ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

Katedra speciální geodézie

Testování zkušební verze systému GROMA určeného pro geodetické výpočty

Testing of the trial version of the GROMA system designed for geodetic calculations

Bakalářská práce

Studijní program: Geodézie a kartografie

Studijní obor: Geodézie, kartografie a geoinformatika

Vedoucí práce: Dr. Ing. Zdeněk Skořepa

Eva Brhlíková

Praha 2020

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta stavební
Thákurova 7, 166 29 Praha 6

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: B R H L Í K O V Á Jméno: Eva Osobní číslo: 468521

Zadávající katedra: 11154 (speciální geodézie)

Studijní program: GEODÉZIE A KARTOGRAFIE

Studijní obor: Geodézie, kartografie a geoinformatika

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce: Testování zkušební verze systému Groma určeného pro geodetické výpočty

Název bakalářské práce anglicky: Testing of the trial version of the Groma system designed for geodetic calculations

Pokyny pro vypracování:
Testování a úprava vybraných funkcí systému Groma ve vývojovém prostředí Matlabu nebo Microsoft Visual Studio podle sestavených testovacích příkladů po dohodě s firmou Geoline, spol. s r.o.

Seznam doporučené literatury:
/1/ VOBOŘILOVÁ,P. - SKOŘEPA, Z.: Geodézie 1, 2. Návody na cvičení. Dotisk 2. přepracovaného vydání. Praha, ČVUT, 2005. 135 s. ISBN 978-80-01-02869-0

Jméno vedoucího bakalářské práce: Dr. Ing. Zdeněk Skořepa

Datum zadání bakalářské práce: 27. 2. 2020 Termín odevzdání bakalářské práce: 17. 5. 2020

Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku

Podpis vedoucího práce Podpis vedoucího katedry

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v bakalářské práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce" a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací".

27.2. 2020
Datum převzetí zadání Podpis studenta(ky)

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma ***Testování zkušební verze systému GROMA určeného pro geodetické výpočty*** vypracovala samostatně a uvedla v ní všechny použité literární a jiné zdroje.

V Praze dne

datum 22. 05. 2020 Eva Brhlíková

Eva Brhlíková

Poděkování

Ráda bych tímto poděkovala svému vedoucímu bakalářské práce Dr. Ing. Zdeňku Skořepovi za odborné vedení a užitečné rady pro vyhotovení mé práce. Poděkování patří také firmě *Geoline, spol. s.r.o.* za poskytnutá data a rady k vypracování.

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá výpočetními funkcemi určenými pro systém GROMA, který se zaměřuje na geodetické úlohy. Práce zahrnuje popis vybraných geodetických výpočtů a mezních odchylek. Použitím unit testů byly ověřovány výpočty použité ve zkušební verzi systému. Byly navrženy konkrétní příklady pro testování správnosti výpočtů. Zpracování probíhalo v programech MATLAB, Microsoft Visual Studio a GROMA (verze 12.0).

Klíčová slova

GROMA, unit test, geodetické výpočty, mezní odchylky

Abstract

This bachelor thesis deals with computational functions designed for the GROMA system, which is focused on geodetic tasks. This thesis includes description of selected geodetic calculations and marginal deviations. Using unit tests, the calculations, which are used in the trial version of the system, were verified. Specific examples have been proposed for testing the accuracy of calculations. Processing had been done in MATLAB, Microsoft Visual Studio and GROMA (version 12.0).

Key words

GROMA, unit test, geodetic calculations, meriginal deviations

Obsah

1. Úvod

Tato bakalářská práce se věnuje geodetickým výpočtům a jejich použití v konkrétním výpočetním systému. Je strukturována do jednotlivých kapitol, ve kterých je představen program GROMA, další použité softwarové nástroje a podstata unit testů. Následuje výpočetní část a závěr, který obsahuje zhodnocení. Nedílnou součástí je seznam použitých zdrojů.

Ve výpočetní části je nejprve podrobně vysvětlen postup řešení dané úlohy a poté uvedeny konkrétních případy vhodné pro testování.

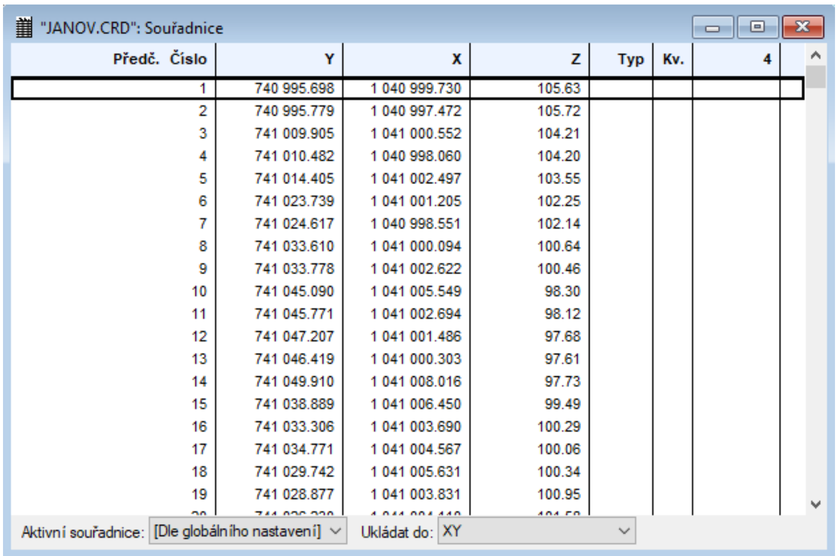
Cílem této práce bylo testovat vybrané funkce nové verze softwaru GROMA. Firmou *Geoline, spol. s.r.o.* byly poskytnuty části zdrojového kódu a vstupní soubory pro testování. Na základě získaných dat byly sestaveny konkrétní příklady pro jednotlivé výpočty, u kterých by se mohla vyskytnout chyba.

2. GROMA

Popis programu v této práci se týká aktuální verze softwaru *GROMA v.12.2*. Informace jsou převzaty z [1].

2.1 Obecný popis

Program GROMA je systém určen pro geodetické výpočty. Software vyvíjen firmou *Geoline, spol. s.r.o.* se zaměřuje na komplexní zpracování geodetických dat od údajů získaných z totální stanice až po výsledné seznamy souřadnic (obr. 1), výpočetní protokoly a kresbu. Lze v něm řešit všechny základní geodetické úlohy, obsahuje i jednoduchou grafiku a možnost digitalizace rastrových dat.



Předč.	Číslo	Y	X	Z	Typ	Kv.	4
	1	740 995.698	1 040 999.730	105.63			
	2	740 995.779	1 040 997.472	105.72			
	3	741 009.905	1 041 000.552	104.21			
	4	741 010.482	1 040 998.060	104.20			
	5	741 014.405	1 041 002.497	103.55			
	6	741 023.739	1 041 001.205	102.25			
	7	741 024.617	1 040 998.551	102.14			
	8	741 033.610	1 041 000.094	100.64			
	9	741 033.778	1 041 002.622	100.46			
	10	741 045.090	1 041 005.549	98.30			
	11	741 045.771	1 041 002.694	98.12			
	12	741 047.207	1 041 001.486	97.68			
	13	741 046.419	1 041 000.303	97.61			
	14	741 049.910	1 041 008.016	97.73			
	15	741 038.889	1 041 006.450	99.49			
	16	741 033.306	1 041 003.690	100.29			
	17	741 034.771	1 041 004.567	100.06			
	18	741 029.742	1 041 005.631	100.34			
	19	741 028.877	1 041 003.831	100.95			

Obr. 1 GROMA – seznam souřadnic

2.2 Uživatelské prostředí

Software pracuje v prostředí 32 a 64bitových Microsoft Windows 7, 8, 8.1 nebo 10. Umožňuje práci s více soubory, například otevřít více seznamů souřadnic nebo seznamů měření přetáhnout myší prvek z jednoho seznamu do druhého. Při operacích se seznamy, jako jsou jednotlivé i hromadné změny, přidávání a mazání, je k dispozici vícekroková funkce *„Krok zpět“*, lze tedy vrátit jen jednu nebo více změn. Při práci s měřenými daty lze zpracovat zápisníky měření (obr. 2).

"JANOV.MES": Měření

Předč.	Číslo	Hz	Z	Vod.délka	dH	Signál	Popis
	5001					1.565	10
	5002	**367.7856**		**58.024**	**-7.915**	**1.000**	**9**
	5003	**288.0469**		**48.185**	**-11.592**	**1.000**	**10**
	5004	**297.6115**		**17.411**	**-5.745**	**1.000**	**10**
	1	163.7960		4.310	0.061	1.300	14
	2	133.4380		4.920	0.153	1.300	14
	3	364.2400		9.920	-1.360	1.300	14
	4	379.4375		10.660	-1.363	1.300	14
	5	356.8605		14.620	-2.020	1.300	18
	6	364.5580		23.770	-3.316	1.300	14
	7	371.5290		24.660	-3.421	1.300	14
	8	367.6080		33.610	-4.924	1.300	14
	9	362.8540		33.880	-5.109	1.300	14
	10	359.9900		45.430	-7.262	1.300	14
	11	364.0430		45.850	-7.444	1.300	14
	12	365.7825		47.230	-7.885	1.300	14
	13	367.3695		46.420	-7.951	1.300	14
	14	357.6475		50.550	-7.839	1.300	14
	15	357.3225		39.420	-6.079	1.300	26
	16	360.7605		33.510	-5.273	1.300	18

Obr. 2 GROMA – měření

2.3 Nastavení programu

Program lze pomocí mnoha různých nastavení konfigurovat přesně podle potřeb. Například se dá zvolit počet desetinných míst pro výpis údajů, pořadí souřadnic na obrazovce, nastavit redukce souřadnic nebo měřítkový koeficient pro redukci délek. Výpočet může probíhat v různých úhlových mírách – gony, stupně. Pro ukládání protokolů lze zvolit požadované kódování českých znaků.

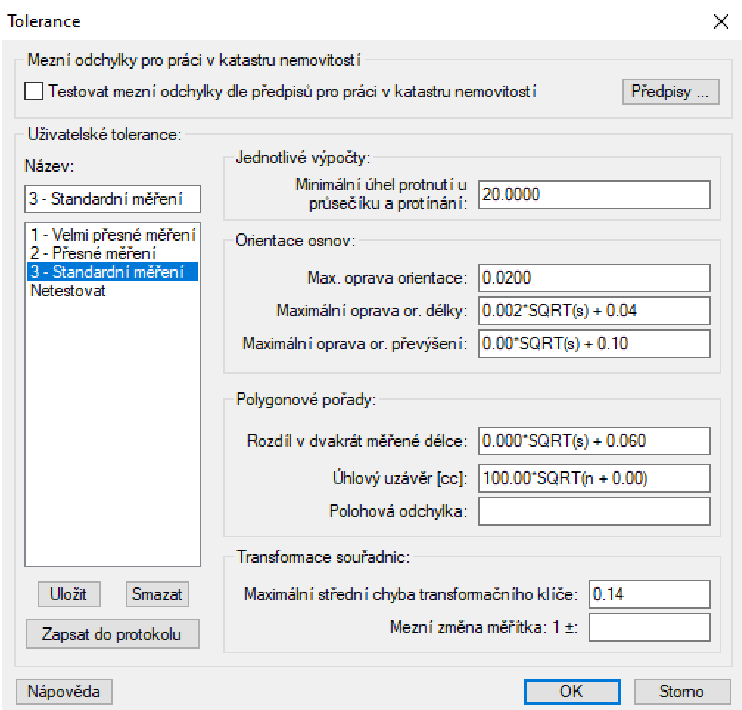
2.4 Výpočetní úlohy

Výpočetní úlohy probíhají v dialogových oknech, kde jsou přehledně uspořádány vstupní a výstupní údaje. Těchto oken může být otevřeno více najednou. Souřadnice i měřená data se mohou do jednotlivých oken přetahovat myší, případně lze zadat číslo bodu a program doplní souřadnice ze seznamu. Software obsahuje veškeré základní geodetické výpočetní úlohy.

Program GROMA umožňuje dávkově spočítat celý seznam měřených hodnot, nebo jeho část. V tomto případě se zadá pouze vstupní a výstupní soubor a program spočítá souřadnice všech zaměřených bodů.

2.5 Testování odchylek

Pro výpočty si lze sestavit libovolný počet sad tolerancí (obr. 3), jejichž překročení program automaticky testuje, a v případě neshody zobrazí varovné hlášení. Funkci testování tolerancí lze vypnout nebo naopak zapnout testování odchylek a geometrických parametrů dle předpisů platných pro práci v katastru nemovitostí (například vyhláška 357/2013 Sb.). Výsledky jsou zapisovány do protokolu.



Obr. 3 GROMA – tolerance

2.6 Digitalizace rastrových dat

Software GROMA je možno použít pro digitalizaci naskenované mapy ve formátu bitové mapy (.bmp). Po otevření mapy se zobrazí okno s jejím obrazem. Pro digitalizaci se ukazuje na jednotlivé body, program vypočítá jejich souřadnice a uloží je do seznamu souřadnic. Pro přesné ukazování může být využita lupa s nastavitelným zvětšením.

2.7 Rozšiřující moduly

Systém GROMA lze doplňovat samostatnými programovými moduly pro řešení specifických úloh. Některé moduly jsou bezplatně zahrnuty ve standardní konfiguraci, jiné se prodávají samostatně.

V současné době jsou k dispozici tyto moduly:

- Kontrolní kresba k výpočtům
- Výpočet měřítka zobrazení (Křovákovo zobrazení), redukce z nadmořské výšky
- Grafický modul
- Komunikace se systémem MicroStation
- Vyrovnání sítě MNČ
- Geometrické plány
- Výpočet vyrovnání roviny MNČ
- Výpočet trasy komunikace (oblouky, přechodnice)
- Připojení digitizéru
- Přenos souborů z různých totálních stanic

3. Použité softwarové nástroje

Mimo softwaru GROMA byly pro zpracování využity i programy MATLAB a Microsoft Visual Studio. Systém MATLAB byl použit jako pomocný, díky lepší orientaci ve výpočtech, jelikož byl tento software využíván i v dřívějším průběhu studia. V druhém programu bylo zobrazeno testování výpočtů.

3.1 MATLAB

MATLAB je podle [2] programovací jazyk vyvíjen společností MathWorks. Název vznikl ze slov MATrix LABoratory (přeloženo jako *maticová labolatoř*). Lze v něm například vytvářet různé vzorce, počítat s maticemi a vykreslit 2D i 3D grafy. Své využití najde ve velkém množství oborů, jako je matematika, fyzika, analýza dat, robotika, finance a jiné. Je distribuován pro použití v průmyslu, pro studenty a pro osobní použití. Typickými oblastmi využití jsou matematické výpočty, vývoj algoritmů, modelování a simulace, analýza dat a vizualizace, vědecká a inženýrský grafika a vývoj aplikací.

Pro tuto práci byla použita verze *Matlab 2020a* poskytována výpočetním a informačním centrem ČVUT.

3.2 Microsoft Visual Studio

Microsoft Visual Studio je podle [3] plně vybavené integrované vývojové prostředí od vývojáře Microsoft. K vyhotovení bakalářské práce byla nainstalována verze *Visual Studio Community*. Což je podle [4] bezplatné vývojové prostředí s plnou funkční výbavou, se kterým lze vytvářet moderní aplikace pro Android, iOS a Windows i webové aplikace a cloudové služby. Kóduje v jazycích C#, Visual Basic, C++, HTML, JavaScript, Python a dalších.

4. Testovací úlohy

Testování softwaru se podle [5] dělí na šest základních úrovní (tab. 1), podle toho, v jaké fázi se program nachází a s jakým časovým odstupem se testování provádí.

Tab. 1 Úrovně testování softwaru

Testování programátorem (Developer testing)
Testování jednotek (Unit testing)
FAT – Funkční testy
Integrační testování (Integration testing)
SIT – Systémové testování (System testing)
UAT – Akceptační testování (Acceptance testing)

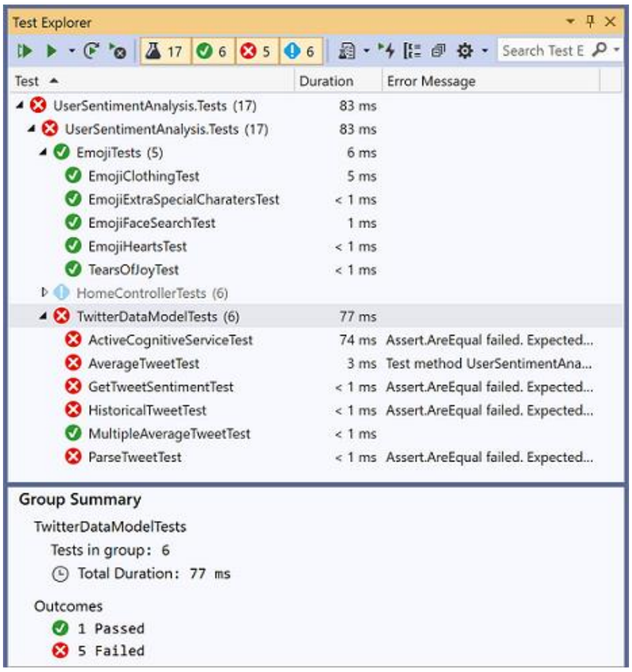
4.1 Testování jednotek

V rámci této práce je využíváno testování jednotek (z anglického názvu Unit testing). Podle [5] se jedná o testování jednotlivých tříd a metod, testy těchto jednotek jsou zapisovány ve formě programovaného kódu. Je vhodné se těmito testy zabývat již v etapě návrhu aplikace a testovat jednotky nezávisle na ostatních, případně vytvořit pomocné objekty. Čím dříve jsou chyby nalezeny, tím méně času zabere oprava.

Obecně se do unit testů obvykle dávají jak zcela standardní případy, tak různé hraniční varianty konfigurace, u nichž je z nějakého důvodu vyšší pravděpodobnost chyby. Při přípravě testovacích úloh je třeba mít nastaven veliký počet desetinných míst, výpočty se provádějí o několik řádů přesněji, než se počítá běžně. Do sestavených unit testů jsou zadány souřadnice pro výpočet. Nezávisle jsou určeny výsledné hodnoty výpočtu a ty pak porovnány s výsledky vyvíjeného softwaru.

4.2 Testovací nástroje v sadě Visual Studio

V sadě Visual Studio je podle zdroje [6] k dispozici okno *Průzkumník testů* (obr. 4), které pomáhá vytvářet, spravovat a spouštět unit testy. Je možno využít rozhraní *Microsoft testování částí* nebo rozhraní jiného výrobce, které má adaptér pro *Průzkumník testů*.



Obr. 4 Microsoft Visual Studio – Průzkumník testů

5. Výpočetní část

S firmou *Geoline, spol. s.r.o.* byla domluvena práce na vybraných příkladech. V této kapitole jsou vysvětleny postupy řešení výpočetních úloh a k nim uvedeny konkrétní případy.

5.1 Geometrie výpočtů

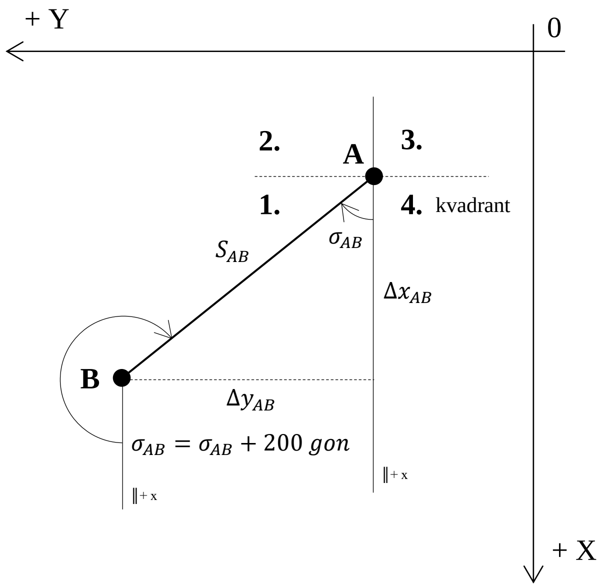
5.1.1 Směrník a délka

<u>Směrník</u>

Jak je uvedeno ve zdroji [7], směrník σ je orientovaný úhel, kde první rameno je rovnoběžka s osou $+x$ (jižník v S-JTSK) a druhé rameno tvoří spojnice bodů (obr. 5). Může nabývat hodnot v intervalu $0 \leq \sigma \leq 400$ gon. Úhel se měří v kladném směru (po směru hodinových ručiček).

Směrník se vypočte z obecného vzorce

$$\sigma_{AB} = arctg\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = arctg\frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}}. \quad (1)$$



Obr. 5 Směrník z bodu A na bod B

Tab. 2 Určení kvadrantu

$tg\ t = \frac{\sin t}{\cos t}$		Výsledek výpočtu podle vzorce $t = arctg\frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}}$, -100 gon ≤ t ≤ 100 gon	Výsledný směrník $\boldsymbol{\sigma_{AB}}$
1. kvadrant	$\frac{+}{+}$	*t > 0*	t
2. kvadrant	$\frac{+}{-}$	*t < 0*	200 gon + t
3. kvadrant	$\frac{-}{-}$	*t > 0*	200 gon - t
4. kvadrant	$\frac{-}{+}$	*t < 0*	400 gon + t

Při výpočtu podle vzorce (1) je potřebné, aby byl správně určen kvadrant podle znamének souřadnicových rozdílů (tab. 2). Proto je tento způsob řešení pro automatizovaný výpočet v softwaru nevhodný. Je tedy nutné využít jiny způsob, kdy bude směrník vypočítán přímo.

Následující tabulka (tab. 3) ukazuje možné případy při výpočtu směrníku:

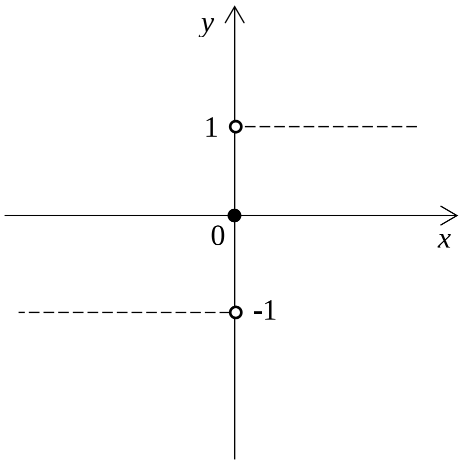
Tab. 3 Možné případy při výpočtu směrníku

ΔY	ΔX	Kvadrant	Výsledek výpočtu α	Oprava o úhel *v*	*n = v/200*
+	+	1.	*α = t*	0	0
+	-	2.	*- α = t - 200*	+ 200 gon	1
-	-	3.	*α = t - 200*	+ 200 gon	1
-	+	4.	*- α = t - 400*	+ 400 gon	2

K vyřešení problému je podle [8] třeba vytvořit explicitní vztah mezi znaménky souřadnicových rozdílů využitím funkce *n* (tab. 3). Znaménka souřadnicových rozdílů lze ve většině programovacích jazyků porovnat s funkcí singnum. To je matematická znaménková funkce se zkratkou sgn, která libovolnému číslu *x* přiřadí jednotku o velikosti 1 nebo 0 vyjadřující orientovaný směr od obrazu nuly (tab. 4), (obr. 6).

Tab. 4 Funkce signum

Hodnota čísla *x*	sgn(*x*)
x < 0	*-1*
x = 0	*0*
x > 0	*1*



Obr. 6 Funkce signum

Funkce lze také zapsat vzorcem

$$sgn(x) = \frac{x}{|x|}. \tag{2}$$

Proměnná *n* je obecně vyjádřena jako

$$a_i \cdot x_1 + b_i \cdot x_2 + \cdots = n_i\,, \tag{3}$$

kde $a_i = sgn(\Delta Y)$,

$b_i = sgn(\Delta X)$.

Na základě postupu podle vzorce (3) je sestaven systém lineárních rovnic se čtyřmi neznámými. Platí

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{l}, \tag{4}$$

kde $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & ? & ? \\ 1 & -1 & ? & ? \\ -1 & -1 & ? & ? \\ -1 & 1 & ? & ? \end{bmatrix}$,

$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$,

$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Řešením neznámého vektoru $\boldsymbol{X}$ je

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}^{-1} \cdot \boldsymbol{l}\,. \tag{5}$$

Tento systém lze vyřešit, pokud budou doplněny chybějící koeficienty matice $\boldsymbol{A}$. Vzorec (3) bude rozšířen následovně

$$a_i \cdot x_1 + b_i \cdot x_2 + c_i \cdot x_3 + d_i \cdot x_4 = n_i\,, \tag{6}$$

kde $c_i = sgn(\Delta Y) \cdot sgn(\Delta X)$,

$d_i = sgn(\Delta Y)^2$.

Výsledná matice $\boldsymbol{A}$ vypadá pak takto

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Po dosazení matice do vzorce (5) bude vypočten neznámý vektor $\boldsymbol{X}$

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}25 & -0{,}25 & -0{,}25 \\ 0{,}25 & -0{,}25 & -0{,}25 & 0{,}25 \\ 0{,}25 & -0{,}25 & 0{,}25 & -0{,}25 \\ 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}25 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}^{-1} \cdot \boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ 0 \\ -0{,}5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Chyba ve výpočtu by mohla nastat ve případě, kdy souřadnicový rozdíl ΔX bude roven 0. Tomu lze zabránit zvýšením ΔX a ΔY například o 1 μm, to je hodnota, která nebude hrát roli v obvyklých výpočtech a nezpůsobí chybu v určení úhlu ani na krátké záměry, přibližně 0,006 mgon na vzdálenost 10 metrů. Jsou-li souřadnice odvozeny z výpočtu, a ne převzaty ze souboru, kde jsou již uloženy na 3 desetinná místa, je dobré pro větší přesnost výpočtu, zaokrouhlit číslice alespoň na 4 desetinná místa a s nimi počítat směrník.

Výsledná rovnice pro výpočet, bez potřeby určení kvadrantu pak vypadá

$$t = arctg\frac{\Delta Y}{\Delta X} + n_i \cdot 200. \tag{7}$$

Po dosazení

$$t = arctg\frac{\Delta Y1}{\Delta X1} + (-0{,}5 \cdot sgn(\Delta Y1) - 0{,}5 \cdot sgn(\Delta Y1) \cdot sgn(\Delta X1) + 1) \cdot 200, \tag{8}$$

kde $\Delta Y1 = \Delta Y + 0{,}000001$

$\Delta X1 = \Delta X + 0{,}000001.$

Výpočet může být také pro MATLAB definován funkcí *atan2* jako

$$atan2(Y, X) = \mathrm{atan}\left(\frac{Y}{X}\right) + \frac{\pi}{2} sign(Y)\big(1 - sign(X)\big), \tag{9}$$

kde výsledek bude v intervalu $\langle -\pi, +\pi \rangle$.

Délka

Pro výpočet délky mezi dvěma body se použije vzorec (Pythagorova věta)

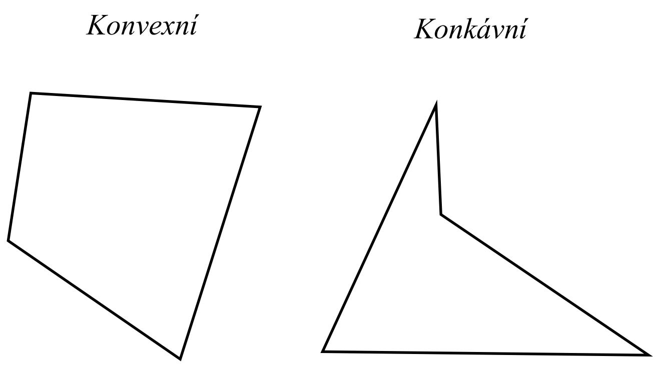
$$S_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}. \tag{10}$$

Návrhy případů pro testování

Ověřit určení správného kvadrantu. Při výpočtu směrníku je třeba zohlednit, že v některých případech mohou být souřadnicové rozdíly nulové, výpočetní algoritmus na to musí pamatovat. Jedná se o případy, kdy spojnice bodů bude ve směru osy *X* nebo *Y*. Výpočty jsou uvedeny v příloze 1.

5.1.2 Výpočet výměr

Objekt pro výpočet výměry je určen uzavřeným polygonem, který je vymezen úsečkami propojující alespoň tři body (vrcholy). Mimo jiné se dělí na polygony konvexní a konkávní (obr. 7). V konvexním (vypouklém) mnohoúhelníku jsou všechny vnitřní úhly menší než 200 gon, v konkávním existuje alespoň jeden vnitřní úhel větší než 200 gon.

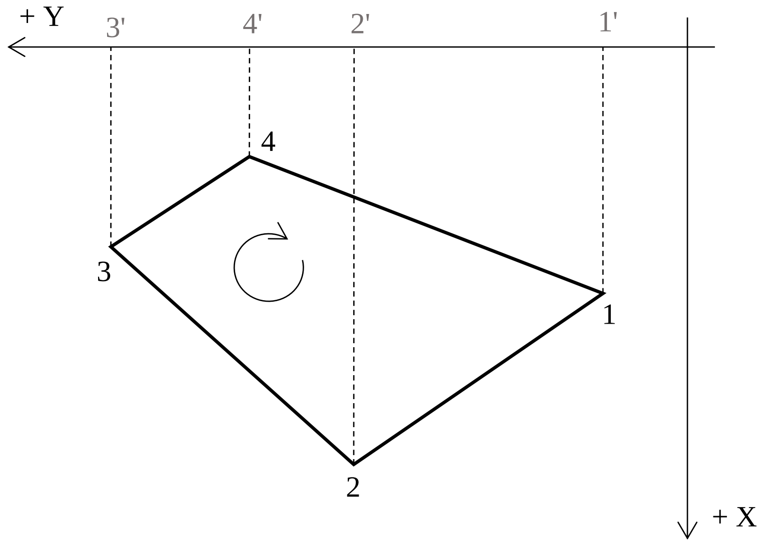


Obr. 7 Jednoduché polygony

Pro určení výměry se mnohoúhelník rozdělí na jednodušší obrazce jako jsou trojúhelníky, lichoběžníky nebo čtyřúhelníky. Výsledná výměra plochy je pak součtem těchto obrazců.

<u>Pravoúhlé souřadnice</u>

Výpočet plochy z pravoúhlých souřadnic (obr. 8) se určí pomocí obsahů lichoběžníků, které vznikají mezi stranami objektu a souřadnicovými osami. Obsahem lichoběžníku je výška vynásobena střední příčkou, v geodetickém výpočtu jsou tyto veličiny vyjádřeny souřadnicovými rozdíly. Pokud jsou body číslovány v kladném směru, tedy po směru pohybu hodinových ručiček, vyjde výměra kladná.



Obr. 8 Výpočet plochy – pravoúhlé souřadnice

Výsledná výměra *P* vznikne součtem vytvořených lichoběžníků

$$P = P_{122'1'} + P_{233'2'} + P_{344'3'} + P_{411'4'}\,, \tag{11}$$

kde $2 \cdot P_{122'1'} = (y_2 - y_1) \cdot (x_2 + x_1)$,

$2 \cdot P_{233'2'} = (y_3 - y_2) \cdot (x_3 + x_2)$,

$2 \cdot P_{344'3'} = (y_4 - y_3) \cdot (x_4 + x_3)$,

$2 \cdot P_{411'4'} = (y_1 - y_4) \cdot (x_1 + x_4)$.

Z obrázku a vzorců plyne, že plochy $P_{344'3'}$ a $P_{411'4'}$ vyjdou záporně, při konečném součtu bude výsledkem výměra pouze daného obrazce. Úpravou vznikne výraz

$$\begin{aligned} 2 \cdot P = (y_2 - y_1) \cdot (x_2 + x_1) + (y_3 - y_2) \cdot (x_3 + x_2) + \\ +(y_4 - y_3) \cdot (x_4 + x_3) + (y_1 - y_4) \cdot (x_1 + x_4), \end{aligned} \tag{12}$$

nakonec

$$2 \cdot P = y_1(x_4 - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + y_3(x_2 - x_4) + y_4(x_3 - x_1). \tag{13}$$

Rovnici lze zapsat ve tvaru (L'Huillierův vzorec)

$$2 \cdot P = \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot (x_{i-1} - x_{i+1}) \tag{14}$$

nebo

$$2 \cdot P = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot (y_{i+1} - y_{i-1}). \tag{15}$$

Obecně platí

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot y_{i+1} - x_{i+1} \cdot y_i), \tag{16}$$

kde n je počet vrcholů,

$n+1=1$.

L'Huillierův vzorec lze použít pouze pro jednoduché plochy, jehož strany se nekříží.

Návrhy případů pro testování

Speciálním případem může být čtverec, či obdélník se stranami ve směru os nebo obrazec typu osmička, kdy je jeden bod společný pro čtyři strany. Návrhy jsou uvedeny v příloze 2.

5.1.3 Průsečík přímky s kružnicí

Existují tři různé vzájemné polohy přímky a kružnice. Přímka neprotíná kružnici v žádném bodě, mají společný jeden bod (tečna) nebo mají body společné dva (sečna). Pro tuto úlohu může být využito analytické řešení, lze však použít i řešení s využitím jednoduchých geodetických úloh.

Přímka je dána dvěma body, kružnice je dána středem a poloměrem nebo 3 body.

<u>Kružnice dána 3 body</u>

Středová rovnice kružnice vypadá

$$(x - x_S)^2 + (y - y_S)^2 = r^2. \tag{17}$$

Neznámé jsou souřadnice středu kružnice x_S, y_S a její poloměr *r*. Obecná rovnice kružnice má poté tvar

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0, \tag{18}$$

kde $D = -2x_S$,

$E = -2y_S$,

$F = x_S^2 + y_S^2 - r^2 = \frac{1}{4}(D^2 + E^2) - r^2.$

Souřadnice středu kružnice jsou $x_S = -\frac{D}{2}$, $y_S = -\frac{E}{2}$ a poloměr $r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 - 4F + E^2}$.

Kružnice je jednoznačně určena 3 body (*1*,*2*,*3*) se známými souřadnicemi. Neznámé koeficienty $x = (D, E, F)^T$ se řeší soustavou tří lineárních rovnic. Jejich maticový zápis je

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D \\ E \\ F \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 \\ x_2^2 + y_2^2 \\ x_3^2 + y_3^2 \end{bmatrix},$$
$$A \cdot x = b, \tag{19}$$
$$x = A^{-1} \cdot b.$$

Determinant 3x3 matice soustavy A je roven dvojnásobku výměry trojúhelníka, jehož vrcholy jsou body určující kružnici (*1*,*2*,*3*)

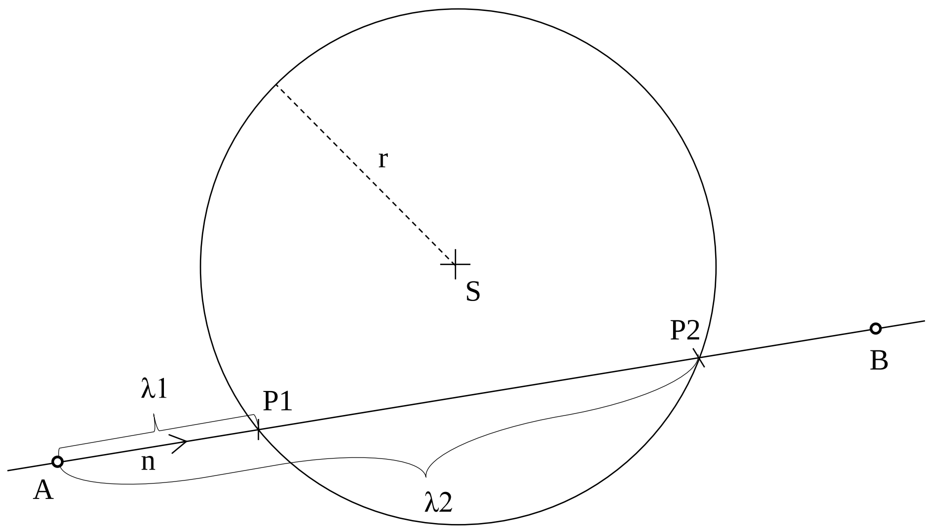
$$detA = 2P = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_3). \tag{20}$$

Inverzní matice

$$A^{-1} = \frac{1}{det\ A} \cdot \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & -(y_1 - y_3) & y_1 - y_2 \\ -(x_2 - x_3) & x_1 - x_3 & -(x_1 - x_2) \\ x_2y_3 - x_3y_2 & -(x_1y_3 - x_3y_1) & x_1y_2 - x_2y_1 \end{bmatrix}. \tag{21}$$

Pro určení kružnice je důležité zvolit body s vhodným rozložením. Pokud jsou body téměř v přímce, bude výpočet parametrů kružnice méně přesný.

Průsečík přímky s kružnicí: 1. analytické řešení (obr. 9)



Obr. 9 Průsečík přímky s kružnicí – Analytické řešení

Vektorová rovnice přímky daná body *A*, *B*

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{n},$$
$$\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} cos\ \sigma_{AB} \\ sin\ \sigma_{AB} \end{pmatrix}, \tag{22}$$

kde $\cos \sigma_{AB} = \frac{\Delta X_{AB}}{s_{AB}}$,

$\sin \sigma_{AB} = \frac{\Delta Y_{AB}}{s_{AB}}$.

Dosazení do vzorce (17) a po úpravě

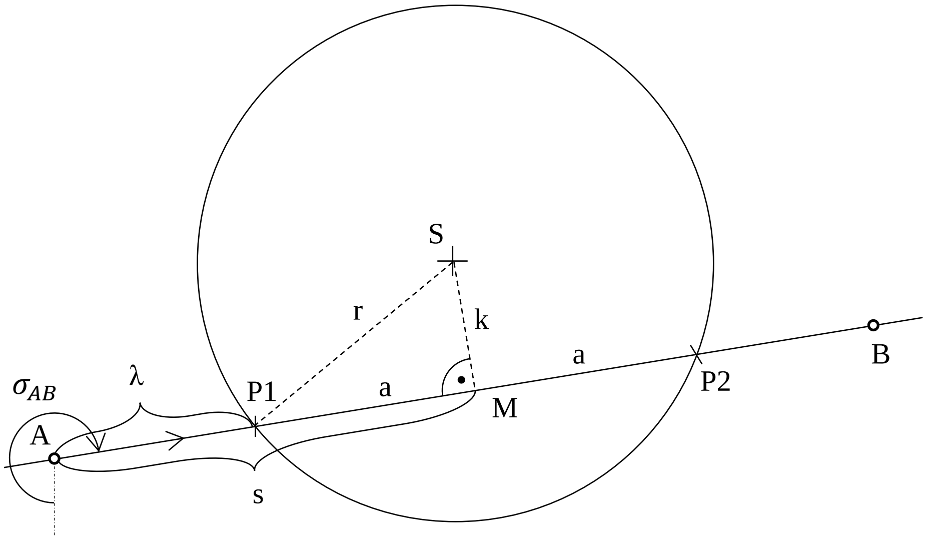
$$(x_P - x_s)^2 + (y_P - y_s)^2 = r^2,$$
$$(x_A + \lambda \cdot \cos \sigma_{AB} - x_s)^2 + (y_A + \lambda \cdot \sin \sigma_{AB} - y_s)^2 = r^2,$$
$$\left(\lambda^2 \cdot cos^2\sigma_{AB} - 2 \cdot \lambda \cdot \Delta X_{AS} \cdot \cos \sigma_{AB} + \Delta X_{AS}{}^2\right) +$$
$$+\left(\lambda^2 \cdot sin^2\sigma_{AB} - 2 \cdot \lambda \cdot \Delta Y_{AS} \cdot \sin \sigma_{AB} + \Delta Y_{AS}{}^2\right) = r^2.$$

Vznikne kvadratická rovnice

$$\lambda^2 - 2 \cdot \lambda(\Delta X_{AS} \cdot \cos\sigma_{AB} + \Delta Y_{AS} \cdot \sin\sigma_{AB}) + {S_{AS}}^2 - r^2 = 0. \qquad (23)$$

Je-li diskriminant kladný, existují dva průsečíky, pokud je nulový, řešením je dvojnásobný kořen, tedy tečna. Pokud je záporný, průsečík neexistuje. Dosazením do vzorce (22) budou vypočteny body P1 a P2.

<u>Průsečík přímky s kružnicí: 2. geodetické řešení</u> (obr. 10)



Obr. 10 Průsečík přímky s kružnicí – Geodetické řešení

Transformační rovnice pro střed kružnice jsou

$$\Delta X_{AS} = s \cdot cos\sigma_{AB} - k \cdot sin\sigma_{AB}, \qquad (24)$$

$$\Delta Y_{AS} = s \cdot sin\sigma_{AB} + k \cdot cos\sigma_{AB}, \qquad (25)$$

kde *k* je kolmice na *AB*.

Z nich je podle *Cramerova pravidla* odvozena délka *k*

$$k = \frac{\begin{vmatrix} cos\sigma_{AB} & \Delta X_{AS} \\ sin\sigma_{AB} & \Delta Y_{AS} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} cos\sigma_{AB} & -sin\sigma_{AB} \\ sin\sigma_{AB} & cos\sigma_{AB} \end{vmatrix}}, \qquad (26)$$

$$k = \Delta Y_{AS} \cdot cos\sigma_{AB} - \Delta X_{AS} \cdot sin\sigma_{AB}.$$

Vzdálenost *s* (staničení) pak je

$$s = \frac{\begin{vmatrix} \Delta X_{AS} & -sin\sigma_{AB} \\ \Delta Y_{AS} & cos\sigma_{AB} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} cos\sigma_{AB} & -sin\sigma_{AB} \\ sin\sigma_{AB} & cos\sigma_{AB} \end{vmatrix}}, \tag{27}$$

$$s = \Delta X_{AS} \cdot cos\sigma_{AB} + \Delta Y_{AS} \cdot sin\sigma_{AB}.$$

Z pravoúhlého trojúhelníka *P1*, *M*, *S* se Pythagorovou větou určí délka a

$$a = \sqrt{r^2 - k^2}. \tag{28}$$

Délka λ je vypočtena jako

$$\lambda = s - a. \tag{29}$$

Souřadnice průsečíků *P1* a *P2* se pak vypočtou jako bod na přímce. Z velikosti úsečky *k* je zřejmé, kolik existuje průsečíků (tab. 5).

Tab. 5 Počet průsečíků přímky s kružnicí

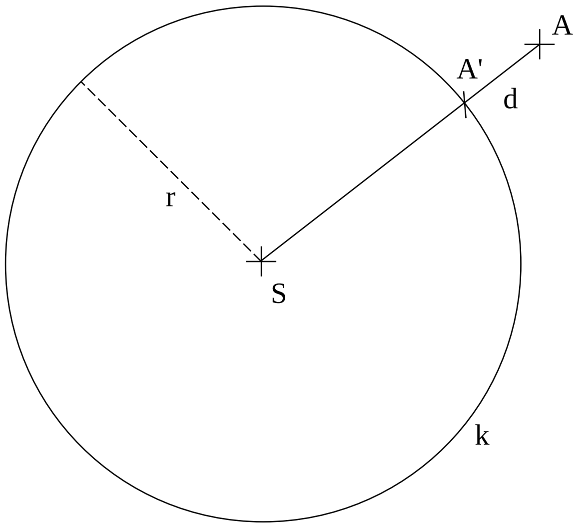
Velikost úsečky *k*	Počet průsečíků
$k < r$	2
$k = r$	1
$k > r$	0

Návrhy případů pro testování

Je dobré otestovat všechny možné případy výpočtu (sečna, tečna, bez průsečíku). Pro testování je vhodný případ, kdy přímka prochází středem kružnice (*k* = 0) nebo pokud je přímka rovnoběžná s osou X (resp. Y), jak je uvedeno v příloze 3.

5.1.4 Průmět bodu na kružnici

Je dána kružnice k a bod A. Bod se na kružnici promítne pomocí přímky spojující střed kružnice a daný bod. Průmět leží v místě průsečíku přímky a kružnice, kde je vzdálenost bodu od kružnice nejmenší (obr. 11).



Obr. 11 Průmět bodu na kružnici

Vzdálenost bodů od kružnice d se vypočte

$$d = r - \sqrt{(x_i - x_S)^2 + (y_i - y_S)^2}. \tag{30}$$

Pokud vyjde vzdálenost d kladná, je bod uvnitř kružnice, pokud záporná, leží bod vně kružnice, při $d = 0$, bod leží na kružnici.

Souřadnice bodu A' se spočtou jako

$$x_{A'} = x_S + (r + d) \cdot cos\sigma_{SA},$$
$$y = y_S + (r + d) \cdot sin\sigma_{SA}. \tag{31}$$

<u>Návrhy případů pro testování</u>

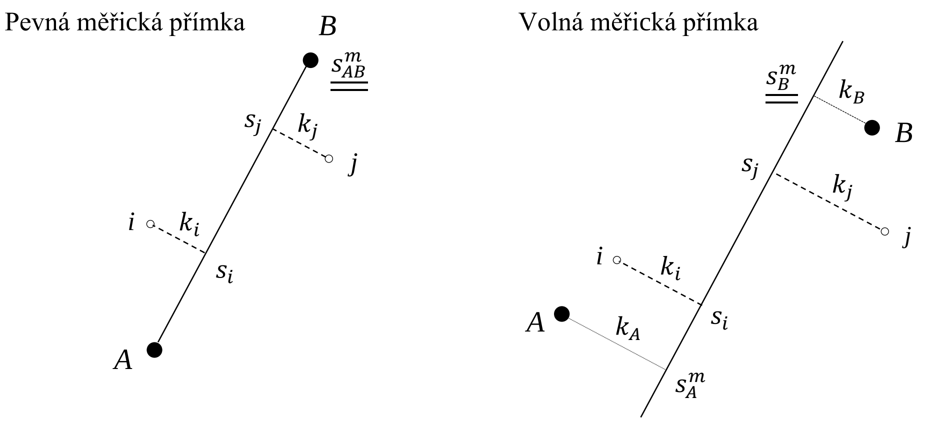
Pro testování by se měly zvolit body uvnitř i vně kružnice. Speciálním bodem je střed kružnice, kdy není řešení jednoznačné, je jím celá kružnice (příloha 4).

5.2 Mezní odchylky

Mezní odchylka je podle [9] definována jako největší přípustná odchylka měření. Obvykle se stanovuje jako násobek směrodatné odchylky, odpovídá zvolenému součiniteli konfidence nebo je definována legislativním či normativním předpisem. Může také jít o maximální možný rozdíl mezi měřenou hodnotou a příslušnou hodnotou, například délka mezi dvěma body měřená v terénu a vypočtená ze souřadnic.

5.2.1 Ortogonální metoda

Při ortogonální metodě je podle [7] poloha bodu dána pravoúhlými souřadnicemi, staničením a kolmicí. To vše vzhledem k měřické přímce (obr. 12).



Obr. 12 Pevná a volná měřická přímka

Staničení *s* je vodorovná spojnice počátečního bodu přímky k patě kolmice, která je na měřickou přímku spuštěna z podrobného bodu. Kolmice *k* je vodorovná délka spojnice podrobného bodu a paty kolmice, orientace od přímky se určuje znaménkem, vpravo ve směru staničení je + a kolmice vlevo -.

Pevná měřická přímka prochází danými body *A* a *B* (počáteční a koncový bod). K výpočtu souřadnic podrobných bodů se využije transformačních rovnic. Pomocná soustava se zvolí s počátkem v bodě *A*, osa *X* je orientována s měřickou přímkou.

Volná měřická přímka je dána body *A* a *B*, které ovšem neleží na měřické přímce. Mezi danými body *A*, *B* nemusí být přímá viditelnost. Výpočet se řeší obdobně jako u pevné měřické přímky, pomocí podobnostní transformace. Pomocná soustava se zvolí tak, že polopřímka *X* je orientována se směrem staničení.

Návrhy případů pro testování

Podle vyhlášky *č. 356/2013 Sb.* dostupné z [10] nesmí být při použití ortogonální metody délka kolmice větší než 3/4 délky příslušné měřické přímky. Jednoduchými měřickými pomůckami lze přímku prodloužit maximálně o 1/3 její délky. Největší přípustná kolmice, bez ohledu na délku měřické přímky, je 30 m.

Pro kontrolu by bylo vhodné zvolit případy přesahující mezní hodnoty dané vyhláškou. Dále je možné zadat podrobný bod před počátečním bodem měřické přímky, za koncovým bodem přímky a ověřit správnost určení kolmice vpravo nebo vlevo od měřické přímky.

5.2.2 Polární metoda

Polární metoda je způsob měření polohopisu. Body jsou určovány pomocí měřených směrů a délek. Může být měřeno z pevného stanoviska, kdy jsou známy jeho souřadnice, nebo z volného polárního stanoviska. V obou případech jsou ze stanoviska měřeny směry a délky na známé i podrobné body. U volného stanoviska je nutné nejprve určit jeho souřadnice pomocí zaměřených orientací. Poté jsou vypočteny nové body.

Podle [10] musí být na pevném stanovisku provedena orientace nejméně na dva body polohových bodových polí nebo na pomocné body, alespoň na jeden z nich se měří také délka, výjimku tvoří jen orientace na dva trvale signalizované nepřístupné body. Jde-li o volné polární stanovisko, musí být zaměřeny nejméně dvě délky a dva vodorovné směry, úhel mezi směry na dva dané body musí být v rozmezí 30 gon až 170 gon. Vzdálenost určovaného bodu od stanoviska smí přesáhnout délku spojnice stanoviska s nejvzdálenější orientací nejvýše o jednu polovinu.

Návrhy případů pro testování

Při výpočtu orientací polární metodou nesmí být podle [10] překročena mezní hodnota opravy orientace (rozdíl vypočtenich směrníků ze souřadnic – rozdíl naměřených vodorovných směrů), která je 0,0800 gon.

6. Závěr

Cílem bakalářské práce bylo částečně otestovat novou verzi softwaru GROMA. Firmou *Geoline, spol. s.r.o.* byla poskytnuta data potřebná pro vyhotovení práce a navrženy funkce vhodné pro vymyšlení testů.

Nejprve bylo potřeba se zaměřit na jednotlivé výpočty a jejich odvození. Poté bylo nutné vyhledat v úlohách možné problémy, které by se mohly naskytnout při výpočtu v softwaru. Následně byly navrženy konkrétní případy vhodné pro otestování funkčnosti, některé z nich jsou společně s výsledky uvedeny v přílohách. Pro výsledky příkladů byly využity uvedené vzorce a dosavadní verze programu GROMA.

V nové verzi softwaru GROMA by bylo vhodné provést úpravy v rámci úlohy „Průsečík přímka – kružnice“. Program by mohl vypisovat souřadnice středu a poloměr kružnice. Výsledkem výpočtu jsou vždy dva body i v případě, kdy se jedná o tečnu, v tomto případě by mohly být vypsány souřadnice jen jednoho bodu. Dále by mohla být přidána možnost volby limitu, kdy je daná přímka sečnou a kdy je už tečnou, pomocí vzepětí. Například při přesnosti měření ± *5 mm*, by vzepětí menší než *5 mm* znamenalo, že program přímku vyhodnotí jako tečnu a výsledkem bude jeden bod. Pokud neexistuje žádný průsečík přímky a kružnice, mohla by být vypsána hláška, že průsečík neexistuje.

Pro nahlédnutí zaslaných unit testů byl zvolen volně dostupný software Microsoft Visual Studio. V programu GROMA se zobrazovaly soubory seznamů souřadnic a byly generovány protokoly výpočtů nevržených testů. Pro některé pomocné nebo kontrolní výpočty bylo využito systému MATLAB.

Testování pomocí využití unit testů má jisté opodstatnění. Lze se tak poměrně jednoduše vyvarovat chybám ve zdrojovém kódu. Jelikož se testují jen jednotky, je snazší nalézt chybu než při otestování spuštěním celého kódu (programu).

Seznam zdrojů

[1] SEHNAL, Jan. *GROMA* [online]. [cit. 2020-04-28]. Dostupné z: https://www.groma.cz/cz/

[2] *MATLAB: MathWorks – MATLAB* [online]. [cit. 2020-05-17]. Dostupné z: https://www.mathworks.com/products/MATLAB.html

[3] *Visual Studio 2019 IDE: Software pro programování ve Windows* [online]. [cit. 2020-05-09]. Dostupné z: https://visualstudio.microsoft.com/cs/vs/

[4] *Visual Studio Comunity* [online]. [cit. 2020-05-09]. Dostupné z: https://visualstudio.microsoft.com/cs/vs/community/

[5] *Úrovně provádění testů: Testování softwaru* [online]. [cit. 2020-05-11]. Dostupné z: http://testovanisoftwaru.cz/metodika-testovani/druhy-typy-a-kategorie-testu/faze-testu/

[6] *Testovací nástroje v sadě Visual Studio* [online]. [cit. 2020-05-11]. Dostupné z: https://docs.microsoft.com/cs-cz/visualstudio/test/?view=vs-2019

[7] VOBOŘILOVÁ, Pavla a Zdeněk SKOŘEPA. *Geodézie 1, 2: (návody na cvičení)*. Vyd. 2. přeprac. V Praze: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-010-2869-0.

[8] Berechnung des Richtungswingels t ohne Quadrantenabfrage. *Zeitschrift für Vermessung*. 1990, (5), 193 – 195.

[9] *Slovník VÚGTK* [online]. [cit. 2020-05-18]. Dostupné z: https://www.vugtk.cz/slovnik/termin.php?jazykova_verze=cz&tid=7493&l=mezni-odchylka

[10] ČESKÝ ÚŘAD ZEMĚMĚŘICKÝ A KATASTRÁLNÍ. *Návod pro obnovu katastrálního operátu a převod* [online]. 2015 [cit. 2020-05-22]. Dostupné z: https://www.cuzk.cz/Predpisy/Resortni-predpisy-a-opatreni/Navody-CUZK/Navod_150150022.aspx

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam příloh

Příloha 1: Směrník

<u>Protokoly z programu GROMA</u>

1. kvadrant

```
SMĚRNÍK A DÉLKA
====================
            Bod            Y            X         Z  Kv.  Popis
---------------------------------------------------------------------
           5002   740000.000  1040000.000    100.00
           5003   740027.240  1040074.020     98.04
---------------------------------------------------------------------
Směrník:  22.4489g   Délka:   78.873m    Převýšení:    -1.96m
Sklon  :  -1.5817g   Šikmá:   78.898m    Spád     : -2.485%
```

2. kvadrant

```
SMĚRNÍK A DÉLKA
====================
            Bod            Y            X         Z  Kv.  Popis
---------------------------------------------------------------------
           5002   740000.000  1040000.000    100.00
           5004   740327.240  1039034.025    105.10
---------------------------------------------------------------------
Směrník: 179.2059g   Délka: 1019.899m    Převýšení:     5.10m
Sklon  :   0.3183g   Šikmá: 1019.912m    Spád     : 0.500%
```

3. kvadrant

```
SMĚRNÍK A DÉLKA
====================
            Bod            Y            X         Z  Kv.  Popis
---------------------------------------------------------------------
           5002   740000.000  1040000.000    100.00
           5005   739527.601  1039034.025     97.52
---------------------------------------------------------------------
Směrník: 228.9560g   Délka: 1075.299m    Převýšení:    -2.48m
Sklon  :  -0.1468g   Šikmá: 1075.302m    Spád     : -0.231%
```

4. kvadrant

```
SMĚRNÍK A DÉLKA
====================
            Bod            Y            X         Z  Kv.  Popis
---------------------------------------------------------------------
           5002   740000.000  1040000.000    100.00
           5006   739527.601  1040234.052     95.91
---------------------------------------------------------------------
Směrník: 329.2848g   Délka:  527.201m    Převýšení:    -4.09m
Sklon  :  -0.4939g   Šikmá:  527.217m    Spád     : -0.776%
```

Přímka ve směru X

```
SMĚRNÍK A DÉLKA
====================
            Bod            Y            X         Z  Kv.  Popis
--------------------------------------------------------------------
           5002   740000.000  1040000.000    100.00
           5007   740000.000  1040234.052     95.91
--------------------------------------------------------------------
Směrník:   0.0000g   Délka:  234.052m    Převýšení:    -4.09m
Sklon  :  -1.1124g   Šikmá:  234.088m    Spád     : -1.747%
```

```
SMĚRNÍK A DÉLKA
====================
            Bod            Y            X         Z  Kv.  Popis
--------------------------------------------------------------------
           5002   740000.000  1040000.000    100.00
           5008   740000.000  1039851.052     95.91
--------------------------------------------------------------------
Směrník: 200.0000g   Délka:  148.948m    Převýšení:    -4.09m
Sklon  :  -1.7477g   Šikmá:  149.004m    Spád     : -2.746%
```

Přímka ve směru Y

```
SMĚRNÍK A DÉLKA
====================
            Bod            Y            X         Z  Kv.  Popis
--------------------------------------------------------------------
           5002   740000.000  1040000.000    100.00
           5009   740127.601  1040000.000     95.91
--------------------------------------------------------------------
Směrník: 100.0000g   Délka:  127.601m    Převýšení:    -4.09m
Sklon  :  -2.0399g   Šikmá:  127.667m    Spád     : -3.205%
```

```
SMĚRNÍK A DÉLKA
====================
            Bod            Y            X         Z  Kv.  Popis
--------------------------------------------------------------------
           5002   740000.000  1040000.000    100.00
           5010   739527.601  1040000.000     95.91
--------------------------------------------------------------------
Směrník: 300.0000g   Délka:  472.399m    Převýšení:    -4.09m
Sklon  :  -0.5512g   Šikmá:  472.417m    Spád     : -0.866%
```

Skript z MATLABu

```
clc,clear
format long g
ro = pi/200;

souradnice = load('souradnice.txt');
Y = souradnice(:,2);
X = souradnice(:,3);
Y0 = 740000.000;
X0 = 1040000.000;

smernik = atan2((Y-Y0),(X-X0));
d0 = sqrt(((Y0-Y).^2)+((X0-X).^2));

smernik/ro
d0

ans =

          22.4489460859796
           179.20593327018
         -171.043983268792
         -70.7152202985493
                         0
                       200
                       100
                      -100



d0 =

          78.8731766825849
          1019.89887647009
          1075.29926803004
          527.201246114791
          234.052000000025
          148.947999999975
          127.601000000024
          472.398999999976
```

Pří záporném výsledku směrníku, nutné přičíst 400 gon.

Příloha 2: Výměry

Protokoly z programu GROMA

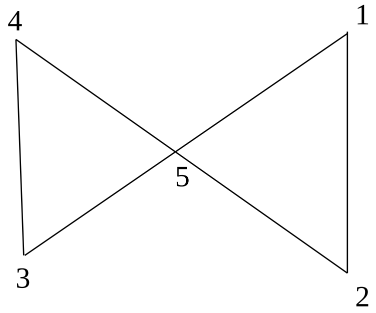
Obdélník

[95] VÝPOČET VÝMĚR
==================
Parcela:

Bod	Y	X	Kv.	Oměrná
1	739990.030	1039987.000		
2	739990.030	1040005.240		18.240
3	740013.002	1040005.240		22.972
4	740013.002	1039987.000		18.240
1	739990.030	1039987.000		22.972

Výměra: 419 m2
Obvod : 82.424 m

Bod 5 společný pro čtyři strany



[95] VÝPOČET VÝMĚR
==================
Parcela:

Bod	Y	X	Kv.	Oměrná
1	739990.030	1039987.000		
2	739990.030	1040005.240		18.240
5	740000.000	1040000.000		11.263
3	740013.002	1040005.240		14.018
4	740013.002	1039987.000		18.240
5	740000.000	1040000.000		18.386
1	739990.030	1039987.000		16.383

Výměra: 210 m2
Obvod : 96.530 m

Příloha 3: Průsečík přímky s kružnicí

Protokoly z programu GROMA

Sečna

```
PRŮSEČÍK PŘÍMKA-KRUŽNICE
========================
Definiční body kružnice:
            Bod             Y            X
-----------------------------------------
           5002   741058.020  1041000.000
           5003   741015.078  1041045.765
           5004   741007.862  1041015.535
-----------------------------------------

Definiční body přímky:
            Bod             Y            X
-----------------------------------------
            1.A   740995.698  1040999.730
            1.B   741009.905  1041000.552
-----------------------------------------

Průsečík:
            Bod             Y            X
-----------------------------------------
             p1   741061.688  1041003.548
             p2   741016.988  1041000.962
-----------------------------------------
```

Žádný společný bod

```
PRŮSEČÍK PŘÍMKA-KRUŽNICE
========================
Definiční body kružnice:
            Bod             Y            X
-----------------------------------------
           5002   741058.020  1041000.000
           5003   741015.078  1041045.765
           5004   741007.862  1041015.535
-----------------------------------------

Definiční body přímky:
            Bod             Y            X
-----------------------------------------
            2.A   741010.482  1040998.060
            2.B   741004.481  1041016.461
-----------------------------------------
```

Průsečík neexistuje (program GROMA nic nevypíše)

Tečna

```
PRŮSEČÍK PŘÍMKA-KRUŽNICE
========================
Definiční body kružnice:
            Bod            Y            X
-----------------------------------------
           5002   741058.020  1041000.000
           5006   740972.136  1041091.530
           5007   740969.313  1041002.823
-----------------------------------------

Definiční body přímky:
            Bod            Y            X
-----------------------------------------
            3.A   741028.850  1040972.630
           5002   741058.020  1041000.000
-----------------------------------------

Průsečík:
            Bod            Y            X
-----------------------------------------
             p1   741058.020  1041000.000
             p2   741058.019  1040999.999
-----------------------------------------
```

Příloha 4: Průmět bodu na kružnici

Kružnice je dána body 5004, 5006 a 5007. Promítány jsou body 5002 (vně kružnice), 5003 (uvnitř kružnice) a 5004 (na kružnici).

Protokol z programu GROMA

```
VYROVNÁNÍ BODU NA KRUŽNICI
==========================
Definiční body kružnice:
            Bod            Y            X
-----------------------------------------
           5004   741007.862  1041015.535
           5006   740972.136  1041091.530
           5007   740969.313  1041002.823
-----------------------------------------

Vyrovnávaný bod:
  Bod       Nové Y       Nové X  Kv.      Staré Y      Staré X    Vzdálenost
-----------------------------------------------------------------------------
  5002   741014.885  1041024.755        741058.020  1041000.000      49.733
  5003   741020.794  1041045.583        741015.078  1041045.765       5.719
  5004   741007.862  1041015.535        741007.862  1041015.535       0.000
```