

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STAVEBNÍ

OBOR GEODÉZIE, KARTOGRAFIE A GEOINFORMATIKA



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Statistické zpracování astronomických pozorování
cirkumzenitálem z let 1970-2003

Statistical processing of astronomical observations by
circumzenital from 1970 till 2003

Vedoucí práce: doc. Ing. Jakub Kostecký, Ph.D.

Katedra geomatiky

Květen 2020

Jakub Šimek

Prohlášení

Já, Jakub Šimek, prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci na téma Statistické zpracování astronomických pozorování cirkumzenitálem z let 1970-2003 vypracoval samostatně. Veškeré zdroje, ze kterých jsem čerpal, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

V Praze dne:

.....

(podpis studenta)

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat doc. Ing. Jakubu Kosteckému, Ph.D. za vedení práce, cenné rady a poskytnutí dat pro zpracování této bakalářské práce.

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá statistickým zpracováním astronomických pozorování cirkumzenitálem. První část obsahuje teoretický popis cirkumzenitálu, metody stejných výšek a zavádění fyzikálních oprav. V další části je vysvětlen obecný postup pro testování statistických hypotéz. Poté jsou vysvětleny konkrétní statistické testy použité v této práci. Výsledkem této práce je určení, jakým způsobem ovlivňuje výsledek observátor, přístroj a teplota vzduchu na stanovisku.

Klíčová slova

cirkumzenitál, statistická hypotéza, souřadnice, zenitová vzdálenost, hvězda

Abstract

This bachelor's thesis deals with statistical processing of astronomical observations made with circumzenithal. First part contains theoretical description of circumzenithal, methods of the same heights and introduction of physical repairs. In the second part general method of statistical hypothesis testing is explained. Next – special statistical tests, which were conducted in this particular thesis, are described. The result of this thesis is the determination of the way in which human, apparatus and air temperature affect the results.

Key words

circumzenital, statistic hypothesis, coordinates, zenithal distance, star

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Šimek	Jméno: Jakub	Osobní číslo: 476958
Zadávací katedra: 155 - geomatika		
Studijní program: geodézie a kartografie		
Studijní obor: geodézie, kartografie a geoinformatika		

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce: Statistické zpracování astronomických pozorování cirkumzenitálem z let 1970-2003
Název bakalářské práce anglicky: Statistical processing of astronomical observations by circumpolar star from 1970 till 2003

Pokyny pro vypracování:


1. Nastudování Gaussovy metody stejných výšek včetně výpočtu zdánlivých pozic hvězd
2. Převod písemných podkladů do digitální podoby
3. Zavést opravu výsledků na konvenční pól
4. Statistické zpracování výsledků včetně:
 - odhad přesnosti určení astronomické šířky a korekce času
 - odhad osobních chyb jednotlivých observátorů a přesnosti jejich měření
 - studium vlivu teploty vzduchu na přesnost a stabilitu výsledku

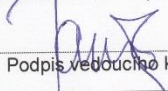
Seznam doporučené literatury:

Kabeláč J., Kostecký J. st.: Geodetická astronomie 10. Skripta ČVUT, 2001
Böhm J., Radouch V., Hampacher M.: Teorie chyb a vyrovnávací počet, GKP, Praha, 1990

Jméno vedoucího bakalářské práce: doc. Ing. Jakub Kostecký, Ph.D.

Datum zadání bakalářské práce: 19.2.2020 Termín odevzdání bakalářské práce: 17.5.2020
Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku



Podpis vedoucího práce


Podpis vedoucího katedry

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v bakalářské práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

19.2.2020
Datum převzetí zadání


Podpis studenta(ky)

Obsah

1	Úvod	8
2	Cirkumzenitál	9
2.1	Historie cirkumzenitálu	9
2.2	Princip přístroje	10
3	Současné určování astronomických zeměpisných souřadnic vyšší přesnosti – metoda stejných výšek	12
3.1	Gaussova metoda pro nutný počet měření	12
3.2	Česká metoda pro nadbytečný počet měření	12
4	Výpočet zdánlivých pozic hvězd	14
4.1	Astronomická refrakce	14
4.2	Aberace	15
4.2.1	Denní aberace	16
4.2.2	Roční aberace	16
4.3	Gravitační ohyb světla	16
4.4	Paralaxa	17
4.4.1	Denní paralaxa	17
4.4.2	Roční paralaxa	18
5	Vstupní data	19
5.1	Převod dat do digitální podoby	19
5.2	Obsah dat	19
6	Použitý software	20
7	Pohyb pólu	21
7.1	Bulletin	21
7.2	Oprava výsledků měření na konvenční pól	21
8	Statistické zpracování	23
8.1	Testování statistických hypotéz	23
8.2	Vyhledání odlehlých měření	24
8.3	Třídění měření – podle observátorů	24
8.3.1	Průměrná jednotková střední chyba	24
8.3.2	Osobní chyby observátorů	25
8.3.3	Test normality dat	26
8.3.3.1	Chí-kvadrát test dobré shody	28
8.3.4	Test shodnosti rozptylů	28
8.3.4.1	Leveneův test	29

8.3.5	Test shodnosti mediánů.....	30
8.3.5.1	Kruskal – Wallisův test	30
8.3.6	Post hoc analýza pro observátory	31
8.3.6.1	Dunnové metoda.....	33
8.4	Třídění měření – podle přístrojů	34
8.4.1	Test normality dat	34
8.4.2	Test shodnosti rozptylů.....	35
8.4.3	Test shodnosti mediánů	35
8.4.4	Post hoc analýza pro přístroje.....	36
8.5	Závislost jednotkové střední chyby na vnější teplotě	37
8.5.1	Spearmanův koeficient korelace.....	37
9	Závěr.....	39
10	Seznam literatury a použitých zdrojů.....	41

1 Úvod

Tato bakalářská práce je členěna do sedmi částí. První část si bere za cíl představit přístroj cirkumzenitál, popsat historii vzniku a princip toho přístroje.

V další kapitole je popsán způsob určení astronomických zeměpisných souřadnic dvěma metodami. První popsanou metodou je Gaussova metoda stejných výšek pro nutný počet měření a druhou metodou je česká metoda pro nadbytečný počet měření.

Ve třetí části jsou popsány fyzikální jevy, které ovlivňují kvalitu výsledku. V této části je rozebrána jejich příčina a nastíněn způsob zavedení jejich oprav.

Následující část shrnuje způsob, jakým byla data digitalizována. Dále je zde uvedeno, co vstupní data obsahují.

Pátá část popisuje, jaký byl použit software pro zpracování této práce.

Další část se věnuje konkrétně zavedení jedné z těchto oprav, a to pohybu pólu. Je zde popsán způsob, jakým byla zaváděna.

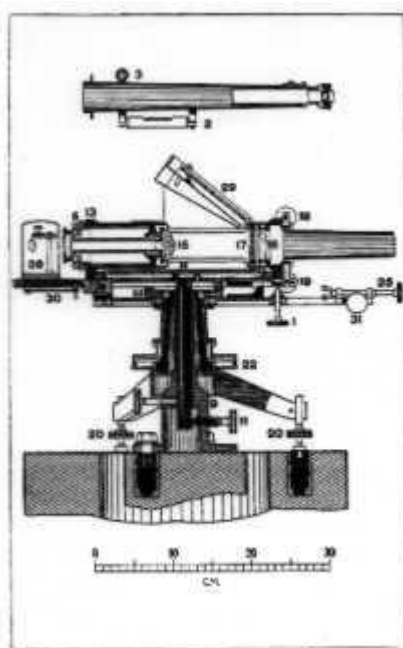
Poslední část obsahuje vlastní statistické zpracování. Je zde testováno, jaký vliv na výsledek měl observátor a použitý přístroj. Dále tato část obsahuje rozbor vlivu teploty na střední chybu jednotkovou vyrovnané řady.

2 Cirkumzenitál

Cirkumzenitál je přístroj, který slouží k současnému určení astronomické zeměpisné délky a šířky místa pozorování Gaussovou metodou stejných výšek.

2.1 Historie cirkumzenitálu

Vyvíjet tento přístroj začali v roce 1899 astronom František Nušl a konstruktér Josef Jan Frič. První cirkumzenitál byl vytvořen mezi lety 1901–1902. Tento typ přístroje nemá dvojici zrcátek, jako tomu je u dalších modelů. Zrcadla jsou v přístroji nahrazena hranoly.



Obr. 2.1-1 Nákres cirkumzenitálu z let 1901-1902 [3]

Poslední cirkumzenitál z dílny tvůrců Nušl a Frič vznikl v roce 1922. Tento přístroj byl využíván k určování zeměpisných souřadnic bodů v Československé astronomicko-geodetické síti. Přístroj je upraven, aby byl observátor schopen zvýšit počet registrací časů. Nedokonalosti toho přístroje byly nadále odstraňovány prof. Emilem Bucharem a pracovníky Výzkumného ústavu geodetického, topografického a kartografického (VÚGTK).



Obr. 2.1-2 Cirkumzenitál z roku 1922 [3]

Na půdě VÚGTK vznikl v roce 1967 nový cirkumzenitál. Tento přístroj měl průměr objektivu 100 mm, ohniskovou vzdálenost 1000 mm a bylo s ním možné pozorovat objekty do hvězdné velikosti 6 mag. Přístroj byl využíván na observatoři Pecný od roku 1970. Obsah kapitoly čerpán z [1], [3].



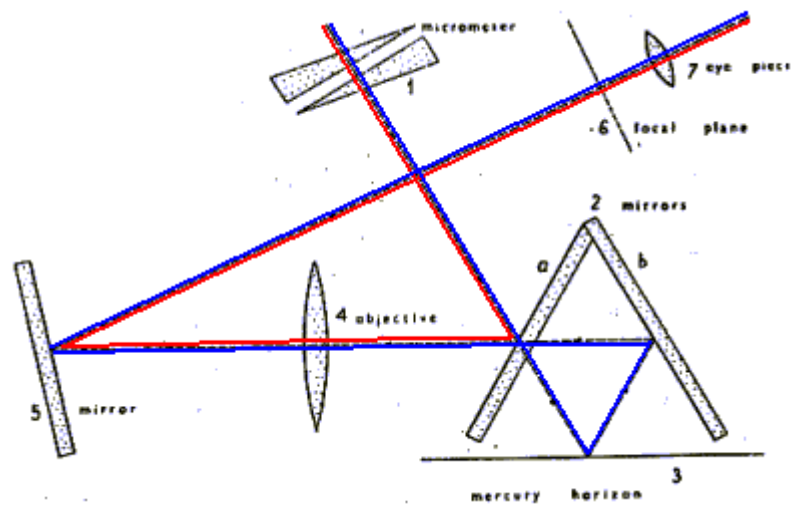
Obr. 2.1-3 Cirkumzenitál z roku 1967. Zdroj – vlastní

2.2 Princip přístroje

Cirkumzenitál byl vytvořen speciálně pro metodu stejných výšek. Za vznikem tohoto přístroje stojí snaha eliminovat rušivé jevy měření, jako kolimační chyba, sklon vodorovné točné osy, chyby v dělení kruhů atd., které postihují klasické teodolity.

Světelný paprsek přicházející z hvězdy vstupuje do cirkumzenitálu mikrometrem 1. Po průchodu paprsku mikrometrem část světla dopadá na zrcadlo 2a a poté se láme a vstupuje do objektivu 4, následně se odráží od zrcadla 5 a vytváří v ohniskové rovině 6 přímý obraz. Druhá část paprsku se odráží od rtuťové vrstvy 3 a poté od zrcadla 2b, odkud následně míří do objektivu 4. Tato druhá část paprsku vytvoří v ohniskové rovině nepřímý obraz. Lze odvodit, že splynou-li

oba obrazy jedné hvězdy, pak výška hvězdy nad horizontem se rovná úhlu sevřenému zrcadly.
V tento okamžik je observátorem provedena registrace času.



Obr. 2.2-1 Schematický řez cirkumzenitálem [3]

3 Současné určování astronomických zeměpisných souřadnic vyšší přesnosti – metoda stejných výšek

Hnacím motorem pro vznik metody stejných výšek byly potřeby námořní navigace. První přístroj pro tuto metodu vznikl na lotyšské observatoři. Jedinou měřenou veličinou této metody je čas průchodu hvězdy almukantaratem. Výsledné souřadnice jsou vztažené k místní tížnici. V této kapitole bude popsána Gaussova a česká metoda. Čerpáno z [1].

3.1 Gaussova metoda pro nutný počet měření

Pro Gaussovu metodu stejných výšek je nutné změřit průchod hvězdy almukantaratem (kružnice na nebeské sféře o konstantní zenitové vzdálenosti) alespoň třikrát.

Mějme veličiny $z, \lambda, \varphi, \alpha_i, \delta_i, t_i$ a t_i^{gr} , kde z – zenitová vzdálenost, λ – astronomická zeměpisná délka, φ – astronomická zeměpisná šířka, α_i – rektascenze, δ_i – deklinace, t_i – hodinový úhel, t_i^{gr} – greenwichský hodinový úhel a $i = 1, 2, 3$. Pro astronomickou zeměpisnou délku poté platí vztah

$$\tan \lambda = \frac{(\sin \delta_2 - \sin \delta_3) \cos \delta_1 \cos t_1^{gr} + (\sin \delta_3 - \sin \delta_1) \cos \delta_2 \cos t_2^{gr} + (\sin \delta_1 - \sin \delta_2) \cos \delta_3 \cos t_3^{gr}}{(\sin \delta_2 - \sin \delta_3) \cos \delta_1 \sin t_1^{gr} + (\sin \delta_3 - \sin \delta_1) \cos \delta_2 \sin t_2^{gr} + (\sin \delta_1 - \sin \delta_2) \cos \delta_3 \sin t_3^{gr}} \quad 3.1-1$$

Pro astronomickou zeměpisnou šířku platí vztah

$$\tan \varphi = \frac{\cos \delta_2 \cos t_2 - \cos \delta_1 \cos t_1}{\sin \delta_1 - \sin \delta_2} \quad 3.1-2$$

Z obou vztahů 3.1-1 a 3.1-2 můžeme získat cyklickou záměnou indexů další dvě rovnice. Řešením oboru hodnot výše uvedených vztahů vidíme, že máme-li hvězdy se stejnou deklinací, pak úloha nemá řešení. Obsah kapitoly čerpán z [1].

3.2 Česká metoda pro nadbytečný počet měření

Při překročení minimálního počtu měření se přistupuje k vyrovnání měření metodou nejmenších čtverců (MNČ) podle zprostředkujících pozorování. Při aplikaci MNČ by bylo exaktní sestavit rovnici oprav pro zaznamenanou hodnotu času. Česká metoda však přistupuje k sestavení rovnice oprav pro zenitovou vzdálenost. Výsledná rovnice oprav má poté tvar

$$v_i = \Delta z + \cos A_i \Delta \varphi + \sin A_i \cos \varphi_0 \Delta \lambda + z_0 - z'_{0i}, \quad 3.2-1$$

kde Δz – přírůstek zenitové vzdálenosti, A_i – azimut hvězdy měřený od severní větve poledníku, $\Delta \varphi$ – přírůstek zeměpisné šířky, φ_0 – přibližná hodnota zeměpisné délky, $\Delta \lambda$ – přírůstek zeměpisné délky, z_0 – přibližná hodnota zenitové vzdálenosti, z'_{0i} – přibližná hodnota zenitové

vzdálenosti vztažena ke svislici přibližného stanoviska, $i \in \langle 1, 2, \dots, n \rangle$, kde n je počet měřených hvězd. Obsah kapitoly čerpán z [1].

4 Výpočet zdánlivých pozic hvězd

Velkým třeskem započal jev vznikání hmoty a následná tvorba hvězd, galaxií a dalších kosmických těles. Důležitou veličinou provázející všechny děje je čas. Historie pozorování jevů kolem nás ukazuje, že žádný jev není v čase konstantní.

Úkolem geodézie je realizovat souřadnicovou soustavu, která by byla v čase co nejvíce konstantní. Při pracích v astronomické geodézii se počítá se souřadnicemi kosmických objektů vztahených k zemskému tělesu. Vlivem různých jevů však nejsou tyto souřadnice v čase konstantní. Jevy, které ovlivňují souřadnice hvězd se dělí do třech skupin, a to:

1. vlastní pohyb hvězdy – každá hvězda vykonává pohyb v rámci domovské galaxie nebo vlivem svých satelitů atd.,
2. precese, nutace a pohyb pólu – odklon od ideální neměnné rotace Země,
3. refrakce, aberace, gravitační ohyb světla a paralaxa – změna směru chodu paprsku.

V této kapitole budou vysvětleny pojmy z bodu 3).

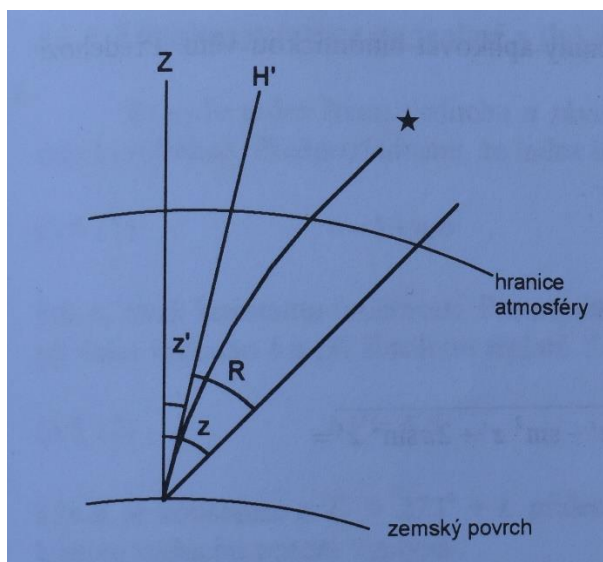
4.1 Astronomická refrakce

Při astronomických pozorováních paprsky přicházející z pozorovaného objektu procházejí atmosférou – plynným obalem Země. Atmosféra se dělí na čtyři části, a to na troposféru, stratosféru, mezosféru a termosféru. Toto dělení se řídí závislostí teploty vzduchu na výšce nad povrchem. Například ve stratosféře teplota vzduchu s výškou roste, naopak v mezosféře teplota klesá. Z termodynamiky víme, že hustota látky je závislá na její teplotě. Z toho vyplývá, že hustota atmosféry se mění s výškou nad zemským tělesem. Tento jev se dá zhruba aproximovat exponenciální funkcí.

Snellův zákon říká, že prochází-li paprsek rozhraním prostředí (hranice mezi dvěma látkami o rozdílné hustotě), pak dochází k odklonu paprsku od původního směru. Odklon, který způsobí rozdílné hustoty vrstev atmosféry paprsku přicházejícího od hvězdy, se nazývá astronomická refrakce.

Vliv astronomické refrakce bude vysvětlen na Obr. 4.1-1 V místě pozorování (průsečík zemského povrchu se směrem k nadhlavníku – Z) pozorujeme hvězdu ve zdánlivé pozici H' . Zdánlivá zenitová vzdálenost je označena jako z' . Zenitová vzdálenost skutečné pozice hvězdy je označena jako z . Pro astronomickou refrakci pak platí vztah

$$R = z - z'. \quad 4.1-1$$



Obr. 4.1-1 Schéma vlivu astronomické refrakce [1]

Při odvození astronomické refrakce Cassiniho metodou se přistupuje k aproximaci atmosféry homogenní vrstvou vzduchu, která má výšku v a index lomu n_0 . Tato vrstva má integrální střední hodnotu v a n_0 . Hodnota atmosférické refrakce závisí na z' , v , n_0 a poloměru zemské sféry.

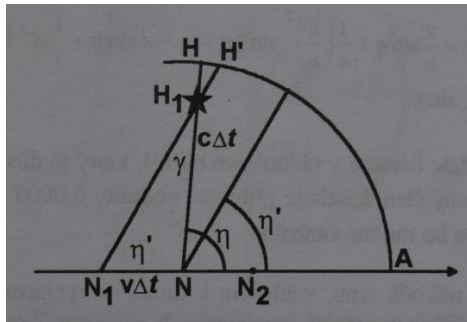
Index lomu prostředí je závislý na hodnotě teploty a tlaku vzduchu. Při teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, tlaku 1013.2 hPa a zenitové vzdálenosti 90° nabývá hodnota astronomické refrakce velikosti $36' 30''$. To znamená, že pozorujeme-li v těchto atmosférických podmínkách hvězdu pod zenitovým úhlem $89\text{--}90^{\circ}$ dosahuje refrakce přibližně střední úhlové velikosti Měsíce (cca $31'$). Z tohoto příkladu vyplývá, že vliv astronomické refrakce je velmi velký a v praxi je nutno ho odstraňovat na základě měřené teploty a tlaku vzduchu v místě pozorování. Obsah kapitoly čerpán z [1].

4.2 Aberace

Aberace je jev, který způsobuje změnu směru světelného paprsku přicházejícího od pozorovaného zdroje k pozorovateli. Vlivy, které způsobují aberaci jsou konečná rychlost světla, pohyb pozorovatele a pohyb sledovaného tělesa. Když bychom sledovali jednu hvězdu v průběhu celého roku, pak vlivem aberace hvězda na obloze vytvoří drobnou elipsu. Tento jev byl objeven v roce 1725 astronomem Jamesem Bradleyem.

Při astronomickém pozorování je na Obr. 4.2-1 bodem N označen okulár dalekohledu a bodem $H1$ jeho objektiv. Pokud by nenastávala aberace, pak by se obraz hvězdy promítal na jednotkou kružnici v místě H . Z důvodu působení jevu aberace (konečná rychlost světla a pohyb pozorovatele k apexu A) by však při průchodu světla dalekohledem byl okulár v bodě $N2$. Proto musíme dalekohled sklápět do bodu $N1$ v době, kdy se objektiv nachází v bodě $H1$. V takovém

případě paprsek dopadne po časovém úseku Δt do bodu N , a proto pozorujeme hvězdu v bodě H' . Úhel, který svírá úsečka H_1N_1 a H_1N se označuje γ a nazývá se aberační úhel.



Obr. 4.2-1 Aberace světla [1]

Úhel γ pak je pak závislý na úhlu η , rychlosti pozorovatele a rychlosti světla. Obsah kapitoly čerpán z [1].

4.2.1 Denní aberace

Denní aberace je způsobena rotací Země kolem své osy. Pozorovatel vykonává kruhový pohyb kolem osy zemské rotace. Rychlost jeho pohybu je závislá na středním poloměru Země, geocentrické šířce rovnoběžky pozorování a délce hvězdného dne. Výsledné souřadnice pak musí být opraveny o vliv denní aberace. Obsah kapitoly čerpán z [1].

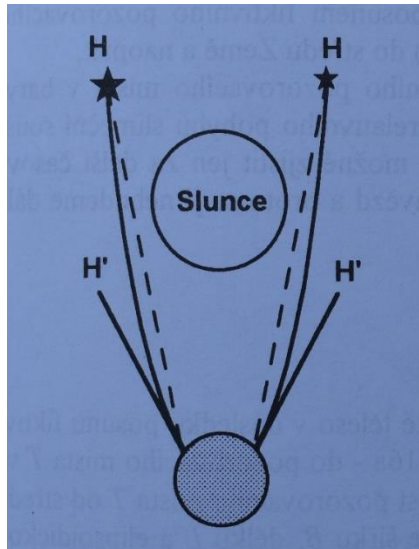
4.2.2 Roční aberace

Jev, který je způsoben oběhem Země kolem Slunce. Roční aberace je závislá na rychlosti pohybu Země kolem Slunce. Vektor okamžité rychlosti Země se získá derivací geocentrických souřadnic planet a Slunce. Čerpáno z [1], [7].

4.3 Gravitační ohyb světla

První předpověď gravitačního ohybu světla předložil Isaac Newton ve svém díle *Optics* z roku 1704. Další předpověď byla publikována Albertem Einsteinem v obecné teorii relativity v roce 1915.

První pokusy o důkazy tohoto jevu se objevovaly od roku 1912. Vlivem špatných atmosférických podmínek a první světové války byl však první úspěšný pokus absolvován až při zatmění Slunce v roce 1919. Tehdy byly vypraveny dvě expediční skupiny. Jedna byla vedena Arthurem Eddingtonem a druhá Andrewem Crommelinem. První výprava směřovala na Princův ostrov v Africe a druhá na Sobrala v Austrálii. Výsledky byly představeny na schůzi Královské astronomické společnosti a ukazovaly na správnost Einsteinovy teorie. Dohromady bylo uskutečněno 14 expedic, které měly za úkol měřit tento ohyb.



Obr. 4.3-1 Gravitační ohyb paprsku [1]

Šrafovaný kruh na Obr. 4.3-1 symbolizuje zemské těleso. Paprsek, který přichází od skutečné polohy hvězdy H je vlivem gravitačního pole ohnut. Pozorovatel na Zemi poté sleduje hvězdu v bodě H' . Vliv gravitačního ohybu paprsku vlivem gravitačního pole Země je závislý na úhlu, který svírá směr k apexu (směr na Slunce) se směrem k pozorované hvězdě s vrcholem v místě pozorování. Výsledné astronomické zeměpisné souřadnice musí být o tento vliv opraveny. Obsah kapitoly čerpán z [1], [6].

4.4 Paralaxa

Paralaxou se rozumí úhel, který svírají záměrné přímky jednoho cíle ze dvou různých pozorovacích míst. Rozlišují se dva druhy paralaxy mající vliv na výsledné astronomické zeměpisné souřadnice, a to:

1. denní paralaxa vznikající posunem fiktivního pozorovacího místa mezi zemským povrchem a středem Země,
2. roční paralaxa vznikající posunem fiktivního pozorovacího místa ze středu Země do středu barycentra (těžiště) Sluneční soustavy.

4.4.1 Denní paralaxa

Denní paralaxa je způsobena posunem fiktivního pozorovacího místa ze středu zemského tělesa do pozorovacího místa. Její hodnota je přímo úměrná na geocentrické vzdálenosti pozorovacího místa a nepřímo úměrná vzdálenosti pozorovaného předmětu.

4.4.2 Roční paralaxa

Roční paralaxa je způsobena posunem fiktivního pozorovacího bodu z barycentra Sluneční soustavy do středu zemského tělesa. Její velikost je přímo úměrná vzdálenost středu Země a barycentra a nepřímo úměrná vzdálenosti pozorovaného předmětu od barycentra Sluneční soustavy.

5 Vstupní data

Data na vypracování této práce byla poskytnuta doc. Ing. Jakubem Kosteckým, Ph. D. Originální deníky naměřených dat jsou uloženy na Geodetické observatoři Pecný. Pro potřeby této práce byly poskytnuty kopie těchto dat.

5.1 Převod dat do digitální podoby

Data byla přepsána do tabulky v softwaru Microsoft Excel. Data, která jsou použita v této práci jsou zkontrolována a zbavena překlepů.

5.2 Obsah dat

Celý soubor tvoří dohromady 2 423 měřených řad. Každá řada je výsledkem vyrovnání měřených hodnot českou metodou. V každé řadě bylo měřeno průměrně 25 průchodů hvězdy almukantaratem. Data mají 68 215 buněk obsahujících nějakou hodnotu. Pro potřeby práce byla použita tato data:

1. zkratka observátora měřícího řadu,
2. juliánské datum pro střed měřené řady,
3. vypočtená zenitová vzdálenost almukantaratu,
4. vypočtená astronomická zeměpisná délka,
5. vypočtená astronomická zeměpisná šířka,
6. hodnota střední chyby jednotkové,
7. měřená vnější teplota vzduchu.

Soubor obsahuje i další hodnoty, které nebyly použity pro zpracování.

6 Použitý software

Důležitou součástí statistického zpracování dat je vhodná volba softwaru pro zpracování. Takový software by měl mít obsáhlou knihovnu statistických testů a nástrojů. Neméně důležitá je knihovna pro práci s různými datovými formáty. Software by měl mít možnost číst textové soubory ve formátu *csv*. Vhodná je také funkce podpory jazyka *SQL* pro práci s databázovými soubory. Všechno toto obsahuje program *MATLAB Online R2019b*.

Pro účely této práce byla nejvíce využívána knihovna nazývaná *Statistika a strojové učení*. Knihovna obsahuje veškeré běžně používané statistické testy. U testů je vždy možnost volby hladiny významnosti.

Dále byla využívána databázová knihovna. Tato knihovna umožňuje připojení souboru ve formátu *db*. V rámci knihovny jsou k dispozici funkce, kde na vstupu je databázový příkaz v jazyce *SQL* a na výstupu jeho výsledek. Tato databázová knihovna velmi usnadňuje práci s větším množstvím dat.

Je nutno zmínit, že obě zmiňované knihovny nejsou dostupné zdarma. Přístup k těmto knihovnám je však umožněn pro studenty ČVUT díky licenci, kterou škola vlastní.

7 Pohyb pólu

Sledujeme-li rotaci Země kolem své osy, pak zjistíme, že osa rotace mění svou polohu v čase. Změny polohy rotační osy od ideální polohy způsobují tři hlavní vlivy, a to:

1. působení slapových deformací – Měsíc způsobuje slapové tření, v jehož důsledku se prodlužuje jeho oběžná doba a vzdálenost od Země,
2. precese a nutace – vliv Slunce, Měsíce a planet Sluneční soustavy na zploštělou Zemi,
3. vliv deformace Země – jde o efekt, kdy změna zeměpisné šířky vlivem pohybu pólu zpětně ovlivňuje polohu pólu.

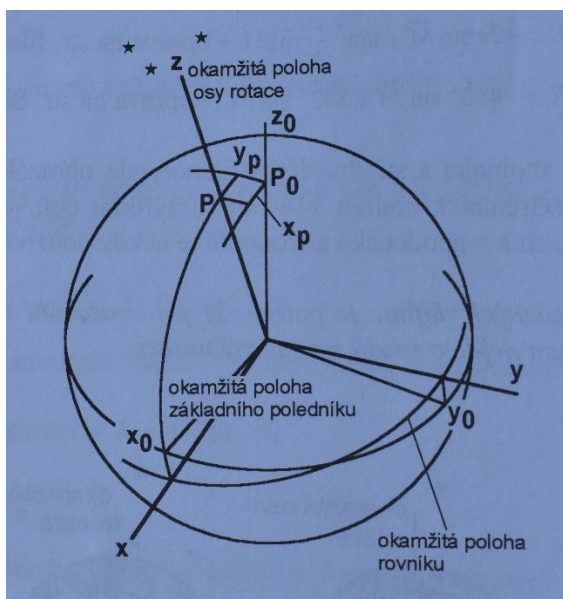
Při určení astronomických zeměpisných souřadnic cirkumzenitálem je potřeba zavést korekci souřadnic na konvencionální polohu pólu.

7.1 Bulletin

Dne 1. ledna 1988 začala fungovat *International Earth Rotation and Reference Systems Service* (IERS). IERS zdarma poskytuje na svých stránkách parametry orientace Země. Tyto data jsou poskytovány v tzv. bulletinech, což jsou textové soubory ve formátu *csv*. Pro potřeby této práce byly využity sloupce, které obsahují modifikované juliánské datum, x -ovou souřadnici pólu, y -ovou souřadnici pólu a rozdíl mezi rotačním a koordinovaným světovým časem.

7.2 Oprava výsledků měření na konvenční pól

Na Obr. 7.2-1 je znázorněn pohyb pólu kolem konvencionální polohy. Bod P symbolizuje okamžitou polohu pólu a hodnoty x_P , y_P jsou jeho posuny vůči neměnnému ideálnímu pólu.



Obr. 7.2-1 Znárodnění pohybu pólu kolem konvencionální polohy [1]

Vztahy pro opravu souřadnic určených cirkumzenitálem na souřadnice vztažených ke konvencionálnímu pólu mají tvar:

$$\varphi = \varphi_{cir} + \Delta\varphi, \quad 7.2-1$$

$$\lambda = \lambda_{cir} - 1.0027379 DUT1 + \Delta\lambda, \quad 7.2-2$$

kde hodnoty s dolním indexem *cir* jsou výsledky měření cirkumzenitálem, konstanta 1.0027379 je podíl délky hvězdného a slunečního dne a hodnota *DUT1* je rozdíl mezi koordinovaným světovým a rotačním časem. Pro hodnoty $\Delta\lambda$ a $\Delta\varphi$ platí vztahy:

$$\Delta\varphi = -x_p \cos \lambda + y_p \sin \lambda, \quad 7.2-3$$

$$\Delta\lambda = -(x_p \sin \lambda + y_p \cos \lambda) \tan \varphi. \quad 7.2-4$$

Pro každou měřenou řadu byly z bulletinu nalezeny nejbližší nižší a nejbližší vyšší hodnoty podle modifikovaného juliánského data. Hodnoty y_p , x_p a *DUT1* byly získány lineární interpolací z těchto hodnot.

8 Statistické zpracování

Jakékoliv měření, které provádíme, je zatíženo chybou. Statistika je obor, který se snaží z naměřených dat co nejlépe predikovat, jaké mají mezi sebou měřené veličiny vztah, jaký je správný výsledek a s jakou chybou byly veličiny naměřeny. Tato kapitola si bere za cíl statisticky analyzovat naměřená data a určit, jaké vlivy při měření hrály roli.

8.1 Testování statistických hypotéz

Při měření náhodné veličiny se můžeme dopustit dvou základních druhů chyb.

První skupinou jsou chyby vyhnutelné. Mezi ně patří hrubé chyby a omyly. Takové chyby vznikají chybami měřiče, nepozorností nebo třeba atmosférickými jevy jako nárazy větru do přístroje. Tyto chyby se odstraňují opakovaným měřením. Jestliže výsledek měření je podezřelý, ze souboru se odstraní a měření je opakováno.

Druhou skupinou jsou chyby nevyhnutelné, které se dále dělí na chyby náhodné a systematické. Chyby systematické jsou takové chyby, které při opakování měření za stejných podmínek nabývají stejných hodnot. Do této skupiny chyb se řadí například vliv teploty, tlaku vzduchu atd. Naopak chyby náhodné jsou takové, kdy při opakování měření za stejných podmínek nabývají jiných hodnot. Tyto chyby jednotlivě nemají žádnou zákonitost a jsou mezi sebou nezávislé. Ukazuje se však, že opakujeme-li měření jedné veličiny, pak pro rozdělení četností náhodné chyby můžeme určit empirické vlastnosti.

Přirozeně vyvstává otázka, jak můžeme ověřit, zda daná měřená veličina má předpokládané rozdělení. Tvrzení o předpokládané vlastnosti veličiny nazýváme statistická hypotéza. Při ověření statistické hypotézy postupujeme následovně:

- a) formulace nulové hypotézy H_0 - tvrzení o vlastnostech náhodného výběru,
- b) formulace alternativní hypotézy H_1 – tvrzení o náhodném souboru, které přijímáme, jestliže byla zamítnuta nulová hypotéza,
- c) volba hladiny významnosti α – hodnota, která ukazuje, s jakou pravděpodobností jsme přijali správný závěr,
- d) volba testovacího kritéria – veličina závislá na posuzovaném souboru, na jejímž základě přijímáme nulovou nebo alternativní hypotézu;
- e) výpočet kritické hodnoty – hranice určující statistickou významnost testovacího kritéria pro hladinu významnosti α ,
- f) vyslovení platnosti nulové nebo alternativní hypotézy.

8.2 Vyhledání odlehlých měření

Způsoby určování výsledných hodnot ze statistických souborů jsou často založeny na předpokladu, že měřená veličina má normální rozdělení. Příkladem takovéto metody je MNČ. Měření v praxi, která jsou zbavena systematických vlivů rušících kvalitu výsledku však obsahují hrubé chyby a omyly. Je známo, že i při malém odchýlení od normálního rozdělení MNČ selhává.

Proto bylo přistoupeno k vyhledání takových hodnot. Pro vyhledávání odlehlých měření byl použit jednoduchý test oprav. Pro každou hodnotu je vypočtena její oprava v_i a je porovnána s hodnotou maximální přístupné opravy. Tato maximální oprava je počítána ze vzorce:

$$v_{max} = t_{\alpha} \cdot \sigma, \quad 8.2-1$$

kde t_{α} bylo voleno 3 (hladina významnosti $\alpha = 0.01$). Hodnota σ značí směrodatnou odchylku určenou ze vztahu:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n - 1}}, \quad 8.2-2$$

kde \bar{x} – aritmetický průměr, x_i – měření v i -té řadě, $i \in \langle 1, 2, \dots, n \rangle$, kde n je počet měřených řad.

Tomuto kritériu nevyhovují 3 řady pro astronomickou zeměpisnou délku a 15 řad pro astronomickou zeměpisnou šířku.

8.3 Třídění měření – podle observátorů

Při měření cirkumzenitálem se určuje čas průchodu hvězdy almukantaratem. Je-li časový okamžik zaznamenaný člověkem, pak do přesnosti určení hledané veličiny vstupuje osobní chyba. Tato chyba vzniká v důsledku toho, že každý člověk je například jinak pohotový.

Za celou dobu měření cirkumzenitálem na GO Pecný měřilo tímto přístrojem 11 pracovníků VÚGTK. V této kapitole bude rozebráno nakolik se výsledky liší mezi observátory a jaké jsou osobní chyby observátorů.

8.3.1 Průměrná jednotková střední chyba

Jak už bylo uvedeno výše, každá řada je výsledkem měření průměrně 25 průchodu hvězdy almukantaratem. Každá řada tudíž byla vyrovnána MNČ. Jako důvěryhodnost vyrovnání MNČ se používá střední chyba jednotková označována jako m_0 .

V Tab. 8.3.1-1 je uvedeno všech 11 observátorů podílejících se na měření cirkumzenitálem na GO Pecný a jejich průměrná střední chyba jednotková. U deseti řad se nepodařilo dochovat hodnotu jednotkové střední chyby.

Příjmení	Jméno	Průměrná m_0
Čepek	Aleš	0,29
Holota	Petr	0,44
Kostecký	Jan	0,21
Kostecký	Jakub	0,36
Novák I	Pavel	0,24
Novák II	Pavel	0,28
Skoupý	Václav	0,25
Turner	Miroslav	0,27
Vaingát	Jiří	0,47
Vacek	Jan	0,38
Vondrák	Jan	0,29

Tab. 8.3.1-1 Průměrná střední chyba jednotková

8.3.2 Osobní chyby observátorů

Jak bylo uvedeno v předchozí kapitole, na měření celého souboru se podílelo dohromady 11 observátorů. Z celého souboru proto pro každého observátora můžeme spočítat jeho osobní chybu. Soubor roztřídíme na 11 výběrů podle observátorů. Osobní chyba pro každého observátora se poté spočte ze vzorce:

$$O = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{X} - X_i, \quad 8.3.2-1$$

kde n – počet měření provedených observátorem, \bar{X} – průměr ze všech měření, X_i – i -té měření observátora.

Observátor		Osobní chyba v	
Příjmení	Jméno	délce ["]	šířce ["]
Čepek	Aleš	-0,198	0,004
Holota	Petr	-0,100	-0,065
Kostelecký	Jan	-0,048	0,184
Kostelecký	Jakub	-0,214	-0,161
Novák I	Pavel	0,178	0,073
Novák II	Pavel	-0,443	-0,249
Skoupý	Václav	-0,105	-0,328
Turner	Miroslav	0,457	-0,254
Vaingát	Jiří	0,699	0,509
Vacek	Jan	0,640	0,080
Vondrák	Jan	0,297	0,457

Tab. 8.3.2-1 Observátoři a jejich osobní chyby

V Tab. 8.3.2-1 jsou výsledné osobní chyby pro jednotlivé observátory pro astronomickou zeměpisnou délku i šířku. Do výsledku nejsou zahrnuté hodnoty vyřazené na základě kapitoly 8.2.

8.3.3 Test normality dat

Pro testování normality jednotlivých souborů byl zvolen chí-kvadrát test dobré shody. Test je popsán v kapitole 8.3.3.1. Před testováním normálního rozdělení byly vyřazené hodnoty na základě kapitoly 8.2.

Příjmení	Jméno	H_0	p-value	počet měření
Čepek	Aleš	přijata	0,543	92
Holota	Petr	přijata	0,876	131
Kostelecký	Jan	přijata	0,063	261
Kostelecký	Jakub	přijata	0,062	39
Novák I	Pavel	přijata	0,469	410
Novák II	Pavel	-	-	32
Skoupý	Václav	zamítnuta	0,040	870
Turner	Miroslav	přijata	0,278	75
Vaingát	Jiří	přijata	0,080	46
Vacek	Jan	přijata	0,106	196
Vondrák	Jan	přijata	0,485	256

Tab. 8.3.3-1 Výsledky testu na normální rozdělení podle observátorů – zeměpisná šířka

Příjmení	Jméno	H_0	p-value	počet měření
Čepek	Aleš	přijata	0,349	92
Holota	Petr	zamítnuta	0,003	142
Kostelecký	Jan	přijata	0,557	261
Kostelecký	Jakub	přijata	0,376	39
Novák I	Pavel	přijata	0,169	411
Novák II	Pavel	přijata	0,063	32
Skoupý	Václav	přijata	0,361	869
Turner	Miroslav	přijata	0,329	75
Vaingát	Jiří	přijata	0,338	45
Vacek	Jan	přijata	0,104	196
Vondrák	Jan	přijata	0,063	258

Tab. 8.3.3-2 Výsledky testu na normální rozdělení podle observátorů – zeměpisná délka

Chí-kvadrát test se volá v Matlabu příkazem *chi2gof(x)*, kde *x* je porovnávaný výběr. Pokud není na vstupu soubor s dostatečným počtem stupňů volnosti, pak není navržena hodnota p-value. Proto nebylo možné otestovat měření astronomické zeměpisné šířky pro observátora Novák II. Problém tedy nastává pro tři výběry, a to pro observátory Novák II pro astronomickou zeměpisnou šířku, Skoupý pro astronomickou zeměpisnou šířku a pro observátora Holota pro astronomickou zeměpisnou délku. Normalita jejich měřených hodnot

byla zkontrolována podle histogramů. Následně byl pro jejich soubory určen poměr průměru a mediánu, který byl velmi blízký jedné, což ukazuje na symetrii jejich souborů měření. To, že všechny výběry nemají striktně dané normální rozdělení musíme poté brát v úvahu u výběru testu na homoskedasticitu (shodnost rozptylů).

Hodnota p-value značí, s jakou pravděpodobností přijímáme závěr o nulové hypotéze.

Čerpáno z [2], [11].

8.3.3.1 Chí-kvadrát test dobré shody

Mějme náhodnou veličinu X nabývající hodnot (X_1, \dots, X_n) .

- $H_0 : X \sim N(\mu, \sigma^2)$,
- $H_1 : \neg H_0$,
- $\alpha = 0.05 \%$,
- volba testovacího kritéria – hodnoty se roztřídí do k intervalů, počet prvků v každém j -tém intervalu se nazývá skutečná třídňá četnost r_j , očekávaná třídňá četnost pro testované rozdělení se vypočte ze vztahu:

$$R_j = n p_j, \quad 8.3.3.1-1$$

kde pravděpodobnost s jakou se prvek objeví v j -tém intervalu je p_j . Testovací kritérium má poté tvar:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(r_j - R_j)^2}{R_j}, \quad 8.3.3.1-2$$

a má chí-kvadrát rozdělení.

- výpočet kritické hodnoty – kritická hodnota chí-kvadrát rozdělení $\chi^2_{(n-1)}(1 - \alpha)$,
- nulovou hypotézu přijímáme jestliže:

$$\chi^2 < \chi^2_{(n-1)}(1 - \alpha), \quad 8.3.3.1-3$$

8.3.4 Test shodnosti rozptylů

Pro testování rovnosti středních hodnot výběru je důležité vědět, zda platí homoskedasticita. Pro testování homoskedasticity byl zvolen Leveneův test, poněvadž jeho citlivost na normalitu dat není tak vysoká jako například u Bartlettova testu.

P-value pro Leveneův test je v řádech 10^{-11} pro astronomickou zeměpisnou šířku, a proto byla nulová hypotéza zamítnuta. Pro astronomickou zeměpisnou délku p-value vyšla řádově mnohem menší. Proto i pro tento soubor byla H_0 zamítnuta.

8.3.4.1 Leveneův test

Mějme výběry $(X_{11}, \dots, X_{1n_1}), (X_{21}, \dots, X_{2n_2}), \dots, (X_{k1}, \dots, X_{kn_k})$ z normálních rozdělení $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2), \dots, N(\mu_k, \sigma_k^2)$, kde $k = 11$ (počet observátorů), hodnota n_k – počet měření pro jednotlivé observátory, μ – střední hodnota, σ^2 – rozptyl.

- $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$,
- $H_1 : \exists i, j \in \langle 1, 2, \dots, k \rangle, i \neq j: \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$,
- $\alpha = 0.05 \%$,
- volba testovacího kritéria – mějme hodnoty:

$$Z_{ij} = |X_{ij} - \bar{X}_i|, \quad 8.3.4.1-1$$

$$\bar{Z}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Z_{ij}, \quad 8.3.4.1-2$$

$$\bar{\bar{Z}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \frac{Z_{ij}}{n}, \quad 8.3.4.1-3$$

$$SS_{ZB} = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Z}_i - \bar{\bar{Z}})^2, \quad 8.3.4.1-4$$

$$SS_{Ze} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_i)^2, \quad 8.3.4.1-5$$

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k, \quad 8.3.4.1-6$$

pro $i \in \langle 1, 2, \dots, k \rangle$ a $j \in \langle 1, 2, \dots, n_k \rangle$.

Pak testovací kritérium má tvar:

$$F_Z = \frac{\frac{SS_{ZB}}{k-1}}{\frac{SS_{Ze}}{n-k}}, \quad 8.3.4.1-7$$

a má Fisher – Snedecorovo rozdělení.

- výpočet kritické hodnoty – kritická hodnota Fisher – Snedecorovo rozdělení s parametry $F_{1-0.05}(k-1, n-k)$,
- nulovou hypotézu přijímáme jestliže:

$$F_Z < F_{1-0.05}(k-1, n-k).$$

8.3.4.1-8

Čerpáno z [8], [9].

8.3.5 Test shodnosti mediánů

Z důvodu zamítnutí shodnosti rozptylů byl jako test zvolen Kruskal – Wallisův test, který homoskedasticitu nepředpokládá. Tento test zjišťuje, zda výběry mají stejný medián.

P-value tohoto testu je v řádu 10^{-12} pro astronomickou zeměpisnou šířku, z čehož vyplývá, že zamítáme nulovou hypotézu na hladině významnosti $\alpha = 0,05 \%$. Nulová hypotéza je zamítnuta také pro astronomickou zeměpisnou šířku.

8.3.5.1 Kruskal – Wallisův test

Mějme výběry $(X_{11}, \dots, X_{1n_1}), (X_{21}, \dots, X_{2n_2}), \dots, (X_{k1}, \dots, X_{kn_k})$ z normálních rozdělení $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2), \dots, N(\mu_k, \sigma_k^2)$ mediány $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_k$, kde $k = 11$ (počet observátorů) a hodnota n_k je počet měření pro jednotlivé observátory. Testujeme, zda jsou shodné mediány těchto výběrů.

- $H_0 : \tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 = \dots = \tilde{x}_k$,
- $H_1 : \exists i, j \in \langle 1, 2, \dots, k \rangle j \neq i : \tilde{x}_i \neq \tilde{x}_j$,
- $\alpha = 0.05 \%$,
- volba testovacího kritéria – mějme pro každý soubor hodnotu:

$$T_i = \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}, \quad 8.3.5.1-1$$

testovací kritérium má poté podobu:

$$Q = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - 3(n+1), \quad 8.3.5.1-2$$

kde

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k. \quad 8.3.5.1-3$$

pro $i \in \langle 1, 2, \dots, k \rangle$ a $j \in \langle 1, 2, \dots, n_k \rangle$.

Za předpokladu H_0 má veličina Q chí-kvadrát rozdělení.

- výpočet kritické hodnoty – kritická hodnota se určí z chí-kvadrát rozdělení s parametry $\chi^2(k-1, \alpha)$.

f) nulovou hypotézu přijímáme jestliže:

$$Q < \chi^2(k - 1, \alpha).$$

8.3.5.1-4

Čerpáno z [9], [10].

8.3.6 Post hoc analýza pro observátory

Ze zamítnutí Kruskal–Wallisova testu vyplývá, že existují alespoň dva observátoři, jejichž měření se významně liší. Je tedy přirozené se ptát, jaké to jsou soubory. Pro účely následné analýzy se využívá Dunnové metoda. Tento test je popsán v kapitole 8.3.6.1.

11 observátorů tvoří dohromady 55 možných porovnávaných dvojic. Sledujeme-li naměřenou astronomickou zeměpisnou šířku, pak nulová hypotéza byla přijata u 32 těchto dvojic. Pro astronomickou zeměpisnou délku to byla přijata nulová hypotéza pouze v 10 případech.

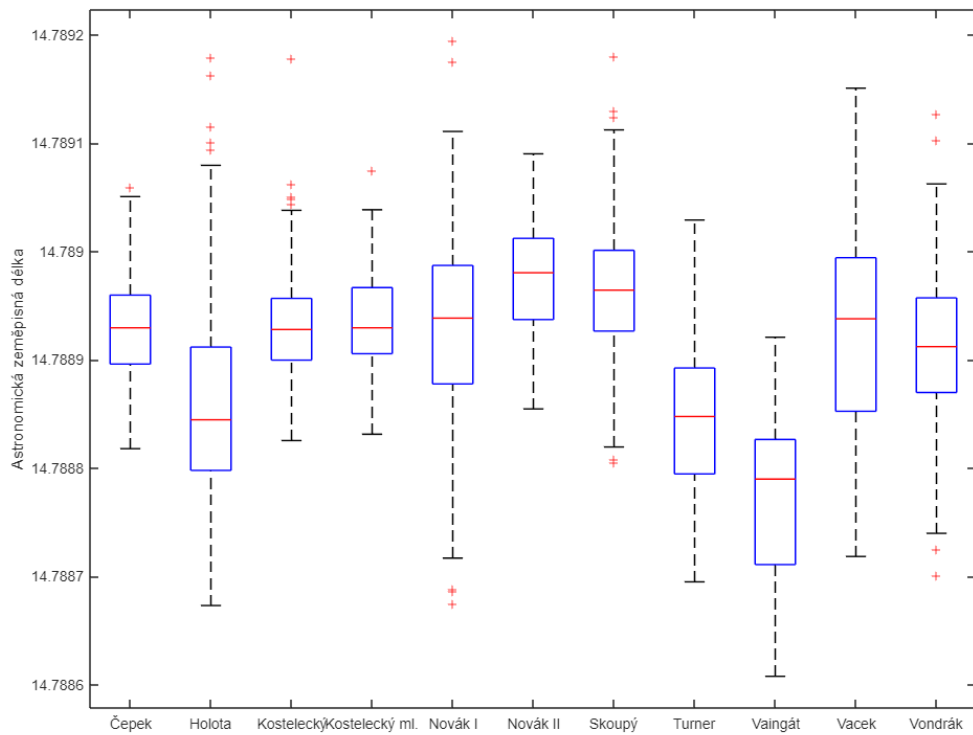
Pro takto roztříděná data byl vytvořen krabicový graf. Legenda ke krabicovému grafu:

- a) červený předěl obdélníku značí medián souboru,
- b) horní a spodní strana obdélníku jsou horní a dolní kvantil výběru,
- c) úsečky s příčnou čárkou na konci jsou maximum a minimum souboru po vyloučení odlehlých pozorování,
- d) červené křížky jsou odlehlá měření.

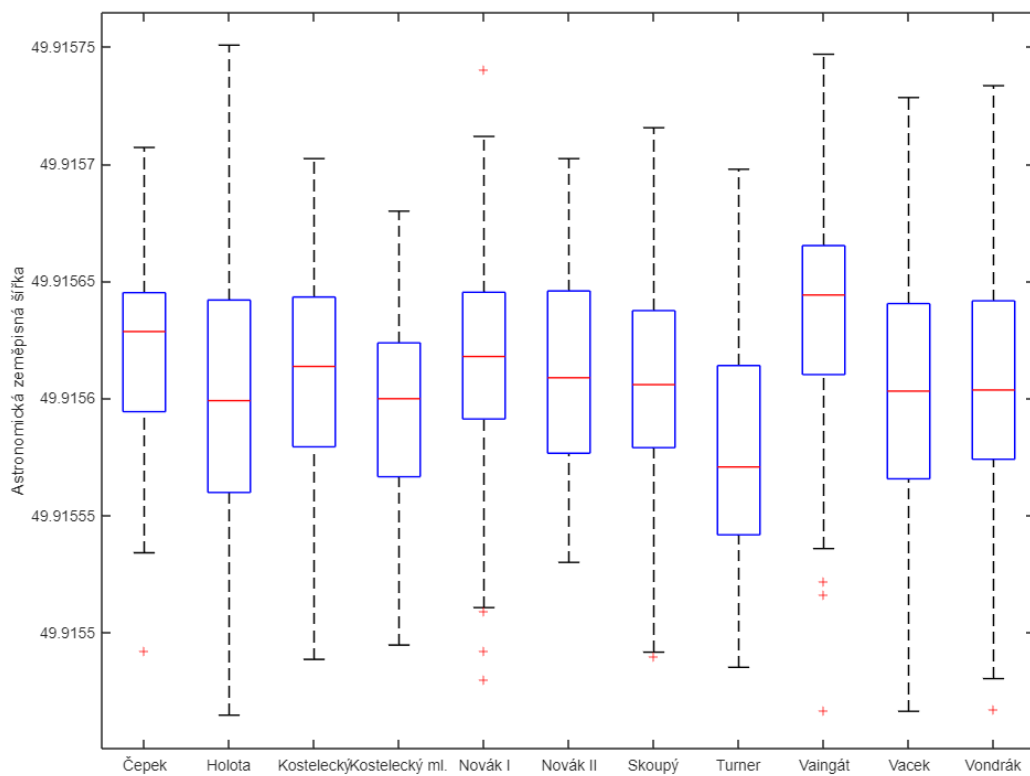
Z Obr. 8.3.6-1 vidíme, že největší osobní chybu pro zeměpisnou délku měli observátoři *Holota, Turner a Vaingát*.

Z Obr. 8.3.6-2 vidíme, že vliv observátora na určení zeměpisné šířky je největší u měřičů *Turner a Vaingát*.

Porovnáním obou krabicových grafů je zřejmé, že vliv observátora je významnější na určení astronomické zeměpisné šířky. Krabice pro jednotlivé měřiče pro zeměpisnou délku jsou mnohem více neuspořádané.



Obr. 8.3.6-1 Krabicový graf pro observátory, zeměpisná délka



Obr. 8.3.6-2 Krabicový graf pro observátory, zeměpisná šířka

8.3.6.1 Dunnové metoda

Mějme výběry $(X_{11}, \dots, X_{1n_1}), (X_{21}, \dots, X_{2n_2}), \dots (X_{k1}, \dots, X_{kn_k})$ z normálních rozdělení $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2), \dots, N(\mu_k, \sigma_k^2)$, kde $k = 11$ (počet observátorů) a hodnota n_k je počet měření pro jednotlivé observátory. Testujeme, zda se rovnají mediány výběrů ve všech kombinacích (kromě možnosti, že se výběr rovná sám sobě). Tento test se provádí pro každou dvojici zvlášť. Obsah kapitoly čerpán z [9].

- a) $H_0 : \tilde{x}_i = \tilde{x}_j$,
- b) $H_1 : \tilde{x}_i \neq \tilde{x}_j$,
- c) $\alpha = 0.05 \%$,
- d) volba testovacího kritéria – mějme pro každý soubor hodnotu:

$$T_i = \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}, \quad 8.3.6.1-1$$

$$t_i = \frac{T_i}{n_i}, \quad 8.3.6.1-2$$

pro $i \in \langle 1, 2, \dots, k \rangle$ a $j \in \langle 1, 2, \dots, n_k \rangle$.

Testovací kritérium má poté podobu:

$$D = |t_i - t_j|, \quad 8.3.6.1-3$$

- e) výpočet kritické hodnoty:

$$D_k = \sqrt{\frac{1}{12} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right) n(n+1) z_p}, \quad 8.3.6.1-4$$

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k. \quad 8.3.6.1-5$$

hodnota z_p je kvantil normovaného rozdělení pro modifikovanou hladinu významnosti $\alpha^* =$

$$\frac{\alpha}{\binom{k}{2}}.$$

- f) nulovou hypotézu přijímáme jestliže:

$$D < D_k. \quad 8.3.6.1-6$$

8.4 Třídění měření – podle přístrojů

Jako další vliv, který by mohl vstupovat do kvality výsledku, se jeví jednotlivé přístroje. Soubor všech řad byl roztržěn do deseti skupin podle zenitové vzdálenosti. Neznamená to tedy, že bylo použito deset různých přístrojů. Některým přístrojům byla během let vyjímána zrcadla pro jejich nové pokovení a po opětovné montáži se změnil úhel zrcadel a tudíž se změnila zenitová vzdálenost. V této kapitole bude rozebráno, zda se výsledky mezi přístroji liší.

8.4.1 Test normality dat

Pro testování normality souborů tříděných podle přístrojů byl použit chí-kvadrát test, který je popsán v kapitole 8.3.3.1. Pro testování normálního testování byly vyřazeny hodnoty na základě kapitoly 8.2.

Zenitová vzdálenost				
°	'	H_0	p-value	počet měření
29	45/46	přijata	0,117	1040
29	49	-	-	30
29	50	zamítnuta	0,014	1062
29	51	přijata	0,546	136
29	54	přijata	0,597	99
29	57	-	-	16
29	58	-	-	2
29	59	-	-	4
30	0	-	-	5
30	5	-	-	14

Tab. 8.4.1-1 Výsledky testu na normální rozdělení podle přístrojů – zeměpisná šířka

Zenitová vzdálenost				
°	'	H_0	p-value	počet měření
29	45/46	přijata	0,063	1043
29	49	přijata	0,733	37
29	50	zamítnuta	0,031	1063
29	51	přijata	0,771	137
29	54	přijata	0,958	99
29	57	-	-	16
29	58	-	-	2
29	59	-	-	4
30	0	-	-	5
30	5	-	-	14

Tab. 8.4.1-2 Výsledky testu na normální rozdělení podle přístrojů – zeměpisná délka

Z tabulek je vidět, že u více přístrojů nebylo možné určit, zda jde o normální rozdělení či nikoliv, z důvodu nedostatku stupňů volnosti konkrétních souborů. Soubory s malými počty měření byly většinou měřeny cirkumzenitály, jež byly testovány pracovníky VÚGTK a posílány na jiná pracoviště. Pro jejich soubory byla normalita zkontrolována pomocí histogramu. Symetrie rozdělení byla zkontrolována pomocí podílu průměru a mediánu, která je velmi blízká 1. Čerpáno z [2], [11].

8.4.2 Test shodnosti rozptylů

Z toho důvodu, že pro všechny soubory nebyla normalita dokázána exaktně, bylo přistoupeno také k testu z 8.3.4.1, který striktně nevyžaduje normalitu dat.

Pro třídění dat do skupin podle zenitové vzdálenosti almukantaratu byla zamítnuta nulová hypotéza jak pro astronomickou zeměpisnou délku, tak pro astronomickou zeměpisnou šířku. To znamená, že na hladině významnosti $\alpha = 0.05 \%$ se směrodatné odchylky jednotlivých souborů liší.

8.4.3 Test shodnosti mediánů

Po testu na homoskedasticitu nás zajímá, zda mají měření jednotlivých přístrojů stejnou střední hodnotu. Pro testování byl použit Kruskal-Wallisův test, který je popsán v 8.3.5.1.

Nulová hypotéza byla na hladině významnosti $\alpha = 0.05\%$ zamítnuta. To znamená, že výběry nepocházejí ze stejného rozdělení, respektive nemají stejnou střední hodnotu.

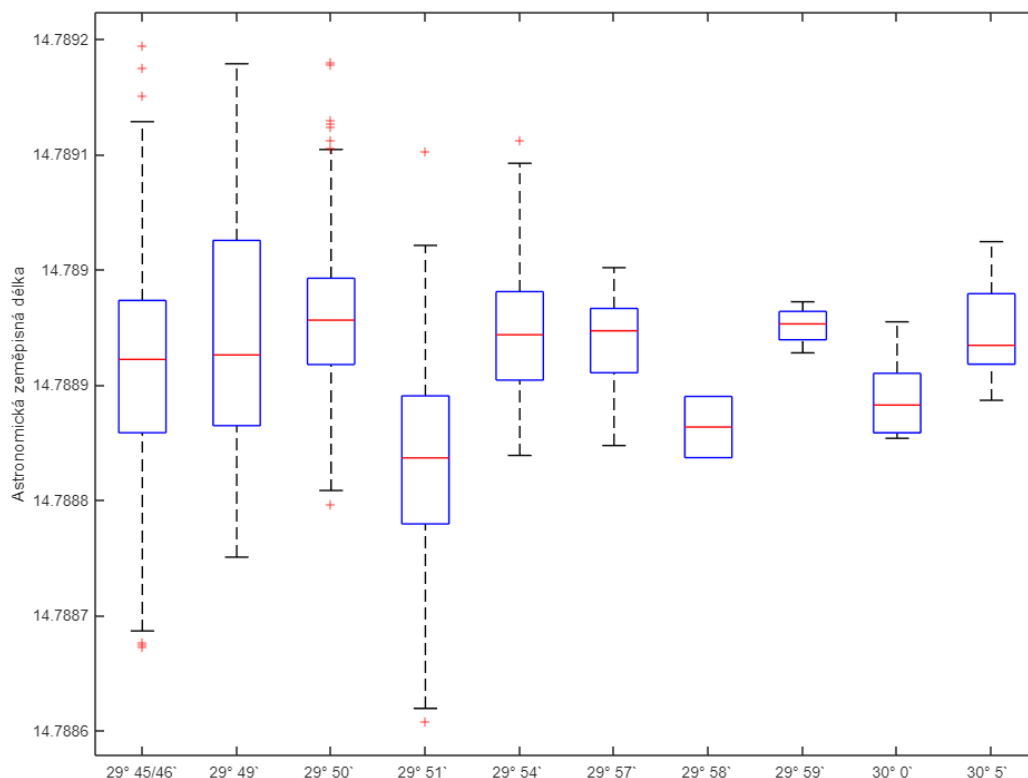
8.4.4 Post hoc analýza pro přístroje

Stejně jako u observátoru nastává otázka, jestliže byla zamítnuta hypotéza o rovnosti rozdělení souborů, které se od sebe nejvíce liší. Byla využita Dannová metoda popsána v 8.3.6.1.

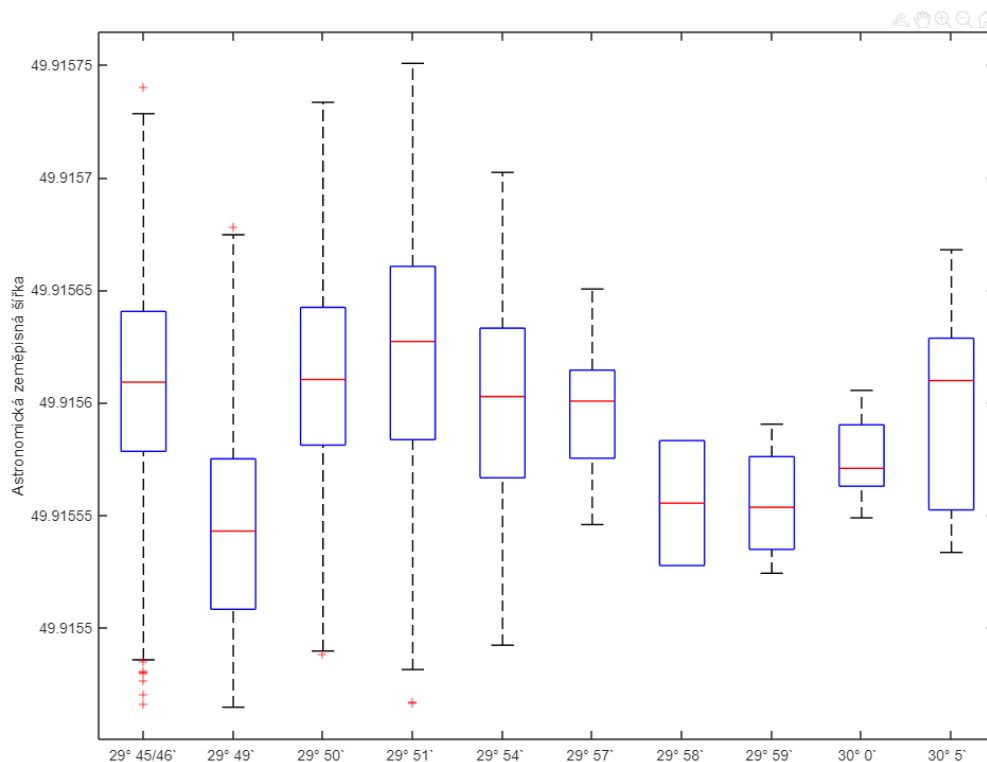
10 použitých přístrojů tvoří dohromady 45 dvojic, které mezi sebou porovnáváme. Pro astronomickou zeměpisnou délku byla nulová hypotéza přijata v 36 případech. Pro astronomickou zeměpisnou šířku byla nulová hypotéza přijata také v 36 případech. Můžeme tedy říct, že vliv přístroje je na obě souřadnice stejný.

Pro zeměpisnou délku z Obr. 8.4.4-1 můžeme vidět, že nejvíce se liší přístroje se zenitovou vzdáleností $29^\circ 51'$, $29^\circ 58'$ a $30^\circ 00'$.

Pro zeměpisnou šířku pak vidíme na Obr. 8.4.4-2, že nejvíce se liší přístroje se zenitovou vzdáleností $29^\circ 49'$, $29^\circ 58'$, $30^\circ 00'$ a $29^\circ 59'$.



Obr. 8.4.4-1 Krabicový graf, dělení podle přístrojů, zeměpisná délka



Obr. 8.4.4-2 Krabicový graf, dělení podle přístrojů, zeměpisná šířka

8.5 Závislost jednotkové střední chyby na vnější teplotě

V geodézii je často veličinou, která ovlivňuje kvalitu výsledku, teplota. Jevy, kterými se projevuje, je například teplotní roztažnost stativu, teplotní roztažnost součástí přístroje, refrakce vzduchu. Existuje tudíž podezření, že teplota ovlivňuje také měření cirkumzenitálem. V této kapitole bude zkoumán vliv teploty vzduchu na přesnost měření, tzn. na střední chybu jednotkovou.

Pro zjištění závislosti jednotkové střední chyby na teplotě byl zvolen Spearmanův korelační koeficient popsáný v 8.5.1. Jako hodnota X je zvolena teplota $t[^\circ]$ a za hodnotu Y je zvolena m_0 . Poté hodnota Spearmanova koeficientu korelace vychází -0.042 s p-value rovnou 0.041. Z toho můžeme usuzovat, že přijímáme nulovou hypotézu. Hodnota střední chyby jednotkové nezávisí na teplotě vzduchu na stanovisku.

8.5.1 Spearmanův koeficient korelace

Tento test byl volen na základě toho, že vstupní hodnoty X, Y nemají normální rozdělení. Máme náhodný dvourozměrný výběr $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$. Jejich pořadí po roztřídění podle velikosti poté jsou R_{X_1}, \dots, R_{X_n} a R_{Y_1}, \dots, R_{Y_n} . Obsah kapitoly čerpán z [9].

a) $H_0 : X, Y$ jsou nezávislé,

- b) $H_1 : X, Y$ jsou závislé,
c) $\alpha = 0.05 \%$,
d) Spearmanův koeficient korelace má tvar:

$$r_s = 1 - \frac{6}{n(n^2 - 1)} \sum_{i=1}^n (R_{X_i} - R_{Y_i})^2, \quad 8.5.1-1$$

- e) výpočet kritické hodnoty:

$$r_s^*(\alpha, n) = \frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n-1}}. \quad 8.5.1-2$$

kde $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ je kvantil normovaného normálního rozdělení.

9 Závěr

První část této práce má spíše rešeršní charakter. V této části byla pospána historie cirkumzenitálu a jeho princip určení astronomických zeměpisných souřadnic. Dále v této části byl vysvětlen způsob určení astronomických zeměpisných souřadnic z měření cirkumzenitálem. Byly zde popsány dvě metody a to Gaussova pro nutný počet měření a česká pro nadbytečný počet měření. Další částí byl popis fyzikálních jevů působících na kvalitu výsledku. Zde byla vysvětlena astronomická refrakce, aberace, gravitační ohyb světla a nakonec paralaxa.

V další části je popsáno, jakým způsobem byla digitalizována data a jaký je jejich obsah. Dále tato část obsahuje výběr a popis použitého software.

První částí vlastního zpracování je popis opravy souřadnic na konvencionální pól. Je zde také popsáno, kde se dají stáhnout data o pohybu pólu.

Poslední částí je vlastní statistické zpracování. Nejdříve byl uveden obecný postup testování statistických hypotéz. Dále je popsáno, jakým způsobem byla filtrována odlehlá data. Na to navazuje část, která se týká testování normality dat. Data byla roztržena dvěma způsoby. Nejdříve podle observátorů a následně podle zenitové vzdálenosti almukantaratu. První otázkou bylo, zda mají takto roztržené soubory normální rozdělení. Pro toto testování byl použit chí-kvadrát test dobré shody. Ukazuje se, že u některých souborů se nedá exaktně říci, že pocházejí z normálního rozdělení. Proto musel být u těchto souborů zkontrolován histogram, zda jde přibližně o normální rozdělení. Dále pro ně byla určena symetrie podle rovnosti mediánu a aritmetického průměru.

Po určení normality dat následoval test na shodnost rozptylů. Pro určení shodnosti rozptylů byl zvolen Leveneův test. Tento test byl zvolen na základě toho, že není tak citlivý na normalitu vstupních dat. Test ukázal, že rozdíly mezi rozptyly jednotlivých souborů jsou statisticky významné.

Další test, který byl použit je Kruskal-Wallisův test. Nulová hypotéza tohoto testu předpokládá, že data pocházejí ze stejného rozdělení, a tudíž mají stejnou střední hodnotu. Tento test musel být použit z důvodu zamítnutí shodnosti rozptylů, jinak by mohl být použit nějaký silnější test jako například analýza rozptylu. U tohoto testu byla zamítnuta nulová hypotéza, a proto můžeme říct, že jednotlivé testované soubory nemají stejnou střední hodnotu.

Následná analýza se zabývala otázkou, které soubory se od sebe nejvíce liší. Pro tuto otázku byla použita Dunnové metoda, který testuje všechny kombinace dvojic na rovnost mediánů. Pro

observátory a astronomickou zeměpisnou délku byla nulová hypotéza přijata v 10 případech z 55. Pro observátory a astronomickou zeměpisnou šířku byla nulová hypotéza přijata v 32 případech z 55. Pro přístroje a astronomickou zeměpisnou délku byla přijata nulová hypotéza v 36 případech ze 45. Pro přístroje a astronomickou zeměpisnou šířku byla přijata nulová hypotéza také v 36 případech ze 45. To ukazuje na to, že vliv observátora na určení zeměpisné délky je mnohem větší než na určení zeměpisné šířky. Výsledek pro cirkumzenitály ukazuje, že přístroj nemá vliv na přesnost v jedné či druhé souřadnici. Na druhou stranu je ale vidět, že jak observátor, tak přístroj mají velký vliv na výsledné souřadnice.

Poslední část statistického zpracování se zabývala vlivem teploty na střední chybu jednotkovou vyrovnané řady. Po výpočtu Spearmanova korelačního koeficientu se ukázalo, že tento vliv je zanedbatelný. Hodnota tohoto koeficientu je -0.042.

10 Seznam literatury a použitých zdrojů

- [1] *GEODETICKÁ ASTRONOMIE 10*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2001. ISBN 80-01-01833-4.
- [2] *Zpracování a analýza měření v inženýrské geodézii*. 2. vyd. Praha: Česká technika – nakladatelství ČVUT, ČVUT v Praze, 2015. ISBN 978-80-01-05843-5.
- [3] *Cirkumzenitál - Pecný* [online]. [cit.2020-05-01]. Dostupné z:
<https://oko.pecny.cz/pecny/cirkum.html>
- [4] *Earth orientation data - IERS* [online]. [cit.2020-05-01]. Dostupné z:
<https://www.iers.org/iers/en/DataProducts/EarthOrientationData/eop.html>
- [5] *Hladina významnosti - STEMMARK* [online]. [cit.2020-05-01]. Dostupné z:
<https://www.stemmark.cz/encyklopedie-hladina-vyznamnosti/>
- [6] *Gravitační ohyb paprsků - Techmania* [online]. [cit.2020-05-01]. Dostupné z:
<https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/teorie-relativity/gravitacni-ohyb-paprsku>
- [7] *OBEČNÁ ASTRONOMIE – skripta PřF MU* [online]. Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, 2017 [cit.2020-05-09]. Dostupné z:
<https://astro.physics.muni.cz/download/documents/skripta/F3170.pdf>
- [8] *Bartlettův a Levenův test shody rozptylů – Matematická biologie* [online]. [cit. 2020-05-09]. Dostupné z: <https://portal.matematickabiologie.cz/index.php?pg=analiza-a-hodnoceni-biologickych-dat--statisticke-modelovani--analiza-rozptylu--bartlettuv-a-levenuv-test-shody-rozptylu>
- [9] LITSCHMANNOVÁ, Martina. *Úvod do statistiky* [online]. Ostrava: VŠB – TU Ostrava, Fakulta elektrotechniky a informatiky, 2011 [cit. 2020-05-09]. Dostupné z:
http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/uvod_do_statistiky.pdf
- [10] *Neparametrická alternativa analýzy rozptylu – Kruskalův-Wallisův test – Matematická biologie* [online]. [cit. 2020-05-10]. Dostupné z:
<https://portal.matematickabiologie.cz/index.php?pg=aplikovana-analyza-klinicky-ch-a-biologicky-ch-dat--analiza-a-management-dat-pro-zdravotnicke-obory--analiza-rozptylu-anova--neparametricka-alternativa-analyzy-rozptylu-kruskaluv-wallisuv-test>
- [11] *Jednofaktorová analýza rozptylu – Katedra aplikované matematiky Masarykovy univerzity* [online]. [cit. 2020-05-12]. Dostupné z:
<https://mathstat.econ.muni.cz/media/12403/onewayanova.pdf>