



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební
Katedra mechaniky

Konstitutivní modelování dřeva s využitím mikroskopické analýzy

Constitutive Modeling of Wood Using Microscopic Analysis

DISERTAČNÍ PRÁCE

Ing. Věra Celler

Doktorský studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Pozemní stavby

Školitel: prof. Ing. Pavel Kuklík, CSc.

Praha, 2020



PROHLÁŠENÍ

Jméno doktoranda: Ing. Věra Celler

Název disertační práce: Konstitutivní modelování dřeva s využitím mikroskopické analýzy

Prohlašuji, že jsem uvedenou disertační práci vypracovala samostatně pod vedením školitele prof. Ing. Pavla Kuklíka, CSc.

Použitou literaturu a další materiály uvádím v seznamu použité literatury.

Disertační práce vznikla v souvislosti s řešením projektu SGS15/031/OHK1/1T/11 - Pokročilé numerické modelování v mechanice konstrukcí a materiálů, SGS16/038/OHK1/11 - Pokročilé algoritmy pro numerickou analýzu a modelování konstrukcí a materiálů, SGS17/043/OHK1/1T/11 - Vývoj a aplikace pokročilých algoritmů pro numerickou analýzu a modelování konstrukcí a materiálů.

V Praze, dne 27. ledna 2020.

.....

Ing. Věra Celler
autor práce

Poděkování

Tímto bych chtěla poděkovat zejména mému školiteli panu prof. Ing. Pavlu Kuklíkovi, CSc. za odborné vedení, připomínky, rady a ochotnou spolupráci při vzniku této disertační práce. Dále bych chtěla poděkovat i ostatním členům Katedry mechaniky, kteří mi poskytli cenné rady při vzniku této práce.

Všechny zkoušky a měření byly prováděny v experimentálním centru vědy a komplexní výzkumné instituci v oblasti stavebnictví AdMaS (*Advanced Materials, Structures and Technologies*), která je součástí Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně. Zejména bych chtěla poděkovat panu doc. Ing. Janu Vaněrkovi, Ph.D. za ochotnou spolupráci při měření praktické části práce.

Závěrem je nezbytné poděkovat také za finanční podporu interních grantů ČVUT SGS15/031/OHK1/1T/11 - Pokročilé numerické modelování v mechanice konstrukcí a materiálů, SGS16/038/OHK1/11 - Pokročilé algoritmy pro numerickou analýzu a modelování konstrukcí a materiálů, SGS17/043/OHK1/1T/11 - Vývoj a aplikace pokročilých algoritmů pro numerickou analýzu a modelování konstrukcí a materiálů.

Za stálou podporu a motivaci děkuji svému manželovi Jiřímu.

Abstrakt

Disertační práce analyzuje chování dřeva na základě mikroskopických informací. Cílem je částečně vylepšit a doplnit současné znalosti v jeho konstitutivním modelování. Práce nejprve představuje dřevo z mikroskopické úrovně a popisuje jednotlivé složky. Složky jsou popsány nejen z hlediska tvaru a rozměrů, ale také z hlediska chemického složení. Mikroskopické informace týkající se vlastností dřeva jsou doplněny poznatky získanými nanoindentací. Na základě získaných poznatků jsme si zvolili na makroúrovni fyzikální vztahy popisující ortotropní a transversálně izotropní materiál. Z tohoto pohledu byla analyzována buňka dřeva a vypočteny příčné tahy mezi jednotlivými konstituenty. Vycházejíce z těchto znalostí jsme se zaměřili na vliv příčných tahů při jednoosém tlaku. Vzhledem ke složení dřevního kompositu jsme zanalyzovali vliv MFA (*Micro Fiber Angle*) a jeho vliv na tuhost vzorku. Pro získávání ortotropních parametrů bylo odvozeno analytické řešení popisující matici poddajnosti razníku zatlačovaného do dřeva. Na základě analytických vztahů byla vyhodnocena řada měření. Jejich výhodou je, že získáváme komplexní informace o chování dřevního kompositu, včetně vlivu smyku a příčné kontrakce. Laboratorní testování bylo provedeno za účelem ověření analytické studie a odvozených vzorců. Můžeme konstatovat, že naše výsledky jsou v souladu s publikovanými výsledky jiných vědců, jak jsme ověřili v dostupných publikacích. Získané výsledky jsou velmi zajímavé a vyzývají k dalšímu komplexnímu studiu do budoucna.

Klíčová slova

Dřevo, makroskopická stavba dřeva, mikroskopická stavba dřeva, konstitutivní modelování, dřevní vlákno, buňka dřeva, nanoindentace, ortotropní materiál, příčně transversálně izotropní materiál, celulóza, hemicelulóza, lignin, analytický model, numerický model, úhel mikrofibřil, tlakové zkoušky, modul pružnosti dřeva

Abstract

The doctoral thesis analyzes the wood behavior on the base of microscopic information. The aim is to partially improve and complete the current knowledge on its constitutive modeling. At first the work introduces the wood from the microscopic level describing all constituents. The constituents are described not only from the shape and dimensions, but they are described from the chemical composition as well. Microscopic information concerning wood properties is complemented by the knowledge obtained by nanoindentation. Constitutive relations describing orthotropic and transversally isotropic material were chosen based on the acquired knowledge. From this perspective, the wood cell was analyzed and the transverse tensions between the constituents were calculated and analyzed. This effect was studied consequently on the uniaxial compression tests. We have analyzed the influence of MFA (Micro Fiber Angle) on stiffness of the tested wood sample. As the summary of the study was proposed the formula describing the effect of the MFA angle on the stiffness of wood composite. The analytical solution describing matrix of compliance of the punch pressed into the timber was derived to obtain its orthotropic parameters. Several measurements were carried out based on this analytical solution. The advantage is that we get comprehensive information including the effect of the shear and transverse contraction on the behavior of the wood composite. Laboratory testing were carried out to validate analytical study and derived formulas. We can state that our results are in line with the published results of other scientists available in the literature. But anyway, the obtained interested results call for continuing study in future.

Keywords

Wood, timber, macroscopic analysis, microscopic analysis, constitutive modeling, wood fiber, wood cell, nanoindentation, orthotropic material, transversally isotropic material, laboratory testing, cellulose, hemicellulose, lignin, analytical modeling, numerical modeling, microfibril angle, compression tests, orthotropic parameters of wood

Obsah

1	Úvod	1
2	Výzkum ve světě	2
3	Vlastnosti dřeva	3
3.1	Chemické složení dřeva	3
3.2	Strukturální úroveň dřeva	4
3.3	Makroskopická stavba dřeva.....	4
3.3.1	Kambium	5
3.3.2	Bělové dřevo	5
3.3.3	Jádrové dřevo	6
3.3.4	Juvenilní dřevo	6
3.3.5	Dřeň	6
3.3.6	Letokruhy.....	6
3.3.7	Přirozené vady dřeva viditelné okem	6
3.4	Mikroskopická stavba dřeva	7
3.4.1	Buňky dřeva.....	8
3.4.2	Typy buněk	9
3.4.3	Mikroskopická stavba jehličnatých dřevin	9
3.4.4	Mikroskopická stavba listnatých dřevin.....	11
4	Nanoindentace.....	13
4.1	Nanoindentační test	14
4.1.1	Výsledky nanoindentační zkoušky.....	15
5	Teoretická východiska.....	16
5.1	Tenzor malých deformací	16
5.2	Cauchyho tenzor napětí	17
5.3	Fyzikální rovnice.....	18
5.4	Vztah mezi tenzorem napětí a tenzorem deformací.....	19
5.5	Ortotropní materiál	20
5.6	Transverzálně izotropní materiál.....	21
6	Buňka dřeva	22
6.1	Idealizace příčného řezu	22
6.2	Model buňky dřeva.....	23
6.3	Rovnovážné pole posunutí transverzálně izotropního pružného tělesa.....	26

6.4	Analytický výpočet.....	29
6.5	Verifikace numerickým výpočtem.....	34
6.6	Porovnání analytických a numerických výsledků.....	35
7	Prostá tlaková zkouška	36
7.1	Rozměry a tvar zkušebních vzorků	36
7.2	Průběh zkoušky	37
7.3	Výsledky zkoušky	39
7.4	Vyhodnocení zkoušky	41
8	Vliv úhlu mikrofibril (MFA) ve struktuře dřeva.....	42
8.1	Závislost mechanických vlastností zjištěných pomocí nanoindentace.....	44
8.2	Podélná redukce tuhosti ovlivněná MFA	46
9	Ověřování ortotropních parametrů dřeva.....	49
9.1	Zjednodušené řešení elastické vrstvy užitím Westergardových předpokladů.....	49
10	Testování dřeva v příčném směru užitím razníků	53
10.1	Zkušební vzorky série 1	54
10.1.1	Rozměry a tvar zkušebních vzorků	54
10.1.2	Průběh zkoušky	54
10.1.3	Výsledky zkoušky	56
10.2	Zkušební vzorek série 2	57
10.2.1	Rozměry a tvar zkušebních vzorků	57
10.2.2	Průběh zkoušky.....	57
10.2.3	Výsledky zkoušky	58
10.3	Zkušební vzorek série 3	59
10.3.1	Rozměry a tvar zkušebních vzorků	59
10.3.2	Průběh zkoušky.....	59
10.3.3	Výsledky zkoušky	60
10.4	Určení parametrů dřeva na základě provedených výzkumů.....	61
10.5	Zpětná analýza užitím teorie pružné vrstvy.....	61
10.6	Parametrická studie	63
10.6.1	Proměnný parametr - Modul pružnosti rovnoběžně s vlákny.....	63
10.6.2	Proměnný parametr - Modul pružnosti ve smyku.....	66
10.6.3	Proměnný parametr - Poissonovo číslo	68
11	Porovnání tlakových zkoušek.....	70

11.1	Materiálové zkoušky na ČVUT	70
11.2	Porovnání tlakových zkoušek rovnoběžně s vlákny	72
11.3	Porovnání tlakových zkoušek kolmo na vlákna.....	72
12	Závěr	74
12.1	Shrnutí výsledků.....	74
12.1.1	Obecné shrnutí	74
12.1.2	Analytický a numerický model.....	74
12.1.3	Experimentální část.....	74
12.1.4	Zpětná analýza	75
12.2	Náměty pro další výzkum.....	75
13	Publikační činnost.....	77
14	Seznam použité literatury.....	79
15	Seznam použitých softwarů.....	82
16	Seznam obrázků.....	83
17	Seznam tabulek.....	85
18	Přílohy	86
18.1	Analytické řešení - data programu Excel.....	86
18.2	Verifikace numerickým výpočtem - data programu Ansys.....	91
18.3	Výpočet napětí v tlaku σ_x a modulu pružnosti v tlaku rovnoběžně s vlákny E_x pro vzorky A a B.....	94
18.4	Určení lineární oblasti programem FitData 2.0 a výpočet modulu pružnosti E	95
18.4.1	Zkušební série 1	95
18.4.2	Zkušební série 2	107
18.4.3	Zkušební série 3	109
18.5	Zpětná analýza - data programu Excel	115
18.6	Zpětná analýza - proměnné parametry	117
18.6.1	Modul pružnosti rovnoběžně s vlákny	117
18.6.2	Modul pružnosti ve smyku	119
18.6.3	Poissonovo číslo.....	121

1 Úvod

Dřevo je jedním z nejčastěji používaných stavebních materiálů jak ve starověké, tak i v moderní inženýrské výstavbě. Je to živý materiál, kterému v přírodě náleží velice specifické postavení a vzhledem k důležité roli na něj nemůžeme pohlížet jako na pouhou přírodní surovinu, aniž bychom o něm neřekli alespoň něco více.

V dnešní době se musíme ve všech odvětvích lidské činnosti zabývat možnostmi, jak méně zatěžovat životní prostředí, jak produkovat méně skleníkových plynů a jak hospodárně zacházet s energetickými zdroji. U stavebních materiálů se posuzují emise CO₂ a SO₂, z těchto a dalších hledisek je dřevo ve srovnání s ostatními stavebními materiály, jako je beton, ocel nebo cihla, jednoznačně nejekologičtějším stavebním materiálem.

Dřevo je jediný zcela obnovitelný materiál, po jeho vytěžení nám na stejném místě při minimální vložené energii vyroste za 100 let nová surovina, a navíc je při dnešních technologiích možné využít celou škálu dřevního odpadu bez jakýchkoliv zbytků. Zátěž životního prostředí při těžbě a zpracovávání dřeva je mnohokrát nižší než při těžbě a zpracování železné rudy, cihlářské hlíny, štěrku, písku nebo vápence.

Každý druh dřeva se vyznačuje specifickými vlastnostmi, barvou a odolností. Vlastnosti tohoto přírodního materiálu se také liší v závislosti na způsobu použití. Stromy jsou takřka ve všech místech naší planety. Všude se dokázaly vyvinout a přizpůsobit danému prostředí. Různé podmínky, rozdíly ve složení půdy vedly ke vzniku velkého množství čeledí a druhů.

Pro lepší pochopení dřeva je ale nezbytné se nejprve podrobněji podívat, jak stromy vlastně rostou a jakou mají anatomii. Stále existuje rozdíl mezi chápáním dřeva v chování na mikro a makro úrovni. Dřevo má složitou strukturu a podobně jako u jiných živých rostlin či tvorů, představuje i v tomto případě základní stavební jednotku buňka.

2 Výzkum ve světě

Možnosti současné výpočetní techniky jsou limitovány vstupními parametry numerických modelů. Proto musí být věnována pozornost konstitutivnímu modelování a verifikaci jednotlivých modelů, dřevo nevyjímaje. Z toho vyplývá nezbytnost popisu chování buňky dřeva a podrobná analýza všech skutečností, které toto chování ovlivňují.

Při modelování dřeva je třeba vzít v úvahu chování jednotlivých konstituentů a jejich vzájemnou interakci. Mimořádnou úlohu u modelů dřeva sehrává příčná kontrakce a vliv příčných tahů na jeho porušování, čemuž musí být věnována pozornost v numerickém modelování a jeho laboratorní verifikaci. Vliv příčných tahů, vznikajících zejména na rozhraní jednotlivých složek dřeva, nebyl dosud uspokojivě popsán. Stanovení materiálových parametrů konstituentů dřeva včetně experimentů k jejich ověření musí být nadále věnována pozornost.

V současné době se ve světě řeší následující základní úlohy popisu chování dřeva:

- rozvoj ortotropních konstitutivních zákonů pro dřevo
- nelineární modelování dřeva v MKP
- popis módů porušení pomocí izotropních modelů porušení
- rozvíjí se modelování dřeva jako kompozitu

3 Vlastnosti dřeva

3.1 Chemické složení dřeva

Dřevo je přírodní organický buněčný materiál. Chemické složení je u všech dřevin přibližně stejné [1].

Průměrně se udává:

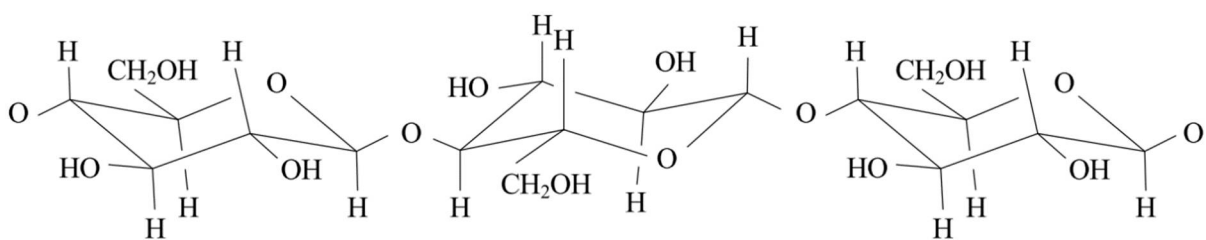
- uhlík (C) 49,5 %
- kyslík (O) 44,2 %
- vodík (H) 6,1 %
- dusík (N) 0,2 %

Dřevo je tvořeno třemi základními složkami, které mají charakteristické vlastnosti a ovlivňují vlastnosti dřeva [2].

Patří sem:

- celulóza 40 - 50 % hmotnosti
- hemicelulóza 20 - 30 % hmotnosti
- lignin 25 - 30 % hmotnosti

Na *obr. 1* je znázorněno schéma části molekuly celulózy. Dřevo je vysoce anizotropní materiál. Anizotropie vyplývá z rozdílných velikostí buněk v průběhu růstového období [2].



Obr. 1 - Část molekuly celulózy

3.2 Strukturální úroveň dřeva

Stavba dřeva se rozlišuje dle měřítka a zkoumání [3] na:

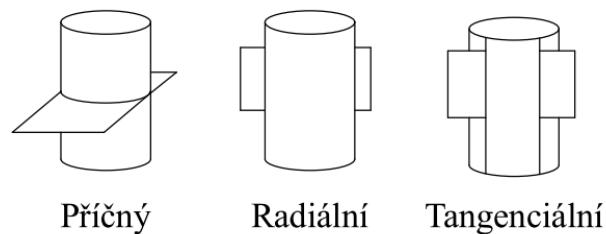
- makroskopickou - vše, co lze pozorovat pouhým okem, případně pomocí zvětšovacího skla
- mikroskopickou - úroveň buněk, pro pozorování je nutný mikroskop
- submikroskopickou - pozorování odlišností v konkrétní stavbě buněčné stěny

3.3 Makroskopická stavba dřeva

Makroskopickou stavbou dřeva rozumíme vše, co lze u dřeva pozorovat pouhým okem [3]. Při makroskopické prohlídce jednotlivých řezů dřeva můžeme pozorovat základní strukturální části, které se však nemusí vyskytovat u každého druhu, jako jsou např. letokruhy, cévy, dřevné paprsky, jádro, vyvržené dřevo, aj. [2], [3], [5].

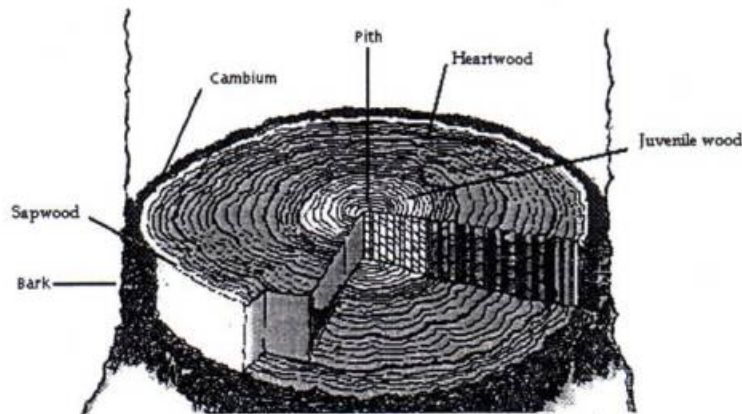
Pro určení jednotlivých druhů dřev je nutné znát základní řezy kmene dle [3], znázorněno na *obr. 2*:

- příčný řez - kolmý k ose kmene
- radiální řez - veden středem kmene
- tangenciální řez - rovnoběžný s osou kmene v určité vzdálenosti od středu kmene



Obr. 2 - Schematické znázornění základních řezů

Pro pochopení chování dřeva je vhodné se na začátek seznámit se základní stavbou kmene stromu. Na obr. 3 je zobrazen průřez kmene stromu s jeho hlavními růstovými částmi [4].



Obr. 3 - Průřez kmene stromu [4]

*Bark - Kůra, Cambium - Kambium, Sapwood - Bělové dřevo,
Heartwood - Jádrové dřevo, Juvenile wood - Juvenilní dřevo, Pith - Dřeň*

Kůra

Kůra je vnější povrchová vrstva, která obklopuje kmen a chrání ho proti požáru, teplotě a poškození. Vzhled kůry závisí na stáří stromu. Mladé stromy mají hladkou kůru, staré stromy naopak hrubou kůru. Kůra dospělých stromů má dvě vrstvy, které přechází plynule jedna v druhou. Vnější odumřelá vrstva, tzv. borka, chrání dřevo proti mechanickému poškození a atmosférickým vlivům, vnitřní vrstva přilehlá těsně ke kambiu, se nazývá lýko a vede a ukládá organické látky. Kůra každoročně přirůstá, ale přírůstky jsou velmi malé. V závislosti na druhu a stáří stromu představuje kůra 6 - 25 % průřezu kmene [3], [4].

3.3.1 Kambium

Kambium se nachází mezi vnitřní kůrou a bělovým dřevem, zajišťuje růst kmene, vytváří lýko a dřevo. V kambiu vznikají nové buňky dřeva, které rostou směrem dovnitř kmene stromu, a nová kůra roste směrem k okraji kambia. Okem je kambium neviditelné, tloušťka se pohybuje okolo 30 - 60 mikrometrů [3], [4].

3.3.2 Bělové dřevo

Bělové dřevo, tzv. běl je vnější část dřeva, která přiléhá ke kambiu. Jeho funkce je vést vodu v nově vytvořených svislých kanálcích od kořene k větvím a ukládání zásobní látky. Rozsah běle je u jednotlivých dřevin různá, např. u akátka 3 - 5 letokruhů, za to u borovice 60 a více letokruhů [3], [4].

3.3.3 Jádrové dřevo

Jádro je středová část dřeva, vzniká stárnutím živých buněk a ucpáváním vodivých elementů - cév a cévic tzv. jádrovými látkami. Jádrové dřevo rozeznáme od bělového dřeva podle tmavší barvy. Jádro má větší hustotu než běl a také nižší hodnoty sesychání a bobtnání. Buňky jádrového dřeva již nerostou [3], [4].

3.3.4 Juvenilní dřevo

Juvenilní dřevo je nejmladší dřevo stromu, které se vyskytuje blízko středu kmene stromu. Má méně výraznou texturu dřeva a nižší hustotu, která je způsobena širokými letokruhy s nízkým podílem letního dřeva. Obecně tvoří juvenilní dřevo velmi malou část průřezu kmene stromu [3], [4].

3.3.5 Dřeň

Dřeň se nachází v samém středu kmene stromu, je to tmavá porézní vrstva paprskovitého nebo kruhovitěho tvaru, v začátku života stromu se podílí na transportu vody, má nízké mechanické vlastnosti a vznikají v ní tzv. dřeňové trhliny, což jsou trhliny, které se šíří ze středu kmene a postupují radiálně směrem k povrchu [3], [4].

3.3.6 Letokruhy

Letokruh je vrstva dřeva vytvořená za jeden rok. U dřevin jsou letokruhy dobře rozlišitelné, protože se skládají ze dvou rozdílných vrstev - jarního a letního dřeva. Jarní dřevo je tvořeno z buněk velkých, tenkostěnných bohatých na vodu, proto je světlé a řídké. Letní dřevo je tvořeno z buněk menších, užších, více zploštělých, tlustostěnných, proto je hustší a tmavší barvy. Podle základních makroskopických znaků letokruhů se dřeviny dělí do čtyř základních skupin: jehličnaté dřeviny (smrk, borovice, modřín, jedle), listnaté dřeviny kruhovitě cévnaté (dub, akát, jasan, kaštanovník), listnaté dřeviny polokruhovitě cévnaté (ořešák, třešeň, slivoň aj.) a listnaté dřeviny roztroušeně cévnaté (buk, bříza, olše, habr, atd.) [3], [4].

3.3.7 Přírozené vady dřeva viditelné okem

Dřevo má vynikající vlastnosti, jestliže je rovnoměrně a pravidelně rostlé, bez suků a zdravé. Vady vznikají během růstu stromu i ve stromu pokáceném a zpravidla zhoršují kvalitu dřeva [3].

Suky

Suk se zařazuje do růstové vady dřeva a patří k nejčastějším vadám, jedná se o základ živých anebo o pozůstatek odumřelých větví. Suky se vyskytují u všech dřevin, jednotlivě či ve skupinách. Podle velikosti suky dělíme na velké o průměru větším než 40 mm, střední o průměru 15 - 40 mm a malé o průměru menším než 15 mm [3].

Trhliny

Trhliny dělíme podle vzniku do dvou skupin: trhliny vzniklé v živém stromu a trhliny v pokáceném stromu. V živém stromu se mohou vyskytovat trhliny dřeňové, mrazové a odlupčivé a v pokáceném stromu trhliny výsušné. Podle směru vláken rozlišujeme trhliny radiální a tangenciální [3].

Další vady

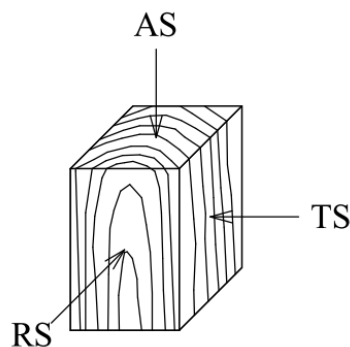
Mezi další vady patří např. vady tvaru kmene, poškození dřeva houbami, hmyzem a rostlinami a vady způsobené poraněním kmene [3].

3.4 Mikroskopická stavba dřeva

Mikroskopickou stavbu dřeva lze pozorovat při 150 - 200 násobném zvětšení na mikroskopických preparátech a tvoří ji řada různých buněk uspořádaných v podobě letokruhů. Dřevo zkoumáme ve třech základních směrech a řezech [3].

Základní směry ve kmeni jsou znázorněny na *obr. 4*, rozlišujeme [3]:

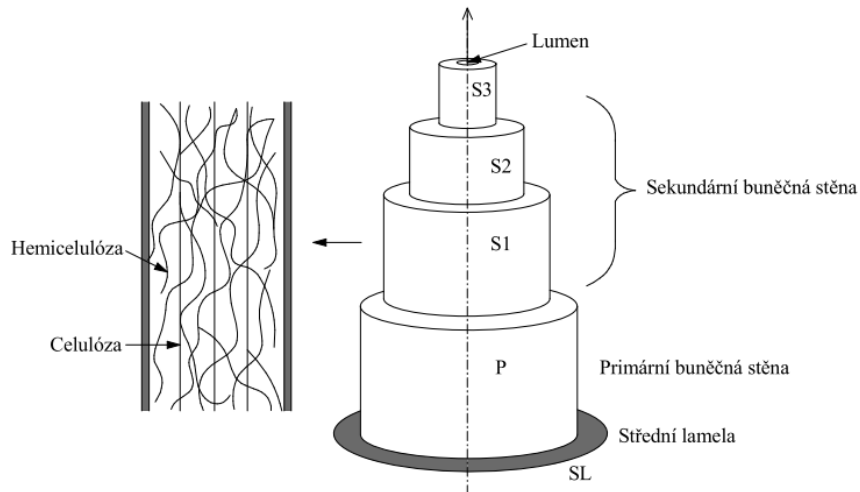
- axiální směr (AS) - rovnoběžný s podélnou osou kmene
- radiální směr (RS) - vedený ve směru dřeňových paprsků a je kolmý na plochu tangenciálního řezu
- tangenciální směr (TS) - směr tečny k letokruhům a je kolmý na plochu radiálního řezu



Obr. 4 - Základní směry ve kmeni

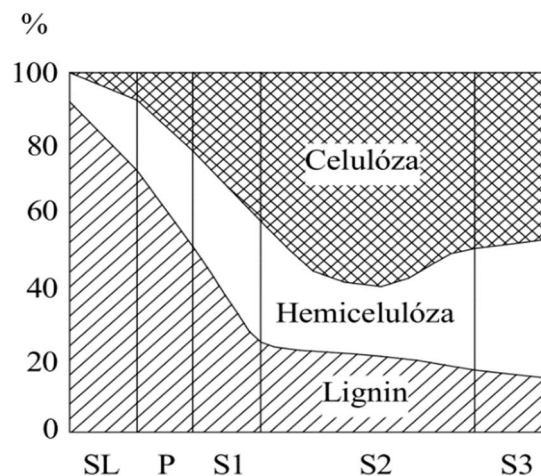
3.4.1 Buňky dřeva

Buňky dřeva jsou tvořeny buněčnou stěnou a buněčnou dutinou (tzv. lumenem). Buněčná stěna dřeva je souvrství submikroskopicky a chemicky odlišných vrstev ukládaných postupně směrem dovnitř buňky v tomto pořadí: střední lamela (*SL*), primární buněčná stěna (*P*), sekundární buněčná stěna (*S*) a lumen (*L*) [5]. Stavba buněčné stěny je znázorněna na *obr. 5*.



Obr. 5 - Schéma struktury buněčné stěny

Střední lamela (*SL*) tzv. mezibuněčná hmota spojuje buňky dřeva a v průměru obsahuje okolo 80 % ligninu, zbytek tvoří pektiny. Primární buněčná stěna (*P*) se od střední lamely odlišuje strukturálně, chemicky je jí však velmi podobná, obsahuje 7 - 15 % celulózy a mikrofibryly jsou v ploše buněčné stěny uspořádány nepravidelně a tvoří síťovanou strukturu. Sekundární buněčná stěna (*S*) je tvořena hlavně celulózou, je trojvrstvá (vnější, střední a vnitřní). Jednotlivé vrstvy se mezi sebou liší submikroskopickou strukturou a chemickým složením. Přibližný podíl celulózy, hemicelulózy a ligninu ve vrstvách buněčné stěny je graficky znázorněn na *obr. 6* [5].



Obr. 6 - Chemické složení v jednotlivých vrstvách buněčné stěny

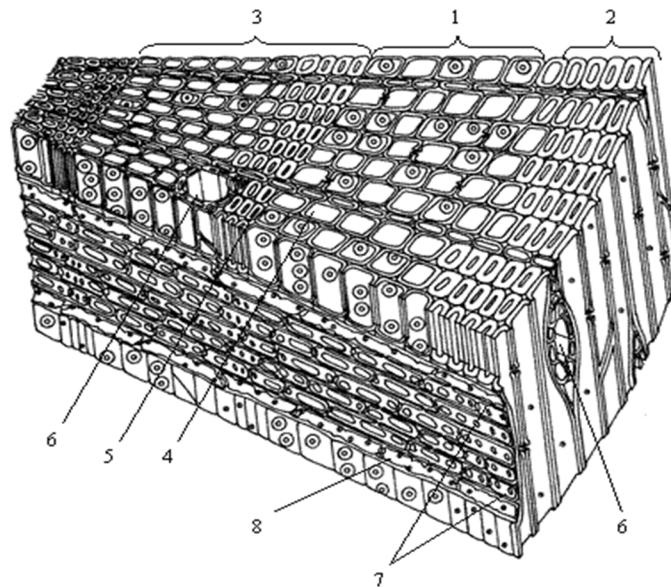
3.4.2 Typy buněk

Dřevo se skládá z buněk, které v průběhu života stromu plní různé funkce. Podle jejich funkce rozlišujeme tři typy buněk [2], [6]:

- parenchymatické buňky - vyživovací vodivé elementy
- sklerenchymatické buňky - vyztužovací buněčné elementy
- cévy - vodivé buněčné elementy (tracheje - pravé cévy, tracheidy - cévice)

3.4.3 Mikroskopická stavba jehličnatých dřevin

Dřevo jehličnatých dřevin, *obr. 7*, je tvořeno z následujících typů buněk: tracheiny (cévice) a parenchymatické buňky, což jsou vyživovací vodivé a zásobní buněčné elementy [6].



Obr. 7 - Prostorové znázornění anatomické stavby jehličnatého dřeva [6]

*1 - jarní dřevo, 2 - letní dřevo, 3 - letokruh, 4 - jarní tracheida, 5 - letní tracheida,
6 - pryskyřičný kanálek, 7 - dřevňový paprsek, 8 - příčná tracheida*

Tracheidy jsou protáhlé buňky s různým zakončením (oblé, špičaté, vidličkovité aj.), které mají rozdílnou funkci i stavbu v jarním a letním dřevě. Rozměry tracheid a tloušťky buněčných stěn závisí na jejich poloze v rámci letokruhu, stáří stromu a poloze ve kmeni. Tvar a rozmístění tracheid jsou důležitým diagnostickým znakem. Tracheidy jsou ve dřevě většinou uloženy vertikálně. Na příčném řezu mají zpravidla 4 - 6 úhelníkový tvar se zřetelným rozlišením jarních a letních tracheid. Výměnu látek mezi tracheidy umožňují dvojtečky, *obr. 8*, mezi tracheidou a parenchymatickou buňkou poloviční dvojtečky [2], [6].

Jarní tracheidy jsou tenkostěnné buňky se širokým lumenem a s četnými dvojtečkami. Šířka letních tracheid bývá okolo 0,04 mm, tloušťka buněčných stěn v rozmezí 2 - 3 μm [2], [6].

Letní tracheidy jsou tlustostěnné buňky vřetenovitého tvaru s ostrým zakončením a úzkými lumeny, které plní mechanickou a vyztužovací funkci. Tloušťka buněčné stěny letních tracheid je 3-7 μm . Šířka v tangenciálním stavu je srovnatelná s jarními tracheidami, v radiálním směru je menší, asi 0,02 mm. Letní tracheidy se začínají vytvářet na konci jarního období a přechod mezi zónou jarního a letního dřeva může být náhlý nebo pozvolný v závislosti na druhu dřeviny [2], [6].



Obr. 8 - Dvojtečky na radiální stěně tracheid borového dřeva, zvětšeno 400 x [6]

Na buněčných stěnách tracheid některých jehličnanů (např. tis) jsou viditelné šroubovitě ztlustěnin, *obr. 9*, které jsou pro některé druhy jehličnanů charakteristické [2], [6].



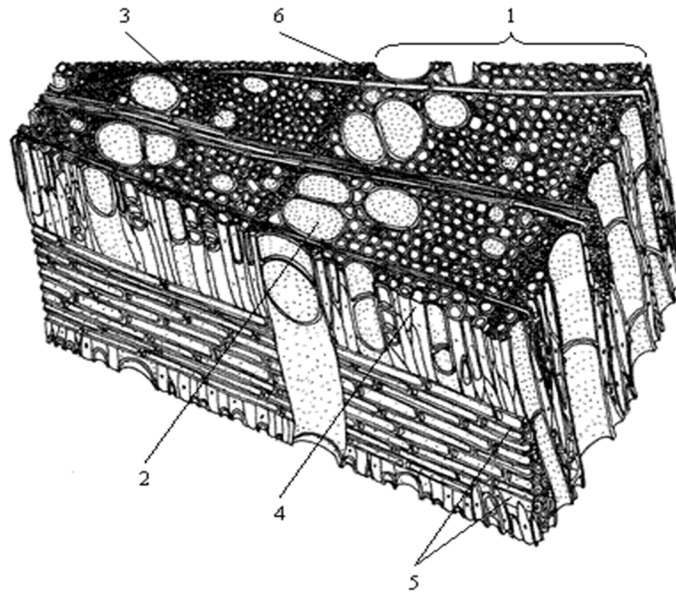
Obr. 9 - Tis, radiální řez, zvětšeno 200 x [6]

Parenchymatické buňky jehličnanů mají obdélníkový tvar (šířka 10 - 15 μm a délka 40 - 70 μm), slouží k vedení a ukládání zásobních látek (např. škrobu, tuků, bílkovin). Parenchymatické buňky se podílejí na stavbě dřevných paprsků a pryskyřičných kanálků. Jehličnany, které neobsahují pryskyřičné kanálky, mají dřevové paprsky zpravidla jednovrstvé, naopak jehličnany s pryskyřičnými kanálky obsahují dřevové paprsky jednovrstvé a vícevrstvé [2], [6].

3.4.4 Mikroskopická stavba listnatých dřevin

Dřevo listnatých dřevin je tvořeno větším počtem různých buněk, které jsou více specializovány a přizpůsobeny své funkci při porovnání s buňkami jehličnatých dřevin [2], [7].

Stavba listnatého dřeva je složitější, *obr. 10*, jelikož obsahuje specializované elementy, jako jsou cévy (tracheje), cévice (tracheidy), libriformní buňky (dřevní vlákna) a parenchymatické buňky [2], [7].



Obr. 10 - Prostorové znázornění anatomické stavby listnatého dřeva [7]

1 - letokruh, 2- jarní céva, - letní céva, 4- libriformní vlákno,

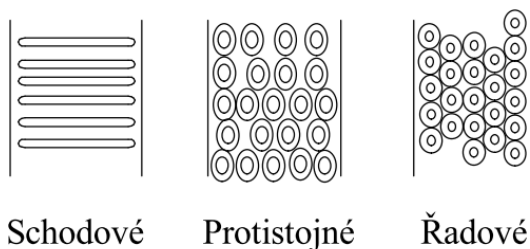
5 - dřeňový paprsek, 6 - podélný parenchym

Cévy jsou uloženy ve směru podélné osy kmene a jsou typickými vodivými elementy listnatých dřevin. Jejich zastoupení je u různých listnatých dřevin rozdílné, např. u javoru tvoří 4 - 8 %, u habru 10 - 15 % a u topolu a buku 22 - 37 % z celkového objemu dřeva [7].

Cévy jsou různě dlouhé tenkostěnné rourky vytvořené z vertikální řady krátkých buněk, vytvářejí dlouhé kanálky, jejichž délka zpravidla nepřevyšuje 10 mm. Tam, kde jsou příčné přehrádky, cévy končí. Zbytky příčných přehrádek se nazývají perforace a mohou být různého typu [7]:

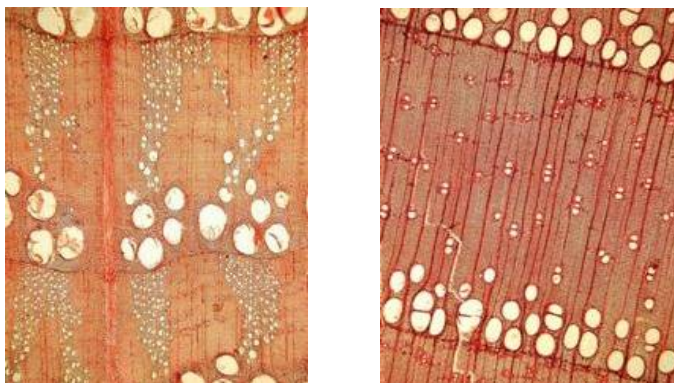
- jednoduché perforace
- složené perforace

Na stěnách cév se nacházejí dvůrkaté ztenčeniny - dvojtečky, *obr. 11*, které vytvářejí různé seskupení. Mezi cévami a parenchymatickými buňkami jsou tzv. poloviční dvojtečky, na straně parenchymatické buňky - tečka, na straně cévy - dvojtečka [2], [7].



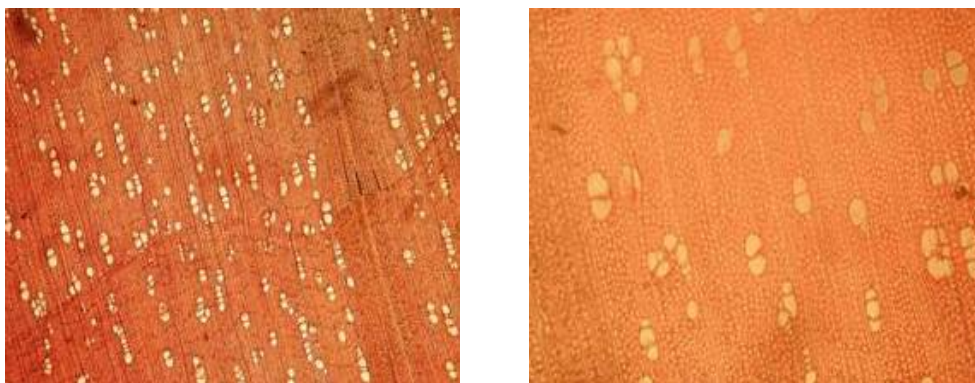
Obr. 11 - Uspořádání dvojteček na stěnách cév

Kruhovitě pórovité dřeviny, *obr. 12*, mají v jarním dřevě lokalizované tenkostěnné široké cévy, jejich průměr je často okolo 0,2 - 0,4 mm a délka 0,23 - 0,49 mm. V letním dřevě jsou cévy mnohem užší, cca 0,03 - 0,04 mm a délky zhruba 0,27 - 0,58 mm [2], [7].



*Obr. 12 - Kruhovitě pórovité dřeviny, příčný řez, zvětšeno 40 x
příčný řez dubem (vlevo), příčný řez jasanem (vpravo) [7]*

Roztroušeně pórovité dřeviny se vyznačují cévami s rovnoměrnou velikostí, *obr. 13*. Nelze odlišit jarní a letní cévy. Šířka cév se pohybuje okolo 0,02 - 0,15 mm a délka v rozpětí 0,2 - 0,8 mm [2], [7].



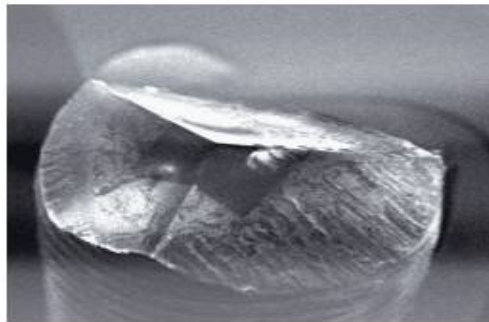
Obr. 13 - Habr, zvětšeno 40 x (vlevo), 100 x (vpravo) [7]

4 Nanoindentace

Nanoindentace je přímá metoda pro měření mikromechanických vlastností. Princip spočívá v zatlačování hrotu, většinou diamantu do materiálu na úrovni mikrometru (μm) až nanometru (nm) [8]. Pro nanoindentační testy existuje celá řada hrotů různých geometrií. Hrot má velmi malé rozměry a aplikovaná síla tak působí na velmi malé ploše. Dnes jsou nejčastěji používány hroty tvarů pyramidy. Nejčastěji používána je Berkovichova pyramida, *obr. 14*, což je trojboký jehlan vytvořený z diamantu, jehož poloměr je v rozmezí 50 - 100 nm. Dále je to např. Vickersova pyramida tvořena čtyřbokým jehlanem [9].

Nanoindentaci lze provádět ve statickém režimu, kdy indentační hrot během měření nekmitá nebo v dynamickém režimu, kdy je na hrot během indentace vkládána periodická oscilační síla a analogicky k tradiční DMA (dynamická mechanická analýza) se získá kompletní modul pružnosti [9].

Vlastní vzorek se testuje pomocí indentačního hrotu se známými a dlouhodobě neměnnými vlastnostmi. Indentační hrot a vlastní indentační zařízení se nejdříve nakalibrují měřením materiálu se známými vlastnostmi a poté se provádí měření studovaných vzorků. Toto měření tak uživateli poskytuje absolutní hodnoty měřených veličin (lokální tvrdost, lokální modul pružnosti, lokální adhezivní síly atd.) [9].



Obr. 14 - Diamantový nanoindentační hrot typu Berkovich [9]

4.1 Nanoindentační test

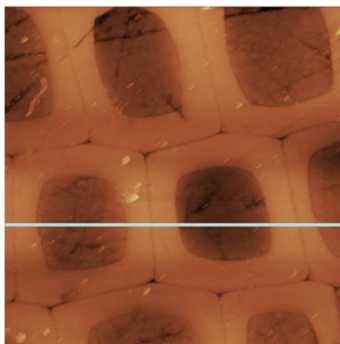
Nanoindentační test byl proveden na ČVUT v Praze. Věnoval se stanovení nano/mikro mechanických a mikrostrukturálních parametrů stavebního dřeva, vzhledem k různé orientaci vláken. Popisuje možnosti zjištění nano parametrů pomocí nanotechnologie. Na základě znalosti materiálových a strukturálních parametrů na nano/mikro úrovni je možné navrhnout mikromechanický model, který může být využit k návrhu a také k optimálnějšímu využití materiálu na bázi dřeva [10].

Testovaný vzorek pocházel ze smrkového LLD (*Lepené lamelové dřevo*). Vnitřní struktura dřevěných buněk pro jarní a letní dřevo byla získána pomocí AFM technologie, která se používá k trojrozměrnému zobrazování povrchů [10].

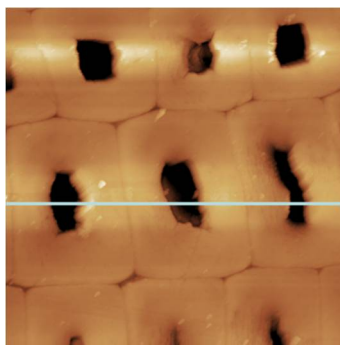
Na *obr. 15* je vidět, že buňka jarního dřeva je tenkostěnná s tloušťkou buněčné stěny 2 - 3 μm a velkým vnitřním prostorem, tzv. lumenem [10].

Letní buňka, *obr. 16*, je tlustostěnná, má větší hustotu a plní vyztužovací funkci [10].

Tloušťka buněčné stěny letní buňky se pohybovala od 3 - 7 μm . Na buňkách jarního dřeva byl testován také vnitřek buňky tzv. lumen a u letního dřeva, vzhledem k tomu, že lumen byl poničený, byla testována pouze buněčná stěna [10].



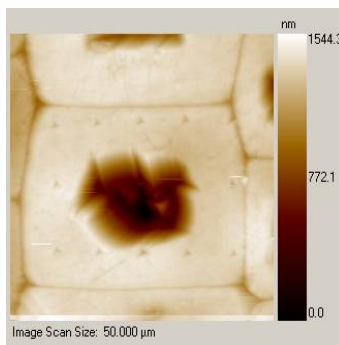
Obr. 15 - AFM snímek jarního dřeva [10]



Obr. 16 - AFM snímek letního dřeva [10]

U obou typů dřevěných buněk trvala funkce zatížení po dobu 5 sekund a maximální přípustné zatížení bylo v obou případech 400 μN [10].

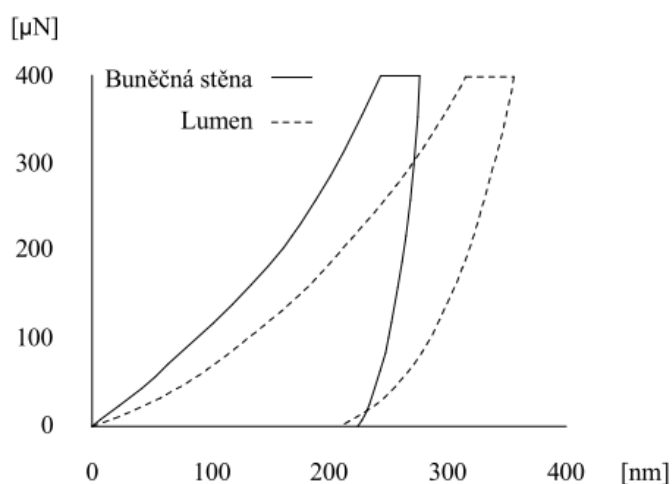
Na *obr. 17* je vidět matice vpichu na jedné z pozic, vpichy byly od sebe vzdáleny 3 μm , aby se výsledky jednotlivých vpichů neovlivňovaly [10].



Obr. 17 - Matice vpichu letní buněčné stěny [10]

4.1.1 Výsledky nanoindentační zkoušky

Výsledkem statického zatěžování byl soubor indentačních křivek, *obr. 18*. Tyto křivky udávají odezvu materiálu a závislost kontaktní hloubky vpichu na zatěžující síle. Průměrná kontaktní hloubka vpichu se pohybovala okolo 222 nm pro buňky letního dřeva a 270 nm pro buňky jarního dřeva. Na lumenu byla kontaktní hloubka okolo 324 nm [10].



Obr. 18 - Diagram typického zatížení buněčné stěny a lumenu jarního dřeva

Modul pružnosti byl vyhodnocen pomocí standardní metody Oliver a Pharr (pomocí analýzy byla spočtena kontaktní hloubka). Elastický modul buněčné stěny letní buňky vyšel 12,9 GPa, což je o 26 % více než elastický modul buněčné stěny jarní buňky, který vyšel 10,2 GPa. Mechanické vlastnosti lumenu byly testovány vzhledem k jeho struktuře pouze u jarní buňky. Elastický modul lumenu jarní buňky, který plní pouze vyživovací funkci byl 3,1 GPa [10].

5 Teoretická východiska

Tato kapitola se zabývá popisem stavu deformace a napětí. Fyzikální vlastnosti materiálu jsou popsány obecným Hookovým zákonem, přičemž je uvažováno ortotropní a transverzálně izotropní chování materiálu.

V kartézském souřadném systému jsou posuny zapsány pomocí tří funkcí posunutí: $u=u(x,y,z)$, $v=v(x,y,z)$, $w=w(x,y,z)$, ve vektorové formě $\{u\} = \{u, v, w\}$.

Úkolem analýzy, v deformační variantě řešení, je vyřešit vektor pole posunutí. Ten se standardně hledá pomocí geometrických a fyzikálních rovnic a finálně podle rovnic rovnováhy. Řídícím principem deformační metody je rovnováha, kterou můžeme požadovat v diferenciální formě, Cauchyho rovnice rovnováhy, nebo v integrální, Lagrangeův princip virtuálních posunutí.

5.1 Tenzor malých deformací

Deformace tělesa je změna tvaru a objemu, jako důsledek zatížení tělesa.

Deformace je popsána složkami tenzoru deformace: $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$

Vztah mezi složkami posunutí a složkami deformací popisují geometrické rovnice. Tyto rovnice, pro případ malých deformací, mají tvar [11]:

- pro poměrná protažení (5.1.1)

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

- pro úhlová přetvoření (5.1.2)

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

Tenzor u malých deformací představuje symetrickou část gradientní matice a jeho složky, v tenzorové notaci, spočteme ze vztahu:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.1.3)$$

V inženýrské praxi využíváme maticový zápis tenzoru malých deformací a píšeme:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (5.1.4)$$

Pro inženýrský zápis konstitutivních vztahů je vhodné uspořádat složky tenzoru malých deformací do sloupcové matice:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]^T$$

5.2 Cauchyho tenzor napětí

Napětí lze zjednodušeně definovat jako „přírůstek síly na infinitezimální plochu“. Takto můžeme definovat devět složek tenzoru napětí, v tenzorové notaci, σ_{ij} .

V inženýrské praxi je běžnější maticový zápis v jedné z následujících podob [11]:

(5.2.1)

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Z podmínky momentové rovnováhy infinitezimálního kvádru plyne jeho symetrie. Nezávislé jsou tedy 3 normálové složky σ_x , σ_y , σ_z a tři složky smykové τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} .

Tenzorově zapsáno $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$.

Složky tenzoru napětí, ze stejných důvodů jako složky tenzoru deformace, je vhodné uspořádat do vektoru:

(5.2.2)

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]^T$$

5.3 Fyzikální rovnice

Představují vztah mezi složkami tenzoru deformace a složkami tenzoru napětí. Pro izotropní pružný materiál jsou složky tenzoru napětí a tenzoru malých deformací svázány obecným Hookeovým zákonem [11].

Skalárně píšeme:

(5.3.1)

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

Za nezávislé parametry můžeme považovat E , Youngův modul pružnosti, a ν , Poissonův součinitel příčné kontrakce. Modul pružnosti ve smyku G je na předchozích dvou parametrech závislý a platí:

(5.3.2)

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

5.4 Vztah mezi tenzorem napětí a tenzorem deformací

(5.4.1)

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

Uvedený tenzorový zápis počítá s využitím Einsteinova sumačního pravidla, kdy přes stejné indexy sčítáme. σ_{ij} jsou složky tenzoru napětí, ε_{kl} jsou složky tenzoru malých deformací. D_{ijkl} popisuje tuhost materiálu, která je obecně popsána tenzorem čtvrté valence [11].

Pro danou nerotující soustavu souřadnic se v inženýrské praxi vžil zápis:

(5.4.2)

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

Zkráceně v maticovém zápisu můžeme psát:

(5.4.3)

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$$

Symbolem \mathbf{D} je označena matice tuhosti materiálu. Pro inverzní matici je zavedeno označení \mathbf{C} , což je matice poddajnosti materiálu a platí [11]:

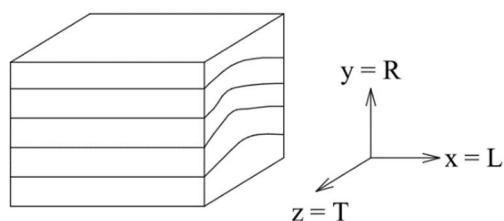
(5.4.4)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{C}^{-1}$$

5.5 Ortotropní materiál

Dřevo je obecně anizotropní materiál, jehož vlastnosti jsou různé ve všech směrech. Vzhledem k buněčné struktuře je postačující zjednodušení pomocí uvažování ortotropie. Ortotropie znamená, že pro popis chování materiálu můžeme zvolit tři na sebe kolmé směry, ve kterých má dřevo výrazně odlišné vlastnosti. Ve směru růstu dřeva směr podélný L (*longitudinal*), vzhledem k růstu kmene směr radiální R (*radial*) a tangenciální T (*tangential*) [13], [14], [15].

Příklad ortotropního materiálu je zobrazen na obr. 19.



Obr. 19 - Ortotropní materiál

Roviny symetrie u ortotropního materiálu mají indexy LR , LT a RT (xy , xz a yz).

Pro popis vztahu mezi napětím a deformací u ortotropního materiálu v souřadnicovém systému L, R, T (x, y, z) se v literatuře zavádí následující značení [13], [14], [15]:

(5.5.1)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\nu_{yx} & -\nu_{zx} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xy} & \frac{1}{E_y} & -\nu_{zy} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xz} & -\nu_{yz} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}$$

Tři roviny symetrie materiálových vlastností, devět nezávislých prvků matice tuhosti, kde E_x , E_y , E_z jsou Youngovy moduly pružnosti ve směru os x, y, z . G_{xy} , G_{xz} , G_{yz} jsou moduly pružnosti ve smyku s indexy označující rovinu, ν je Poissonův součinitel, u kterého první index udává směr působení normálového napětí a druhý udává směr, ve kterém vzniká příslušná deformace v příčném směru.

Ze symetrie matice poddajnosti C plyne závislost jejich prvků [14], [15]:

(5.5.2)

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x}, \quad \frac{\nu_{zx}}{E_z} = \frac{\nu_{xz}}{E_x}, \quad \frac{\nu_{zy}}{E_z} = \frac{\nu_{yz}}{E_y}$$

5.6 Transverzálně izotropní materiál

Jestliže se v jedné ze tří rovin symetrie materiál chová izotropně, např. v rovině x, y , pak chování materiálu popisuje pět nezávislých materiálových parametrů [14] a platí:

(5.6.1)

$$\begin{aligned} E_y &= E_z \\ G_{xz} &= G_{xy} \\ \nu_{zx} &= \nu_{xy} \\ G_{yz} &= \frac{E_y}{2(1 + \nu_{yz})} = \frac{E_z}{2(1 + \nu_{zy})} \end{aligned}$$

Pro matici poddajnosti materiálu, která popisuje vztah mezi složkami tenzoru deformace a napětí, můžeme psát [14]:

(5.6.2)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{yz}}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{-\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}$$

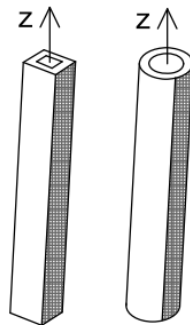
6 Buňka dřeva

6.1 Idealizace příčného řezu

Struktura dřeva je nesmírně složitá, a proto je nutno při vytváření fyzikálních a mechanických modelů zjednodušit modelování dřevního vlákna buňky. Bez ohledu na vzhled je model vždy charakterizován zjednodušením a to jak na vnitřním i vnějším konstrukčním detailu. Často model projde několika etapami, aby se zavedl odpovídající stupeň jednoduchosti.

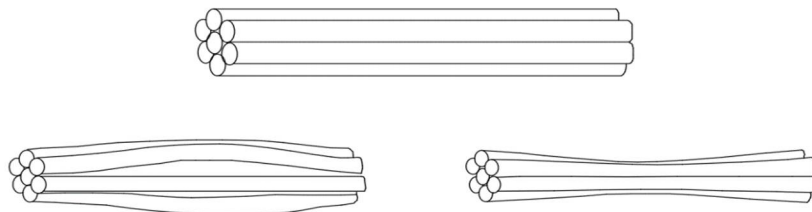
Skupina materiálů, která je považována za dřevěné kompozity (dvoufázové systémy) obsahuje dřevo jako základní materiál a pojivo. Pro tuto třídu dřevěných materiálů je za základní stavební prvek považována buňka.

Dřevěná vlákna se často modelují jako obdélníkové nebo válcové trubky, *obr. 20*. Většina modelů je navržena tak, aby zdůraznila hlavní faktory, které výrazně ovlivňují chování kompozitu. Výsledek modelování je matematický výraz, který může být použit ke konkrétní vlastnosti, a proto je jednoduchost základní faktor, který zabrání příliš složitým matematickým výpočtům [16].



Obr. 20 - Obdélníkové a válcovité modely dřevních vláken

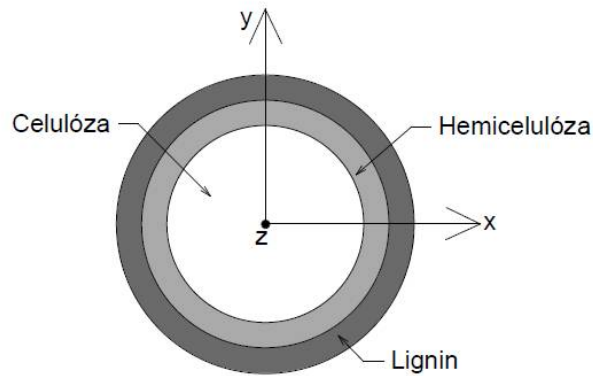
Vlákna dřeva mají velmi dobrou pevnost, působí-li na ně zatížení rovnoběžně s jejich osou, při zatížení kolmo k jejich ose mají tendenci se zmáčkнут při tlaku a nejslabší jsou v tahu, viz *obr. 21* [4].



Obr. 21 - Vlákna dřeva

6.2 Model buňky dřeva

Dřevní buňka, jak již bylo řečeno, se skládá z celulózy, hemicelulózy a ligninu. Zjednodušený model buňky je uvažován jako mezikruží válcovitého tvaru, *obr. 22*.



Obr. 22 - Buňka dřeva

Mechanické vlastnosti jednotlivých konstituentů jsou převzaty z výzkumu TU of Lausanne a jsou zobrazeny v následujících tabulkách: *tab. 1, tab. 2, tab. 3* [17].

- Celulóza

Tab. 1 - Mechanické vlastnosti celulózy

Koeficient	nízký	vysoký
E_1 (GPa)	130	170
E_2 (GPa)	15	20
G_{12} (GPa)	3	6
ν_{21}	0,01	0,01
ν_{32}	0,5	0,5

- Hemicelulóza

Tab. 2 - Mechanické vlastnosti hemicelulózy

Koeficient	nízký	vysoký
E_1 (GPa)	14	18
E_2 (GPa)	3	4
G_{12} (GPa)	1	2
ν_{21}	0,1	0,1
ν_{32}	0,4	0,4

- Lignin

Tab. 3 - Mechanické vlastnosti ligninu

Koeficient	nízký	vysoký
E (GPa)	2	3,5
ν	0,33	0,33

Dolní indexy $1, 2, 3$ v tab. 1, 2, 3 označují tři základní směry, přičemž směr „1“ je hlavní směr. V našem případě je uvažována osa „z“ za hlavní směr buňky dřeva, obr. 22.

Chování celulózy jako transversálně izotropního materiálu je popsáno pěti nezávislými parametry tuhosti, tab. 1. Obdobně pro hemicelulózu předpokládáme, že chování je popsáno pěti nezávislými parametry transversálně izotropního materiálu, tab. 2. Lignin je považován za izotropní materiál, jehož přetváření je popsáno dvěma parametry, tab. 3.

Pro další výpočet je uvažován průměr z nejnižších a nejvyšších koeficientů tuhosti uvedených v tab. 4 [17].

Tab. 4 - Průměrné hodnoty konstituentů

Konstituent	koeficient	průměrná hodnota
Celulóza ³	E_1 (GPa)	150
	E_2 (GPa)	17,5
	G_{12} (GPa)	4,5
	ν_{21}	0,01
	ν_{32}	0,5
Hemicelulóza ²	E_1 (GPa)	16
	E_2 (GPa)	3,5
	G_{12} (GPa)	1,5
	ν_{21}	0,1
	ν_{32}	0,4
Lignin ¹	E (GPa)	2,75
	ν	0,33

C_{ij}^k je matice poddajnosti, D_{ij}^k je matice tuhosti,
pro celulózu hemicelulózu a lignin ($k = 3, 2, 1$)

▪ Celulóza (6.2.1)

$$C_{ij}^3 = \begin{bmatrix} 5,7143 \cdot 10^{-5} & 2,8571 \cdot 10^{-5} & 5,7143 \cdot 10^{-7} & 0 & 0 & 0 \\ 2,8571 \cdot 10^{-5} & 5,7143 \cdot 10^{-5} & 5,7143 \cdot 10^{-7} & 0 & 0 & 0 \\ 5,7143 \cdot 10^{-7} & 5,7143 \cdot 10^{-7} & 6,6667 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,7413 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,2222 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,2222 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$D_{ij}^3 = \begin{bmatrix} 23393,54 & 11726,9 & 3010,3211 & 0 & 0 & 0 \\ 11726,873 & 23393,5 & 3010,3211 & 0 & 0 & 0 \\ 3010,3211 & 3010,3211 & 150516,06 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5833,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4500 \end{bmatrix}$$

▪ Hemicelulóza (6.2.2)

$$C_{ij}^2 = \begin{bmatrix} 2,8571 \cdot 10^{-4} & -1,1429 \cdot 10^{-4} & -2,8571 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ -1,1428 \cdot 10^{-4} & 2,8571 \cdot 10^{-4} & -2,8571 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ -2,8571 \cdot 10^{-5} & -2,8571 \cdot 10^{-5} & 6,25 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6,6667 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6,6667 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$D_{ij}^2 = \begin{bmatrix} 4691,0112 & 2191,0112 & 3146,0764 & 0 & 0 & 0 \\ 2191,0112 & 4691,0112 & 3146,0764 & 0 & 0 & 0 \\ 3146,0764 & 3146,0764 & 18876,4045 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1250 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1500 \end{bmatrix}$$

▪ Lignin

(6.2.3)

C_{ij}^1

$$= \begin{bmatrix} 3,6364 \cdot 10^{-4} & -1,2 \cdot 10^{-4} & -1,2 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ -1,2 \cdot 10^{-4} & 3,6364 \cdot 10^{-4} & -1,2 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ -1,2 \cdot 10^{-4} & -1,2 \cdot 10^{-4} & 3,6364 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9,6727 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9,6727 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9,6727 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$D_{ij}^1 = \begin{bmatrix} 4074,5245 & 2006,8554 & 2006,8554 & 0 & 0 & 0 \\ 2006,8554 & 4074,5246 & 2006,8554 & 0 & 0 & 0 \\ 2006,8554 & 2006,8554 & 4074,5246 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1033,8346 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1033,8346 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1033,8346 \end{bmatrix}$$

6.3 Rovnovážné pole posunutí transversálně izotropního pružného tělesa

Tato kapitola se zabývá problematikou, jaký vliv mají rozdílné součinitele příčné kontrakce a jaká napětí vzniknou na styku jednotlivých konstituentů buňky dřeva [18]:

Hledejme rovnovážné pole posunutí transversálně izotropního pružného tělesa, které je vzhledem k válcovým souřadnicím (r, φ, z) zatíženo tak, že platí: (6.3.1)

$$u(r, \varphi, z) = u(r)$$

$$v(r, \varphi, z) = v(r)$$

$$w(r, \varphi, z) = az + b$$

kde a, b jsou neznámé konstanty.

Pro složky tenzoru malých deformací v cylindrických souřadnicích píšeme: (6.3.2)

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \varepsilon_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{u}{r}, \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$\gamma_{r\varphi} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - v + r \frac{\partial v}{\partial r} \right), \gamma_{\varphi z} = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial z}, \gamma_{rz} = \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z}.$$

Dosadíme do rovnic (6.3.2) vztahy (6.3.1) a označíme parciální derivace podle r čárkou

$$\left(\frac{\partial f(r)}{\partial r} = \frac{df(r)}{dr} = f' \right), \text{obdržíme:} \quad (6.3.3)$$

$$\varepsilon_r = u', \varepsilon_\varphi = \frac{u(r)}{r}, \varepsilon_z = a, \gamma_{r\varphi} = -\frac{v}{r} + v', \gamma_{\varphi z} = 0, \gamma_{zr} = 0.$$

Fyzikální vlastnosti jsou popsány konstitutivními rovnicemi transversálně izotropního kontinua: (6.3.4)

$$\begin{aligned} \sigma_r &= D_6 \varepsilon_r + D_1 \varepsilon_\varphi + D_2 \varepsilon_z, \sigma_\varphi = D_1 \varepsilon_r + D_6 \varepsilon_\varphi + D_2 \varepsilon_z, \sigma_z = D_2 \varepsilon_r + D_2 \varepsilon_\varphi + D_3 \varepsilon_z, \\ \tau_{r\varphi} &= \frac{D_6 - D_1}{2} \gamma_{r\varphi}, \tau_{\varphi z} = D_4 \gamma_{\varphi z}, \tau_{zr} = D_4 \gamma_{zr}. \end{aligned}$$

Kde D_1, D_2, D_3, D_4, D_6 je pět nezávislých materiálových konstant. Pomocí rovnic (6.3.3), (6.3.4) jsou určeny složky tenzoru napětí v závislosti na složkách pole posunutí:

$$(6.3.5)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r &= D_6 u' + D_1 \frac{u(r)}{r} + D_2 a, \sigma_\varphi = D_1 u' + D_6 \frac{u(r)}{r} + D_2 a, \sigma_z = D_2 \frac{u(r)}{r} + D_2 u' + D_3 a, \\ \tau_{r\varphi} &= \frac{D_6 - D_1}{2} \left[-\frac{v}{r} + v' \right], \tau_{\varphi z} = 0, \tau_{zr} = 0. \end{aligned}$$

Složky tenzoru napětí jsou vzájemně svázány třemi Cauchyho rovnicemi rovnováhy, které při zanedbání objemových sil mají v polárních souřadnicích tvar: (6.3.6)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\varphi}}{r} &= 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (r\tau_{rz})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0. \end{aligned}$$

Z předpokladu (6.3.1) plyne: (6.3.7)

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z} = 0$$

Finálně píšeme:

(6.3.8)

$$u'' + \frac{u'}{r} - \frac{u}{r^2} = 0,$$

$$v'' + \frac{v'}{r} - \frac{v}{r^2} = 0.$$

Rovnost (6.3.8) a (6.3.9) představují tzv. Eulerovy diferenciální rovnice, k jejichž řešení je použita substituce:

(6.3.9)

$$r = e^t \quad (t = \ln r)$$

a vztahy:

(6.3.10)

$$\frac{d_w}{d_r} = e^{-t} \frac{d_w}{d_t}$$
$$\frac{d^2_w}{d_r^2} = e^{-2t} \left(\frac{d^2_w}{d_t^2} - \frac{d_w}{d_t} \right)$$

Označíme $\frac{df}{dt} = f^*$, rovnice (6.3.8) a (6.3.9) mají podobu:

(6.3.11)

$$u^{**} - u_o = 0$$

$$v^{**} - v_o = 0$$

Odtud:

(6.3.12)

$$u = A_{10}e^t + A_{20}e^{-t} = A_{10} + \frac{A_{20}}{r^2}$$

$$v = B_{10}e^t + B_{20}e^{-t} = B_{10} + \frac{B_{20}}{r^2}$$

Z geometrických vztahů (6.3.3) určíme prostřednictvím (6.3.4), (6.3.12) složky tenzoru deformace:

(6.3.13)

$$\varepsilon_r = A_{10} - \frac{A_{20}}{r^2}$$

$$\varepsilon_\varphi = A_{10} + \frac{A_{20}}{r^2}$$

$$\varepsilon_z = a$$

$$\tau_{r\varphi} = -2 \frac{B_{20}}{r^2}$$

$$\tau_{\varphi z} = 0$$

$$\tau_{zr} = 0$$

6.4 Analytický výpočet

Buňka dřeva, jejíž průřez je mezikruží, je tlačena konstantní silou. Je vyvozena záporná svislá deformace $\varepsilon_z = a = -0,5 \cdot 10^{-3}$ [19].

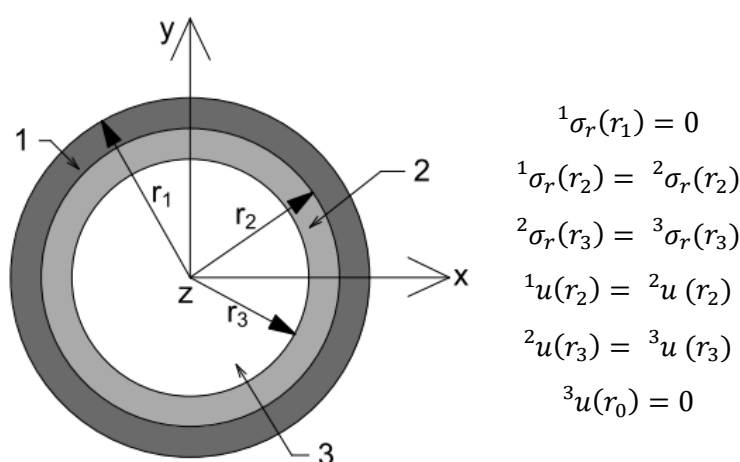
Vnitřní a vnější poloměr buňky:

- $r_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ (m)
- $r_2 = 2,5 \cdot 10^{-6}$ (m)
- $r_3 = 2 \cdot 10^{-6}$ (m)

Na kontaktu lignin - hemicelulóza a hemicelulóza - celulóza se předpokládá, že napětí se přenáší a posunutí je spojité.

Youngův modul pružnosti a Poissonův součinitel je uvažován pro jednotlivé konstituenty viz *tab. 4*, str. 24.

Dané úloze odpovídají okrajové podmínky, viz *obr. 23*. (6.4.1)



Obr. 23 - Okrajové podmínky

Horní levý index „¹“ náleží ligninu, stejně číselně horní index „²“ pro hemicelulózu a index „³“ pro celulózu.

Dosazením (6.3.13) do (6.4.1) obdržíme soustavu šesti algebraických rovnic: (6.4.2)

- $D_6 \left({}^1A_{10} - \frac{{}^1A_{20}}{r_1^2} \right) + D_1 \left({}^1A_{10} + \frac{{}^1A_{20}}{r_1^2} \right) + D_2(a) = 0$
- $D_6 \left({}^1A_{10} - \frac{{}^1A_{20}}{r_2^2} \right) + D_1 \left({}^1A_{10} + \frac{{}^1A_{20}}{r_2^2} \right) + D_2(a) = D_6 \left({}^2A_{10} - \frac{{}^2A_{20}}{r_2^2} \right) +$
 $D_1 \left({}^2A_{10} + \frac{{}^2A_{20}}{r_2^2} \right) + D_2(a)$

$$\begin{aligned}
& \bullet \quad D_6 \left({}^2A_{10} - \frac{{}^2A_{20}}{r_3^2} \right) + D_1 \left({}^2A_{10} + \frac{{}^2A_{20}}{r_3^2} \right) + D_2(a) = D_6 \left({}^3A_{10} - \frac{{}^3A_{20}}{r_3^2} \right) + \\
& C_1 \left({}^3A_{10} + \frac{{}^3A_{20}}{r_3^2} \right) + D_2(a) \\
& \bullet \quad {}^1A_{10} + \frac{{}^1A_{20}}{r_2^2} = {}^2A_{10} + \frac{{}^2A_{20}}{r_2^2} \\
& \bullet \quad {}^2A_{10} + \frac{{}^2A_{20}}{r_3^2} = {}^3A_{10} + \frac{{}^3A_{20}}{r_3^2} \\
& \bullet \quad {}^3A_{10} + \frac{{}^3A_{20}}{r_0^2} = 0
\end{aligned}$$

Jejíž řešením je šest integrační konstant: (6.4.3)

$${}^1A_{10} = 1,5294 \cdot 10^{-4}$$

$${}^1A_{20} = -3,1927 \cdot 10^{-16}$$

$${}^2A_{10} = 1,9825 \cdot 10^{-4}$$

$${}^2A_{20} = -6,0244 \cdot 10^{-16}$$

$${}^3A_{10} = 4,7636 \cdot 10^{-5}$$

$${}^3A_{20} = 0$$

Pozn.: Výpočet je součástí přílohy, kapitola 18.1 - Analytické řešení - data programu Excel.

Pro napětí σ_r získáme: (6.4.4)

$${}^1\sigma_r(3 \cdot 10^{-6}) = 0$$

$${}^1\sigma_r(2,5 \cdot 10^{-6}) = +0,032 \text{ MPa} = {}^2\sigma_r(2,5 \cdot 10^{-6}) = +0,032 \text{ MPa}$$

$${}^2\sigma_r(2 \cdot 10^{-6}) = +0,168 \text{ MPa} = {}^3\sigma_r(2 \cdot 10^{-6}) = +0,168 \text{ MPa}$$

$${}^3\sigma_r(0) = +0,168 \text{ MPa}$$

Pro posunutí platí: (6.4.5)

$${}^1u(2,5 \cdot 10^{-6}) = 2,546 \cdot 10^{-10} \text{ m} = {}^2u(2,5 \cdot 10^{-6}) = 2,546 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$${}^2u(2 \cdot 10^{-6}) = 9,527 \cdot 10^{-11} \text{ m} = {}^3u(2 \cdot 10^{-6}) = 9,527 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$${}^3u(0) = 0 \text{ m}$$

Pro napětí σ_φ získáme:

(6.4.6)

$$\begin{aligned} {}^1\sigma_\varphi(3 \cdot 10^{-6}) &= -0,147 \text{ MPa} \\ {}^1\sigma_\varphi(2,5 \cdot 10^{-6}) &= -0,179 \text{ MPa} \\ {}^2\sigma_\varphi(2,5 \cdot 10^{-6}) &= -0,450 \text{ MPa} \\ {}^2\sigma_\varphi(2 \cdot 10^{-6}) &= -0,585 \text{ MPa} \\ {}^3\sigma_\varphi(2 \cdot 10^{-6}) &= 0,168 \text{ MPa} \\ {}^3\sigma_\varphi(0) &= 0,168 \text{ MPa} \end{aligned}$$

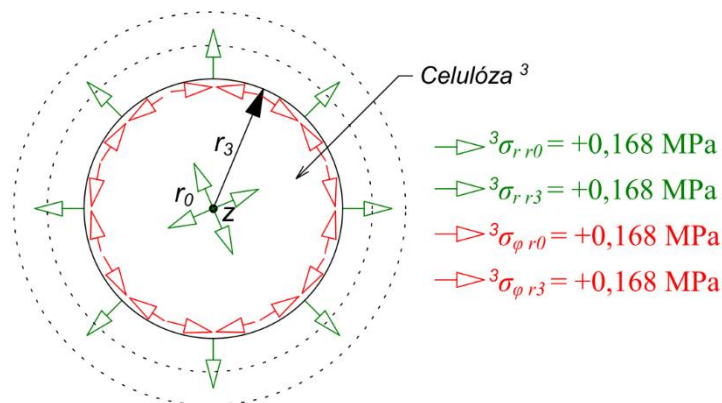
Pro napětí σ_z získáme:

(6.4.7)

$$\begin{aligned} {}^1\sigma_z(3 \cdot 10^{-6}) &= -1,423 \text{ MPa} \\ {}^1\sigma_z(2,5 \cdot 10^{-6}) &= -1,423 \text{ MPa} \\ {}^2\sigma_z(2,5 \cdot 10^{-6}) &= -8,191 \text{ MPa} \\ {}^2\sigma_z(2 \cdot 10^{-6}) &= -8,191 \text{ MPa} \\ {}^3\sigma_z(2 \cdot 10^{-6}) &= -75,115 \text{ MPa} \\ {}^3\sigma_z(0) &= -75,115 \text{ MPa} \end{aligned}$$

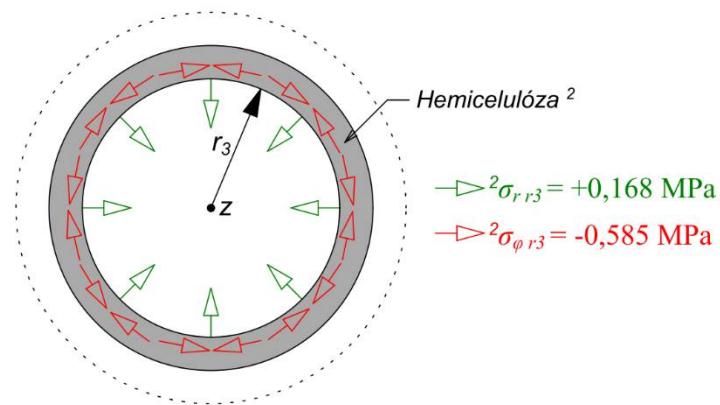
Na následujících *obr. 24, 25, 26, 27, 28 a 29* jsou vykreslena výsledná napětí v jednotlivých vrstvách buňky dřeva.

- Celulóza, poloměr r_3



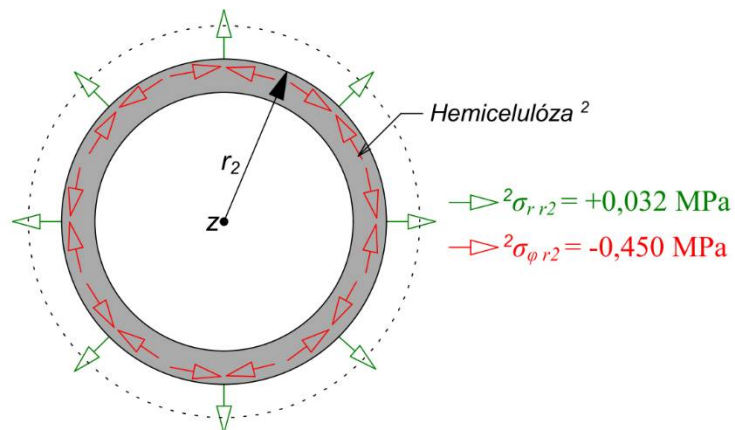
Obr. 24 - Celulóza, napětí σ_r a σ_φ

- Hemicelulóza, poloměr r_3



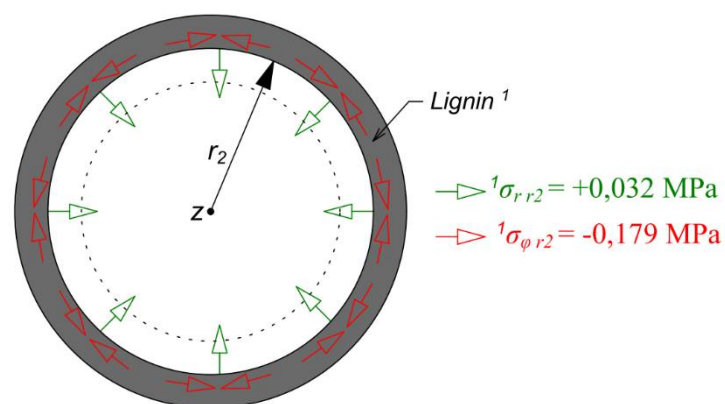
Obr. 25 - Hemicelulóza, napětí σ_r a σ_φ

- Hemicelulóza, poloměr r_2



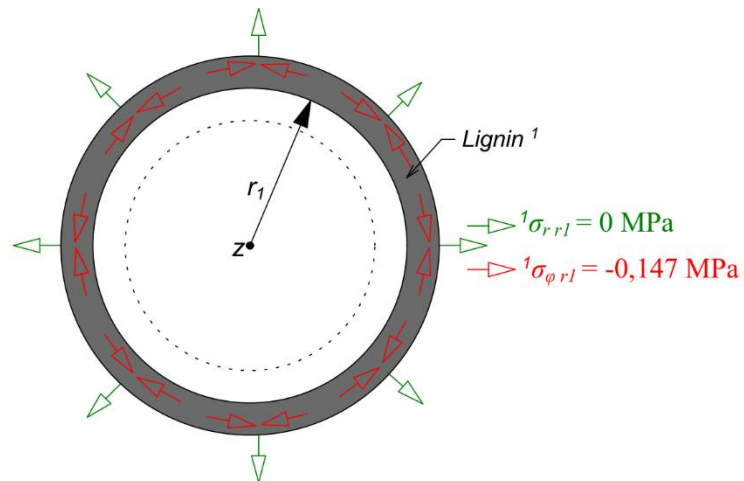
Obr. 26 - Hemicelulóza, napětí σ_r a σ_φ

- Lignin, poloměr r_2



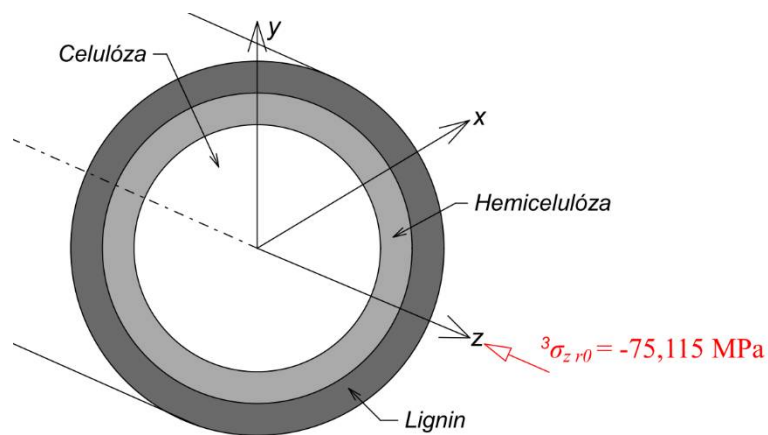
Obr. 27 - Lignin, napětí σ_r a σ_φ

- Lignin, poloměr r_l



Obr. 28 - Lignin, napětí σ_r a σ_ϕ

- Poloměr r_o



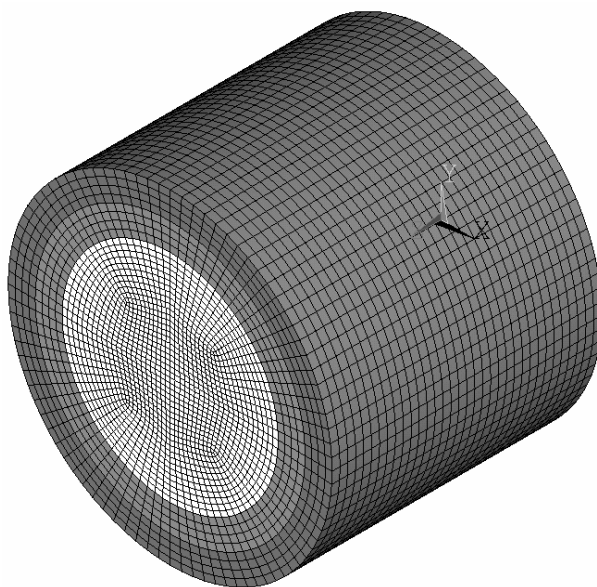
Obr. 29 - Buňka dřeva, napětí σ_z

6.5 Verifikace numerickým výpočtem

Navrhované analytické řešení bylo validováno v softwarovém prostředí Ansys 16.0, Academic Research [S1]. 3D model byl vytvořen z prostorových elementů SOLID95 s dvaceti uzlovými body, tento element vede k přesnějším výsledkům než základní elementy s osmi uzlovými body, neboť aproximuje řešení pomocí kvadratické báze [19].

Mechanické vlastnosti jednotlivých prvků použitých v numerickém modelu jsou uvažovány stejné jako v analytickém výpočtu, *tab. 4*.

Prostorový model, *obr. 30* a jeho rozdělení na konečné elementy, radiální síť s max. délkou hrany elementu $n = 1,5 \cdot 10^{-7}$ m. Geometrie modelu v rovině kolmé na osu válce stejná, podepření bylo realizováno na jedné podstavě tak, že ve všech uzlech bylo bráněno posunutí a rotaci. Buňka byla namáhána konstantně v čase tlakovou silou. Tlakové zatížení bylo do modelu vneseno pomocí záporné svislé deformace $\varepsilon_z = a = -0,5 \cdot 10^{-3}$. Výsledky napjatosti byly vyhodnocovány v polovině délky dřevní buňky [19].



Obr. 30 - Geometrie numerického 3D modelu buňky dřeva

Pozn.: Zdrojový kód je součástí přílohy, kapitola 18.2 - Verifikace numerickým výpočtem - data programu Ansys.

6.6 Porovnání analytických a numerických výsledků

Porovnání dosažených výsledků analytického výpočtu a numerické analýzy je shrnuto v *tab. 5*.

Tab. 5 - Porovnání výsledků numerického a analytického řešení

		Celulóza		Hemicelulóza		Lignin	
		poloměr r		poloměr r		poloměr r	
		r_0	r_3	r_3	r_2	r_2	r_1
Analytické řešení [MPa]	σ_r	0,167	0,167	0,167	0,032	0,032	0
	σ_φ	0,167	0,167	-0,586	-0,45	-0,179	-0,146
	σ_z	-75,115	-75,115	-8,19	-8,19	-1,423	-1,423
Numerické řešení [MPa]	σ_r	0,138	0,167	0,167	0,037	0,037	0
	σ_φ	0,138	0,159	-0,589	-0,452	-0,179	-0,142
	σ_z	-75,159	-75,159	-8,214	-8,214	-1,431	-1,431
Procentuální rozdíl [%]	σ_r	17,365	0	0	15,625	15,625	0
	σ_φ	17,365	4,79	0,512	0,444	0	2,734
	σ_z	0,058	0,058	0,293	0,293	0,562	0,703

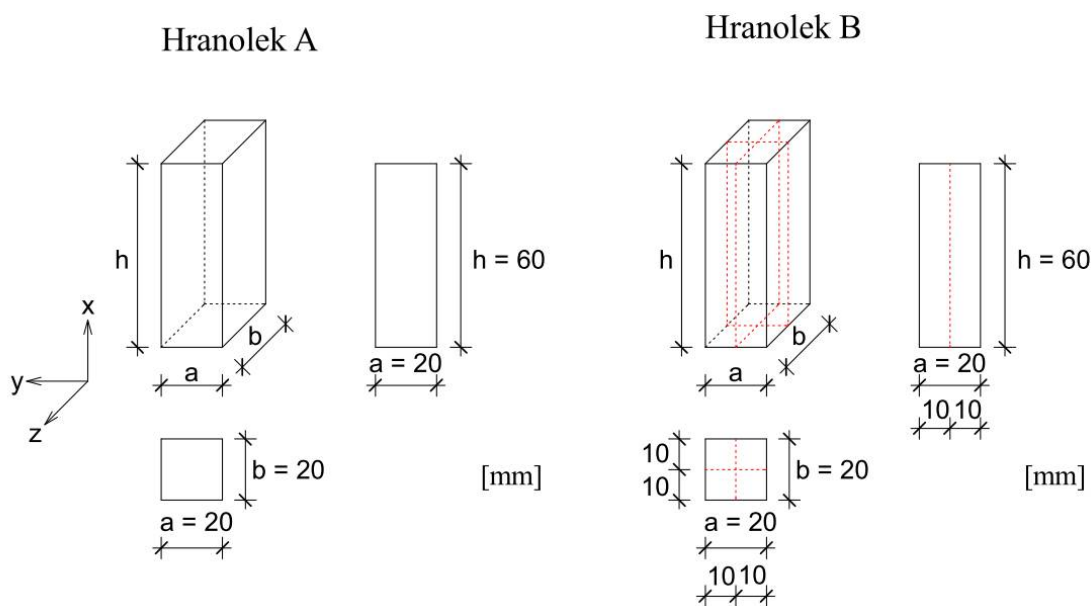
7 Prostá tlaková zkouška

Dřevo je obecně považováno za buněčný heterogenní materiál, ve kterém, při tlakovém zatížení ve směru vláken, přirozeně vznikají příčné tahy. Tento experiment byl navržen za účelem prozkoumání vlivu příčných tahů ve dřevě v závislosti na rozměrovém a tvarovém uspořádání zkoušených vzorků dřeva.

Prostá tlaková zkouška byla provedena v centru vědy a komplexní výzkumné instituci v oblasti stavebnictví - AdMaS (*Advanced Materials, Structures and Technologies*), která je součástí Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně. Zkouška byla provedena v roce 2016.

7.1 Rozměry a tvar zkušebních vzorků

Zkoušeny byly dva typy vzorků, jejich označení, rozměry a tvar jsou znázorněny na obr. 31.



Obr. 31 - Zkušební vzorky A a B

Rozměry zkušební vzorku série A byly: 20 x 20 x 60 mm, celkem bylo zkoušeno 9 vzorků. Zkušební vzorky série B, stejných rozměrů jako vzorky A, byly podélně rozříznuty na čtyři stejné části. Rozměry částí vzorku byly: 10 x 10 x 60 mm, celkem byly 4 části, které byly poskládány k sobě a zkoušeny jako jedno zkušební těleso, celkem bylo zkoušeno 9 vzorků. Všechna zkušební tělesa byla vyrobena ze smrkového dřeva.

Vzorky byly zkoušeny pomocí tlakové zkoušky na zatěžovacím stroji TIRA 2850S. Zatěžování probíhalo ve směru vláken dřeva. Zkoušky byly řízené posunem zatěžovací hlavy stroje TIRA rychlostí 0,3 mm/min.

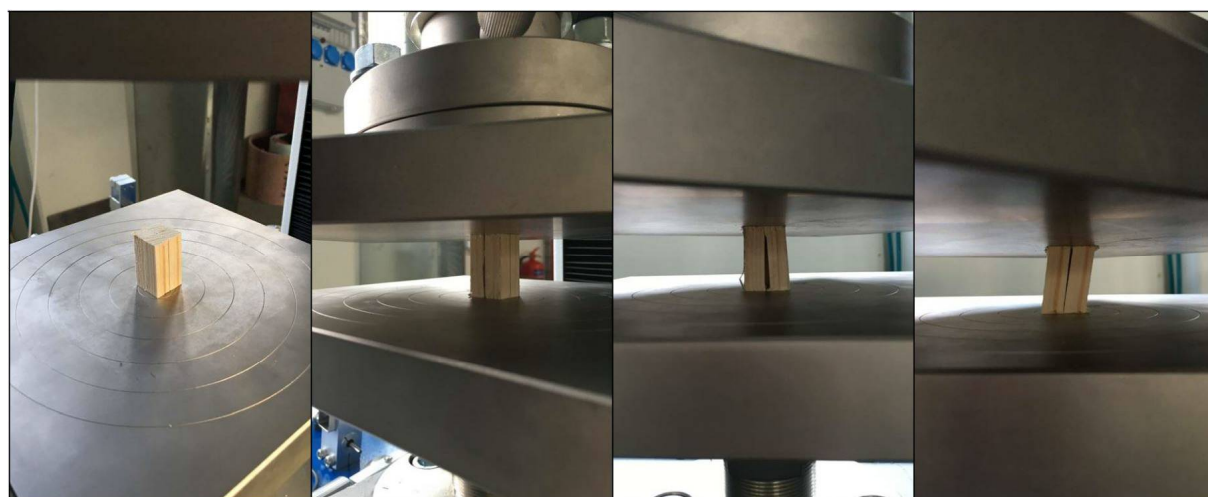
7.2 Průběh zkoušky

Zkušební vzorek A, jeho umístění v zatěžovacím stroji a deformace během zkoušky jsou zobrazeny na *obr. 32*.



Obr. 32 - Zkušební vzorek A a jeho umístění v zatěžovacím stroji

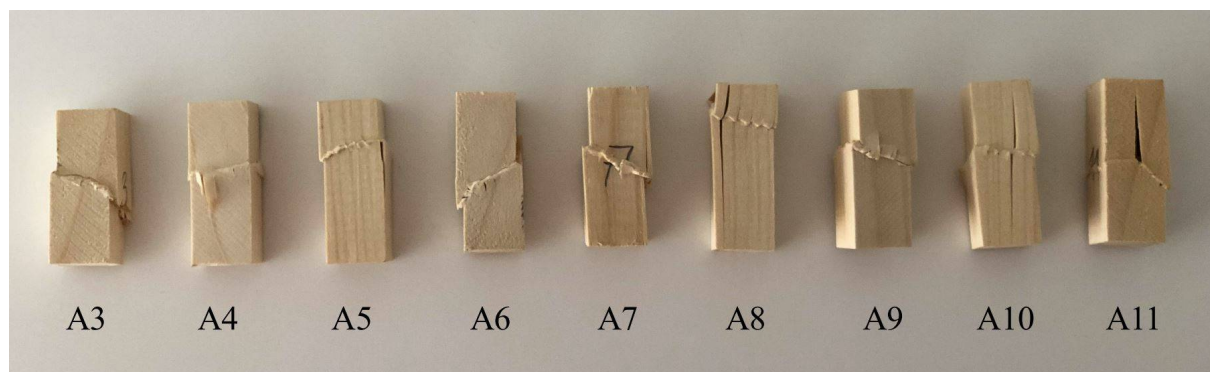
Zkušební vzorek B, jeho umístění v zatěžovacím stroji a deformace během zkoušky jsou zobrazeny na *obr. 33*.



Obr. 33 - Zkušební vzorek B a jeho umístění v zatěžovacím stroji

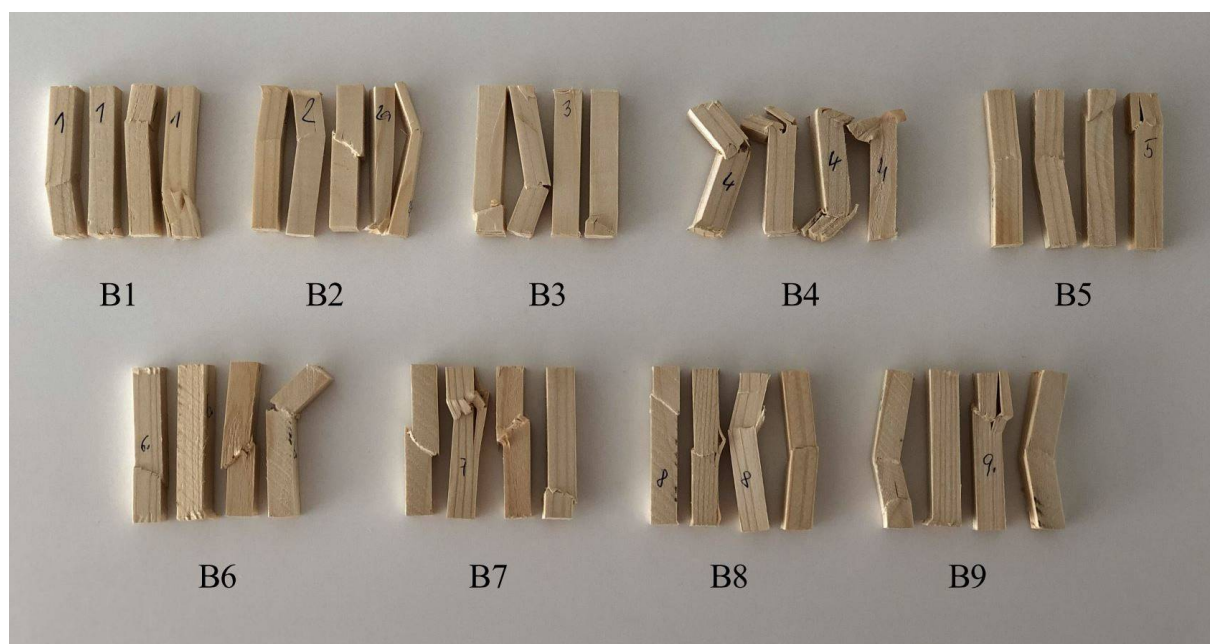
Všechny vzorky série A, tedy vzorky tvořené jedním hranolem, při postupném zatěžování začaly ztrácet rovinnost, docházelo k vzájemnému vodorovnému posunu obou podstav a vzorky byly porušeny smykem. Pouze u 3 vzorků (vzorek č. A8, A10 a A11) vznikly

v průběhu zatěžování navíc drobné podélné trhliny, které vznikly působením příčných tahů, porušené vzorky jsou vidět na *obr. 34* a způsoby porušení jednotlivých zkušebních vzorků jsou vypsány v *tab. 6*.



Obr. 34 - Porušené vzorky série A

U vzorků s označením B, tedy vzorky složené ze 4 malých hranolků, došlo k porušení různými způsoby. Jelikož nebyly jednotlivé hranolky zkušební vzorku nijak spojené, byly vzhledem k poměru půdorysné plochy a výšky mnohem náchylnější na vybočení do strany, tedy na porušení vzpěrným tlakem. Ve většině případů byl alespoň jeden hranolek zkušební tělesa porušen vzpěrným tlakem, další hranolky se porušily smykem. U některých vzorků 1 až 2 hranolky byly pouze stlačeny bez výraznějšího způsobu porušení. Výjimku tvořil vzorek B7, kde byly všechny 4 hranolky zkušební tělesa porušeny smykem. Porušené vzorky jsou vidět na *obr. 35* a způsoby porušení jednotlivých hranolků zkušebních vzorků jsou vypsány v *tab. 6*.



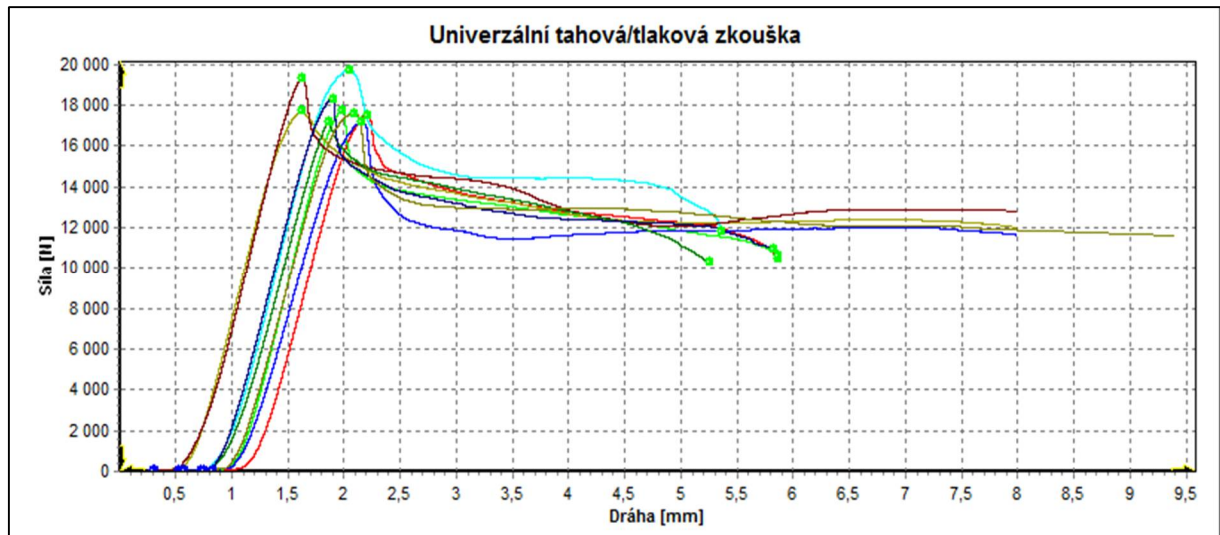
Obr. 35 - Porušené vzorky série B

7.3 Výsledky zkoušky

Závislost působící síly na svislém posunu zatěžovací hlavy, tedy absolutní změna délky/absolutní zkrácení, je patrná z pracovního diagramu tlakové zkoušky dřeva. Pro vzorky s označením A je pracovní diagram zobrazen na *obr. 36* a pro vzorky s označením B na *obr. 37*.

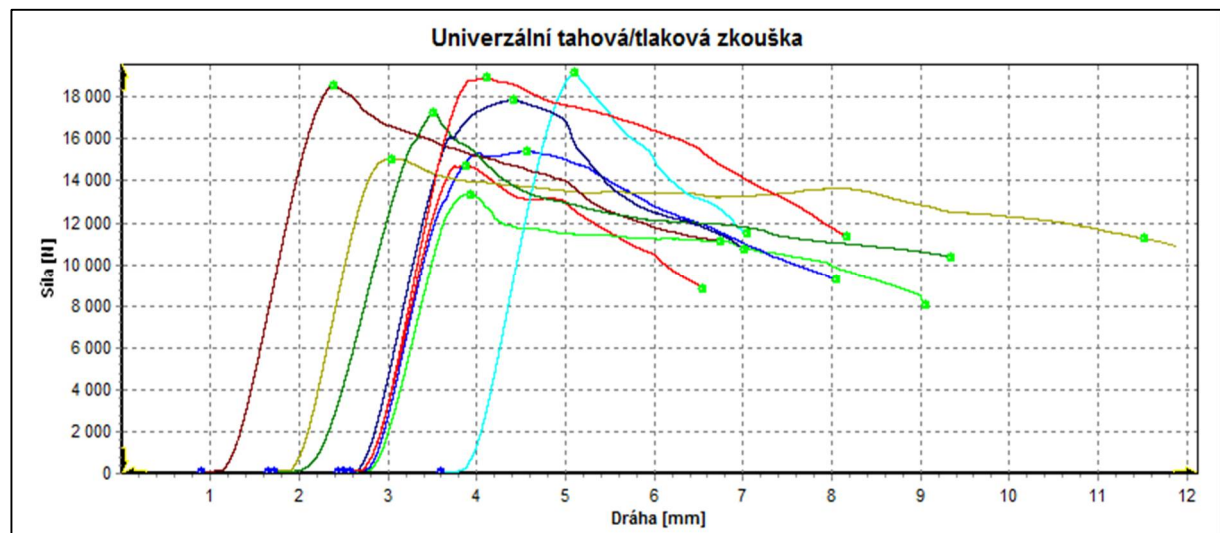
Pracovní diagramy zkoušených vzorků dřeva v tlaku:

- Zkušební vzorky série A: 20 x 20 x 60 mm



Obr. 36 - Pracovní diagram dřeva v tlaku, vzorky série A: 20 x 20 x 60 mm

- Zkušební vzorky série B: 10 x 10 x 60 mm, celkem 4 ks



Obr. 37 - Pracovní diagram dřeva v tlaku, vzorky série B: 10 x 10 x 60 mm, 4 ks

Tab. 6 - Zkušební vzorky A, B a jejich způsob porušení

Označení zkušební vzorku	Způsob porušení	Označení zkušební vzorku	Způsob porušení
A3	smyk	B1	3x vzpěr, 1x stlačení
A4	smyk	B2	2x vzpěr, 1x smyk, 1x rozštípnutí se vzpěrem
A5	smyk	B3	1x vzpěr, 1x smyk, 2x stlačení
A6	smyk	B4	3x vzpěr, 1x smyk
A7	smyk	B5	2x vzpěr, 1x smyk, 1x smyk + částečné rozštípnutí
A8	smyk + příčný tah	B6	1x vzpěr, 2x smyk, 1x stlačení
A9	smyk	B7	4x smyk
A10	smyk + příčný tah	B8	2x vzpěr, 2x smyk
A11	smyk + příčný tah	B9	2x vzpěr, 1x stlačení, 1x smyk + částečné rozštípnutí

Pro vyhodnocení experimentu a výpočet modulu pružnosti v tlaku rovnoběžně s vlákny byla použita oblast zatěžovací křivky mezi $0,1 F_{max}$ až $0,4 F_{max}$. Celá část zatěžovací křivky v tomto intervalu byla v lineární oblasti křivky.

V tab. 7 jsou pro porovnání vypsány vypočtené průměrné hodnoty maximálního napětí v tlaku $\sigma_{max,s}$ a modulu pružnosti dřeva v tlaku rovnoběžně s vlákny E_x , pro série zkušebních vzorků A a B.

Tab. 7 - Zkušební vzorek A a B - napětí v tlaku σ a modul pružnosti v tlaku E

Označení série zkušebních vzorků	Rozměry vzorku			Plocha A [mm ²]	Průměrná hodnota				
	a [mm]	b [mm]	h [mm]		$F_{max,s}$ [N]	$\sigma_{max,s}$ [MPa]	ΔF_s [N]	Δw_s [mm]	E_x [MPa]
A	20	20	60	400	18 052,63	45,13	5 423,56	0,309	2 632,80
B	2x10	2x10	60	400	16 710,53	41,78	5 013,60	0,277	2 714,95

Pozn.: Výpočet je součástí přílohy, kapitola 18.3 - Výpočet napětí v tlaku σ_x a modulu pružnosti v tlaku rovnoběžně s vlákny E_x pro vzorky A a B.

7.4 Vyhodnocení zkoušky

Průměrná hodnota napětí v tlaku $\sigma_{max,s}$ je u série zkušebních vzorků A 45,13 MPa, což je o 8,0 % vyšší než u série B, kde byla hodnota 41,78 MPa a modul pružnosti E_x je u série vzorků B 2714,95 MPa, což je o 3,1 % vyšší než u série A, kde byla hodnota 2632,80 MPa.

Modul pružnosti dřeva v tlaku rovnoběžně s vlákny vyšel oproti očekávání mnohem nižší. I když je práce zaměřena především na teorii chování dřeva a zjišťování vlivu příčných tahů ve dřevě, a ne na normové zkoušení dřeva, na základě kterého by např. dřevo bylo zařazeno do třídy pevnosti, je provedeno porovnání použitých dřevěných vzorků a jejich rozměrů s normou pro stanovení modulu pružnosti v tlaku rovnoběžně s vlákny [29]. Dle této normy by dřevěné vzorky měly mít výšku odpovídající 6násobku menšího rozměru průřezu /v našem případě je průřez čtvercový/. Zkušební vzorky A měly výšku odpovídající 3násobku šířky průřezu a jednotlivé hranolky zkušebního vzorku B měly výšku odpovídající 6násobku šířky průřezu. Celý vzorek B měl stejně jako vzorek A výšku 3krát větší než šířku průřezu. I přes rozměry zkušebních vzorků se předpokládalo, že by rozměr vzorků neměl mít tak výrazný vliv na hodnoty modulu pružnosti. Dosažené hodnoty modulu pružnosti mohly být do velké míry ovlivněny použitým dřevem /vlhkost, stáří/, čemuž by nasvědčovaly i téměř stejné hodnoty modulu pružnosti u obou sérií vzorků.

Experiment byl navržen za účelem prozkoumání rozměrového a tvarového efektu, tzv. „*Size Effect*“ a vlivu příčných tahů. Na základě dosažených výsledků lze konstatovat, že u zkoušených vzorků daných rozměrů se „*Size Effect*“ ani vliv příčných tahů neprojeví. Pozornost při zkoušení dřevěných vzorků je ale třeba dávat na tření na podstavách, jelikož z průběhu experimentů bylo patrné, že zde není prostý tlak. Před provedením experimentů se předpokládalo, že masivnější vzorek bude mít větší pevnost. Na základě dosažených výsledků lze konstatovat, že tomu tak skutečně bylo i když s rozdílem pouhých 8 %.

Dřevo je nevyzpytatelný materiál a je důležité zajistit opakovatelnost zkoušky.

8 Vliv úhlu mikrofibril (MFA) ve struktuře dřeva

Tato kapitola se zaměřuje na bližší zkoumání vztahu mezi mikroskopickými a mechanickými vlastnosti dřeva, konkrétně na působení úhlu mikrofibril MFA (*Micro Fibril Angle*) ve vrstvě S_2 , tedy ve střední vrstvě sekundární buněčné stěny, *obr. 5*, dřevěné buňky. Sekundární buněčná stěna tvoří přibližně 80% celkové tloušťky buněčné stěny a má tedy největší vliv na mechanické vlastnosti dřevních buněk buňky [20].

Materiál buněčné stěny dřeva funguje jako kompozit. Celulózové mikrofibrily fungují jako tuhá vlákna, molekuly hemicelulózy a ligninu fungují jako měkká matrice. Celulózová vlákna v hlavní vrstvě buněčné stěny jsou spirálovitě vinuta kolem osy buňky, tato sekundární vrstva je dominantní z hlediska tloušťky, a proto jsou její vlastnosti z hlediska chování celé buňky velmi důležité. Úhel, který svírají mikrofibrily s axiální osou je nazýván úhel mikrofibril. Šířka mikrofibrilu je pohybuje mezi 10 - 30 nm [20].

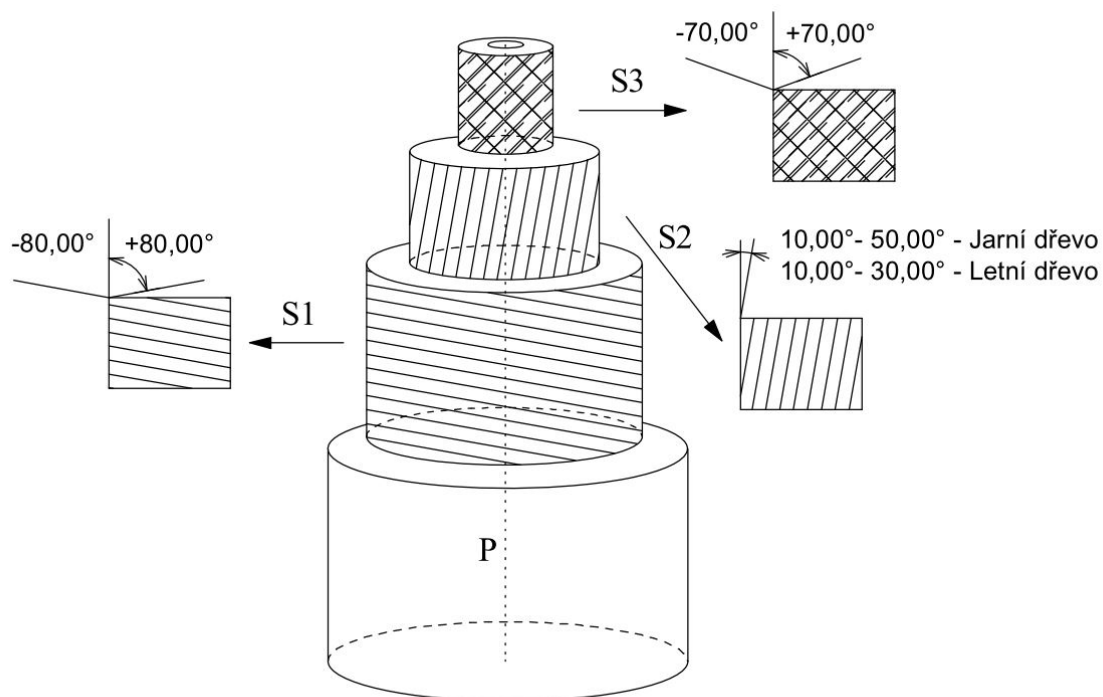
Hodnoty MFA jsou závislé na modulu pružnosti v podélném směru a na sesychání. Podélný směr je hlavní nositel pevnosti dřeva, a proto mechanické vlastnosti jsou závislé na vlastnostech buněk v tomto směru. Tato vrstva se vyznačuje tím, že vlákna celulózy jsou mezi sebou paralelně uspořádaná a vytváří úhel MFA spolu s podélnou buňkou osy [20].

MFA vyjadřuje, jak blízko jsou mikrofibrily vyrovnány s tímto podélným směrem. Malá hodnota MFA značí, že jsou mikrofibrily více vyrovnány a materiál je tužší, proto je určení úhlu MFA důležitou hodnotou pro určení mechanických vlastností dřevní buňky [20].

Způsob měření MFA použitím:

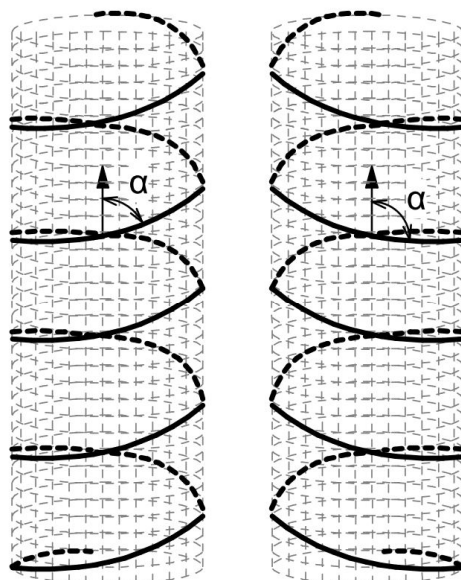
- mikroskopických technik
 - polarizace
 - přímé zobrazování za pomoci chemických a fyzikálních metod
- rentgenové difrakce
- blízké infračervené oblasti spektroskopie

Úhel mikrofibril je závislý na délce tracheidy. Předpokládá se, že MFA je konstantní ve vrstvě S_2 (úhel 10° až 50°), zkřížený ve vrstvě S_1 (úhel -80° až $+80^\circ$) a se dvěma nebo více hlavními orientacemi ve vrstvě S_3 (úhel -70° až $+70^\circ$), zobrazeno na *obr. 38*.



Obr. 38 - Vrstvy buňky dřeva -MFA

Mikrofibrily ve vrstvě S_2 mají obvykle „Z“ nebo „S“ spirálovou orientaci, obr. 39.



Obr. 39 - „Z“ spirálová orientace mikrofibril (vlevo), „S“ spirálová orientace mikrofibril (vpravo)

MFA vrstvy S_2 je hlavní determinant mechanických vlastností dřeva, včetně modulu pružnosti a smrštění (podélné a tangenciální). MFA vykazuje s hustotou proměnlivý vztah. Tuhost dřeva

vyplývá z obsahu celulózy a z jeho rozložení v buněčné stěně. Úhel MFA má velký vliv na tuhost dřeva [20].

MFA je jeden z dominantních parametrů, který má vliv na anizotropní smršťování. Buněčné stěny s velmi nízkým MFA mají tendenci k většímu tangenciálnímu smrštění, zatímco buněčné stěny s vysokým MFA mají tendenci k většímu podélnému smrštění [20].

8.1 Závislost mechanických vlastností zjištěných pomocí nanoindentace

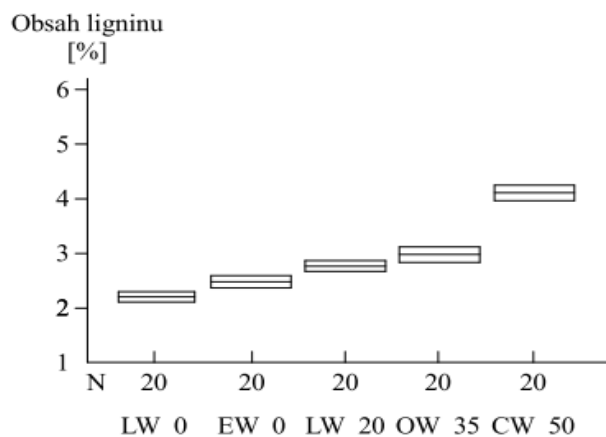
V Norsku roku 2004 byl proveden výzkum s cílem prošetření dřeva pro co nejširší spektrum strukturální variability. Vzorky dřeva byly ze smrku ztepilého, sestávajícího z letního a jarního dřeva a z dřeva tlakového a tahového. Jarní dřevo je složeno z buněk s širšími rozměry a tenčí buněčnou stěnou a kratší délkou buňky. Tlakové dřevo se vyznačuje vysokým obsahem ligninu a vysokým MFA [21].

Pro měření bylo vyhodnocováno 20 vzorků. Před nanoindentací byl u jednotlivých vzorků změřen obsah ligninu a MFA. Průměrná hodnota MFA se pohybovala od 0 ° do 50 °, *tab. 8* [21].

Tab. 8 - Výsledky MFA pomocí rentgenové difrakce

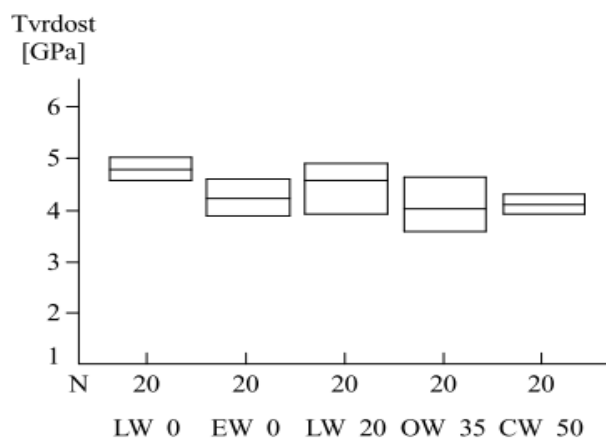
Vzorek	Průměrná hodnota MFA	Označení vzorku
Jarní dřevo z kmene smrku	0°	EW_0
Letní dřevo z kmene smrku	0°	LW_0
Letní dřevo z kmene smrku	20°	LW_20
Tahové dřevo z větve smrku	35°	OW_35
Tlakové dřevo z větve smrku	50°	CW_50

Dále byla provedena chemická analýza obsahu ligninu ve vrstvě S_2 buněčné stěny a jeho průměrná hodnota je znázorněna na *obr. 40*. Nejmenší obsah ligninu byl pozorován u vzorku LW_0 (letní dřevo s MFA = 0), největší obsah ligninu pak u vzorku CW_50 (tlakové dřevo s MFA = 50°) s téměř dvojnásobnou hodnotou. Pozorujeme tendenci růstu obsahu ligninu se zvyšujícím se MFA [21].



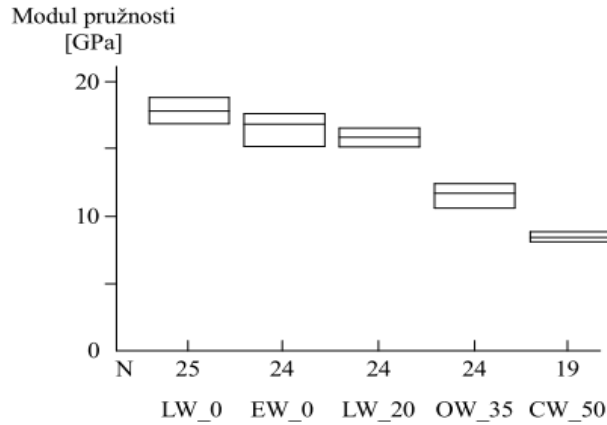
Obr. 40 - Obsah ligninu ve vrstvě S₂ buněčné stěny

Průměrné hodnoty tvrdosti jsou zobrazeny na obr. 41. Z grafu je patrný mírný nárůst tvrdosti se snižující se hodnotou MFA ve vrstvě S₂ buněčné stěny. V tomto případě nebyl nalezen žádný významný rozdíl ve tvrdosti mezi jednotlivými vzorky [21].



Obr. 41 - Tvrdost zjištěná pomocí nanoindentace

Modul pružnosti vrstvy S₂ buněčné stěny zjištěný nanoindentací ukazuje snižování tuhosti se zvyšující se hodnotou MFA, obr. 42. Při úhlu mikro fibril 50° (CW_50) je modul pružnosti poloviční oproti vzorku LW_0, který má téměř nulový odklon mikro fibril. Pokles modulu pružnosti se zvyšující se hodnotou MFA není lineární, ale probíhá po křivce [21].



Obr. 42 - Modul pružnosti zjištěný pomocí nanoindentace

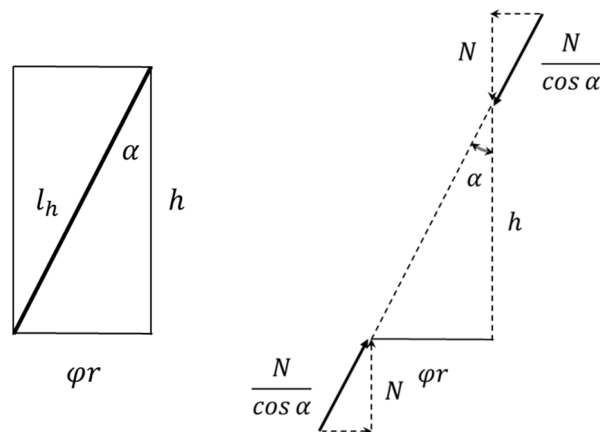
8.2 Podélná redukce tuhosti ovlivněná MFA

V této kapitole je navržen redukční koeficient podélného modulu pružnosti popisující jeho závislost na MFA [22].

Předpoklady:

- mikrofibrily mají pouze podélnou tuhost, tuhost v ohybu je nulová
- okolní matrice kolem fibril zajišťuje stabilitu a nemá žádnou podélnou únosnost
- vlákna mají šroubovitý tvar

Předpokládá se nepřímý poměr mezi tuhostí mikrovláken a délkou šroubovice. Šroubovice nebo její část se dotýká povrchu válce nebo jeho části a může být rozvinuta do roviny, toto je znázorněno na obr. 43 [22].



Obr. 43 - Šroubovice a část povrchu válce rozvinutá do roviny (vlevo), působící síla na šroubovici (vpravo)

Obdélník rozměrů ($\varphi r \times h$) zobrazuje část válce a jeho úhlopříčka je šroubovice, *obr. 43*. Šroubovice má délku $l_h = \sqrt{(\varphi r)^2 + h^2}$ a pro úhel MFA α je platný $\tan \alpha = \frac{\varphi r}{h}$.

Snížení tuhosti je způsobeno dvěma jevy. První redukce je způsobena délkou a druhá sklonem vláken. Základní tuhost je vyjádřena n_0 pro $\alpha = 0^\circ$. Zkrácení podélné délky je vyjádřeno následující rovnicí [22]:

$$coeff_{red} = \frac{n}{n_0} = \frac{\frac{EA}{l_h}}{\frac{EA}{h}} = \frac{h}{l_h} = \frac{h}{\sqrt{(\varphi r)^2 + h^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\varphi r}{h}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{(\tan \alpha)^2 + 1}}.$$

Snížení sklonu vede z předpokladu, že matice nemá podélnou tuhost. Vertikální síla je zvýšena $\frac{1}{\cos \alpha}$ kvůli sklonu. To vede k rovnici, protože je třeba dosáhnout stejného posunutí [22].

(8.2.2)

$$\frac{N}{\cos \alpha} = n \cdot u \rightarrow N = (n \cos \alpha) \cdot u \quad coeff_{\alpha red} = \cos \alpha.$$

Závěrem je koeficient snížení:

(8.3.3)

$$coeff_{red} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{(\tan \alpha)^2 + 1}}.$$

Musí být provedeno mnoho laboratorních testů s cílem ověřit navrhovaný vzorec. Pomocí údajů naměřených v Norsku, které jsou uvedeny v *tab. 8* a na *obr. 42*, byl navrhovaný vzorec pro koeficient snížení validován. Výsledky jsou uvedeny v *tab. 9*, kde je vidět, že navrhovaný vzorec odpovídá norským datům celkem dobře [22].

Tab. 9 - Podélný modul pružnosti, porovnání výsledků měření a výpočet

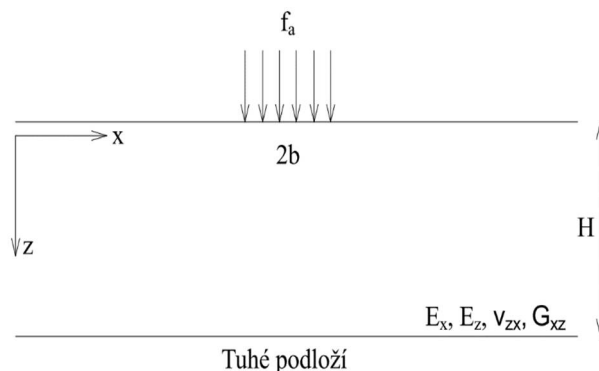
MFA	$coeff_{red}$	Modul pružnosti E měřený [GPa]	Modul pružnosti E vypočtený [GPa]	Odchylka [%]
0°	1,000	17,5	17,5	0
20°	0,833	16,0	15,5	3,1
35°	0,671	11,5	11,7	1,7
50°	0,413	8,0	7,2	10,0

Cílem bylo zjistit vliv úhlu mikrofibril na chování materiálu dřevěné buňky, konkrétně ve střední vrstvě sekundární buněčné stěně S_2 . Důležité bylo určit závislost MFA na podélné tuhosti popsané podélným modulem pružnosti. Byl navržen vzorec, jak snížit modul pružnosti v závislosti na hodnotě MFA. Redukční vzorec byl odvozen zavedením pomocí určených předpokladů, které jsou obecně známé ze strukturální mechaniky. Přesnost redukce podélného modulu pružnosti v závislosti na MFA se zdá být plně přijatelná. Jelikož vrstva S_2 tvoří více než 80% celkové tloušťky stěny buněk, je třeba považovat vrstvu S_2 za základní nosný prvek v podélném směru [22].

Hodnoty MFA mají v této vrstvě poměrně malou hodnotu (0° - 50°), na rozdíl od vrstev S_1 a S_3 , kde hodnoty MFA jsou větší než 70° , čili jsou od přírody navrženy pro únosnost v kolmém směru. Vrstvy S_1 a S_3 poskytují podpěru vrstvě S_2 v kolmém směru, jako slouží např. ovinutá výztuž u betonových sloupů [22].

9 Ověřování ortotropních parametrů dřeva

Řešení izotropní elastické vrstvy bylo modifikováno pro chování ortotropního elastického materiálu a je odvozeno od výpočtu sedání základů. Toto řešení je užitečné i pro odhad parametrů ortotropního materiálu. Dřevěná deska je umístěna na tuhém podloží a je uvažována za elastickou vrstvu, *obr. 44*. Ze známé křivky zatěžování můžeme následně odhadnout parametry materiálu. Zatížení působí kolmo na rovinu ortotropie. Cílem analytického řešení je určit deformaci elastické vrstvy ve svislém směru [23], [24], [25], [26].



Obr. 44 - Elastická vrstva, řez kolmý k ose

9.1 Zjednodušené řešení elastické vrstvy užitím Westergardových předpokladů

Považujeme-li vodorovná posunutí za zanedbatelná, potom pro vektor pole posunutí můžeme psát:

(9.1.1)

$$\begin{aligned} u(x; y; z) &= 0, \\ v(x; y; z) &= 0, \\ w(x; y; z) &=? \end{aligned}$$

Pomocí Kantorovičovy metody hledáme svislé posunutí pomocí nekonečné řady: (9.1.2)

$$w(x; y; z) = \sum_{j=1,3,5}^{\infty} w_j(x; y) \psi_j(z),$$

kde $w_j(x; y)$ jsou neznámé funkce a $\psi_j(z) = \cos \frac{j\pi}{2H} z$ představuje úplný systém báзовých funkcí. Jedná se o určitou dimenzionální redukci, kdy nehledáme funkci $w(x; y; z)$ tři nezávislých proměnných $(x; y; z)$, ale nekonečně mnoho funkcí $w_j(x; y)$, které závisí jen na dvou nezávislých proměnných $(x; y)$. Nadále postupujeme ve standardním sledu rovnic při použití deformační varianty řešení MKP [23], [24], [25], [26].

Nejprve vypočteme z geometrických rovnic tenzor malých deformací: (9.1.3)

$$\varepsilon_{xx} = 0, \quad \varepsilon_{yy} = 0, \quad \varepsilon_{zz} = \sum_{j=1,3,5}^{\infty} w_j \psi_{j,z},$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} = 0, \quad \gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} = \sum_{j=1,3,5}^{\infty} w_{j,y} \psi_j, \quad \gamma_{zx} = 2\varepsilon_{zx} = \sum_{j=1,3,5}^{\infty} w_{j,x} \psi_j.$$

Označení $\frac{\partial w_j}{\partial x} = w_{j,x}$ se použije pro parciální derivaci

Pro ortotropní lineárně pružný materiál platí konstitutivní vztah: (9.1.4)

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}$$

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x}, \quad \frac{\nu_{zx}}{E_z} = \frac{\nu_{xz}}{E_x}, \quad \frac{\nu_{yz}}{E_y} = \frac{\nu_{zy}}{E_z}.$$

Snadno ověříme, že v rovnicích (9.1.4) vystupuje devět nezávislých parametrů. V případě rovinné napjatosti, dojde k dalšímu známému zjednodušení: (9.1.5)

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & \frac{1}{E_z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}$$

Z Westergárdových předpokladů víme, že $\varepsilon_{xx} = 0$. Jednoduchou úpravou získáme identitu:

(9.1.6)

$$\frac{1}{E_x} \sigma_{xx} - \frac{\nu_{xz}}{E_x} \sigma_{zz} = 0 \Rightarrow \sigma_{xx} = \nu_{xz} \sigma_{zz}$$

Tím se fyzikální rovnice redukuje na dva vztahy:

(9.1.7)

$$\sigma_{zz} = \frac{E_z}{1 - \nu_{zx}^2 \frac{E_x}{E_z}} \varepsilon_{zz} ; \tau_{xz} = G_{xz} \gamma_{xz}$$

Pomocí notace: $E_{zoed} = \frac{E_z}{1 - \nu_{zx}^2 \frac{E_x}{E_z}}$ a $G_{xz} = G$

(9.1.8)

$$\sigma_{zz} = E_{zoed} \varepsilon_{zz} ; \tau_{xz} = G \gamma_{xz}.$$

Rovnováhu požadujeme v integrální formě užitím Lagrangeův principu virtuálních prací:

(9.1.9)

$$\int_{R^2} \left(\int_0^H (G w_{,x} \delta w_{,x} + E_{zoed} w_{,z} \delta w_{,z}) dz - f_z(x, y) \delta w(x, y, 0) \right) dx dy = 0.$$

Symboly E_{zoed} , G představují známé hodnoty edometrického modulu ve směru z a smykového modulu v rovině x, z . Virtuální funkce δw budou použity ve stejném tvaru jako w .

(9.1.10)

$$C_1 = \frac{\pi^2}{8H} E_{zoed}, \quad C_2 = \frac{GH}{2}; \quad E_{zoed} = \frac{E_z}{1 - \nu_{zx}^2 \frac{E_x}{E_z}}$$

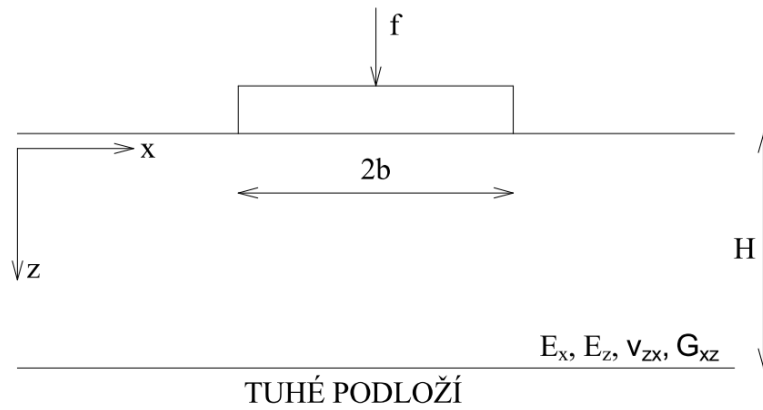
Integrace rovnovážné rovnice ve svislém směru má podobu nekonečného počtu obyčejných diferenciálních rovnic.

(9.1.11)

$$j^2 C_1 w_j - C_2 \Delta w_{j,xx} = (-1)^{\frac{j-1}{2}} f_z.$$

Nekonečně tuhý nekonečný pás

Pokud takto provedeme test vzorku dřeva, můžeme vypočítat parametry dřeva z pracovního diagramu. Použitím dvou šířek razníku pro stejnou tloušťku dřeva máme dostatečnou informaci o edometrickém a smykovém modulu, *obr. 45*, naopak při použití dvou tloušťek dřeva bychom měli stejný počet informací. Zpětná analýza je řízena zkušební a chybovou metodou [23], [24], [25], [26].



Obr. 45 - Nekonečně tuhý nekonečný pás

Vyrovnání:

(9.1.12)

$$w_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f}{2[(2n+1)\sqrt{C_1 C_2} + (2n+1)^2 b C_1]} \cdot$$

Sklon L-D křivky:

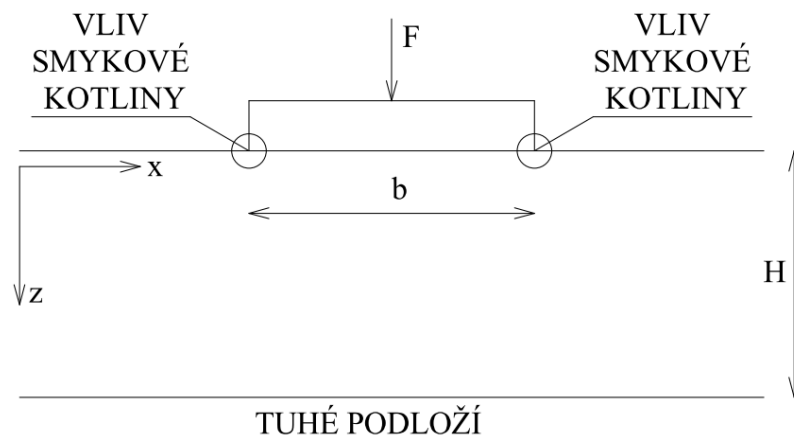
(9.1.13)

$$\frac{f}{w_0} = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2[(2n+1)\sqrt{C_1 C_2} + (2n+1)^2 b C_1]}}$$

10 Testování dřeva v příčném směru užitím razníků

V předchozí kapitole č. 9 byl odvozen vzorec (9.1.13) pro výpočet sklonu zatěžovací křivky na základě parametrů dřeva (modul pružnosti kolmo na vlákna E_z , modul pružnosti rovnoběžně s vlákny E_x , poissonovo číslo ν_{zx} a modul pružnosti ve smyku G_{xz}), výšce vzorku a šířce razníku. Pro ověření tohoto vzorce byly navrženy a provedeny experimenty na dřevěných vzorcích různých rozměrů a s razníky různých šířek, při kterých probíhalo zatlačování ocelového razníku do dřeva ve směru kolmo na vlákna. Z této zkoušky byl následně vypočítán modul pružnosti kolmo na vlákna. Při zatlačování razníku do dřeva se předpokládá, že modul pružnosti kolmo k vláknům zjištěný z tlakové zkoušky je do značné míry ovlivněn smykovým působením na krajích razníku v místě zatlačení do dřeva, *obr. 46*.

Navržené experimenty měly za cíl, pomocí zpětné analýzy podle vzorce 9.1.13, určit, jak velký je vliv smyku ve vypočítaném modulu pružnosti kolmo k vláknům v závislosti na velikosti razníku a výšce dřevěného vzorku.



*Obr. 46 - Vyznačení oblasti smyku v závislosti na šířce razníku,
 F - působící síla, H - výška dřevěného vzorku, b - šířka razníku*

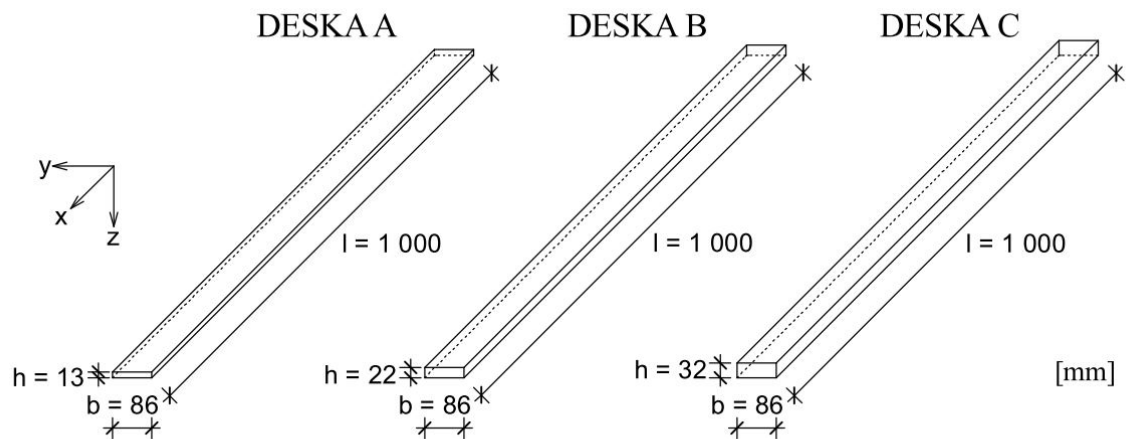
Testování dřeva v příčném směru bylo provedeno v centru vědy a komplexní výzkumné instituci v oblasti stavebnictví - AdMaS (*Advanced Materials, Structures and Technologies*), která je součástí Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně.

Byly provedeny tři série zatěžovacích zkoušek v tlaku, vzorky v jednotlivých sériích se lišily svým tvarem a rozměry a byly zatěžovány razníky různých šířek. Všechny vzorky byly vyrobeny ze smrkového dřeva. Pro testování byl použit zatěžovací stroj TIRA 2850 S a zatěžování všech vzorků probíhalo kolmo k vláknům dřeva.

10.1 Zkušební vzorky série 1

10.1.1 Rozměry a tvar zkušebních vzorků

Zkoušeny byly tři typy dřevěných desek, jejich označení, rozměry a tvar jsou znázorněny na obr. 47.

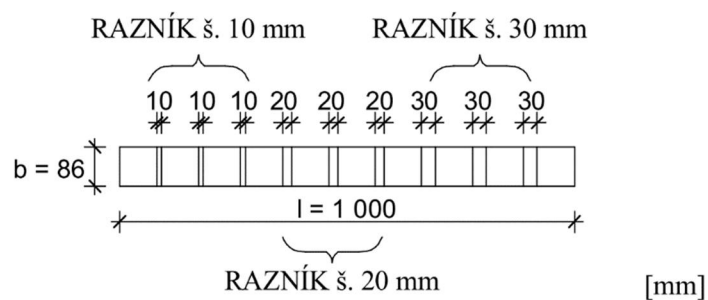


Obr. 47 - Zkušební desky A, B a C

Rozměry zkušební desky A byly: 86 x 13 x 1 000 mm, zkušební deska B měla rozměry: 86 x 22 x 1000 mm a zkušební deska C byla rozměru: 86 x 32 x 1000 mm. Zkoušené desky se lišily pouze svou tloušťkou. Pro testování desek byly použity ocelové razníky různých šířek: 10 mm, 20 mm a 30 mm.

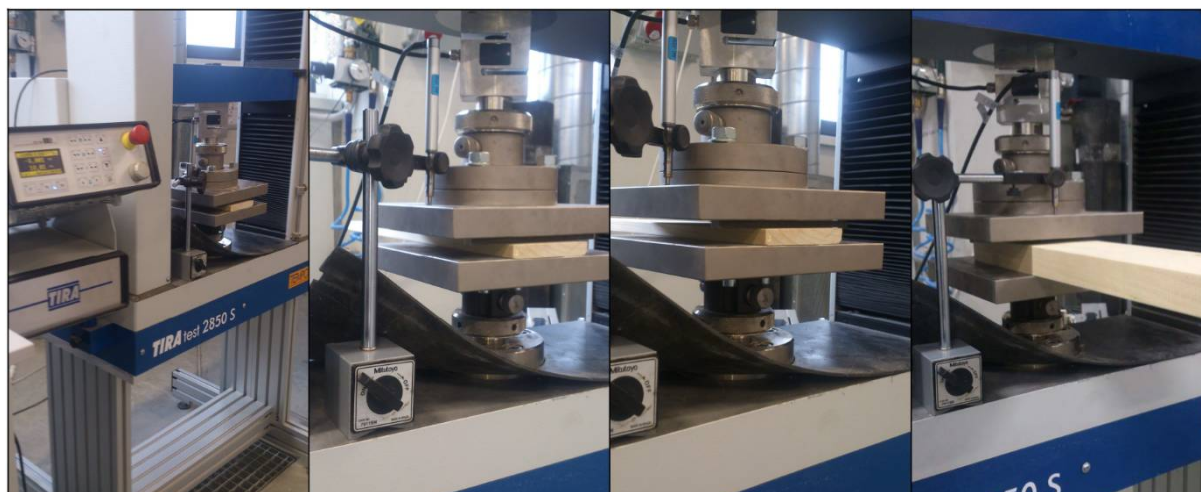
10.1.2 Průběh zkoušky

Na každé zkušební desce bylo provedeno celkem 9x zatěžování: 3x pro razník šířky 10 mm, 3x pro razník šířky 20 mm a 3x pro razník šířky 30 mm, rozmístění razníků po délce zkušební desky a jejich postupné umísťování je zobrazeno na obr. 48.



Obr. 48 - Rozmístění razníků po délce zkušební desky

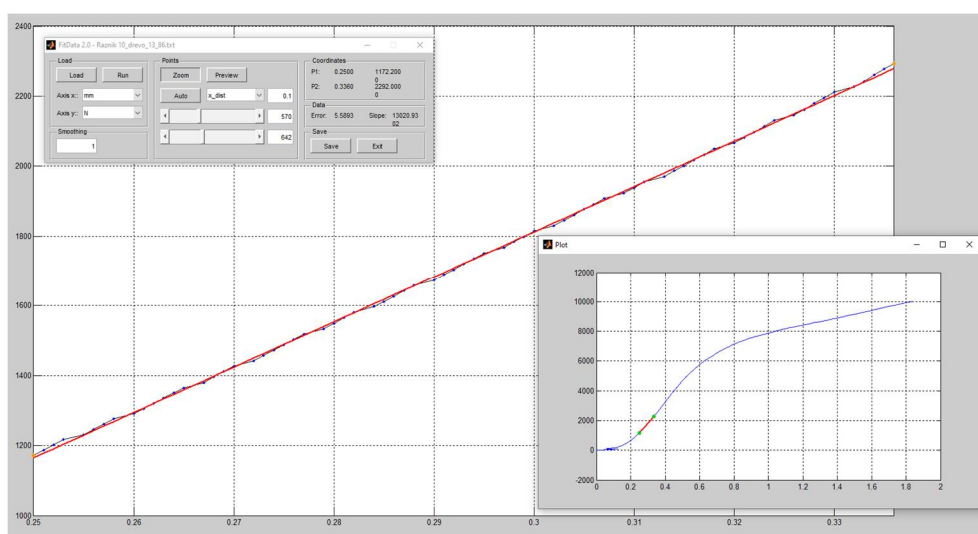
Umístění zkušebních vzorků v zatěžovacím stroji, je zobrazeno na obr. 49.



Obr. 49 - Umístění zkušebních vzorků v zatěžovacím stroji

Pro jednotlivá měření byl zaveden systém označení, např.: $A10_1$, kde písmeno na první pozici označuje typ desky v závislosti na její tloušťce, obr. 48, číslice na druhé a třetí pozici značí šířku použitého razníku v mm, dolní index na čtvrté pozici rozlišuje měření stejným razníkem na stejné desce.

Pro vyhodnocení lineární oblasti z pracovních diagramů tlakové zkoušky dřevěných desek byl použit program FitData 2.0 [S2]. Program je volně dostupný na webových stránkách Ing. Michala Přinosila. Jedná se o jednoduchý nástroj pro zpracování naměřených dat z experimentů, který slouží k určení lineární oblasti zatěžovací křivky. Vzorový příklad pro zkušební vzorek $A10_1$ je zobrazen na obr. 50. Stejným způsobem byly vyhodnoceny i všechny následující zkoušky.



Obr. 50 - Vyhledání lineární oblasti pomocí programu FitData 2.0, zkušební vzorek $A10_1$

Pozn.: Vyhledání lineárních oblastí, určení počátečních a koncových bodů lineární oblasti a výpočet modulu pružnosti je v kapitole 18.4 - Určení lineární oblasti programem FitData 2.0 a výpočet modulu pružnosti E .

10.1.3 Výsledky zkoušky

Na základě určené oblasti lineárního působení u měřených vzorků pomocí programu Fit Data 2.0 byl spočítán modul pružnosti $E_{z,v}$, tab. 10.

Δw_s = průměrná hodnota posunů Δw z měření stejným razníkem na stejném vzorku dřeva

ΔF_s = průměrná hodnota síly ΔF z měření stejným razníkem na stejném vzorku dřeva

$E_{z,v}$ = modul pružnosti odporu razníku (s vlivem smyku) na hranách

Tab. 10 - Vypočtený modul pružnosti E pro desku A, B, C a pro jednotlivé šířky razníků

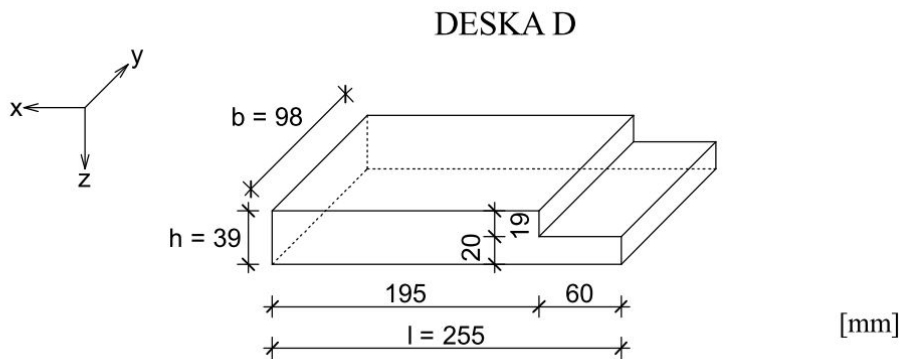
Deska A, B, C		Δw_s [mm]	ΔF_s [N]	f [N/mm]	$f/\Delta w_s$ [N/mm ²]	ε [-]	$E_{z,v}$ [MPa]
Deska A	A10	0,078	1 136,30	13,213	169,395	0,006	220,213
	A20	0,132	2 999,98	34,883	264,268	0,010	171,775
	A30	0,142	3 820,48	44,424	312,846	0,010	135,567
Deska B	B10	0,089	2 000,88	23,266	261,416	0,004	575,116
	B20	0,136	2 851,10	33,152	243,767	0,006	268,144
	B30	0,146	3 554,97	41,336	283,129	0,006	207,628
Deska C	C10	0,113	1 949,70	22,670	200,627	0,003	642,009
	C20	0,138	2 963,10	34,454	249,671	0,004	399,474
	C30	0,150	3 827,30	44,503	296,689	0,005	316,469

Pozn.: Výpočet je součástí přílohy, kapitola 18.4. - Určení lineární oblasti programem FitData 2.0 a výpočet modulu pružnosti E , podkapitola 18.4.1. - Zkušební série 1.

10.2 Zkušební vzorek série 2

10.2.1 Rozměry a tvar zkušebních vzorků

Zkoušena byla deska atypického tvaru, její označení, rozměry a tvar jsou znázorněny na *obr. 51*.

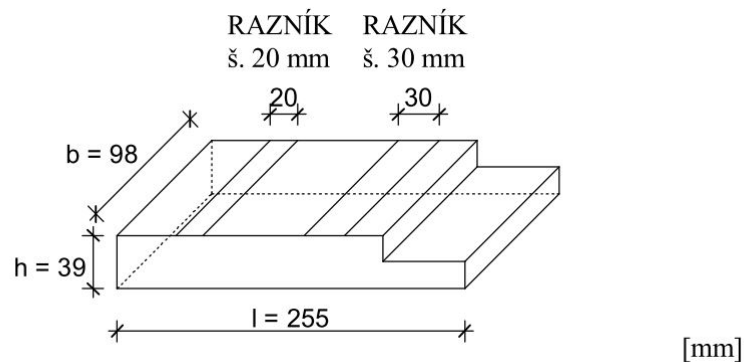


Obr. 51 - Zkušební deska D

Rozměry zkušební desky D byly: 98 x 39 x 255 mm. V sérii dva byla zkoušena pouze jedna deska. Pro testování byly použity ocelové razníky šířky 20 mm a 30 mm.

10.2.2 Průběh zkoušky

Do zkušebního vzorku byly postupně zatlačovány dva razníky. První razník š. 20 mm, následně razník š. 30 mm. Jejich umístění na zkušebním vzorku je znázorněno na *obr. 52*, umístění vzorku a razníku v zatěžovacím stroji je zobrazeno na *obr. 53*.



Obr. 52 - Rozmístění razníků po délce zkušební desky

Pro jednotlivá měření byl zaveden systém označení, např.: D20, kde písmeno na první pozici označuje typ desky znázorněné na *obr. 51*, číslice na druhé a třetí pozici značí šířku použitého razníku v mm, *obr. 52*.



Obr. 53 - Umístění zkušební vzorku D v zatěžovacím stroji

10.2.3 Výsledky zkoušky

Na základě určené oblasti lineárního působení u měřených vzorků pomocí programu Fit Data 2.0 byl spočítán modul pružnosti $E_{z,v}$, tab. 11.

$E_{z,v}$ = modul pružnosti odporu razníku (s vlivem smyku) na hranách

Tab. 11 - Vypočtený modul pružnosti E pro desku D a pro jednotlivé šířky razníků

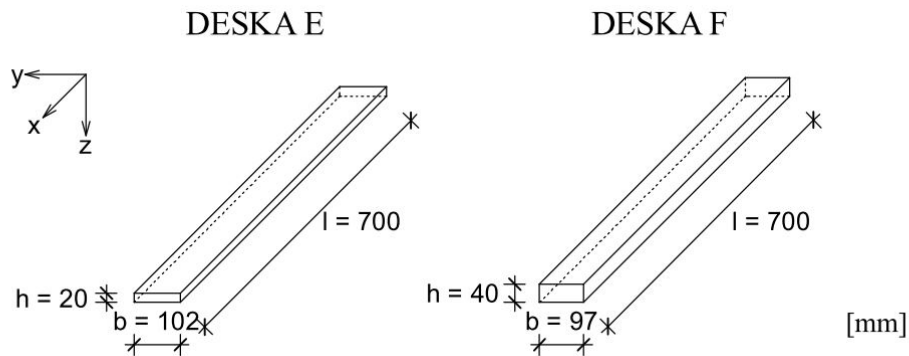
Deska D		Δw [mm]	ΔF [N]	f [N/mm]	$f/\Delta w$ [N/mm ²]	ε [-]	$E_{z,v}$ [MPa]
Deska D	D20	0,069	7 882,55	80,434	1 165,713	0,002	2 273,140
	D30	0,106	14 406,05	147,00	1 386,787	0,003	1 802,836

Pozn.: Výpočet je součástí přílohy, kapitola 18.4 - Určení lineární oblasti programem FitData 2.0 a výpočet modulu pružnosti E , podkapitola 18.4.2. - Zkušební série 2.

10.3 Zkušební vzorek série 3

10.3.1 Rozměry a tvar zkušebních vzorků

Zkoušeny byly dva typy dřevěných desek, jejich označení, rozměry a tvar jsou znázorněny na obr. 54.

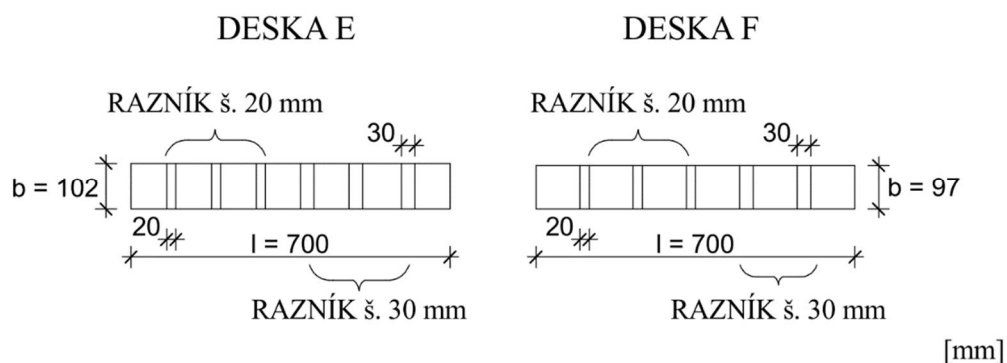


Obr. 54 - Zkušební desky E, F

Rozměry zkušební desky E byly: 102 x 20 x 700 mm, zkušební deska F měla rozměry: 97 x 40 x 700 mm. Zkoušené desky se lišily svou tloušťkou a šířkou. Pro testování desek byly použity ocelové razníky šířky 20 mm a 30 mm.

10.3.2 Průběh zkoušky

Na zkušební desce E bylo provedeno celkem 6x zatěžování: 3x pro razník šířky 20 mm, 3x pro razník šířky 30 mm, na zkušební desce F bylo provedeno celkem 5x zatěžování: 3x pro razník šířky 20 mm, 2x pro razník šířky 30 mm, rozmístění razníků po délce zkušební desky a jejich postupné umístění je zobrazeno na obr. 55.



Obr. 55 - Rozmístění razníků po délce zkušebních desek

Pro jednotlivá měření byl zaveden systém označení, např.: $E20_l$, kde písmeno na první pozici označuje typ desky v závislosti na její tloušťce a výšce, obr. 54, číslice na druhé a třetí pozici značí šířku použitého razníku v mm , dolní index na čtvrté pozici rozlišuje měření stejným razníkem na stejné desce.

10.3.3 Výsledky zkoušky

Na základě určené oblasti lineárního působení u měřených vzorků pomocí programu Fit Data 2.0 byl spočítán modul pružnosti $E_{z,v}$, tab. 12.

Δws = průměrná hodnota posunů Δw z měření stejným razníkem na stejném vzorku dřeva

ΔFs = průměrná hodnota síly ΔF z měření stejným razníkem na stejném vzorku dřeva

$E_{z,v}$ = modul pružnosti odporu razníku (s vlivem smyku) na hranách

Tab. 12 - Vypočtený modul pružnosti E pro desku E , F a pro jednotlivé šířky razníků

Deska E, F		Δws [mm]	ΔFs [N]	f [N/mm]	$f/\Delta ws$ [N/mm ²]	ε [-]	$E_{z,v}$ [MPa]
Deska E	E20	0,091	3 843,92	37,685	414,126	0,005	414,126
	E30	0,114	4 919,73	48,233	423,093	0,006	282,062
Deska F	F20	0,177	4 087,12	42,135	238,052	0,004	476,105
	F30	0,191	6 503,05	67,041	351,004	0,005	468,005

Pozn.: Výpočet je součástí přílohy, kapitola 18.4 - Určení lineární oblasti programem FitData 2.0 a výpočet modulu pružnosti E , podkapitola 18.4.3. - Zkušební série 3.

10.4 Určení parametrů dřeva na základě provedených výzkumů

Vypočtené moduly pružnosti kolmo k vláknům z provedených experimentů byly použity pro zpětnou analýzu pro zjištění vlivu smyku na vypočítaný modul pružnosti. Pro zpětnou analýzu jsou potřeba další parametry dřeva, které nebyly experimentálně zjištěny. Tyto parametry byly určeny z vybraných již provedených experimentů ve světě [27] a jejich hodnoty včetně průměrné hodnoty použité pro určení parametrů dřeva jsou sepsány v *tab. 13*.

Tab. 13 - Vybrané parametry dřeva norského smrku

Materiál	E_x [MPa]	E_z [MPa]	G_{xz} [MPa]	ν_{zx} [-]
1 - Smrk 6	15 919	686	617	0,01
2 - Smrk 7a	9 900	730	496	0,03
3 - Smrk 7b	10 700	710	500	0,03
4 - Norsko	10 900	640	580	0,02
5 - Smrk 9	15 900	690	620	0,03
Průměr	12 664	691	563	0,024

Podle *tab. 13* byl pro zpětnou analýzu zaveden předpoklad, že smykový modul v rovině G_{xz} je přibližně 80 % z modulu pružnosti kolmo na vlákna. Modul pružnosti rovnoběžně s vlákny E_x a Poissonovo číslo ν_{zx} bude bráno jako průměrná hodnota z provedených experimentů ve světě.

10.5 Zpětná analýza užitím teorie pružné vrstvy

Moduly pružnosti v tlaku kolmo k vláknům určené na základě tlakové zkoušky, při které byl razník zatlačován do dřeva, jsou ovlivněny také smykovou únosností. Byly testovány dřeva různých rozměrů s razníky různých šířek, aby bylo možné pomocí zpětné analýzy určit vliv smyku v závislosti na výšce zkoušeného dřevěného vzorku a šířce razníku.

V *tab. 14* jsou porovnány průměrné moduly pružnosti odporu razníku kolmo k vláknům $E_{z,v}$ zjištěné z tlakové zkoušky (s vlivem smyku) a moduly pružnosti určené zpětnou analýzou $E_{z,za}$ pomocí zkušební a chybové metody, při které byly hledány známé hodnoty sklonu zatěžovací křivky $f/\Delta w$ zjištěné z experimentu a tím byly zjištěny hodnoty modulu pružnosti $E_{z,za}$, které nejsou ovlivněny smykem.

Tab. 14 - Porovnání modulů pružnosti z tlakových zkoušek (s vlivem smyku) a modulů pružnosti získaných zpětnou analýzou (bez vlivu smyku)

Označení vzorků		Výška vzorku	Tlaková zkouška	Zpětná analýza		Vliv smyku
			Modul pružnosti odporu razníku (s vlivem smyku) na hranách	Modul pružnosti (bez vlivu smyku)	Modul pružnosti ve smyku	
		h [mm]	$E_{z,v}$ [MPa]	$E_{z,za}$ [MPa]	G_{xz} [MPa]	[%]
Deska A	A10	13	220,213	97,651	79,097	56
	A20	13	171,775	101,398	82,132	41
	A30	13	135,567	89,774	72,717	34
Deska B	B10	22	575,116	199,652	161,718	65
	B20	22	268,144	130,406	105,629	51
	B30	22	207,628	118,503	95,987	43
Deska C	C10	32	642,009	177,837	144,048	72
	C20	32	399,474	163,755	132,642	59
	C30	32	316,469	157,247	127,370	50
Deska D	D20	39	2 273,140	861,779	698,041	62
	D30	39	1 802,836	842,510	682,433	53
Deska E	E20	20	414,126	213,759	173,145	48
	E30	20	282,062	169,274	137,112	40
Deska F	F20	40	476,105	173,613	140,627	63
	F30	40	468,005	211,780	171,542	55

Pozn.: Vzorová ukázka vzorců pro zpětnou analýzu v programu Excel je součástí přílohy, kapitola 18.5 - Zpětná analýza - data programu Excel.

Při porovnání jednotlivých modulů pružnosti, respektive vyjádřeného procentuálního vlivu smyku, je vidět, že čím je použit razník větší šířky, tím je vliv smyku dle předpokladu menší. Pokud jsou porovnány výsledky podle výšky dřevěného vzorku je vidět, že čím je vzorek vyšší, tím je větší vliv smykové kotliny na průběh experimentu a tedy na výsledku modulu pružnosti.

Dále je možné porovnat výsledky na vzorcích podobných rozměrů s razníky stejných šířek:

- vzorky „B“ mají výšku 22 mm a vzorky „E“ mají výšku 20 mm. Při porovnání vlivu smyku je vidět, že hodnoty jsou téměř stejné, u vzorku „B“ nepatrně vyšší, což odpovídá výše popsanému, že větší vliv smyku je u vyšších vzorků. Vliv má také šířka vzorku: „E“ šířky 102

mm, „B“ se šířkou 86 mm; u vzorku „E“ je tedy větší plocha, na kterou razník působí, a vliv smyku je tedy menší.

- vzorky „D“ mají výšku 39 mm a vzorky „F“ mají výšku 40 mm. Při porovnání vlivu smyku je vidět, že hodnoty jsou téměř totožné, u vzorku „F“ nepatrně vyšší, což opět odpovídá výše popsanému, že větší vliv smyku je u vyšších vzorků.

Hodnoty modulu pružnosti kolmo k vláknům mají značný rozptyl, což ale není u tohoto parametru dřeva nijak výjimečné. Experiment byl zaměřen především na ověření teorie pružné vrstvy využití pro zjištění vlivu smyku na modul pružnosti kolmo k vláknům zjišťovaný zatlačováním razníku do dřeva. Z dosažených výsledků lze konstatovat, že experiment potvrdil danou teorii.

Další výzkum - porovnání experimentů, kde se srovnají experimenty se zatlačením razníku a bez zatlačování razníků na vzorcích stejných rozměrů ze stejného dřeva.

10.6 Parametrická studie

Zpětná analýza, jejíž výsledky jsou vidět v *tab. 14* a popsány výše, je provedena na základě hodnot určených z literatury, dle *tab. 13*. Dle tohoto předpokladu byly pevně určeny hodnoty modulu pružnosti rovnoběžně s vlákny E_x a Poissonova čísla ν_{zx} . Smykový modul v rovině G_{xz} byl uvažován 81 % z hledaného modulu pružnosti kolmo na vlákna $E_{z,za}$. Ve výpočtovém modelu je ale možné tyto vstupní parametry uvažovat jako proměnné, jejichž hodnoty mohou do značné míry ovlivnit hledaný modul pružnosti určený zpětnou analýzou $E_{z,za}$.

Pro ověření, jak velký vliv mají vstupní parametry, bude dále zpětná analýza postupně provedena pro několik dalších případů, při kterých budou měněny vstupní parametry a sledována změna hodnot modulu pružnosti $E_{z,za}$.

10.6.1 Proměnný parametr - Modul pružnosti rovnoběžně s vlákny

První parametr, jehož hodnota byla měněna za účelem zjištění vlivu na hledanou hodnotu $E_{z,za}$, byl modul pružnosti rovnoběžně s vlákny E_x . Původní hodnota byla 12,664 GPa dle *tab. 13*. Ostatní parametry zůstaly beze změny.

V *tab. 15* jsou prezentovány výsledky zpětné analýzy, kde byly hledány hodnoty modulu pružnosti $E_{z,za,1}$ při použití modulu pružnosti $E_x = 10$ GPa a hodnoty modulu pružnosti $E_{z,za,2}$ s modulem pružnosti $E_x = 15$ GPa.

Tab. 15 - Porovnání modulů pružnosti kolmo k vláknům získaných zpětnou analýzou (bez vlivu smyku) při použití různých modulů pružnosti rovnoběžně s vlákny

Označení vzorků		Výška vzorku	Zpětná analýza		
			Modul pružnosti kolmo k vláknům pro $E_x = 10$ GPa (bez vlivu smyku)	Modul pružnosti kolmo k vláknům pro $E_x = 12,664$ GPa (bez vlivu smyku)	Modul pružnosti kolmo k vláknům pro $E_x = 15$ GPa (bez vlivu smyku)
			$E_{z,za,1}$ [MPa]	$E_{z,za}$ [MPa]	$E_{z,za,2}$ [MPa]
		h [mm]			
Deska A	A10	13	98,976	97,651	96,451
	A20	13	102,837	101,398	100,094
	A30	13	91,309	89,774	88,377
Deska B	B10	22	200,817	199,652	198,617
	B20	22	131,714	130,406	129,232
	B30	22	119,894	118,503	117,251
Deska C	C10	32	178,966	177,837	176,832
	C20	32	164,979	163,755	162,662
	C30	32	158,539	157,247	156,094
Deska D	D20	39	862,906	861,779	860,788
	D30	39	843,692	842,510	841,471
Deska E	E20	20	215,033	213,759	212,627
	E30	20	170,635	169,274	168,059
Deska F	F20	40	174,801	173,613	172,554
	F30	40	213,011	211,780	210,687

Z hodnot v tab. 15 je zřejmé, že pokud snížíme modul pružnosti E_x , z 12,664 GPa na 10,0 GPa, tedy přibližně o 21 %, tak hodnota modulu pružnosti $E_{z,za,1}$ se zvýší, ale v průměru pouze o 1,28 MPa, což je průměrně o 0,83 %. Naopak pokud se modul pružnosti E_x zvýší na 15,0 GPa, tedy přibližně o 18 %, tak hodnota modulu pružnosti $E_{z,za,2}$ se sníží, ale opět pouze v průměru pouze o 1,14 MPa, což je průměrně o 0,74 %. Pozn.: Podrobné výsledky jsou součástí přílohy, kapitola 18.6.1 - Modul pružnosti rovnoběžně s vlákny.

Při pohledu na změněné hodnoty modulů pružnosti $E_{z,za}$ podle hodnot modulu pružnosti E_x je patrné, že bez ohledu na původní hodnotu je nárůst vždy přibližně o stejnou absolutní hodnotu. U nižších hodnot modulu pružnosti $E_{z,za}$ je tedy procentuální změna mnohem vyšší než u vyšších hodnot modulu pružnosti $E_{z,za}$.

Na základě výše popsaného lze konstatovat, že změnou parametru E_x je vliv na modul pružnosti kolmo k vláknům minimální.

Z populace parametrů v *tab. 15* byl metodou výběru např. u desky A vyhodnocen nejlepší výsledek. Pomocí kvadrátu vzdáleností bylo vypočteno, že nejlepší výsledky vychází pro hodnoty s použitím modulu pružnosti rovnoběžně s vlákny $E_x = 10$ GPa. Touto metodou bychom mohli u každé desky určit nejlepší výsledky. *Pozn.: Podrobné výsledky jsou součástí přílohy, kapitola 18.6.1 - Modul pružnosti rovnoběžně s vlákny.*

10.6.2 Proměnný parametr - Modul pružnosti ve smyku

Další parametr, který byl při zpětné analýze měněn za účelem zjištění vlivu na hledanou hodnotu $E_{z,za}$, byl modul pružnosti ve smyku G_{xz} . Původní hodnota byla uvažována jako 0,81 $E_{z,za}$ na základě zavedených předpokladů z *kap.10.4*. Ostatní parametry zůstaly beze změny.

V *tab. 16* jsou výsledky zpětné analýzy, kde byly hledány hodnoty modulu pružnosti $E_{z,za,3}$ při použití modulu pružnosti ve smyku $G_{xz} = 0,7 \cdot E_{z,za}$ a hodnoty modulu pružnosti $E_{z,za,4}$ s modulem pružnosti ve smyku $G_{xz} = 0,9 \cdot E_{z,za}$.

Tab. 16 - Porovnání modulů pružnosti kolmo k vláknům získaných zpětnou analýzou (bez vlivu smyku) při použití různých modulů pružnosti ve smyku

Označení vzorků		Výška vzorku h [mm]	Zpětná analýza		
			Modul pružnosti kolmo k vláknům pro $G_{xz} = 0,7 \cdot E_{z,za}$ (bez vlivu smyku)	Modul pružnosti kolmo k vláknům pro $G_{xz} = 0,81 \cdot E_{z,za}$ (bez vlivu smyku)	Modul pružnosti kolmo k vláknům pro $G_{xz} = 0,9 \cdot E_{z,za}$ (bez vlivu smyku)
			$E_{z,za,3}$ [MPa]	$E_{z,za}$ [MPa]	$E_{z,za,4}$ [MPa]
Deska A	A10	13	101,267	97,651	95,057
	A20	13	104,089	101,398	99,430
	A30	13	91,644	89,774	88,391
Deska B	B10	22	208,232	199,652	193,574
	B20	22	134,854	130,406	127,201
	B30	22	121,839	118,503	116,073
Deska C	C10	32	186,242	177,837	171,926
	C20	32	170,164	163,755	159,182
	C30	32	162,505	157,247	153,456
Deska D	D20	39	896,920	861,779	836,822
	D30	39	872,380	842,510	821,087
Deska E	E20	20	220,648	213,759	208,783
	E30	20	173,741	169,274	166,010
Deska F	F20	40	180,899	173,613	168,441
	F30	40	219,484	211,780	206,258

Z hodnot v *tab. 16* je vidět, že pokud byl uvažován modul pružnosti ve smyku G_{xz} nižší hodnotou, tedy jako 0,7násobek $E_{z,za}$, tak vychází dle předpokladu modul pružnosti $E_{z,za,3}$ vyšší, v průměru o 9,06 MPa, což je průměrně o 3,48 %. Naopak pokud se modul pružnosti

ve smyku G_{xz} uvažoval vyšší hodnotou, tedy jako 0,9násobek $E_{z,za}$, tak vychází modul pružnosti $E_{z,za,4}$ nižší, v průměru 6,48 MPa, tedy průměrně o 2,50 %. *Pozn.: Podrobné výsledky jsou součástí přílohy, kapitola 18.6.2 - Modul pružnosti ve smyku.*

Při pohledu na změněné hodnoty modulů pružnosti $E_{z,za}$ podle hodnot modulu pružnosti ve smyku G_{xz} je vidět, že v tomto případě se spíše jedná o přibližně stejný procentuální nárůst.

Z výsledků je patrné, že změna parametru G_{xz} má výrazně větší vliv na hodnotu modulu pružnosti kolmo k vláknům než parametr E_x .

Z populace parametrů v *tab. 16* byl metodou výběru např. u desky A vyhodnocen nejlepší výsledek. Pomocí kvadrátu vzdáleností bylo vypočteno, že nejlepší výsledky vychází pro hodnoty s použitím modulu pružnosti ve smyku $0,9 E_z$. Touto metodou bychom mohli u každé desky určit nejlepší výsledky. *Pozn.: Podrobné výsledky jsou součástí přílohy, kapitola 18.6.2 - Modul pružnosti ve smyku.*

10.6.3 Proměnný parametr - Poissonovo číslo

Poslední parametr, který byl při zpětné analýze měněn z důvodu zjištění vlivu na hledanou hodnotu $E_{z,za}$, bylo Poissonovo číslo ν_{zx} . V první fázi bylo Poissonovo číslo uvažováno hodnotou 0,024, což byl průměr z vybraných měření dřeva ve světě dle *tab. 13*. Ostatní parametry zůstaly beze změny.

V *tab. 17* jsou uvedeny výsledky zpětné analýzy, kde byly hledány hodnoty modulu pružnosti $E_{z,za,5}$ při použití Poissonova čísla $\nu_{zx} = 0,020$ a hodnoty modulu pružnosti $E_{z,za,6}$ při kterém bylo použito Poissonovo číslo $\nu_{zx} = 0,030$.

Tab. 17 - Porovnání modulů pružnosti kolmo k vláknům získaných zpětnou analýzou (bez vlivu smyku) při použití různých Poissonových čísel

Označení vzorků		Výška vzorku h [mm]	Zpětná analýza		
			Modul pružnosti kolmo k vláknům pro $\nu_{zx} = 0,02$ (bez vlivu smyku)	Modul pružnosti kolmo k vláknům pro $\nu_{zx} = 0,024$ (bez vlivu smyku)	Modul pružnosti kolmo k vláknům pro $\nu_{zx} = 0,03$ (bez vlivu smyku)
			$E_{z,za,5}$ [MPa]	$E_{z,za}$ [MPa]	$E_{z,za,6}$ [MPa]
Deska A	A10	13	99,561	97,651	93,861
	A20	13	103,473	101,398	97,281
	A30	13	91,984	89,774	85,320
Deska B	B10	22	201,338	199,652	196,450
	B20	22	132,296	130,406	126,737
	B30	22	120,511	118,503	114,574
Deska C	C10	32	179,471	177,837	174,723
	C20	32	165,526	163,755	160,363
	C30	32	159,114	157,247	153,660
Deska D	D20	39	863,415	861,779	858,748
	D30	39	844,225	842,510	839,331
Deska E	E20	20	215,603	213,759	210,259
	E30	20	171,242	169,274	165,502
Deska F	F20	40	175,332	173,613	170,331
	F30	40	213,561	211,780	208,401

Z hodnot v *tab. 17* je patrné, že pokud snížíme Poissonovo číslo ν_{zx} z 0,024 na 0,020, tedy přibližně o 17 %, tak hodnota modulu pružnosti $E_{z,za,5}$ se zvýší, v průměru o 1,85 MPa, tedy

1,19 %. Naopak pokud se Poissonovo číslo ν_{zx} zvýší na 0,030, tedy přibližně o 25 %, tak hodnota modulu pružnosti $E_{z,za,6}$ se sníží, v průměru o 3,56 MPa, což je průměrně o 2,32 %.
Pozn.: Podrobné výsledky jsou součástí přílohy, kapitola 18.6.3 - Poissonovo číslo.

Při pohledu na změněné hodnoty modulů pružnosti $E_{z,za}$ podle hodnot Poissonova čísla ν_{zx} je patrné, že změna je velmi podobná jako v případě, kdy byl měněn modul pružnosti rovnoběžně s vlákny E_x , tedy, že bez ohledu na původní hodnotu je nárůst vždy přibližně o stejnou absolutní hodnotu. U nižších hodnot modulu pružnosti $E_{z,za}$ je tedy procentuální změna mnohem vyšší než u vyšších hodnot modulu pružnosti $E_{z,za}$.

Z výsledků parametrické studie je patrné, že z testovaných parametrů má největší vliv, na změnu modulu pružnosti kolmo na vlákna $E_{z,za}$, modul pružnosti ve smyku G_{xz} . Výrazně menší vliv na hodnotu modulu pružnosti kolmo k vláknům má Poissonovo číslo ν_{zx} a nejmenší vliv se prokázal u parametru E_x , tedy modulu pružnosti rovnoběžně s vlákny. Žádný ze zkoušených parametrů ale nemá zásadní vliv na změnu modulu pružnosti kolmo na vlákna, který by byl větší, než je standardně známý rozptyl hodnot modulu pružnosti kolmo na vlákna u dřevěných vzorků.

Z populace parametrů v *tab. 17* byl metodou výběru např. u desky A vyhodnocen nejlepší výsledek. Pomocí kvadrátu vzdáleností bylo vypočteno, že nejlepší výsledky vychází pro hodnoty s použitím Poissonova čísla **0,020**. Touto metodou bychom mohli u každé desky určit nejlepší výsledky. *Pozn.: Podrobné výsledky jsou součástí přílohy, kapitola 18.6.3 - Poissonovo číslo.*

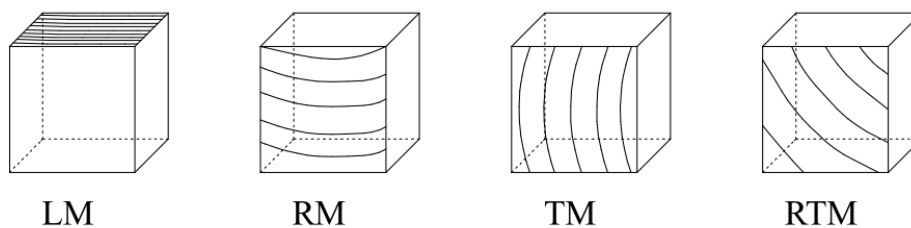
11 Porovnání tlakových zkoušek

Dosažené výsledky provedených tlakových zkoušek rovnoběžně s vlákny a kolmo na vlákna byly porovnány s výzkumem, který byl v současné době prováděn na Katedře ocelových a dřevěných konstrukcí Fakulty stavební ČVUT v Praze.

11.1 Materiálové zkoušky na ČVUT

Materiálové tlakové zkoušky byly provedeny v laboratoři Fakulty stavební ČVUT v Praze na zatěžovacím stroji MTS Q Test 100 (maximální síla 100 kN). Experiment byl řízen posunem s rychlostí 1,5 mm/min. [28].

V první sérii byly zkoušeny smrkové krychle o rozměru 30 x 30 x 30 mm. Celkem bylo testováno 20 ks těchto krychlí. Tlakové zkoušky byly provedeny na čtyřech sériích vzorků podle orientace vláken - podélné, radiální, tangenciální a radiálně tangenciální. Toto uspořádání a způsob značení je patrný z *obr. 56*. Každá série obsahovala 5 vzorků [28].



Obr. 56 - Označení vzorků pro materiálové zkoušky

LM - podélný směr, RM - radiální směr, TM - tangenciální směr,

RTM - radiálně-tangenciální směr

Materiálové charakteristiky vzorků se zatěžováním ve směru podél vláken dřeva jsou prezentovány v *tab. 18*. Průměrná hodnota modulu pružnosti v tlaku rovnoběžně s vlákny dřeva je 11 507 MPa a průměr z hodnot max. napětí, kterých bylo dosaženo při tlakových zkouškách je 39,83 MPa [28].

Tab. 18 - Materiálové charakteristiky jednotlivých vzorků dřeva získaných z tlakové zatěžovací zkoušky - zatížení podél vláken dřeva

Označení zkušebního vzorku	Modul pružnosti [MPa]	Maximální napětí [MPa]
LM1	11 716	40,30
LM2	10 292	37,03
LM3	11 995	39,22
LM4	12 189	41,75
LM5	11 345	40,86

Vypočtené moduly pružnosti ostatních vzorků jsou prezentovány v *tab. 19* [28].

Tab. 19 - Moduly pružnosti v tlaku jednotlivých vzorků získaných z tlakové zatěžovací zkoušky - zatížení kolmo k vláknům dřeva - radiální, tangenciální a radiálně-tangenciální směr

Označení zkušebního vzorku	Modul pružnosti [MPa]	Označení zkušebního vzorku	Modul pružnosti [MPa]	Označení zkušebního vzorku	Modul pružnosti [MPa]
RM1	970	TM1	200	RTM1	220
RM2	951	TM2	415	RTM2	215
RM3	359	TM3	425	RTM3	204
RM4	564	TM4	605	RTM4	315
RM5	361	TM5	914	RTM5	281

V druhé etapě materiálových zkoušek byly testovány smrkové hranoly o rozměrech 60 x 120 x 80 mm. Příčný profil těchto hranolů je 60/120 mm. Materiálové zkoušky hranolů byly provedeny pro porovnání výsledků zkoušek na krychlích 30 x 30 x 30 mm [28].

Tlakové zkoušky byly provedeny na čtyřech vzorcích s označením RTV. Tyto vzorky byly zatěžovány ve směru kolmo na vlákna dřeva. Zatěžována byla horní plocha hranolu, rozměry zatěžovací plochy byly 60 x 80 mm [28].

Vzorky s rozměry 60 x 120 x 80 mm vykazují průměrně větší modul pružnosti, ale menší tuhost s porovnáním se vzorky s rozměry 30 x 30 x 30 mm [28].

Tab. 20 - Moduly pružnosti v tlaku jednotlivých vzorků získaných z tlakové zatěžovací zkoušky
- zatížení kolmo k vláknům dřeva - radiálně-tangenciální směr

Označení zkušební vzorku	Modul pružnosti [MPa]
RTV1	436
RTV2	504
RTV3	300
RTV4	316

11.2 Porovnání tlakových zkoušek rovnoběžně s vlákny

V tab. 21 jsou porovnány maximální napětí pro zkušební vzorky A a B, které byly zkoušeny a následně popsány v kap. č. 7 *Prostá tlaková zkouška* s hodnotami zjištěných na zkušebních vzorcích s označením LM dle [28]. Vzhledem k výsledkům, které mají přijatelný rozptyl, jsou porovnávány průměrné hodnoty.

Tab. 21 - Porovnání výsledků tlakových zkoušek rovnoběžně s vlákny

Označení zkušební vzorku	Maximální napětí $\sigma_{max,s}$ [MPa]
A	45,13
B	41,78
LM	39,83

Z porovnání výsledků je patrné, že maximální napětí vyšlo ve stejných hodnotách. Výsledky zkoušek byly následně použity pro numerické modelování tesařských spojů.

11.3 Porovnání tlakových zkoušek kolmo na vlákna

Porovnány jsou hodnoty modulů pružnosti kolmo na vlákna pro zkušební vzorky desek A, B, C, D, E a F, které byly zkoušeny a následně popsány v tab. 14 v kap. č. 10 *Testování dřeva v příčném směru užitím razník* s hodnotami zjištěných na zkušebních vzorcích s označením RM, TM, RTM a RTV prezentovaných v tab. 19 a v tab. 20 dle [28].

Z výsledků vzorků RM a TM, které měly rozměry 30 x 30 x 30 mm je patrné, že rozptyl hodnot modulu pružnosti kolmo na vlákna je velmi vysoký, místy dokonce až 5násobně. Vzorky RTM

s rozměry 30 x 30 x 30 mm a vzorky RTV s rozměry 60 x 120 x 80 mm, které jsou již výrazně vyšší, mají rozptyl hodnot mnohem nižší, ale při vzájemném porovnání je vidět, že hodnoty jsou v průměru rozdílné o 57 %. Na základě těchto výsledků lze opětovně konstatovat, že modul pružnosti v tlaku kolmo na vlákna je velice těžko měřitelný parametr dřeva.

12 Závěr

12.1 Shrnutí výsledků

12.1.1 Obecné shrnutí

Disertační práce shrnuje poznatky v oblasti konstitutivního modelování dřeva s využitím mikroskopické analýzy. V první fázi pojednává o rozdílech mezi makroskopickou a mikroskopickou stavbou dřeva, zaměřuje se na jeho chemické složení a na základní stavební prvek, kterým je buňka. Práce popisuje stavbu buňky dřeva, konkrétně konstituenty, ze kterých se dřevní buňka skládá a jaké byly pro jednotlivé konstituenty zjištěny materiálové parametry. Dále pojednává o měření mikroskopických vlastností pomocí nanoindentace. Závěr práce se zaměřuje na prosté tlakové zkoušky dřevěných těles a na testování dřeva v příčném směru a jejich vyhodnocení a získání parametrů dřeva pomocí navržené zpětné analýzy.

12.1.2 Analytický a numerický model

Na základě zjištěného byla provedena studie dřevního vlákna, nejdříve analytické řešení a jeho kruhová idealizace v příčném řezu. Řešení vycházelo z víceúrovňového modelování chování dřevní buňky. Zjednodušeným analytickým modelem na bázi souosých dutých válců byl odhadnut vliv příčné kontrakce na jednotlivé složky dřevního kompozitu. Analytické řešení bylo verifikováno v prostředí ANSYS. Řešení anizotropních nehomogenních materiálů bylo validováno zjednodušeným analytickým modelem dřevní buňky.

12.1.3 Experimentální část

Díky dlouhodobé spolupráci s doc. Ing. Janem Vaněrkem, Ph.D. z Fakulty stavební VUT v Brně byla k dispozici řada sofistikovaných měření provedených v laboratořích AdMaS. Byly provedeny laboratorní zkoušky dřevěných těles (zejména v tlaku) tak, aby šlo validovat navrhované konstitutivní modely i parazitní vliv tření na podstavách vzorku.

Mimořádnou úlohu u modelů dřeva sehrávají příčné tahy v buňce dřeva, jež jsou způsobeny rozdílnými součiniteli příčné kontrakce jednotlivých konstituentů buňky. Zahrnutí tohoto vlivu je nezbytné pro stanovení pevnostních parametrů dřeva. Nesmí se též zapomínat na ovlivnění osově tuhostí sklonem mikrofibril. Těmto skutečnostem musí být věnována zvýšená pozornost jak při laboratorním testování, tak při numerické validace.

Z ověřených hodnot MFA naměřených z pracovních diagramů popisujících chování příslušných vzorků dřeva v tlaku, byl analyzován vliv MFA na přetvárné charakteristiky

popisující chování dřeva v tlaku. Z výsledků měření byl navržen analytický vzorec pro redukcí osově tuhosti v závislosti na rostoucím MFA. Výsledky byly srovnány s hodnotami získanými pomocí nanoindentace.

12.1.4 Zpětná analýza

V práci je dále prezentována metodika zpětné analýzy pro určení vybraných ortotropních parametrů dřeva z L-D pracovního diagramu speciálně navržených zkoušek. Ve spolupráci s Fakultou stavební VUT v Brně byly provedeny zatěžovací zkoušky dřevěných těles různých rozměrů obdélníkovým razníkem. Vzorky byly umístěny na tuhém podkladu a zatěžovány ocelovými razníky různých šířek. Na základě zpětné analýzy byl určen vliv smykového spolupůsobení na celkovou poddajnost dřevěného vzorku a tím určeny vybrané ortotropní parametry dřeva.

Na závěr byly výsledky jednotlivých experimentů na dřevěných vzorcích porovnány s výsledky podobných experimentů, při kterých se zjišťovaly stejné parametry dřeva klasickým způsobem.

12.2 Náměty pro další výzkum

Konstitutivní modelování dřeva je velmi složité, a to z mnoha důvodů, jelikož se jedná o přírodní materiál, je zde řada nejistot spojených se samotnou těžbou tohoto materiálu. Svou úlohu sehraje určitě lokalita a čas. Čas hraje úlohu jednak při samotném růstu stromů, ale též v době, kdy je strom zpracováván na stavební dřevo. Moje práce byla zaměřena na stanovení ortotropních parametrů dřeva. V práci jsem zhodnotila vliv příčných tahů při tlakových zkouškách dřeva. Ke vzorkům bylo přistupováno jako k materiálu transverzálně izotropnímu a vliv příčných tahů byl za určitých předpokladů analyticky odvozen. Analytické řešení bylo porovnáno s řešením numerickým a byla prokázána velmi dobrá shoda. Výpočty ukázaly, že příčný tah dosahuje několika procent tlakového zatížení. Z inženýrského pohledu však můžeme toto považovat, vzhledem k ostatním nejistotám, které chování stavebního dřeva popisují, za zanedbatelné.

Byla navržena a částečně otestována metodika, která je zaměřena na získávání modulu pružnosti kolmo k vláknům a smykového modulu v rovině LT („longitudinal transversal“), Výsledky jsou velmi zajímavé a myslím si, že daná metodika má určitý potenciál pro zúplnění informací o dřevní hmotě jako ortotropním materiálu. Testy však ukázaly, že chyběly informace o původu vzorků. Toto se projevilo značným rozptylem ve výsledcích. Přestože, shoda s výsledky, které byly prezentované v zahraniční literatuře, či získané na našich pracovištích

byla velmi dobrá, ukazuje vše na nutnost širšího komplexního laboratorního výzkumu přesahujícího možnosti disertační práce. Bylo by třeba provést komplexní laboratorní studii dřevěných těles, která by měla ještě více zpřesnit a zobjektivnit parametry získané pomocí navržené zpětné analýzy a vytvořit jejich rozsáhlé statistické vyhodnocení, a to jak na základě různých druhů dřeva, různých lokalit i různého stáří, či vysušení. Vhodné by bylo provést též řadu experimentů na, pokud možno stejných druzích dřeva, a zkoušky a jejich vyhodnocení provést i na jiném nezávislém pracovišti s jiným vybavením.

13 Publikační činnost

Články zařazené ve Scopus:

HLAVATÁ, V., KUKLÍK, Pa. and HATAJ, M. *Coefficients of Transverse Contraction of the Wood Cell Constituents and their Effect on the Cell Behavior*. In: Proceedings of the 17th Conference on the Rehabilitation and Reconstruction of Buildings (CRRB 2015). Praha. 12.11.2015 - 13.11.2015. Pfaffikon: Trans Tech Publications Inc., 2016, pp. 20 - 24. ISSN 1013-9826. ISBN 978-3-03835-719-3.

HLAVATÁ, V., KUKLÍK, Pa., and VANĚREK, J. *Validation of Orthotropic Parameters of Timber by Means of Elastic Layer Theory*. In: Rehabilitation and Reconstruction of Buildings. Zurich: Trans Tech Publications, 2018. p. 29-34. vol. Vol. 776. ISSN 1013-9826. ISBN 978-3-0357-1361-9.

CELLER, J., DOLEJŠ, J., HLAVATÁ, V and JÁRA, R. *Hybrid panels with I-shaped Stiffeners*. In: Central Europe towards Sustainable Building 2016 - Innovations for Sustainable Future. Praha: GRADA PUBLISHING, 2016. pp. 1030-1035. 1st edition, Prague, June 2016, Complete edition - printed version + Flash disk with full paper version. ISBN 978-80-271-0248-8.

Ostatní články:

KUKLÍK, Pa., HLAVATÁ, V. *Ocelová trubka, beton, součinitel příčné kontrakce a prostý tah, tlak*. Zpravodaj WTA CZ, číslo 3-4/2014, Vydavatel: Vědeckotechnická společnost pro sanace staveb a péči o památky (WTA CZ), str. 27-29.

HLAVATÁ, V., KUKLÍK, Pa. *Vylévání ocelových sloupků betonem*. TZB info. 2015, ISSN 1801-4399.

CELLER, J., DOLEJŠ, J., POŠTA, J. and HLAVATÁ, V. *Jednostranně opláštěné stěnové panely lehkých dřevěných skeletů*. Dřevo & Stavby PROFI speciál 2015. 2016. ISSN - nemá.

CELLER, J., DOLEJŠ, J., HLAVATÁ, V and POŠTA, J. *Hybridní panely s výztuhami ve tvaru I*. In: Dřevostavby 2016. Volyně: VOŠ Volyně, 2016. pp. 137-140. ISBN 978-80-86837-84-0.

HLAVATÁ, V., KUKLÍK, Pa., CELLER, J., and VANĚREK, J. *Microfiber Angle and its Effect on Wood Cell Behavior*. In: Modern Methods of Experimental and Computational Investigations in Area of Construction II. Praha, 22.9.2016. Pfaffikon: Trans Tech Publications Inc., 2017. pp. 88-96. Advanced Materials Research. ISSN 1022-6680. ISBN 978-3-0357-1092-2.

RAMESH, M., KUKLÍK, Pa. and HLAVATÁ, V. *Numerical Analysis of Rural Timber Framed Masonry Influenced by Shallow Foundation*. In: Proceedings of the 3rd International Conference on Protection of Historical Constructions PROHITECH'17. Lisboa: IST Press, 2017. ISBN 978-989-8481-58-0.

CELLER, J., DOLEJŠ, J. and HLAVATÁ, V. *Experiments on Wall Panels with One-sided Board Sheathing for Timber Structures*. In: Modern Methods of Experimental and Computational Investigations in Area of Construction II. Praha, 2017. Pfaffikon: Trans Tech Publications Inc., 2017. pp. 3-8. Advanced Materials Research. ISSN 1022-6680. ISBN 978-3-0357-1092-2.

CELLER, J., DOLEJŠ, J. and HLAVATÁ, V. *Stabilita jednostranně opláštěných stěnových panelů pro dřevostavby*. TZB info. 2019, ISSN 1801-4399.

CELLER, J., DOLEJŠ, J. and HLAVATÁ, V. *Stabilita jednostranně opláštěných stěnových panelů pro dřevostavby*. In: DŘEVO&stavby PROFIspeciál 2019/2020. 2019, 10 18-21.

14 Seznam použité literatury

- [1] DOBROVOLNÝ, J. *Vztah mezi trvanlivostí dřeva akátu a jeho přirozenou barvou*. Bakalářská práce. Mendelova univerzita v Brně, Lesnická a dřevařská fakulta, Ústav nauky o dřevě, 2013/2014.
- [2] POŽGAJ, A., CHOVANEC, D., KURJATKO, S., and BABIAK, M. *Štruktúra a vlastnosti dreva*. Bratislava: Príroda, 1993, ISBN 80-07-00600-1.
- [3] KŘUPALOVÁ, Z. *Nauka o materiálech: pro 1. a 2. ročník učebního oboru truhlář*. 2. upr. vyd. Praha: Sobotáles, 2004. 244 s. ISBN 80-86817-02-04. Dostupné z: <http://evawolna.sweb.cz/prvak-mat3.php> a <http://evawolna.sweb.cz/prvak-mat5.php>
- [4] KUKLÍK, Pe., HANSEN, A. S., BELL, K., AUGUSTIN, M., ANGST, V. LOKAJ, A., MALO, K. A., MARYNOWIC, A., MATERNA, A., PREMROV, M. and ZAJNIK, M. *Příručka 1, Dřevěné konstrukce*. Leonardo da Vinci Pilot Project, CZ/06/B/F/PP/168007, Educational materials for Designing and Testing of Timber Structures. 2008. Kapitola 2 - Vlastnosti dřeva.
- [5] BALABÁN, K., *Nauka o dřevě, 1. část, Anatomie dřeva*. SZN - Státní zemědělské nakladatelství, Praha, 1955.
- [6] NIS - Nábytkářský informační systém. *Mikroskopická stavba jehličnatých dřevin*. Dostupné z: <http://www.n-i-s.cz/cz/mikroskopicka-stavba-jehlicnatych-drevin/page/321/>
- [7] NIS - Nábytkářský informační systém. *Mikroskopická stavba listnatých dřevin*. Dostupné z: <http://www.n-i-s.cz/cz/mikroskopicka-stavba-jehlicnatych-drevin/page/322/>
- [8] NĚMEČEK, J. *Nanoindentation and Micromechanics of Cementitious Composites*. Dostupné z: <http://ksm.fsv.cvut.cz/~nemecek/research/mikromechanika.pdf>
- [9] MUNZAR, M., ČERNOHORSKÝ, T. *Testování mechanických vlastností nanomateriálů*. CHEMagazín, číslo 4, Ročník XIX, 2009, str. 8.
- [10] KRÁLÍK, V., NEŽERKA, V. and PROŠEK, Z. *Determination of Micromechanical Properties of Wood Cell Using Nanoindentation*. Nano and Macro Mechanics 2013. Faculty of Civil Engineering, CTU in Prague, 19th September, 2013.

- [11] BITTNAROVÁ, J., ŠEJNOHA, J. *Pružnost a pevnost 10*. Vyd. ČVUT Praha 2003. ISBN 80-01-02742-2.
- [12] MANDYS, T. *Výpočtový modul trupu sportovní plachetnice*. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni. 2008.
- [13] PERSSON, K. *Micromechanical Modelling of Wood and Fibre Properties*. Doctoral Thesis. Structural Mechanics. Department of Mechanics and Materials. Sweden, October 2000. ISRN LUTVDG/TVSM--00/1013--SE (1-223). ISBN 91-7874-094-0.
- [14] Dostupné z: www.mechanika2.fs.cvut.cz/documents/mkm13.ppt
- [15] BARTŮŇKOVÁ, E. *Constitutive Model of Timber*. Master Thesis. CTU in Prague, Faculty of Civil Engineering, Department of Mechanics. 2012/2013.
- [16] BODIG, J., JAYNE, B. A. *Mechanics of Wood and Wood Composites*. Van Nostrand Reinhold, 1st Edition, December 1982. ISBN-10: 0442008228
- [17] SEDIGHI GILANI, M. *A Micromechanical Approach to the Behavior of Single Wood Fibers and Wood Fracture at Cellular Level*. These N. 3546. Présentée le 23 Juin 2006. École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [18] KUKLÍK, Pa., HLAVATÁ, V. *Ocelová trubka, beton, součinitel příčné kontrakce a prostý tah, tlak*. Zpravodaj WTA CZ, číslo 3-4/2014, Vydavatel: Vědeckotechnická společnost pro sanace staveb a péči o památky (WTA CZ), str. 27-29.
- [19] HLAVATÁ, V., KUKLÍK, Pa. and HATAJ, M. *Coefficients of Transverse Contraction of the Wood Cell Constituents and their Effect on the Cell Behavior*. In: Proceedings of the 17th Conference on the Rehabilitation and Reconstruction of Buildings (CRRB 2015). Praha. 12.11.2015 - 13.11.2015. Pfaffikon: Trans Tech Publications Inc., 2016, pp. 20 - 24. ISSN 1013-9826. ISBN 978-3-03835-719-3.
- [20] MARTINEK, R. *Analýza vlivu stavby dřeva na mikroskopické úrovni na pevnostní parametry*. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav technologie stavebních hmot a dílců. Brno, 2016.
- [21] GINDL, W., GUPTA, H. S., SCHÖBERL, T and LICHTENEGGER, H.C., FRATZL, P. *Mechanical Properties of Spruce Wood Cell Walls by Nanoindentation*. Dostupné z:

http://info.tuwien.ac.at/werkstoffkunde/publications/gindl_gupta_sch%F6berL_lichtenegger_fratzl_applphysa_2004.pdf

[22] HLAVATÁ, V., KUKLÍK, Pa., CELLER, J. and VANĚREK, J. *Microfiber Angle and its Effect on Wood Cell Behavior*. In: Modern Methods of Experimental and Computational Investigations in Area of Construction II. Praha, 22.9.2016. Pfaffikon: Trans Tech Publications Inc., 2017. pp. 88-96. Advanced Materials Research. ISSN 1022-6680. ISBN 978-3-0357-1092-2.

[23] HLAVATÁ, V., KUKLÍK, Pa. and VANĚREK, J. *Validation of Orthotropic Parameters of Timber by Means of Elastic Layer Theory*. In: Rehabilitation and Reconstruction of Buildings. Zurich: Trans Tech Publications, 2018. p. 29-34. vol. Vol. 776. ISSN 1013-9826. ISBN 978-3-0357-1361-9.

[24] KUKLÍK, Pa, BROUČEK, M. and KOPÁČKOVÁ, M. *Elastic Layer Theory and Geomechanics*. CTU Reports, Vol 13, no 1, Prague 2009.

[25] REKTORYS, K. *Survey of Applicable Mathematics*. ILIFFE Books, London B., 1995.

[26] GRADSCHEIN, I. S., RIZHIK, I. M. *Tables of Integrals, Sums, Series and Product*. (in Russian). Moscow, 1963.

[27] DAHL, K. B. *Mechanical Properties of Clear Wood from Norway Spruce*. Doctoral These. Norwegian University of Science and Technology. Faculty of Engineering Science and Technology. Department of Structural Engineering. December, 2009. ISBN 978-82-471-1912-9 .

[28] HATAJ, M. *Numerické a analytické modely tesařských spojů*. Disertační práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, Katedra ocelových a dřevěných konstrukcí. Praha, 2019.

[29] ČSN 408 + A1: (73 1741) Dřevěné konstrukce - *Konstrukční dřevo a lepené lamelové dřevo - Stanovení některých fyzikálních a mechanických vlastností*. ČNI, Prosinec 2012.

15 Seznam použitých softwarů

[S1] Ansys 16.0, Academic Research. 3D

[S2] FitData 2.0

Dostupné z: <http://people.fsv.cvut.cz/~pkabele/Software/FitData/FitData.html>

16 Seznam obrázků

<i>Obr. 1 - Část molekuly celulózy</i>	3
<i>Obr. 2 - Schematické znázornění základních řezů</i>	4
<i>Obr. 3 - Průřez kmene stromu [4]</i>	5
<i>Obr. 4 - Základní směry ve kmeni</i>	7
<i>Obr. 5 - Schéma struktury buněčné stěny</i>	8
<i>Obr. 6 - Chemické složení v jednotlivých vrstvách buněčné stěny</i>	8
<i>Obr. 7 - Prostorové znázornění anatomické stavby jehličnatého dřeva [6]</i>	9
<i>Obr. 8 - Dvojtečky na radiální stěně tracheid borového dřeva, zvětšeno 400 x [6]</i>	10
<i>Obr. 9 - Tis, radiální řez, zvětšeno 200 x [6]</i>	10
<i>Obr. 10 - Prostorové znázornění anatomické stavby listnatého dřeva [7]</i>	11
<i>Obr. 11 - Uspořádání dvojteček na stěnách cév</i>	12
<i>Obr. 12 - Kruhovité pórovité dřeviny, příčný řez, zvětšeno 40 x</i>	12
<i>Obr. 13 - Habr, zvětšeno 40 x (vlevo), 100 x (vpravo) [7]</i>	12
<i>Obr. 14 - Diamantový nanoindentační hrot typu Berkowich [9]</i>	13
<i>Obr. 15 - AFM snímek jarního dřeva [10]</i>	14
<i>Obr. 16 - AFM snímek letního dřeva [10]</i>	14
<i>Obr. 17 - Matice vpichu letní buněčné stěny [10]</i>	15
<i>Obr. 18 - Diagram typického zatížení buněčné stěny a lumenu jarního dřeva</i>	15
<i>Obr. 19 - Ortotropní materiál</i>	20
<i>Obr. 20 - Obdélníkové a válcovité modely dřevních vláken</i>	22
<i>Obr. 21 - Vlákná dřeva</i>	22
<i>Obr. 22 - Buňka dřeva</i>	23
<i>Obr. 23 - Okrajové podmínky</i>	29
<i>Obr. 24 - Celulóza, napětí σ_r a σ_ϕ</i>	31
<i>Obr. 25 - Hemicelulóza, napětí σ_r a σ_ϕ</i>	32
<i>Obr. 26 - Hemicelulóza, napětí σ_r a σ_ϕ</i>	32
<i>Obr. 27 - Lignin, napětí σ_r a σ_ϕ</i>	32
<i>Obr. 28 - Lignin, napětí σ_r a σ_ϕ</i>	33
<i>Obr. 29 - Buňka dřeva, napětí σ_z</i>	33
<i>Obr. 30 - Geometrie numerického 3D modelu buňky dřeva</i>	34
<i>Obr. 31 - Zkušební vzorky A a B</i>	36
<i>Obr. 32 - Zkušební vzorek A a jeho umístění v zatěžovacím stroji</i>	37

<i>Obr. 33 - Zkušební vzorek B a jeho umístění v zatěžovacím stroji.....</i>	<i>37</i>
<i>Obr. 34 - Porušené vzorky série A</i>	<i>38</i>
<i>Obr. 35 - Porušené vzorky série B</i>	<i>38</i>
<i>Obr. 36 - Pracovní diagram dřeva v tlaku, vzorky série A: 20 x 20 x 60 mm</i>	<i>39</i>
<i>Obr. 37 - Pracovní diagram dřeva v tlaku, vzorky série B: 10 x 10 x 60 mm, 4 ks</i>	<i>39</i>
<i>Obr. 38 - Vrstvy buňky dřeva -MFA.....</i>	<i>43</i>
<i>Obr. 39 - Z spirálová orientace mikrofibril (vlevo), S spirálová orientace mikrofibril (vpravo)</i> <i>.....</i>	<i>43</i>
<i>Obr. 40 - Obsah ligninu ve vrstvě S2 buněčné stěny.....</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 41 - Tvrdost zjištěná pomocí nanoindentace</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 42 - Modul pružnosti zjištěný pomocí nanoindentace</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 43 - Šroubovice a část povrchu válce rozvinutá do roviny (vlevo), působící síla na</i> <i>šroubovici (vpravo)</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 44 - Elastická vrstva, řez kolmý k ose</i>	<i>49</i>
<i>Obr. 45 - Nekonečně tuhý nekonečný pás.....</i>	<i>52</i>
<i>Obr. 46 - Vyznačení oblasti smyku v závislosti na šířce razníku,</i>	<i>53</i>
<i>Obr. 47 - Zkušební desky A, B a C</i>	<i>54</i>
<i>Obr. 48 - Rozmístění razníků po délce zkušební desky.....</i>	<i>54</i>
<i>Obr. 49 - Umístění zkušebních vzorků v zatěžovacím stroji</i>	<i>55</i>
<i>Obr. 50 - Vyhledání lineární oblasti pomocí programu FitData 2.0, zkušební vzorek A10₁ ...</i>	<i>55</i>
<i>Obr. 51 - Zkušební deska D</i>	<i>57</i>
<i>Obr. 52 - Rozmístění razníků po délce zkušební desky.....</i>	<i>57</i>
<i>Obr. 53 - Umístění zkušební vzorku D v zatěžovacím stroji</i>	<i>58</i>
<i>Obr. 54 - Zkušební desky E, F.....</i>	<i>59</i>
<i>Obr. 55 - Rozmístění razníků po délce zkušebních desek</i>	<i>59</i>
<i>Obr. 56 - Označení vzorků pro materiálové zkoušky</i>	<i>70</i>

17 Seznam tabulek

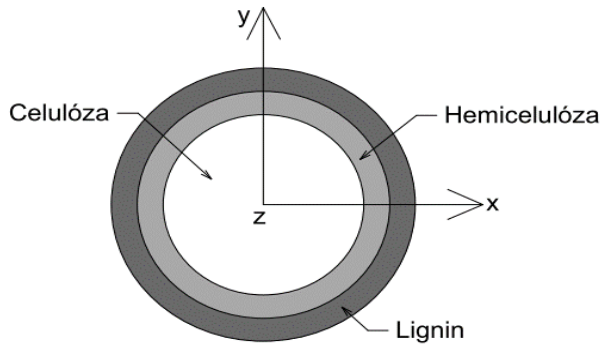
<i>Tab. 1 - Mechanické vlastnosti celulózy</i>	23
<i>Tab. 2 - Mechanické vlastnosti hemicelulózy</i>	23
<i>Tab. 3 - Mechanické vlastnosti ligninu</i>	24
<i>Tab. 4 - Průměrné hodnoty konstituentů</i>	24
<i>Tab. 5 - Porovnání výsledků numerického a analytického řešení</i>	35
<i>Tab. 6 - Zkušební vzorky A, B a jejich způsob porušení</i>	40
<i>Tab. 7 - Zkušební vzorek A a B - napětí v tlaku σ a modul pružnosti v tlaku E</i>	40
<i>Tab. 8 - Výsledky MFA pomocí rentgenové difrakce</i>	44
<i>Tab. 9 - Podélný modul pružnosti, porovnání výsledků měření a výpočet</i>	47
<i>Tab. 10 - Vypočtený modul pružnosti E pro desku A, B, C a pro jednotlivé šířky razníků</i>	56
<i>Tab. 11 - Vypočtený modul pružnosti E pro desku D a pro jednotlivé šířky razníků</i>	58
<i>Tab. 12 - Vypočtený modul pružnosti E pro desku E, F a pro jednotlivé šířky razníků</i>	60
<i>Tab. 13 - Vybrané parametry dřeva norského smrku</i>	61
<i>Tab. 14 - Porovnání modulů pružnosti z tlakových zkoušek (s vlivem smyku) a modulů pružnosti získaných zpětnou analýzou (bez vlivu smyku)</i>	62
<i>Tab. 15 - Porovnání modulů pružnosti kolmo k vláknům získaných zpětnou analýzou (bez vlivu smyku) při použití různých modulů pružnosti rovnoběžně s vlákny</i>	64
<i>Tab. 16 - Porovnání modulů pružnosti kolmo k vláknům získaných zpětnou analýzou (bez vlivu smyku) při použití různých modulů pružnosti ve smyku</i>	66
<i>Tab. 17 - Porovnání modulů pružnosti kolmo k vláknům získaných zpětnou analýzou (bez vlivu smyku) při použití různých Poissonových čísel</i>	68
<i>Tab. 18 - Materiálové charakteristiky jednotlivých vzorků dřeva získaných z tlakové zatěžovací zkoušky - zatížení podél vláken dřeva</i>	71
<i>Tab. 19 - Moduly pružnosti v tlaku jednotlivých vzorků získaných z tlakové zatěžovací zkoušky - zatížení kolmo k vláknům dřeva - radiální, tangenciální a radiálně-tangenciální směr</i>	71
<i>Tab. 20 - Moduly pružnosti v tlaku jednotlivých vzorků získaných z tlakové zatěžovací zkoušky - zatížení kolmo k vláknům dřeva - radiálně-tangenciální směr</i>	72
<i>Tab. 21 - Porovnání výsledků tlakových zkoušek rovnoběžně s vlákny</i>	72

18 Přílohy

18.1 Analytické řešení - data programu Excel

Konstituent
3 - Celulóza
2 - Hemicelulóza
1 - Lignin

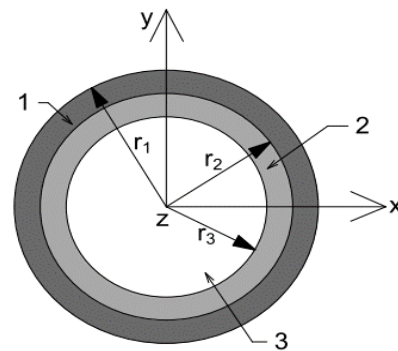
Poloměr	r_1	0.000003	m
	r_2	0.0000025	m
	r_3	0.000002	m
	r_0	0	m
Svislá def.	a	-0.0005	[-]



3 - Celuloza		
E_z	150000	[MPa]
E_y	17500	[MPa]
G_{zy}	4500	[MPa]
ν_{yz}	0.01	[-]
ν_{xy}	0.5	[-]

2 - Hemiceluloza		
E_z	16000	[MPa]
E_y	3500	[MPa]
G_{zy}	1500	[MPa]
ν_{yz}	0.1	[-]
ν_{xy}	0.4	[-]

1 - Lignin		
E	2750	[MPa]
ν	0.33	[-]
G	1033.835	[MPa]



3 - Celuloza	Cij3 - matice poddajnosti					
	5.714E-05	-2.857E-05	-5.714E-07	0	0	0
	-2.857E-05	5.714E-05	-5.714E-07	0	0	0
	-5.714E-07	-5.714E-07	6.667E-06	0	0	0
	0	0	0	1.714E-04	0	0
	0	0	0	0	2.222E-04	0
	0	0	0	0	0	2.222E-04

Dij3 - matice tuhosti materiálu					
2.339E+04	1.173E+04	3.010E+03	0	0	0
1.173E+04	2.339E+04	3.010E+03	0	0	0
3.010E+03	3.010E+03	1.505E+05	0	0	0
0	0	0	5833.333333	0	0
0	0	0	0	4500	0
0	0	0	0	0	4500

2 - Hemiceluloza	Cij2 - matice poddajnosti					
	2.857E-04	-1.143E-04	-2.857E-05	0	0	0
	-1.143E-04	2.857E-04	-2.857E-05	0	0	0
	-2.857E-05	-2.857E-05	6.250E-05	0	0	0
	0	0	0	8.000E-04	0	0
	0	0	0	0	6.667E-04	0
	0	0	0	0	0	6.667E-04

Dij2 - matice tuhosti materiálu					
4691.011	2191.011	3146.067	0	0	0
2191.011	4691.011	3146.067	0	0	0
3146.067	3146.067	18876.404	0	0	0
0	0	0	1250	0	0
0	0	0	0	1500	0
0	0	0	0	0	1500

1 - Lignin	Cij1 - matice poddajnosti					
	3.636E-04	-1.200E-04	-1.200E-04	0	0	0
	-1.200E-04	3.636E-04	-1.200E-04	0	0	0
	-1.200E-04	-1.200E-04	3.636E-04	0	0	0
	0	0	0	9.673E-04	0	0
	0	0	0	0	9.673E-04	0
	0	0	0	0	0	9.673E-04

Dij1 - matice tuhosti materiálu					
4074.525	2006.855	2006.855	0	0	0
2006.855	4074.525	2006.855	0	0	0
2006.855	2006.855	4074.525	0	0	0
0	0	0	1033.835	0	0
0	0	0	0	1033.835	0
0	0	0	0	0	1033.835

6081.380	1A10	-2.297E+14	1A20	0	2A10	0	2A20	0	3A10	0	3A20	=	1.003
6081.380	1A10	-3.308E+14	1A20	-6882.022	2A10	4E+14	2A20	0	3A10	0	3A20	=	-0.570
0	1A10	0	1A20	6882.022	2A10	-6.25E+14	2A20	-35120.4128	3A10	0	3A20	=	0.068
2.500E-06	1A10	400000	1A20	-2.500E-06	2A10	-400000	2A20	0	3A10	0	3A20	=	0
0	1A10	0	1A20	2.000E-06	2A10	500000	2A20	-2.000E-06	3A10	0	3A20	=	0
0	1A10	0	1A20	0	2A10	0	2A20	0	3A10	0	3A20	=	0

6081.380	-2.297E+14	0	0	0	0	=	1.003
6081.380	-3.308E+14	-6882.022	4E+14	0	0	=	-0.570
0	0	6882.022	-6.250E+14	-35120.413	0	=	0.068
2.500E-06	400000	-2.500E-06	-400000	0	0	=	0
0	0	2.000E-06	500000	-2.000E-06	0	=	0
0	0	0	0	0	0	=	0

1.459E-04	-1.189E-05	-3.652E-06	7.397E+04	6.413E+04
-4.903E-16	-3.147E-16	-9.666E-17	1.958E-06	1.697E-06
1.298E-04	-1.198E-04	-4.053E-06	-2.449E+04	7.117E+04
-3.899E-16	3.596E-16	-9.416E-17	7.353E-08	1.653E-06
3.238E-05	-2.987E-05	-2.759E-05	-6.107E+03	-1.548E+04

Integrační konstanty	
$^1 A_{10}$	1.529E-04 [-]
$^1 A_{20}$	-3.193E-16 [-]
$^2 A_{10}$	1.982E-04 [-]
$^2 A_{20}$	-6.024E-16 [-]
$^3 A_{10}$	4.764E-05 [-]
$^3 A_{20}$	0 [-]

Napětí σ_r [MPa]			
$^1 \sigma_{rr1}$	0		
$^1 \sigma_{rr2}$	0.032	$^2 \sigma_{rr2}$	0.032
$^2 \sigma_{rr3}$	0.168	$^3 \sigma_{rr3}$	0.168
$^3 \sigma_{rr0}$	0.168		

Posunutí u [m]			
$^1 u_{r2}$	2.546E-10	$^2 u_{r2}$	2.546E-10
$^2 u_{r3}$	9.527E-11	$^3 u_{r3}$	9.527E-11
$^3 u_{r0}$	0		

Napětí σ_φ [MPa]	
$^1 \sigma_{\varphi r1}$	-0.147
$^1 \sigma_{\varphi r2}$	-0.179
$^2 \sigma_{\varphi r2}$	-0.450
$^2 \sigma_{\varphi r3}$	-0.585
$^3 \sigma_{\varphi r3}$	0.168
$^3 \sigma_{\varphi r0}$	0.168

Napětí σ_z [MPa]	
$^1 \sigma_{z r1}$	-1.423
$^1 \sigma_{z r2}$	-1.423
$^2 \sigma_{z r2}$	-8.191
$^2 \sigma_{z r3}$	-8.191
$^3 \sigma_{z r3}$	-75.115
$^3 \sigma_{z r0}$	-75.115

18.2 Verifikace numerickým výpočtem - data programu Ansys

LIST ALL SELECTED KEYPOINTS. DSYS = 0

NO. X, Y, Z LOCATION KESIZE NODE ELEM MAT REAL TYP ESYS

15	0.00	0.00	0.250E-05	0.00	80	0	0	0	0	0
16	0.00	0.200E-05	0.250E-05	0.00	46	0	0	0	0	0
17	0.200E-05	0.00	0.250E-05	0.00	1246	0	0	0	0	0
18	0.00	-0.200E-05	0.250E-05	0.00	27602	0	0	0	0	0
19	-0.200E-05	0.00	0.250E-05	0.00	53958	0	0	0	0	0
20	0.00	0.250E-05	0.250E-05	0.00	206482	0	0	0	0	0
21	0.250E-05	0.00	0.250E-05	0.00	206730	0	0	0	0	0
22	0.00	-0.250E-05	0.250E-05	0.00	212942	0	0	0	0	0
23	-0.250E-05	0.00	0.250E-05	0.00	219226	0	0	0	0	0
24	0.00	0.300E-05	0.250E-05	0.00	255410	0	0	0	0	0
25	0.300E-05	0.00	0.250E-05	0.00	255658	0	0	0	0	0
26	0.00	-0.300E-05	0.250E-05	0.00	261906	0	0	0	0	0
27	-0.300E-05	0.00	0.250E-05	0.00	268154	0	0	0	0	0

PRINT S NODAL SOLUTION PER NODE

POST1 NODAL STRESS LISTING *****

Power Graphics Is Currently Enabled

LOAD STEP = 1 SUBSTEP = 1

TIME = 1.0000 LOAD CASE = 0

NODAL RESULTS ARE FOR MATERIAL 1

THE FOLLOWING X, Y, Z ALUES ARE IN GLOBAL COORDINATES

NODE SX SY SZ SXY SYZ SXZ

206482 -0.17895 0.36766E-01 -1.4311 -0.11129E-10 -0.41938E-05 0.28244E-05

206730 0.36766E-01 -0.17895 -1.4311 -0.13336E-11 -0.16870E-05 -0.41335E-05

212942 -0.17895 0.36766E-01 -1.4311 -0.54513E-12 0.43356E-05-0.13475E-05
219226 0.36766E-01-0.17895 -1.4311 0.10936E-10 0.24849E-05 0.43960E-05
255410 -0.14233 -0.14182E-03 -1.4126 -0.77479E-11 0.16744E-04 0.31625E-05
255658 -0.14182E-03-0.14233 -1.4126 -0.57245E-12-0.21469E-05 0.16744E-04
261906 -0.14233 -0.14182E-03 -1.4126 0.87495E-13-0.16744E-04-0.18438E-05
268154 -0.14182E-03-0.14233 -1.4126 0.78597E-11 0.28593E-05-0.16744E-04

POST1 NODAL STRESS LISTING *****

LOAD STEP = 1 SUBSTEP= 1

TIME = 1.0000 LOAD CASE= 0

NODAL RESULTS ARE FOR MATERIAL 2

THE FOLLOWING X, Y, Z VALUES ARE IN GLOBAL COORDINATES

NODE SX SY SZ SXY SYZ SXZ

46 -0.58920 0.16702 -8.2138 -0.41031E-10-0.55262E-05 0.35739E-05
1246 0.16702 -0.58920 -8.2138 0.40690E-10-0.17985E-05-0.51133E-05
27602 -0.58920 0.16702 -8.2138 0.15338E-11 0.64968E-05-0.12685E-05
53958 0.16702 -0.58920 -8.2138 -0.16852E-11 0.30439E-05 0.69098E-05
206482 -0.45180 0.36851E-01 -8.2439 -0.25896E-10-0.74157E-05 0.40985E-05
206730 0.36851E-01-0.45180 -8.2439 -0.30199E-11-0.24474E-05-0.73549E-05
212942 -0.45180 0.36851E-01 -8.2439 -0.38119E-12 0.75586E-05-0.19545E-05
219226 0.36851E-01-0.45180 -8.2439 0.27150E-10 0.36056E-05 0.76194E-05

POST1 NODAL STRESS LISTING *****

LOAD STEP = 1 SUBSTEP= 1

TIME = 1.0000 LOAD CASE= 0

NODAL RESULTS ARE FOR MATERIAL 3

THE FOLLOWING X, Y, Z VALUES ARE IN GLOBAL COORDINATES

NODE SX SY SZ SXY SYZ SXZ

46 0.15882 0.16720 -75.159 0.10400E-11-0.12793E-04 0.10723E-04

80 0.13792 0.13792 -75.152 -0.11397E-11 0.20971E-05 0.38818E-05

1246 0.16720 0.15882 -75.159 -0.41004E-11-0.53949E-05-0.12379E-04

27602 0.15882 0.16720 -75.159 0.10156E-12 0.13765E-04-0.38045E-05

53958 0.16720 0.15882 -75.159 0.65833E-11 0.91323E-05 0.14179E-04

MINIMUM VALUES

NODE 46 1246 46 46 261906 268154

VALUE -0.58920 -0.58920 -75.159 -0.41031E-10-0.16744E-04-0.16744E-04

MAXIMUM VALUES

NODE 1246 46 255410 1246 255410 255658

VALUE 0.16720 0.16720 -1.4126 0.40690E-10 0.16744E-04 0.16744E-04

18.3 Výpočet napětí v tlaku σ_x a modulu pružnosti v tlaku rovnoběžně s vlákny E_x pro vzorky A a B

Plocha průřezu zkušebních vzorků: $A = a \cdot b = 20 \cdot 20 = 400 \text{ mm}^2$

$\Delta F = F_2 - F_1$ – přírůstek zatížení v lineární oblasti zatěžovací křivky

$\Delta w = w_2 - w_1$ – přírůstek posunu odpovídající ΔF

F_{\max} – maximální dosažená síla při experimentu

Zkušební série A

Označení zkušebního vzorku	Maximální působící síla [N]	Síla [N]			Posun [mm]		
	F_{\max}	F_1	F_2	ΔF	w_1	w_2	Δw
A3	17 623,15	1 762,32	7 049,26	5 286,94	1,09	1,38	0,29
A4	17 554,80	1 755,48	7 021,92	5 266,44	1,22	1,55	0,33
A5	17 754,80	1 775,48	7 101,92	5 346,44	1,10	1,40	0,30
A6	17 205,05	1 720,51	6 882,02	5 161,51	1,13	1,45	0,32
A7	17 729,90	1 772,99	7 091,96	5 368,97	0,69	1,01	0,32
A8	19 736,05	1 973,60	7 894,42	5 920,82	1,00	1,29	0,29
A9	19 349,55	1 934,96	7 739,82	5 804,86	0,75	1,03	0,28
A10	17 171,90	1 717,19	6 868,76	5 151,57	0,99	1,31	0,32
A11	18 348,50	1 834,85	7 339,40	5 504,55	0,94	1,30	0,33

Zkušební série B

Označení zkušebního vzorku	Max. naměřená síla [N]	Síla [N]			Posun [mm]		
	F_{\max}	F_1	F_2	ΔF	w_1	w_2	Δw
B1	14 744,30	1 474,43	5 897,72	4 423,29	2,85	3,05	0,20
B2	13 381,20	1 338,12	5 352,48	4 014,36	2,98	3,20	0,22
B3	15 422,00	1 542,20	6 168,80	4 626,60	2,90	3,15	0,25
B4	15 065,00	1 506,50	6 026,00	4 519,50	2,05	2,30	0,25
B5	19 173,10	1 917,31	7 669,24	5 751,93	4,04	4,35	0,31
B6	18 565,90	1 856,59	7 426,36	5 569,77	1,35	1,63	0,28
B7	17 261,30	1 726,13	6 904,52	5 178,39	2,30	2,65	0,35
B8	17 871,80	1 787,18	7 148,72	5 361,54	2,80	3,15	0,35
B9	18 910,20	1 891,02	7 564,08	5 673,06	2,89	3,18	0,29

18.4 Určení lineární oblasti programem FitData 2.0 a výpočet modulu pružnosti E

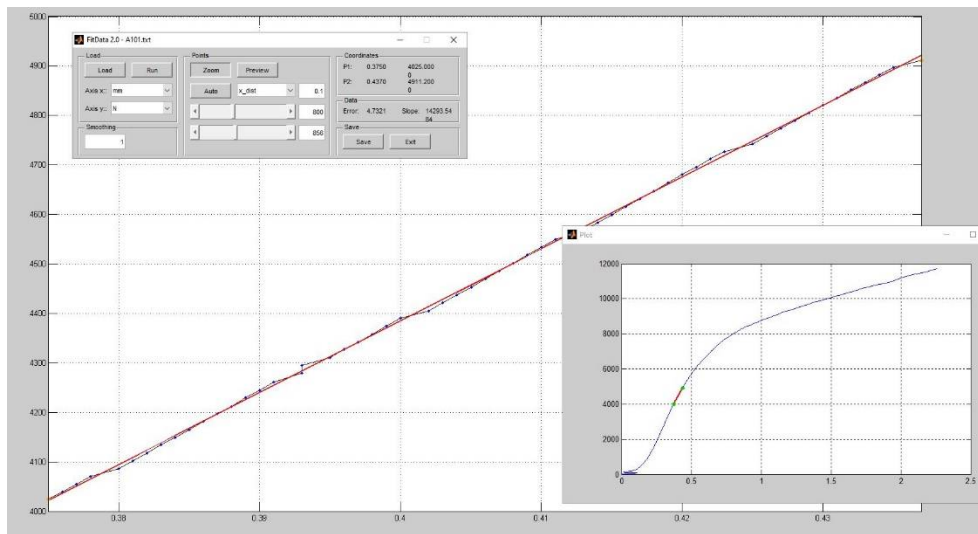
18.4.1 Zkušební série 1

18.4.1.1 Deska A

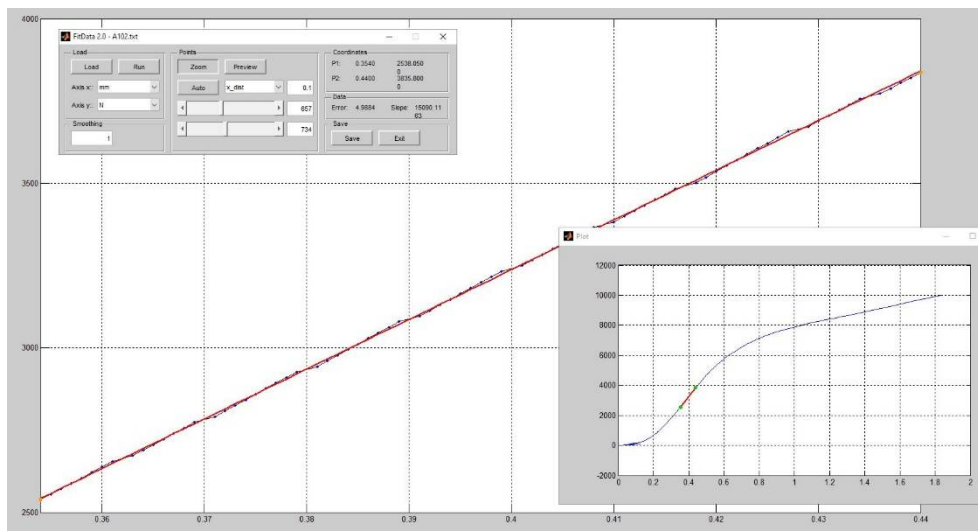
Rozměry zkušební desky: 86 x 13 x 1 000 mm.

Pro zkušební desku A jsou níže zobrazeny výstupy z programu FitData2.0.

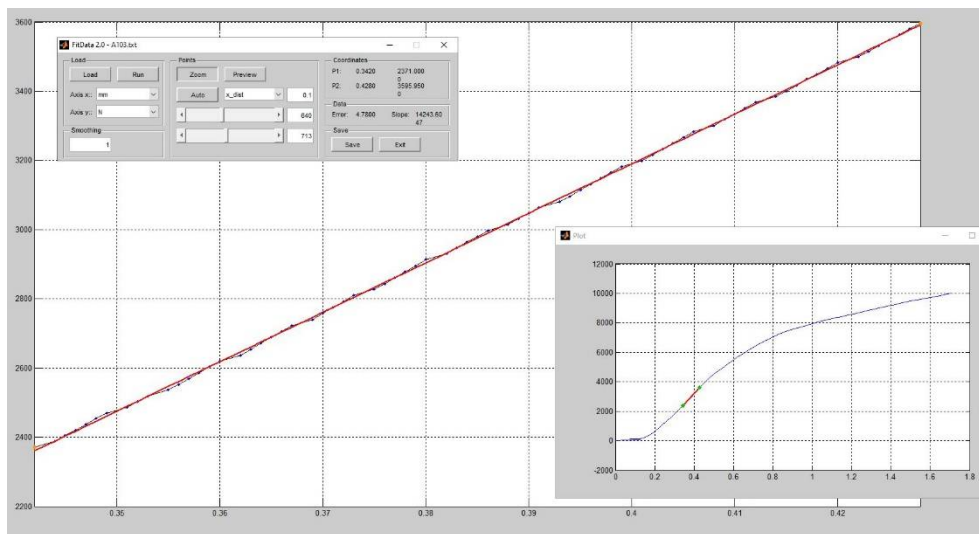
Měření A10₁



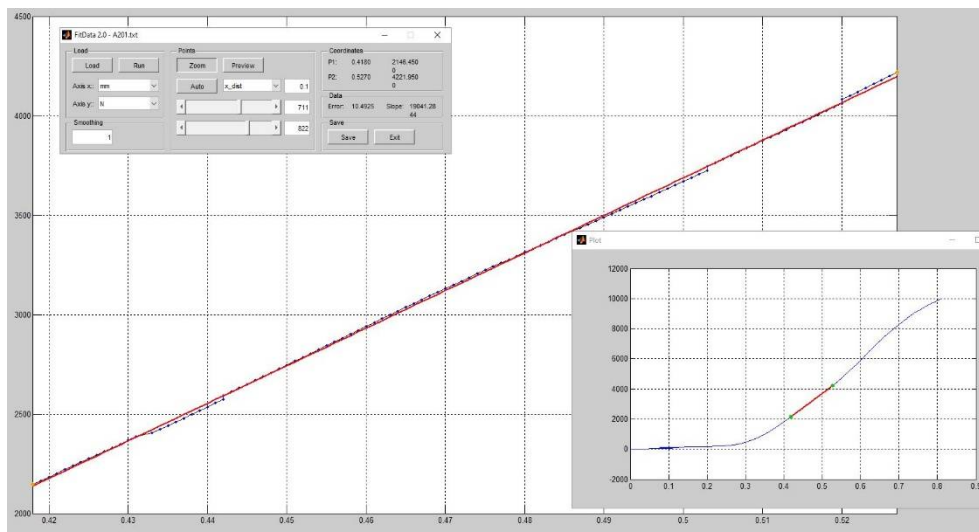
Měření A10₂



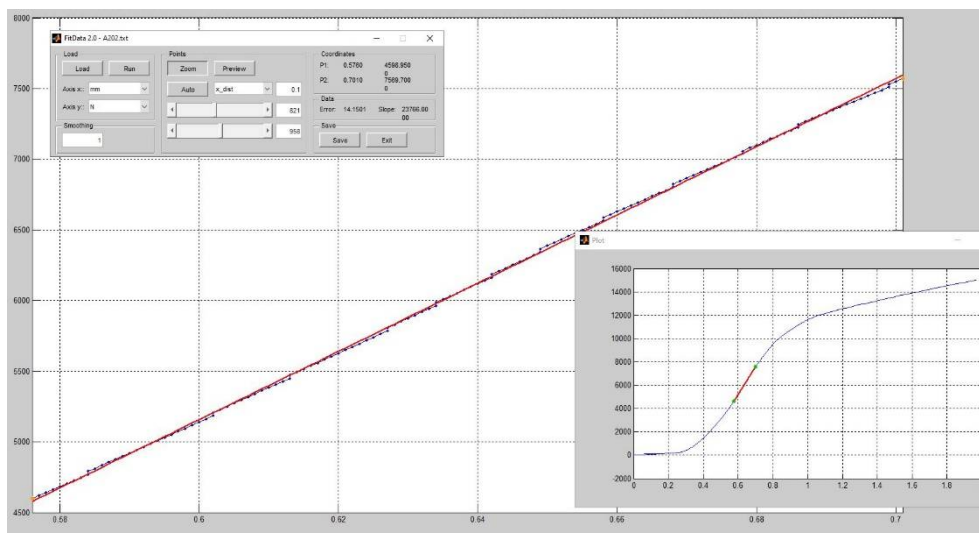
Měření A10₃



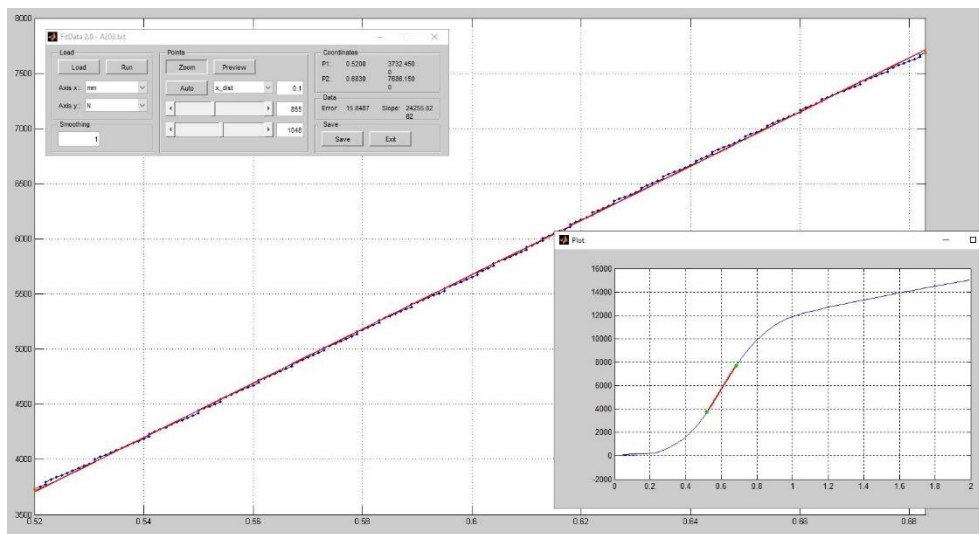
Měření A20₁



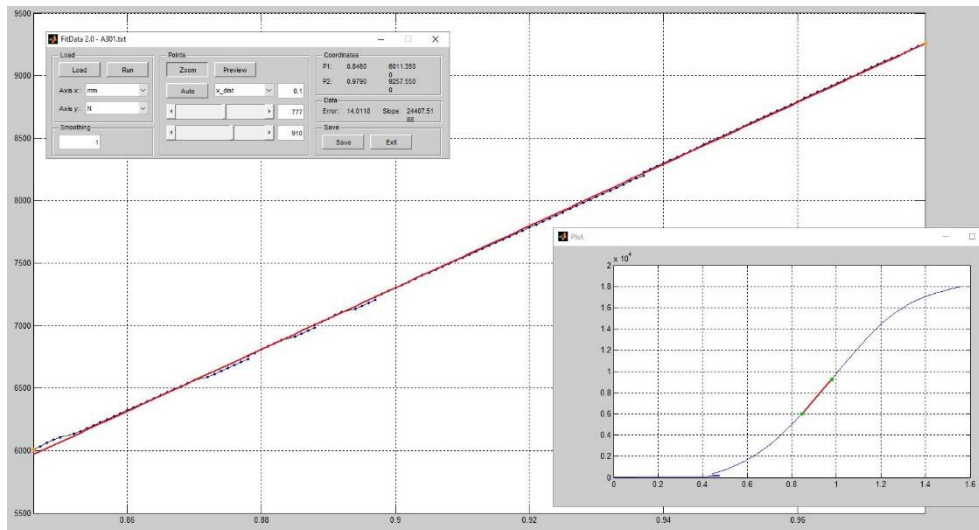
Měření A20₂



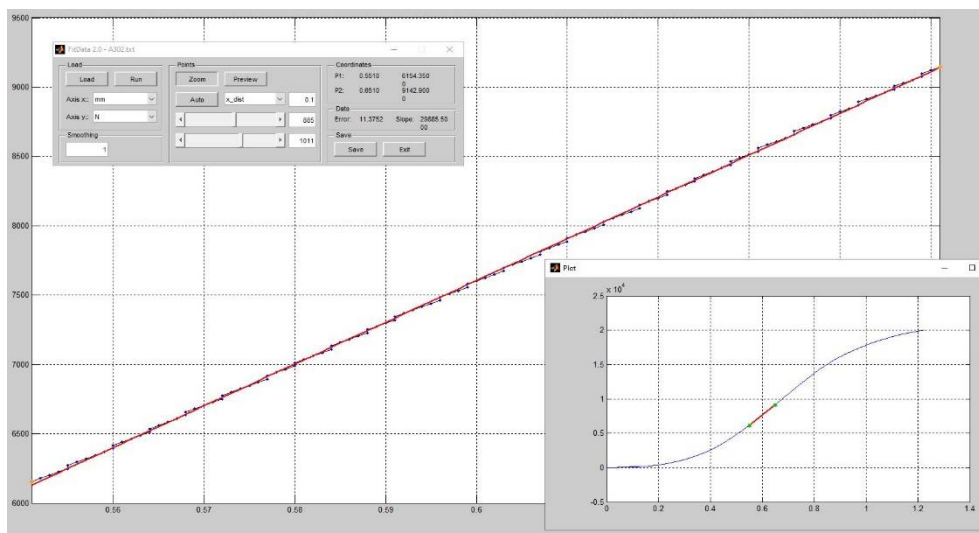
Měření A20₃



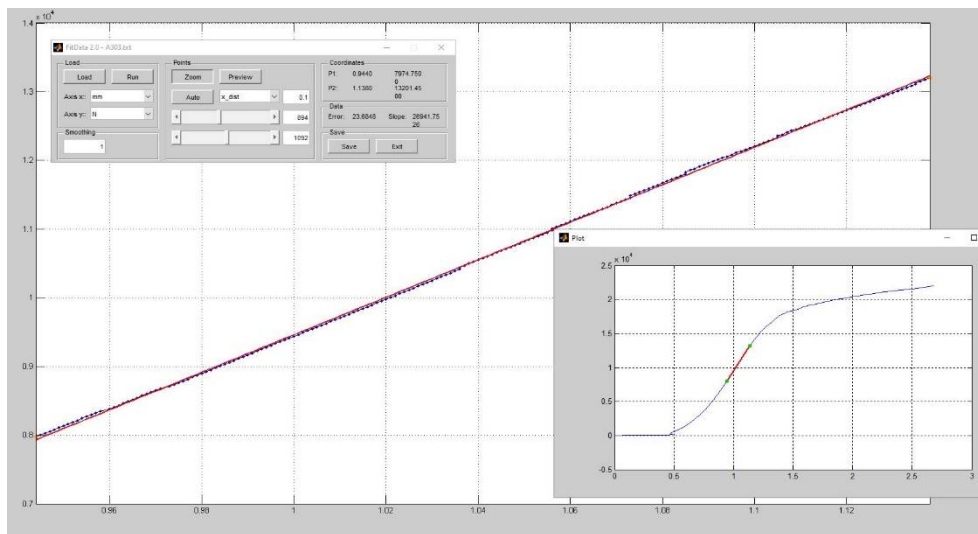
Měření A30₁



Měření A30₂



Měření A30₃



Pomocí programu FitData 2.0 byla určena lineární oblast grafu včetně počátečních (dolní index 1) a koncových (dolní index 2) hodnot posunu a síly, které byly odečteny a určeny hodnoty Δw a ΔF podle následujících vzorců:

$$\Delta w = w_2 - w_1$$

$$\Delta F = F_2 - F_1$$

F_{\max} - maximální dosažená síla při experimentu

Stejným způsobem jsou určeny hodnoty Δw a ΔF pro všechny následující zkušební série.

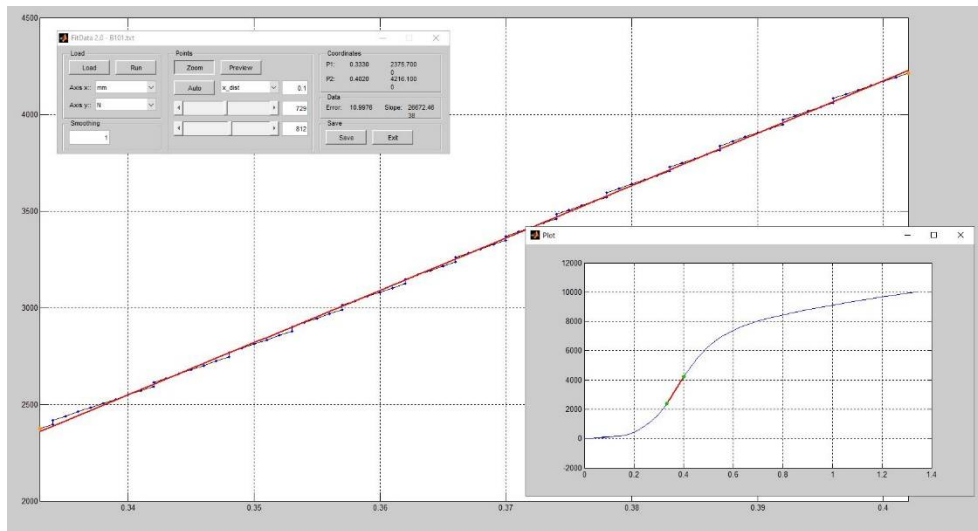
Deska A		Posun [mm]			Síla [N]		
		w_1	w_2	Δw	F_1	F_2	ΔF
Razník 10	A10 ₁	0,375	0,437	0,062	4 025,00	4 911,20	886,20
	A10 ₂	0,354	0,440	0,086	2 538,05	3 835,80	1 297,75
	A10 ₃	0,342	0,428	0,086	2 371,00	3 595,95	1 224,95
Razník 20	A20 ₁	0,418	0,527	0,109	2 146,45	4 221,95	2 075,50
	A20 ₂	0,576	0,701	0,125	4 598,95	7 569,70	2 970,75
	A20 ₃	0,520	0,683	0,163	3 732,45	7 686,15	3 953,70
Razník 30	A30 ₁	0,846	0,979	0,133	6 011,35	9 257,55	3 246,20
	A30 ₂	0,551	0,651	0,100	6 154,35	9 142,90	2 988,55
	A30 ₃	0,944	1,138	0,194	7 974,75	13 201,45	5 226,70

18.4.1.2 Deska B

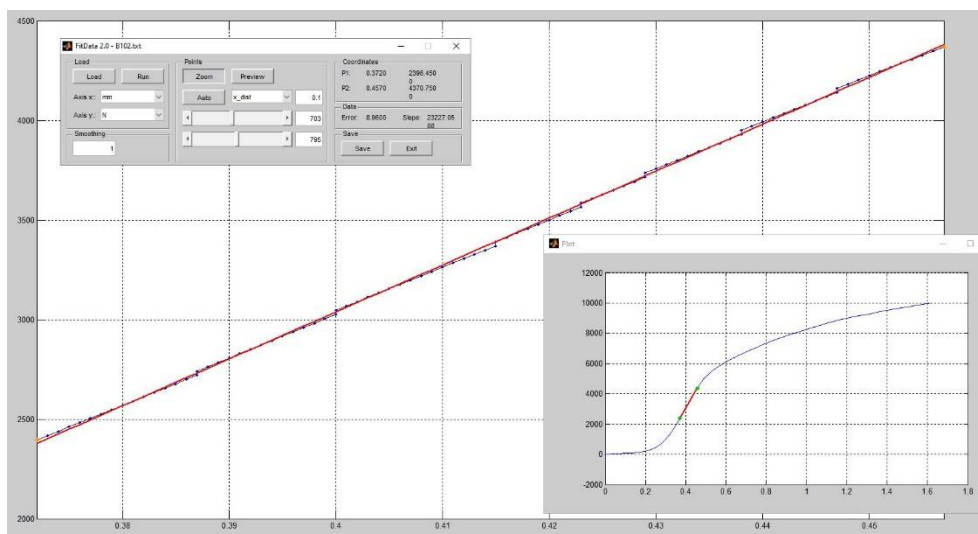
Rozměry zkušební desky: 86 x 22 x 1 000 mm.

Pro zkušební desku B jsou níže zobrazeny výstupy z programu FitData2.0.

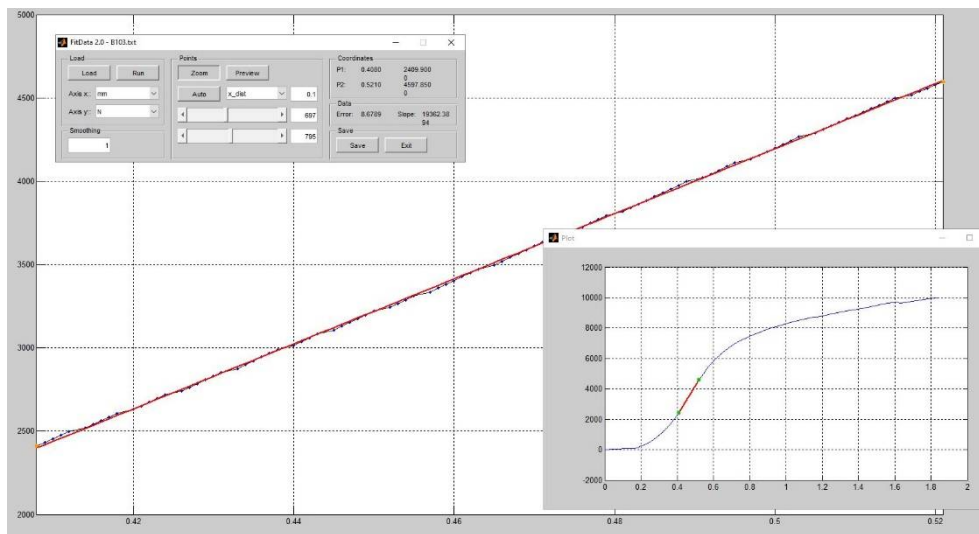
Měření B10₁



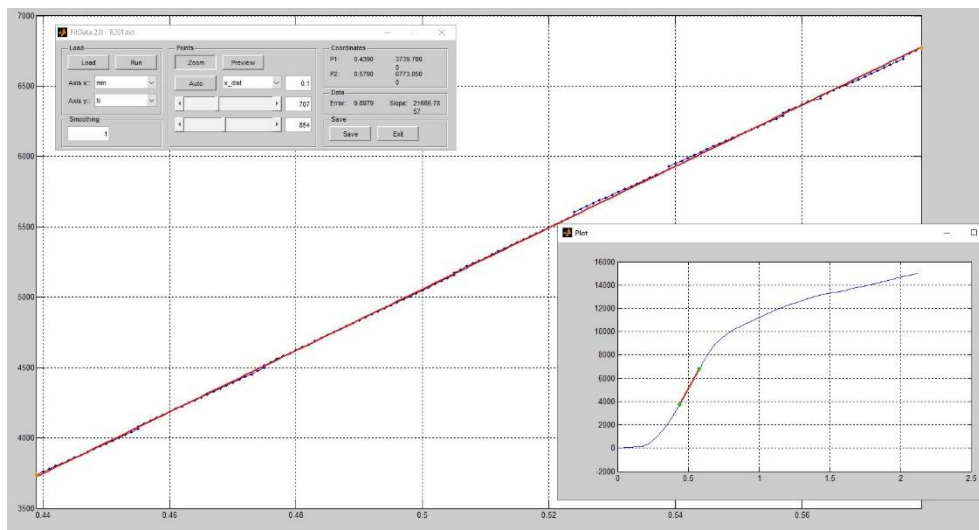
Měření B10₂



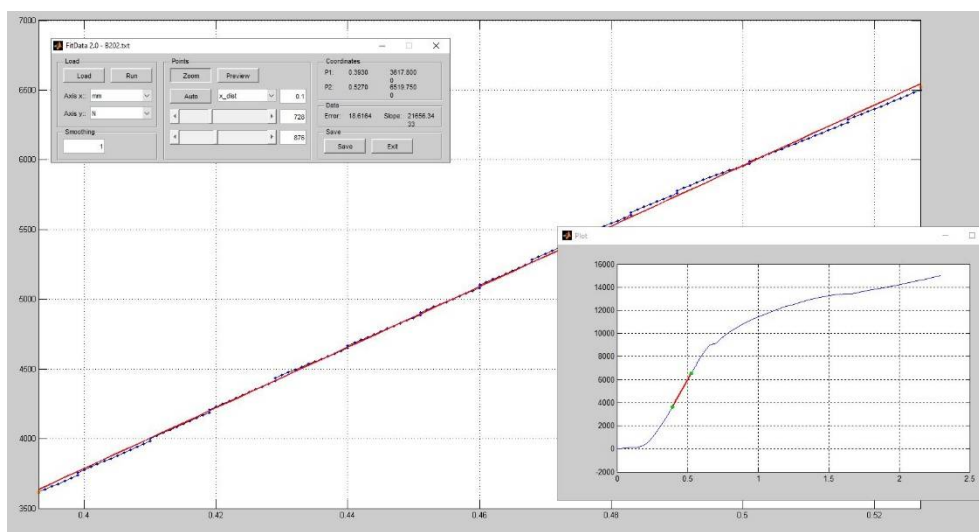
Měření B10₃



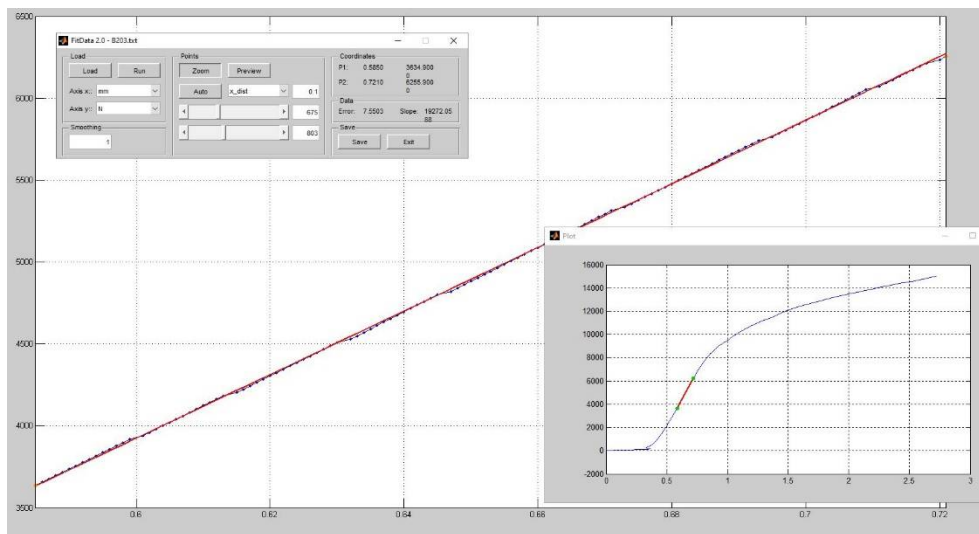
Měření B20₁



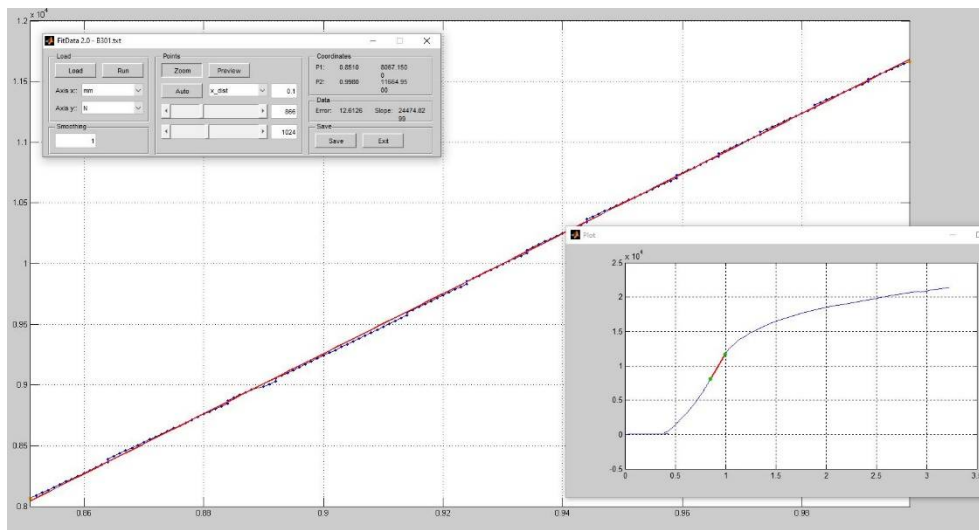
Měření B20₂



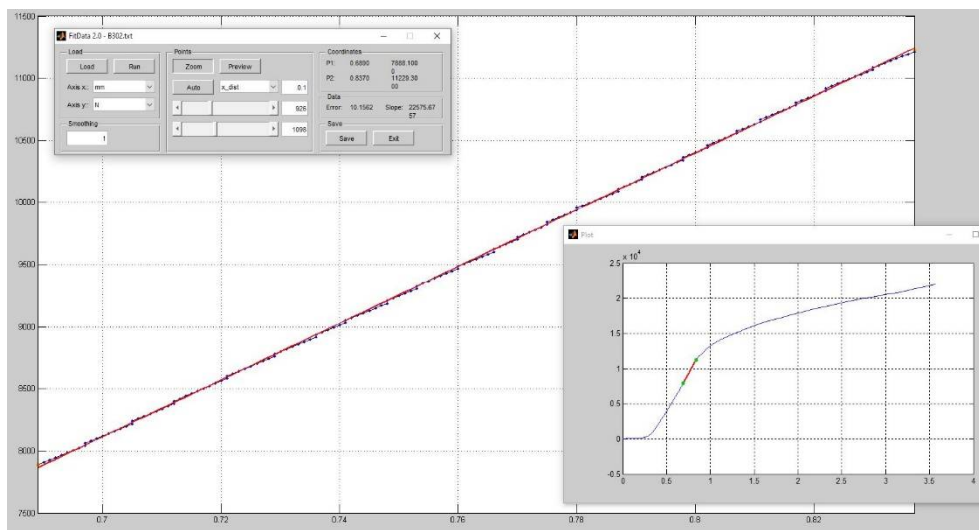
Měření B20₃



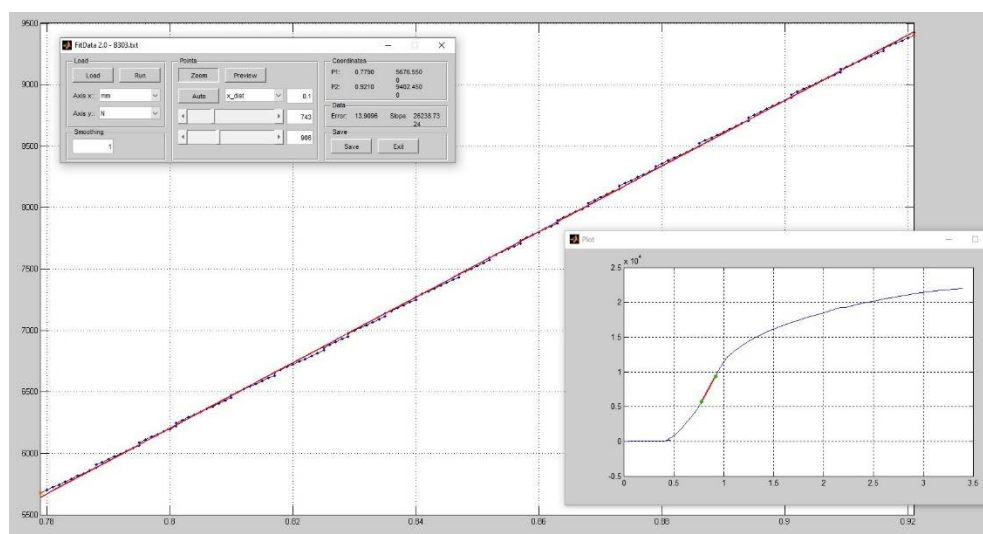
Měření B30₁



Měření B30₂



Měření B30₃



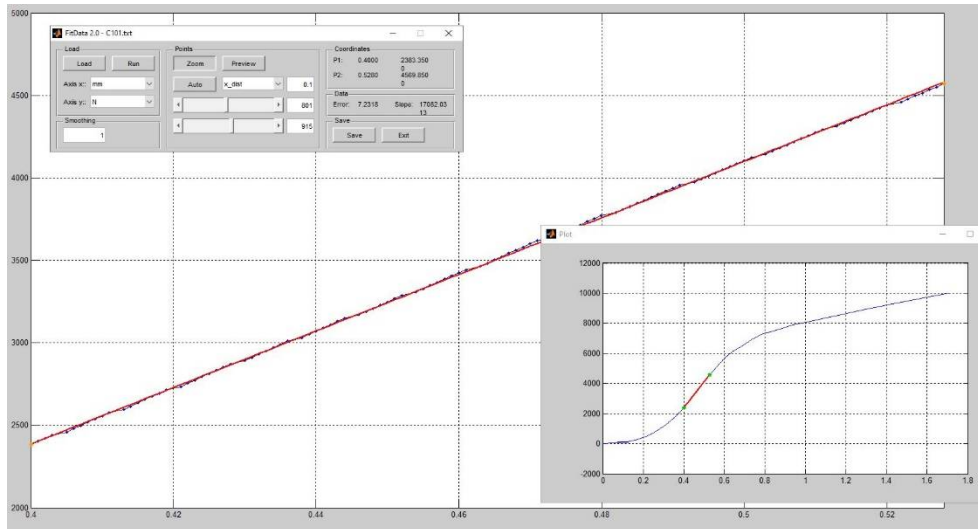
Deska B		Posun [mm]			Síla [N]		
		w ₁	w ₂	Δw	F ₁	F ₂	ΔF
Razník 10	B10 ₁	0,333	0,402	0,069	2 375,70	4 216,10	1 840,40
	B10 ₂	0,372	0,457	0,085	2 396,45	4 370,75	1 974,30
	B10 ₃	0,408	0,521	0,113	2 409,90	4 597,85	2 187,95
Razník 20	B20 ₁	0,439	0,579	0,140	3 739,70	6 773,05	3 033,35
	B20 ₂	0,393	0,527	0,134	3 617,80	6 519,75	2 901,95
	B20 ₃	0,585	0,721	0,136	3 634,90	6 255,90	2 621,00
Razník 30	B30 ₁	0,851	0,998	0,147	8 067,15	11 664,95	3 597,80
	B30 ₂	0,689	0,837	0,148	7 888,10	11 292,30	3 341,20
	B30 ₃	0,779	0,921	0,142	5 676,55	9 402,45	3 725,90

18.4.1.3 Deska C

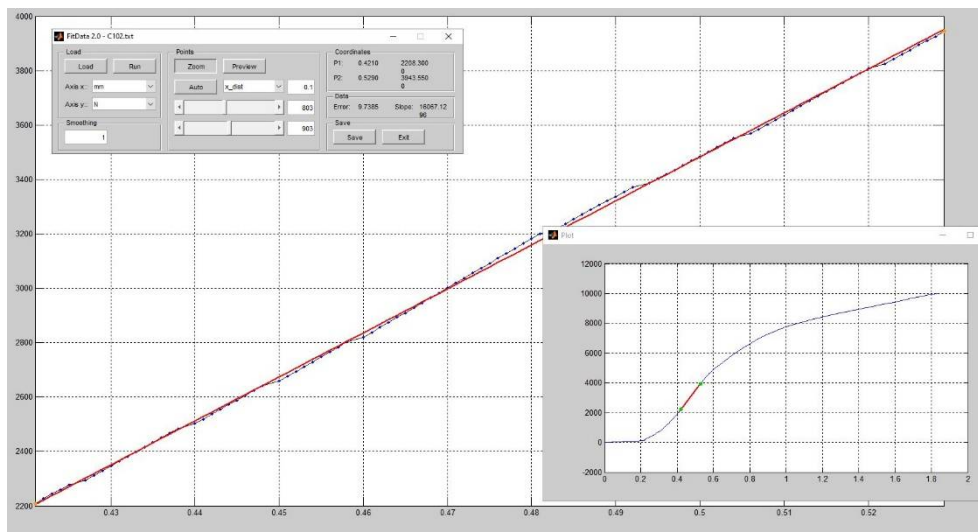
Rozměry zkušební desky: 86 x 32 x 1 000 mm.

Pro zkušební desku B jsou níže zobrazeny výstupy z programu FitData2.0.

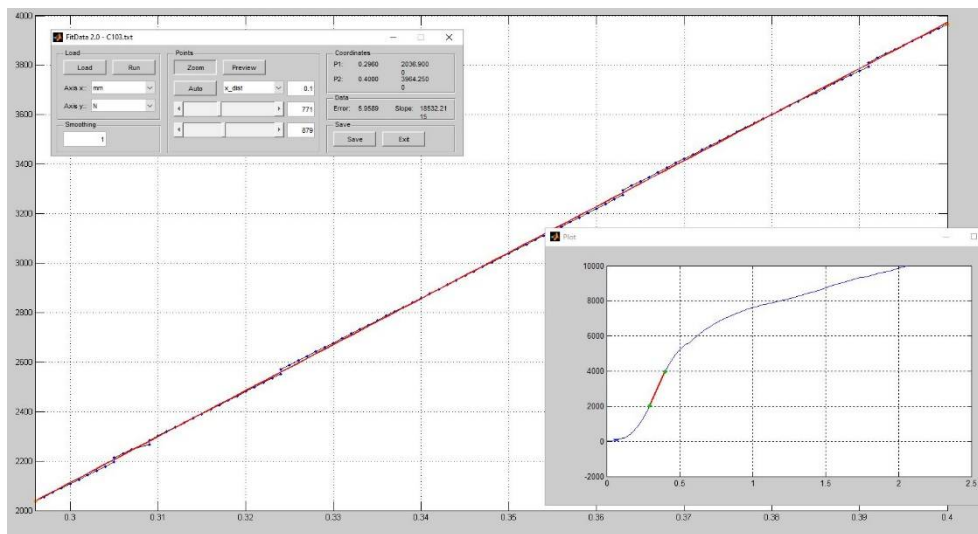
Měření C10₁



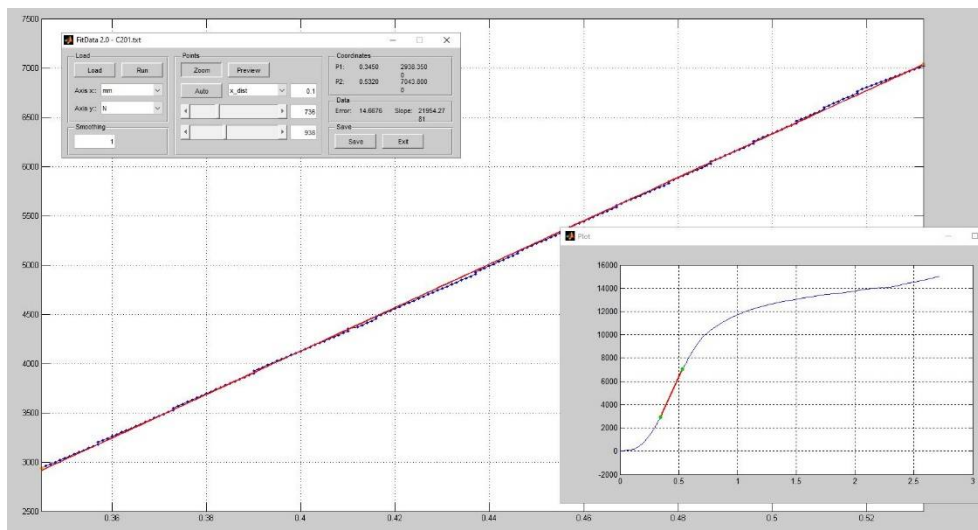
Měření C10₂



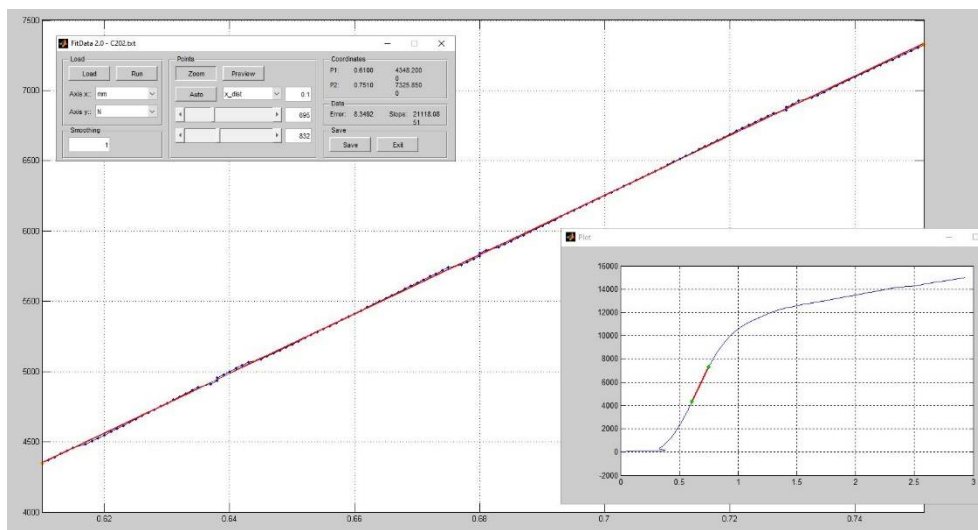
Měření C10₃



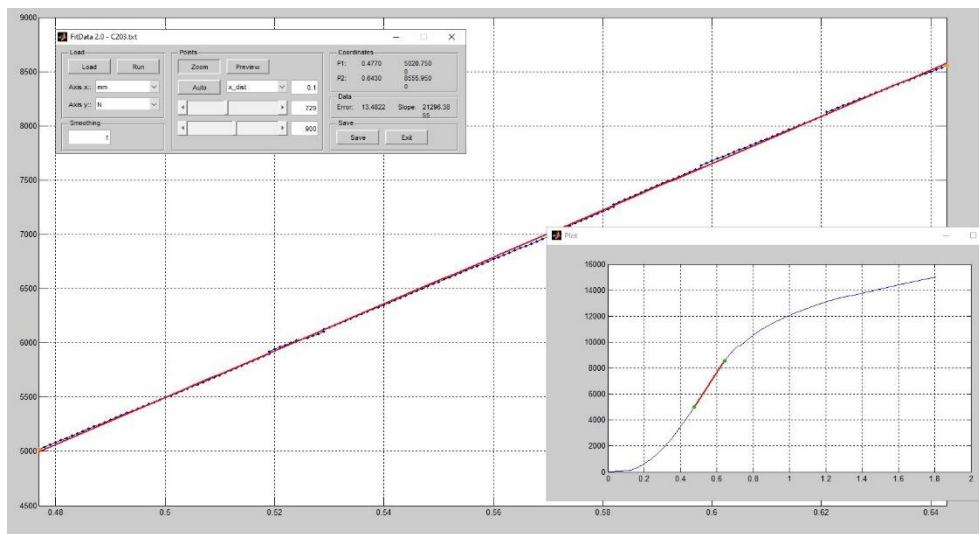
Měření C20₁



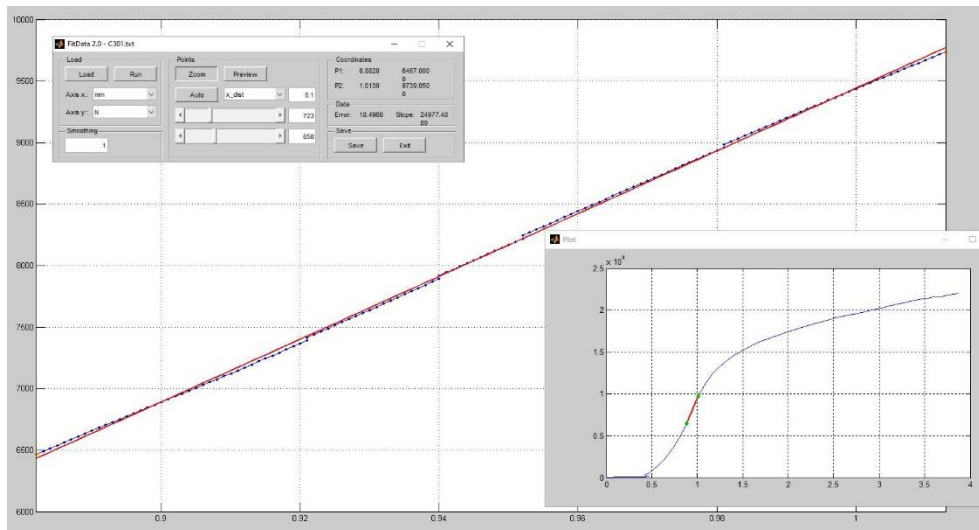
Měření C20₂



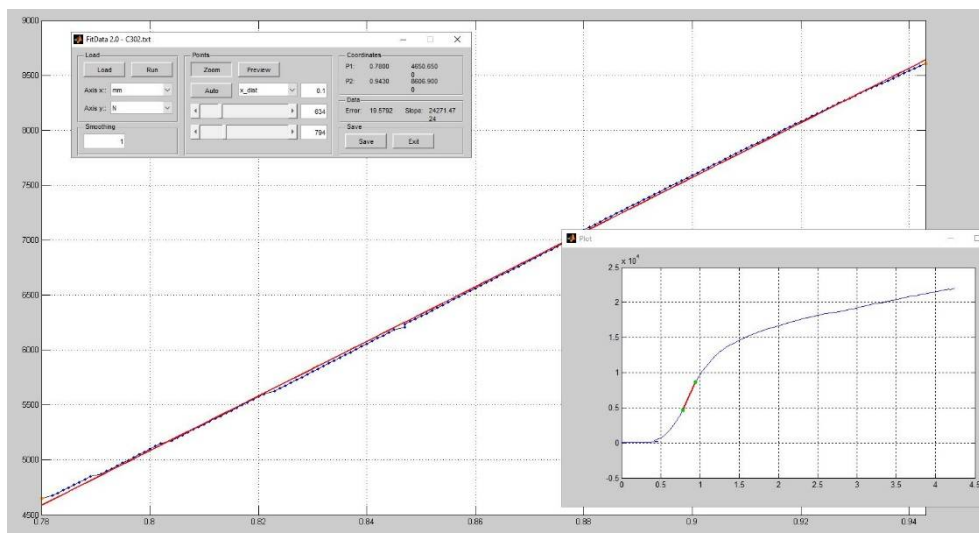
Měření C20₃



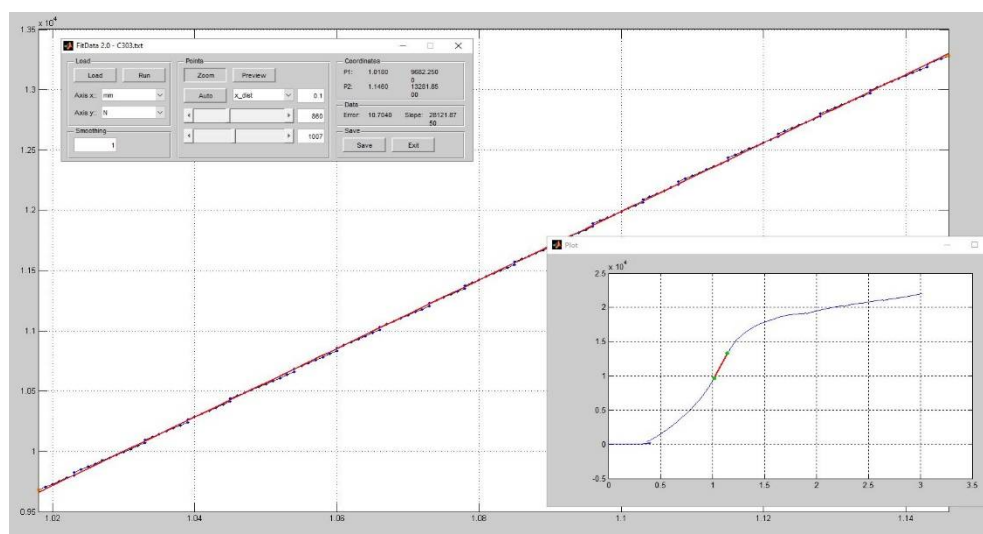
Měření C30₁



Měření C30₂



Měření C30₃



Deska C		Posun [mm]			Síla [N]		
		w ₁	w ₂	Δw	F ₁	F ₂	ΔF
Razník 10	C10 ₁	0,400	0,528	0,128	2 383,35	4 569,85	2 186,50
	C10 ₂	0,421	0,529	0,108	2 208,30	3 943,55	1 735,25
	C10 ₃	0,296	0,400	0,104	2 036,90	3 964,25	1 927,35
Razník 20	C20 ₁	0,421	0,528	0,107	4 578,20	6 954,65	2 376,45
	C20 ₂	0,610	0,751	0,141	4 348,20	7 325,85	2 977,65
	C20 ₃	0,477	0,643	0,166	5 020,75	8 555,95	3 535,20
Razník 30	C30 ₁	0,854	1,013	0,159	5 813,00	9 739,05	3 926,05
	C30 ₂	0,780	0,943	0,163	4 650,65	8 606,90	3 956,25
	C30 ₃	1,018	1,146	0,128	9 682,25	13 281,85	3 599,60

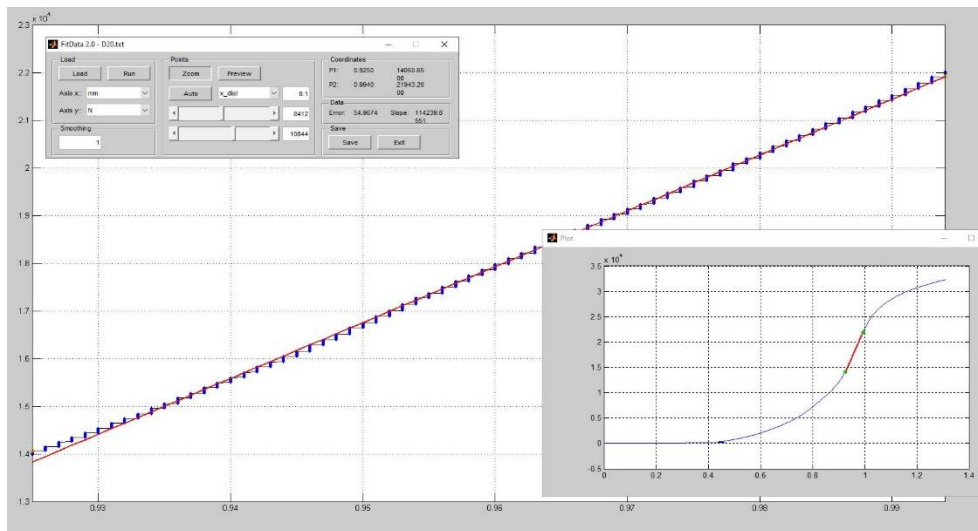
18.4.2 Zkušební série 2

18.4.2.1 Deska D

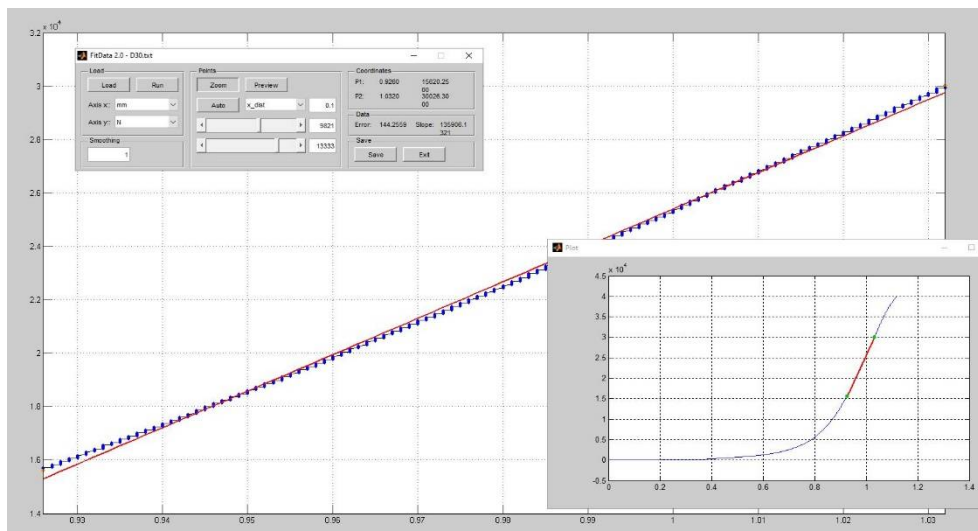
Rozměry zkušební desky: 98 x 39 x 255 mm.

Pro zkušební desku D jsou níže zobrazeny výstupy z programu FitData2.0.

Měření D20



Měření D30



Deska D		Posun [mm]			Síla [N]		
		w ₁	w ₂	Δw	F ₁	F ₂	ΔF
Razník 20	D20	0,925	0,994	0,069	14 060,65	21 943,20	7 882,55
Razník 30	D30	0,926	1,032	0,106	15 620,25	30 026,30	14 406,05

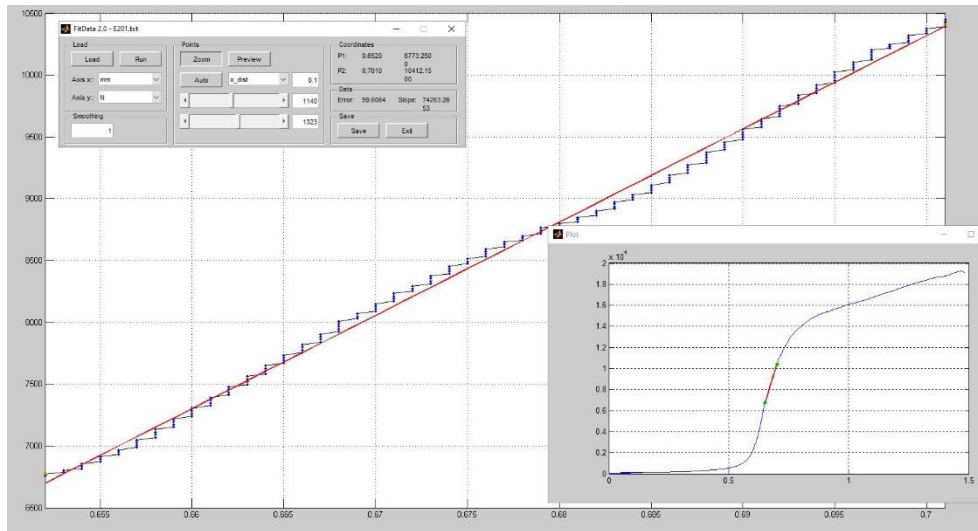
18.4.3 Zkušební série 3

18.4.3.1 Deska E

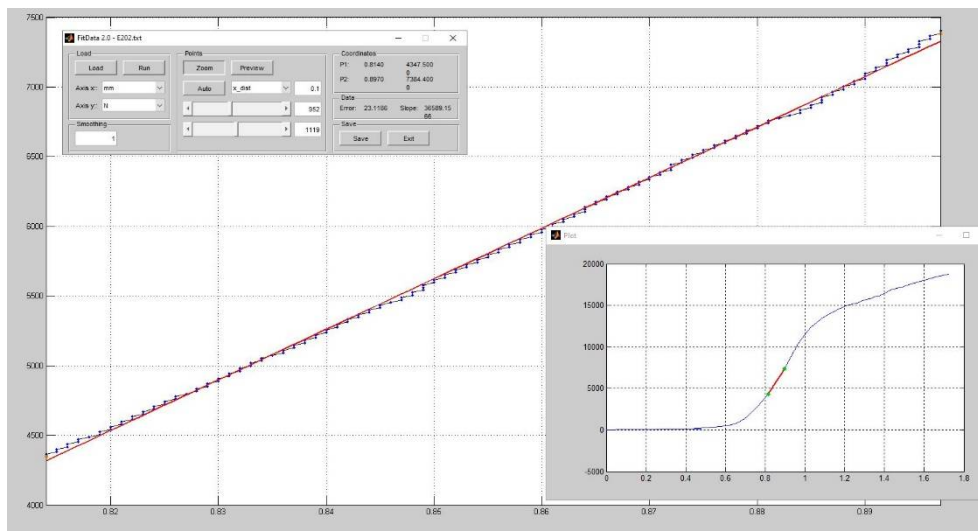
Rozměry zkušební desky: 102 x 20 x 700 mm.

Pro zkušební desku E jsou níže zobrazeny výstupy z programu FitData2.0.

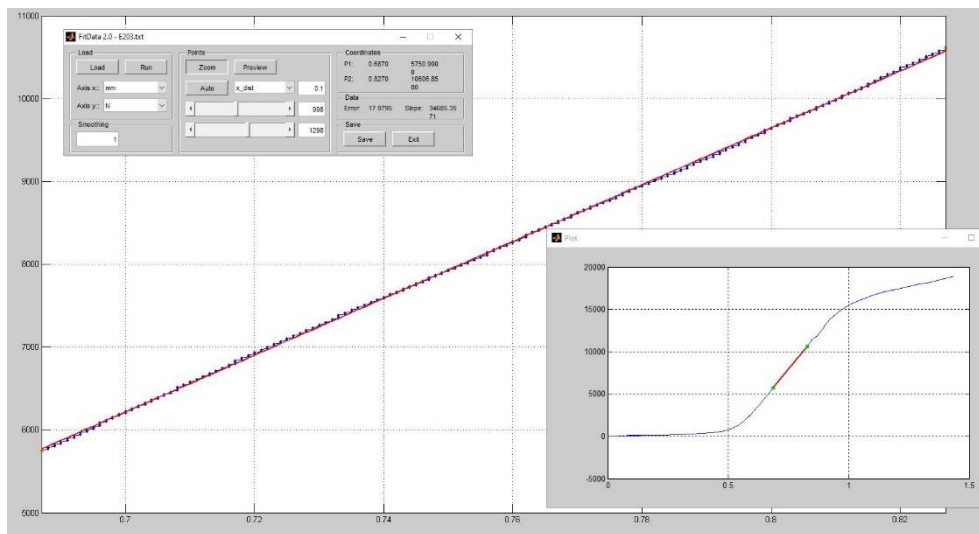
Měření E20₁



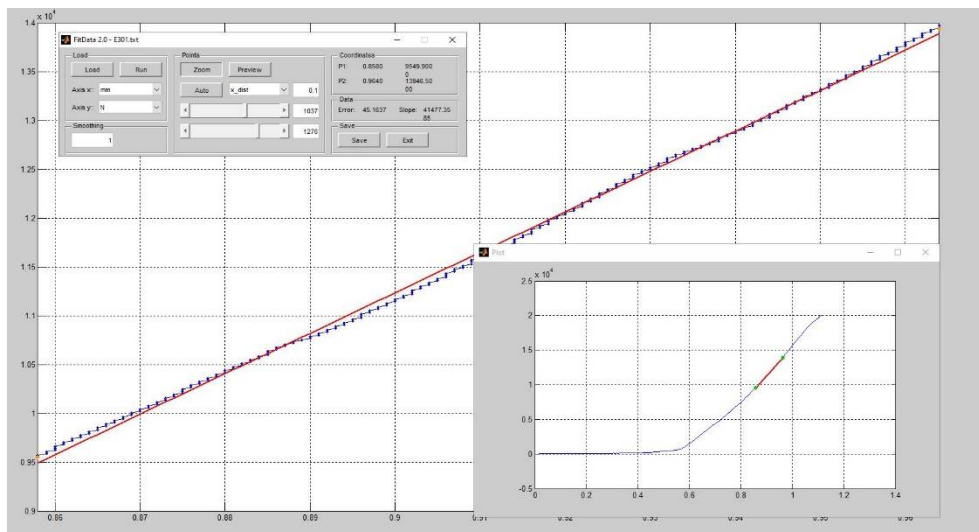
Měření E20₂



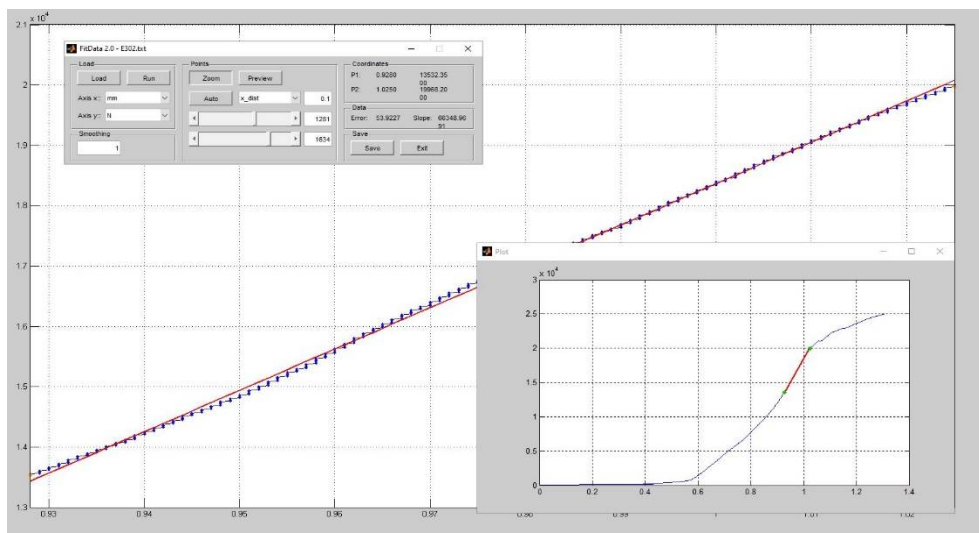
Měření E20₃



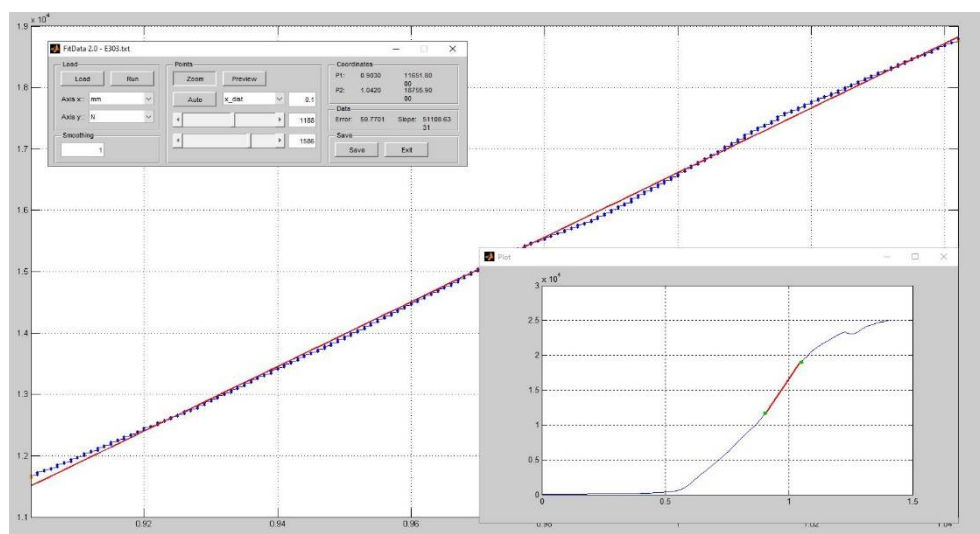
Měření E30₁



Měření E30₂



Měření E30₃



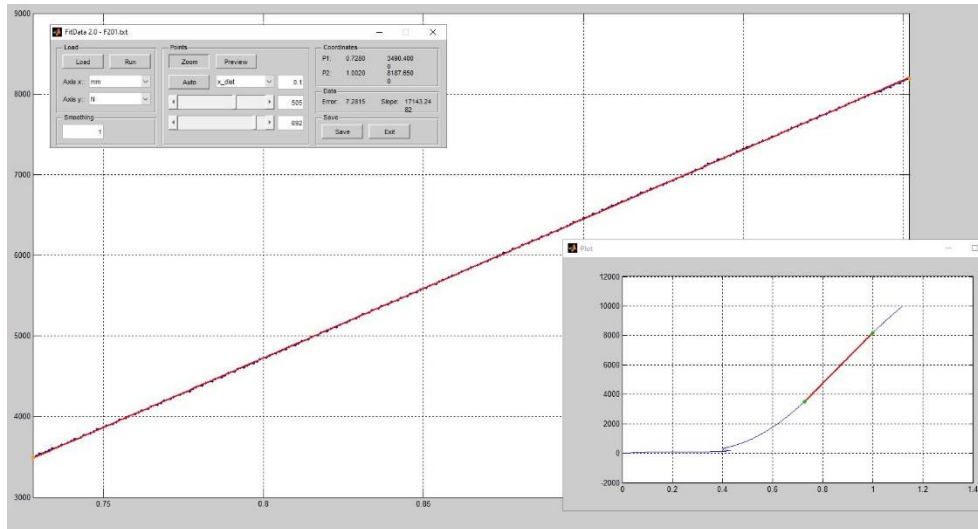
Deska E		Posun [mm]			Síla [N]		
		w ₁	w ₂	Δw	F ₁	F ₂	ΔF
Razník 20	E20 ₁	0,652	0,701	0,049	6 773,25	10 412,15	3 638,90
	E20 ₂	0,814	0,897	0,083	4 347,50	7 384,40	3 036,90
	E20 ₃	0,687	0,827	0,140	5 750,90	10 606,85	4 855,95
Razník 30	E30 ₁	0,858	0,964	0,106	9 549,90	13 946,50	4 400,60
	E30 ₂	0,928	1,025	0,097	13 532,35	19 968,20	6 435,85
	E30 ₃	0,903	1,042	0,139	11 651,80	18 755,90	3 922,75

18.4.3.2 Deska F

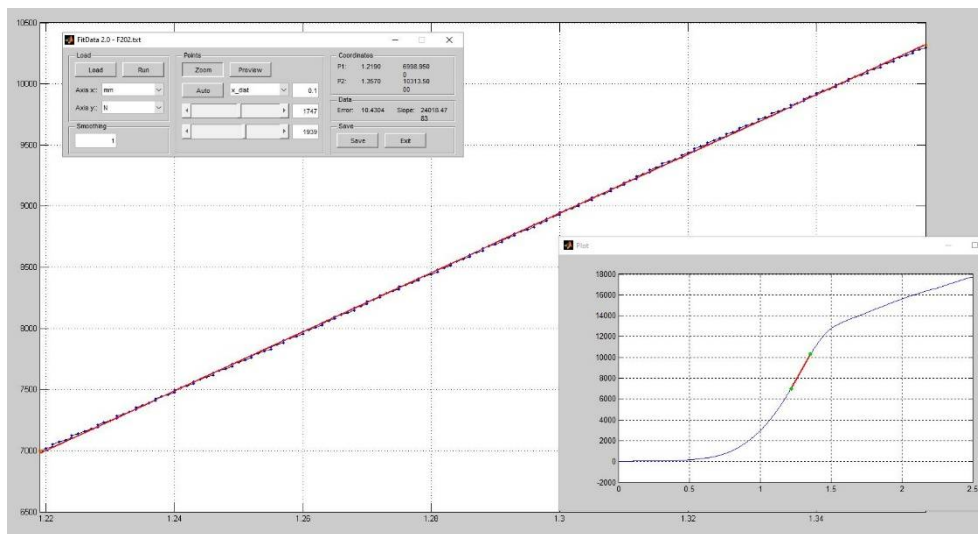
Rozměry zkušební desky: 97 x 40 x 700 mm.

Pro zkušební desku F jsou níže zobrazeny výstupy z programu FitData2.0.

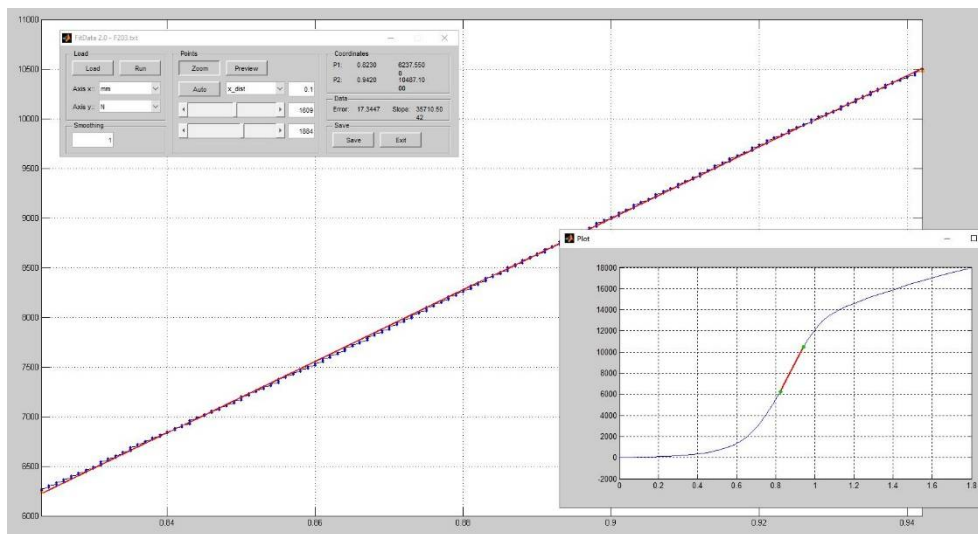
Měření F20₁



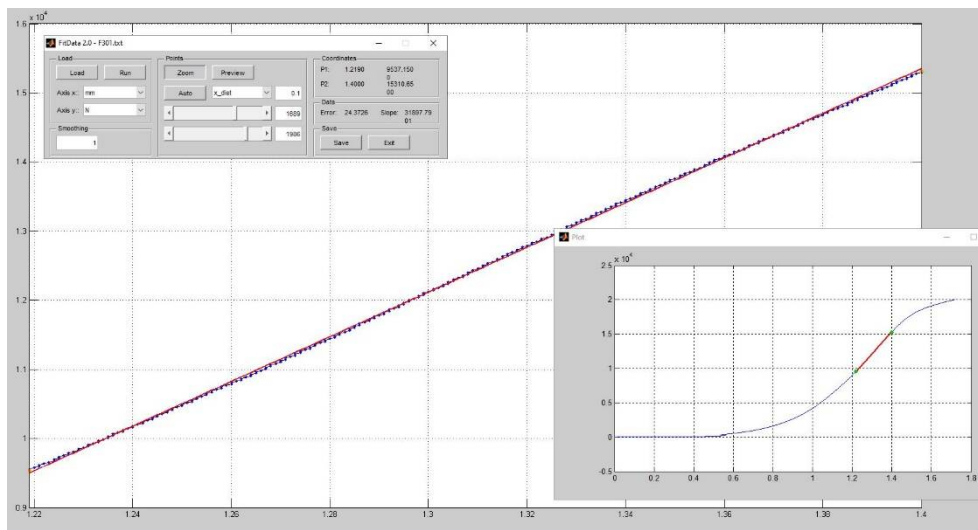
Měření F20₂



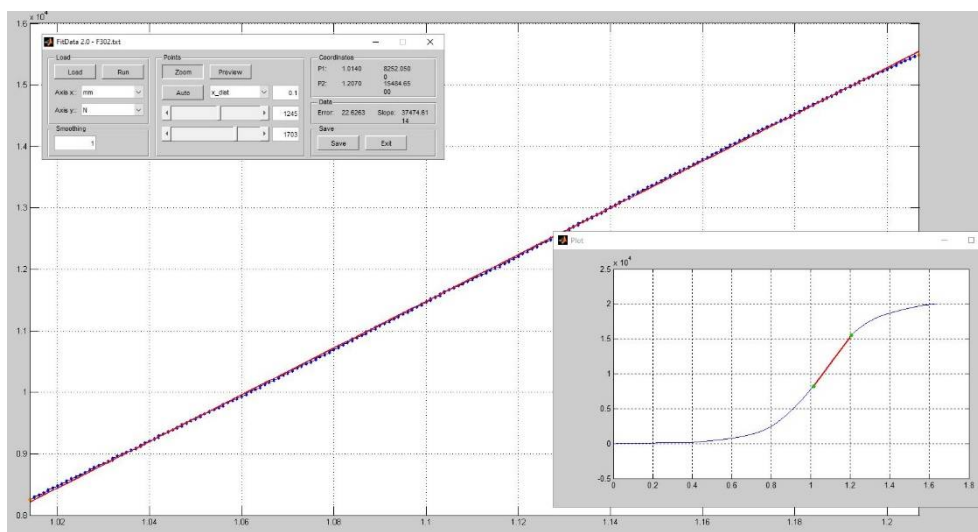
Měření F20₃



Měření F30₁



Měření F30₂



Deska F		Posun [mm]			Síla [N]		
		w ₁	w ₂	Δw	F ₁	F ₂	ΔF
Razník 20	F20 ₁	0,728	1,002	0,274	3 490,40	8 187,65	4 697,25
	F20 ₂	1,219	1,357	0,138	6 998,95	10 313,50	3 314,55
	F20 ₃	0,823	0,942	0,119	6 237,55	10 487,10	4 249,55
Razník 30	F30 ₁	1,219	1,400	0,189	9 537,15	15 310,65	5 773,5
	F30 ₂	1,014	1,207	0,193	8 252,05	15 484,65	7 232,6

Vzorce pro výpočet modulu pružnosti E :

- zatížení:

$$f = \frac{\Delta F}{b} \text{ [N/mm]}$$

kde b šířka dřevěného vzorku

- sklon zatěžovací křivky:

$$\frac{f}{\Delta w} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

- maximální napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{F_{max}}{b \cdot r} \text{ [MPa]}$$

kde r šířka ocelového razníku

- poměrné zkrácení:

$$\varepsilon = \frac{\Delta w}{h} \text{ [-]}$$

kde h výška dřevěného vzorku

$$E_{z,v} = \frac{\sigma_r}{\varepsilon} = \frac{\frac{\Delta F}{b \cdot r}}{\frac{\Delta w}{h}} \text{ [MPa]}$$

18.5 Zpětná analýza - data programu Excel

Označení vzorku: **Deska D, vzorek D30**

Výška dřevěného vzorku:

$$h = \boxed{0.039} \text{ m}$$

Šířka ocelového razníku:

$$b = \boxed{0.030} \text{ m}$$

Zatížení:

$$f = \boxed{147} \text{ N/mm}$$

Měřené parametry dřeva z tlakových zkoušek:

- modul pružnosti odporu razníku ze zkoušky (s vlivem smyku)

$$E_{z,v} = \boxed{1802836} \text{ kPa} = \boxed{1802.84} \text{ MPa}$$

Vstupní/odhadované parametry dřeva:

- modul pružnosti rovnoběžně s vláknou

$$E_x = \boxed{12664000} \text{ kPa} = \boxed{12664.00} \text{ MPa}$$

- modul pružnosti kolmo na vlákna ze zpětné analýzy (bez vlivu smyku)

$$E_{z,za} = \boxed{842510} \text{ kPa} = \boxed{842.510} \text{ MPa}$$

- modul pružnosti ve smyku (81 % z $E_{z,za}$)

$$G_{xz} = \boxed{682433} \text{ kPa} = \boxed{682.433} \text{ MPa}$$

- Poissonovo číslo

$$\nu_{zx} = \boxed{0.024}$$

Výpočet:

$$E_{zoed} = \frac{E_z}{1 - \nu_{zx}^2 \frac{E_x}{E_z}} = \boxed{849868} \text{ kPa}$$

$$C_1 = \frac{\pi^2}{8H} E_{zoed} , = \boxed{26884175}$$

$$C_2 = \frac{GH}{2} = \boxed{13307.445}$$

$$\Delta w = w_o$$

$$w_o = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f}{2(2n+1)\sqrt{C_1 C_2} + (2n+1)^2 2bC_1} = \boxed{0.000106} \text{ m}$$

$$n = \boxed{1 \text{ až } 1000}$$

$$\boxed{f/w_o}$$

$$= \boxed{1386.786} \text{ N/mm}^2$$

Vypočtené hodnoty

$$\boxed{0.106} \text{ mm}$$

$$\boxed{1386.787} \text{ N/mm}^2$$

Měřené hodnoty

$$\boxed{0.106} \text{ mm}$$

18.6 Zpětná analýza - proměnné parametry

18.6.1 Modul pružnosti rovnoběžně s vlákny

Proměnný parametr: Modul pružnosti rovnoběžně s vlákny

	E_x		
	10 GPa	12,664 GPa	15 GPa
A10	98.976	97.651	96.451
A20	102.837	101.398	100.094
A30	91.309	89.774	88.377
B10	200.817	199.652	198.617
B20	131.714	130.406	129.232
B30	119.894	118.503	117.251
C10	178.966	177.837	176.832
C20	164.979	163.755	162.662
C30	158.539	157.247	156.094
D20	862.906	861.779	860.788
D30	843.692	842.51	841.471
E20	215.033	213.759	212.627
E30	170.635	169.274	168.059
F20	174.801	173.613	172.554
F30	213.011	211.78	210.687

Rozdíl [%]		Rozdíl [MPa]		
10 GPa	15 GPa	10 GPa	15 GPa	
1.36	1.23	1.33	1.20	
1.42	1.29	1.44	1.30	
1.71	1.56	1.54	1.40	
0.58	0.52	1.17	1.04	
1.00	0.90	1.31	1.17	
1.17	1.06	1.39	1.25	
0.63	0.57	1.13	1.01	
0.75	0.67	1.22	1.09	
0.82	0.73	1.29	1.15	
0.13	0.11	1.13	0.99	
0.14	0.12	1.18	1.04	
0.60	0.53	1.27	1.13	
0.80	0.72	1.36	1.22	
0.68	0.61	1.19	1.06	
0.58	0.52	1.23	1.09	
Průměr	0.83	0.74	1.28	1.14

Vyhodnocení např. deska A - kvadrát vzdáleností

10 GPa					
A10	98.976	(suma/3)-A10=	-1.269	na druhou=	1.609515111
A20	102.837	(suma/3)-A20=	-5.130	na druhou=	26.31348011
A30	91.309	(suma/3)-A30=	6.398	na druhou=	40.93866944
suma=	293.122			suma=	68.86166467
suma/3=	97.707				70.477
12,664 GPa					
A10	97.651	(suma/3)-A10=	-1.377	na druhou=	1.895211111
A20	101.398	(suma/3)-A20=	-5.124	na druhou=	26.25196011
A30	89.774	(suma/3)-A30=	6.500	na druhou=	42.25433344
suma=	288.823			suma=	70.40150467
suma/3=	96.274				73.126
15 GPa					
A10	96.451	(suma/3)-A10=	-1.477	na druhou=	2.181529
A20	100.094	(suma/3)-A20=	-5.120	na druhou=	26.2144
A30	88.377	(suma/3)-A30=	6.597	na druhou=	43.520409
suma=	284.922			suma=	71.916338
suma/3=	94.974				75.722

18.6.2 Modul pružnosti ve smyku

Proměnný parametr: Modul pružnosti ve smyku

	G_{xz}		
	0,7 Ez	0,81 Ez	0,9 Ez
A10	101.267	97.651	95.057
A20	104.089	101.398	99.43
A30	91.644	89.774	88.391
B10	208.232	199.652	193.574
B20	134.854	130.406	127.201
B30	121.839	118.503	116.073
C10	186.242	177.837	171.926
C20	170.164	163.755	159.182
C30	162.505	157.247	153.456
D20	896.92	861.779	836.822
D30	872.38	842.51	821.087
E20	220.648	213.759	208.783
E30	173.741	169.274	166.01
F20	180.899	173.613	168.441
F30	219.484	211.78	206.258

Rozdíl [%]		Rozdíl [MPa]	
0,7 Ez	0,9 Ez	0,7 Ez	0,9 Ez
3.70	2.66	3.62	2.59
2.65	1.94	2.69	1.97
2.08	1.54	1.87	1.38
4.30	3.04	8.58	6.08
3.41	2.46	4.45	3.21
2.82	2.05	3.34	2.43
4.73	3.32	8.41	5.91
3.91	2.79	6.41	4.57
3.34	2.41	5.26	3.79
4.08	2.90	35.14	24.96
3.55	2.54	29.87	21.42
3.22	2.33	6.89	4.98
2.64	1.93	4.47	3.26
4.20	2.98	7.29	5.17
3.64	2.61	7.70	5.52
Průměr	3.48	2.50	9.06
		6.48	

Vyhodnocení např. deska A - kvadrát vzdáleností

0,7 Ez					
A10	101.267	(suma/3)-A10=	-2.267	na druhou=	5.139289
A20	104.089	(suma/3)-A20=	-5.089	na druhou=	25.897921
A30	91.644	(suma/3)-A30=	7.356	na druhou=	54.110736
suma=	297			suma=	85.148
suma/3=	99.000				86.008
0,81 Ez					
A10	97.651	(suma/3)-A10=	-1.377	na druhou=	1.895211111
A20	101.398	(suma/3)-A20=	-5.124	na druhou=	26.25196011
A30	89.774	(suma/3)-A30=	6.500	na druhou=	42.25433344
suma=	288.823			suma=	70.402
suma/3=	96.274				73.13
0,9 Ez					
A10	95.057	(suma/3)-A10=	-0.764	na druhou=	0.584205444
A20	99.43	(suma/3)-A20=	-5.137	na druhou=	26.39219378
A30	88.391	(suma/3)-A30=	5.902	na druhou=	34.82966944
suma=	282.878			suma=	61.806
suma/3=	94.293				65.547

18.6.3 Poissonovo číslo

Proměnný parametr: Poissonovo číslo

	ν_{zx}		
	0.020	0.024	0.030
A10	99.561	97.651	93.861
A20	103.473	101.398	97.281
A30	91.984	89.774	85.32
B10	201.338	199.652	196.45
B20	132.296	130.406	126.737
B30	120.511	118.503	114.574
C10	179.471	177.837	174.723
C20	165.526	163.755	160.363
C30	159.114	157.247	153.66
D20	863.415	861.779	858.748
D30	844.225	842.51	839.331
E20	215.603	213.759	210.259
E30	171.242	169.274	165.502
F20	175.332	173.613	170.331
F30	213.561	211.78	208.401

Rozdíl [%]		Rozdíl [MPa]		
0.020	0.030	0.020	0.030	
1.96	3.88	1.91	3.79	
2.05	4.06	2.08	4.12	
2.46	4.96	2.21	4.45	
0.84	1.60	1.69	3.20	
1.45	2.81	1.89	3.67	
1.69	3.32	2.01	3.93	
0.92	1.75	1.63	3.11	
1.08	2.07	1.77	3.39	
1.19	2.28	1.87	3.59	
0.19	0.35	1.64	3.03	
0.20	0.38	1.72	3.18	
0.86	1.64	1.84	3.50	
1.16	2.23	1.97	3.77	
0.99	1.89	1.72	3.28	
0.84	1.60	1.78	3.38	
Průměr	1.19	2.32	1.85	3.56

Vyhodnocení např. deska A - kvadrát vzdáleností

0.020					
A10	99.561	(suma/3)-A10=	-1.222	na druhou=	1.492469444
A20	103.473	(suma/3)-A20=	-5.134	na druhou=	26.35453344
A30	91.984	(suma/3)-A30=	6.355	na druhou=	40.39026178
suma=	295.018			suma=	68.237
suma/3=	98.339				69.38959453

0.024					
A10	97.651	(suma/3)-A10=	-1.377	na druhou=	1.895211111
A20	101.398	(suma/3)-A20=	-5.124	na druhou=	26.25196011
A30	89.774	(suma/3)-A30=	6.500	na druhou=	42.25433344
suma=	288.823			suma=	70.402
suma/3=	96.274				73.12593318

0.030					
A10	93.861	(suma/3)-A10=	-1.707	na druhou=	2.913849
A20	97.281	(suma/3)-A20=	-5.127	na druhou=	26.286129
A30	85.32	(suma/3)-A30=	6.834	na druhou=	46.703556
suma=	276.462			suma=	75.904
suma/3=	92.154				82.36596784