [45]. Tento signál má chipovou rychlost kódu rovnu 1,023 Mcps a periodu 10 ms. Modulace BOC a TBOC může být pro účely akvizice zanedbána. Původní signál se vzorkovací frekvencí 20 MHz je podvzorkován na 4 MHz a poté zpracováván v deseti 1 ms blocích, každý po 4 000 vzorcích doplněných metodou SBZP 96 nulami, v 4K FFT jednotkách akviziční jednotky. Výsledky jsou v tabulce 4. Ty jsou opět podobné výsledkům pro  $M=4$  v tabulce 2. Výsledky pro nekoherentní kombinování jsou pro stejnou koherentní dobu 1 ms, jako u  $M=4$ , zcela shodné. Výsledky koherentního kombinování jsou proporcionálně vyšší vzhledem ke koherentní době 10 ms.

**Tabulka 2:** Výsledky metody částečné korelace pro  $M=4$ 

	M4 non-coherent	M1xxx coherent	M4 coherent	M4 mSBZP
PNR	14.7	14.6	20.7	23.6
FSPR	12.6	12.6	3.6	13.0

**Tabulka 3:** Výsledky metody částečné korelace pro  $M=2$ 

	M4 non-coherent	M1xxx coherent	M4 coherent	M4 mSBZP
PNR	18.2	18.0	21.2	24.3
FSPR	12.4	13.6	3.6	12.4

**Tabulka 4:** Výsledky metody částečné korelace pro  $M=10$ 

	M2 non-coherent	M1x coherent	M2 coherent	M2 mSBZP
PNR	15.6	15.8	25.6	28.5
FSPR	13.5	15.4	4.1	18.6

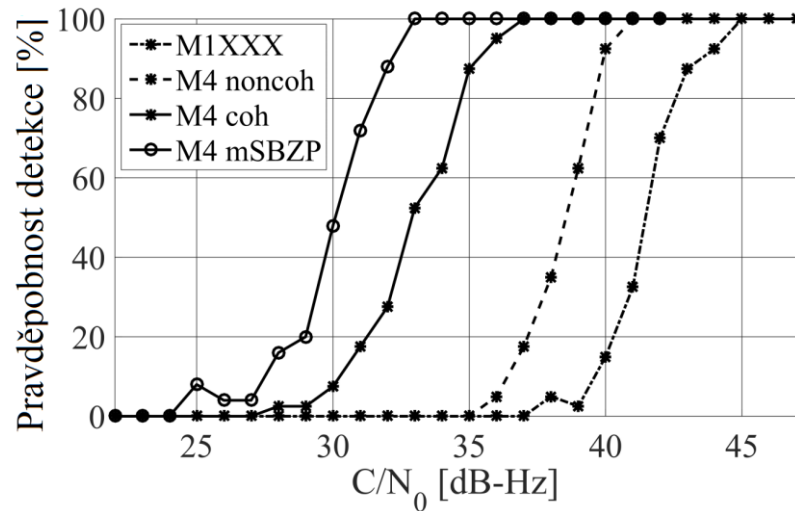
Výsledky korespondují s teoretickými předpoklady. V případě nekoherentního kombinování není rozdíl mezi kombinováním všech (např. „M4 non-coherent“), nebo pouze jednoho (např. „M1xxx coherent“) z  $M$  bloků částečné korelace. Rozdíl je sice patrný v  $M$  násobně větší amplitudě vrcholu korelační funkce, ale mezi těmito způsoby kombinování není rozdíl ve výsledných hodnotách PNR a FSPR. To lze vidět i porovnáním obr. 48 a obr. 49. Tyto výsledky taktéž korespondují s výsledky ve zdroji [13]. Koherentní kombinování („M4 coherent“) má předpokládaný zisk v PNR, odpovídající počtu vzájemně koherentně kombinovaných částečných korelací bloků,  $M$ . PNR všech tří typů kombinování, respektive ztráta částečné korelace, je i dle simulací skutečně funkcí fáze kódu  $\tau$  dle (71), s maximem ztrát rovným 6 dB (pro funkci v kvadrátu) pro případ  $\tau=1/2(T/M)\text{mod}(T/M)$ . Největší problém využití koherentního kombinování s použitím metody částečné korelace („M4 coherent“) je dramatické snížení hodnoty FSPR, jak je i vidět v odpovídajících třetích sloupcích tabulek 2 až 4 a na obr. 50. To je způsobeno vznikem výše popsaných postranních laloků v zobecněné korelační funkci, vyjádřených v této práci pomocí  $W'$  funkce.

Řešením problému s poklesem FSPR u koherentního kombinování výsledků částečné korelace je uvedený mSBZP-PCM algoritmus. Jeho výsledek prezentuje poslední sloupec tabulek 2 až 4 a obr. 51. FSPR v tomto případě není ovlivněno postranními laloky, které zde vůbec nevznikají. Navržený algoritmus tedy v hodnotách PNR a FSPR překonává ostatní.

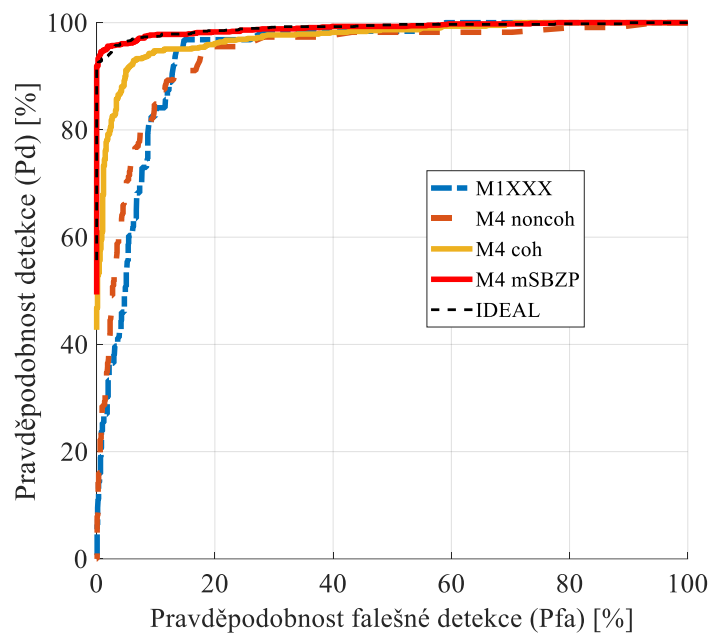
Hlavní srovnání algoritmů však poskytnou až jejich křivky pravděpodobnosti detekce na obr. 52 a ROC charakteristiky na obr. 53. Obě charakteristiky byly získány pomocí Monte-Carlo simulace pro set testovací parametrů  $[\tau, f_d]$ , generovaných náhodně s rovnoměrným rozložením pro 1 500 opakování simulace a koherentní čas 100 ms (odpovídá periodě signálu Galileo E1C se sekundárním kódem). Z obou charakteristik



vychází navržený mSBZP PCM algoritmus nejlépe. ROC křivka poskytuje srovnání i s „ideální“ verzí výpočtu. Tj. FFT o přesné velikosti 16 000, bez použití doplňování nul.



Obr. 52: Srovnání pravděpodobnosti detekce PCM algoritmů



Obr. 53: Srovnání ROC křivek PCM algoritmů

Zásadní výhodou navrhovaného algoritmu je schopnost přizpůsobit velikost dostupného PCS bloku s FFT jednotkami široké škále periodických GNSS signálů, aniž by to vyžadovalo náročnou realizaci větších FFT jednotek, a současně potlačit všechny ztráty zpracování vyplývající z cyklické vlastnosti vypočtené korelační funkce (ztráty díky doplňování nul, PCM ztráty). Výhodou navrženého mSBZP PCM algoritmu je i použití SBZP, využívajícího oproti DBZP efektivně celou délku FFT.

Dále si ukážeme, že díky těmto vlastnostem lze přímo potlačit i změnu znaménka bitu navigační zprávy, či sekundárního kódu, a tento algoritmus přímo i použít jako součást sdruženého estimátoru primárního a sekundárního kódu GNSS signálu.

## 6 Sdružený estimátor primárního a sekundárního kódu

Princip mSBZP s eliminací efektu změny znaménka bitu navigační zprávy nyní rozvineme pro případ přítomnosti sekundárního kódu a jeho akvizice. Nejdříve to ilustrujeme na případu bez PCM zpracování ( $M=1$ ) a poté i společně s ním ( $M>1$ ).

Současné přístupy k akvizici signálů se sekundárním kódem můžeme rozdělit do dvou typů [12]:

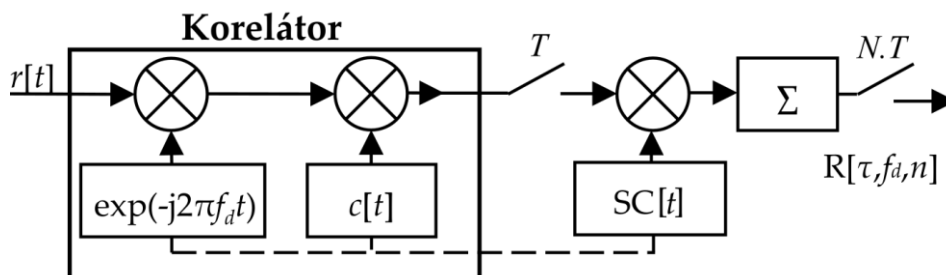
- První typ je přístup s nekoherentním prodloužením doby korelace, ignorující přítomnost bitů sekundárního kódu. Problém akvizice zůstává dvourozměrným prohledáváním prostoru domén fáze kódu a Dopplerova posunu  $[\tau, f_d]$ . Zpravidla nejčastější přístup k akvizici signálu využívá sekvenční prohledávání fáze primárního kódu a poté nekoherentní kombinování [28], případně PCS přístup s DBZP a též nekoherentním kombinováním výsledků [67], [68]. Tento přístup se někdy nazývá jako dvoufázový, protože nejdříve je nekoherentním kombinováním zachycen primární kód, a až poté, ve druhé fázi, je pomocí koherentního prodloužení PIT synchronizován sekundární kód [30], [31]. Nekoherentní kombinování v prvním fázi však značně snižuje citlivost, protože nevyužívá možnosti prodloužení PIT přes sekundární kód.
- Druhý typ přístupu přímo prodlužuje PIT přes větší počet bitů sekundárního kódu. Problém akvizice se v tom okamžiku stává problémem s prohledáváním ve třech doménách, v doméně fáze kódu, v doméně Dopplerova posunu a v doméně fáze sekundárního kódu  $[\tau, f_d, n]$ . Fázi sekundárního kódu  $n$  lze též vyjádřit jako celočíselnou část fáze signálu se sekundárním kódem v periodách primárního kódu. Pak fáze kódu  $\tau$ , je skutečně jen fáze primárního kódu, zlomková část fáze celého signálu. Toto vyjádření je vhodné vzhledem k vybranému způsobu práce se signálem v blocích po periodách primárního kódu.

### 6.1 Algoritmus PCS, akvizice sekundárního kódu a znaménkový problém

Z důvodu vyšší citlivosti a možnosti aktivně zpracovat sekundární kód volíme pro další práci právě druhý typ zpracování. V sekvenčním přístupu k němu (78), viz obr. 54, je možné jednoduše aplikovat odhadované znaménko bitu sekundárního kódu [69], [70].

$$R[\tau, f_d, n] = \sum_{t=0}^{(N-1)T} r[t] e^{-j2\pi f_d t} SC[t-nT] \oplus c[t-\tau]^* \quad (78)$$

$$\text{kde: } n = \left( \frac{\tau}{T} \right) \bmod N \in \mathbb{Z}$$



Obr. 54: Sekvenční prohledávání fáze primárního a sekundárního kódu

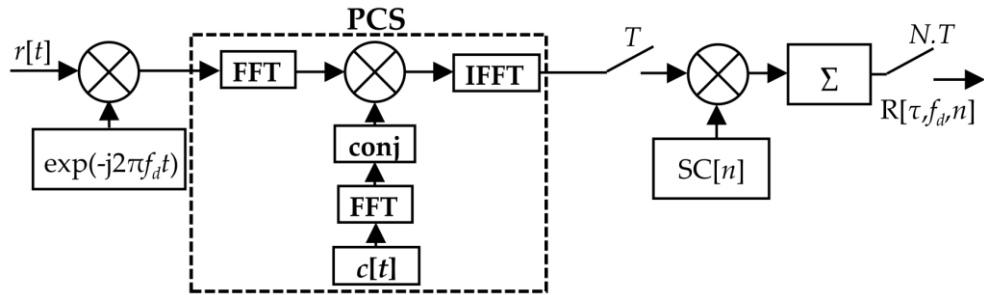
Přístup využívající PCS algoritmus lze principiálně zapsat vztahem (79). Funkce  $g(t, i)$  je zvolena jako pomocné okénko pro výběr úseků signálu délky primárního kódu.

V odpovídajícím schématu na obr. 55 to odpovídá omezené délce FFT. Odhad sady parametrů  $[\tau, f_d, n]$  pak zapíšeme pro oba způsoby prohledávání vztahem (80).

$$R[\tau, f_d, n] = \sum_{i=0}^{N-1} SC[(i-n) \bmod N] \text{IFFT} \left\{ \text{FFT} \left\{ r[t]g(t, i) e^{-j2\pi f_d t} \right\} \circ \text{FFT} \{c[t]\}^* \right\} \quad (79)$$

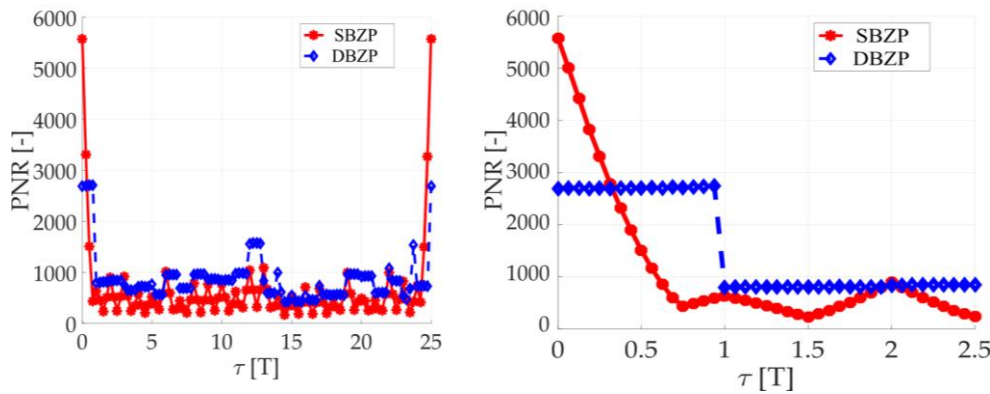
$$\text{kde: } g(t, i) = H[t - iT] - H[t - (i+1)T]$$

$$[\hat{\tau}, \hat{f}_d, \hat{n}] = \arg \max_{\tau, f_d, n} \{R[\tau, f_d, n]\} \quad (80)$$

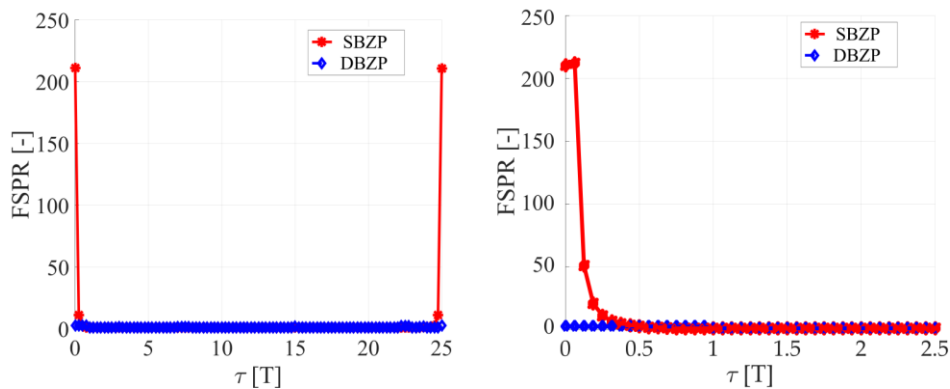


Obr. 55: Paralelizace prohledávání fáze primárního a sekundárního kódu

U přístupu s PCS využívající konvenční SBZP se ovšem projeví jeho problém citlivosti cyklické korelace na změnu znaménka bitu sekundárního kódu. Neznámá pozice změny bitu znaménka sekundárního kódu v rámci zpracovávaného bloku signálu nedovoluje aplikovat jeho odhadované znaménko. Aplikaci znaménka nedosáhneme požadovaného potlačení efektu [30]. Podrobná analýza je uvedena v prameni [6]. Výsledné hodnoty metrik PNR a FSPR na akvizici signálu Galileo E1C se sekundárním kódem CS25<sub>1</sub> jsou na obr. 56 a obr. 57.



Obr. 56: PNR akvizice signálu Galileo E1C se sekundárním kódem pomocí konvenčního PCS algoritmu (vlevo) a detail chování pro první bity sekundárního kódu (vpravo)

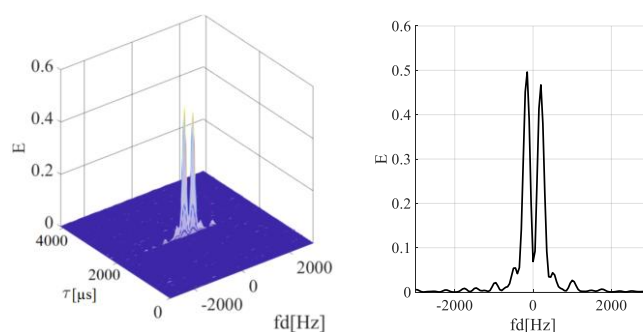


Obr. 57: FSPR akvizice signálu Galileo E1C se sekundárním kódem pomocí konvenčního PCS algoritmu (vlevo) a detail chování pro první bity sekundárního kódu (vpravo)

Z těchto výsledků, zejména průběhu PNR v prvních bitech sekundárního kódu, je patrné, že díky citlivosti SBZP na změnu znaménka bitu sekundárního kódu se velikost korelační špičky mění s fází primárního kódu  $\tau$ . Je tomu podobně jako v případě ztrát částečnou korelací PCM. Původ je totiž stejný, narušení periodicity signálu vzhledem k použité cyklické korelační funkci. Takové chování vylučuje použití klasického SBZP jako zamýšleného estimátoru. DBZP vykazuje vzhledem k PNR lepší výsledky, díky vzniku parazitních fragmentů však vykazuje minimální hodnoty FSPR. Díky tomuto chování se přístup PCS s konvenčním SBZP a DBZP nedá pro akvizici s koherentním zpracováním přes více bitů sekundárního kódu efektivně použít, na místě prohledávání fáze primárního kódu se tak využívá pouze sekvenční prohledávání [29], [69], [70]. To značně takový estimátor omezuje. To je motivací k využití předchozích výhodných vlastností modifikovaného SBZP algoritmu.

## 6.2 Algoritmus mSBZP a znaménkový problém, jeho eliminace

Problémem PCS algoritmu, výpočtu cyklické korelační funkce, je neznámá poloha změny znaménka bitu navigační zprávy, či sekundárního kódu. Vliv změny znaménka, která nastává v nejhorším možné případě právě v polovině korelovaného úseku signálu, na mSBZP algoritmus je ilustrativně zobrazen na obr. 58.

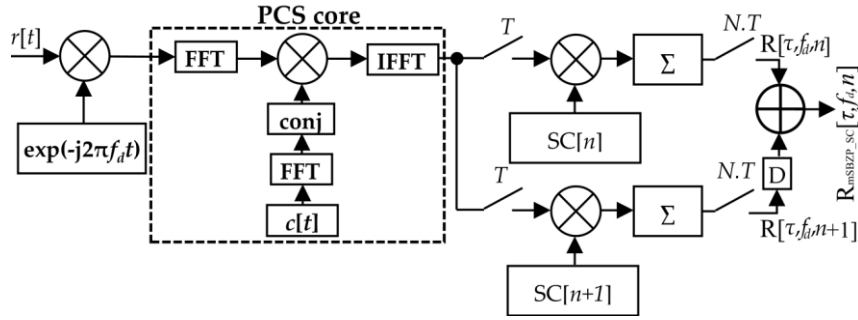


Obr. 58: Algoritmus mSBZP-PCM, pro  $M=4$ , pro signál se změnou navigačního bitu

Avšak, na rozdíl od ostatních prezentovaných PCS algoritmů, včetně ideálního případu s FFT přesné délky, efekt přechodu znaménka bitu (kapitola 4.2) může být použitím mSBZP algoritmu zcela eliminován. A to v případě, že korelace jsou vzájemně koherentně kombinovány se znaménkem respektující odhadované znaménko  $i$ -té periody kódu. Pro případ  $M=1$  to prezentuje rovnice (81). Rovnici (81) lze díky linearitě Fourierovy transformace přepsat na vztah (82) a ilustrovat blokovým schématem na obr. 59 [6]. Kde symbol  $D$  symbolizuje cyklický posun o  $N_z$  vzorků.

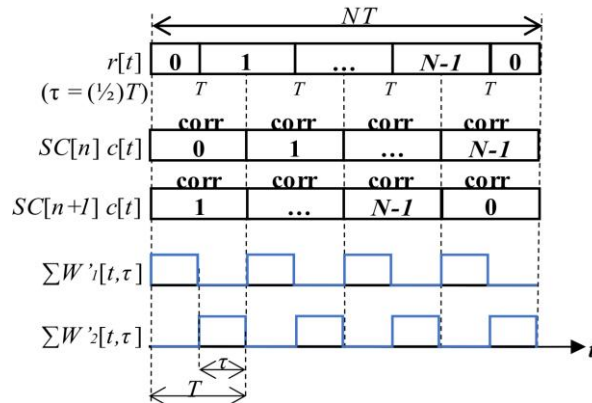
$$\begin{aligned} R_{mSBZP\_SC}[\tau, f_d, n] &= R[\tau, f_d, n] + \text{circshift}(R[\tau, f_d, n+1]) = \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \left( \begin{aligned} &SC[(i-n) \bmod N] \text{IFFT} \left\{ \text{FFT} \{ r[t]g(t, i) e^{-j2\pi f_d t} \} \circ \text{FFT} \{ c[t] \}^* \right\} + \\ &\text{circshift}_{-N_z} \left( SC[(i-(n+1)) \bmod N] \text{IFFT} \left\{ \text{FFT} \{ r[t]g(t, i) e^{-j2\pi f_d t} \} \circ \text{FFT} \{ c[t] \}^* \right\} \right) \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (81)$$

$$\begin{aligned} R_{mSBZP\_SC}[\tau, f_d, n] &= \sum_{i=0}^{N-1} SC[i-n]\gamma + \text{circshift}_{-N_z} \left( \sum_{i=0}^{N-1} SC[i-(n+1)]\gamma \right) \\ \text{kde: } \gamma &= \text{IFFT} \left\{ \text{FFT} \{ r[t]g(t, i) e^{-j2\pi f_d t} \} \circ \text{FFT} \{ c[t] \}^* \right\} \end{aligned} \quad (82)$$



Obr. 59: Algoritmus mSBZP s eliminací vlivu změny znaménka bitu sekundárního kódu

Způsob eliminace vzniku fregmentů v zobecněné korelační funkci tak lze dle [6] popsat stejným způsobem jako eliminaci vlivu částečné korelace pomocí mSBZP a modelovat  $W'$  funkcí, viz kapitola 5.4. Kombinaci dvou korelačních funkcí spočtených, respektive vzájemně kombinovaných se znaménky, pro dva po sobě jdoucí bity sekundárního kódu, lze ilustrovat pomocí obr. 60. Analogicky vztahu (76) lze nulovou ztrátu zde vyjádřit vztahem (83).



Obr. 60: Algoritmus mSBZP s eliminací vlivu změny znaménka bitu sekundárního kódu, ilustrace  $W'$  funkce

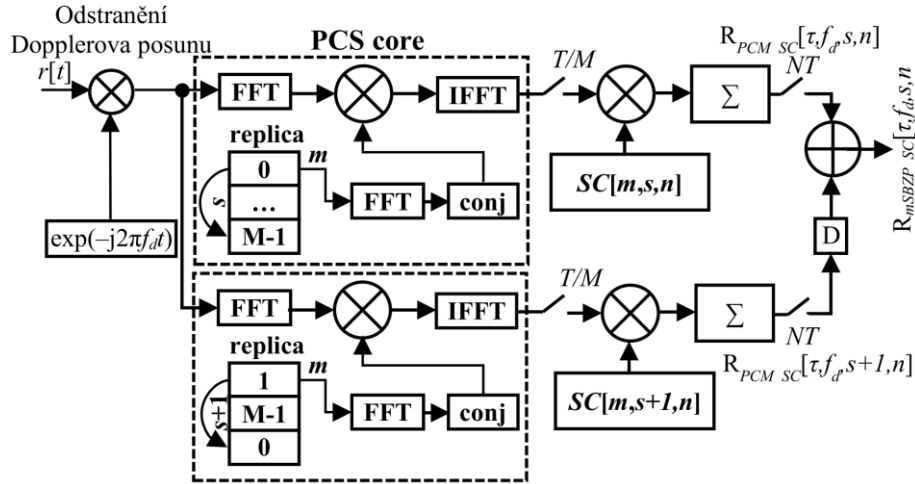
$$\begin{aligned} Loss_{mSBZP\_SC}[\tau] &= -10 \log_{10} \left( 1 - \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{(N-1)T} [W'_1[t, \tau] + W'_2[t, \tau]] \right) = \\ &= -10 \log_{10} \left( 1 - \frac{1}{T} \left( \sum_{t=0}^{\tau-1} 1 + \sum_{t=\tau}^{T-1} 1 \right) \right) = 0; \tau \in (0, T) \end{aligned} \quad (83)$$

Algoritmus mSBZP s eliminací vlivu změny znaménka bitu sekundárního kódu lze zobecnit pro aplikaci spolu s metodu částeční korelace (mSBZP-PCM) pro obecné  $M$  a

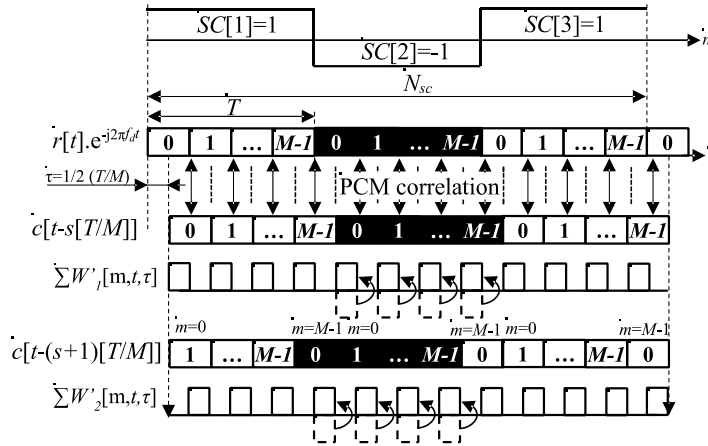
konkrétní prohledávání  $s$  (84). Totéž lze ilustrovat pomocí blokového schématu na obr. 61. Jak se aplikuje změna znaménka a jak ovlivňuje výsledné kombinované  $W'$  funkce je zobrazeno na obr. 62.

$$\mathbf{R}_{mSBZP\_SC}[\tau, f_d, s, n] = \mathbf{R}_{PCM\_SC}[\tau, f_d, s, n] + \underset{-N_z}{\text{circshift}}(\mathbf{R}_{PCM\_SC}[\tau, f_d, s+1, n]) \quad (84)$$

$$\text{kde: } \mathbf{R}_{PCM\_SC}[\tau, f_d, s, n] = \sum_{i=0}^{N-1} \left( \sum_{m=0}^{M-1} SC[m, s, (i-n)] \mathbf{R}_{PC}[\tau, f_d, s, m] \right)$$



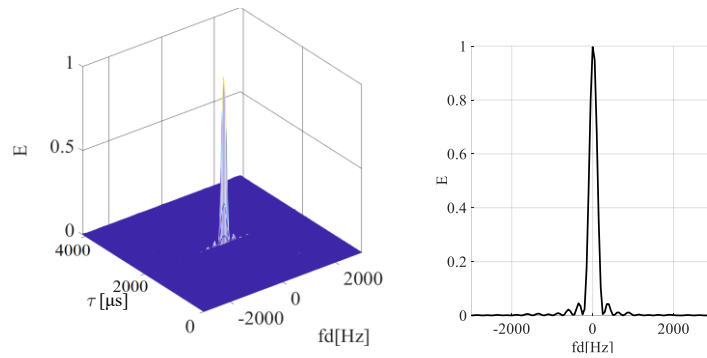
Obr. 61: Algoritmus mSBZP-PCM s eliminací vlivu změny znaménka bitu sekundárního kódu



Obr. 62: Algoritmus mSBZP-PCM s eliminací vlivu změny znaménka bitu sekundárního kódu, ilustrace  $W'$  funkce

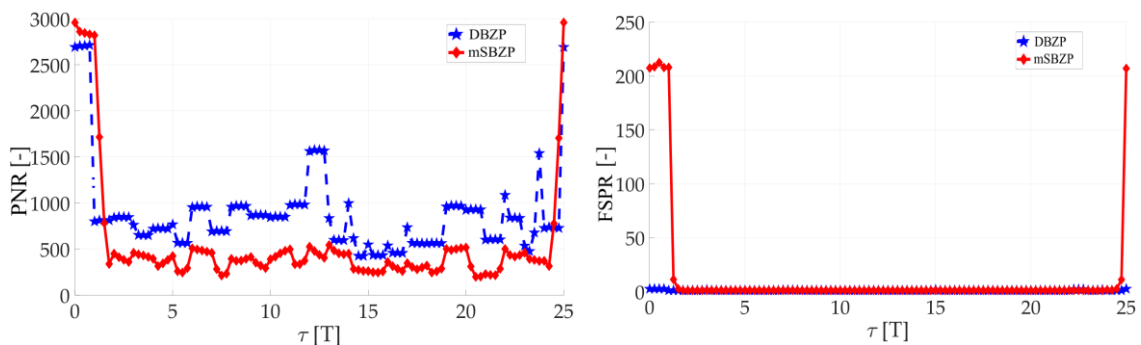
Výsledek aplikování (84) na signál z obr. 58 je na obr. 63 pro případ  $M=4$  a zpracování signálu Galileo E1C. Výsledná zobecněná korelační funkce není ovlivněna žádnými ztrátami ani přítomnou změnou znaménka bitu. Navržený algoritmus předpokládá apriorní znalost bitu sekundárního kódu či navigační zprávy. Díky apriorní znalosti periodické sekvence sekundárního kódu je tak lze s výhodou využít jako sdružený estimator primárního a sekundárního kódu moderních GNSS signálů (82).

$$\left[ \hat{\tau}, \hat{f}_d, \hat{s}, \hat{n} \right] = \arg \max_{\tau, f_d, s, n} \left\{ \mathbf{R}_{mSBZP\_SC}[\tau, f_d, s, n] \right\} \quad (85)$$

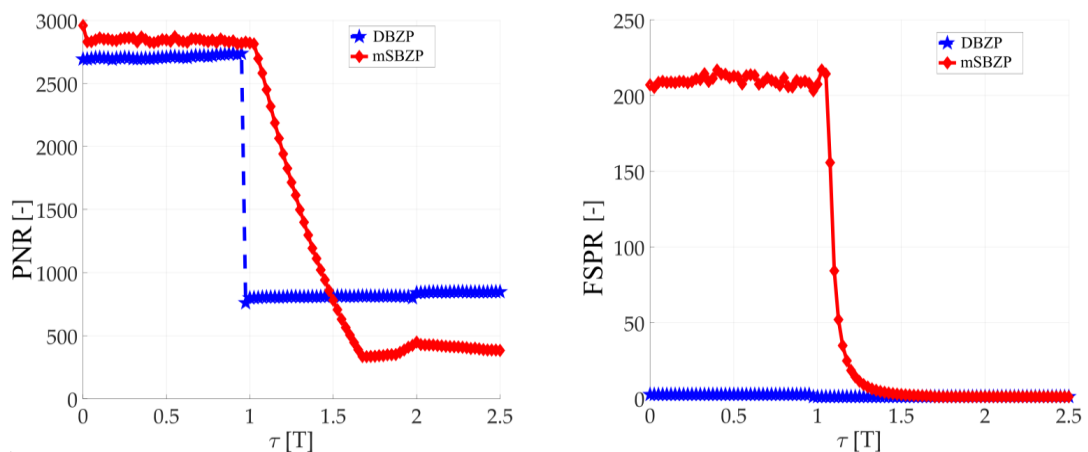


Obr. 63: Algoritmus mSBZP-PCM, pro  $M=4$ , pro signál se změnou znaménka bitu, s využitím eliminace jeho vlivu

Odpovídající výsledky simulace hodnot metrik PNR a FSPR jsou na obr. 64, pro srovnání s předchozím přístupem využívajícím klasické DBZP. V detailu prvních bitů sekundárního kódu jsou pak zobrazeny na obr. 65. Z průběhu funkcí je patrné, že navržený mSBZP s eliminací efektu změny znaménka bitu navigační zprávy a jeho využití pro mSBZP-PCM algoritmus, je díky potlačení všech ztrát a nepříznivých jevů způsobených cyklickou vlastností PCS algoritmem spočtené korelační funkce vhodným pro zamýšlený estimátor. Pro simulaci byl použit signál Galileo E1C,  $M=1$  a tedy odpovídající  $N_{FFT}=16K$  (16 384).



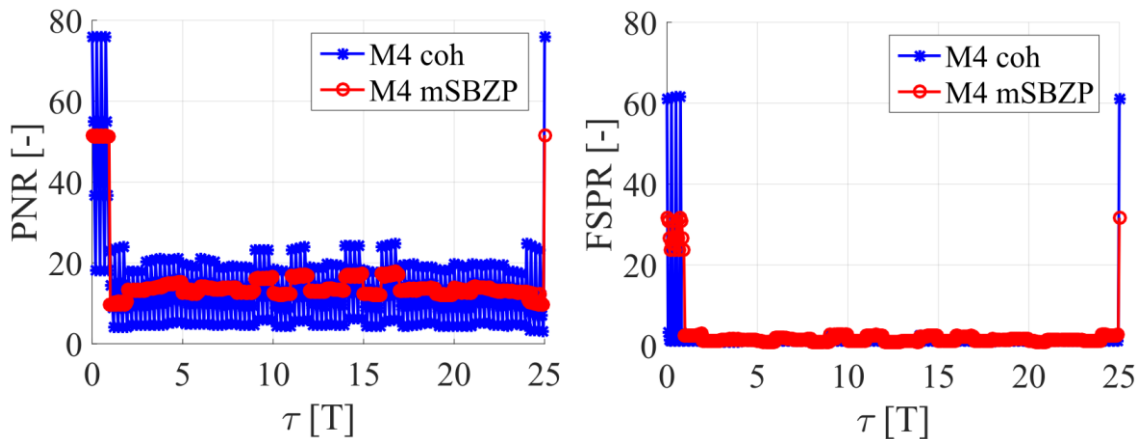
Obr. 64: Akvizice signálu Galileo E1C se sekundárním kódem pomocí mSBZP algoritmu, metriky PNR (vlevo) a FSPR (vpravo)



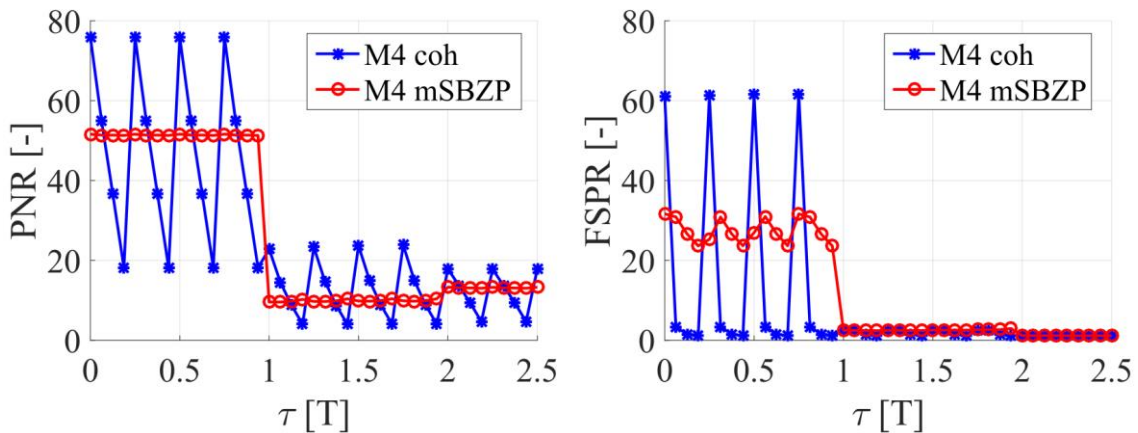
Obr. 65: Akvizice signálu Galileo E1C se sekundárním kódem pomocí mSBZP algoritmu, detail metriky PNR (vlevo) a FSPR (vpravo)

Výsledné hodnoty metrik PNR a FSPR pro kombinaci mSBZP algoritmu s eliminací efektu změny znaménka bitu sekundárního kódu s částečnou korelační metodou PCM dle

obr. 61 a rovnice (84) pro  $M > 1$  jsou uvedeny na obr. 66 a obr. 67. Pro simulaci byl použit signál Galileo E1C,  $M=4$  a tedy odpovídající  $N_{FFT}=4K$  (4 096). Pro ilustraci jsou oba grafy doplněny též výsledky pro PCM využívající konvenční SBZP („M4 coherent“, viz kapitola 5.5). Výsledky ilustrují závislost metrik konvenčního SBZP algoritmu na fázi primárního kódu signálu a naopak žádanou nezávislost metrik v případě použití navrženého mSBZP algoritmu. Výsledky též potvrzují nemožnost jednoduché eliminace efektu změny bitu navigační zprávy či sekundárního kódu konvenčního SBZP algoritmu, jak ostatně i vysvětluje mechanismus vzniku ztrát částečnou korelací, vztah (71).



Obr. 66: Akvizice signálu Galileo E1C se sekundárním kódem pomocí mSBZP algoritmu, metriky PNR (vlevo) a FSPR (vpravo)



Obr. 67: Akvizice signálu Galileo E1C se sekundárním kódem pomocí mSBZP algoritmu, metriky PNR (vlevo) a FSPR (vpravo), detail



## 7 Metody pre-korelačního průměrování, PCA a mPCA

Prodloužení koherentního času korelace, PIT, přes  $N$  period primárního kódu znamená i  $N$  krát provést výpočet PCS algoritmu, výpočet PCM. Tato kapitola se zabývá možností prodloužení času PIT pomocí pre-korelačního blokového zpracování před samotným PCS algoritmem, a tak snížení počtu výpočtů z  $N$  na jeden. Navazujeme na metody prezentované pod jmény jako:

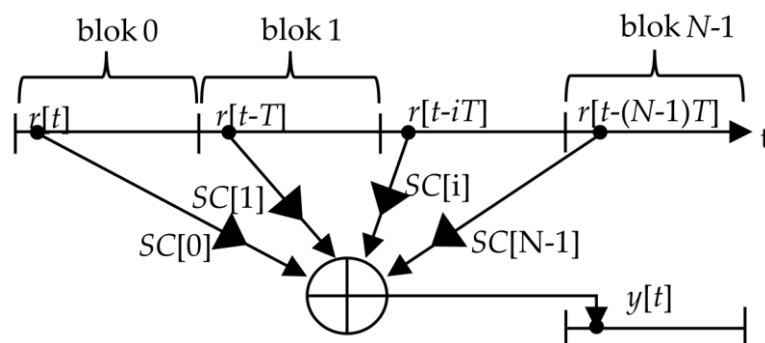
- Block averaging pre-processing [33];
- Pre-correlation (coherent) accumulation (PCA) [25];
- Block-accumulating coherent integration over extended interval (BACIX) [32].

Pre-korelační koherentní průměrování (PCA) je koherentní akumulování  $N$  bloků, period primárního kódu signálu GNSS  $r[t]$  o délce  $T$ , periodu za periodou. Takový systém (86) s výstupem  $y[t]$  lze popsat impulsní odezvou (87). Symbol  $\delta[t]$  je Kroneckerova delta funkce, symbol  $Z$  značí celé čísla. Pramen [33] dále uvádí, že díky takovéto impulsní odezvě je vedlejším produktem zpracování i odpovídající frekvenční charakteristika filtru typu sinc s prvním poklesem na nulu pro  $f_s/N$ . Díky tomu drobně potlačuje mimo-pásmové rušení v blízkosti hlavního laloku modulace o asi 15 dB [33]. Tato vlastnost pro nás však zde není rozhodující.

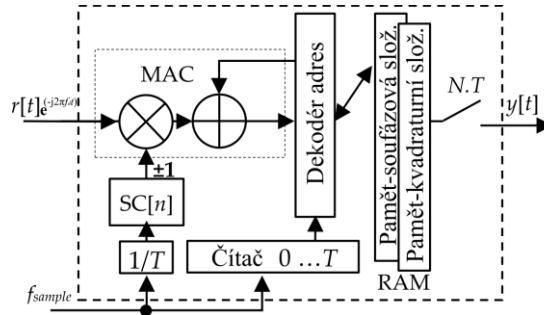
$$y[t] = \sum_{i=0}^{(N-1)T} r[t-iT] \quad (86)$$

$$h[t] = \sum_{i=0}^{(N-1)T} \delta[t-iT] = \begin{cases} 1, & \left(\frac{t}{T}\right) \in Z \\ 0, & \text{jinde} \end{cases} \quad (87)$$

PCA modifikované tak, aby koherentně akumulovalo se znaménkem odhadovaného bitu navigační zprávy, respektive sekundárního kódu, se nazývá modifikované PCA (mPCA), viz [30], [31]. Princip funkce je ilustrován na obr. 68, blokové schéma realizace v hardware je na obr. 69. Hardwarová realizace je snadná, ať už v FPGA, či DSP systému vyžaduje jen jeden Multiplier-ACcumulator (MAC) blok připojený k RAM paměti se vzorky signálu. Prakticky to lze výhodně realizovat s vyrovnávací pamětí FFT jednotky, komplexní násobička může být díky binární vlastnosti zpracovávaného GNSS signálu výhodně nahrazena řízenou sčítačkou [30].



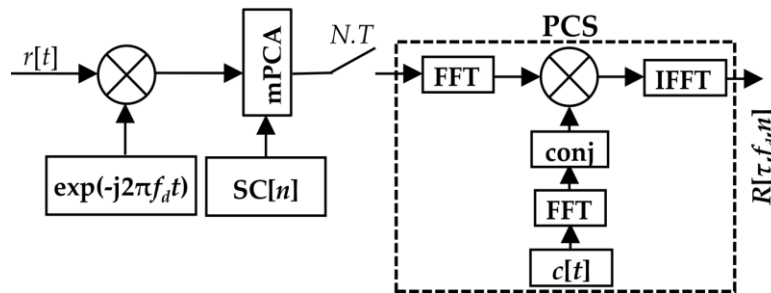
Obr. 68: Princip funkce modifikovaného pre-korelačního koherentního průměrování



Obr. 69: Blokové schéma modifikovaného pre-korelačního koherentního průměrování

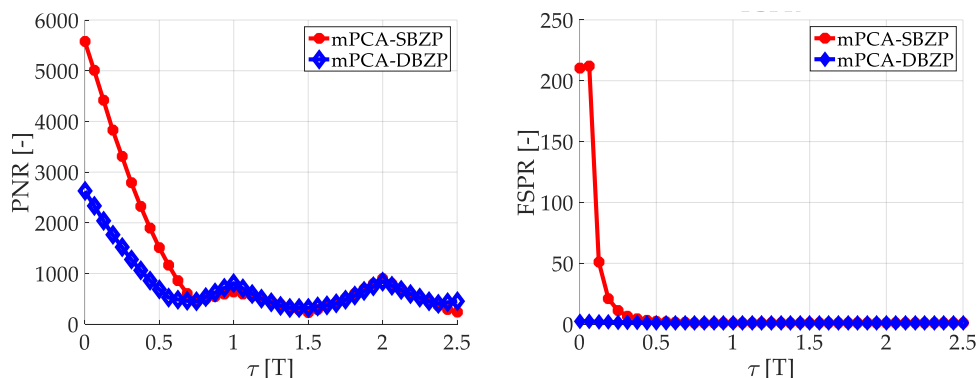
Aplikace mPCA do stávajícího schématu PCS akvizice na obr. 54, respektive obr. 55 je založena na principu linearitě použitých operací. Zejména na tom, že díky linearitě může být akumulátor ekvivalentně umístěn za, ale i před výpočtem korelační funkce PCS algoritmu. Pak rovnice (79) může být přepsána na rovnici (88) a blokové schéma na obr. 70.

$$R[\tau, f_d, n] = \text{IFFT} \left\{ \text{FFT} \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} SC[(i-n) \bmod N] r[t] g(t, i) e^{-j2\pi f_d t} \right\} \circ \text{FFT} \{c[t]\}^* \right\} \quad (88)$$

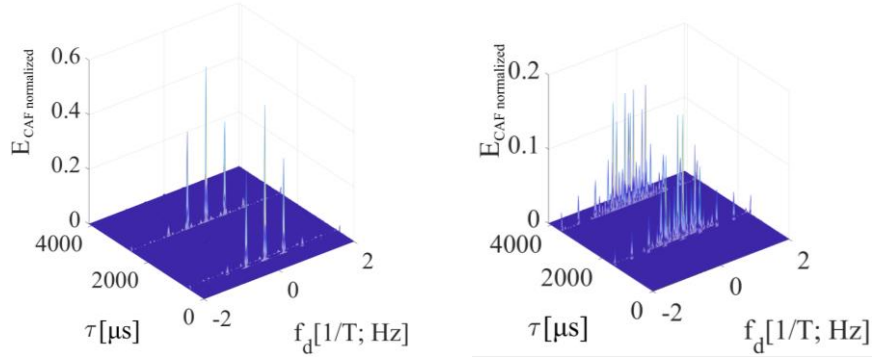


Obr. 70: Blokové schéma aplikace mPCA a PCS algoritmu

Aplikací mPCA do PCS algoritmu získáme, dle [6], [31] podle použité konvenční metody doplňování nul (SBZP, DBZP), výsledky PNR a FSPR na obr. 71. Metriky jsou zde vykresleny pro prvních 2,5 bitů zpracování signálu Galileo E1C. Pro případ SBZP jsou výsledné PNR a FSPR ekvivalentní výsledkům na obr. 56 a obr. 57 s klasickým post-korelačním zpracováním sekundárního kódu dle obr. 55. To odpovídá i předpokladu linearitě. Pro případ použití DBZP se však výsledky liší. PCS algoritmus s DBZP tedy nelze spolu s mPCA přístupem kombinovat. Pro zamýšlený estimator nepříjemné chování DBZP s mPCA je ilustrováno též na obr. 72.



Obr. 71: Výsledné hodnoty PNR a FSPR pro aplikaci mPCA a PCS algoritmu se SBZP a DBZP



Obr. 72: Výsledné zobecněné korelační funkce pro aplikaci PCS algoritmu s DBZP a pre-korelačním zpracováním sekundárního kódu signálu Galileo E1C pomocí mPCA, pro případ:  $\tau=(1/4)T$  (vlevo), a  $\tau=(3/4)T$  (vpravo)

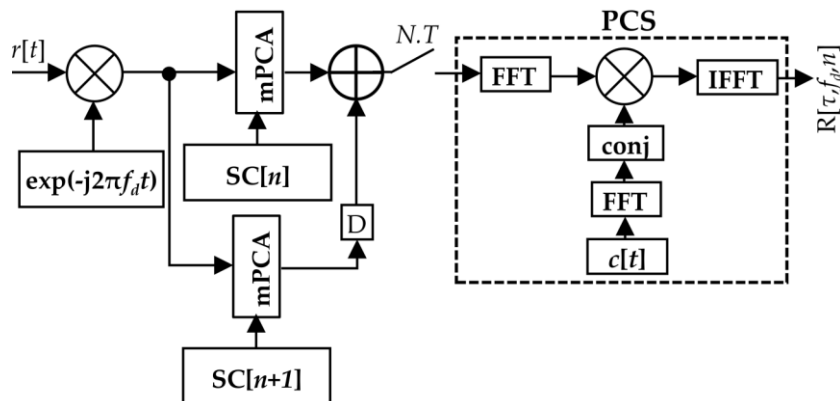
## 7.1 Algoritmus mPCA a mSBZP

Přímá aplikace mPCA do PCS algoritmu tedy není pro případ použití konvenčního doplňování nul SBZP ani DBZP jako zamýšleného estimátor použitelná. Řešením je využití modifikovaného SBZP algoritmu. Pak rovnice (81), respektive (82), vyjadřující mSBZP algoritmus, může být zapsána též formou (89) s použitím mPCA.

$$R[\tau, f_d, n]_{mPCA\_mSBZP\_SC} = \text{IFFT} \left\{ \text{FFT} \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} [\lambda] e^{-j2\pi f_d t} \right\} \circ \text{FFT} \{c[t]\}^* \right\} \quad (89)$$

kde:  $\lambda = SC[i-n]r[t]g(t, i) + \text{circshift}(SC[i-(n+1)]r[t]g(t, i))_{-N_z}$

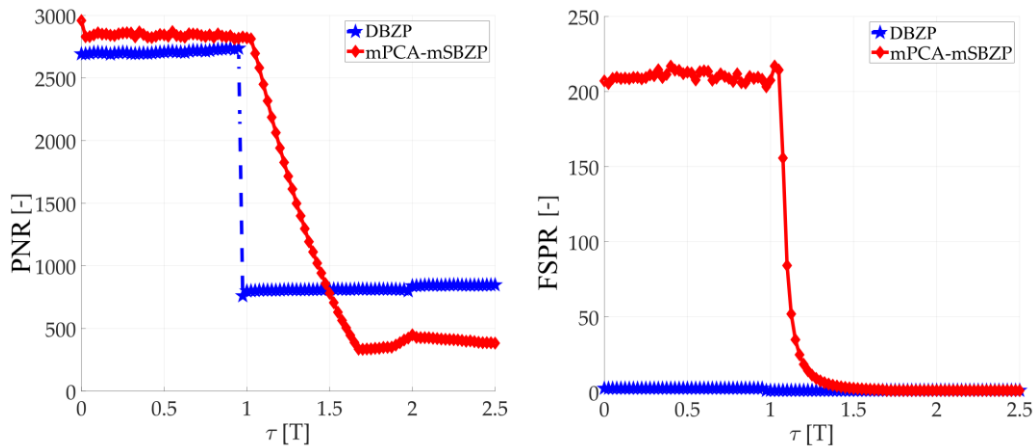
Vztah (89) lze vyjádřit pomocí blokového schématu na obr. 73. Podobně jako v případě využití mSBZP v post-korelačním zpracování signálu Galileo E1C s sekundárním kódem na obr. 59 se jedná o koherentní kombinování výpočtu zobecněné korelační funkce pro fázi sekundárního kódu  $n$  a  $n+1$ . Rozdíl v přístupu post-korelačního a pre-korelačního zpracování sekundárního kódu je v tom, že použitý PCS algoritmus se v pre-korelačním přístupu počítá pouze jednou, nikoli  $N$ -krát. To je značná algoritmická i aplikační výhoda. Tento přístup například umožňuje v PCS algoritmu využít FFT s až  $N$ -krát možnou delší latencí.



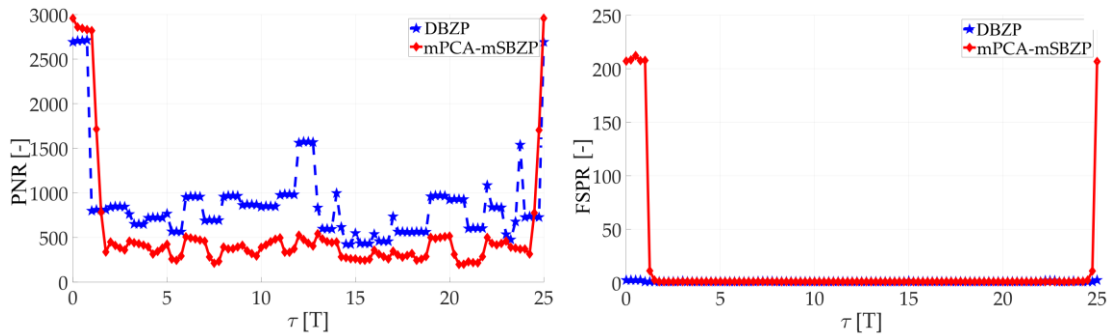
Obr. 73: Blokové schéma aplikace mPCA a mSBZP

Výsledné hodnoty metrik PNR a FSPR zpracování signálu Galileo E1C se sekundárním kódem pomocí mPCA-mSBZP PCS algoritmu jsou ilustrovány na obr. 74 a obr. 75. Pro srovnání jsou v grafu uvedeny i výsledky srovnávací metody, post-korelačního zpracování s DBZP. Výsledky mPCA-mSBZP jsou díky linearitě shodné

s výsledky post-korelačního mSBZP na obr. 64 a obr. 65. Kombinace mPCA a mSBZP je vhodná jako zamýšlený estimátor primárního a sekundárního kódu moderních GNSS signálů.

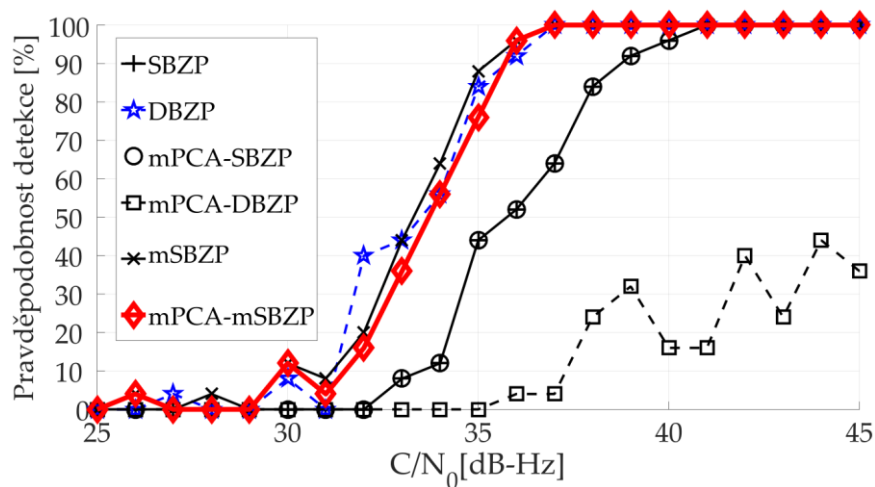


Obr. 74: Výsledné hodnoty PNR a FSPR pro aplikaci mPCA-mSBZP algoritmu, detail



Obr. 75: Výsledné hodnoty PNR a FSPR pro aplikaci mPCA-mSBZP algoritmu

Srovnání různých přístupů PCS algoritmu poskytne též křivka pravděpodobnosti detekce na obr. 76. Byla získána pomocí Monte-Carlo simulace pro set testovací parametrů  $[\tau, f_d, n]$  a  $M=1$ , generovaných náhodně s rovnoměrným rozložením pro 3 000 opakování simulace a koherentní čas 100 ms (odpovídá periodě signálu Galileo E1C se sekundárním kódem).

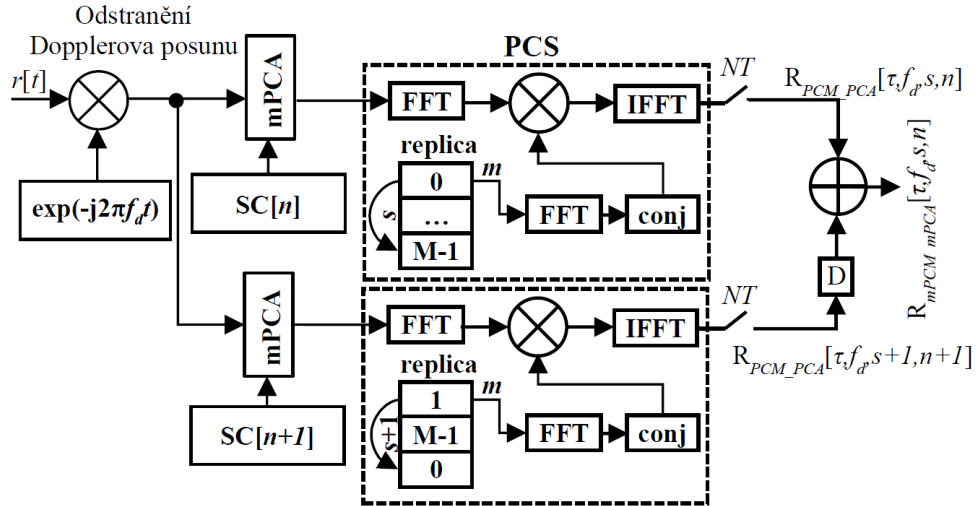


Obr. 76: Srovnání pravděpodobnosti detekce pro různé typy PCS algoritmu

Výsledky favorizují všechny varianty mSBZP, ukazují jeho srovnatelnost s post-korelačním DBZP. Zásadní výhoda mSBZP oproti DBZP však spočívá v poloviční potřebné délce  $N_{FFT}$  a též v možnosti využít mPCA a tak zmenšit počet PCS výpočtů z  $N$  na jedna.

## 7.2 Algoritmus mPCA a mPCM

Princip kombinace mSBZP s principem PCM (zkráceně též mPCM) pro obecné  $M > 1$  z obr. 61 a rovnice (84) lze samozřejmě kombinovat i s mPCA. Upravené schéma z obr. 61 je pomocí mPCA překresleno na schéma na obr. 77, rovnice (84) je pomocí mPCA přepsána na rovnici (90).



Obr. 77: Využití mSBZP pro PCM a mPCA pre-korelační zpracování signálu

$$R_{mPCM\_mPCA}[\tau, f_d, s, n] = R_{PCM\_PCA}[\tau, f_d, s, n] + \underset{-N_z}{\text{circshift}}(R_{PCM\_PCA}[\tau, f_d, s+1, n+1]) \quad (90)$$

$$kde: R_{PCM\_PCA}[\tau, f_d, s, n] = \text{IFFT} \left\{ \text{IFFT} \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} SC[m, s, (i-n) \bmod N] r[t] g(t, i) e^{-j2\pi f_d t} \right\} \text{FFT} \{c[t]\}^* \right\}$$

Výsledné hodnoty metrik PNR a FSPR jsou díky linearitě všech operací zcela shodné s výsledky na obr. 67 a proto zde nejsou znovu uvedeny. Pro simulaci byl též použit signál Galileo E1C,  $M=4$  a  $N_{FFT}=4K$  (4 096). Díky použití mPCA principu pro pre-korelační zpracování sekundárního kódu se oproti původnímu post-korelačnímu mSBZP PCM schématu sníží počet výpočtů PCS algoritmu z hodnoty  $N$  na 1.

## 8 Zhodnocení algoritmů, další aplikace akvizice

### 8.1 Zhodnocení vyvinutých algoritmů akvizice

V této podkapitole souhrnně uvedeme výsledné parametry v práci použitých metod pro akvizici moderních GNSS signálů, porovnání použitých modelů, využití pro složitější GNSS signály a fyzikální omezení použitých metod.

#### 8.1.1 Porovnání ztrát zpracování, algoritmické náročnosti použitých metod

Práce se zabývá nalezením akvizičního algoritmu, který bude schopen efektivně zpracovávat moderní GNSS signály. Z důvodu algoritmické náročnosti sériového prohledávání stále delších sekvencí primárních a na nich použitých sekundárních kódů, tzv. stupňovitých (tiered) signálů, volíme metodu paralelního prohledávání (PCS). Pomocí PCS algoritmu hledáme metodu jak spočít vzájemnou korelační funkci signálu a repliky s omezenou délkou použitého FFT ( $N_{FFT}$ ) efektivně a beze ztrát.

Pro srovnání ztrát zpracováním nám jako srovnávací metoda slouží PCS algoritmus s FFT přesné délky, jako je délka použitého signálu. V tabulce 5 srovnání ztrát je označený jako „Ideální PCS bez doplňování nul“. Tento algoritmus je však prakticky nepoužitelný, neboť vyžaduje realizaci neúměrně velkých délek FFT. Pro v této práci použitý signál Galileo E1C by tato metoda i bez uvažování zpracování sekundárního kódu vyžadovala minimální délku FFT rovnou 16K. Pro signály GPS L1C, signály typu BPSK 10 pak i 32K, 64K. Pro jejich zpracování s koherentním uvažováním sekundárního kódu pak ještě  $N$  násobně více [22]. Tyto délky FFT jsou v současném hardware relativně těžko realizovatelné [71]. I při technologickém pokroku se však jeví výhodnější využití FFT menší délky, neboť lze dosáhnout menší latence výpočtu a zejména lze velikost FFT efektivně škálovat pro různé typy a délky signálů, efektivně používat doplňování nulami [22].

Použitý způsob PCS blokového zpracování částečnou korelací PCM [13] po periodách primárního kódu a různý způsob koherentního, či nekoherentního kombinování těchto částečných korelací však přináší při užití konvenčního SBZP přídavné ztráty zpracováním. Ty sumarizuje tabulka 5, vycházející z úvah o ztrátě částečné korelace a ztrátě nekoherentním kombinováním v kapitole 5.2 a 5.3.

**Tabulka 5:** Srovnání ztrát jednotlivých typů PCM algoritmů

PCS algoritmus	Celková ztráta [dB]
PCM nekoherentní komb. (71)	$10 \log(M) - 10 \log(1 - (\tau/(T/M)))$
PCM M1xxx nekoherentní komb.	$10 \log(M) - 10 \log(1 - (\tau/(T/M)))$
PCM koherentní komb. (68)	$-10 \log(1 - (\tau/(T/M)))$
PCM mSBZP koherentní komb. (73)	0
Ideální PCS bez doplňování nul	0

Navržená metoda modifikovaného SBZP PCS algoritmu pro PCM zpracování v  $M$  blocích délky  $N_{FFT}$  pak nabízí nulové ztráty zpracování, viz tabulka 5. Navíc mSBZP jako jediná SBZP metoda není závislá na fázi primárního kódu, apriori neznámé poloze změny bitu navigační zprávy či sekundárního kódu v rámci korelovaného bloku signálu. To umožňuje aplikování informace o bitu zpracovávaného úseku signálu a tak přímo i prodloužit koherentní čas korelace přes více bitů navigační zprávy, či zejména sekundárního kódu. A to i oproti metodě mDBZP, která přítomnost změny bitu pouze ignoruje. Cenou za to je dvojnásobná algoritmická náročnost, viz tabulka 6, respektive nutnost vypočít vzájemnou korelační funkci současně pro dva cyklické posuny repliky.

Což je ovšem díky nutně menší  $N_{FFT}$  a tím i mnohem menší latenci použitých FFT i se současnými hardwarovými prostředky realizovatelné. Rozbor algoritmické náročnosti pro případ bez a s přítomností sekundárního kódu následuje.

Uvažujme-li, že PCS algoritmus využívá pro výpočet vzájemné korelační funkce signálu o délce  $T$  třikrát výpočet FFT, respektive IFFT, jeho algoritmická náročnost je  $3T\log_2(T)$ , viz kapitola 3.3. Tato jedna PCS operace vyžaduje maximální latenci FFT rovnou době  $T$  se stejnou délkou, tedy  $T$ . Využitím navržené metody PCM zpracováním v  $M$  blocích snížíme potřebnou délku FFT na  $T/M$  a náročnost na  $3(T/M)\log_2(T/M)$ . Kvůli nutnosti počítat všech  $M$  bloků a zároveň prohledávat fázi kódu pro všechny z  $M$  možných vzájemných posunů signálu a repliky, je algoritmická náročnost rovna  $3MT\log_2(T/M)$  a počet PCS operací  $M^2$ , viz tabulka 6. Ta je nakonec dvojnásobná,  $6MT\log_2(T/M)$ , použitím algoritmu mSBZP, který ale díky tomu potlačuje parazitní efekty a ztráty zpracováním.

**Tabulka 6:** Srovnání algoritmické náročnosti jednotlivých typů PCM algoritmů

PCS algoritmus	Algoritmická náročnost	Počet PCS operací	Maximální Latence	$N_{FFT}$
PCM nekoherentní komb.	$3MT\log_2(T/M)$	$M^2$	$T/M$	$T/M$
PCM M1xxx nekoherentní komb.	$3T\log_2(T/M)$	$M$	$T$	$T/M$
PCM koherentní komb.	$3MT\log_2(T/M)$	$M^2$	$T/M$	$T/M$
PCM mSBZP koherentní komb.	$6MT\log_2(T/M)$	$2M^2$	$1/2(T/M)$	$T/M$
Ideální PCS bez doplňování nul	$T^2$	1	$T$	$T$

Předchozí řešení nedokázala PCS algoritmus kvůli jeho citlivosti na neznámou polohu změny znaménka bitu k akvizici primárního kódu u stupňovitých signálů použít. Zásadním problémem tedy byla kvadratická náročnost  $T^2$  vždy použitého sériového prohledávání ve fázi primárního kódu. Právě možnost využít navrženého modifikovaného SBZP PCS algoritmu k PCM akvizici signálu se sekundárním kódem, je nejdůležitější vlastností a největší výhodou oproti předchozím řešením. Algoritmická náročnost sdruženého estimátoru s mSBZP PCS algoritmem je tak značně menší. Např., je-li sekundární kód délky  $N$ , předchozí publikované metody [69], [70], umožňující zpracování signálu též včetně sekundárního kódu, dosahovaly algoritmické náročnosti  $N^2T^2$ . Některé, využívající prohledávání s binárním dělením, či PCS algoritmus k prohledávání alespoň ve fázi sekundárního kódu [29], pak dosahovaly jen mírně menší náročnosti  $3N\log_2(N)T^2$ . V této práci navrženým přístupem využívajícím algoritmus mSBZP se díky logaritmické  $6T\log_2(T)$  náročnosti prohledávání primárního kódu dostáváme na náročnost  $6N^2T\log_2(T)$  [6], využitím PCM přístupu pak  $6N^2MT\log_2(T/M)$ . Cenou za to je sériové prohledávání fáze sekundární kódu. Avšak i díky tomu, že prohledávaných fází primárního kódu je řádově více než prohledávaných fází sekundárního kódu, je metoda algoritmicky značně výhodnější než předchozí. Navíc, díky sériovému prohledávání sekundárního kódu lze oproti metodě [29] též zachycovat i typy signálů kombinující sekundární kód s přítomností navigační zprávy (například BeiDou B1, viz tabulka 1).

Neméně důležitá je též úvaha nad paměťovou náročností. Přímočará realizace „Ideálního PCS“ velké délky vede na velkou paměťovou náročnost. Při výpočtu FFT musí být celý signál dostupný v paměti. To u přímočarého zpracování signálu se sekundárním kódem pomocí velkého FFT vede na paměť vzorků o velikosti  $NT$ . Navržené metody však pracují s pamětí o velikosti  $T$  nebo pomocí metody PCM dokonce jen  $T/M$ . Navíc, díky tomu může být signál zpracováván postupně a nemusí se

čekat na naplnění celé paměti o délce  $NT$ . Navržená metoda má tedy značné výhody na straně paměťové a časové náročnosti.

Navržený způsob zpracování stupňovitého signálu pomocí pre-korelačního prodloužení PIT metodou mPCA a mSBZP navíc snižuje počet nutných výpočtů PCS algoritmu na periodu sekundárního kódu z  $N$  (počtu bitů sekundárního kódu) na jeden. To sice dodatečně nesnižuje algoritmickou náročnost, ale umožňuje využití FFT bloků s až  $N$  násobně delší latencí výpočtu a tak značné úspory výpočetních zdrojů (plochy čipu, či spotřeby).

### 8.1.2 Testování na reálném signálu a omezení použití algoritmů akvizice

Všechny v práci použité simulace byly provedeny v prostředí Matlab na ověřeném modelu signálu Galileo E1C (PRN 19). Současně byly výsledky ověřeny na témže signálu reálně přijatém „z oblohy“ pomocí SDR rádia, jako signálu komplexní obálky přijatého signálu se vzorkovací frekvencí 20 MHz. Využití metody částečné korelace signálu pro zpracování signálu s dlouhou periodou kódu bylo testováno na modelu signálu GPS L1C (využívá sekvenci 10 230 chipů) dle jeho specifikace. To z toho důvodu, že v době přípravy experimentů nebyl tento signál ještě dostupný.

Pro v prostředí Matlab simulované zpracování signálů navrženými metodami bylo použito FFT délky  $N_{FFT}$  rovné 4K, tedy 4 096. Simulované či přijaté signály byly z původní vzorkovací frekvence 20 MHz podvzorkovány na 4 MHz metodou average correlation [15] a pomocí SBZP, respektive mSBZP doplněny na uvedenou  $N_{FFT}$  doplněním 96 nul. Vybraná délka FFT byla zvolena z důvodu implementace na PCS algoritmu založené akviziční jednotky právě s touto délkou FFT v projektu integrovaného navigačního přijímače Centra kompetence TAČR. V této práci uvedené algoritmy do něj nejsou prozatím implementovány, což není ani cílem této práce, avšak právě na ní byla teoreticky ověřena implementovatelnost algoritmů, ať už z pohledu numerické přesnosti, či zejména latence. Využitá relativně vysoká 16 bitová přesnost použitých FFT jader výrobce Xilinx dovolila se zjednodušením využít pro naše úvahy přímo FFT knihovny Matlab místo dostupného bit-to-bit modelu výrobce. Celková latence syntetizovaného řešení akviziční jednotky měla dostatečnou rezervu pro zpracování signálu E1C i L1C navrženým způsobem.

Fyzikálním omezením použití navrhovaných metod je de facto jen omezení doby koherentní integrace dané nenulovou hodnotou Dopplerova posunu signálu a stabilita oscilátoru přijímače, viz kapitola 2.7. Vzhledem k tomu je v reálném případě vhodné zkrátit 100 ms dlouhou koherentní integrační dobu (PIT) u signálu Galileo E1C. Ta byla v této práci takto zvolena pro ilustraci vlivu celé délky periody sekundárního kódu a může být samozřejmě zkrácena, jak je tomu i v pramenech [69] a [70].

### 8.1.3 Akvizice signálů s modulacemi BOC a MBOC

Navržené metody výpočtu umožňují akvizici prakticky všech současně známých GNSS signálů s periodickým dálkoměrným kódem, respektive akvizici alespoň některé jejich základní složky. Například akvizici signálů BOC buď kompletním příjmem (BOC(1,1)), příjmem BPSK-like, příjmem základní složky výkonového (CBOC), či časového (TBOC) multiplexu signálu multiplexní MBOC modulace, či základní BPSK složky AltBOC modulace. To je možné díky tomu, že prakticky všechny signály vycházejí ze stejných popisů signálů jako digitální lineární modulace, viz kapitoly 2.2 a 2.4.



### 8.1.4 Akvizice rychlých a kvazi-periodických signálů

Za rychlé GNSS signály, v angličtině hi-rated signals, obecně považujeme všechny signály s chipovou rychlostí větší než je 1 023 Mcps. Tedy ty s chipovou rychlostí větší než je chipová rychlost signálu GPS L1C C/A, zejména však ty s rychlostí 10 230 Mcps. Jejich akvizice předpokládá využití v této práci navržených metod, které se pouze aplikují na signály s vyšší vzorkovací frekvencí. Například u signálu GPS L5, s délkou kódu 10 230 chipů a periodou 1 ms, se na soufázovou a kvadratickou složku signálu v základním pásmu využije vzorkovací frekvence 24 MHz. Signál je následně bez podvzorkování bez změny zpracován, zachycen navrženou metodou PCM s mSBZP s  $M=6$  a  $N_{FFT}=4096$ .

Tato práce se nezabývá akvizicí kvazi-periodických GNSS signálů s velmi dlouhou dobou periody, tj. ze známých signálů prakticky jen P-kódu GPS. Důvodem je to, že signál tohoto typu je i přes své značné stáří v současné době znám pouze ten, dokumentace k vojenským signálům není veřejná, moderní civilní signály šly stejně cestou kódu s periodou rozumné délky v řádu ms a využitím právě sekundárních kódů.

Tématu akvizice GPS L2P signálu se literatura již zabývá, například [19], [20]. Použité metody se formou blíží k typu zpracování částečnou korelací, použitou i v této práci. Aplikace zde navržených metod na kvazi-periodické signály může být předmětem další práce a studia.

## 8.2 Další speciální aplikace akvizice, další práce

Tato podkapitola se zabývá specifickými a pro další práci perspektivními aplikacemi, kde se dá s výhodou využít způsob navrženého zpracování signálu založený na PCS algoritmu.

### 8.2.1 Akvizice v obtížných podmínkách, rušení

Akvizicí v obtížných podmínkách je obvykle myšlen příjem v podmínkách slabého signálu, rušení, či velké dynamiky pohybu přijímače [4].

- V této práci navržené algoritmy jsou přímo navrženy pro použití s moderními GNSS signály se sekundárními kódy. Umožňují tedy jejich příjem s prodloužením doby PIT, a tak požadované bezztrátové navýšení citlivosti přijímače.
- Velká dynamika pohybu přijímače klade zvýšené nároky zejména na sledování signálu, ale díky zvýšení množství výpadků také na jeho reakvizici, respektive její rychlost. Během reakvizice se využívá apriorní přibližná znalost fáze kódu a tedy prohledávání v již značně omezeném stavovém prostoru. Díky tomu lze efektivně využít i sériové prohledávání. Avšak navržený algoritmus založený na metodě částečné korelace PCM může být na tomto místě ještě efektivněji využit. Díky apriorní znalosti přibližné fáze kódu lze totiž efektivně omezit počet vyhledávání  $s$  z počtu  $M$  na jedno až dvě, a tím zmenšit výpočetní náročnost mSBZP PCM algoritmu pro využití na reakvizici signálu z  $6MT\log_2(T/M)$  na  $6T\log_2(T/M)$ .
- Příjmem signálu v jiném než AWGN kanále, v přítomnosti barevného šumu, ať už vnitro či mimo pásmového rušení se zabývá velká část literatury o GNSS. Cílem zde je pouze zdůraznit, že díky způsobu akvizice využívající spektrální doménu signálu, lze získaná spektra využít k detekci rušení, případně i jeho omezení metodou filtrace signálu ve frekvenční doméně (filtrace metodou oken). Tato možnost speciálně pro práci s GNSS signály není v literatuře mnoho prozkoumaná

a nabízí možnosti pro další práci, detekci a omezení rušení v zachycovaném GNSS signálu.

### 8.2.2 Sledování (tracking) signálu ve frekvenční doméně

Nároky na zpracování signálu ve stále složitějším prostředí (vícecestné šíření) vedou k metodám sledování signálu tzv. ve frekvenční doméně, respektive real-time výpočtu korelační funkce ve více bodech než jen klasické řešení s korelátory.

Tento přístup je založen na výpočtu vzájemné korelační funkce právě pomocí PCS algoritmu. Takové přístupy uvádí například práce [15], ale také novější [11] a [25], využití PCS algoritmu právě k tomuto účelu zvažuje ale už i původní pramen [10]. Zásadním problémem tohoto přístupu jsou obtíže PCS algoritmu, pro ty se prozatím nerozšířil do obecných GNSS přijímačů a zůstává stále spíše experimentální záležitostí. Hlavními nedostatky původního PCS algoritmu je uvedená citlivost na změnu znaménka a zejména velká hardwarová náročnost vzhledem k rozlišení korelační funkce oproti klasickému řešení sledování signálu konvenčními korelátory. V této práci se však daří zmíněné obtíže PCS algoritmu překonávat pomocí navrženého mSBZP a PCM zpracování.

Zásadním vylepšením pomocí v této práci uvedených algoritmů, by pak byla možnost volbou počtu zpracovávaných bloků  $M$  (společně s měnicí se vzorkovací frekvencí, respektive měnicím se podvzorkováním originálně navzorkovaného signálu) dynamicky měnit rozlišení spočtené korelační funkce. Pomocí toho by bylo možné sledovat tvar korelační funkce, a například vícecestné šíření pomocí vhodného estimátoru vícecestného šíření [72] i potlačovat. Takové sledování signálu ve „frekvenční doméně“ by navíc nevyžadovalo výpočet všech  $M$  prohledávání, ale pouze jednoho. To díky tomu, že ve stavu sledování signálu již víme relativně přesně, ve kterém prohledávání  $s$  z celkového počtu  $M$  se vrchol funkce nalézá. Algoritmická náročnost by pak klesla z původního  $6MT\log_2(T/M)$  opět na  $6T\log_2(T/M)$ . Toto využití v práci navržených metod částečné korelace je též návrhem pro další práci a publikování.

### 8.2.3 Metody collective detection - vektorová akvizice

Výhodné využití navržených metod poskytuje i moderní způsob akvizice nazývaný collective detection [73]. Podobně jako sledování signálu ve frekvenční doméně se i on snaží smazat rozdíly mezi vyhledáváním a sledováním signálu.

Ke zvýšení citlivosti akvizice, respektive možnosti velmi dlouhého prodloužení PIT, se využívá apriorní znalost polohy, její odhad. Z odhadnuté polohy přijímače se určí omezená část stavového prostoru, kde je vhodné družice vyhledávat. Pak ze zachycených parametrů lze odhad dále vylepšit. Odhad se pak spolu s parametry akvizice upravuje až do minimalizování residua odhadu. Dochází tak ke svázání výpočtu polohy a samotné akvizice. Díky zmenšení stavového prostoru lze úměrně prodloužit i dobu PIT a tím značně navýšit citlivost zachycení.

Principiálně lze tuto metodu řadit ke konvenčnímu asistovanému GNSS, či ji pokládat za vylepšenou metodu rekvizice signálu, ale v odborné literatuře se prosazuje jako nová samostatná kategorie. Vazbou zpracování signálu korelací přímo na výpočet polohy má dosti společného s poněkud starším přístupem, tzv. vektorovým sledováním signálu [2], [74]. Na místě je tak i alternativní název ve smyslu vektorové akvizice signálu. Obě metody, collective detection akvizice i vektorové sledování signálu jsou si podobné a mají i stejný účel, práci s velmi slabými GNSS signály. Základním

problémem u obou je úvodní inicializace známou polohou. Využití obou metod u přijímačů v praxi není úplně známé, prozatím je spíše námětem odborných článků.

Metoda obecně není založena na žádném konkrétním zpracování signálu, lze využít jak sériové, tak PCS prohledávání. Právě využitím navrženého PCM přístupu lze vlastnosti collective detection akvizice, podobně jako v případě využití pro rekvizici signálu, či sledování ve frekvenční doméně, s výhodou využít pro snížení počtu prohledávání *s*. Tímto způsobem by pravděpodobně šlo metodu akvizice collective detection ještě více zefektivnit, urychlit.

## 9 Závěr, přínos autora

Cíl práce, optimalizace příjmu signálů globálních navigačních satelitních systémů (GNSS), je v této práci naplňován ve smyslu optimalizace algoritmů zachycení moderních stupňovitých (tiered) GNSS signálů. Ty jsou typické obvykle dlouhou periodou primárního kódu, přes který jsou navíc modulovány bity kódu sekundárního. Tato struktura signálů dovoluje navyšovat dobu koherentní integrace (PIT) a tím i citlivost příjmu. Ačkoli lze signál zachytit i jednoduššími způsoby, využití vysoké citlivosti vyžaduje akvizici obou těchto kódů. To nazýváme sdruženým odhadem fáze primárního a sekundárního kódu.

Vzhledem k délce takových signálů je nutné uvažovat o algoritmicky výhodnějším algoritmu paralelního prohledávání v kódu (PCS) [10], využívající výpočtu algoritmu rychlé Fourierovy transformace (FFT). Úskalím PCS realizace sdruženého estimátoru primárního a sekundárního kódu je ale jeho citlivost na změnu, respektive neznámou polohu změny znaménka bitu sekundárního kódu [26]. Omezením pro realizaci v hardware je i délka dostupného FFT, vyžadující v tom případě částečné zpracování periody signálu PCM [13], [18], [23]. Obě tyto specifika se projevují vznikem fragmentů a ztrát ve vypočítané zobecněné korelační funkci (CAF).

Předchozí publikované přístupy jako [12], [29], [44], [69], [70], či i metody s DBZP doplňováním nul a jeho modifikace (mDBZP) [4], [66] nebyly schopny požadovaným způsobem zpracovávat sekundární kód. Konvenčním řešením tak bylo na místě korelace primárního kódu přes více bitů sekundárního kódu využít jen klasické, kvadratickou algoritmickou složitostí nevýhodné, sekvenční (sériové) vyhledávání [29], [44], [69], [70]. Z těchto důvodů uspokojivé řešení nabízející optimální, bezztrátové PCS zpracování s omezenou délkou FFT, neexistovalo.

### Přístup práce k řešení:

Práce nově analyzuje problémy takto cyklicky vypočtené zobecněné korelační funkce (CAF) pro signál se sekundárním kódem. Tedy vznik nežádoucích fragmentů a ztrát způsobených SBZP i DBZP doplňováním nul, částečným zpracováním periody signálu PCM, vlivem jejich nekoherentního i koherentního kombinování, a přítomností sekundárního kódu. K tomu je využito modelování částečné korelace signálu na CAF v doménách fáze kódu i Dopplerova posunu pomocí pravoúhlých funkcí (tzv.  $W'$  funkce) a srovnávání výsledků pomocí metrik PNR a FSPR.

Práce na základě těchto analýz odvozuje originální algoritmus modifikovaného SBZP (mSBZP). Algoritmus je založen na výpočtu a koherentní kombinaci výsledků kruhové korelační funkce pro dva vzájemné posuny repliky signálu s možností kompenzovat znaménko bitu sekundárního kódu. Práce ukazuje, jak zmíněný postup eliminuje:

- Fragmenty a ztráty vzniklé SBZP a částečnou korelací signálu PCM,
- ztráty nekoherentním kombinováním částečných korelací,
- problém vlivu neznámé polohy změny znaménka bitu.

Přínosem tedy je odstranění nepříznivých jevů v cyklické korelační funkci, které bránili její využití pro zamýšlené signály. Tuto problematiku jako první popisuje a řeší až autor ve vlastních publikacích [5], [6], [30], [31].

### Dosažené výsledky:

Tato vlastnost je nakonec využita ke konstrukci žádaného sdruženého akvizičního estimátoru fáze primárního a sekundárního kódu, založeného právě na metodě částečné

korelace a mSBZP, tzv. mSBZP PCM PCS algoritmu [5]. Algoritmus již není závislý na neznámé poloze změny bitu sekundárního kódu a umožňuje akceptovat jeho znaménko, získané sekvenčním prohledáváním jeho fáze. Těch je však i několika řádově méně než prohledávaných fází kódu primárního. Navržený estimátor je tak řádově algoritmicky výhodnější než předchozí publikované. Estimátor má následující vlastnosti:

- Dokáže pro PCS algoritmus využít FFT délky kratší než je perioda jeho primárního kód metodou částečné korelace PCM.
- Proti předchozím sériovým řešením umožňuje využít PCS prohledávání primárního kódu s logaritmickou algoritmickou složitostí.
- Využitím SBZP využívá dostupnou délku FFT dvakrát efektivněji než DBZP.
- Díky sériovému prohledávání fáze sekundárního kódu navíc umožňuje přijímat i signály kombinující sekundární kód a navigační zprávu.

Navrhované řešení též netrpí žádnými přídatnými ztrátami zpracováním. To je prokázáno simulačními výsledky, srovnáními pomocí křivek pravděpodobnosti detekce a provozními charakteristikami přijímače (ROC).

Navržené metody tedy plní základní předpoklad zadání práce, jsou v rámci ztrát optimálním zpracováním. Díky blokovému zpracování signálu v menších blocích a užití PCS algoritmu navíc nabízejí lepší, tj. menší, algoritmickou, paměťovou a časovou náročnost. Tuto problematiku jako první popisuje a řeší až autor ve vlastních publikaci [5].

Dalším důležitým přínosem je i pokročilé využití původní metody blokového pre-korelačního zpracování signálu (PCA, BACIX). Vyvinuté tzv. modifikované PCA se aplikací algoritmu mSBZP a PCM zpracováním dá využít pro zmenšení počtu nutných výpočtů PCS, které je rovné právě počtu koherentně integrovaných period primárního kódu. Dá se tedy využít pro algoritmicky ještě výhodnější realizaci sdruženého estimátoru fáze primárního a sekundárního kódu. Tento princip byl poprvé též použit v publikaci autora [31] a zejména [6].

Výsledky práce odstraňují předchozí nedostatky využití PCS algoritmů. Tím se nabízí možnost nahrazení klasického přístupu s korelátory, a tak potenciálně další urychlení výpočtů v nových metodách pokročilého zpracování GNSS signálů:

- metoda collective detection,
- assisted GNSS,
- reakvizice,
- detekce a potlačení rušení,
- vektorové sledování signálu,
- sledování signálu ve frekvenční doméně.

V práci navržené metody potenciálně přesahují rozměr zpracování signálů GNSS. Výsledky jsou potenciálně aplikovatelné pro zpracování rádiových, radarových signálů, obecně aplikaci korelace dlouhých periodických sekvencí v inženýrství.

## Literatura

- [1] Kačmařík, P.: “Zpracování signálů družicových navigačních systémů v obtížných podmínkách: Signals processing of satellite navigation systems in difficult environment”. Disertační práce, Praha, FEL ČVUT, 2009.
- [2] Jakubov, O.: “Low Complex PVT Estimation Using Factor Graphs”. Disertační práce, Praha, FEL ČVUT, 2013.
- [3] Kaplan, E., Hegarty, C.: “Understanding GPS: principles and applications”. Artech house, 2005.
- [4] Ziedan, N. I.: “GNSS receivers for weak signals“. London, UK: Artech house, 2006.
- [5] Svatoň J., Vejražka F., Schmidt J., Kubalík P., Borecký J.: “Novel Partial Correlation Method Algorithm for Acquisition of GNSS Tiered Signals”. Navigation, 2020. In-print.
- [6] Svatoň, J., Vejražka, F.: “Joint Acquisition Estimator of Modern GNSS Tiered Signals Using Block Pre-Correlation Processing of Secondary Code“. Sensors, 2020, 20.10: 2965.
- [7] Abu-Rgheff, M.A.: “Introduction to CDMA Wireless Communications”. Academia Press, 2007, pp. 44.
- [8] Stockham Jr., T.G., Thomas, G.: “High-speed convolution and correlation”. Proceedings of the April 26-28, 1966, Spring joint computer conference. ACM, 1966.
- [9] Cooley, J.W., Tukey, J.: “An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series”. Mathematics of computation 19.90 (1965): 297-301.
- [10] Van Nee, D.J.R., Coenen, A.J.R.M.: “New fast GPS code-acquisition technique using FFT”. Electronics Letters 27 (1991): 158-160.
- [11] Romero-Aguirre, E., Parra-Michel, R., Longoria-Gandara, O. Aguirre-Hernandez, M.: “A hardware-efficient frequency domain correlator architecture for acquisition stage in GPS”. International Conference on Reconfigurable Computing and FPGAs, IEEE, 2010.
- [12] Leclère, J., Botteron, C., Farine, P.-A.: “High sensitivity acquisition of GNSS signals with secondary code on FPGAs”. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine 32.8 (2017): 46-63.
- [13] Fortin, M. A., Bourdeau, F., Landry, R. Jr.: “Implementation Strategies for a Software-Compensated FFT-based Generic Acquisition Architecture with Minimal FPGA Resources”. Navigation, Vol. 62., No. 3, 2015, pp. 171-188.
- [14] XILINX: “LogiCORE IP Fast Fourier Transform v7.1”. Xilinx product specification DS260.
- [15] Starzyk, J.A., Zhu, Z.: “Averaging correlation for C/A code acquisition and tracking in frequency domain”. Proceedings of the 44th IEEE Midwest Symposium on Circuits and Systems. 2001.
- [16] Kovář, P., Kačmařík, P., Vejražka, F.: “High Performance Galileo E5 Receiver”, 16th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg: State Research Center of Russia Elektropribor, 2009, p. 319-324. ISBN 978-5-900780-69-6.
- [17] Seidl, L., Kovář, P., Vičan, M., Kačmařík, P., Vejražka, F.: “GPS Signal Search Algorithm for Difficult Environment”. Proceedings of Radioelektronika, 2004.

- [18] Yang, Ch.: “FFT acquisition of periodic, aperiodic, puncture, and overlaid code sequences in GPS“. Proceedings of ION GPS. Vol. 1. 2001.
- [19] Pang, J., Starzyk, J.: “Fast direct GPS signal acquisition using FPGA”. School of Electrical Engineering and Computer Science, Ohio University, Athens, 2003.
- [20] Pang, J., Van Graas, F., Starzyk, J., Zhu, Z.: “Fast direct GPS P-code acquisition”. GPS Solutions, 7(3), 2003, 168-175.
- [21] Zeng, Q., Qiu, W., Zhang, P., Zhu, X., Pei, L.: “A Fast acquisition algorithm based on division of GNSS signals”. The Journal of Navigation 71.4, pp. 933-954, 2018.
- [22] Leclère, J., Botteron, C., Landry Jr, R., Farine, P. A.: “FFT splitting for improved FPGA-based acquisition of GNSS signals”. International Journal of Navigation and Observation, 2015.
- [23] Lin, D. M., Tsui, J. BY.: “Acquisition through circular correlation by partition for GPS C/A code and P (Y) code”. U.S. Patent No. 6,567,042, 2003.
- [24] Soni, M., Kunthe, P.: “A General Comparison Of Fft Algorithms”. Pioneer Journal Of IT & Management, 2011.
- [25] Mollaiyan, K., Santerre, R., Landry Jr., R.: “Acquisition of Weak Signals in Multi-Constellation Frequency Domain Receivers”. Positioning, 2013, 4(02), pp. 144
- [26] Lo Presti, L., Zhu, X., Fantino, M., Mulassano, P.: “GNSS Signal Acquisition in the Presence of Sign Transition”. in IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, vol. 3, no. 4, pp. 557-570, Aug. 2009.
- [27] Zou, D., Deng, Z., Huang, J., Liu, H., Yang, L.: “A study of Neuman Hoffman codes for GNSS application”. In Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2009. WiCom'09, 5th International Conference, IEEE, pp. 1-4.
- [28] Mongrédien, C., Lachapelle, G., Cannon, M. E.: “Testing GPS L5 acquisition and tracking algorithms using a hardware simulator”. In Proceedings of ION GNSS, 2006, pp. 2901-2913.
- [29] Tawk, Y., Jovanovic, A., Leclere, J., Botteron, C., Farine, P.-A. : “A New FFT-Based Algorithm for Secondary Code Acquisition for Galileo Signals”. 2011 IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall), San Francisco, CA, 2011, pp. 1-6.
- [30] Svatoň, J., Vejražka, F.: “Pre-and post-correlation method for acquisition of new GNSS signals with secondary code”. Position, Location and Navigation Symposium (PLANS), 2018 IEEE/ION, IEEE, 2018.
- [31] Svatoň, J., Vejražka, F. “Joint Estimator for Acquisition of GNSS Primary and Secondary Code with Pre-correlation Coherent Accumulation”. In proceedings of International Association of Institute of Navigation (IAIN), the 16th World Congress, 2018.
- [32] Yang, C., Han, S.: “Block-Accumulating Coherent Integration Over Extended Interval (BACIX) for Weak GPS Signal Acquisition”. Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006), Fort Worth, TX, September 2006, pp. 2427-2440.
- [33] Sahnoudi, M., Moeness, G. A., Landry, R.: “Acquisition of weak GNSS signals using a new block averaging pre-processing”. 2008 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium, IEEE, 2008.
- [34] Hrdina, Z., PÁNEK, P., Vejražka, F.: “Rádiové určování polohy: Družicový systém GPS”. Praha: ČVUT, 1995. ISBN 80-01-01386-3.

- [35] Misra, P., Enge, P.: "Global Positioning System: Signals, Measurements and Performance Second Edition". Lincoln, MA: Ganga-Jamuna Press, 2006. ISBN: 978-0970954428
- [36] Proakis, J. G.: "Digital communication". 4st ed. Boston: Osborne-McGraw-Hill, 2001, xxi, 1002 s. ISBN 0072321113.
- [37] Dobeš, J., Žalud, V.: "Moderní radiotechnika". BEN-technická literatura, 2006, ISBN: 80-7300-132-2.
- [38] Jakubov, O., Kovar, P., Kacmarik, P., Vejrazka, F.: "The Witch Navigator—A Low Cost GNSS Software Receiver for Advanced Processing Techniques". *Radioengineering*, 2010, 19(4), 536-543.
- [39] Akos, D. M., Stockmaster, M., Tsui, J. B. Y., Caschera, J.: "Direct bandpass sampling of multiple distinct RF signals," in *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 7, pp. 983-988, July 1999. doi: 10.1109/26.774848
- [40] Lamontagne, G., Kouki, A. B.: "Direct RF sampling GNSS receiver design and jitter analysis. *Positioning*, 2012, 3(04), 46.
- [41] Hein, G. W., Godet, J., Issler, J. L., Martin, J. C., Lucas-Rodriguez, R., Pratt, T.: "The Galileo frequency structure and signal design". *ION GPS*. Vol. 2001. 2001.
- [42] Hrdina, Z., Vejražka, F.: "Signály a soustavy". Vyd. 1. Praha: ČVUT, 1998. 234 s. ISBN 80-010-1726-5
- [43] Heiries, V., Roviras, D., Ries, L., Calmettes, V.: "Analysis of non ambiguous BOC signal acquisition performance Acquisition". In: *ION 2004*, 21-24 Sept 2004, Long Beach, United States
- [44] Macabiau, Ch., Ries, L., Bastide, F., Issler, J. L.: "GPS L5 receiver implementation Issues". *ION GPS/GNSS 2003*, 16th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation. 2003.
- [45] Global positioning system directorate.: "IS-GPS-800C: GPS Interface Control Document". 2012.
- [46] Avila-Rodriguez, J-A, et al.: "CBOC: an implementation of MBOC". CNES-ESA, 1st Workshop on GALILEO Signals and Signal Processing. 2006.
- [47] Betz, J. W., et al.: "Description of the L1C Signal". *ION GNSS*. Vol. 2006. 2006.
- [48] Julien, O., Macabiau, C., Issler, J.L., Ries, L.: "1-bit processing of composite BOC (CBOC) signals". CNES-ESA, 1st Workshop on GALILEO Signals and Signal Processing. 2006.
- [49] Kovar, P., Kacmarik, P., Vejrazka, F.: "High performance Galileo E5 correlator design". *Proceedings of 13th IAIN World Congress*. Bergen (Sweden). 2009.
- [50] Kačmařík, P., Kovář, P., Vejrazka, F.: "Galileo Alt-BOC E5 signal characteristics for optimal tracking algorithms". *NAV08/ILA37 The Navigation Conference & Exhibition*. London (UK). 2009.
- [51] Tang, Z., Zjou, H., Wei, J., Yan, T., Liu, Y., Ran, Y., Zhou, Y.: "TD-AltBOC: a new COMPASS B2 modulation". *Science China Physics, Mechanics and Astronomy* 54.6 (2011): 1014-1021.
- [52] Welch, L.: "Lower bounds on the maximum cross correlation of signals". *IEEE Transactions on Information theory* (1974): 397-399.
- [53] Irsigler, M., Hein, G. W., Peiffer, A. S.: "Use of C-Band frequencies for satellite navigation: benefits and drawbacks". *GPS Solutions*. vol. 8. no. 3, pp. 139.
- [54] Mateu, I., Boulanger, C., Issler, J.L., Ries, L., Avila-Rodriguez, J.A., Wallner, S., Kraus, T., Eissfeller, B., Mulassano, P., Germaine, S., Guyomard, J-Y., Bastide, F.,



- Godet, J., Hayes, D., Serant, D., Thevenon, P., Julien, O., Hein, G.W.: "Exploration of possible GNSS signals in S-band". Proceedings of the 22nd International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS), 2009.
- [55] Svatoň, J.: "Experimental reception of new GNSS signals". 2015 International Association of Institutes of Navigation World Congress (IAIN). IEEE, 2015.
- [56] Daniel, O.: "Knihovna funkcí v jazyce C pro vyhledávání GNSS signálů". Diplomová práce, Praha, ČVUT FEL, 2010.
- [57] Strässle, C., Megnet, D., Mathis, H., Bürgi, C.: "The squaring-loss paradox". Proceedings of the GNSS 20th International Technical Meeting of the Satellite Division, pp. 262.
- [58] Hrdina, Z., Vejražka, F.: "Signály a soustavy". Skriptum. Vydavatelství ČVUT Praha, 1. vyd. 1998.
- [59] Čížek, V.: "Diskrétní Fourierova Transformace a její použití". SNTL, 1981.
- [60] Lyons, R. G.: "Understanding digital signal processing". 3/E. Pearson Education India, 2004.
- [61] Bracewell, R.N.: "Fast Hartley Transform". Proceedings of IEEE, 1984, pp. 1010-1018.
- [62] Duhamel P., Hollomann, H.: "Split Radix FFT Algorithm". Electronic Letters, vol. 20, January, 1984, pp. 14-16.
- [63] Angelo, J.: "Measuring GNSS signal strength: What is the difference between SNR and C/N0 ?". [online]. 2010, s. 5 [cit. 2013-04-22]. Dostupné z: <http://www.insidegnss.com/auto/novdec10-Solutions.pdf>
- [64] Skolnik, M. I.: "Radar handbook". 1970.
- [65] Ziedan, N. I., Garrison, J. L.: "Unaided acquisition of weak GPS signals using circular correlation or double-block zero padding". Proceedings of the PLANS 2004. Position Location and Navigation Symposium (IEEE Cat. No.04CH37556), Monterey, CA, USA, 2004, pp. 461-470.
- [66] Foucras, M., Julien, O., Macabiau, C., Ekambi, B.: "A novel computationally efficient Galileo E1 OS acquisition method for GNSS software receiver". Proceedings of the 25th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2012), pp. 365 – 383.
- [67] Leclère, J., Botteron, C., Farine, P. A.: "Acquisition of modern GNSS signals using a modified parallel code-phase search architecture". Signal Processing 95, 2014: 177-191.
- [68] Leclère, J., Botteron, C., Farine, P. A.: "Modified parallel code-phase search for acquisition in presence of sign transition". Proceedings of the International Conference on Localization and GNSS (ICL-GNSS), Turin, 2013, pp. 1-6.
- [69] Corazza, G. E., Palestini, C., Pedone, R., Villanti, M.: "Galileo primary code acquisition based on multi-hypothesis secondary code ambiguity elimination". Proceedings of the 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2007), Fort Worth, TX (USA), pp. 2459-2465.
- [70] Borio, D.: "M-Sequence and Secondary Code Constraints for GNSS Signal Acquisition". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 47, no. 2, pp. 928-945, April 2011.

- [71] Garrido, M., Acevedo, M., Ehliar, A., Gustafsson, O.: “Challenging the limits of FFT performance on FPGAs“. In 2014 International Symposium on Integrated Circuits (ISIC), 2014, IEEE, pp. 172-175.
- [72] Van Nee, R., Fenton, P., Townsend, B.R.: “The Multipath Estimating Delay Lock Loop Approaching Theoretical Accuracy Limits“. IEEE Position, Location and Navigation Symposium, Las Vegas, Nevada, April 11-15, 1994.
- [73] Axelrad, P., Bradley, B. K., Donna, J., Mitchell, M., Mohiuddin, S.: “Collective detection and direct positioning using multiple GNSS satellites“. Navigation. 58(4), 305-321.
- [74] Spilker, J.: “Vector delay lock loop processing of radiolocation transmitter signals“. U.S. Patent 5 398 034, March 14, 1995. [Online].

## Publikace autora

Autor práce, Ing. Jiří Svatoň, publikoval díla uvedená níže.

## Publikace autora k tématu práce – impaktované publikace

- [A1] Svatoň J., Vejražka F., Schmidt J., Kubalík P., Borecký J.: “Novel Partial Correlation Method Algorithm for Acquisition of GNSS Tiered Signals”. Navigation, 2020. In-print. (*Hlavní autor, podíl 40%*)
- [A2] Svatoň, J. Vejražka. F.: “Joint Acquisition Estimator of Modern GNSS Tiered Signals Using Block Pre-Correlation Processing of Secondary Code”. Sensors. 2020, 20(10), ISSN 1424-8220. DOI [10.3390/s20102965](https://doi.org/10.3390/s20102965). (*Hlavní autor, podíl 60%*)

## Publikace autora k tématu práce – práce v databázi WoS

- [B1] Svatoň, J. Vejražka. F.: “Pre- and Post-Correlation Method for Acquisition of New GNSS Signals with Secondary Code“. In: 2018 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS). IEEE/ION Position Location and Navigation Symposium 2018, Monterey, CA, 2018-04-23/2018-04-26. Fairfax: Institute of Navigation, 2018. s. 1422-1427. ISSN 2153-3598. ISBN 978-1-5386-1647-5. DOI [10.1109/PLANS.2018.8373535](https://doi.org/10.1109/PLANS.2018.8373535). (*Hlavní autor, podíl 50%*)
- [B2] Svatoň, J.: “Experimental Reception of New GNSS Signals. In: Navigation World Congress (IAIN), 2015 International Association of Institutes of. 15-th World Congress of International Association of Institutes of Navigation, Praha, 2015-10-20/2015-10-23. New York: IEEE, 2015. ISBN 978-1-4673-7634-1. DOI [10.1109/IAIN.2015.7352223](https://doi.org/10.1109/IAIN.2015.7352223). (*Hlavní autor, podíl 100%*)
- [B3] Svatoň, J. Vejražka. F.: “Experiments with Reception of IRNSS Satellite Navigation Signals in the S and C Frequency Bands“. In: Activities in Navigation: Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. 11th INTERNATIONAL CONFERENCE TRANSSNAV 2015 ON MARINE NAVIGATION AND SAFETY OF SEA TRANSPORTATION, Gdynia, 2015-06-17/2015-06-19. Leiden: CRC Press/Balkema, 2015. s. 231-236. ISBN 978-1-138-02858-6. DOI [10.1201/b18513-37](https://doi.org/10.1201/b18513-37). (*Hlavní autor, podíl 50%*)

## Publikace autora k tématu práce – další

- [C1] Svatoň, J. Vejražka. F.: “Joint Estimator for Acquisition of GNSS Primary and Secondary Code with Pre-correlation Coherent Accumulation“. In: Proceedings of the 16th IAIN World Congress 2018. The 16th IAIN World Congress 2018, Chiba, 2018-11-28/2018-12-01. Japan Institute of Navigation, 2018. s. 27-32. Dostupné z: <https://iain2018.org/proceedings/>
- [C2] Svatoň, J. Vejražka, F., Kubalík, P., Schmidt, J.: “Proposal of a Memory Architecture for Pre and Post-Correlation coherent Processing of GNSS Signal with SoC based Acquisition Unit“. In: Proceedings of the 6th Prague Embedded Systems Workshop. The 6th Prague Embedded Systems Workshop, Roztoky u Prahy, 2018-06-28/2018-06-30. ČVUT v Praze, Fakulta informačních technologií, 2018. s. 21-25. ISBN 978-80-01-06456-6. Dostupné z: [http://pesw.fit.cvut.cz/2018/PESW\\_2018.pdf](http://pesw.fit.cvut.cz/2018/PESW_2018.pdf)
- [C3] Svatoň, J. Vejražka, F., Kubalík, P., Schmidt, J.: “Acquisition of Modern GNSS Signals in SoC ZYNQ with its Limited Computational Resources in Frequency

- Domain”. In: Proceedings of the 5th Prague Embedded Systems Workshop. The 5th Prague Embedded Systems Workshop, Roztoky u Prahy, 2017-06-29/2017-06-30. Praha: ČVUT FIT. Katedra číslicového návrhu, 2017. s. 64-66. ISBN 978-80-01-06178-7. Dostupné z: <http://pesw.fit.cvut.cz/2017/index.php?page=Program>
- [C4] Svatoň, J., Vejražka, F., Kubalík, P., Schmidt, J.: “Methods and Hardware architecture for Multi-constellation GNSS signal acquisition unit in frequency domain”. In: ENC2017\_Programme\_NonCopyright. The European Navigation Conference 2017, Lausanne, 2017-05-09/2017-05-12. Lausanne: The Swiss Institute of Navigation, 2017. s. 252-261. Dostupné z: <http://enc2017.eu/site/downloads/>
- [C5] Svatoň, J. “Perspective of Eastern Global Satellite Navigation Systems”. In: Poster 2015. Praha, 2015-05-14. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2015. ISBN 978-80-01-05728-5.
- [C6] Svatoň, J., Popp, J.: “Multi-constellation GNSS systems, Signals and Receivers”. In: POSTER 2014 - 18th International Student Conference on Electrical Engineering. 18th International Student Conference on Electrical Engineering, Praha, 2014-05-15. Prague: Czech Technical University, 2014. ISBN 978-80-01-05499-4.
- [C7] Svatoň, J., Popp J., VEJRAŽKA, F.: “Multi-constellation GNSS receiver RF hardware”. In: Proceedings of 2014 PEGASUS-AIAA Student Conference. 2014 PEGASUS-AIAA Student Conference, Prague, 2014-04-23/2014-04-25. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2014. ISBN 978-80-01-05459-8.
- [C8] Vejražka, F., Svatoň, J., Popp, J., Kovář, P.: ”Study of the RF Front-end of the Multi-Constellation GNSS Receiver”. In: WEINTRIT, A., ed. Marine Navigation and Safety of Sea Transportation: Advances in Marine Navigation. 10th International Conference TRANSSNAV 2013 on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Gdynia, 2013-06-19/2013-06-21. Gdynia: Gdynia Maritime University, 2013. s. 191-197. ISBN 978-1-138-00106-0. DOI [10.1201/b14961-35](https://doi.org/10.1201/b14961-35).

### **Další publikace autora - práce v databázi WoS**

- [D1] Dobeš, J., Divín, J., Svatoň, J., Vejražka, F.: “Using the Sensitivity Analysis of the Noise Spectral Density and the Sensitivity Analysis of the Noise Figure for Practical Circuit Design”. In: SKELLERN, D. a J. SINGH, eds. Proceedings of the 2014 IEEE International Symposium on Circuits and Systems. The 2014 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Melbourne, 2014-06-01/2014-06-05. Piscataway: IEEE, 2014. s. 1676-1679. ISSN 0271-4310. ISBN 978-1-4799-3432-4. DOI [10.1109/ISCAS.2014.6865475](https://doi.org/10.1109/ISCAS.2014.6865475). (Podíl 15%)

### **Citace v databázi WoS**

[B1] citováno v:

Deng, Z., Jia, B., Tang, S., Fu, X., & Mo, J.: “Fine Frequency Acquisition Scheme in Weak Signal Environment for a Communication and Navigation Fusion System”. *Electronics*, 8(8), 829, 2019.

[B1] citováno v:

Costa, C., Figorilli, S., Proto, A. R., Colle, G., Sperandio, G., Gallo, P., Menesatti, P.: "Digital stereovision system for dendrometry, georeferencing and data management. biosystems engineering", 174, 126-133, 2018.

Arsalan, M., Wu, F.: "LNA design for future S band satellite navigation and 4G LTE applications". Computer Modeling in Engineering & Sciences, 119(2), 249-261, 2019.

[D1] citováno v:

Tagawa, K.: "A statistical sensitivity analysis method using weighted empirical distribution function". In Proc. of the 4th IIAE International Conference on Intelligent Systems and Image Processing (ICISIP2016), pp. 79-84, 2016.