



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ

Fakulta stavební

Katedra konstrukcí pozemních staveb

Numerické modelování stabilizace a zpevnování zděných konstrukcí historických objektů

Numerical Modelling of Stabilization and Strengthening
of Masonry Structures of Historical Buildings

DISERTAČNÍ PRÁCE

Ing. Aneta Libecajtová

Doktorský studijní program:

Stavební inženýrství

Studijní obor:

Pozemní stavby

Školitel:

prof. Ing. Jiří Witzany, DrSc. dr.h.c.

Praha, 2020



Prohlášení

Jméno doktoranda: Ing. Aneta Libecajtová, roz. Maroušková

Název disertační práce: Numerické modelování stabilizace a zpevnování zděných konstrukcí historických objektů

Prohlašuji, že jsem uvedenou disertační práci vypracovala samostatně pod vedením školitele prof. Ing. Jiřího Witzanyho, DrSc., dr.h.c.

Použitou literaturu a další materiály uvádím v seznamu použitých zdrojů.

Disertační práce vznikla v souvislosti s řešením projektů:

NAKI DF12P01OVV037: *„Progresivní neinvazivní metody stabilizace, konzervace a zpevnování historických konstrukcí a jejich částí kompozitními materiály na bázi vláken a nanovláken“*

a

NAKI DG16P02M055 – *„Vývoj a výzkum materiálů, postupů a technologií pro restaurování, konzervaci a zpevnování historických zděných konstrukcí a povrchů a systémů preventivní ochrany historických a památkově chráněných objektů ohrožených antropogenními a přírodními riziky“*,

jejichž řešitelem je prof. Ing. Jiří Witzany, DrSc. dr.h.c.

V Praze dne

podpis



Poděkování

Na prvním místě bych chtěla poděkovat mému školiteli prof. Ing. Jiřímu Witzanymu DrSc., dr.h.c. za podnětné diskuze o stavebních materiálech, za cenné rady a připomínky k této práci a za nové zkušenosti získané za celé období mého doktorského studia.

Dále bych ráda poděkovala všem svým kolegům za spolupráci.

Velký dík patří také mé rodině a přátelům, kteří mě při zpracování disertační práce podporovali. Speciální poděkování náleží mojí babičce Věře Frankové, která po celou dobu mého doktorského studia věřila v jeho zdárné zakončení.



Abstrakt

Disertační práce se soustředí na nalezení numerického přístupu pro výpočet zděných konstrukcí zatížených dostředným tlakem schopného predikovat výsledky experimentální zkoušky. Pro analýzu zdiva lze využít několika možných přístupů založených na mikro a makro modelech. Na základě rešerše odborné literatury jsou diskutovány jejich výhody a nevýhody a možná omezení využití a je vybrán nejvhodnější numerický přístup pro řešený problém. Pro popsání nelineární odezvy zděných konstrukcí na zatížení tlakem jsou použity tři typy materiálových modelů běžně používaných pro modelování kvazi křehkých materiálů. Pro detailní analýzu zděných pilířů je vybrán model, který dává nejlepší shodu s experimentálními zjištěními. K verifikaci numerického modelu byly využity provedené experimenty. Výpočty byly provedeny v konečně prvkovém programu Abaqus.

Disertační práce se zabývá analýzou nezesílených zděných pilířů a pilířů zesílených vnějším ovinutím pásy na bázi vysokopevnostních vláken. V práci jsou popsány faktory ovlivňující charakter porušení kamenných a cihelných nezesílených pilířů a je diskutován vliv odezvy zděných pilířů na zatížení tlakem na účinnost zesílení pomocí pásů vysokopevnostní tkaniny. V disertační práci je prezentován prostorový detailní mikro model cihelného nezesíleného a zesíleného pilíře. Řešený pilíř o rozměrech 0,3 x 0,3 x 1 m se skládá z 12 řad cihel plných pálených o rozměrech 300 x 140 x 65 mm spojených maltovými spárami o tloušťce 20 mm. Zatížení je aplikováno ve formě svislého posunu v hlavě pilíře. Zesílení je provedeno pomocí čtyř pásů o výšce 150 a 85 mm umístěných v hlavě, patě a ve třetinách výšky pilíře. Kontakt mezi zesílením a zdivem má velký vliv na účinnost zesílení a existuje několik možných způsobů, jak jej do výpočtu zahrnout. V této práci je zesílení modelováno za předpokladu dokonalé adheze. Jako konečné prvky pro zdicí prvky a maltové spáry jsou zvoleny lineární šestistěny s označením C3D8, pro diskretizaci zesílení jsou využity membránové prvky s označením M3D4.

Teoretické (numerické) a experimentální výsledky jsou vzájemně porovnány a na základě vzájemné komparace je diskutována efektivita zvoleného numerického přístupu. Zvolený přístup vykazuje dobré výsledky s experimentálními zjištěními ve smyslu pracovního diagramu napětí - přetvoření, velikosti mezního zatížení a charakteru porušení a lze ho tedy považovat za vhodný přístup pro simulaci zděných konstrukcí zatížených tlakem. Na základě experimentálních a teoretických zjištění jsou v práci formulovány poznatky o chování a vlastnostech zděných pilířů stabilizovaných či zesílených materiály na bázi vysokopevnostních vláken.

Klíčová slova: konečně prvková analýza; numerické modelování; zdivo; tlak; nelineární materiálové chování; pilíř; zesílení; FRP.



Abstract

The dissertation thesis focuses on finding a suitable numerical approach for analysis of compressed masonry structures capable of the prediction of experimental results. Several types of approaches based on micro- or macro-modelling can be applied on numerical analysis of compressed masonry structures. The advantages and disadvantages of these types of approaches are discussed and their limitations are described based on scientific literature. Three types of non-linear material models usually used for modelling of quasi brittle materials are mutually compared. The material model with best agreement with experimentally observed behaviour of masonry column under compressive load was chosen and was used for all other numerical simulations. An adopted numerical model of masonry column was verified based on experimental results. For all simulations the commercial software package Abaqus was used.

The dissertation thesis deals with analysis of unreinforced masonry (URM) columns and reinforced masonry (RM) columns by externally applied FRP sheets. Factors affecting a failure mechanism of compressed URM column are described and an influence of failure mechanism on efficiency of the strengthening is discussed. A three-dimensional micro-model of URM column and RM column is presented in this thesis. The column with dimension 0.3 x 0.3 x 1 m was constituted of twelve rows of solid burnt bricks with dimensions 300 x 140 x 65 interspersed by mortar joints with a thickness equal to 20 mm. RM column was wrapped by four external FRP sheets - in thirds of the column's height and at the column's top and bottom edge with the width of 150 mm and 85 mm respectively (the axial distance between FRP sheets was approx. 300 mm). Two steel plates were placed at the top edge and the bottom edge of masonry column through which the boundary conditions were applied. The load was applied in a form of vertical deformation on a steel plate at the top edge of masonry column. The adopted finite element mesh includes the 8-node first order continuum (solid) elements (C3D8) to model bricks and mortar. Membrane elements (M3D4) were used for FRP discretization. The reinforcement was modelled under the assumption of perfect adhesion between elastic FRP sheets and damageable masonry support.

Theoretical and experimental results are mutually compared and the efficiency of adopted numerical approach is discussed. The chosen numerical approach shows good agreement with experimental findings in a term of stress-strain curve, cracking pattern and value of ultimate load. Therefore it can be considered as a suitable tool for numerical simulation of masonry structures under compressive load. Justified conclusions about behaviour and properties of structures stabilized or strengthened by FRP wrapping are formulated based on experimental and theoretical findings.



The chosen approach based on micro-modelling, i.e. each masonry unit, mortar joints and FRP sheets are modelled separately with distinct material's parameters, has one important limitation. This approach requires high computational costs even for elements of small dimensions and can be adopted only for structural elements, eventually for a small part of structure. Using this approach of analysis of whole structure would result in a huge number of finite elements and there is no available hardware to solve it. It is expected to use the adopted model to compare response of RM columns for example for changing the dimension or number of FRP sheets.

Keywords: finite element analysis; numerical modelling; masonry; compression; non-linear material behaviour; column; reinforcement; FRP.



Obsah

MOTIVACE A CÍLE.....	10
KAPITOLA 1	
PROBLEMATIKA ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ.....	12
KAPITOLA 2	
SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ	16
2.1 Numerické modelování zděných konstrukcí	16
2.1.1 Mikro modelování	18
2.1.2 Homogenizační techniky	21
2.2 Odezva zdiva na zatížení tlakem.....	25
2.3 Shrnutí a výchozí předpoklady.....	27
2.4 Numerické modelování rozhraní zdivo – FRP	28
2.4.1 Předpoklad dokonalé adheze.....	30
2.4.2 Prvky rozhraní s nulovou tloušťkou.....	31
2.4.3 Volba numerického přístupu	34
KAPITOLA 3	
POPIS EXPERIMENTÁLNÍHO VÝZKUMU	35
3.1 Experimentální výzkum cihelných pilířů	35
3.1.1 Experimentálně zjištěná odezva nezesíleného cihelného pilíře na zatížení v tlaku.....	38
3.1.2 Experimentálně zjištěná odezva zesíleného cihelného pilíře na zatížení v tlaku	39
3.2 Experimentální výzkum kamenných pilířů	41
3.2.1 Experimentální výzkum kamenných pilířů z pravidelných zdicích prvků	42
3.2.2 Experimentální výzkum kamenných pilířů z nepravidelných zdicích prvků	43
3.3 Shrnutí experimentálních zjištění.....	44
KAPITOLA 4	
NUMERICKÁ ANALÝZA ZDĚNÝCH PILÍŘŮ	46
4.1 Zvolené metody řešení	46
4.1.1 Metoda konečných prvků	47
4.1.2 Typy konečných prvků.....	47
4.1.3 Výchozí předpoklady	48
4.1.4 Předpoklad lineárně elastického chování	52
4.1.5 Použité nelineární materiálové modely	52
4.1.6 Experimentální stanovení vstupních dat.....	60
4.1.7 Metody řešení nelineárních rovnic	69



4.2 Vliv mechanismu porušení zděných pilířů na účinnost zesílení ovinutím pásy na bázi vysokopevnostních vláken	73
4.2.1 Cihelné pilíře	73
4.2.2 Kamenné pilíře s pravidelnými zdicími prvky	78
4.2.3 Kamenné pilíře s nepravidelnými zdicími prvky	80
4.2.4 Shrnutí	83
4.3 Prostorový model cihelného pilíře	84
4.3.1 Předpoklad lineárně elastického chování	85
4.3.2 Nelineární odezva dostředně tlačných cihelných pilířů	103
4.3.3 Porovnání nezesíleného a zesíleného pilíře	112
KOMPARACE TEORETICKÝCH A EXPERIMENTÁLNÍCH VÝSLEDKŮ - SHRNU TÍ...	114
ZÁVĚR A DOPORUČENÍ DALŠÍHO VÝZKUMU	118
Výzkumné projekty	120
Literatura	121
Seznam použitých a citovaných norem	130
Seznam obrázků	131
Seznam tabulek	136
Seznam použitých programů	137
Seznam publikovaných prací	138



MOTIVACE A CÍLE

Velká část českého i celosvětového architektonického dědictví je tvořena zděnými konstrukcemi. Aby bylo možné toto architektonické dědictví dokládající postupný stavební a kulturní vývoj společnosti zachovat pro další generace, je nutné o něj pečovat. To mimo jiné vyžaduje porozumění charakteru odezvy zděných konstrukcí na zatížení, proto se výzkum historických zděných konstrukcí a možností jejich sanace, stabilizace a zesilování dostal v posledních několika letech **do popředí celosvětového výzkumného zájmu**. Nedílnou částí výzkumu zděných konstrukcí je jejich **teoretická (numerická) analýza**. Porozumění chování zděné konstrukce a rozšíření znalostí o vlastnostech používaných materiálů pomůže **předcházet chybně prováděným obnovám** a sanacím historických staveb.

Analýza zděných konstrukcí je náročný úkol, který je dán složitým charakterem zděných konstrukcí, jejich rozdílnou geometrií, složením zdiva z více typů materiálů, které samy o sobě mají **výrazný heterogenní charakter**, dále je to dáno rozdílností zdiva a jeho mechanických vlastností napříč kontinenty a stavebními slohy. Proto se převážná část dnešního výzkumu zabývá vždy konkrétní sestavou zděného prvku a konkrétními mechanickými vlastnostmi použitých komponentů, z čehož vyplývá, že takovéto výsledky **nemohou být aplikovatelné obecně**.

Disertační práce se soustředí na dostředně tlačené zděné prutové prvky s pravidelnou vazbou a pravidelnými zdicími prvky, které jsou tvořeny pouze dvěma složkami, okrajově jsou zde řešeny i nepravidelné zdicí prvky. V práci je podrobně řešena odezva cihelných pilířů na zatížení dostředným tlakem a změna této odezvy při aplikaci zesílení. Zesílení je aplikováno ve formě pasivního ovinutí pásy na bázi vysokopevnostních vláken na neporušené pilíře. Takovýto způsob stabilizace a případného zesílení konstrukce může být v inženýrské praxi žádoucí z důvodu změny statického schématu nebo navýšení zatížení objektu.

Cílem disertační práce je **nalézt vhodný numerický přístup pro analýzu tlačěných nezesílených a zesílených zděných konstrukcí** a ověřit jeho spolehlivost a případná omezení na základě experimentálních zjištění. Pro verifikaci numerických modelů byly použity publikované výsledky z experimentální části výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055, jejichž řešitelem je prof. Ing. Jirí Witzany, drSc. dr.h.c.

Dalším cílem této práce je pomocí teoretické analýzy **potvrzení experimentálních zjištění a prohloubení znalostí o charakteru odezvy zděných pilířů na zatížení dostředným tlakem**. Teoretická analýza poskytuje další informace o chování konstrukcí, které samotným experimentem zjistit nelze, např. jaký stav napětí uvnitř pilíře předchází porušení konstrukce, které nastalo při experimentech, nebo jaká je odezva konstrukce po dosažení mezního zatížení.



Zvolené metody k dosažení vytyčených cílů spočívají v nalezení **vhodného numerického přístupu**, vytvoření modelu v numerickém programu a ve **vzájemné komparaci teoretických a experimentálních výsledků**. Komparace a diskuze teoretických a experimentálních výsledků umožní formulování podložených poznatků o vlastnostech materiálů a o chování a odezvě nezesílených a zesílených zděných pilířů na zatížení dostředným tlakem.



KAPITOLA 1

PROBLEMATIKA ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ

Sanace historických konstrukcí představují rozsáhlou problematiku, která se týká různých typů konstrukcí a zahrnuje širokou škálu možných přístupů a používaných materiálů. Metody průzkumů prováděných v současnosti významně rozšířily možnosti poznání historických konstrukcí. V posledních několika letech byly objeveny a zkoumány nové materiály a techniky konzervace a sanace, díky nimž vznikají nové možnosti, jak zachovávat a opravovat naše architektonické dědictví.

Zděné konstrukce tvoří převážnou část architektonického dědictví, a proto představují významnou oblast problematiky sanací historických konstrukcí. Více než 70 % stavebního fondu potřebného pro rozvoj společnosti v 21. století je již vybudováno [1]. Tyto objekty mohou být plně využívány, ale je nutné je **udržovat a přizpůsobovat novým podmínkám a požadavkům**, které jsou dané změnou užívání, potažmo změnou zatížení a změnou platných norem. Údržbě, sanaci a obnově historických nejenom zděných staveb se proto dostává významné **pozornosti od výzkumných pracovišť celého světa**. Výzkum je zaměřen především na diagnostiku, stanovení **reziduální únosnosti a stabilizaci a zesílení** zděných konstrukcí, dále na nalezení řešení narůstajících požadavků na spolehlivost, funkčnost, energetickou náročnost a zdravotní nezávadnost staveb.

Spolehlivé stanovení reziduální únosnosti zděných konstrukcí **vyžaduje vyhodnocení vlastností použitých materiálů a určení jejich mechanických charakteristik**. Vzhledem ke složitému charakteru zděných konstrukcí je určení mechanických charakteristik zdiva složité a finančně i časově nákladné, navíc s velmi omezenou platností. Z tohoto důvodu je nutné ke stanovení reziduální únosnosti zděného pilíře přistupovat individuálně vždy s ohledem na výše zmíněné skutečnosti. Zděné konstrukce vykazují **velký rozptyl hodnot mechanických vlastností**. Tento rozptyl je ještě umocněn u historických konstrukcí, u kterých byly zpravidla použity nejednotné zdicí prvky, např. konstrukce ze smíšeného zdiva. Použité zdicí prvky byly obvykle různého druhu, velikosti a tvaru. Kvalita spojovacích materiálů se často lišila. Díky nehomogenitě, rozdílné vazbě zdiva (navíc zpravidla chybí informace o tom, jak vypadá zdivo uvnitř) a způsobu provedení zdiva dochází k dalšímu ovlivnění mechanických charakteristik. Zvýšená vlhkost zdiva spolu s chemickými, biologickými a fyzikálními degradačními procesy zdiva, stejně tak přítomnost vad a poruch, které se objevily během užívání konstrukce (což mohou být až staletí), způsobují v čase další změny mechanických vlastností složek zdiva. Otázkou potom zůstává, s jakou přesností lze vlastně stanovit základní vlastnosti zdiva jako je např. tlaková pevnost, jejíž znalost je potřebná při návrhu únosnosti zděného prvku v tlaku



dle platných norem, a další mnohem specifičtější vlastnosti, např. lomovou energii, které jsou často potřebné pro podrobnou analýzu odezvy zděné konstrukce na zatížení.

Současný postup při stanovení reziduální únosnosti zděných konstrukcí

Při stanovení reziduální únosnosti zděného prvku lze postupovat dle platných norem. Únosnost tlačeného zděného prvku (pilíře nebo stěny) se stanovuje dle *ČSN EN 1996-1-1 Navrhování zděných konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla pro vyztužené a nevyztužené konstrukce*. Do výpočtu charakteristické pevnosti zdiva v tlaku **vstupuje tlaková pevnost zdicích prvků a malty** a dále se ve vztahu uplatňuje součinitel zohledňující druh zdicích prvků a malty a zařazení zdicích prvků do skupin.

Pro přesné určení tlakové pevnosti složek zdiva je zpravidla nutné provést pevnostní zkoušky (destruktivní na lisu v laboratoři, případně na místě pomocí Kučerovy vrtačky), neboť rozptyl výsledků je díky variabilitě zdicích materiálů a způsobům zdění příliš velký na to, aby bylo možné počítat s jednoznačnou tabulkovou hodnotou platnou pro určitý druh zdiva.

Při výpočtu návrhové pevnosti stávajícího zdiva v tlaku se postupuje dle *ČSN ISO 13822 Zásady navrhování konstrukcí – Hodnocení existujících konstrukcí*. Podle této normy se při stanovení návrhové pevnosti stávajícího zdiva v tlaku uplatňuje čtveřice materiálových koeficientů zohledňujících vlhkost, vazbu a přítomnost trhlin v posuzovaném prvku. Ze způsobu stanovení pevnosti zdiva na základě různých koeficientů vyplývá, že vypočtená reziduální únosnost zděného prvku bývá často značně podceňována.

Stabilizace zděných konstrukcí

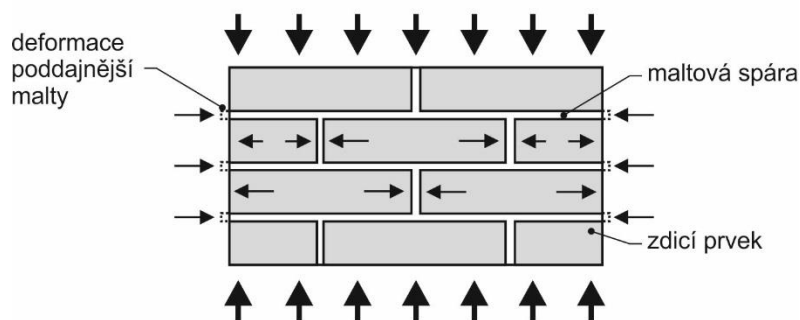
Dalším důležitým tématem dnešního výzkumu je stabilizace a zesilování nosných konstrukcí. Obecně se stabilizace a zesilování týká prvků namáhaným ohybem, smykem nebo tlakem. U zděných konstrukcí se nejčastěji se stabilizací setkáváme u prvků namáhaných tlakem. Existuje několik způsobů, jak jejich stabilizace či zesílení dosáhnout. V případě dostředně tlačených zděných konstrukcí lze ke stabilizaci a zesílení využít změnu statického schématu, zlepšení materiálových parametrů (injektáží), zvětšení průřezu a v případě prutových prvků ještě jejich ovinutí. Princip ovinutí tlačených zděných pilířů vychází z jejich mechanismu porušení. Mechanismus porušení tlačených zděných konstrukcí je **výrazně ovlivněn geometrií, velikostí a tvarem zdicích prvků, tloušťkou maltových spár, mechanickými vlastnostmi jednotlivých složek a v neposlední řadě vazbou zdiva a způsobem jeho provedení**.

Nejčastější příčinou porušování dostředně tlačených zděných pilířů před dosažením mezního zatížení je vznik a rozvoj převážně tahových trhlin způsobených **kontrakcí** a (na rozdíl od betonových



konstrukcí navíc ještě) **interakcí zdicích prvků a maltových spár**. Směr tahových trhlin u zděných pilířů odpovídá směru tlakových napětí. S porušením tlačného zdiva drcením se můžeme setkat nejčastěji lokálně v místech s velkou koncentrací tlakového namáhání, např. v místech uložení průvlaků, v patách klenebních oblouků apod.

Při zatížení běžného cihelného druhu zdiva svislou silou jsou zpravidla **tlaková (svislá) a tahová (vodorovná) přetvoření malty větší než přetvoření zdicích prvků** (obr. 1). Přetvoření malty ve zdivu je ale menší než přetvoření samotné malty – bez spolupůsobení se zdicími prvky [1, 2]. Pokud má malta velmi malou pevnost, je i vzájemné spolupůsobení malé, u běžných malt vzájemné spolupůsobení **výrazně ovlivňuje mechanismus porušení** tlačného cihelného pilíře. U malt s menší pevností než cihly dochází díky soudržnosti k **vzájemnému spolupůsobení** (interakci) materiálů. Malta, která je poddajnější (má menší modul pružnosti než cihly) a má větší svislé a i vodorovné deformace (má tendenci k většímu příčnému přetvoření), je příčně tlačena a způsobuje **přídavná příčná tahová namáhání** cihel. **Ovinutí** má za následek zachycení příčných tahových namáhání, a tím zabráňuje rozvoji vodorovných deformací a svislých tahových trhlin, čímž **přispívá ke stabilizaci a případně ke zvýšení únosnosti zděného pilíře v tlaku**.



Obr. 1: Vzájemná interakce zdicích prvků a maltových spár

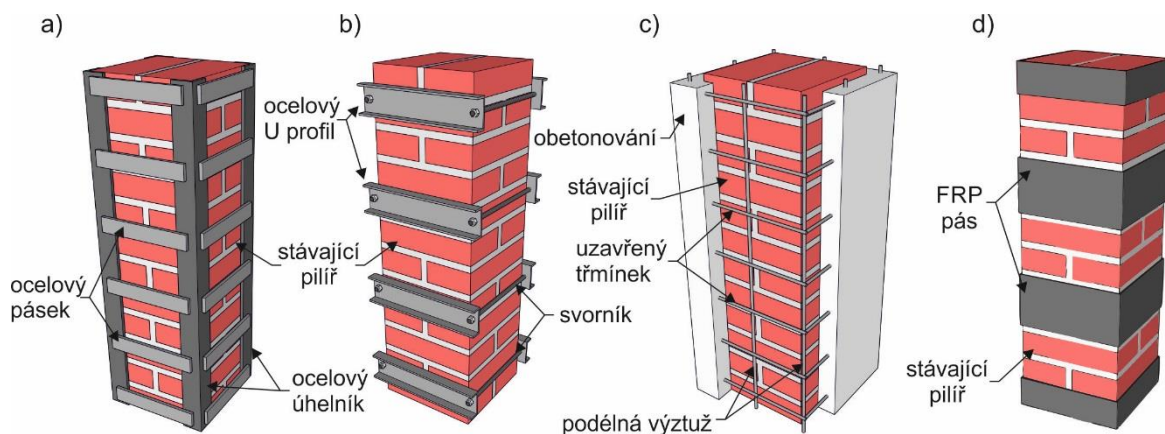
Kromě tradičních způsobů ovinutí (vytvoření ocelové objímky, obetonování ad.) v posledních několika letech nachází uplatnění při zesilování tlačných zděných pilířů **ovinití konstrukce tkaninou** na bázi vláknových kompozitů¹ (obr. 2). Ovinutí může být předepnuté nebo nepředepnuté. Vněst předpětí do zesilující konstrukce je složité, proto se většinou uplatňuje pasivní zesílení, tzn., že potřebuje ke své aktivaci vznik příčného přetvoření. Velkou výhodou tkanin na bázi vláknových kompozitů je to, že **k aktivaci vyžadují malá přetvoření**.

Dalšími výhodami FRP je **nízká hmotnost, velká tahová pevnost**, vysoký modul pružnosti v tahu, nízký součinitel teplotní roztažnosti (odolnost vůči změnám teploty) a vysoká únavová odolnost.

¹ S vláknovými kompozity se často setkáváme pod zkratkou FRP. Zkratka FRP vychází z anglického názvu pro vláknové kompozity „fibre reinforced plastic“ nebo „fibre reinforced polymer“.



Vláknové kompozity nepodléhají korozi, odolávají chemickým látkám a jejich aplikace ve stavebnictví je potenciálně reversibilní [3]. Tyto vlastnosti mají za následek **široké možnosti a velkou efektivitu využití kompozitů** pro zesilování a stabilizaci nosných konstrukcí. Mezi nedostatky vláknových kompozitů lze zařadit téměř nulovou oblast plastického chování a malou smykovou pevnost v příčném směru, které mohou mít za následek předčasné roztržení kompozitu.



Obr. 2: Schematické příklady zesílení zděného pilíře – ocelové opláštění (a), sepnutí ocelovými U profily a svorníky (b), obetonování (c), ovinutí FRP pásy (d)

Ve stavebnictví se vláknové kompozity používají nejčastěji ke **stabilizaci a zesilování nosných prvků**, případně se ještě lze setkat s použitím FRP sítí, textilií nebo tkanin jako výztuž cementových prvků malé tloušťky. Aplikace probíhá na povrchu konstrukce, případně v drážkách těsně u povrchu zdiva, a díky malé tloušťce vláknového kompozitu nedochází ke změně geometrie ani vzhledu konstrukce (splnění principů současných sanačních metod), což u většiny tradičních metod zesilování zděných konstrukcí nelze zajistit. Aplikace na povrchu konstrukce ale vylučuje použití vláknových kompozitů pro stabilizaci či zesílení zděné konstrukce opatřené historicky cennou omítkovou úpravou.

Pro správný návrh stabilizace či zesílení zděné konstrukce je nutné porozumět chování konstrukce před a po zesílení. K tomu přispívá využití moderních metod analýzy zděných konstrukcí, které jsou založeny na **numerickém modelování**.



KAPITOLA 2

SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ

Pro správný návrh stabilizující nebo zesilující metody je nutné porozumět chování zděné konstrukce. Numerické modelování dopomáhá k lepšímu porozumění chování zděné konstrukce a vhodnému návrhu sanace. V této kapitole jsou řešeny numerické přístupy používané pro analýzu zděných konstrukcí. V další části jsou uvedeny konkrétní ukázky numerických analýz zděných konstrukcí nalezených ve vědecké literatuře včetně popisu dosažených výsledků. Na základě zjištěného jsou v závěru diskutovány výhody a omezení jednotlivých numerických přístupů a vhodnost jejich využitelnosti pro analýzu dostředně tlačných zděných pilířů řešenou v této práci. V závěru kapitoly jsou popsány numerické přístupy používané pro modelování zesílení FRP pásy.

2.1 Numerické modelování zděných konstrukcí

Zdivo lze považovat za **heterogenní, anizotropní² a kvazikřehký³** materiál skládající se ze dvou složek – **zdicích prvků a malty**. Jeho heterogenita je převážně způsobena složením ze dvou (někdy i více) materiálů s odlišnými mechanickými vlastnostmi. Zdicí prvky a malta mají často samy o sobě velmi heterogenní charakter, který celkovou heterogenitu zdiva ještě umocňuje. Další vlivy, jako jsou degradace zdiva, poškození, trhliny, **způsob a kvalita jeho vyzdění**, nadále přispívají k heterogenitě zdiva.

Silně heterogenní charakter zdiva není překážkou při výpočtech v běžné inženýrské praxi, kdy je zdivo považováno za homogenní materiál⁴ a kdy se projektant/statik za pomoci platných norem a použitých součinitelů pohybuje vždy na straně bezpečnosti a vypočtená únosnost zdiva bývá značně podceňována. Pokud ale chceme studovat podrobně chování konstrukce, heterogenita a velký rozptyl mechanických vlastností tento **úkol nesmírně ztěžuje**. V posledních několika letech bylo **navrženo několik možných přístupů** pro analýzu zděných konstrukcí zohledňujících požadovanou přesnost analýzy, časovou a finanční náročnost a v neposlední řadě náročnost na použitý software. Pokrok,

² Izotropní materiál je takový, který má ve všech směrech stejné vlastnosti. Za izotropní materiál můžeme pokládat ocel. Za anizotropní materiál je v běžné inženýrské praxi považováno dřevo. Jeho struktura se skládá z jednotlivých vláken orientovaných přibližně rovnoběžně, proto jsou jeho materiálové vlastnosti vždy uváděny dvojí – rovnoběžně s vlákny a kolmo na vlákna.

³ Na základě odezvy na tahové zatížení lze materiál rozdělit na křehký, kvazikřehký a tažný [4]. Porušování kvazikřehkého materiálu je spojeno se vznikem a šířením trhlin.

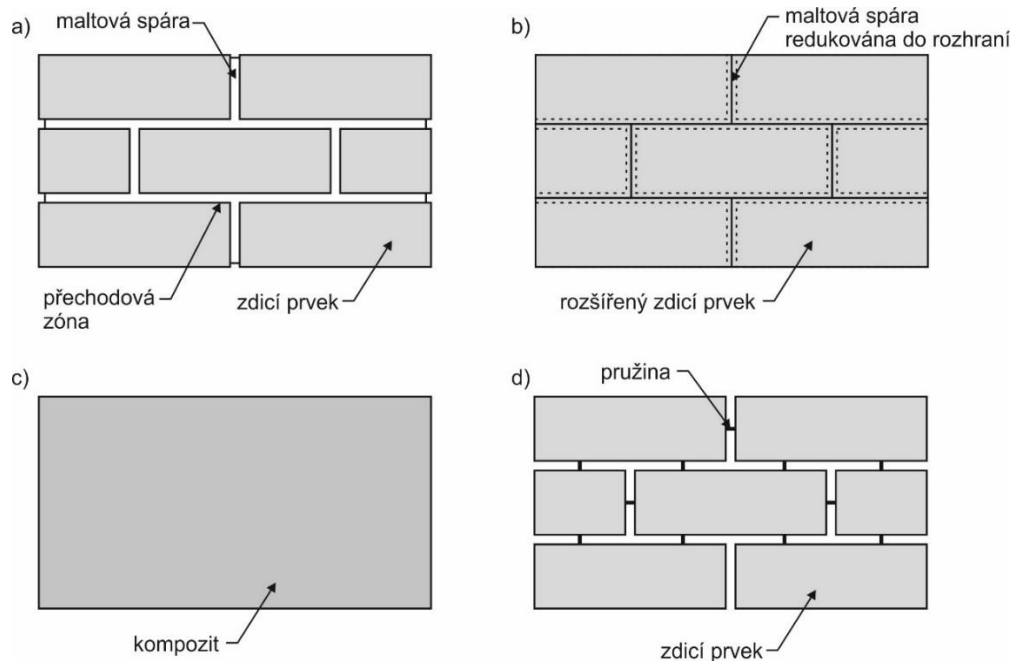
⁴ Homogenní materiál je takový, který má uniformní strukturu a v celém objemu stejné fyzikální vlastnosti. Za homogenní materiál se v běžné inženýrské praxi považuje ocel, ale také i beton. Na určitém měřítku ale nelze žádný materiál považovat za homogenní.



který proběhl v posledním desetiletí v počítačovém modelování, nám umožňuje **lépe poznat a popsat chování a mechanismus porušení** zděných konstrukcí, což může přispět i k upřesnění návrhových přístupů používaných v inženýrské praxi.

V současné odborné literatuře se lze setkat s několika různými typy teoretických analýz zděných konstrukcí – od těch nejjednodušších vycházejících z prutových modelů, přes rovinné analýzy až k použití složitých prostorových modelů. Lourenço v [5] rozděluje modelové strategie pro simulaci zděných konstrukcí takto (obr. 3):

- **detailní mikro model** – respektuje polohu a tvar jednotlivých komponentů zdiva (zdicích prvků a malty), jejich rozdílné mechanické vlastnosti a vlastnosti rozhraní,
- **zjednodušený (diskrétní) mikro model** (mezo model) – zdicí prvky jsou na každé straně rozšířeny o polovinu tloušťky maltové spáry a je definováno rozhraní mezi stejným materiálem,
- **makro model** – zdicí prvky, malta a rozhraní jsou modelovány jako homogenní materiál.



Obr. 3: Strategie modelování pro zděné konstrukce

První přístup je výpočetně nejsložitější. Je potřeba znát geometrii zdiva, aby zdicí prvky a maltové spáry byly výstižně definovány, tzn., odpovídaly reálné konstrukci. Stejně tak je popsáno rozhraní zdicí prvek – malta, které reprezentuje **potenciální místo poruchy**. Tento přístup umožní lepší porozumění lokálnímu chování zděné konstrukce a uplatňuje se zejména u řešení konstrukčních detailů, případně konstrukčních prvků.



V druhém přístupu je každý spoj sestávající se z malty a dvou rozhraní zdicí prvek – malta zjednodušen na spáru spojující „rozšířené“ zdicí prvky. Model umožňuje popsání vlastností rozhraní mezi zdicími prvky – rozhraní tedy tak stále reprezentuje potenciální místo poruchy. Přesnost výpočtu je menší, jelikož **nejsou uvažovány vlastnosti malty**.

Třetí přístup nebere v úvahu rozdílné vlastnosti zdicího prvku a malty, ale **popisuje zdivo jako homogenní anizotropní prostředí**. Zjednodušené modelování je významné, pokud je hledán kompromis mezi přesností a efektivitou, což z něj dělá vynikající nástroj pro využití v praxi.

V [6] Zhang et al. je uveden další možný typ modelu – mezo model, ve kterém zdicí prvky mají skutečnou velikost a tvar a vzdálenost mezi nimi reprezentují maltové spáry, které jsou modelovány jako pružiny (obr 3d).

Popsat chování zděné konstrukce pomocí numerické analýzy je **náročný úkol**, který po řešiteli požaduje širokou znalost problematiky. Řešená konstrukce je obvykle specifická, proto nelze předem stanovit zásady, jaký numerický přístup pro výpočet dané konstrukce použít. Záleží na rozhodnutí řešitele, které je ovlivněno několika faktory, např. požadovanou úrovní přesnosti výsledků, časovými a finančními náklady vynaloženými pro zjištění potřebných dat a v neposlední řadě zkušeností řešitele. Značné množství odborných příspěvků se zabývá porovnáním jednotlivých metod numerické analýzy a z nich získaných výsledků [7, 8, 9].

2.1.1 Mikro modelování

Geometricky a materiálově výstižné modely vyžadují zjištění velkého množství parametrů, jež nemusí být snadné určit. Požadované hodnoty jsou často velice specifické (např. lomová energie). **Nesprávná data** mohou zcela **znehodnotit použití přesného modelu**. Mnohdy navíc chybí potřebné podklady, jako je stáří objektu, stavební vývoj a změny provedené v konstrukci během jejího užívání. Únava materiálu, degradace, rozsáhlá poškození, nekvalifikované zásahy do konstrukce, cyklické zatížení vlhkostí a teplotou a v neposlední řadě nedostatek porozumění původnímu konstrukčnímu řešení – to vše ztěžuje získání spolehlivých dat, která jsou potřebná jako vstupy do numerického modelu. Je tedy vhodné volit takové modely, které poskytnou přesnější výsledky než základní inženýrské posudky, ale zároveň nebude nutné stanovovat obtížně zjistitelná vstupní data a model a výsledky z něj budou kontrolovatelné.

S využitím detailní analýzy pro zkoumání odezvy zděných konstrukcí se můžeme setkat v [10–14]. Vzhledem ke složitému mechanismu porušování tlačných zděných konstrukcí autoři v [10] modelují zdivo pomocí detailní 3D mikro analýzy v programu Diana. Vycházejí ze 4 rozdílných sestav zdiva,



vstupní parametry mění na základě rešerše odborné literatury a získané výsledky porovnávají s konkrétním experimentem. Studie se soustředí na numerickou predikci tlakové pevnosti zdiva složeného z cihel, které mají větší pevnost než malta a jsou méně poddajné. O rok později vydávají autoři studii nelineární mikro analýzy periodického zdiva [11]. Opět porovnávají více typů zděných konstrukcí, mění vstupní parametry a numerické výsledky porovnávají s experimentálními výsledky získanými z odborné literatury. Navržené modely jsou schopné s velkou přesností spočítat odezvu reálné konstrukce na zatížení tlakem. Navíc díky opakovaným změnám vstupních parametrů byla získána dobrá představa o citlivosti konstrukce a její odezvě na zatížení tlakem v závislosti na vstupních parametrech, které nebývají často brány v úvahu jako rozhodující – např. Poissonův součinitel malty. Autoři poukazují na fakt, že 3D modelování je rozhodující pro výpočty zděných konstrukcí kvůli **zohlednění trojosé napjatosti**.

Detailní mikro model pro zděnou stěnu zatíženou v rovině nebo z roviny v programu Abaqus využili D'Altri et al. v [12]. Zdicí prvky i malta jsou reprezentovány 3D solid prvky za předpokladu nelineárního materiálového chování. Rozhraní je popsáno pomocí tuho-soudržných prvků s nulovou tloušťkou na základě „penalty“ metody řízené Mohr-Coulombovým tahovým porušením (tension cut-off). Model rozhraní navržený D'Altri et al. s dostatečnou přesností odpovídá experimentálně dosaženým výsledkům pro cihelnou stěnu zatíženou v rovině i z roviny. Autoři v úvodu shrnují výhody a nevýhody numerických strategií používaných pro zdivo. Za zmínku stojí spojitý a diskrétní mikro model navržený Petraccou et al. v [13]. Tento model se od tradičního diskrétního mikro modelu liší tím, že neuvažuje v polovinách zdicích prvků (v návaznosti na styčné spáry) rozhraní, a tím **není vynucen vznik trhliny v tomto místě**.

Detailní mikro model pro nelineární analýzu zděné stěny a pilíře použili Sarhosis a Lemos v [14]. Numerický model porovnávají s experimentální zkouškou zděného pilíře zatíženého svislým posunem (tlakem) a získávají velice dobrou shodu mezi teoretickými a experimentálními výsledky ve smyslu mezního zatížení a závislosti napětí - přetvoření. Numerický model zobrazuje křehčí odezvu v porovnání s postupným změkčením při experimentu. Autoři dodávají, že by bylo možné pro lepší shodu upravit vlastnosti rozhraní zdicí prvek – malta.

Nelineární mezo model pro analýzu větších zděných celků využili Macorini a Izzudin v [7]. Navržený 3D model, ve kterém jsou zdicí prvky modelovány pomocí 20 uzlových solid prvků za předpokladu lineárně elastického chování doplněných o interface prvky s nulovou tloušťkou v polovině délky zdicích prvků pro zobrazení případných tahových nebo smykových trhlin a ve kterém jsou 16 uzlové interface prvky použité pro modelování rozhraní s nelineárním chováním, byl porovnán s několika experimenty nalezenými ve vědecké literatuře a dle dobré shody se navržený model jeví jako **efektivní nástroj pro simulaci větších zděných celků**. Autoři navíc porovnávají výpočetní časy



s dalšími přístupy a i přesto, že navržený model je velmi komplexní, jeví se jako přijatelný vzhledem k dosaženým výsledkům a ne příliš výraznému rozdílu ve výpočetním úsilí v porovnání s jinými (jednoduššími) přístupy.

Bejarano-Ureggo et al. v [8] porovnávají dvě numerické strategie pro zděnou stěnu zatíženou tlakem. Prvním je diskrétní mezo model se vznikem trhlin a druhým spojitý makro model se vznikem rozptýlených trhlin. U diskrétního modelu jsou maltové spáry redukovány do rozhraní a popsány interface elementy s nulovou tloušťkou a s nelineárním chováním. Cihly byly modelovány rozšířené o polovinu tloušťky maltových spár za předpokladu lineárně elastického chování. Navíc byly v návaznosti na styčné spáry umístěny nelineární interface prvky pro modelování potenciálních trhlin ve zdicích prvcích. Hlavním nedostatkem této strategie je **nemožnost zobrazení napjatosti v maltových spárách a nezohlednění trojosé napjatosti** způsobené vzájemnou interakcí zdicí prvky – malta. V případě makro modelu je zdivo modelováno jako homogenní anizotropní spojitý kompozit. Výhody této strategie jsou hlavně praktické, a to snížení výpočetního úsilí a času. Výsledky autoři porovnávají s experimentem – experimentální a teoretická závislost „síla – svislý posun“ vykazují podobný charakter, u makro modelu po dosažení mezního zatížení následuje změkčení, zatímco mezo model ukazuje jakousi duktilitu. Co se týče mezního zatížení, oba modely vykazují dobrou shodu s experimentem, makro model mezní zatížení lehce nadhodnocuje, zatímco mezo model podhodnocuje. Vodorovné deformace byly větší pro makro model, ve třetině zatěžovacího cyklu byl tento rozdíl 73 % a na konci zatěžování 12 %. Vodorovné deformace získané **z mezo modelu odpovídají více reálnému experimentu.**

S použitím DEM pro analýzu zděné konstrukce se dále můžeme setkat např. v [15–17]. Rozhodnutí redukovat maltové spáry na rozhraní, které jsou popsány pomocí interface prvků (obvykle s nelineárním chováním), značně zmenšuje výpočetní úsilí. S přihlédnutím ke geometrii zdiva skládající se z jednotlivých zdicích prvků a maltových spár, lze považovat tuto **strategii za vhodnou pro určité typy zdiva.** Vzhledem k tomu, že tato metoda obecně nebere v úvahu drcení zdiva, je vhodné ji použít pro zdivo se suchými spárami nebo s nízkou pevností rozhraní, kde se porušení objeví v maltě nebo na rozhraní zdicí prvek – malta s větší pravděpodobností než ve zdicím prvku, jako např. v [18].

Giordano, Mele a De Luca v [9] porovnávají rozdílné numerické techniky pro analýzu zdiva. Berou v úvahu tři možné přístupy. Prvním je standardní konečně prvková metoda (**FEM – Finite Element Method**), druhým konečně prvková metoda s využitím nespojitých prvků (**FEMDE – Finite Element Method with Discontinuous Elements**) a třetím diskrétní prvková metoda (**DEM – Discrete Element Method**). V případě FEM lze volit mezi mikromodelem – definice dvou materiálů, nebo makromodelem – homogenizace. V případě mikromodelu je největší nevýhodou velké množství

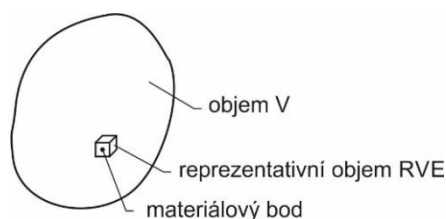


konečných prvku, což v podstatě neumožňuje použít mikro model pro analýzu celé konstrukce, resp. budovy. V případě makro modelu je potřebné najít vhodný homogenizační model schopný správně reprezentovat chování zdiva. Výhodou je, že takovýto model lze použít pro analýzu celé konstrukce. Při využití FEMDE jsou zdicí prvky modelovány pomocí konvenčních prvků, zatímco malta je simulována pomocí prvku rozhraní (interface elements). Nevýhodou je složité propojení sítě zdicích prvků se sítí spár ve 3D modelu. DEM je založena na principu velkých posunů (pro spáry) a malých přetvoření (pro zdicí prvky). Kontakty nejsou pevné, jako tomu bylo u FEMDE, takže během analýzy zdicí prvek může ztratit kontakt a vytvořit si nový. Hlavní výhodou této metody je možnost řídit posuny a určit mechanismus kolapsu konstrukce. Autoři porovnávají výsledky ze všech výše zmíněných metod a dokazují, že **všechny tři metody jsou schopny do určité míry popsat chování testované konstrukce** (pilíř zatížený svislým zatížením) jako celku.

2.1.2 Homogenizační techniky

Existuje několik možností, jak získat **homogenizované vlastnosti zdiva**. Ideálním postupem je **ověření chování malého vzorku zdiva v laboratoři** [19]. Vzhledem k tomu, že tento postup není v mnoha případech možný, byly řadou autorů zpracovány různé možnosti ke stanovení homogenizovaných vlastností zdiva.

K popsání heterogenního materiálu a jeho homogenizovaných vlastností slouží tzv. reprezentativní objemový element, anglicky Representative Volume Element (RVE). RVE (obr. 4) je nejmenší možný objem, který dokáže postihnout všechny charakteristiky tak, aby byl reprezentován celý prvek.



Obr. 4: Zobrazení reprezentativního objemu

Základním předpokladem **k získání homogenizovaných vlastností je pravidelná struktura**. Tento předpoklad nebývá často u historických zděných konstrukcí naplněn, jelikož byly obvykle používány kamenné zdicí prvky rozdílného druhu, nepravidelného tvaru a nestejně velikosti, u cihelných konstrukcí může dojít k nedodržení řádné vazby, a tím narušení pravidelné struktury. Dalším problémem je skutečnost, že pravidelnost větších zděných celků je narušována nutností používat různé vazby zdiva a také tím, že u nosných prvků (pilířů, zdí) se zpravidla nevystačí jen s jednou vrstvou cihel na tloušťku prvku, což je obtížné zahrnout do výpočtů.



Dalším předpokladem je, že velikost periodicky opakujícího se objemu (RVE) je mnohem menší než celková velikost konstrukce (konstrukčního prvku). U zdiva se ale v mnoha praktických příkladech setkáváme s tím, že tento předpoklad splněn není, neboť rozměry zdicích prvků nejsou zanedbatelné vůči rozměrům řešeného pilíře nebo stěny. I v některých těchto případech je možné použít metodu homogenizace, ale je třeba si uvědomit předpoklady, na kterých je teorie založena, a znát možné zdroje chyb a omezení daná použitou metodou [20].

U smíšeného zdiva na obr. 5a kvůli silné heterogenitě a neexistenci jakékoli opakující se struktury vyvstává otázka, zda je vůbec možné stanovit reprezentativní vzorek a na jeho základě určit mechanické vlastnosti zdiva. V případě stanovení mechanických vlastností na vybraném RVE, bude jejich platnost velice omezená – stanovené homogenizované vlastnosti pro vybraný výsek již nebudou platit na jiném místě. U zdiva z lomového kamene (obr 5b) lze najít částečnou pravidelnost. Jako možný přístup pro stanovení homogenizovaných vlastností se jeví vytipování několika míst (několika reprezentativních objemů), stanovení homogenizovaných vlastností a porovnání výsledků. Lze očekávat, že výsledky na vytipovaných místech se nebudou nijak výrazně lišit. Cihelné zdivo na obr. 5c má pravidelný periodický⁵ charakter, který umožňuje získat homogenizované vlastnosti zdiva s platností pro celý konstrukční prvek. V takovém případě RVE nazýváme periodickou buňkou, anglicky Periodic Unit Cell (PUC). Jedněmi z prvních autorů zabývajících se homogenizací pravidelného periodického zdiva byli Anthoine [21] a Urbanski et al. [22].



Obr. 5: Smíšené zdivo (a), nepravidelné lomové zdivo (b), pravidelné cihelné zdivo s vyznačením PUC (c)

Lourenço ve své práci [23] uvádí, že zdivo je kompozitní materiál složený ze zdicích prvků a malty, **zpravidla sestaven v pravidelné (periodické) struktuře**. Možným přístupem k zjištění homogenizovaných vlastností je shromáždit, porovnat a interpretovat rozsáhlá experimentální data. Dalším krokem je nalezení empirických vztahů, které korespondují s experimentálními daty. **Výsledky jsou ale omezeny na podmínky, ze kterých byly získány**, tzn. např., je-li provedena homogenizace pro smykovou stěnu, nelze získané vztahy použít pro geometricky totožnou stěnu zatíženou tlakem.

⁵ Periodický charakter znamená, že se struktura zdiva opakuje ve směru os zvoleného souřadného systému.



Techniky homogenizace jsou důležité v oblasti teoretického výzkumu zděných konstrukcí. Metoda, která by umožnila definovat konstitutivní vztahy pro zdivo z konstitutivních vztahů jednotlivých složek, by představovala **velký krok ve výpočtech zděných konstrukcí**. Znamenalo by to, že změna geometrie komponentů zdiva (např. velikost zdicích prvků a tloušťka maltových spár) by neměla za následek odlišný numerický model nebo nákladné experimenty [23].

Pande et al. (1989), Papa (1990), Pietruszczak a Niu (1992) využili dvoustupňové techniky homogenizace. Homogenizaci provádí ve dvou krocích a předpokládají se, že **zdivo je vrstvený materiál**, což podstatně zjednodušuje problém [23]. Pande et al. (1989) použil postup, ve kterém se v prvním kroku provádí **horizontální homogenizace** zdicích prvků a svislých maltových spár. Spáry jsou uvažovány jako spojité bez prokluzu mezi maltou a zdicím prvkem. Elastické vlastnosti materiálu jsou odvozeny z elastických vlastností malty a zdicích prvků. Ve druhém kroku se provádí **vertikální homogenizace** předtím homogenizovaného materiálu a vodorovných spár. Pande et al. (1989) bere v úvahu pouze lineárně elastické chování materiálu. Opačný postup použil Papa (1990), ten v prvním kroku použil vertikální homogenizaci zdicích prvků a svislých a ložných spár a ve druhém kroku použil horizontální homogenizaci. Lourenço v [23] uvádí, že u obou homogenizačních postupů bude dosaženo rozdílných výsledků v souladu s použitým postupem, což znamená, že tyto postupy **nejsou objektivní ani v oblasti lineárně pružné analýzy**. Je jen přirozené očekávat rostoucí rozdíly v nelineárním chování. Pietruszczak a Niu (1992) navrhují pro získání průměrných mechanických vlastností popsání vlivu styčných a ložných spár odděleně.

Pro řešení nelineárního chování zdiva přepracoval Lourenço v [23] jednu z prvních homogenizačních teorií navrženou Salomonem v roce 1986 pro pružné chování hornin [24]. Lourenço ve své práci [23] představuje novou maticovou formulaci, jež je schopna reprezentovat pružné i nepružné chování zdiva za předpokladu vrstveného materiálu.

Nelineární homogenizační technikou pro řešení problémů zděných konstrukcí se dále zabývají např. Quinteros, Oller, Nallim v [25]. Uvažují zdivo jako periodické pravidelně složené ze zdicích prvků a malty. Mechanické vlastnosti zdiva jako ortotropního homogenního materiálu určují na základě geometrických a mechanických vlastností komponentů zdiva. Za účelem popsání chování křehkého materiálu je autory uvažováno lineárně elastické chování zdicích prvků a pouze pro maltu model poškození s rozvojem a růstem trhlin.

Obdobně řeší nelineární homogenizaci periodického zdiva Sacco v [26]. Zdicí prvky jsou opět uvažovány jako lineární a pro maltu je vyvinut speciální nelineární model. Autor vychází z modelu rozhraní (interface) navrženého Alfaniem a Saccem (2006). Na základě RME (Representative Mortar Element) popisuje Sacco tři typy stavů, které mohou nastat v maltové spáře:



- malta je nepoškozená, v RME se neobjevují žádné mikrotrhliny;
- malta je částečně poškozená, RME obsahuje mikrotrhliny;
- malta je úplně poškozena, dochází k vývoji skutečné trhliny spojením mikrotrhlin.

Homogenizační metoda je poté navržena na základě principu superpozice a metody konečných prvků.

V roce 2016 řeší Addessi a Sacco [27] homogenizaci stěny s pravidelnou vazbou za předpokladu nelineárního chování obou komponentů zdiva – malty i zdicích prvků. Model pro homogenizaci zděné smykové stěny v nelineární oblasti navrhuje Zucchini a Lourenço v [28] a navržený model ověřují s experimentálními výsledky.

Milani v [29] popisuje jednoduchý **homogenizační model pro stěnu s pravidelnou vazbou**. Je použit zjednodušený mikro model s „rozšířenými“ zdicími prvky a spárami redukovanými do rozhraní s nulovou tloušťkou. V [30, 31] Milani představuje jednoduchou **nelineární homogenizační metodu, která zahrnuje změkčení materiálu**.

Existují i homogenizační techniky pro nepravidelné zdivo, např. v [32] přináší Milani a Lourenco **tuho-plastický homogenizační model** pro limitní analýzu zděných stěn uspořádaných v náhodné vazbě. Model vychází z předchozí práce autorů - zdicí prvky jsou nekonečně odolné, zatímco spoje jsou redukovány do rozhraní s třecím chováním a omezenou pevností v tahu a v tlaku. RVE je uvažován blok po bloku sestávající se z centrálního bloku a sousedících bloků propojených pomocí tuze-plastických rozhraní. Cluni a Gusella v [33] prezentují **homogenizaci zdiva s nepravidelnou vazbou**. Periodická buňka je zde nahrazena RVE, který umožňuje popsat historické typy zdiva. Autoři se odvolávají na homogenizační postupy, ve kterých se získávají homogenizované vlastnosti z vlastností zdicích prvků a malty (např. Mori a Tanaka (1973) navrhli homogenizační model zdiva s uvážením styčných spár definovaných jako ortotropní pružno-křehký materiál). Přístup navržený autory bere v úvahu lineární elastické vlastnosti obou komponentů zdiva (zdicích prvků a malty), stejně tak i tloušťku spár. Cluni a Gusella prezentují **metodu „test-window“**, při které jsou v prvním kroku zvoleny rozměry obdélníku, „test-window“ je potom umístěn na libovolné místo ve zdivu, které obsahuje obě jeho fáze (zdicí prvky i maltu). Následujícím krokem je stanovení tuhosti. Poté se vše zopakuje s jinou polohou „test-window“ a je spočtena průměrná elastická tuhost. V dalším kroku jsou určeny nové větší dimenze „test-window“ a opakovány předchozí kroky. Iterace se ukončí, když je odchylka dostatečně malá. Vyvinutá metoda je testována na skutečné zděné konstrukci **kvazi-periodického** charakteru.

Zeman a Šejnoha [34] získávají homogenizované efektivní vlastnosti nepravidelného zdiva na základě statisticky ekvivalentní periodické buňky (statistically equivalent periodic unit cell – SEPUC). Získané homogenizované vlastnosti použili pro numerickou 3D analýzu části Karlova mostu a získané



výsledky se shodují se současným poškozením konstrukce. O rok později se autoři zabývají podrobnou nelineární 3D analýzou vybraných částí Karlova mostu [35]. Uvažují 3 typy heterogenity na mezoúrovni – pravidelné pískovcové zdivo vnější strany kleneb, neperiodicky uspořádané pískovcové zdivo poprsních zdí a nepravidelné lomové kamenivo tvořící výplň. Výpočet byl proveden v programu ATENA, model byl zatížen vlastní tíhou, tlakem vody a změnami teplot. Trhliny získané z výpočetního modelu odpovídají reálnému poškození mostu. Autoři v závěru konstatují, že výpočetní homogenizace za předpokladu její validace experimenty v malém měřítku a inženýrský úsudek mohou poskytnout oprávněné vstupní parametry do výpočtu, aniž by bylo nutné provádět destruktivní experimenty velkých konstrukčních celků. Získáním homogenizovaných vlastností zdiva na základě modelu na tzv. mezoúrovni a jejich aplikací pro výpočet reálné konstrukce se můžeme setkat v [36–38].

2.2 Odezva zdiva na zatížení tlakem

Nejjednodušším používaným přístupem je **předpoklad lineárně elastického materiálu**. Pokud je potřeba modelovat nelineární chování zdiva, používají se modely vycházející z mechaniky poškození, pružnoplastické modely vyvinuté pro modelování betonu (např. Chen-Chenova podmínka) nebo modely pro kvazikřehké materiály často vycházející z Drucker-Pragerovy podmínky.

Nelineární chování materiálů je obecně popsáno podmínkami plasticity. Podmínka plasticity je plocha v prostoru napětí, která tvoří hranici mezi elastickým (pružným) a plastickým stavem napětí. Pokud se bod nachází uvnitř prostoru napětí, jeho namáhání je elastické, pokud se nachází na povrchu, jedná se o namáhání plastické – podmínky plasticity slouží k popisu přechodu z elastického do plastického stavu. Mezi nejpoužívanější podmínky plasticity pro materiály, které se vyznačují stejnou pevností v tahu i tlaku, jako jsou např. kovy, patří **Misesova a Trescova**⁶ podmínka plasticity. Pro beton a zeminy (materiály s vnitřním třením) se používá **Mohr-Coulombova** podmínka plasticity nebo **Drucker-Pragerova**. Podmínky plasticity lze zobrazit v prostoru - v souřadném systému hlavních napětí $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ nebo v deviatorické rovině. Pro materiály s pevností v tlaku a tahu stejnou (ocel a další kovy) se funkce zatěžování (plasticity) F přibližně rovná plastickému potenciálu G . Platí pro ně asociovaný (sdružený) zákon plastického přetváření ($F = G$). Tento zákon je ale zcela nevhodný předpoklad pro kvazikřehké materiály (zeminy, zdivo), protože značně přeceňuje dilatanci⁷ v důsledku smykového přetvoření. Navzdory faktu, že je zdivo považováno za křehký materiál, bylo ukázáno

⁶ Misesova podmínka plasticity může být také označována jako Huber-Mises-Henckyho podmínka plasticity a Trescovu podmínku lze najít i pod označením Tresca-de Saint Venantova podmínka plasticity.

⁷ Materiálová dilatace / kontratace je změna objemu v důsledku smyku (písek se v důsledku smyku hutní – kontratace, zhutněný písek se při působení obráceného smyku rozvolní – dilatace).



v současné literatuře, že lze adekvátních výsledků dosáhnout s předpokladem asociovaného zákona a použitím limitní analýzy [39–42].

Vhodným předpokladem pro zeminy a další kvazikřehké materiály je **neasociovaný zákon plastického přetváření**, kdy F se nerovná G a uvažuje se s materiálovou dilatancí / kontratací, deformačním změkčením a rozměrovým efektem – menší vzorky jsou odolnější než větší. Převodemeli Trescovu a Misesovu podmínku plasticity pro materiály s nestejnou pevností v tahu a tlaku, získáme z Misesovy podmínky tvaru válce kužel – Drucker-Pragerovu podmínku plasticity. Mohr-Coulombova podmínka plasticity vznikne obdobně – z šestibokého hranolu odpovídající Trescově podmínce plasticity v prostoru je získán šestiboký kužel.

Převážná většina studií zabývajících se analýzou zděných konstrukcí modeluje zdivo za předpokladu nelineárního materiálového chování [např. 8, 12, 14, 30, 31]. Nelineární úlohy obecně **komplikují řešení** a zvyšují složitost, a tím i časovou náročnost výpočtu. Přinášejí nové typy chování materiálu a konstrukce, které se u lineárních úloh neobjevovaly. Jejich řešení vyžaduje **více vstupních údajů**, jež je často problematické stanovit, a náročnější algoritmy. Nelineární úlohy vyžadují porozumění problému a širší **znalosti matematiky a mechaniky**. Jejich řešení je podstatně náročnější než u úloh lineárních, analyticky lze řešit jen velmi málo nejjednodušších případů a numerické řešení je složité a ne vždy musí existovat výsledek. Proto je třeba posoudit, zda pro řešený problém není dostačující použití lineárního modelu, který pracuje s materiálovými charakteristikami, které lze zpravidla stanovit s dostatečnou přesností.

Drucker-Pragerovo kritérium pro konečně prvkovou analýzu zděného sloupu využil např. Köksal et al. v [43]. Köksal odvozuje potřebné parametry z M-C modelu, které byly dohledány v literatuře (a které mohou být stanoveny experimentálně). S použitím Mohr-Coulombova kritéria pro popsání chování cihel a malty se můžeme setkat v [39, 44]. Numerické programy mívají implementovány zpravidla vlastní nelineární materiálové modely, např. program Atena používá plastický model s poškozením „Cementitious“, který vychází z Rankinovy podmínky plasticity. Pro numerickou simulaci zdiva bývá také využíván nelineární materiálový **model Concrete Damage Plasticity (CDP)** v programu Abaqus. S použitím tohoto materiálového modelu pro výpočet celých zděných konstrukcí se můžeme setkat v [45–47]. V [48] byla pomocí CDP modelu analyzována historická klenba v Jeruzalémě. Mrozek et al. v [49] pomocí CDP modelu popisují odezvu homogenizované smykové stěny. Pro detailní analýzu cihelného pilíře byl CDP model použit v [50]. Všichni autoři se shodují, že využitím tohoto nelineárního materiálového modelu byla nalezena dobrá shoda s experimentálními výsledky, případně popsáno stávající nebo možné budoucí porušení konstrukce.



2.3 Shrnutí a výchozí předpoklady

V [51] Zucchini a Lourenço udávají, že homogenizační techniky jsou mocným nástrojem pro strukturální **analýzu periodického uspořádání**. **Homogenizační techniky jsou vhodným nástrojem pro analýzu reálných zděných konstrukcí**, u kterých detailní analýza z důvodu obrovského množství konečných prvků prakticky není možná. Tento přístup značně snižuje náročnost výpočtu, ale neumožňuje analyzovat konstrukci v detailu a sledovat rozdíly v napětí na rozhraní zdicího prvku a malty.

Možnost sledovat rozdíly v napětí na rozhraní dvou materiálů dává **podrobná numerická analýza**, při které jsou jednotlivé komponenty zdiva, resp. kompozitního materiálu, výstižně určeny. Tento typ analýzy ale nelze použít pro simulaci celé konstrukce, a to z důvodu velkého počtu konečných prvků, resp. uzlových neznámých. Podrobná analýza je ale vhodným nástrojem pro **detailní popsání výseku konstrukce**, jako je pilíř, klenba apod. Ale i v těchto případech je třeba brát v potaz celkový počet konečných prvků, a pokud je to možné konstrukci zjednodušit, aby bylo sníženo výpočetní úsilí. Počet neznámých se dále odvíjí od rozhodnutí, zda budou použity lineární nebo kvadratické prvky. Pokud je řešena např. lokální koncentrace napětí, je možné použít v okolí očekávané koncentrace „přesnější“ prvky než na okrajích modelu, a tím zmírnit náročnost výpočetního modelu.

Využitelnost modelových přístupů se liší na základě požadované přesnosti analýzy řešené konstrukce. **Detailní mikro model** je v současnosti pravděpodobně **nejpřesnější nástroj** schopný simulovat skutečné chování zdiva v lineární i nelineární oblasti. Se správně zvoleným nelineárním materiálovým modelem umožňuje detailní mikro analýza dosažení velice **dobré shody s experimenty**.

Předmětem řešení této práce je podrobná analýza výseku konstrukce (zděných pilířů) a jejich zesílení pomocí ovinutí pásy na bázi vysokopevnostních vláken. Při analýze zděných konstrukcí, **modelování jejich porušení a jejich sanací** je třeba detailně popsat napjatost, určit vliv maltových spár a porozumět odezvě konstrukce na dané zatížení, což homogenizované vlastnosti a výpočty zděných konstrukcí užívaných při každodenní praxi neumožňují. Z těchto důvodů je **v této práci volena detailní mikro analýza**, která zajistí požadované výsledky. Odezva složek zdiva na zatížení je popsána pomocí **nelineárního materiálového modelu v kombinaci s lineárně elastickým chováním**. Porozumění a objasnění mechanismu porušení zděných pilířů, ke kterému zvolený typ analýzy významně dopomůže, umožňuje navrhnout vhodnou sanační, stabilizační nebo zesilující metodu, která prodlouží životnost historické a často výjimečné zděné konstrukce.



2.4 Numerické modelování rozhraní zdivo – FRP

V posledních cca dvaceti letech stále častěji nachází uplatnění zesilování nosných prvků vnějším ovitím pásy z vysokopevnostních tkanin. Studii účinnosti vnějšího zesílení, především betonových [52–55], dále zděných cihelných [3, 56–58], v menší míře kamenných [59–61] a dřevěných [62, 63] prvků, se věnují výzkumná pracoviště po celém světě. S vnější aplikací zesílení pomocí vláknových kompozitů se můžeme setkat u prvků namáhaných ohybem, smykem a tlakem. Jako slibná se jeví vnější aplikace kompozitních materiálů i pro prvky dynamicky zatížené.

Experimentální odezva smykové stěny zesílené vnějším nalepením FRP pásů (diagonálně do kříže nebo vodorovné pruhy, případně v kombinaci se svislými pruhy) na tlakové zatěžování (pomocí hydraulického lisu) při současném působení vodorovné síly v rovině stěny na jedné straně v zhlaví stěny je experimentálně testována v [64–67]. Zesílením zděných oblouků a kleneb externě lepenými pásy FRP se zabývá např. [68–72]. Odezva valené klenby na seismické zatížení a praktická aplikace FRP zesílení na klenbě v italské L'Aquile je řešena v [73]. Experimentální odezva zděných stěn zesílených kompozitním materiálem na dynamické zatěžování je zkoumána v [74–76].

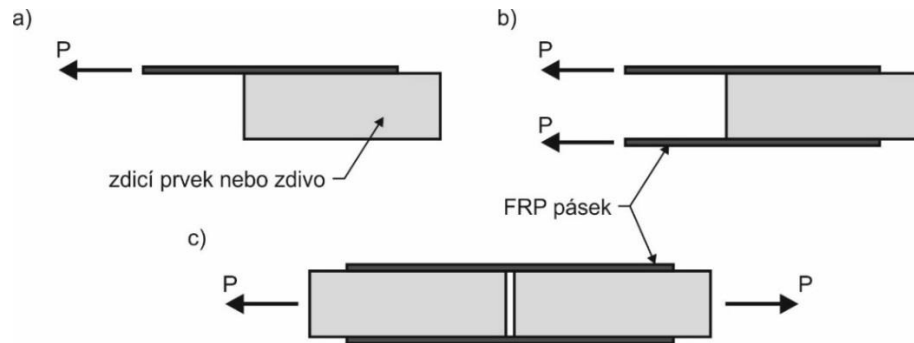
Jedním z nejdůležitějších hledisek v aplikaci vysokopevnostních tkanin pro vnější zesílení konstrukčních prvků jsou **vlastnosti kontaktu mezi zesílením a zesilovaným materiálem**. Pokud se začne objevovat delaminace zesílení od podpory, efektivita zesílení klesá. Tento problém je velice složitý, neboť je potřeba zohlednit mnoho faktorů a obsahuje materiály s odlišnými mechanickými vlastnostmi (zdivo, FRP a lepidlo). Na základě rozsáhlého experimentálního a numerického výzkumu bylo zjištěno, že nejslabším místem je spojení mezi zesilujícím pásem z vysokopevnostní tkaniny a zdívem. Carloni a Focacci v [77] udávají, že při aplikaci zesílení na křehký podklad (jako je beton nebo zdivo) obvykle dojde k porušení na rozhraní před dosažením tahové pevnosti kompozitu. Takovéto porušení se typicky projevuje i odtržením tenké vrstvičky zdiva – podkladu (tahová pevnost cihel je menší než lepidla – porušení nastává ve zdivu).

V [78] je stanoven vliv mechanických (tlaková, tahová a smyková pevnost) a fyzikálních (hrubost povrchu, porozita, distribuce pórů) vlastností cihly na problematiku odtržení FRP od cihly. Po provedených experimentech autoři měřili hloubku proniknutí lepidla a tloušťku materiálu odtrženého společně s FRP páskem. Všechny testy byly provedeny na dvou rozdílných površích cihly – ložná a čelní hrana, aby mohl být určen případný vliv anizotropie. Výsledky prokázaly, že může dojít k nadhodnocení pevnosti vazby (rozhraní) mezi FRP a cihlou, pokud jsou experimenty provedeny na ložné ploše cihly (ačkoli v reálu dochází k zesilování z čelní plochy). Byl potvrzen vliv mechanických vlastností cihel i drsnosti povrchu na pevnost rozhraní.



Vlivem maltových spár na pevnost rozhraní mezi vnějším FRP zesílením a zdívkou se zabývají [77-80]. Ceroni et al. v [79] prokázali pozitivní vliv maltových spár na pevnost vazby mezi FRP a zdívkou pro určité typy zdívk a malty.

Dle [81] bylo v posledních letech provedeno 1583 pull-testů v 56 publikovaných studiích popisujících smykovou pevnost rozhraní mezi FRP a zdívkou. Existují tři typy experimentálního nastavení pro zjištění chování rozhraní (obr. 6).



Obr. 6: Experimentální nastavení pro stanovení pevnosti rozhraní zdívka – FRP – single-lap (a), double-lap (b), two block double-lap (c)

První typ spočívá v jednostranném nalepení FRP pásu – **single-lap test** (obr. 6a). Obvykle se provádí ve variantě push-pull, kdy je na konec pásu aplikováno zatížení ve formě posunu (pás je tažen) za současného působení tlaku na zděný prvek. Výhodou je jednoduchost a nutnost použití pouze jednoho FRP pásu, nevýhodou je excentrické zatěžování. Při **double-lap testu** jsou pásy nalepeny na dvě protilehlé strany a taženy současně (obr. 6b). Tento způsob odstraňuje nevýhody excentrického zatěžování a snižuje tak ohybové přetvoření na minimum. Popsáním kontaktu mezi FRP a zdívkou za využití double-lap push-pull testu řeší např. [82]. S oběma způsoby se můžeme setkat při aplikaci na jediný zděný prvek anebo na zkušební vzorek složený z více vrstev zděných prvků spojených ložnými maltovými spárami. Single-lap pull testem na zkušebním vzorku vyzděným z 5 řad cihel spojených ložnými maltovými spárami se zabývá [83, 84]. Třetí způsob, který Vaculik et al. uvádějí, spočívá ve spojení dvou zděných prvků a oboustranném přelepu, kdy zděné prvky jsou současně taženy (obr. 6c).

Sassoni et al. v [80] porovnávají výsledky ze single-lap testu na samostatné cihle a na zkušebním tělese sestávajícím se ze šesti řad cihel oddělených pěti maltovými spárami. Zjistili, že síla potřebná k porušení vzorku byla v případě zděného vzorku přibližně o pětinu větší než u samotné cihly. Zároveň poukazují na vliv maltových spár, který je obtížné stanovit obecně a který je ovlivněn zráním malty, jejím složením atd. Rozhodujícím faktorem pro pevnost rozhraní jsou mechanické vlastnosti cihly – bylo dokázáno, že u cihel s lepšími mechanickými charakteristikami bylo zapotřebí nižší síly



k odtržení – pravděpodobně to bylo způsobeno hladším povrchem a hutnější mikrostrukturou, a tudíž horší přilnavostí lepidla k povrchu cihel.

Vaculik et al. dále udávají, že 82 % experimentů bylo provedeno pro cihelné zdivo, dalších 10 % se zabývá vápencem a tufy, jež jsou typicky se vyskytující horniny v Itálii a Středozeří. Pouhá 4 % experimentálních studií řeší přídržnost FRP k pískovci a zbytek potom připadá na betonové zdicí prvky. 75 % všech testů bylo provedeno na jednom zdicím prvku, zbylé testy zahrnovaly zkušební těleso skládající se ze zdicích prvků a ložných maltových spár, pouze dvě studie braly v úvahu i styčné spáry [85] a pouhý jeden test byl proveden pro zjištění přídržnosti FRP na zkušební vzorek tvořený pouze maltou [86]. U 93 % experimentů byla k nalepení FRP použita epoxidová pryskyřice, pouze přibližně polovina všech studií udává modul pružnosti lepidla a jeho tloušťku. Zatěžování probíhalo monotónně v 98 % případech, pouze ve třech studiích bylo aplikováno cyklické zatížení. Polovina experimentů byla provedena s CFRP (uhlíková vlákna) a 31 % s GFRP (skleněná vlákna). Porušení nastalo v 86 % studií odtržením FRP pásu společně s tenkou vrstvou zdiva, v 7 % přetržením FRP pásu a ve zbytku porušením lepidla, zkušební vzorku anebo kombinací uvedených.

Numerickému modelování rozhraní se věnuje v posledních několika letech stále větší množství studií, ve kterých lze nalézt **rozdílné přístupy k řešení tohoto problému**. Modelováním kontaktu za **předpokladu dokonalé adheze** mezi FRP a zdivem se zabývá [6, 49, 50, 87, 88, 89]. Výhodou tohoto přístupu je, že je potřeba znát pouze materiálové parametry zdicích prvků, malty a zesílení a ne parametry rozhraní. Materiálové parametry lze zjistit s dobrou přesností (např. testováním v laboratoři). Druhý přístup zahrnuje modelování chování rozhraní mezi zdivem a zesílením za **pomoci interface prvků s nulovou tloušťkou** [90–97]. Nelineární odezva se soustředí do rozhraní, zatímco zesílení a zdivo může být modelováno jako lineární, případně lze využít nelineárního materiálového modelu pro zdicí prvky. Nejkomplexnějším přístupem je **modelování všech jednotlivých částí včetně lepidla**. Nevýhodou tohoto přístupu je nutnost znát velké množství parametrů, které je většinou obtížné stanovit.

2.4.1 Předpoklad dokonalé adheze

Fedele a Milani v [87] pomocí 2D mikro analýzy simulují double-lap test na pilíři ze tří cihel za předpokladu perfektní adheze mezi zdivem a FRP. Pro numerickou simulaci používají program Abaqus. Cihly i malta jsou modelovány nelineárně s rozdílným chováním v tahu a tlaku, chování zesilujícího pásu popisují jako lineárně elastické ($E=230$ GPa, $\mu=0,3$). Autoři předpokládají tuhé spojení mezi zdivem a FRP, neuvažují v modelu vrstvu lepidla, jelikož očekávají zanedbatelný efekt na proces porušení a prokluz na rozhraní pro všechna běžná lepidla užívaná v praxi. Za tohoto předpokladu už nepotřebují znát tloušťku lepidla, kterou je složité určit.



O čtyři roky později vydává Fedele et al. studii [88] problematiky odtržení zesilujícího pásu od zděného pilíře. Experiment byl proveden jako single-lap test na pilíři sestávajícího se ze tří historických cihel. Pro numerickou simulaci používají program Abaqus. V numerickém modelu předpokládají nelineární odezvu cihel a malty a lineárně elastické chování zesílení za předpokladu perfektní adheze mezi zdivem a páskem. Používají prostorový detailní mikro model, aby mohla být zkoumána podrobná odezva a vliv maltových spár. Poškození se nevyvíjí pouze v blízkosti rozhraní cihla – FRP, ale i ve zdících prvcích. V závěru autor udává, že navržený numerický přístup je dobře použitelný pro predikci chování zesílených zděných prvků.

Mrozek et al. modelují smykovou stěnu o velikosti 1 x 1 m celoplošně jednostranně zesílenou FRP tkaninou za použití tří typů modelů pro kontakt zdivo – FRP [49]. Prvním typem je tuhé spojení, které předpokládá, že posun uzlů na povrchu zdiva a příslušných uzlů reprezentujících zesilující tkaninu, je stejný. Tkanina byla modelována pomocí 4-uzlových shell prvků. Toto je nejjednodušší přístup s nejnižším počtem konečných prvků. Druhý model obsahuje další vrstvu představující lepidlo. Stejně jako u prvního typu jsou jednotlivé vrstvy tuze spojeny. Nevýhodou druhého přístupu je nutnost znát parametry lepidla. Třetím a posledním typem je aplikace elastického kontaktu, který bere v úvahu pružnost lepidla v normálovém směru a tření. Autoři ale uvádějí, že je složité získat spolehlivé parametry, jelikož experimentální data chybí. Autoři porovnávají výsledky z jednotlivých typů modelů a pro další analýzu používají předpoklad tuhého spojení mezi zdivem a FRP. Získané výsledky z navrženého modelu pro různé typy zesílení smykových stěn dávají dobrou shodu s experimenty.

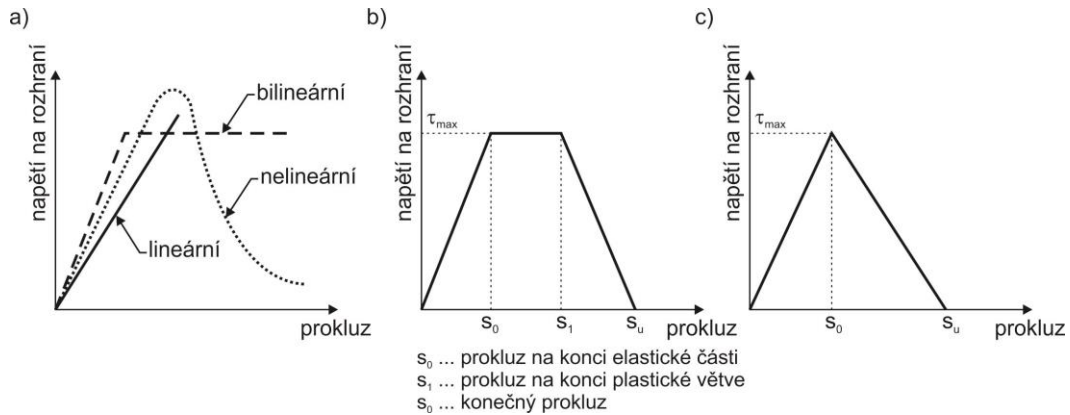
V [50] uvažují autoři dokonalou adhezi mezi FRP a zdivem za současné nelineární odezvy cihel a malty. Modelují single-lap test na pilíři ze šesti cihel a získávají dobrou shodu s experimenty. Dále je v [50] řešen vliv tloušťky a mechanických vlastností maltových spár na problematiku odtržení a i vliv šířky FRP pásu. Poklesy v napětí přímo souvisí s přítomností maltových spár a jsou tím větší, čím mají maltové spáry větší tloušťku. Se zvyšující se šířkou pásu autoři nezaznamenali žádný výrazný vzrůst maximálního zatížení.

2.4.2 Prvky rozhraní s nulovou tloušťkou

Ghiassi et al. v [90] navrhuje trilineární vztah (obr. 7b) pro popis rozhraní FRP – zdivo. Byly zkoušeny cihly s jednostranným nalepením pásu z FRP (uhlík, sklo, čedič) a SRP (ocel), pracovní diagram „smykové napětí na rozhraní – prokluz“ dle vizuálního posouzení vykazuje obdobný charakter pro všechny čtyři druhy zesílení – křivka pro všechna zkušební tělesa odpovídá trilineární odezvě s plastickou částí uprostřed. Autoři pro výpočet použili program Diana, pro zdící prvek zvolili 8-uzlový prvek pro rovinnou napjatost, pro FRP pásek 2-uzlový prutový (truss) prvek a pro rozhraní FRP – zdící prvek 6-uzlový interface prvek s nulovou tloušťkou. Při numerické simulaci tento



navržený **trilineární model rozhraní** dává velice dobrou shodu s experimentálně zjištěnými křivkami zatížení – deformace. V závěru autoři porovnávají navržený trilineární vztah se vztahem uváděným ve směrnici CNR DT 200.



Obr. 7: Používané vztahy mezi napětím na rozhraní a prokluzem (a), trilineární model navržený Ghiassim et al. (b), model dle směrnice CNR DT 200 (c)

O rok později Ghiassi et al. vydávají studii [89] vlivu maltových spár na výslednou pevnost rozhraní FRP-zdivo. Pro simulaci single-lap testu na jedné cihle používají prostorový model, kde je FRP pásek modelován pomocí 8-uzlových shell prvků a lepidlo a cihly pomocí 20-uzlových solid prvků. Mezi všemi vrstvami předpokládají dokonalou soudržnost. Výpočet provádí v programu Diana a porovnávají mezi sebou výsledky z více typů nelineárních materiálových modelů. Výsledky z numerické simulace cihly s jednostranně nalepeným páskem porovnávají s experimenty. Zároveň testují citlivost numerického modelu na změnu velikosti konečných prvků. V druhé části řeší přítomnost maltových spár a vliv jejich mechanických vlastností na výsledky a porovnávají výsledky se single-lap testem na jedné cihle. Výsledné vztahy mezi napětím na rozhraní a prokluzem mají téměř **bilineární charakter** (obr. 7c) – stoupající a klesající větev. Oproti minulé studii tak získávají shodu s CNR DT200 ve smyslu pracovního diagramu „smykové napětí na rozhraní - prokluz“.

Barbieri et al. v [91] předpokládají, že se všechny nelinearity soustředí do rozhraní FRP – zdivo a modelují krom FRP i zdicí prvky a maltu lineárně a pro popis rozhraní využívají exponenciální (nelineární) vztah mezi smykovým napětím a prokluzem, který byl v jiných studiích použit pro ocelové prvky zesílené uhlíkovou tkaninou. Simulaci provádí v programu Abaqus, lineární čtyřúhelníkové prvky byly zvoleny pro zdicí prvky, maltu i FRP, rozhraní bylo popsáno pomocí interface prvků s nulovou tloušťkou.

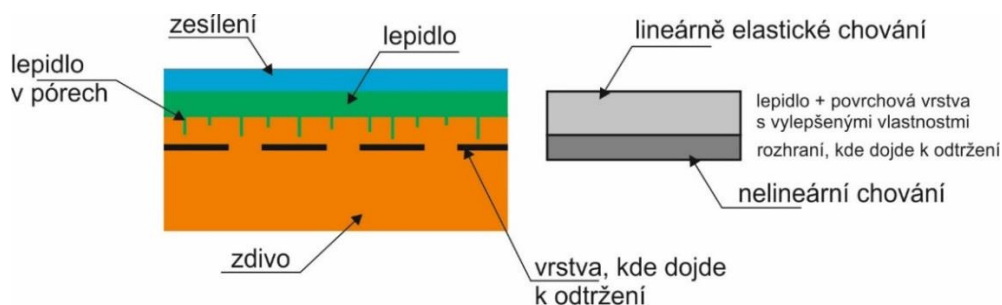
Na rozdíl od [91] Mazzotti a Murgu v [92] využívají k popisu chování zdicích prvků a malty nelineární materiálové modely s možností definice rozdílného chování v tlaku a tahu. Pro modelování rozhraní použili nelineární model obvykle používaný pro rozhraní beton a FRP. Výpočet byl proveden



v programu MIDAS FEA, rozhraní bylo modelováno pomocí interface prvku s nulovou tloušťkou v programu označovaných jako „Plane interface“.

Ceroni et al. v [93] modelují single-lap test pomocí 2D a 3D numerické analýzy s využitím interface prvků nulové tloušťky a konstatují, že výsledky mají dobrou shodu mezi sebou a zároveň s experimentálními zjištěními. Dále zjistili, že **tvár odezvy (bilineární nebo nelineární) rozhraní nemá podstatný vliv na výsledky – rozhodující jsou parametry vstupující do výpočtu** (maximální smykové napětí a odpovídající prokluz, a prokluz, při kterém už není přenášeno žádné napětí na rozhraní). Z toho vyplývá, že správně zkalibrovaný bilineární zákon rozhraní může poskytnout dobrou shodu s experimenty, ačkoli kalibrace dle směrnice CNR-DT 200/R1 poskytla podhodnocené výsledky oproti experimentu.

V roce 2014 přichází Freddi a Sacco s novým modelem pro popsání rozhraní (obr. 8) mezi zdivem a FRP zesílením [94]. V [95] je tento model lehce modifikován a použit pro simulaci single-lap testu na pilíři sestávajícího se ze čtyř zdících prvků spojených třemi maltovými spárami. Freddi a Sacco popisují kontakt mezi FRP a zdivem pomocí **modelu odtržení skládajícího se ze tří rozdílných vrstev** [95, 96]. První je vrstva lepidla, potom vrstva na povrchu zdiva, kde lepidlo proniklo do pórů a vylepšilo tak mechanické vlastnosti podkladu (zdiva), a třetí je vrstva, kde dochází k odtržení. Předpokládají dobré mechanické vlastnosti lepidla a to, že k odtržení dochází v tenké vrstvě pod „vylepšenou“ vrstvou - porušení nastává ve vrstvě odtržení (detachment layer) a že tato vrstva je zcela odpovědná za nelineární odezvu spoje. V důsledku toho mohou být lepidlo a vrstva zdiva s vylepšenými vlastnostmi modelovány jako lineární.



Obr. 8: Model rozhraní navržený Freddim a Saccem

Problematikou vlastností rozhraní zdivo – FRP u zaoblených pilířů se zabývá Bertolesi et al. v [97]. Pilíře jsou tvořeny pěti cihlami spojenými maltovými spárami. Bylo zkoumáno více poloměrů zaoblení s nalepeným páskem na vnitřní nebo vnější straně. Využívají detailní 2D analýzu v programu Abaqus, bylo použito minimálně sedm konečných prvků na tloušťku maltové spáry. Celkový počet konečných prvků byl 11 757. Rozhraní je popsáno pomocí „Cohesive“ prvků a autoři předpokládají jeho chování elastické s nezávislým vztahem mezi deformacemi pro mód I a II. Autoři se rozhodli rozhraní popsat pomocí prvků s nulovou tloušťkou, protože skutečná tloušťka rozhraní je



experimentálně těžko stanovitelná. Chování cihel a malty bylo popsáno pomocí CDP modelu. Zatížení bylo v modelu aplikováno ve formě deformace na volný konec FRP pásku. Oddělení pásku (porušení kontaktu) začíná na zatěžované straně a postupně se šíří dolů, což je ve shodě s experimentálními zjištěními. Maximální dosažená síla v numerické simulaci pro pásky lepené z vnějšku lehce podhodnocovala maximální sílu získanou experimentálně, naopak u pásků lepených z vnitřku byla nalezena velmi dobrá shoda s experimenty.

2.4.3 Volba numerického přístupu

Na základě provedené rešerše současné vědecké literatury byla prokázána složitost stanovení parametrů rozhraní mezi zdivem a zesílením. Vlastnosti rozhraní jsou ovlivněny mnoha faktory (mechanické a fyzikální vlastnosti složek zdiva, vlastnosti použitého lepidla ad.) a ve vědecké literatuře nebyla nalezena obecná shoda, jaký přístup lze považovat za nejvhodnější. Vzhledem k tomu, že nebylo provedeno vlastní experimentální stanovení pevnosti rozhraní, které by se dalo použít k validaci zvoleného přístupu, a vzhledem k tomu, že neexistují žádné obecně aplikovatelné parametry rozhraní, jsou všechny simulace zesíleného pilíře provedeny za **předpokladu dokonalé adheze mezi zdivem a FRP**. Na vybraných vědeckých studiích byla ukázána dobrá shoda tohoto přístupu s experimentálními výsledky a zároveň nedojde k případnému znehodnocení detailního mikro modelu dostředně tlačeného zesíleného zděného pilíře nepodloženými vstupními daty.



KAPITOLA 3

POPIS EXPERIMENTÁLNÍHO VÝZKUMU

Výsledky použité v této práci vychází z publikovaných výsledků výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055, jejichž řešitelem je prof. Ing. Jiří Witzany, DrSc., dr.h.c. Předmětem výzkumných projektů je návrh a ověření neinvazivních sanačních metod na bázi FRP pro obnovu, rekonstrukci a sanaci historických staveb a získání nových informací o chování a vlastnostech konstrukcí a částí staveb stabilizovaných či zesílených materiály na bázi vysokopevnostních vláken. V rámci výzkumných programů byla provedena rozsáhlá experimentální a teoretická analýza pro ověření vlivu rozměrů a rozmístění nepředepnutých ovinujících pásů kompozitu na bázi vysokopevnostních vláken, na jeho rozsahu, na způsobu kotvení pásů, délky přeplepu, úpravě rozhraní kompozit – zdivo a úpravě hran pilíře (vliv zaoblení). Mimo jiné byly zkoušeny desítky zděných (cihelných i kamenných) pilířů s různými variantami zesílení pomocí nepředpjatých tkanin z vysokopevnostních vláken. Pilíře o stejné geometrii a použitých materiálech byla zkoušena i jako nezesílené, aby bylo možno porovnat výsledky a stanovit tak účinnost daného zesílení.

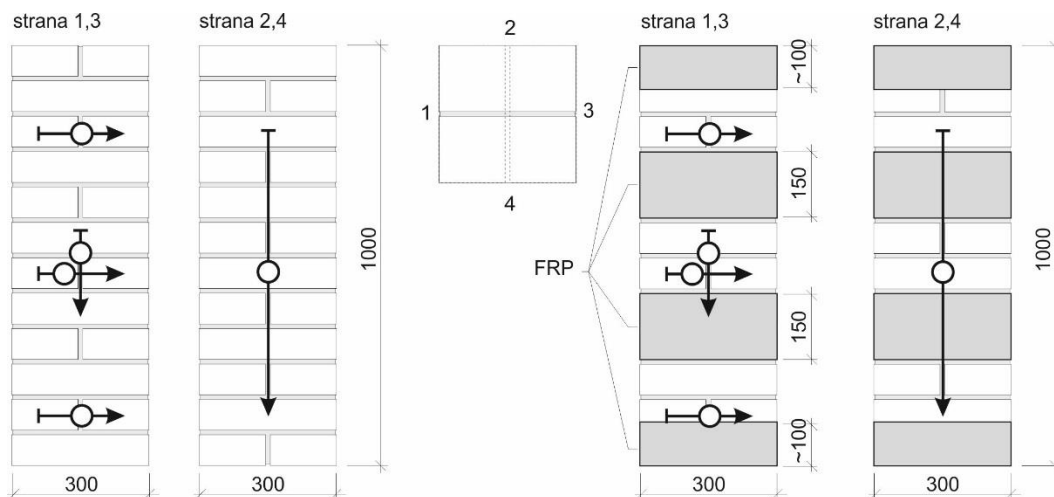
3.1 Experimentální výzkum cihelných pilířů

Pro podrobné řešení odezvy konstrukce na zatížení tlakem byla zvolena část výzkumu zabývající se pravidelnými pilíři z cihelného zdiva. Cihelné pilíře (obr. 9) byly vyžděny z dvanácti řad cihel plných pálených o rozměrech 290 x 140 x 65 mm spojených vápenocementovou maltou o tloušťce 20 mm. Tlaková pevnost cihel se pohybovala od 11 do 22 MPa, pevnost malty byla okolo 2 MPa. Zkušební tělesa byla tvořena cihelnými pilíři nezesílenými, tj. pilíři bez vnějšího ovinutí tkaninou na bázi vysokopevnostních vláken, a pilíři zesílenými nepředpjatými pásy kompozitu [3].

Pilíře byly zesíleny vnější aplikací nepředpjatých pásů tkaniny z vysokopevnostních vláken. Zesílení pilířů bylo provedeno tkaninou Tyfo SCH-41. Tkanina byla na zdivo přilepena pomocí tixotropní dvousložkové epoxidové pryskyřice Tyfo S. Materiálové charakteristiky použité uhlíkové tkaniny a lepidla jsou uvedeny v tab. 1. Pásy kompozitu měly výšku 150 nebo 85 mm a byly umístěny ve čtyřech úrovních – v patě a v hlavě pilíře a ve třetinách výšky pilíře (osová vzdálenost pásů byla cca 300 mm). Před nalepením byl povrch pilířů vyrovnán, očištěn a zbaven nesoudržných částí [3].



3. Popis experimentálního výzkumu



Obr. 9: Schéma experimentálního nastavení pro nezesílený a zesílený cihelný pilíř

Tkanina použitá pro zesílení má jednosměrně uspořádaná vlákna, která jsou aplikována pouze v jedné vrstvě. Kompozit byl tedy tvořen jednou vrstvou tkaniny a vnější a vnitřní vrstvou epoxidové pryskyřice. Konce tkaniny byly spojeny přesahem. Délka přelepu byla stanovena v závislosti na smykové pevnosti použitého lepidla tak, aby odpovídala příslušné tahové pevnosti pásu.

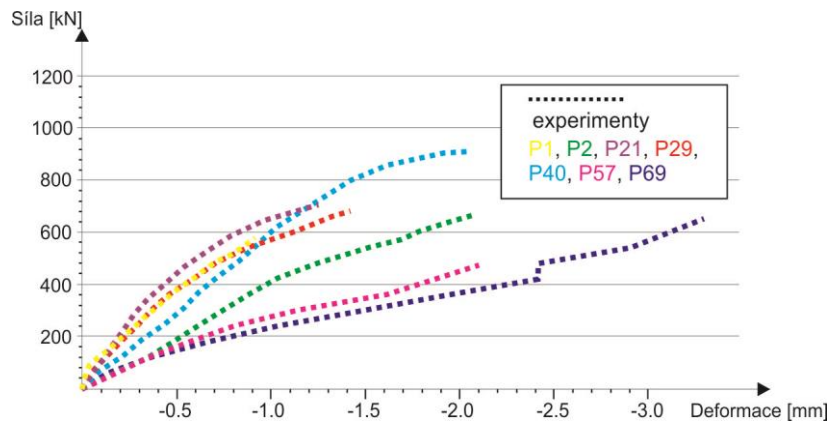
Tab. 1: Materiálové charakteristiky použité uhlíkové tkaniny a epoxidové pryskyřice [59]

	Suchá vlákna	Epoxidové lepidlo	Vlastnosti kompozitu
Tahová pevnost v hlavním směru [MPa]	3790	72,4	986
Modul pružnosti v tahu [GPa]	230	3,18	95,8
Pevnost v ohybu [MPa]	-	123,4	123,4
Modul pružnosti v ohybu [GPa]	-	3,12	3,12
Maximální tahové přetvoření [%]	1,7	5	1
Hustota [kg/m ³]	1740	-	-

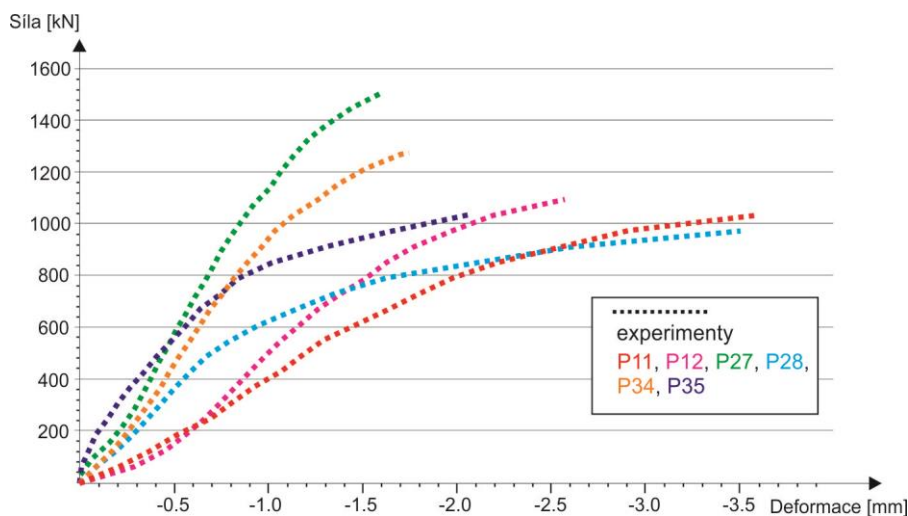
Zatížení těles probíhalo v pravidelných **zatěžovacích krocích** o velikosti 60 kN, po jednom až dvou zatěžovacích krocích byla konstrukce odlehčena na základních 60 kN, a to se opakovalo až do porušení konstrukce. Hodnota 60 kN vycházela z předpokládaného mezního zatížení nezesílených pilířů a odpovídala cca 10 % tohoto mezního zatížení. Na povrch zkušebních těles byly osazeny **snímače svislých a vodorovných deformací** a odporové snímače přetvoření (obr. 9) [3]. Výsledkem experimentů byly pracovní diagramy „síla – deformace“. Experimentálně získané závislosti „síla – deformace“ zobrazené na obr. 10 a 11 jsou průměrné hodnoty získané ze snímačů deformací na straně 2 a 4, tj. se vzdáleností 680 mm.



Na základě experimentální části byly vyhodnocovány **deformační vlastnosti** pilíře. Deformační vlastnosti jsou projevem stavu, ke kterému dochází **uvnitř konstrukce** a který nelze experimentem zjistit. Proto byla v další části zpracována podrobná numerická analýza cihelných pilířů, která umožňuje komparaci experimentálních a teoretických výsledků a navíc poskytuje další poznatky o chování konstrukce, např. při volbě vhodného materiálové modelu je možné sledovat odezvu konstrukce po dosažení mezního zatížení.



Obr. 10: Závislosti „síla – deformace“ nezesílených cihelných pilířů stanovené na základě experimentální zkoušky



Obr. 11: Závislosti „síla – deformace“ zesílených cihelných pilířů stanovené na základě experimentální zkoušky

Pracovní diagramy nezesílených i zesílených pilířů z experimentu vykazují rozdíly v závislosti „síla – deformace“ a v hodnotách mezního zatížení. Toto **potvrzuje složitý charakter zděných pilířů**, který je umocněn způsobem provedení a kvalitou zdicích prvků a malty. Experimentálně získané závislosti „síla – deformace“ dokazují pozitivní vliv zesílení ovinutím pásy na bázi vysokopevnostních vláken na únosnost cihelných pilířů. Maximální únosnost nezesíleného pilíře dosáhla hodnoty 906 kN, pilíř zesílený ovinutím pásy kompozitu na bázi uhlíkových vláken a z materiálů o stejných mechanických vlastnostech byl cca 1,3x únosnější [56]. Největší hodnota mezního zatížení zesíleného



pilíře dosáhla hodnoty 1500 kN, což odpovídá téměř 1,7 násobku únosnosti nezesíleného pilíře. Průměrná únosnost zesíleného pilíře byla 671 kN a zesíleného 1139 kN, což odpovídá navýšení únosnosti o více než 60 %. Hodnota svislé deformace nezesíleného pilíře, při které bylo dosaženo mezního zatížení, byla zesílením navýšena průměrně o 34 %, tzn. zvýšení deformačních vlastností zesíleného pilíře 1,34x oproti nezesílenému pilíři. Je ovšem nutné vzít v úvahu **rozdílnost mechanických vlastností složek zdiva**, které byly pro vyzdění pilíře použity.

3.1.1 Experimentálně zjištěná odezva nezesíleného cihelného pilíře na zatížení v tlaku

Mechanismus porušení dostředně tlačенého nezesíleného cihelného pilíře probíhá **ve dvou fázích**, přičemž v každé fázi se uplatňuje **rozdílný mechanismus porušení**. Ve fázi I dochází k postupnému **vzniku a rozvoji trhlin** (obr. 12), které odpovídají směru hlavních napětí v tlaku, a tím ke vzniku příčného přetvoření. Postupným vznikem a rozvojem tahových a smykových trhlin ve fázi I dochází v pilíři k redistribuci zatížení a nerovnoměrnému rozložení normálového napětí [3, 68, 98, 99].

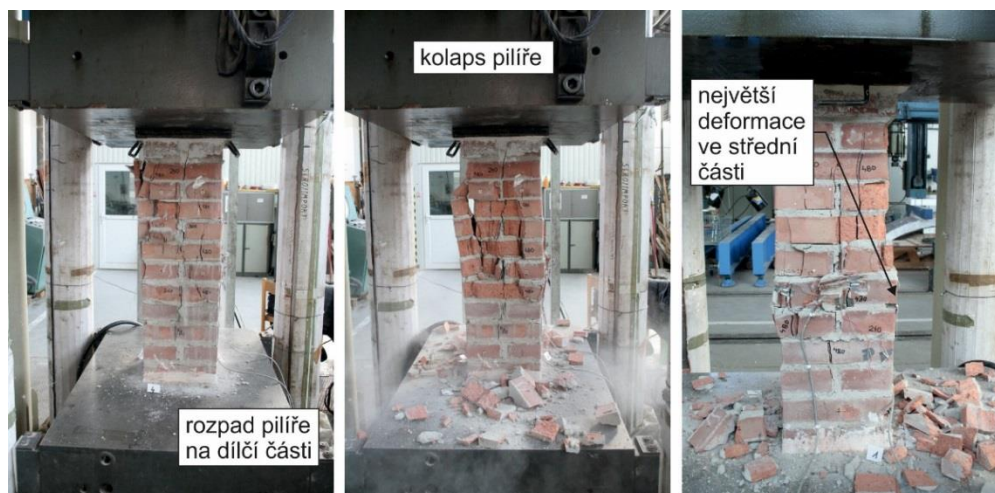


Obr. 12: Postupné porušování pilíře při experimentálním zatěžování

Propojením trhlin a postupným rozdělením pilíře na jednotlivé dílčí části (fáze II) vymezené probíhajícími svislými tahovými a smykovými trhlinami dochází v případě nezesíleného pilíře při stále se zvětšujícím zatížení k dosažení jeho mezní zatížitelnosti a rozpadu zdiva (obr. 13). Tomuto předchází roztržení pilíře účinkem příčných tahových namáhání (nezamezení příčným přetvořením) a **ztráta stability dílčích pilířků**, která je výrazně ovlivněna nerovnoměrným rozložením napětí po průřezu porušeného pilíře [3]. Nerovnoměrné rozložení napětí je následkem postupného vzniku trhlin a porušování pilíře, ale také nestejného nebo **nedokonalého kontaktu** mezi jednotlivými vrstvami cihel a maltovými ložnými spárami.



U popsaného mechanismu poškození není většinou dosaženo zatížení, které by odpovídalo mezní pevnosti v tlaku jednotlivých složek zdiva, zejména zdicích prvků. Mechanismus porušení probíhá převážně ve fázi I a je výrazně **ovlivněn pevností zdicích prvků v tahu**⁸. Z toho vyplývá, že při stejné tlakové pevnosti zdicích prvků použitých pro vyzdění dvou pilířů, bude dosaženo většího mezního zatížení u pilíře, jehož zdicí prvky budou mít větší pevnost v tahu.



Obr. 13: Kolaps experimentálně zatěžovaného cihelného pilíře

3.1.2 Experimentálně zjištěná odezva zesíleného cihelného pilíře na zatížení v tlaku

V případě pilíře zesíleného pasivním ovinutím kompozitem na bázi vysokopevnostních vláken (obr. 14a) dochází s postupným rozvojem vodorovné deformace způsobené příčným tahovým namáháním k aktivaci kompozitu, který **převezme podstatnou část tahových namáhání** způsobených kontrakcí a vzájemnou interakci zdicích prvků a maltových spár, a zabraňuje tak dalšímu nárůstu příčného přetvoření [98, 99]. Zděný pilíř je v důsledku takovéto stabilizace (zesílení) i nadále přes narůstající vodorovné a svislé deformace **schopen přenášet narůstající tlakové zatížení**.

Na základě experimentálního výzkumu bylo zjištěno, že v počátečním stádiu porušení, při kterém vznikají mikrotrhliny (šířky 10^{-4} až 10^{-3} mm), není účinek ovinutí nepředpjatými pásy tkaniny na bázi vysokopevnostních vláken výrazný. Příznivý účinek tohoto **pasivního ovinutí** nastává se vznikem trhlin větších (šířky 10^{-2} až 10^{-1} mm) při větším zatížení, které jsou následovány progresivním **nárůstem vodorovných deformací** a porušováním zděného pilíře, čímž dochází **k aktivaci** tkaniny [3, 100]. Tkanina přebírá část tahových namáhání a brání dalšímu rozvoji vodorovných deformací,

⁸ Dosavadní metody navrhování a posuzování tlačených zděných pilířů s uvažováním pouze tlakové pevnosti jednotlivých komponentů zdiva neodpovídají jejich reálnému porušování. Současně platné normy pro navrhování nevyztužených zděných konstrukcí (EC 6) nezohledňují při stanovení únosnosti tlačeného pilíře tahovou pevnost jednotlivých komponentů zdiva.



čímž je umožněno zdicím prvkům dosáhnout hodnoty blížící se jejich mezní pevnosti v tlaku [3, 68]. Dosažení mezního zatížení je provázáno **rozrušením a drcením** zdicích prvků a výplně ložných spár (malty) a následným rozpadem zdiva.



Obr. 14: Zesílený cihelný pilíř (a), porušení zesíleného cihelného pilíře (b), porušená tkanina s povrchovou částí zdiva (c)

Hodnota mezního zatížení zesíleného cihelného pilíře je kromě dalšího **závislá na rozsahu zesílení**. Při malém zesílení pilíře je mezní hodnota zatížení pilíře menší než zatížení, které odpovídá mezní pevnosti složek zdiva v tlaku (obdobně jako u zesíleného pilíře). Při vyšším stupni zesílení pilíře dochází při zvětšujícím se zatížení k porušování a rozpadu složek zdiva v tlaku – **dochází k dosažení jejich mezní tlakové pevnosti** a vlivem porušení a deformace okrajových částí zdiva k **porušení kontaktní spáry mezi zesílením a zdívem** a přenos zatížení se koncentruje do hran (rohů) pilířů [3, 101]. Při experimentálním zkoušení obvykle nastalo **porušení přetržením kompozitu na hraně** (v místě ostrého rohu) pilíře (obr. 14b). K odtržení nalepeného pásu zesilující tkaniny nedošlo na rozhraní mezi zdívem a zesílením, ale odtržení zpravidla nastalo ve zdivu (obr. 14c). Nanesené lepidlo proniklo do pórů zdiva a vylepšilo do malé hloubky mechanické vlastnosti zdiva.

U zesíleného cihelného pilíře dochází ve fázi II – rozdělení zděného pilíře průběžnými svislými tahovými trhlinami – k porušení adheze v kontaktní spáře mezi tkaninou a zdívem a přenos zatížení se soustřeďuje do oblastí hran pilíře. Při tomto mechanismu porušení se uplatňuje převážně pevnost zdicích prvků v tlaku [101]. Uvedený charakter porušení se objeví především v případech účinného zesílení (optimalizované nebo celoplošné ovinutí) tkaninami na bázi vysokopevnostních vláken [100], případně vhodně rozmístěnými pásy po výšce pilíře. Se zvětšující se vzdáleností ovinutí a zmenšující se výškou pásků se v případě dostředně tlačeného pilíře opět začne uplatňovat spíše mechanismus porušení typický pro fázi I – porušení tahovými trhlinami.



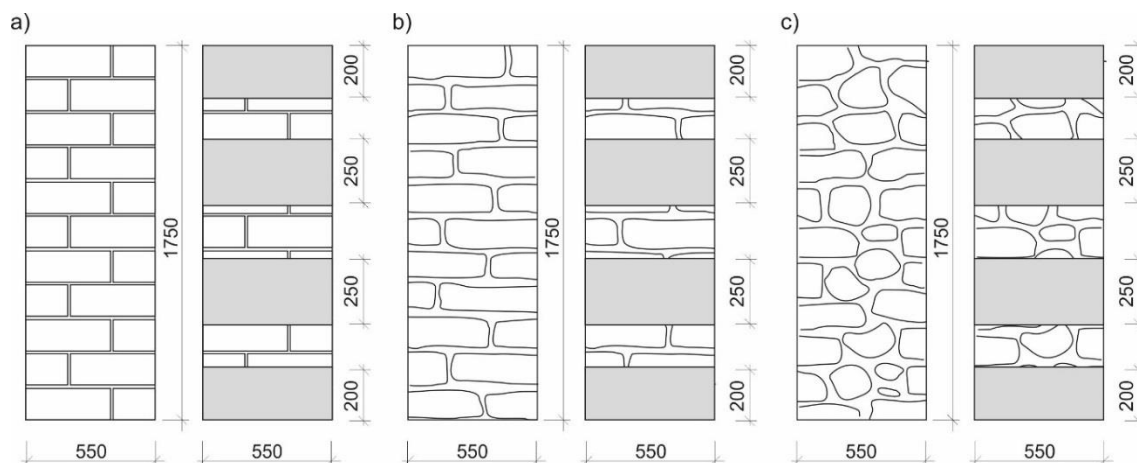
U cihelných dostředně tlačených zděných pilířů, jejichž mechanismus porušení je charakteristický právě významným příčným přetvořením a vznikem a postupným rozvojem svislých tahových trhlin, se v případě ovinutí tkaninou na bázi vysokopevnostních vláken **výrazně uplatňuje stabilizující a zesilující vliv ovinutí** [3, 56, 68, 98–100]. Zatímco mezní hodnota zatížení u nezesílených pilířů dosáhla maximálně 890 kN, pilíře zesílené ovinutím pásy kompozitu na bázi uhlíkových vláken byly cca 1,3x únosnější, tj. hodnota mezního zatížení rovna přibližně 1100 kN. Mezní zatížení u pilířů zesílených skleněnou tkaninou dokonce u 3 zkušebních těles z 8 dosáhlo hodnoty 1500 kN, což odpovídá více jak dvojnásobné únosnosti nezesíleného pilíře [56].

3.2 Experimentální výzkum kamenných pilířů

Jelikož většina v minulosti realizovaných historických staveb byla vyžděna z kamene, byla značná část výzkumného projektu věnována problematice stabilizace a zesílení kamenných zděných pilířů [59, 101, 102]. Dalším neméně důležitým důvodem je nedostatek informací o chování kamenných zděných pilířů, jelikož většina světového výzkumu je zaměřena především na zdivo cihelné. V předložené práci jsou kamenné pilíře řešeny pouze okrajově. Popis experimentálních výsledků (a následná numerická analýza) je omezen na jejich chování při zatížení dostředným tlakem a charakter jejich porušování.

Byly testovány kamenné pilíře o půdorysných rozměrech 0,55 x 0,55 m a výšce 1,75 m vyžděné z pravidelných zdicích prvků, z nepravidelných zdicích prvků a z lomového kamene (obr. 15). Kamenné zdicí prvky byly spojeny vápenocementovou maltou. Zkušební tělesa obsahovala pilíře nezesílené (referenční), tj. pilíře bez ovinutí tkaninou na bázi vysokopevnostních vláken, a pilíře zesílené nepředpjatými pásy kompozitu (aplikováno na povrchu). Pilíře byly zesíleny vnější aplikací nepředpjatých pásů tkaniny z vysokopevnostních vláken. Zesílení pilířů bylo provedeno tkaninou Tyfo SCH-41. Tkanina byla na zdivo přilepena pomocí tixotropní dvousložkové epoxidové pryskyřice Tyfo S. Pásy kompozitu měly výšku 200 nebo 250 mm a byly umístěny ve čtyřech úrovních – v patě, v hlavě a ve třetinách výšky pilíře [59].

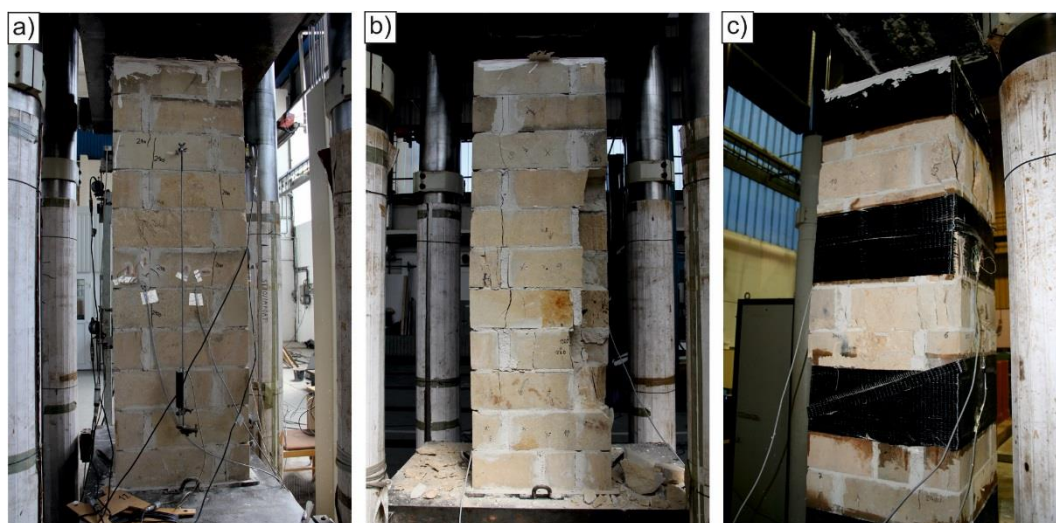
Zatížení těles probíhalo v pravidelných **zatěžovacích krocích** o velikosti 60 kN (10 % očekávaného mezního zatížení nepravidelných kamenných pilířů). Aby mohla být určena trvalá deformace pilíře, byla konstrukce po každých třech zatěžovacích krocích konstrukce odlehčena na základních 60 kN. Na povrch zkušebních těles byly osazeny **snímače svislých a vodorovných deformací** a odporové snímače přetvoření [59].



Obr. 15: Schéma experimentálního nastavení pro nezesílené a zesílené kamenné pilíře – z pravidelných zdicích prvků (a), z nepravidelných zdicích prvků (b), z lomového kamene (c)

3.2.1 Experimentální výzkum kamenných pilířů z pravidelných zdicích prvků

V experimentální části výzkumu bylo zjištěno, že u **kamenného řádkového zdiva** (obr. 16a), které se nevyznačuje velkými rozdíly v mechanických vlastnostech zdicích prvků a malty, **nedochází k významné interakci** mezi jednotlivými komponenty zdiva. Příčná deformace je relativně malá (způsobena pouze od účinků kontrakce), nedochází k velkému příčnému přetvoření a porušení nastává postupně vyčerpáním pevnosti zdicích prvků v tlaku. U takového typu zděného pilíře při zatížení dostředným tlakem nedochází k progresivnímu rozvoji trhlin, ale spíše se uplatňuje typ lokálního poškození – postupné porušení zdicích prvků v tlaku [59, 102].



Obr. 16: Experimentálně zatěžovaný pilíř z pravidelných zdicích prvků – nezesílený neporušený (a), nezesílený porušený (b), zesílený porušený (c)



V případě řádkového kamenného zdiva z pravidelných zdicích prvků s tenkými ložnými spárami a přibližně shodnými mechanickými vlastnostmi obou materiálů (nedochází k intenzivní interakci zdicí prvky – malta) bylo zjištěno, že v důsledku malého příčného přetvoření se efekt zesílení objeví pouze částečně. Mezní zatížení nezesíleného a zesíleného pilíře se lišilo pouze v řádu několika procent. Porušení zesíleného pilíře nastává lokálním narušením zdiva v tlaku – drcením a rozpadem zdicích prvků a pojiva (obr. 16c). Hodnota únosnosti zesíleného pilíře dosáhla **116 % únosnosti pilíře nezesíleného** [59]. Lze tedy konstatovat, že na účinek ovinutí má nezanedbatelný vliv interakce mezi zdicími prvky a maltou, která zvyšuje příčná přetvoření a umocňuje vznik svislých tahových trhlin [68, 103].

3.2.2 Experimentální výzkum kamenných pilířů z nepravidelných zdicích prvků

U zdiva z **nepravidelných hrubě opracovaných zdicích prvků**, v němž se nacházejí ostré hrany, dochází zpravidla ke vzniku **trhlin a narušení v místech koncentrace napětí** – tj. dáno vazbou a geometrií zdiva, velikostí a tvarem zdicích prvků, tloušťkou maltových spár a mechanickými vlastnostmi jednotlivých složek zdiva, resp. jejich poměrem. V důsledku ostrohranných zdicích prvků vznikají **místa lokálních napjatostí**, kde dochází k **překročení tahové nebo tlakové pevnosti** zdicích prvků. Na základě experimentálního výzkumu bylo zjištěno, že popsané účinky se zpravidla nepříznivě projevují až při vyšších hodnotách zatížení zdiva v tlaku, při zatížení vyšším než 60 % mezního zatížení a ve svém důsledku snižují mezní pevnost kamenného zdiva v tlaku [59].



Obr. 17: Experimentálně zkoušený pilíř z nepravidelných zdicích prvků – nezesílený neporušený (a), nezesílený porušený (b), zesílený porušený (c)



U kamenných pilířů z nepravidelných zdicích prvků dochází stejně jako u cihelných pilířů ke vzniku a rozvoji tahových trhlin. Dochází tak k postupnému nárůstu příčného přetvoření a redistribuci namáhání po průřezu pilíře (fáze I). Svislé tahové trhliny rozdělující zděný pilíř na jednotlivé části (pilířky) se nejčastěji objevují **v místech nedostatečného provázání** [2]. Ve stádiu vzniku a rozvoje tahových trhlin dochází k účinnému využití tkaniny, která díky své velké tahové pevnosti přebírá podstatnou část tahových namáhání a zabraňuje dalšímu šíření trhlin, a přispívá tak ke zvýšení únosnosti pilíře – únosnost kamenného pilíře z nepravidelných pískovcových zdicích prvků zesíleného pásy uhlíkové tkaniny byla **navýšena 2,2x oproti nezesílenému pilíři** [59]. V případě účinné interakce zdivo – FRP lze předpokládat využití kapacity zdiva a jeho jednotlivých složek v tlaku až do fáze II.

3.3 Shrnutí experimentálních zjištění

V rámci výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055 byl objasněn a popsán mechanismus porušení dostředně tlačných nezesílených cihelných pilířů a byly zpřesněny dosavadní poznatky a získány nové informace v oblasti neinvazivních metod stabilizace a zpevnování zděných konstrukcí. Experimentální výzkum potvrdil **vliv zesílení na únosnost** dostředně tlačného cihelného pilíře, v případě **optimalizovaného zesílení, tj. v hlavě, patě a ve třetinách výšky pilíře**, byla únosnost zesíleného pilíře vnějším ovinutím pásy z vysokopevnostní tkaniny navýšena o více než třetinu oproti pilíři nezesílenému. Byly získány nové informace o vzájemné interakci mezi zesilujícím pásem a zdivem v závislosti na kvalitě provedení zdiva, na velikosti zdicích prvků, přítomnosti a tloušťce maltových spár a na kvalitě provedení kontaktní vrstvy. Bylo prokázáno, že **účinnost zesílení** zděných pilířů ovinutím pásy z vysokopevnostní tkaniny **závisí na jejich deformačních vlastnostech** souvisejících s mechanismem jejich porušování – aktivace tkaniny nastává až v důsledku příčného přetvoření pilíře [3, 103] a účinnost zesílení je závislá na velikosti příčné deformace zděného pilíře [3, 100]. U pilířů zesílených ovinutím se v místech aplikace tkaniny významně uplatňuje trojosá napjatost zdiva.

U kamenných pilířů s pravidelnými zdicími prvky a tenkými ložnými spárami z materiálů o přibližně stejných mechanických vlastnostech nebyl pozitivní vliv ovinutí prokázán, jelikož u takovýchto pilířů nedochází při zatížení dostředním tlakem ke vzniku tahových sil v důsledku vzájemné interakce zdicích prvků – malta, čemuž odpovídají experimentálně naměřené malé deformace [59]. Naopak u nepravidelných kamenných pilířů nebo pilířů z hrubě opracovaných zdicích prvků, u kterých dochází v důsledku vzniku a rozvoje tahových trhlin ke vzniku vodorovné deformace, byl vliv ovinutí na únosnost pilíře prokázán [59].



3. Popis experimentálního výzkumu

Experimentální výzkum je podstatný zdroj informací o odezvě konstrukce na zatížení a jejím mechanismu porušení, především u zděných konstrukcí, které jsou charakteristické velkou heterogenitou a nelze je proto řešit pouze teoreticky. Mechanismus porušení a deformační vlastnosti různých typů pilířů zatížených dostředným tlakem, které byly předmětem experimentální části výzkumu, jsou **vnějším projevem stavu napětí uvnitř pilíře**. Pomocí teoretické analýzy lze objasnit, jaký průběh a rozložení napětí uvnitř pilíře zapříčinily porušování pilířů a předcházely jejich kolapsu. Teoretická analýza umožňuje **získání dalších důležitých informací** o chování zděných pilířů při zatížení dostředným tlakem. Vzájemná komparace teoretických výsledků a experimentálních zjištění může být použita pro lepší vysvětlení charakteru porušení pozorovaného při experimentech a **ověření experimentálních závěrů**.



KAPITOLA 4

NUMERICKÁ ANALÝZA ZDĚNÝCH PILÍŘŮ

V této kapitole je zpracována **numerická analýza dostředně tlačných zděných pilířů** a je zde provedena vzájemná **komparace teoretických a experimentálních výsledků**. Z velkého souboru zkušebních těles experimentálně zatěžovaných v rámci výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055 jsou v této práci podrobně řešeny dostředně tlačné nezesílené cihelné pilíře a cihelné pilíře zesílené vnějším ovinutím pásy z vysokopevnostní tkaniny a okrajově kamenné pilíře. Numerické modely vycházejí z co nejuvěstičnějšího popsaní experimentálně zatěžovaných zděných pilířů, proto byla zvolena detailní mikro analýza, která s vhodně zvoleným nelineárním materiálovým modelem umožňuje dosáhnout dobré shody s experimenty. **Materiálové charakteristiky zdicích prvků a malty**, které jsou použity jako vstupní data do numerických modelů, byly **stanoveny experimentálně**. Nejprve byl pomocí rovinné analýzy diskutován mechanismus porušení různých typů dostředně tlačných zděných pilířů a **vliv jejich mechanismu porušení na účinnost zesílení** ovinutím pásy z vysokopevnostní tkaniny. Rovinná analýza byla volena z důvodu menšího výpočetního úsilí (několikanásobně menší počet konečných prvků oproti 3D analýze) a za účelem zjištění, jaké informace o chování dostředně tlačných zděných pilířů rovinná analýza poskytne a do jaké míry lze tyto informace porovnávat s experimentálními výsledky. V souladu s cílem analyzovat chování cihelných pilířů zatížených dostředním tlakem byl vytvořen **heterogenní prostorový model cihelného pilíře**, který dokáže lépe vystihnout chování reálné konstrukce, např. zohlednění vlivu 3D napjatosti. Vstupní data byla postupně rozšiřována a zpřesňována, a jsou tak získány další informace o odezvě nezesíleného a zesíleného cihelného pilíře při zatížení dostředním tlakem. Výsledky z prostorového nelineárního modelu cihelného pilíře jsou porovnány s experimentálními výsledky a je diskutována účinnost zvoleného numerického přístupu.

4.1 Zvolené metody řešení

Na základě provedené rešerše bylo pro řešený problém rozhodnuto o použití **detailních mikro modelů**, jež je v současnosti považován za **nejpřesnější nástroj pro výpočty zděných konstrukcí**. Zdicí prvky, maltové spáry a případné zesílení byly modelovány tak, aby geometricky odpovídaly experimentálně zatěžovaným zděným pilířům a mohly jim být přiřazeny konkrétní materiálové vlastnosti. Tento typ analýzy zároveň **umožňuje definování kontaktu** mezi jednotlivými materiály s rozdílnými mechanickými vlastnostmi.



4.1.1 Metoda konečných prvků

Všechny uvedené výpočty byly řešeny metodou konečných prvků (MKP), anglicky Finite Element Method (FEM), v numerickém programu Abaqus. MKP je v současnosti **nejrozšířenější numerickou metodou** využívanou pro deformačně napjatostní analýzu zděných konstrukcí. Vychází z deformační metody, jež byla poprvé publikována už v roce 1926 dánským vědcem Asgerem Skovgaardem Ostenfeldem. Největší rozvoj deformační metody přišel přibližně v šedesátých letech minulého století s rozvojem počítačů. Historicky **první praktickou aplikací MKP** byla úloha rovinné napjatosti [103].

Výhodou MKP je její univerzálnost a možnost řešit problémy na složitých tělesech. Nevýhodou je poměrně velká výpočetní náročnost – metodu nelze prakticky použít bez výpočetní techniky, a to ani pro úlohy, které by byly jinou metodou řešitelné ručním výpočtem [104]. Při analytickém řešení získáváme výsledek jako závislost mezi vstupními a výstupními veličinami, na rozdíl od MKP, kdy získáváme výsledek v konečném počtu bodů (uzlů sítě) a v případě změny vstupních parametrů je nutné úlohu řešit znovu.

4.1.1.1. Princip MKP

MKP vyžaduje rozdělení řešené konstrukce na konečný počet podoblastí – prvků. Tento proces se nazývá **diskretizace**⁹. Postup MKP je analogicky odvozen z deformační metody a spočívá ve vyjádření uzlových sil v závislosti na koncových posunech prvku. Řešení hledáme přibližně ve formě lineární kombinace bázových funkcí a neznámých parametrů řešení - posuny u deformačně napjatostní analýzy. Z posunu je možné vypočítat přetvoření a napětí.

Pro každý prvek jsou k dispozici vztahy mezi koncovými silami a posuny, ze kterých lze sestavit **matici tuhosti konstrukce**. Řešení je získáno z rovnice [104]:

$$K r = F \tag{4.1}$$

kde K je matice tuhosti konstrukce, r je vektor neznámých posunutí a F je vektor uzlových zatížení.

4.1.2 Typy konečných prvků

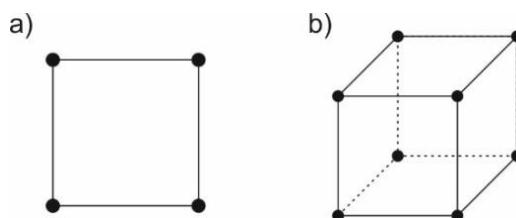
Pro zděné pilíře jsou v rovinných i prostorových modelech použity konečné prvky typu „solid“. Tyto prvky jsou využívány v lineárních a i složitých nelineárních úlohách zahrnujících plasticitu, kontaktní úlohy i velké deformace [105].

⁹ Diskretizace modelu – nahrazení objemu modelu konečným počtem prvků.



Rovinné úlohy byly diskretizovány pomocí čtyřúhelníkových prvků a prostorové pomocí šestistěnů (brick element), tyto prvky jsou přesnější než trojúhelníkové prvky, respektive čtyřstěny. Zároveň není prostorový model pilíře natolik geometricky složitý, aby bylo obtížné jeho objem nahradit šestistěny – šestistěny jsou v tomto případě dobře tvarované (pravidelné a pravoúhlé), což vede k urychlení konvergence a vyšší přesnosti řešení. Pro zmenšení výpočetního úsilí byly zvoleny **prvky s lineárními bázovými funkcemi**.¹⁰

V disertační práci je v řešených 2D úlohách konečně prvková síť tvořena **lineárními čtyřúhelníkovými prvky** (obr. 18a) se čtyřmi uzly používanými pro úlohy rovinné napjatosti (CPS4). Pro prostorové modely byl jako konečný prvek zvolen 3D solid prvek s označením C3D8 – **8 uzlový lineární šestistěn** (obr. 18b).



Obr. 18: Použité konečné prvky při numerické simulaci zděných pilířů – lineární čtyřúhelník (a), lineární šestistěn (b)

Pro diskretizaci FRP tkaniny byl využit obecný **membránový prvek** M3D4 se čtyřmi uzly, který se používá ve 3D úlohách, kde se deformace konstrukce může objevit ve třech směrech. Membránové prvky přenášejí pouze osovou sílu, nikoli ohybový moment. Používají se pro popsání tenkých povrchů, které mají pevnost ve své rovině, ale nemají žádnou ohybovou tuhost, např. tenká tkanina tvořící balon [104-AB]. Kromě toho se používají také k diskretizaci tenkých vyztužujících (zesilujících) kompozitů, jako tomu je i v teoretických analýzách popisovaných v této práci.

4.1.3 Výchozí předpoklady

Ve výpočtech se **chování materiálů idealizuje**. Nejznámější idealizací je **Hookeův zákon** popisující lineárně pružný materiál. V roce 1676 britský fyzik Robert Hooke¹¹ zformuloval zákon, který popisuje pružnou deformaci materiálu působením síly, která po odlehčení zmizí. Matematický zápis Hookeova zákona definoval v roce 1807 Thomas Young.

¹⁰ Kvadratický čtyřúhelníkový prvek má 8 uzlů, příp. 9 (uzel v těžišti prvku). Pokud je takovýto prvek převeden do 3D, je získán šestistěn – konečný prvek s 20 uzly. Při třech deformačních parametrech v každém z 20 uzlů to představuje celkem 60 parametrů na jednom prvku, odpovídající dimenze matice tuhosti prvku je tedy 60x60 a prvek představuje ve srovnání s lineární variantou – při srovnatelné hustotě sítě – podstatně větší nároky na kapacitu hardwaru.

¹¹ Robert Hooke zákon poprvé zapsal jako latinský anagram: „Ut tensio, sic vis.“ [106]



Uvedené předpoklady byly mimo jiné použity při experimentálním stanovení a vyhodnocení materiálových charakteristik použitých jako vstupní data do zvolených materiálových modelů. Předpokládáme, že materiál se chová pružně (elasticky), vztah mezi napětím a deformací je lineární a materiál je izotropní, potom je možné popsat chování takového materiálu v tahu / tlaku pomocí Hookeova zákona:

$$\sigma = E * \varepsilon [Pa] \quad (4.2)$$

kde E je Youngův modul pružnosti [Pa], a ε je poměrné přetvoření [-].

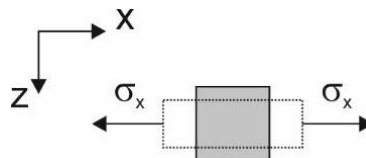
Poměrné přetvoření se spočítá jako poměr prodloužení / zkrácení konstrukce a jeho původní délky:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} [-] \quad (4.3)$$

kde l je délka prvku [m] a Δl je prodloužení / zkrácení [m].

Poměr mezi podélným a příčným přetvořením popisuje Poissonovo číslo – součinitel příčné kontrakce (obr. 19).

$$\varepsilon_z = -\mu * \varepsilon_x = -\frac{\mu}{E} * \sigma_x \quad (4.4)$$



Obr. 19: Grafické znázornění Poissonova součinitele

Známe-li Poissonovo číslo a hodnotu modulu pružnosti, můžeme dopočítat modul pružnosti ve smyku pomocí vztahu:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (4.5)$$

Youngův modul pružnosti lze z Hookeova zákona vyjádřit jako poměr napětí a přetvoření. V inženýrské praxi se jeho hodnota udává nejčastěji v GPa. V tab. 2 jsou uvedeny hodnoty Youngova modulu pružnosti, modulu pružnosti ve smyku a Poissonova součinitele pro materiály používané ve stavební praxi.



Tab. 2: Lineárně elastické charakteristiky vybraných materiálů [107]

	E (GPa)	G (GPa)	μ (-)
ocel	210	81	0,3
beton	20 - 40	0,42 * E	0,2
dřevo	Rovnoběžně s vlákny 10, Kolmo 0,3	0,6	-
sklo	70	28	0,25
litina	100	38	0,23 – 0,27
žula	12 - 50	-	0,2
PVC	2,5 - 3	42	0,25

Níže uvedené vztahy vycházejí z předpokladů teorie pružnosti¹² a pro řešení nelineárních úloh je jejich aplikace možná v případě, kdy je nelineární řešení prováděno **linearizací dílčích výpočtových kroků** (Newton-Raphsonova metoda, metoda délky oblouku) [19]. **Lineární teorie pružnosti** vychází z předpokladu malých posuvů, malých přetvoření a platnosti Hookeova zákona.

Teorie pružnosti pracuje se silami, napětími, posuny (přemístěním) a deformacemi (přetvořením). Vztahy mezi těmito veličinami popisují tři obecné rovnice pružnosti – **statické, geometrické a materiálové** (fyzikální, konstitutivní) [108]. Statické rovnice popisují rovnováhu na jednotlivých částech tělesa (rovnováhu mezi vnitřními a uzlovými silami). Geometrické popisují vliv posunu bodů na jeho přetvoření. Materiálové rovnice zohledňují vlastnosti materiálu, obsahují materiálové konstanty a popisují vztah mezi složkami deformace a složkami napětí – jak tuze je schopen materiál odolávat deformacím.

Geometrické rovnice pro 3D napjatost mají tvar:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

maticový zápis:

$$\{\varepsilon\} = [\partial]^T \{r\}, \quad (4.6)$$

kde $\{r\}$ je vektor přemístění, $\{\varepsilon\}$ je vektor poměrných deformací a matice $[\partial]$ obsahuje diferenciální operátory.

Statické rovnice mají tvar:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \bar{X} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \bar{Y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \bar{Z} = 0$$

¹² Teorie pružnosti je součástí mechaniky kontinua a jejím úkolem je určit, jak se zatěžované těleso deformuje a jaké v něm v důsledku působení zatížení vznikají vnitřní síly, resp. napětí [108].



maticový zápis:

$$[\partial] \{\sigma\} + \{X\} = \{0\}, \quad (4.7)$$

kde $[\partial]$ je matice obsahující diferenciální operátory, $\{\sigma\}$ je vektor napětí a $\{X\}$ je vektor vnějších sil.

Materiálové rovnice mají tvar:

$$\sigma_x = \frac{E [(1-\mu)\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y + \mu\varepsilon_z]}{(1-\mu)(1-2\mu)}, \quad \sigma_y = \frac{E [\mu\varepsilon_x + (1-\mu)\varepsilon_y + \mu\varepsilon_z]}{(1-\mu)(1-2\mu)}, \quad \sigma_z = \frac{E [\mu\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y + (1-\mu)\varepsilon_z]}{(1-\mu)(1-2\mu)},$$

$$\tau_{xz} = \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma_{zx}, \quad \tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma_{xy}, \quad \tau_{yz} = \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma_{yz}$$

maticový zápis:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\}, \quad (4.8)$$

kde $[D]$ je matice tuhosti.

Matice tuhosti **lineárně pružného izotropního** materiálu pro obecnou **3D napjatost** má tvar:

$$D = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 1-\mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & 1-\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5-\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5-\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5-\mu \end{bmatrix}$$

kde E je modul pružnosti a μ je Poissonův součinitel.

Zvláštním případem 2D úlohy je rovinná deformace (plane strain), při které jsou všechny složky deformace s indexem z nulové, $\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$, a rovinná napjatost (plane stress), kdy všechny složky napětí s indexem z jsou rovny 0.

Matice tuhosti izotropního materiálu pro **rovinnou deformaci**:

$$D = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & 0 \\ \mu & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0,5(1-\mu) \end{bmatrix}$$

Matice tuhosti izotropního materiálu pro **rovinnou napjatost**:

$$D = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5(1-\mu) \end{bmatrix}$$



4.1.4 Předpoklad lineárně elastického chování

Prvním krokem byla **rovinná analýza** nezesílených dostředně tlačných zděných pilířů za **předpokladu lineárně elastického chování** všech složek zdiva. V dalším kroku byl vytvořen **prostorový model nezesíleného a zesíleného cihelného pilíře** pro zkoumání podrobné odezvy pilíře na zatížení dostředným tlakem. Nejdříve byly uvažovány lineárně elastické charakteristiky všech použitých materiálů. Následně byly **porovnány tři typy nelineárních materiálových modelů**, výsledky byly diskutovány a byl zvolen nejvhodnější model pro simulaci dostředně tlačného nezesíleného cihelného pilíře a pilíře zesíleného pásy z vysokopevnostní tkaniny.

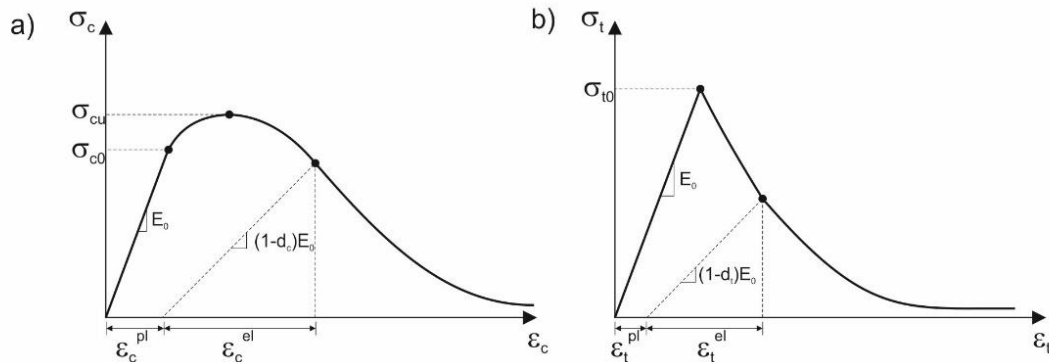
4.1.5 Použité nelineární materiálové modely

Všechny zvolené materiálové modely pracují s předpokladem platnosti zákona **neasociovaného plastického přetváření**. Prvním zvoleným modelem je **Concrete Damage Plasticity model**, který se používá pro modelování betonu a dalších kvazi-křehkých materiálů. Model předpokládá, že dvěma hlavními mechanismy porušení jsou **drcení materiálu v tlaku a tahové trhliny** [105]. Druhým zvoleným modelem je **Mohr-Coulombovo kritérium**, které se používá pro materiály s rozdílnou pevností v tahu a v tlaku. Ostré vrcholy Mohr-Coulombovy podmínky plasticity představují komplikaci při implementaci této podmínky v rámci MKP. Tento problém řeší **Drucker-Pragerova** podmínka, která je hladkou verzí Mohr-Coulombovy plasticity a třetím zvoleným materiálovým modelem. Zvolené modely jsou popsány na základě informací získaných z [105].

4.1.5.1 Concrete Damage Plasticity model

Concrete Damage Plasticity (CDP) model se používá pro **modelování betonu a dalších kvazi-křehkých materiálů** a pro všechny typy konstrukcí – trámy, nosníky, skořepiny a tělesa. Je vyvinut pro zatížení monotónní, cyklické a dynamické. Tento materiálový model využívá konceptu izotropního poškození v kombinaci s izotropní tahovou a tlakovou plasticitou pro popsání chování kvazi-křehkého materiálu. Vyžaduje, aby **pružné chování materiálu bylo izotropní a lineární**. Obsahuje kombinaci neasociované plasticity s opakovaným zpevněním a izotropní pružné poškození pro popsání nevratných poškození, které se objeví během lomového poškození [105].

Model předpokládá, že dva hlavní mechanismy poškození jsou **vznik tahových trhlin a drcení materiálu v tlaku**. Poškození je řízeno dvěma proměnnými – ekvivalentní plastické přetvoření v tahu, respektive v tlaku. Model dále předpokládá, že chování kvazi-křehkého materiálu v tahu a v tlaku je charakterizováno plastickým poškozením, jak je ukázáno na obr. 20.



Obr. 20: Chování kvazi-křehkého materiálu při jednoosém zatěžování v tahu (a) a tlaku (b)

Model předpokládá, že redukce modulu pružnosti je dána vztahem

$$E = (1 - d) * E_0 \quad (4.9)$$

kde E_0 je počáteční modul pružnosti (nepoškozeného materiálu) a d je parametr poškození. Degradace materiálové matice tuhosti je dána dvěma parametry poškození d_c a d_t , které souvisí s ekvivalentním plastickým přetvořením. Pokud jsou parametry poškození rovny nule, materiál je nepoškozený. Napětí v jednoosém tlaku a tahu pro poškozený materiál se spočítá dle:

$$\sigma_c = (1 - d_c) E_0 (\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (4.10)$$

$$\sigma_t = (1 - d_t) E_0 (\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (4.11)$$

kde σ_c / σ_t jsou napětí v jednoosém tlaku / tahu, $\varepsilon_c / \varepsilon_t$ jsou totální přetvoření v tlaku / tahu a $\tilde{\varepsilon}_c^{pl} / \tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ jsou ekvivalentní plastická přetvoření v tlaku / tahu.

Chování v tahu

Při jednoosém zatěžování v tahu pracovní diagram „napětí – přetvoření“ kopíruje lineárně elastický vztah, dokud není dosažena hodnota mezního napětí. Mezní napětí odpovídá vzniku mikro trhlin v kvazi-křehkém materiálu. Po dosažení mezního napětí dochází ke změkčení materiálu – k rozvoji a propojování trhlin, které vyvolávají přetvoření.

Pro popsání **tahové tuhosti** po dosažení mezního napětí (poškození) lze ve zvoleném materiálovém modelu použít **dva přístupy**. Chování materiálu po dosažení poškození je modelováno pomocí tuhosti v tahu, která umožňuje definovat změkčení materiálu s trhlínami. Tahovou tuhost lze definovat pomocí pracovního diagramu „napětí – přetvoření“ po dosažení poškození nebo užitím kritéria lomové energie.



První přístup vychází z mechaniky poškození, která popisuje chování materiálu při vzniku a rozvoji trhlin. Mechanika poškození zavádí pojem **zóna lokalizace** poškození – je to očekávané místo vzniku poruchy – tam, kde je materiál nejvíce oslaben nebo se tam nachází např. smršťovací trhlina. V tomto místě rostou průhyby, klesají napětí a po dosažení limitního přetvoření se trhliny propojí a vznikne **magistrální trhlina** [109]. V numerickém programu je v pracovním diagramu „napětí – přetvoření“ po vzniku poškození přetvoření z důvodu trhlin definováno jako totální přetvoření bez elastického přetvoření odpovídajícího nepoškozenému materiálu. Ve snaze se vyhnout potenciálním numerickým problémům, program uplatňuje nižší limitní hodnotu napětí po vzniku poškození, a to jednu setinu počátečního mezního napětí.

Druhým přístupem, jak popsat chování poškozeného materiálu, je definice užití **kritéria lomové energie** (jako materiálové charakteristiky). Hillerborg [110] navrhl model fiktivní trhliny a definuje energii potřebnou k otevření trhliny jako materiálový parametr s užitím konceptu křehkého lomu¹³. Lomová mechanika vychází z představy kontinua s **magistrální trhlinou**, na jejíž špici dosahuje napětí nekonečných hodnot (existence singularity). K popisu ztráty stability a růstu trhliny slouží integrální parametry lomu a parametry šíření trhliny. Mezi základní parametry **lineární lomové mechaniky** (anglicky Linear Fracture Mechanics – LMF) patří Irwinův faktor intenzity napětí K , který souvisí s **lomovou houževnatostí** K_c a Riceův J – *integrál*, který má souvislost s **lomovou energií** g_f .

Vztah mezi lomovou houževnatostí (fracture toughness) a lomovou energií (fracture energy) je dán:

$$g_f = \frac{K_c^2}{E} \quad (4.12)$$

kde g_f je lomová energie, K_c lomová houževnatost a E je modul pružnosti.

Kritérium faktoru intenzity napětí [109] udává, že stav s trhlinou je stabilní, pokud faktor intenzity napětí K je menší než mezní hodnota = lomová houževnatost K_c . Existují tři typy faktoru intenzity napětí odpovídající třem módům porušení:

- Múd I – normálový lom – porušení tahem;
- Múd II – lom smykem – porušení smykem;
- Múd III – antirovinný lom smykem – porušení smykem.

Energetické kritérium vychází ze zákona zachování energie a porovnává rychlost uvolněné energie s mezní hodnotou, tj. v tomto případě lomová energie g_f . **Energetické kritérium šíření trhliny**

¹³ Existují dva druhy lomů – lom houževnatý a křehký [109]. Křehký lom je kolmý k působící síle a je podporován heterogenitou, složitou napjatostí, nízkou teplotou nebo rychlostí zatěžování.



popisuje dva stavy – stav než se trhлина začne šířit a stav, kdy síla dosahuje kritické hodnoty a trhлина se začíná šířit. Pro určení lomové energie existuje experimentální test navržený RILEM [111] Specifická lomová energie G_f [N/m] podle doporučení RILEM je průměrná energie získaná jako:

$$G_f = \frac{1}{(h-a)} * b \int P d\delta \quad (4.13)$$

Tato energie je závislá na tvaru a velikosti vzorku. Proto Karihaloo a Abdalla v [112] vyjadřují disipaci energie při lomu při šíření trhliny vztahem $\sigma = \sigma(w)$, kde σ je kohezivní otevření trhliny a w je rozevření fiktivní trhliny. Takto stanovená energie (true energy) je nezávislá na tvaru vzorku.

$$G_f = \int \sigma(w)dw = d \int \sigma(\varepsilon)d\varepsilon \quad (4.14)$$

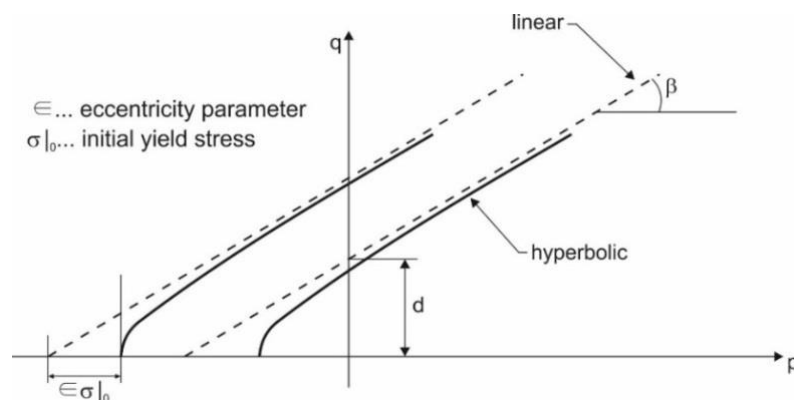
Chování v tlaku

Při jednoosém zatěžování v tlaku (obr. 20a) odezva odpovídá lineárně elastickému chování, dokud není dosažena hodnota napětí na mezi kluzu. V plastické oblasti je pracovní diagram charakterizován tlakovým zpevněním spojeným s nárůstem přetvořením do doby, kdy je dosaženo mezního napětí. Po dosažení mezního napětí dochází k výraznému nárůstu přetvoření za poklesu napětí - změkčení.

Concrete Damage Plasticity model předpokládá zákon neasociovaného plastického přetváření. Plastický potenciál G užitý pro tento model je Drucker-Pragerova hyperbolická funkce:

$$G = \sqrt{(\varepsilon\sigma_{t0}\tan\psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p}\tan\psi \quad (4.15)$$

kde ψ je úhel dilatance, σ_{t0} je tahové napětí při porušení, ε parametr, označovaný jako excentricita, který definuje rychlost, s jakou se funkce přibližuje asymptotě (pokud se plastický potenciál blíží přímce, excentricita se blíží nule).



Obr. 21: Zobrazení parametru excentricity v p-q rovině



Na obr. 21 je vysvětlen parametr zvaný excentricita, který odpovídá vzdálenosti mezi průsečíky přímky a hyperboly s osou p v p - q rovině. Výchozí hodnota je v CDP modelu nastavena 0,1 - menší hodnota by mohla vést k problémům s konvergencí [105].

Model používá funkci plasticity (zatěžování) vyvinutou Lublinerem et al. (1989) s modifikacemi navrženými Leem a Fenvesem (1998), která počítá s rozdílným vývojem pevnosti v tahu a v tlaku:

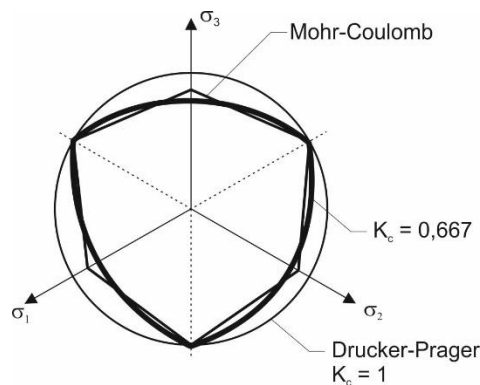
$$F = \frac{1}{1-\alpha} (\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta(\bar{\varepsilon}^{pl})\langle\bar{\sigma}_{max}\rangle - \gamma\langle-\bar{\sigma}_{max}\rangle) - \bar{\sigma}_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl}) = 0 \quad (4.16)$$

$$\alpha = \frac{(\sigma_{b0}/\sigma_{c0})-1}{2(\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}-1)}; 0 \leq \alpha \leq 0,5 \quad (4.17)$$

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\bar{\varepsilon}_c^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (4.18)$$

$$\gamma = \frac{3(1-K_c)}{2K_c-1} \quad (4.19)$$

kde $\bar{\sigma}_{max}$ je maximální hlavní efektivní napětí, σ_{b0}/σ_{c0} je poměr mezi biaxiálním a axiálním mezním napětím v tlaku (výchozí hodnota v CDP modelu je 1,16 a odpovídá poměru napětí biaxiálního a axiálního tlaku betonu), K_c (obr. 22) je poměr druhého invariantu napětí tahového meridiánu ku tlakovému ($0,5 < K_c \leq 1,0$, výchozí hodnota je $2/3$), $\bar{\sigma}_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl})$ je efektivní napětí při soudržnosti v tlaku, resp. v tahu.

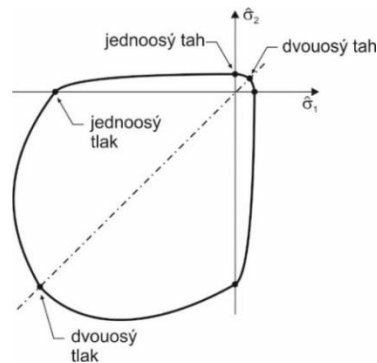


Obr. 22: Podmínky plasticity v deviatorické rovině odpovídající rozdílným hodnotám K_c

Materiálové modely zachycující **změkčení a zmenšení tuhosti** často vedou k problémům s konvergencí. Běžným způsobem, jak tomu předejít, je použití viskoplastické regularizace materiálových rovnic, která umožní dopočítávat tuhost v sestupné větvi v malých časových přírůstcích. Užitím viskoplastické regularizace s malou hodnotou parametru viskozity (malou v porovnání s charakteristickým časovým přírůstkem) pomáhá zlepšit rychlost konvergence bez ovlivnění výsledků. Pokud je hodnota parametru viskozity rozdílná od nuly, výsledná plastická



přetvoření vedou k viskoplastickým přetvořením ε_v^{pl} . Výchozí hodnota parametru viskozity je nastavena jako 0, tudíž se žádná viskoplastická regularizace neprovede.

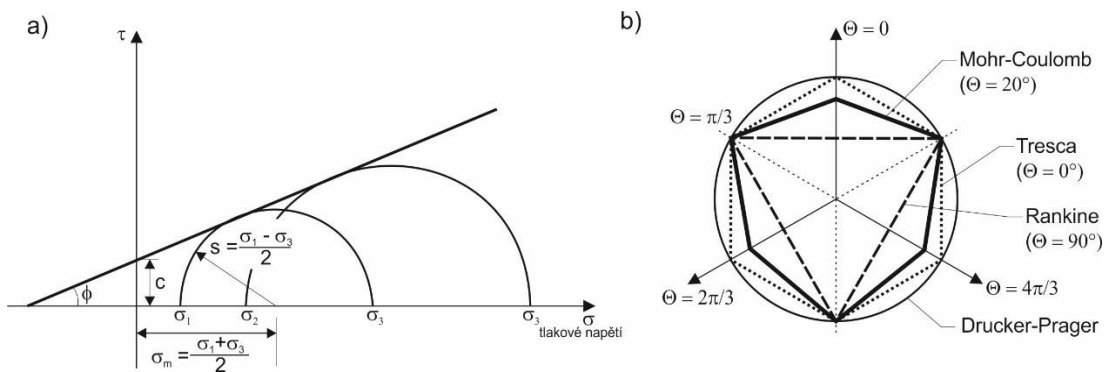


Obr. 23: Podmínka plasticity pro rovinnou napjatost

Podmínka plasticity pro rovinnou napjatost je zobrazena na obr. 23. Concrete Damage Plasticity model předpokládá vznik trhlin v místě, kde tahová ekvivalentní **plastická přetvoření jsou větší než nula** a maximální hlavní plastická přetvoření jsou kladná. Směr trhlin je potom rovnoběžný se směrem maximálních hlavních plastických přetvoření.¹⁴

4.1.5.2 Mohr-Coulombova plasticita

Mohr-Coulombovo kritérium se používá pro materiály s rozdílnou pevností v tahu a v tlaku. Stejně jako CDP model se používá **v kombinaci s lineárně elastickým materiálovým modelem**. Umožňuje materiálu izotropní zpevnění nebo změkčení. Vstupními parametry pro tento materiálový model jsou včetně lineárně elastických charakteristik úhel tření a soudržnost, které určují hranici plasticity. Dále se zadávají úhel dilatance a absolutní plastická přetvoření. Plastická přetvoření jsou nulová, pokud je uvažován lineárně elastický – perfektně plastický materiál. Průmětem podmínky v prostoru hlavních napětí je získán nepravidelný šestiboký kužel.



Obr. 24: Mohr-Coulombova podmínka plasticity (a), podmínky plasticity pro rozdílné hodnoty úhlu tření zobrazené v deviatorické rovině (b)

¹⁴ Směr trhlin lze zobrazit v modulu Vizualizace (Results → Field Output: PE, Max. Principal Plot → Symbols).



Mohr – Coulombovo kritérium předpokládá, že porušení nastává, pokud smykové napětí v jakémkoli bodě v materiálu dosáhne hodnoty, která lineárně závisí na normálovém napětí ve stejné rovině. Model je založen na vykreslení Mohrovy kružnice pro stavy napětí při porušení v rovině maximálních a minimálních hlavních napětí. Křivka porušení je přímka, která se dotýká Mohrových kružnic (obr. 24a).

Mohr – Coulomb je definován jako:

$$\tau = c - \sigma \tan \varnothing \quad (4.20)$$

kde σ je záporné při tlakovém namáhání. Z Mohrovy kružnice získáme:

$$\tau = s \cos \varnothing \quad (4.21)$$

$$\sigma = \sigma_m + s \sin \varnothing \quad (4.22)$$

Po dosazení za τ a σ a vynásobením obou stran $\cos \varnothing$ lze Mohr-Coulomba zapsat jako:

$$s + \sigma_m \sin \varnothing - c \cos \varnothing = 0 \quad (4.23)$$

kde

$$s = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (4.24)$$

je polovina rozdílu mezi maximálním a minimálním hlavním napětí,

$$\sigma_m = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) \quad (4.25)$$

je průměr maximálního a minimálního hlavního napětí a \varnothing je úhel tření.

Úhel tření nabývá hodnot od nuly do 90° . Pokud se rovná nule, Mohr-Coulombův model je redukován na Trescův model, který je v deviatorické rovině zobrazen jako pravidelný šestiúhelník. Pokud se úhel tření rovná 90° dostáváme Rankinův model, který je v deviatorické rovině zobrazen jako trojúhelník (obr. 24b).

Plastický potenciál pro Mohr-Coulombovu podmínku plasticity je hyperbolická funkce v meridiální rovině napětí a hladká eliptická funkce navržena Menétreyem a Willamem (1995).

$$G = \sqrt{(\epsilon c |_0 \tan \psi)^2 + (R_{mw} q)^2} - p \tan \psi \quad (4.26)$$

kde

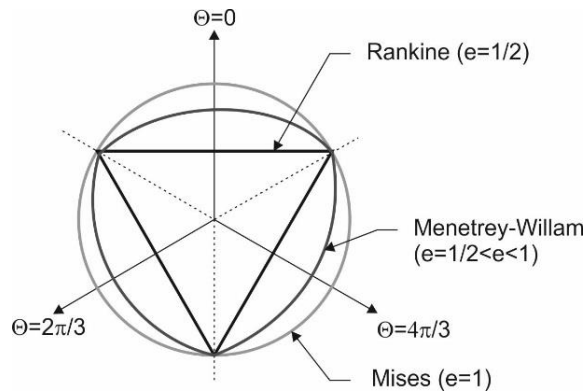
$$R_{mw}(\theta, e) = \frac{4(1-e^2) \cos^2 \theta + (2e-1)^2}{2(1-e^2) \cos \theta + (2e-1) \sqrt{4(1-e^2) \cos^2 \theta + 5e^2 - 4e}} R_{mc} \left(\frac{\pi}{3}, \varnothing \right) \quad (4.27)$$



$$R_{mc} \left(\frac{\pi}{3}, \emptyset \right) = \frac{3 - \sin \emptyset}{6 \cos \emptyset} \quad (4.28)$$

ψ je úhel dilatance, $c|_0$ je počáteční koheze při mezní napětí $c|_0 = c|_{\epsilon^pl=0}$, \emptyset je úhel tření, ϵ je parametr označovaný jako meridiální excentricita (viz výše, výchozí hodnota je 0,1), e je parametr označovaný jako deviatorická excentricita, která se spočítá jako $e = \frac{3 - \sin \emptyset}{3 + \sin \emptyset}$.

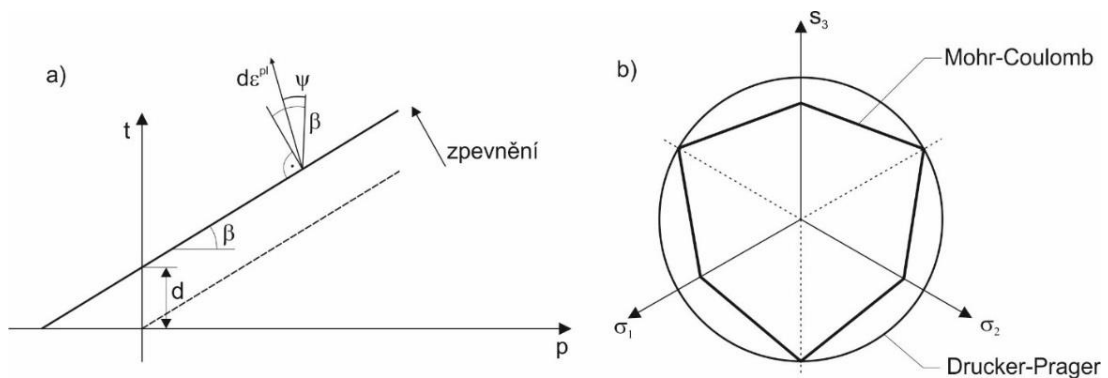
Hodnotu e lze také zadat přímo jako materiálový parametr, jež může nabývat hodnot $\frac{1}{2} < e \leq 1$. Horní limit odpovídá v deviatorické rovině Misesovu kruhu a spodní Rankinově trojúhelníku (obr. 25).



Obr. 25: Zobrazení plastického potenciálu v deviatorické rovině

4.1.5.3 Drucker-Prager model

Drucker-Prager model upravuje singularity Mohr-Coulombova modelu. Na rozdíl od Mohr-Coulombova modelu je Drucker-Pragerova plocha plasticity hladká a v prostoru hlavních napětí je zobrazena jako cylindrický kužel (obr. 26b). Byl zvolen lineární model (obr. 26a), který je primárně určen pro simulace, při kterých jsou **napětí z větší části tlaková**.



Obr. 26: Lineární Drucker-Prager v p - t rovině (a), M-C a D-P v deviatorické rovině (b)



Podmínka plasticity pro lineární Drucker-Pragerův model je zapsána ve tvaru:

$$F = t - p \tan \beta - d = 0 \quad (4.29)$$

$$t = \frac{1}{2}q \left[1 + \frac{1}{K} - \left(1 - \frac{1}{K} \right) \left(\frac{r}{q} \right)^3 \right] \quad (4.30)$$

$\beta(\theta, f_i)$ je sklon lineární křivky určující plochu plasticity, běžně označován jako úhel tření materiálu, d je koheze, $K(\theta, f_i)$ je poměr mezního napětí v trojosém tahu ku trojosému tlaku.

Aby povrch podmínky plasticity zůstal konvexní, měly by se hodnoty K pohybovat v rozmezí $0,778 \leq K \leq 1$. Pokud se $K=1$ je podmínka plasticity tvořena Misesovým kruhem, mezní napětí v trojosém tahu a tlaku jsou stejná.

Plastický potenciál pro tento model se spočítá jako:

$$G = t - p \tan \psi \quad (4.31)$$

kde ψ je úhel dilatance v p-t rovině. Jeho geometrické vysvětlení je na obr. 26a. V tomto případě, kdy je zpevnění definované v jednoosém tlaku, tato funkce plastického potenciálu vylučuje úhel dilatance větší než $71,5^\circ$ ($\tan \psi > 3$). Toto omezení ale v reálu nelze považovat za omezení, protože skutečné materiály takovýchto hodnot úhlu dilatance nedosahují. Pokud se $\psi = 0$, materiál nemění objem v důsledku smyku [105].

V případě, že nemáme potřebná vstupní data pro Drucker-Pragerův model, lze je dopočítat z Mohr-Coulombova modelu dle [105] (obr. 26b) – hlavní parametry Drucker-Pragerova kritéria souvisí s materiálovými parametry Mohr-Coulombovými – s kohezí a úhlem tření, které lze určit experimentálně, případně dohledat v literatuře. Mohr-Coulomb předpokládá, že existuje lineární vztah mezi deviatorickým a tlakovým napětím, může být tedy přepočítán na lineární Drucker-Pragerův model, který je k dispozici ve zvoleném výpočetním programu [105].

4.1.6 Experimentální stanovení vstupních dat

Omezená platnost mechanických vlastností zdíva je kompilací při numerickém modelování zděných konstrukcí. Velký rozptyl mechanických vlastností jednotlivých složek vylučuje využití parametrů nalezených v literatuře nebo tabulkových hodnot pevnosti materiálu, jako tomu je např. u oceli. Z těchto důvodů je zpravidla nutné mechanické vlastnosti zjišťovat vždy pro konkrétní případ. Aby mohla být pomocí numerické analýzy sledována nelineární odezva cihelných pilířů na zatížení, je



nutné krom lineárně elastických charakteristik použitých materiálů (modulu pružnosti¹⁵ a Poissonova součinitele) stanovit i další parametry cihel plných pálených a malty. V této podkapitole je popsáno experimentální stanovení odezvy na zatížení tlakem a tahem cihly plné pálené a malty, které probíhalo v laboratoři Katedry konstrukcí pozemních staveb na Fakultě stavební, ČVUT v Praze. V závěru podkapitoly jsou dosažené výsledky diskutovány a porovnány s výsledky nalezenými ve vědecké literatuře.

4.1.6.1 Tlaková pevnost cihly plné pálené

Metodu stanovení pevnosti zdicích prvků v tlaku popisuje norma *ČSN EN 772-1+A1 Zkušební metody pro zdící prvky – Část 1: Stanovení pevnosti v tlaku*. Podle této normy se pevnost zdicích prvků stanoví na zkušebních tělesech uložených na dostředně tlačnou desku zkušebního lisu a zatěžovaných plynule zvyšujícím se zatížením až do porušení. Rychlost zatěžování se stanovuje podle předpokládané pevnosti v tlaku zkušebního tělesa. Norma udává, že nejmenší počet zkušebních těles je šest. Norma *ČSN EN 771-1 Specifikace zdicích prvků – Část 1: Pálené zdící prvky* upravuje počet zkušebních těles pro pálené zdící prvky na deset. Zkušební těleso může být tvořeno celým zdicím prvkem nebo částí vyříznutou ze zdícího prvku.

V rámci stanovení potřebných vstupních parametrů byly zkoušeny cihly plné pálené jakosti P10, P15 a P20 s deklarovanou pevností v tlaku 10, 15 a 20 MPa. Pevnost v tlaku byla zkoumána na desítkách zkušebních těles tvaru **krychle o délce hrany 40 mm** vyřezaných z plných cihel. V grafu na obr. 27 je zobrazen z důvodu lepší čitelnosti pouze výběr provedených testů. Zkušební tělesa byla umístěna mezi dvě tlačné desky a zatěžována přírůstkem svislé deformace s krokem 0,01 mm. Experimentálně získaná křivka závislosti „síla – deformace“ byla očištěna o počáteční prokluz a síla byla přepočítána na napětí σ pomocí vztahu:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (4.32)$$

kde F je velikost působící tlakové síly v N a A je plocha v m^2 .

V dalším kroku byla deformace převedena na poměrné přetvoření ε dle:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (4.33)$$

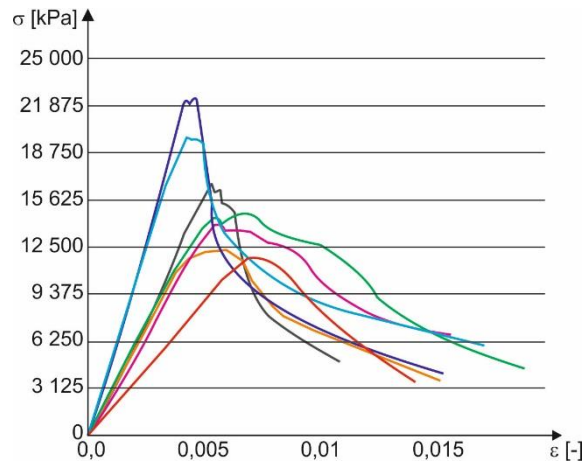
kde Δl je změna délky v m (deformace) a l je počáteční délka prvku v m.

¹⁵ U zdiva se zpravidla setkáváme s pojmem „modul přetvárnosti“. Vzhledem k idealizaci chování zdiva v numerické analýze je v této práci používán termín „modul pružnosti“.



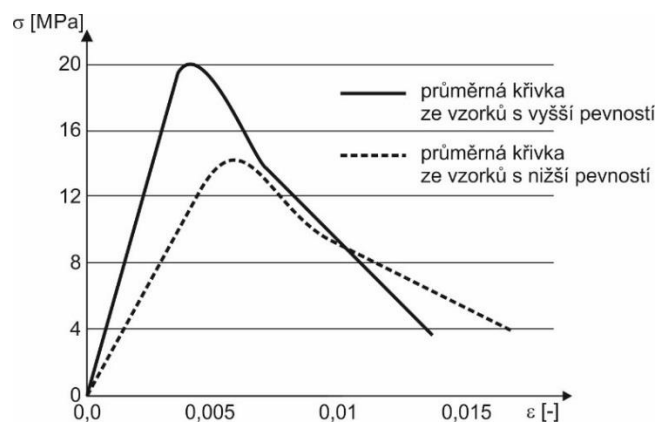
Experimentální výsledky byly převedeny na pracovní diagram „napětí – přetvoření“. Pokud známe napětí i poměrné přetvoření, lze pomocí Hookeova zákona dopočítat modul pružnosti E dle:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (4.34)$$



Obr. 27: Experimentálně stanovená odezva cihly plně pálené na zatížení v tlaku – závislost „napětí – přetvoření“

Z pracovního diagramu „napětí – přetvoření“ cihly plně pálené (obr. 27) je patrné, že s rostoucí tlakovou pevností cihel se zmenšuje deformace, resp. poměrné přetvoření, při kterém bylo dosaženo meze pevnosti materiálu. Cihly s větší pevností v tlaku vykazují tužší odezvu na zatížení dostředným tlakem než cihly s menší tlakovou pevností. Na základě experimentálních výsledků byly stanoveny zprůměrované křivky závislosti „napětí - přetvoření“ (obr. 28) pro cihly plně pálené s vyšší tlakovou pevností a s nižší tlakovou pevností, které budou použity pro popsání odezvy cihly plně pálené na zatěžování v jednoosém tlaku v nelineárním materiálovém modelu v numerické simulaci cihelných pilířů. Pro stanovené závislosti „napětí – přetvoření“ byl dopočítán **modul pružnosti** – pro cihly s vyšší pevností (CP1) je jeho hodnota **4,4 GPa** a pro cihly s nižší pevností (CP2) je **modul pružnosti roven 2,5 GPa**.

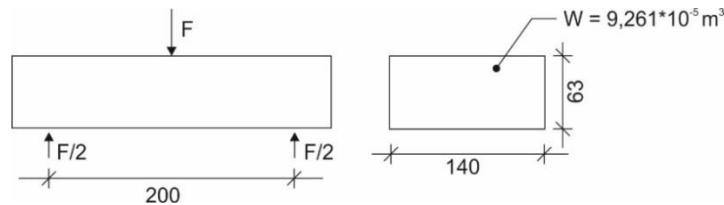


Obr. 28: Vstupní data pro odezvu cihly na zatížení tlakem



4.1.6.2 Tahová pevnost cihel plných pálených

Pevnost v tahu byla stanovována jako pevnost v tahu za ohybu pomocí zkoušky tříbodového ohybu (obr. 29). Ke zkoušce byly používány zkušební trámce z plné cihly, které byly umístěny mezi dvě podpory. Zatížení působilo ve středu cihly plné pálené, resp. uprostřed mezi podporami. Zatížení bylo aplikováno ve formě svislé deformace s krokem 0,01 mm.



Obr. 29: Experimentální nastavení tříbodového ohybu pro stanovení tahové pevnosti cihly plné pálené

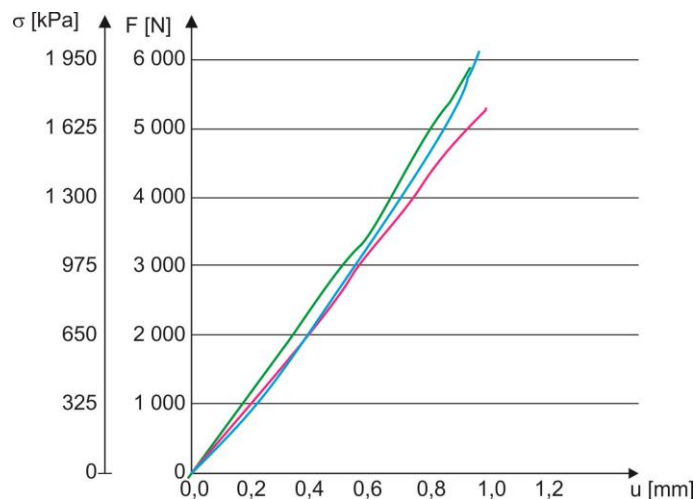
Výsledkem zatěžovací zkoušky byl pracovní diagram „síla – deformace“. Z experimentálních pracovních diagramů byl odstraněn počáteční prokluz a z působící síly bylo spočítáno napětí σ dle:

$$\sigma = \frac{M}{W} \quad (4.35)$$

$$M = \frac{Fl}{4} \quad (4.36)$$

$$W = \frac{1}{6}bh^2 \quad (4.37)$$

kde M je ohybový moment v Nm, W je průřezový modu v m^3 a a je délka hrany čtverce.



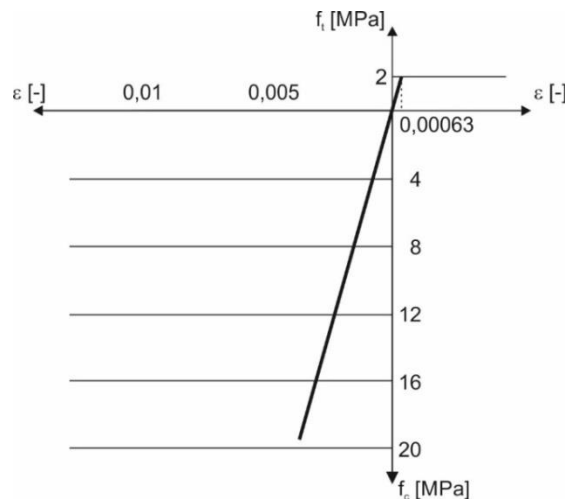
Obr. 30: Odezva cihly plné pálené na zatížení v tahu za tříbodového ohybu – experimentální závislost „síla-deformace“ s odpovídajícím přepočteným a poníženým napětím

Získaná pevnost ze zkoušky v tříbodovém ohybu byla přepočtena dle [107], kde je uvedeno, že pevnost v tahu odpovídá přibližně 60 až 70 % pevnosti v tahu za ohybu. Tento údaj je ve shodě



s normou ČSN 73 1318 Stanovení pevnosti betonu v tahu, která udává, že pevnost v tahu betonu je 65 % pevnosti tahu zjištěné ze zkoušky ohybem. Vynesené hodnoty napětí v grafu na obr. 30 jsou hodnoty napětí vypočtené dle (4.35) a ponížené o 35 %.

Při testování v tahu za třibodového ohybu (obr. 30) vykazovala všechna zkušební tělesa tvořená cihlou plnou pálenou **křehké chování** (sestupná větev pracovního diagramu po dosažení mezního zatížení klesla kolmo dolů). Na základě experimentálních výsledků a úpravy dle [107] byla stanovena průměrná **tahová pevnost cihly plně pálené rovna 2 MPa**. Tahová pevnost cihly plně pálené odpovídá přibližně **10 % její tlakové pevnosti**, což je v souladu s předpokládanou hodnotou a odbornou literaturou. Za předpokladu platnosti Hookeova zákona a ze známé tahové pevnosti cihel lze pomocí grafické metody určit hodnotu poměrného přetvoření při křehkém selhání v tahu (obr. 31), která bude použita pro popsání odezvy cihly plně pálené na zatěžování v jednoosém tahu v numerické simulaci cihelných pilířů s předpokladem nelineárního chování složek zdiva.



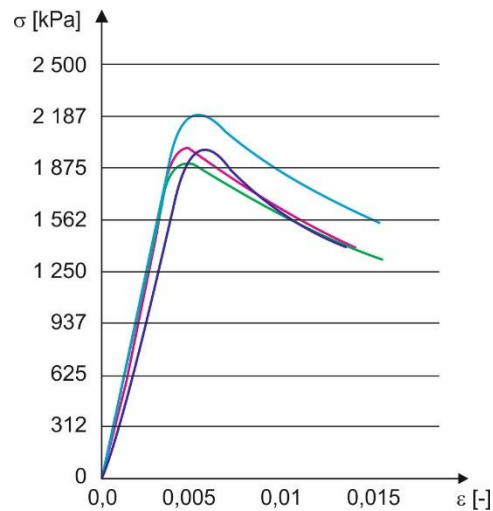
Obr. 31: Vstupní data pro odezvu cihly na zatížení tahem

4.1.6.3 Tlaková pevnost malty

Tlaková zkouška malty probíhala na lisu postupným přidáváním svislé deformace na zkušebních tělesech tvaru krychle o délce hrany 40 mm (krychle byly vyřezány z porušených trámečků testovaných v třibodovém ohybu). Pro lepší čitelnost pracovního diagramu byly vybrány jen některé výsledky. Experimentální pracovní diagramy „síla – deformace“ byly očištěny o počáteční prokluz a byl aplikován shodný přepočít jako pro cihly plně pálené, aby byl z experimentálních výsledků získán pracovní diagram „napětí – přetvoření“. Většina vzorků vykazovala téměř shodné maximální tlakové pevnosti a obdobný charakter odezvy při zatěžování v tlaku. V tlaku po dosažení meze

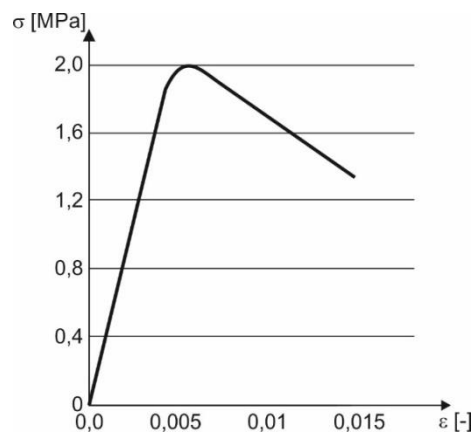


pružnosti nastalo zpevnění materiálu, které bylo po dosažení meze pevnosti následováno sestupnou větví s prudkým nárůstem deformací (obr. 32).



Obr. 32: Experimentálně stanovená odezva cihly plně pálené na zatížení v tlaku – závislost „napětí – přetvoření“

Na obr. 33 je uvedena zprůměrovaná křivka, která bude použita pro popsání odezvy malty na zatěžování v jednoosém tlaku v numerické simulaci cihelných pilířů za předpokladu nelineárního chování složek zdiva. Z pracovního diagramu „napětí – přetvoření“ byla dopočítána **hodnota modulu pružnosti malty rovna 0,4 GPa**.



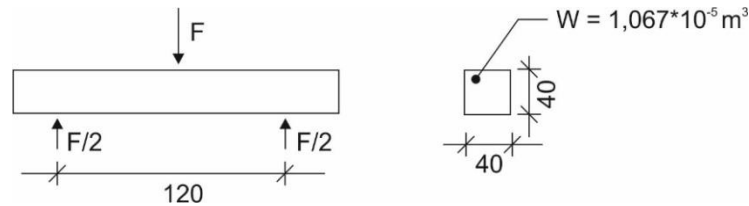
Obr. 33: Vstupní data pro odezvu malty na zatížení tlakem

4.1.6.4 Tahová pevnost malty

Tahové vlastnosti malty byly testovány v třibodovém ohybu na zkušebních tělesech tvořených trámečky 40 x 40 x 160 mm (obr. 34). Zrání malty probíhalo 28 dní. Zkušební tělesa byla umístěna

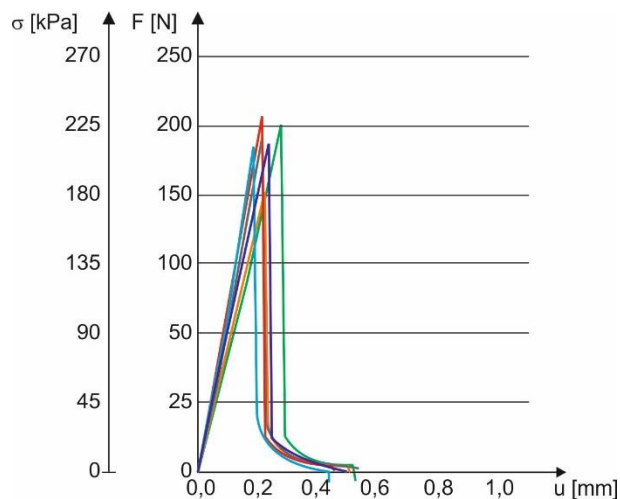


mezi dvě podpory se vzdáleností 0,12 m a zatěžována uprostřed svého rozpětí svislou deformací s krokem 0,01 mm.



Obr. 34: Experimentální nastavení tříbodového ohybu pro stanovení tahové pevnosti malty

Výsledkem experimentálního zatěžování byl pracovní graf „síla – deformace“. Stejně jako u zkoušky cihly plné pálené v tříbodovém ohybu byly experimentální grafy očištěny o počáteční prokluz, ze síly bylo dopočítáno napětí pomocí (4.35), které bylo zmenšeno o 35% v souladu s [107] (obr. 35).

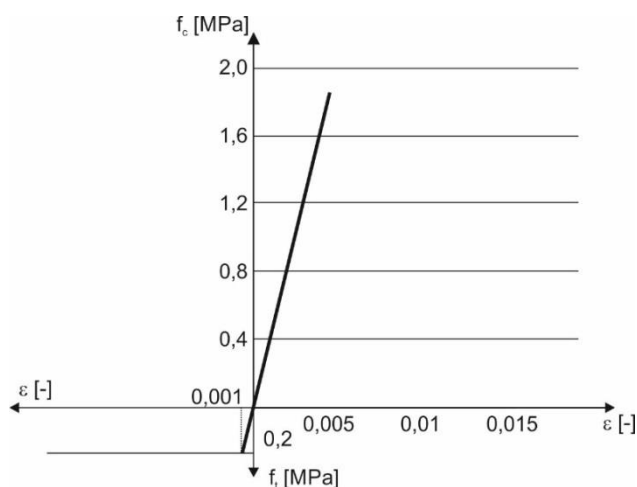


Obr. 35: Odezva maltového trámečku na zatížení v tahu za tříbodového ohybu – experimentální závislost „síla-deformace“ s odpovídajícím přepočteným a poníženým napětím

Odezvu maltového trámečku na zatěžování v tříbodovém ohybu po dosažení mezního zatížení lze hodnotit jako křehkou – sestupná větev pracovního diagramu míří kolmo dolů (obr. 35). V závěru zatěžování ale svislá sestupná větev u všech zkušebních těles změnila sklon. Může to být zapříčiněno tím, že šíření trhliny neproběhlo zcela křehce, jako tomu bylo u cihly plné pálené, ale u maltového trámce zůstala po dosažení mezního zatížení malá část vzorku, která nebyla porušena trhlinou (ligament) a která je i přesto, že dochází k prudkému nárůstu deformací, schopna přenášet po krátkou dobu část zatížení až do úplného selhání zkušebního tělesa. Ve výpočtu bylo uvažované křehké selhání malty v tahu. Na základě experimentálních výsledků byla určena průměrná tahová pevnost malty rovna 0,2 MPa, což je hodnota, které odpovídá 10 % tlakové pevnosti malty a je ve shodě s očekávanou hodnotou pevnosti malty v tahu. Za předpokladu platnosti Hookeova zákona a ze známé tahové pevnosti malty byla stanovena hodnota poměrného přetvoření (obr. 36), která bude



použita pro popsání odezvy malty na zatěžování v jednoosém tahu v numerické simulaci cihelných pilířů za předpokladu nelineárního chování složek zdiva.



Obr. 36: Vstupní data pro odezvu malty na zatížení tahem

4.1.6.5 Porovnání zjištěných hodnot s odbornou literaturou

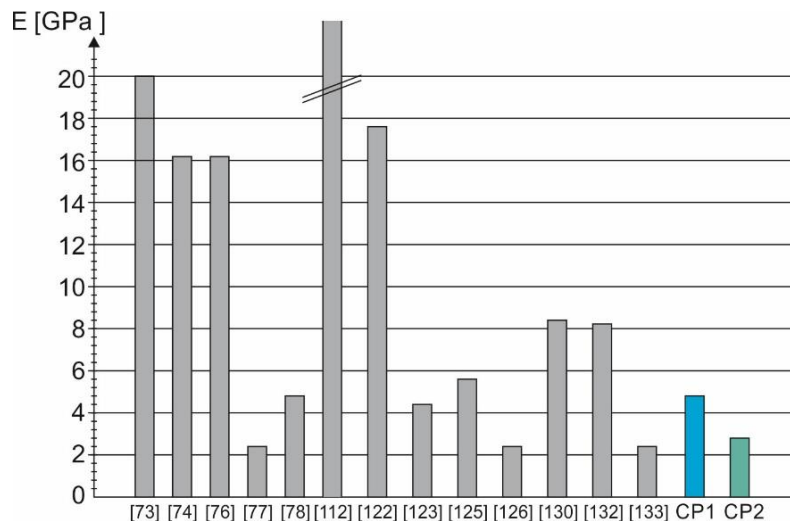
Pro porovnání s experimentálně zjištěnými vlastnostmi byly moduly pružnosti a pevnosti cihly a malty v tlaku a tahu dohledány ve vědecké literatuře. Souhrn mechanických vlastností uveden v tab. 3 potvrzuje vysokou rozmanitost používaných cihel i malty a velký rozptyl jejich mechanických vlastností.

Tab. 3: Mechanické vlastnosti cihly plně pálené a malty zjištěné na základě rešerše vědecké literatury

Cihly	Cihly				Malta			
	E [GPa]	ν [-]	f_t [MPa]	f_c [MPa]	E [GPa]	ν [-]	f_t [MPa]	f_c [MPa]
[7]	2,5	0,15	-	-	-	-	-	-
[8]	4,771	-	0,14	2,49	3,193	-	0,03	0,42
[11]	20	0,15	2,5	50	10	0,15	0,6	6
[12]	16,7	0,15	3,5	11,5	2,97	0,15	1,5	8,2
[14]	16,7	0,2	-	-	2,974	0,2	-	-
[50]	30,7	0,24	8	35,6	16,85	0,19	2,3	9,8
[87]	17,6	0,15	2,0	10,0	2,5	0,1	0,25	3,0
[88]	4,25	0,1	-	-	5	0,1	-	-
[89]	5,58	0,2	2	19,8	2	-	0,25	3
[91]	2,4	0,15	1,4	14	15	0,1	6	45
[95]	8,3	0,13	3,2	12,6	7,5	0,26	1,1	4,8
[97]	8,712	0,1	2,5	20,1	2,5	0,1	1,9	5,2
[113]	2,4	0,05	3,4	18,7	0,335	0,2	14,7	1,4



Hodnoty tlakové a tahové pevnosti cihel plných pálených (CP1 a CP2) experimentálně stanovených za účelem získání potřebných vstupních dat do numerické simulace zděných pilířů se nejvíce blíží hodnotám uvažovaným Barbierim et al. v [91], kteří udávají modul pružnosti cihly 2,4 GPa při tlakové pevnosti 14 MPa (odpovídá vzorkům s označením CP2), Graubner a Richter v [113] uvažují také hodnotu modulu pružnosti cihly rovnu 2,4 GPa, ale při tlakové pevnosti cihel 18,7 MPa. Naopak v [11, 12, 14, 87] autoři udávají hodnotu modulu pružnosti cihly téměř až 20 GPa, ale tlaková pevnost cihly nebyla navýšena (pohybuje se mezi 10–12 MPa). Podobnou hodnotu modulu pružnosti cihly, a to okolo 8 GPa, uvádějí autoři v [95, 97], tlaková pevnost cihly se ale liší – v [95] byla uvažována 12,6 MPa a v [97] 20,1 MPa, tzn., že při stejném modulu pružnosti se tlaková pevnost liší téměř o polovinu. Pro lepší přehlednost výše popsaného byly hodnoty modulů pružnosti zjištěné na základě rešerše literatury a experimentálně stanovené v laboratoři (CP1 a CP2) vyneseny do sloupcového grafu (obr. 37).



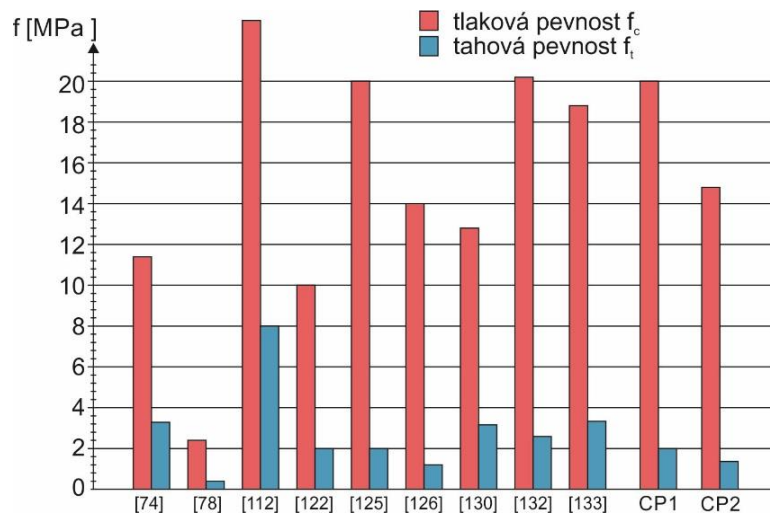
Obr. 37: Grafické znázornění hodnot modulů pružnosti cihly plné pálené

Poměr tlakové a tahové pevnosti u laboratorně zkoušených vzorků cihly plné pálené (CP1 a CP2) se pohyboval v poměru přibližně 10:1, což odpovídá obecně platnému předpokladu, že tahová pevnost cihel odpovídá cca 10 % jejich pevnosti v tlaku. Tohoto předpokladu bylo docíleno jen v [89, 91, 97]. Nejvyšší tlakovou a tahovou pevnost cihly uvažují autoři v [50], tlaková pevnost byla 35,6 MPa při tahové pevnosti 8 MPa, což odpovídá téměř čtvrtině pevnosti tlakové. Tlakové a tahové pevnosti cihly zjištěné na základě rešerše literatury a experimentálně stanovené v laboratoři (CP1 a CP2) byly pro lepší přehlednost vyneseny do sloupcového grafu na obr. 38.

Obecně není možné najít ve vědeckých studiích jednoznačnou shodu. Zdicí prvky a malta vykazují velký rozptyl mechanických vlastností. U cihly plné pálené jsou mechanické vlastnosti ovlivněny kvalitou cihlářské hlíny, technologií výroby a způsobem a dobou vypalování. Vlastnosti malty se odvíjí od jejího složení, technologie výroby a jejího typu. Z těchto důvodů je u malty



nemožné najít shodu ve vědecké literatuře – nelze porovnávat pevnost nebo modul pružnosti vápenné a vápenocementové malty, protože rozdíly mohou být řádové. U historických konstrukcí bývá rozptyl mechanických vlastností složek zdiva ještě umocněn stářím a degradačními procesy.



Obr. 38: Grafické znázornění tlakové a tahové pevnosti cihly plně pálené

4.1.7 Metody řešení nelineárních rovnic

Při fyzikálně nelineárním výpočtu matice tuhosti K není konstantní, ale obecně je funkcí vektoru uzlových deformací. Získáváme tedy soustavu nelineárních rovnic, které není možné řešit přímo, ale je potřeba použít jiný postup. Většina metod používaná k řešení nelineárních rovnic je založena na principu postupného zvyšování zatížení a provedení iteračního výpočtu po každém přírůstku, tak aby byly naplněny podmínky rovnováhy [19].

Pro přírůstky zatížení lze rovnici (4.1) upravit:

$$K \Delta u = \Delta R + R - F \quad (4.38a)$$

nebo

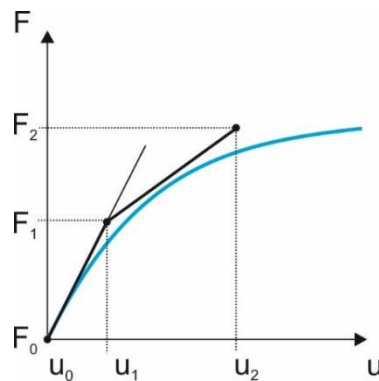
$$K \Delta u = \Delta R + \lambda \bar{R} - F \quad (4.38b)$$

kde K je matice tuhosti konstrukce, λ je parametr proporciálního zatěžování, \bar{R} je vektor zadaného zatížení, ΔR je vektor přírůstku zatížení a F je vektor zatížení odpovídajícímu aktuálnímu stavu konstrukce.



4.1.7.1 Eulerova metoda

Eulerova metoda (obr. 39) je **nejjednodušší metodou řešení nelineárních rovnic**. Jedná se o přírůstkovou metodu bez iterací – pro daný přírůstek zatížení ΔF se vypočítá přírůstek posunů (deformace) Δu . Přírůstek se připočte k hodnotám přírůstků na začátku, takže celkové posuny budou $u+\Delta u$. Na základě nového vektoru posunů se sestaví nová matice tuhosti. Postup se opakuje tak dlouho, až se dosáhne potřebné úrovně zatížení. Metoda je jednokroková, výpočet $u+\Delta u$ vychází jen z minulé hodnoty u . Tato metoda je zatížena velkou kumulací chyb [109].



Obr. 39: Eulerova metoda

4.1.7.2 Newton-Raphsonova metoda

Newton-Raphsonova metoda (obr. 40a) neboli tečnová se liší od Eulerovy metody tím, že po prvním kroku ověřuje, zda posun $u+\Delta u$ odpovídá rovnovážnému stavu. Pro kontrolu je nutné dopočítat vektor nevyrovnaných sil.

$$g = \Delta + (R - F(u + \Delta u)) \quad (4.39)$$

Není-li vektor g dostatečně malý, je potřeba stanovit novou matici tuhosti K_1 a vypočítat pro nový přírůstek zatížení nový přírůstek deformace.

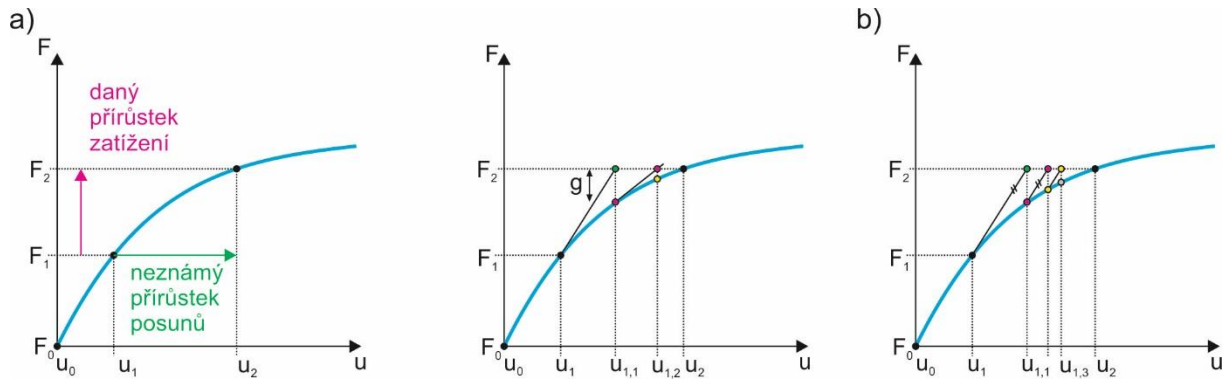
$$K_1 \Delta r_1 = g_1 \quad (4.40)$$

Postup se opakuje, dokud vektor nevyrovnaných sil nebude dostatečně malý [19].

U Newton-Raphsonovy metody je matice tuhosti sestavena v každé iteraci, to klade velkou náročnost na použitý hardware a celkový čas výpočtu, proto lze použít **modifikovanou Newton-Raphsonovu metodu** (obr. 40b), kdy se matice tuhosti aktualizuje pouze na začátku každého kroku a v průběhu iteračního procesu se nemění [19].



Newton-Raphsonova metoda nebo její modifikace je nejčastěji používána pro řešení nelineárních rovnic. Metoda ale selhává při analýze stavu blízkému kolapsu a nelze použít při modelování změkčení.



Obr. 40: Newton Raphsonova metoda (a), modifikovaná Newton-Raphsonova metoda (b)

Sledování odezvy konstrukce na zatížení po dosažení mezního zatížení (sestupná větev pracovního diagramu) bývá v řadě inženýrských úloh žádoucí. U Newton-Raphsonovy metody je řešení řízeno přírůstkem zatížení. Po dosažení mezního zatížení konstrukce začíná zatížení klesat – nelze tedy odezvu popsat pomocí přírůstků zatížení a nelze použít klasickou formu Newton-Raphsonovy metody k simulaci změkčení. Možné řešení je zatěžování konstrukce deformací. Zatěžování deformací může být implementováno do obvyklého algoritmu Newton-Raphsonovy metody [19].

4.1.7.3 Metoda délky oblouku (Arc Length Method)

Dalším možným řešením je využití metody délky oblouku (obr. 41), která umožňuje zatěžování deformací. Základem této metody je předpoklad proporcionálního zatěžování – deformační zatížení se během výpočtu mění proporciálně podle změny parametru λ , parametr přináší určité omezení hodnoty přírůstku zatížení v daném výpočtovém kroku. To znamená, že příslušnou úroveň celkového zatížení působící na konstrukci lze vyjádřit vztahem:

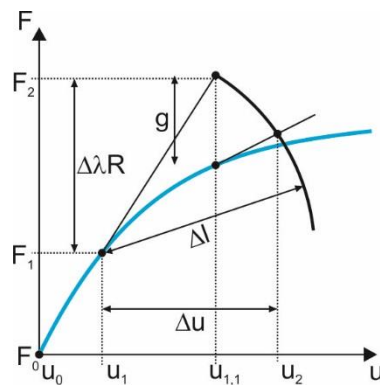
$$F = \lambda * \bar{R}, \quad (4.41)$$

kde F je stávající úroveň zatížení, λ je koeficient proporcionality a \bar{R} je celkové předepsané zatížení.

Metoda délky oblouku pro analýzu konstrukcí byla původně vyvinuta Riksem a Wempnerem v 70. letech. Později byla modifikována dalšími vědci, v roce 1981 Crisfieldem, v roce 1992 Lamem a Morleym a v roce 2008 Rotti-Correa a Comotim vyvinuli obecnější modifikaci než předešlé dvě. Jedná se o jednu z **nejčastěji používaných metod pro řešení konstrukce se změkčením**, dále je vhodná při řešení problémů spojených s vyhledáváním limitního zatížení a při řešení úloh, kdy není



zatížení pouze monotónně rostoucí. Nevýhodou metody je, že ne vždy je možné reálné zatížení převést na deformaci [19].



Obr. 41: Metoda délky oblouku

Vzhledem ke způsobu zkoušení zděných pilířů řešených v této práci je možné převést jejich experimentální zatěžování na deformaci. Při experimentální části byly zkoušky zděných pilířů řízeny silou, nebyly proto zachyceny sestupné větve pracovních diagramů. **V numerických simulacích bylo zatížení silou nahrazeno zatížením svislým posunem**, aby mohla být získána i odezva zděných pilířů po dosažení mezního zatížení. V experimentální části byly měřeny svislé (a vodorovné) deformace dostředně tlačných zděných pilířů, v numerické simulaci byly pro konkrétní hodnoty svislého posunu dopočítány reakční síly v patě pilíře a získané výsledky byly spolu porovnány ve smyslu pracovních diagramů „napětí – přetvoření“.



4.2 Vliv mechanismu porušení zděných pilířů na účinnost zesílení ovinutím pásy na bázi vysokopevnostních vláken

V této části je pomocí rovinné numerické analýzy ověřen mechanismus porušení zdiva v závislosti na hodnotách modulů pružnosti jednotlivých složek zdiva popsány v kapitole 1 a **mechanismus porušení dostředně tlačných zděných pilířů** popsány na základě experimentálních výsledků výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055. Byly vytvořeny rovinné numerické modely pro cihelné pilíře a kamenné pilíře z pravidelných a nepravidelných zdících prvků. Pro teoretické stanovení charakteru odezvy zděných pilířů na zatížení dostředným tlakem byly zvoleny **detailní mikro modely**, které zohledňují zdící prvky a maltové spáry (geometricky a materiálově) a kontakt mezi nimi. Konečně prvková síť je tvořena **lineárními čtyřúhelníkovými prvky se čtyřmi uzly** s označením (CPS4) používanými pro úlohy rovinné napjatosti. V hlavách a patách pilířů byly umístěny ocelové desky tl. 50 mm, přes které byly uplatňovány okrajové podmínky. Zatížení bylo aplikováno ve formě svislého posunu o hodnotě 10 mm na horní hranu ocelové desky v hlavě pilíře, spodní ocelová deska byla vetknuta. Použité lineárně elastické materiálové charakteristiky jsou uvedeny v tab. 4.

Tab. 4: Lineárně elastické materiálové charakteristiky použitých materiálů

Materiál	Modul pružnosti E [GPa]	Poissonův součinitel ν [-]
Cihla	2,5	0,2
Malta	0,4	0,15
Ocel	210	0,3

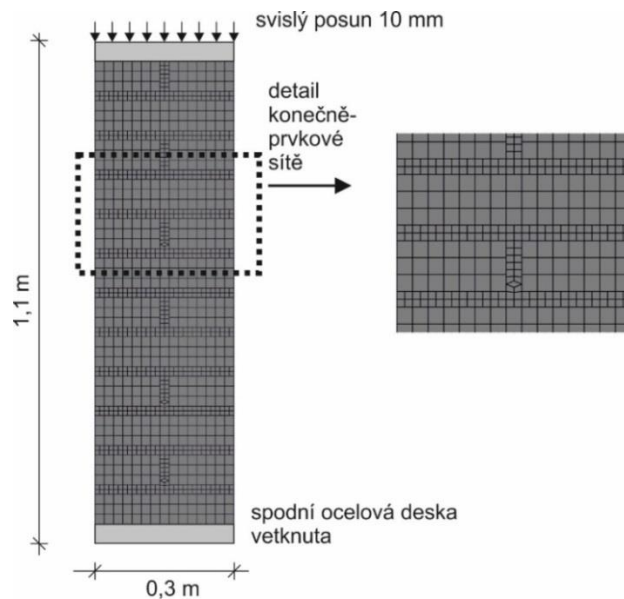
4.2.1 Cihelné pilíře

Rovinný numerický model cihelného pilíře (obr. 42) se skládá z 12 řad cihel o rozměrech 300 x 65 mm spojených maltovými spárami o tloušťce 20 mm. Celková výška pilíře byla 1 m, výška modelu včetně ocelových desek v hlavě a patě byla 1,1 m. Velikost čtyřúhelníkového konečného prvku byla zvolena jako jedna třetina výšky cihly, tj. 65 mm / 3, a zjemněna pro maltové spáry tak, aby byly použity dva prvky na tloušťku spáry. Celkový počet konečných prvků byl 4021, počet uzlů 7337.

Nejčastější příčinou **porušování dostředně tlačných pilířů** je vznik a rozvoj převážně **tahových trhlin** způsobených **kontrakcí**. U zděných pilířů zatížených dostředným tlakem ke vzniku a rozvoji tahových trhlin přispívá **interakce zdících prvků a maltových spár**. U cihelného pilíře, který je charakteristický řádnou vazbou, mají významný vliv na jeho odezvu při zatížení dostředným tlakem kromě samotné vazby hodnoty modulů pružnosti jednotlivých složek zdiva, resp. jejich poměr,

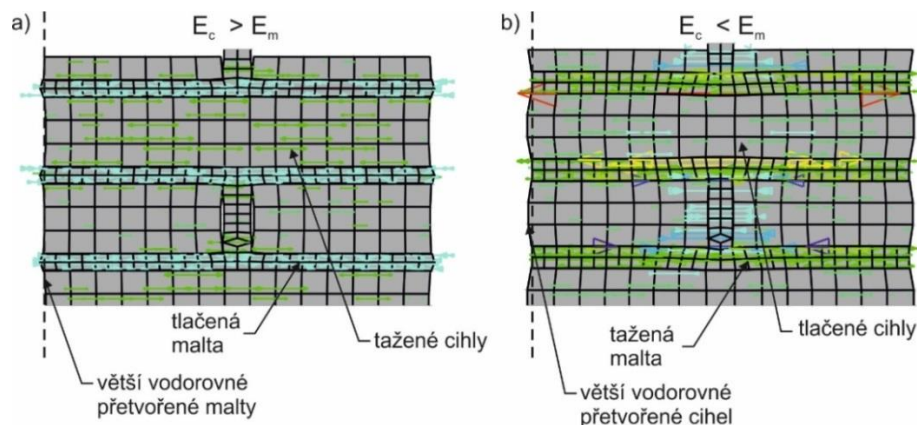


a vlastnosti rozhraní mezi nimi zprostředkující **vzájemnou interakci zdicích prvků a maltových spár.**



Obr. 42: Schéma rovinného numerického modelu cihelného pilíře s detailem konečně prvkové sítě

V numerickém modelu cihelného pilíře je vzájemná interakce mezi zdicími prvky (cihlami) a maltovými spárami zajištěna nadefinováním kontaktu mezi nimi. U skutečného cihelného pilíře je interakce „zdicí prvky – malta“ následkem soudržnosti mezi těmito dvěma materiály. Pokud má malta menší modul pružnosti než cihly (typické pro většinu historických konstrukcí), vykazuje při zatížení dostředným tlakem větší deformace. V důsledku interakce „zdicí prvky – malta“ dochází k přidavnému příčnému tahovému namáhání cihel způsobenému větším vodorovným přetvořením poddajnější malty (obr. 43a). V případě, že má malta větší modul pružnosti než cihly, nastává opačný charakter namáhání (obr. 43b) - cihly, které mají menší modul pružnosti a tendenci k většímu svislému a příčnému přetvoření, způsobují přidavná tahová namáhání ložných maltových spár.

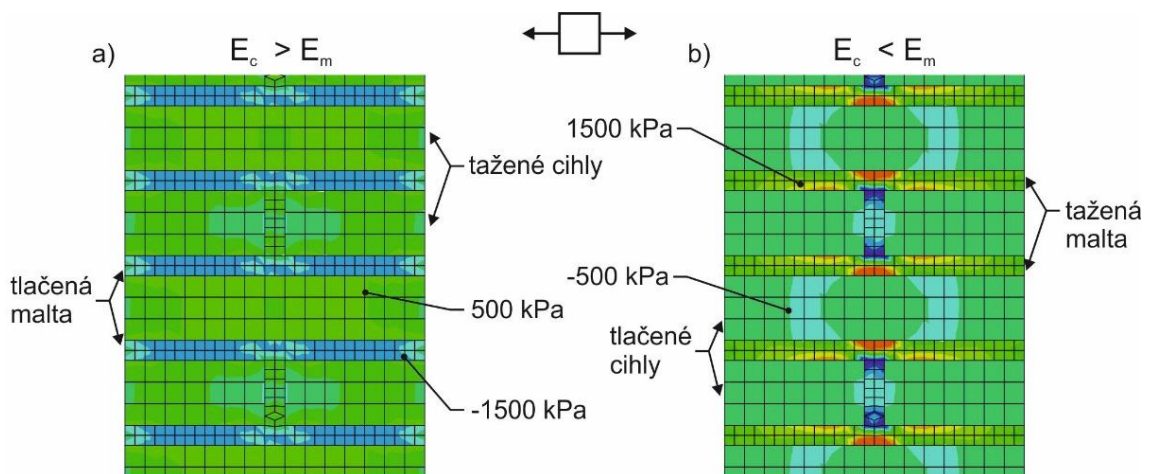


Obr. 43: Deformace a trajektorie vodorovného napětí dostředně tlačенého cihelného pilíře: zdicí prvky s 6x vyšším modulem pružnosti než malta (a), zdicí prvky s 6x nižším modulem pružnosti než malta (b)



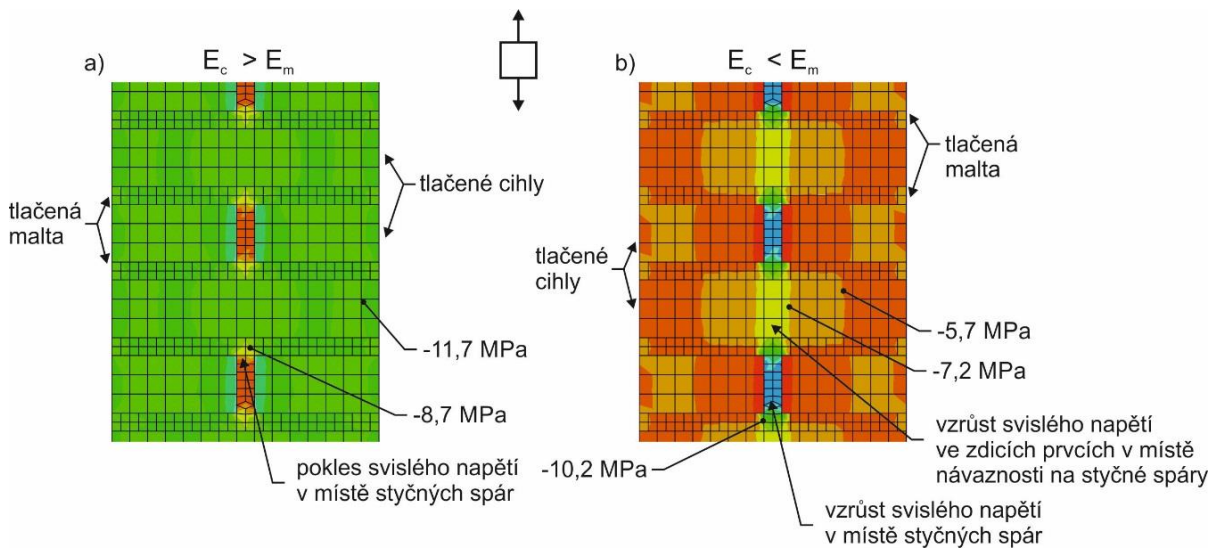
Měřítko vodorovné deformace na obr. 42 je 10x zvětšeno oproti měřítku svislé deformace, aby byl popisovaný charakter deformace cihelných pilířů v závislosti na hodnotách modulů pružnosti jeho složek lépe patrný. Nedeformovaná konstrukce je vyznačena čárkovaně. Poddajnější materiál vykazuje největší vodorovnou deformaci v polovině své výšky, resp. tloušťky. Je to dáno kontaktem (soudržností) složek zdiva – poddajnější materiál je na svojí spodní a horní hraně držen tužším materiálem, proto se největší vodorovná deformace objevuje v polovině výšky cihly nebo v polovině tloušťky ložné maltové spáry.

Na obr. 44 jsou zobrazeny izoplochy vodorovného napětí na vybrané části numerického modelu cihelného pilíře. Barevná škála výsledků byla ponechána stejná pro oba řešené případy hodnot modulů pružnosti jednotlivých složek cihelného pilíře. V případě, že mají zdicí prvky 5x větší modul pružnosti než malta, je vodorovné napětí v ložných spárách tlakové, zatímco zdicí prvky jsou příčně taženy (obr. 44a). V případě, že mají zdicí prvky 5x menší modul pružnosti než malta, jsou ložné maltové spáry ve vodorovném směru namáhány tahem a zdicí prvky jsou tlačeny (obr. 44b). Tato vzájemná interakce ovlivněná hodnotami modulů pružnosti jednotlivých materiálů má **podstatnou roli** v odezvě konstrukce na tlakové zatížení a mechanismu **porušení dostředně tlačných cihelných pilířů**.



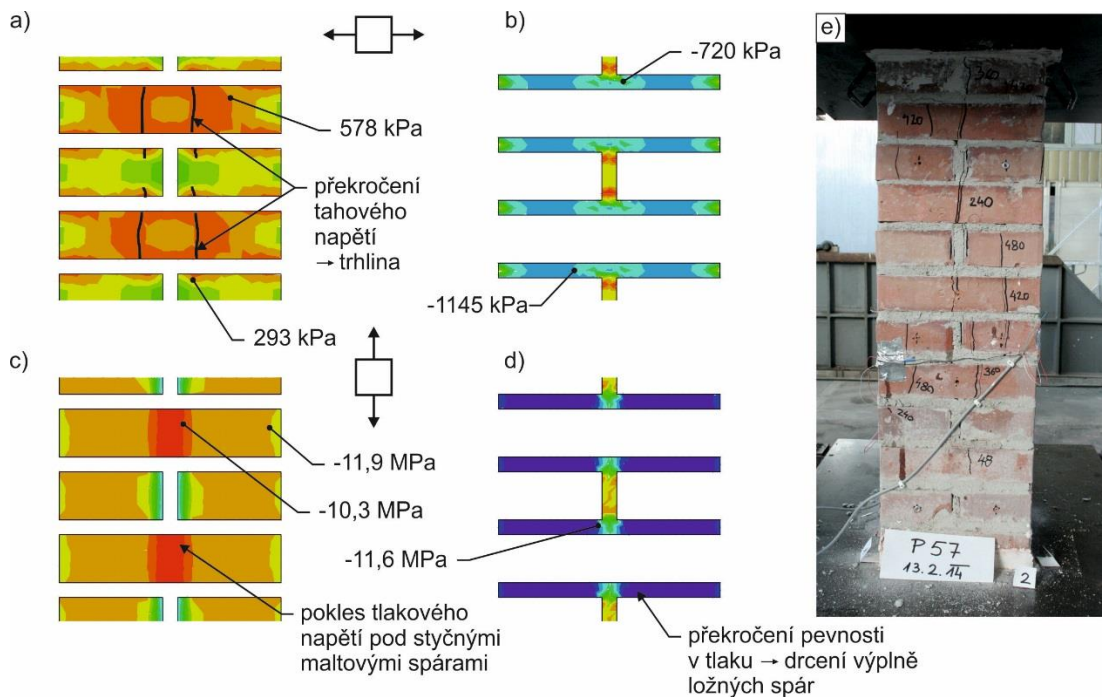
Obr. 44: Vodorovné napětí (stejná škála) dostředně tlačného cihelného pilíře: zdicí prvky s 6x vyšším modulem pružnosti než malta (a), zdicí prvky s 6x nižším modulem pružnosti než malta (b)

Svislé napětí cihelného pilíře zatíženého dostředným tlakem je v obou případech výhradně **tlakové**. U izoploch svislého napětí lze pozorovat pokles, resp. vzrůst tlakového napětí ve styčných maltových spárách a ve zdicích prvcích v místě návaznosti na styčné maltové spáry daný větší poddajností, resp. tuhostí malty oproti zdicím prvkům (obr. 45). Vzhledem k pravidelné geometrii a průběžnosti styčné spáry po celé výšce pilíře je pokles, resp. vzrůst tlakového napětí výrazný.



Obr. 45: Svislé napětí (stejná škála) dostředně tlačného cihelného pilíře: zdicí prvky s 6x vyšším modulem pružnosti než malta (a), zdicí prvky s 6x nižším modulem pružnosti než malta (b)

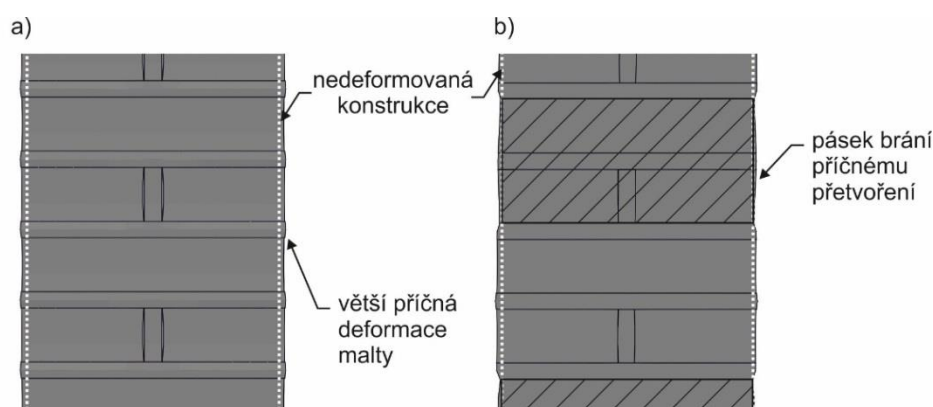
Pomocí rovinné analýzy cihelného pilíře byla ověřena jeho odezva na zatížení dostředným tlakem s uvažováním vlivu rozdílných hodnot modulů pružnosti cihel a malty. Všechny další numerické analýzy prezentované v této práci jsou provedeny pro cihelný pilíř vyzděný z cihel s větším modulem pružnosti než má malta, což odpovídá experimentálně zatěžovaným cihelným pilířům.



Obr. 46: Izoplochy napětí ve střední části cihelného pilíře: vodorovné – zdicí prvky (a), vodorovné – malta (b), svislé – zdicí prvky (c), svislé – malta (d), experimentálně zjištěné porušení pilíře zatíženého dostředným tlakem (e)



Na základě teoretických průběhů vodorovných a svislých napětí zobrazených na obr. 46 lze odvodit místa vzniku poruch. Jednou z poruch bude pravděpodobně vznik svislé tahové trhliny ve zdicích prvcích, které jsou **namáhány tahem od účinků kontrakce a vzájemné interakce** „zdicí prvky – malta“. Na obr. 46a jsou zobrazeny očekávané trhliny ve zdicích prvcích – největší tahové namáhání se objevuje v cihlách v místě jejich návaznosti na styčné maltové spáry. To je v souladu s experimentálními výsledky – při experimentálním zatěžování cihelných pilířů (obr. 46e) předcházely vzniku průběžných svislých trhlin svislé trhliny v cihlách, které se porušovaly příčným tahem [3, 98,99]. Další poruchu bude pravděpodobně podrcení výplně ložných maltových spár překročením tlakové pevnosti malty (obr. 46d).



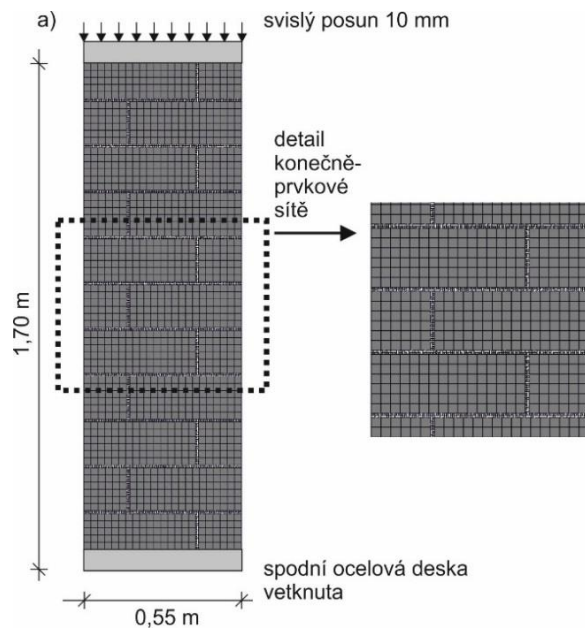
Obr. 47: Deformace cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem (tečkovaně je zobrazena nedeformovaná konstrukce): nezesílený pilíř (a), zesílený pilíř (b)

Na obr. 47 jsou zobrazeny deformace z numerické simulace nezesíleného a zesíleného cihelného pilíře zatíženého dostředným tlakem. Nezesílený pilíř vykazuje větší vodorovnou (i svislou) deformaci ložných maltových spár danou velikostí modulů pružnosti cihel a malty ($E_c > E_m$). Tento charakter deformace zůstává zachován i u zesíleného pilíře, ale v místě aplikování pásu dochází k výrazné redukci vodorovných deformací. Zesilující pás vysokopevnostní tkaniny, který má v numerické simulaci mnohonásobně větší modul pružnosti, **brání příčnému přetvoření pilíře** [114]. To je ve shodě s experimentálními zjištěními – u cihelného pilíře zesíleného ovinutím pásy z vysokopevnostní tkaniny dochází postupným rozvojem příčného přetvoření k aktivaci zesilující tkaniny, která převezme podstatnou část tahových namáhání, a **zamezí tak dalšímu rozvoji příčného přetvoření**. V experimentální části výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055 byl prokázán pozitivní účinek zesílení dostředně tlačných cihelných pilířů ovinutím pásy z vysokopevnostní tkaniny na jejich únosnost [3, 68, 98, 99].



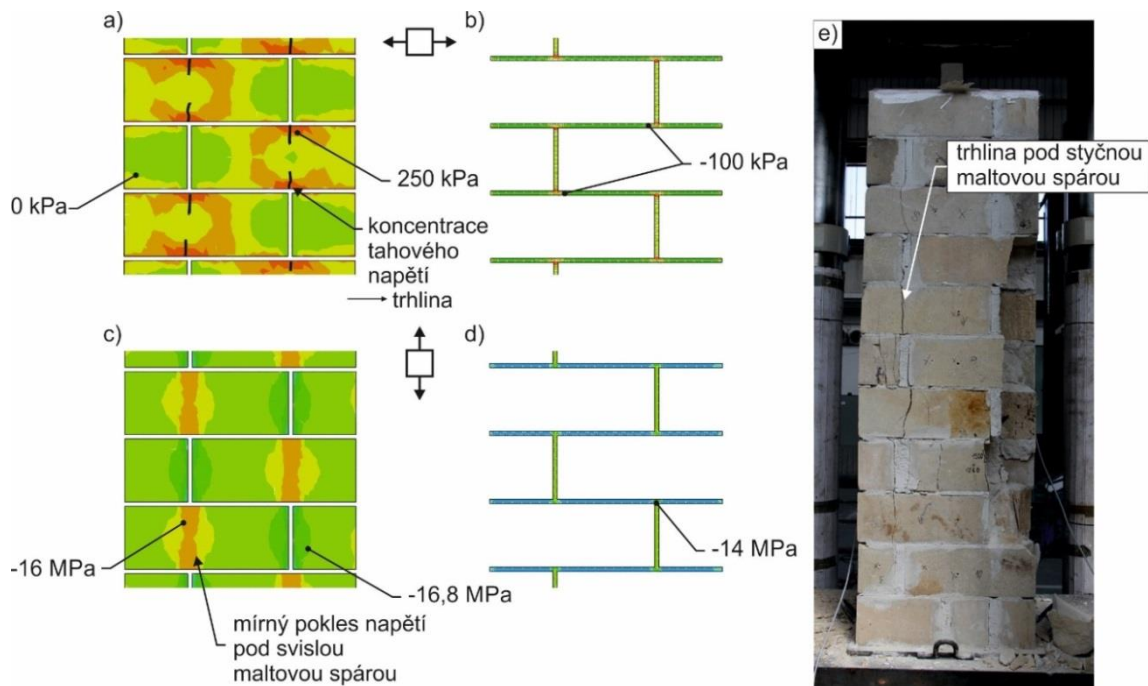
4.2.2 Kamenné pilíře s pravidelnými zdicími prvky

Byl vytvořen rovinný numerický model (obr. 48) pilíře z pravidelného řádkového zdiva o výšce 1,7 m a šířce 0,55 m. Zdicí prvky měly rozměry 400 x 150 mm. Tloušťka maltových spár byla 10 mm. Hodnota modulu pružnosti byla uvažována 3 GPa pro zdicí prvky a 2 GPa pro maltové spáry. Velikost konečných prvků byla nastavena jako šestina výšky zdicího prvku, pro maltové spáry byla konečně prvková síť zjemněna na dva prvky na tloušťku maltové spáry. Celkový počet konečných prvků byl 11832, počet uzlů 21124.



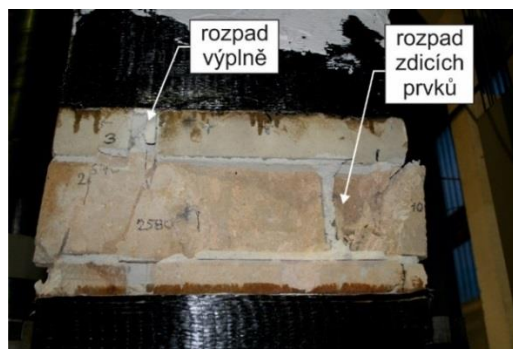
Obr. 48: Schéma rovinného modelu pilíře z pravidelných zdicích prvků s detailem konečně prvkové sítě

V numerické simulaci kamenného pilíře mají zdicí prvky 1,5x větší modul pružnosti než malta (u cihelného pilíře byl uvažován modul pružnosti cihel 5x větší než malty). Vzhledem k podobným hodnotám modulů pružnosti zdicích prvků a malty nedochází u kamenného pilíře z pravidelných zdicích prvků k intenzivní interakci zdicí prvky – malta, jako tomu bylo u cihelného pilíře. V numerické simulaci vzhledem k hodnotám modulů pružnosti cihel a malty ($E_c > E_m$) jsou vodorovná napětí ve zdicích prvcích tahová a dle jejich průběhu lze predikovat místo vzniku svislé tahové trhliny. Na základě rozložení vodorovných napětí dojde k překročení tahové pevnosti materiálu ve zdicích prvcích v místě návaznosti na styčnou maltovou spáru (obr. 49a). Ložné maltové spáry jsou ve vodorovném směru namáhány tlakem (obr. 49b). Při experimentálním zatěžování pilíře z pravidelného řádkového zdiva s tenkými maltovými spárami vznikaly svislé trhliny v kamenných zdicích prvcích pod styčnými maltovými spárami (obr. 49e). U cihelného pilíře se svislé tahové trhliny rovněž objevovaly v cihlách v místě kontaktu se styčnou maltovou spárou (obr. 46). Vazba a geometrie pilíře má vliv na místa vzniku svislých tahových trhlin a mechanismus porušení zděných pilířů.



Obr. 49: Izoplochy napětí ve střední části pilíře z pravidelných zdicích prvků: vodorovné – zdicí prvky (a), vodorovné – malta (b), svislé -zdicí prvky (c), svislé – malta (d), experimentálně zjištěné porušení pilíře zatíženého dostředným tlakem (e)

Teoretická napětí ve svislém směru jsou výhradně tlaková s **malým poklesem v místě styčných maltových spár** (obr. 49c). Nižší pokles tlakového napětí oproti cihelnému pilíři je dán menším rozdílem hodnot modulu pružnosti zdicích prvků a malty a rovněž i menší tloušťkou styčných maltových spár. Podrcení zdicích prvků v tlaku v tomto případě bude pravděpodobně předcházet podrcení poddajnější výplně ložných maltových spár (obr. 49d).



Obr. 50: Experimentální porušení zesíleného zdiva z pravidelných zdicích prvků

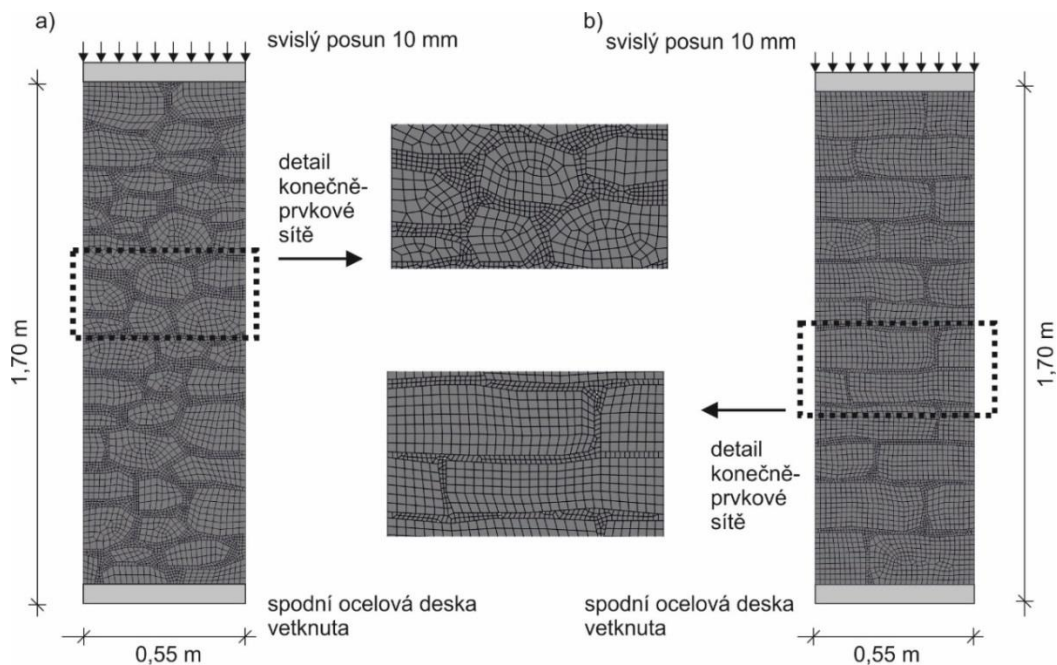
U experimentálně zatěžovaných kamenných pilířů s pravidelnými zdicími prvky a tenkými ložnými spárami z materiálů o přibližně stejných mechanických vlastnostech byla naměřena relativně malá vodorovná deformace způsobena pouze účinky kontrakce. Nelze proto očekávat výrazný pozitivní vliv ovinutí pásy z vysokopevnostní tkaniny na únosnost pilíře. Porušení pilířů nastávalo lokálním **narušením zdiva v tlaku** – drcením a rozpadem zdicích prvků a pojiva (obr. 50). Experimentálně



zjištěná mezní zatížení nezesíleného a zesíleného pilíře se lišila pouze v řádu několika procent [59, 102].

4.2.3 Kamenné pilíře s nepravidelnými zdicími prvky

Pro ověření experimentálně stanoveného mechanismu porušení kamenných pilířů z nepravidelných zdicích prvků byly vytvořeny rovinné numerické modely zděných pilířů o výšce 1,7 m a šířce 0,55 m. Byly zvoleny dva typy kamenných pilířů s nepravidelnými zdicími prvky – pilíř z lomového kamene a pilíř z hrubě opracovaných zdicích prvků. Velikost hrany konečných prvků byla pro zdicí prvky nastavena na 0,02 m a pro maltové spáry 0,01 m. Stejně jako u cihelného pilíře a pilíře z pravidelných zdicích prvků byly v hlavě a patě pilíře umístěny ocelové desky tl. 50 mm, skrz které byly aplikovány okrajové podmínky. Horní deska byla zatížena svislým posunem o velikosti 10 mm a spodní deska byla vetknuta. Uvažovaný modul pružnosti zdicích prvků byl 5x větší než modul pružnosti malty (stejně jako při numerické simulaci cihelného pilíře). Numerické modely s konečnou prvkovou sítí a okrajovými podmínkami jsou zobrazeny na obr. 51. Celkový počet konečných prvků pro pilíř z lomového kamene, resp. z hrubě opracovaných zdicích prvků byl 11 339, resp. 9714, počet uzlů 18 978, resp. 16416.



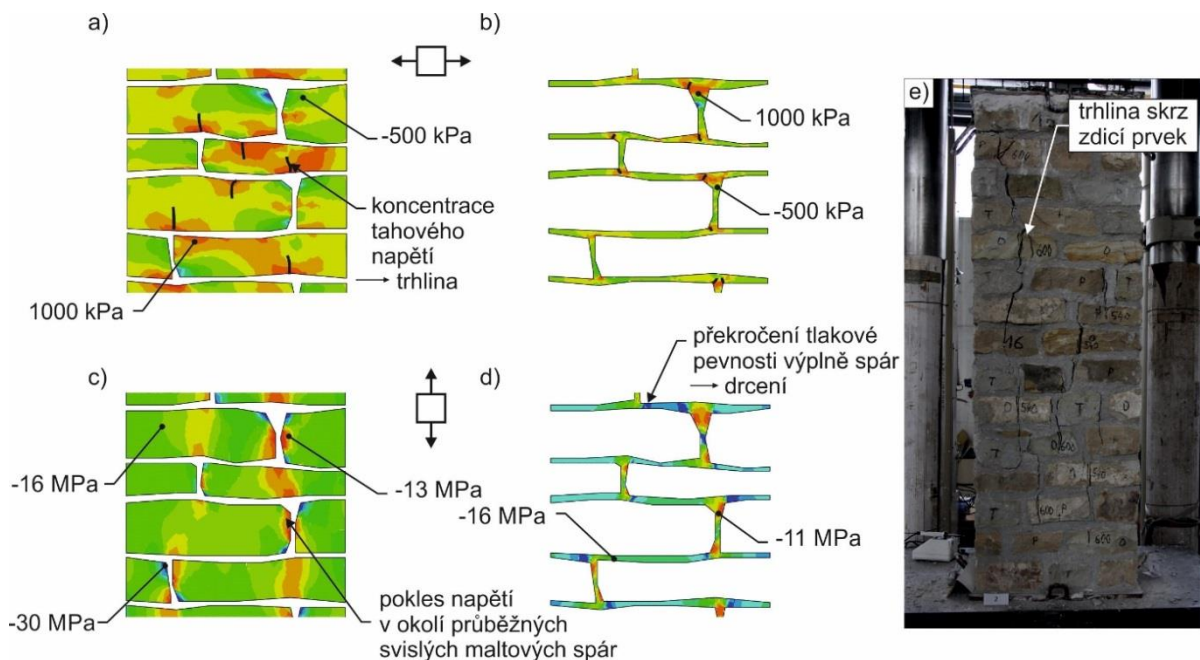
Obr. 51: Schéma rovinného modelu s detailem konečné prvkové sítě pilíře z lomového kamene (a), z hrubě opracovaných zdicích prvků (b)

Při zobrazení izoploch základních napětí (ve směru os), lze pozorovat lokální koncentrace napětí ve vodorovném i svislém směru (obr. 52 a 53). Jsou to zpravidla místa, kde dochází ke změně geometrie – zlomy, ostré špičky apod. V těchto místech s velkou pravděpodobností vznikne porucha.



Takovouto poruchu bude představovat **vznik trhliny** (roztržení) zdicího prvku vlivem překročení tahové pevnosti zdicích prvků nebo lokální překročení tlakové pevnosti provázené **drcením materiálu**.

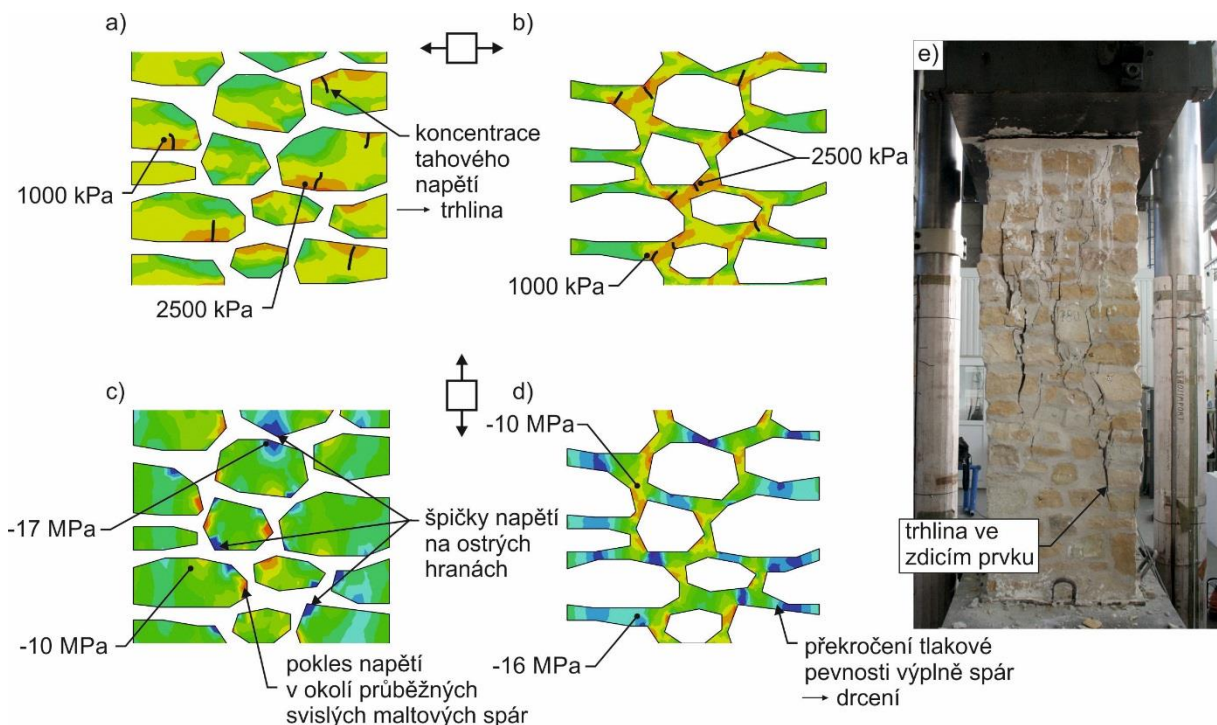
V případě **pilíře z hrubě opracovaných zdicích prvků** se stále ještě poměrně pravidelnou ložnou maltovou spárou jsou zdicí prvky v numerické simulaci ve vodorovném směru z větší části taženy (obr. 52a). Dle průběhu vodorovného napětí lze určit pravděpodobná místa vzniku svislých tahových trhlin. Trhlina pravděpodobně vznikne ve zdicích prvcích v místě jejich navázání na styčnou maltovou spáru a v místě, kde dochází ke změně tvaru zdicího prvku a zmenšení tloušťky ložné spáry. Vodorovná napětí v ložných maltových spárách jsou většinou tlaková – výjimku tvoří místa, kde dochází ke styku se styčnou spárou a kde se zároveň projevuje nepravidelný tvar zdicích prvků (šikmé hrany apod.) – zde dochází k lokálnímu tahovému namáhání (obr. 52b). Napětí ve svislém směru jsou tlaková. Obdobně jako u cihelného pilíře a kamenného pilíře z pravidelných zdicích prvků dochází v numerické simulaci k poklesu napětí ve styčných maltových spárách a ve zdicích prvcích v místech jejich návaznosti na styčné spáry (obr. 52c). Pokles napětí zde není tak výrazný jako u cihelného zdiva, styčná spára není umístěna po výšce pilíře v jedné ose, ale mění svoji polohu v závislosti na tvaru zdicích prvků. Na ostrých hranách a zlomech jsou při zobrazení izoploch svislého napětí viditelné špičky tlakových napětí (obr. 52c), kde lze očekávat **překročení tlakové pevnosti a drcení materiálu**. Drcení zdicích prvků bude pravděpodobně předcházet podrcení malty v ložných spárách vlivem překročení tlakové pevnosti materiálu (obr. 52d).



Obr. 52: Izoplochy napětí ve střední části pilíře z hrubě opracovaných zdicích prvků: vodorovné – zdicí prvky (a), vodorovné – malta (b), svislé – zdicí prvky (c), svislé – malta (d, experimentálně zjištěné porušení pilíře zatíženého dostředným tlakem (e)



U **pilíře z lomového kamene** se ostrých hran a zlomů u zdicích prvků objevuje více a jsou výraznější než u kamenného pilíře z hrubě opracovaných zdicích prvků. Díky přítomnosti ostrých hran, zlomů a nepravidelné ložné spáře dochází k lokálním koncentracím napětí. Na základě lokálních koncentrací tahových napětí lze poměrně přesně předvídat místo vzniku trhliny (obr. 53a). Pravděpodobná místa vzniku tahových trhlin u kamenného pilíře z lomového kamene jsou nedostatečně provázané části pilíře dané nepravidelným a vzájemně se lišícím tvarem zdicích prvků. Tahové trhliny se dle průběhu vodorovného napětí pravděpodobně objeví i v šikmých maltových spárách. Maltové spáry v místech přibližujících se geometrickým tvarem klasickým ložným spárám jsou ve vodorovném směru namáhány tlakem (obr. 53b), ale s jejich rostoucí „šikmostí“ se objevují ve vodorovném směru i napětí tahová. Teoretický průběh trhlin odpovídá porušení pilíře při experimentálním zatěžování (obr. 53d).



Obr. 53: Izoplochy napětí ve střední části pilíře z lomového kamene: vodorovné – zdicí prvky (a), vodorovné – malta (b), svislé -zdicí prvky (c), svislé – malta (d), experimentálně zjištěné porušení pilíře zatíženého dostředným tlakem (e)

Lokální koncentrace tlakového napětí vznikají v místech „tužších vazeb“ – v místech, kde se nachází zdicí prvky s většími rozměry a maltové spáry s nižší tloušťkou. Ve svislém směru **nedochází k výraznému poklesu tlakového napětí v místě styčných maltových spár**, jako tomu bylo u cihelného zdiva, lze tedy konstatovat, že na výrazný pokles tlakových napětí u cihelného pilíře nemá vliv pouze menší modul pružnosti malty (a tudíž její větší poddajnost), ale podstatný vliv má i geometrie pilíře – tzn. vazba, velikost zdicích prvků, tloušťka maltových spár a jejich průběžnost. Svislá napětí jsou až na malé lokální výjimky tlaková. Tyto výjimky jsou přisouzeny geometrii pilíře a tahové hodnoty zde nedosahují hodnot, které by způsobily porušení pilíře.



Vznik a rozvoj svislých tahových trhlin, ke kterému dochází u dostředně tlačných kamenných pilířů z nepravidelných zdicích prvků, doprovázený příčným přetvořením má za následek aktivaci ovinující tkaniny. V experimentální části výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055 bylo zjištěno dvojnásobné navýšení únosnosti zesíleného pilíře z nepravidelných zdicích prvků oproti nezesílenému pilíři [59].

4.2.4 Shrnutí

Na základě provedených rovinných teoretických analýz byl popsán mechanismus porušení různých typů dostředně tlačných zděných pilířů v závislosti na mechanických vlastnostech složek zdiva, vazbě zdiva, velikosti a tvaru, popř. opracování zdicích prvků a tvaru maltových spár. Výsledky byly diskutovány s experimentálními zjištěními. **Výsledky z numerické analýzy odpovídají experimentálně popsanému mechanismu porušení různých typů zděných pilířů.**

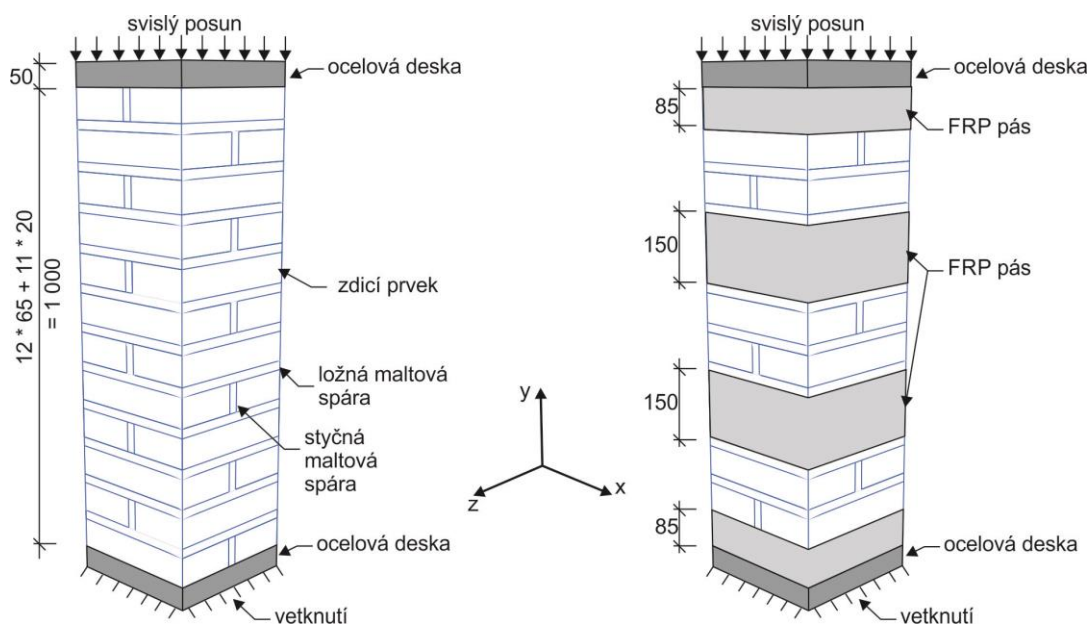
Provedená numerická analýza potvrdila, že vzájemná **interakce zdicích prvků a malty a geometrie pilíře výrazně ovlivňují mechanismus porušení** dostředně tlačného zděného cihelného pilíře. Přesnou odezvu cihelného pilíře na zatížení dostředním tlakem **nedokáže postihnout rovinná analýza**, která sice umožňuje zavedení interakce mezi cihlami a maltou, ale nedovoluje uvážit skutečný mechanismus poškození. V důsledku rozdílných hodnot modulů pružnosti cihel a malty (malta má menší modul pružnosti než cihly) dochází u dostředně tlačného cihelného pilíře k příčnému sepnutí malty, a tím zvýšení její pevnosti (pozitivní vliv 3D napjatosti), naopak přídavná příčná přetvoření cihel vyvolaná vzájemnou interakcí zvyšují jejich tahové namáhání. V souladu s cílem popsat co nejdůležitěji reálné chování zděné konstrukce je dále zpravován **detailní prostorový model cihelného pilíře**, který dokáže postihnout vliv 3D napjatosti, popsat skutečnou odezvu konstrukce na zatížení a spočítat mezní zatížení, pokud bude zohledněno nelineární chování materiálů.



4.3 Prostorový model cihelného pilíře

Byl vytvořen prostorový detailní mikro model nezesíleného a zesíleného cihelného pilíře. Volba typu modelu vycházela z co nejpřesnějšího popsaní experimentálně zatěžovaných cihelných pilířů, proto byl zvolen **heterogenní model**, který umožňuje výstižné geometrické a materiálové popsání jednotlivých komponentů zdiva včetně nadefinování kontaktu mezi nimi. Zvolený typ modelu dokáže postihnout **vliv 3D napjatosti** na porušení cihelného pilíře.

Model cihelného pilíře o rozměrech 0,3 x 0,3 x 1 m se skládá z dvanácti řad cihel plných pálených o rozměrech 300 x 140 x 65 mm spojených maltovými spárami o tloušťce 20 mm. Na oba konce pilíře byla umístěna ocelová deska tl. 50mm. Ocelová deska v patě pilíře byla na svém spodním povrchu vetknuta. Zatížení bylo aplikováno ve formě svislého posunu na horní hranu desky v hlavě pilíře. Zesílení bylo provedeno pomocí čtyř pásů z vysokopevnostní tkaniny o výšce 150 a 85 mm umístěných v hlavě, patě a ve třetinách výšky pilíře. Kontakt mezi zesílením a zdivem má podstatný vliv na účinnost zesílení a existuje několik možných způsobů, jak jej do výpočtu zahrnout. V této práci je **zesílení modelováno za předpokladu dokonalé adheze** (obr. 54).

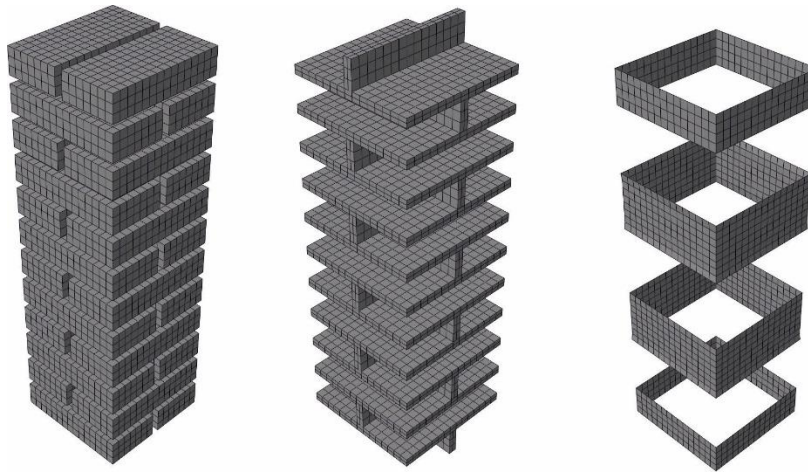


Obr. 54: Schéma prostorového numerického modelu nezesíleného a zesíleného cihelného pilíře

Rozměr konečných prvků odpovídal třetině výšky zdicího prvku, tj. 65 mm / 3. Konečně prvková síť byla zjemněna pro maltové spáry tak, aby byly použity dva konečné prvky na tloušťku ložných i styčných spár. Jako konečný prvek byl zvolen 3D solid prvek s označením C3D8 – **8 uzlový lineární šestistěn**. Celkový počet konečných prvků v numerickém modelu nezesíleného pilíře je 60 172, počet uzlů 115 552. FRP tkanina byla diskretizována pomocí membránového prvku M3D4. Celkový počet



konečných prvků v numerickém modelu zesíleného pilíře byl 67 772, počet uzlů 129 552. Konečně prvková síť pro zdicí prvky, maltu a zesílení je zobrazena na obr. 55.



Obr. 55: Konečně prvková síť 3D modelu cihelného pilíře – zdicí prvky, maltové spáry, FRP pásy

Rozhraní mezi zdicími prvky a maltou bylo v numerických modelech popsáno pomocí „General“ kontaktu. Tento typ kontaktu se definuje v počátečním kroku a lze ho v následujících krocích přepsat jiným kontaktem nebo omezením. Normálové chování bylo předpokládáno jako „tvrdé“ (hard) s možností separace povrchů, jakmile dojde ke kontaktu. Smykové chování bylo popsáno pomocí „penalty“ metody, která dovoluje relativní posun propojených povrchů (elastický prokluz). Zatímco povrchy jsou spojeny (smykové napětí je menší než napětí kritické), velikost prokluzu je limitována elastickým prokluzem. Program průběžně upravuje velikost „penalty“ omezení, aby vynutil tuto podmínku. Tato metoda vyžaduje zvolení dovoleného elastického prokluzu. Volba velkého dovoleného prokluzu urychluje konvergenci na úkor přesnosti řešení. U kontaktů, kde není povolen žádný prokluz, je řešení s větší přesností dosaženo volbou pouze malého prokluzu. Pokud je ale elastický prokluz zvolen velmi malý, mohou nastat problémy s konvergencí. Smykové chování se blíží volbě „rough“, kdy je počítáno s nekonečně velkým součinitelem smyku a veškerým relativním posunům mezi dvěma spojenými povrchy je bráněno. Výchozí hodnota je nastavena jako 0,005 a je považována za konzervativní přístup mezi efektivitou a přesností řešení [105]. Tato hodnota zůstala zachována pro všechny typy výpočtů. Součinitel smyku mezi zdicími prvky a maltou použitý při numerické simulaci cihelných pilířů byl roven 0,6.

4.3.1 Předpoklad lineárně elastického chování

Heterogenní prostorový model odpovídající reálně zkoušené konstrukci dokáže poskytnout dobrou představu o odezvě konstrukce na zatížení i za předpokladu lineárně elastického chování použitých materiálů. Vzhledem k tomu, že lineární model pracuje s **omezenými vstupními daty** (modul



pružnosti a Poissonův součinitel), není možné stanovit únosnost konstrukce a odezvu konstrukce po dosažení mezního zatížení, případně velikost plastických přetvoření. Nicméně na základě průběhu (nebo směru trajektorií) napětí z lineárního modelu a známé tahové a tlakové pevnosti materiálů lze poměrně s velkou přesností predikovat, kde pravděpodobně vznikne porucha, jako tomu bylo u rovinné analýzy v předešlé části. Lineární výpočet je vhodné použít jako **první krok teoretické analýzy konstrukce**.

Výhodou lineárního modelu je potřeba stanovení pouze dvou materiálových charakteristik – modulu pružnosti a Poissonova součinitele, v případě zatěžování vlastní tíhou ještě objemové hmotnosti materiálů. Lineárně elastické materiálové charakteristiky jsou pro většinu běžných stavebních materiálů obecně známé a byly ověřeny nesčetným množstvím teoretických analýz a výpočtů. V případě zděných prvků a malty byl v této práci diskutován velký rozptyl i těchto základních materiálových parametrů. Do výpočtu jsou proto použity hodnoty modulu pružnosti cihel a malty, které byly **stanoveny experimentálně**. Hodnoty modulu pružnosti pro ocel a FRP lze považovat za více konzistentní, z toho důvodu je možné je stanovit na základě rešerše odborné literatury. Přehled lineárně elastických parametrů FRP nalezených ve vědeckých studiích a použitých při výpočtech zesílených zděných konstrukcí je uveden v tab. 5. Souhrn uvažovaných lineárně elastických charakteristik materiálů použitých ve výpočtu je uveden v tab. 6.

Tab. 5: Modul pružnosti a Poissonův součinitel CFRP

	CFRP	
	E [GPa]	ν [-]
[87]	230	0,3
[90]	202,07	-
[91]	215	-
[93]	233,861	-
[97]	240	-

Tab. 6: Lineárně elastické charakteristiky použitých materiálů

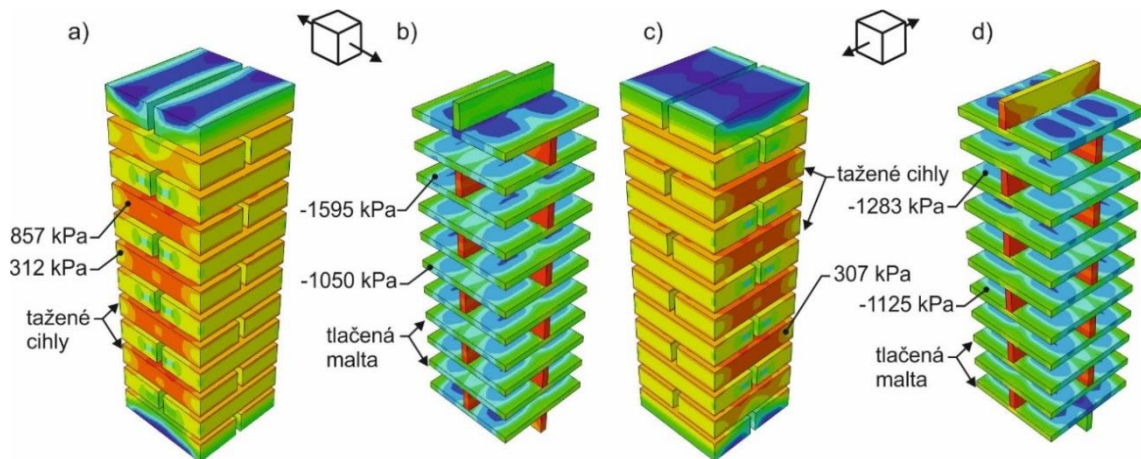
Materiál	Modul pružnosti	Poissonův
	E [GPa]	součinitel ν [-]
Cihly	4,4 ¹⁶	0,20
Malta	0,4	0,15
Ocel	210	0,3
FRP	230	0,33

¹⁶ Hodnota modulu pružnosti dopočítaná ze zprůměrované závislosti „napětí – přetvoření“ pro cihly s větší tlakovou pevností s označením CP1.

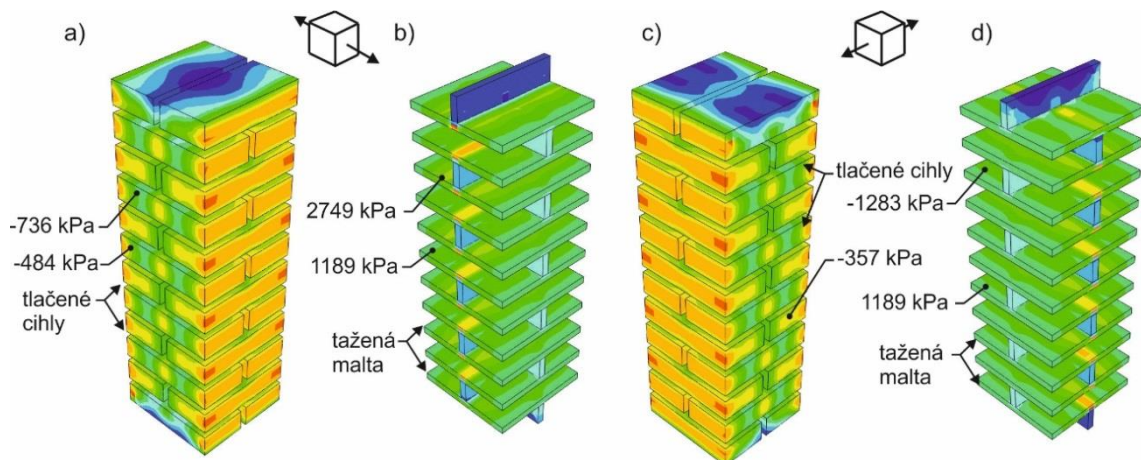


4.3.1.1 Ověření interakce mezi zdicími prvky a maltou

Nejprve byl pomocí prostorového modelu dostředně tlačného cihelného pilíře ověřen vliv **interakce mezi zdicími prvky a maltou** v závislosti na velikosti modulů pružnosti zdicích prvků a malty. V případě, že má malta menší modul pružnosti (je poddajnější) než zdicí prvky, vykazuje při působení tlakového zatížení větší svislé a vodorovné deformace než jsou deformace zdicích prvků. Větší vodorovné deformace malty způsobují přídavné tahové namáhání zdicích prvků [1, 2]. Na obr. 56 jsou zobrazena vodorovná napětí s_x a s_z ¹⁷ pro případ, že mají cihly větší modul pružnosti než malta. Hodnoty obou vodorovných napětí ve zdicích prvcích jsou převážně kladné (tah), vodorovné napětí s vyššími tahovými hodnotami působí podélně s delším rozměrem cihly – rozhodující směr vodorovného napětí se střídá po vrstvách pilíře v závislosti na jeho vazbě. Ložné maltové spáry jsou namáhány tlakem.



Obr. 56: Vodorovná napětí v nezesíleném pilíři $E_c > E_m$: s_x pro cihly (a), s_x pro maltové spáry (b), s_z pro cihly (c), s_z pro maltové spáry (d)



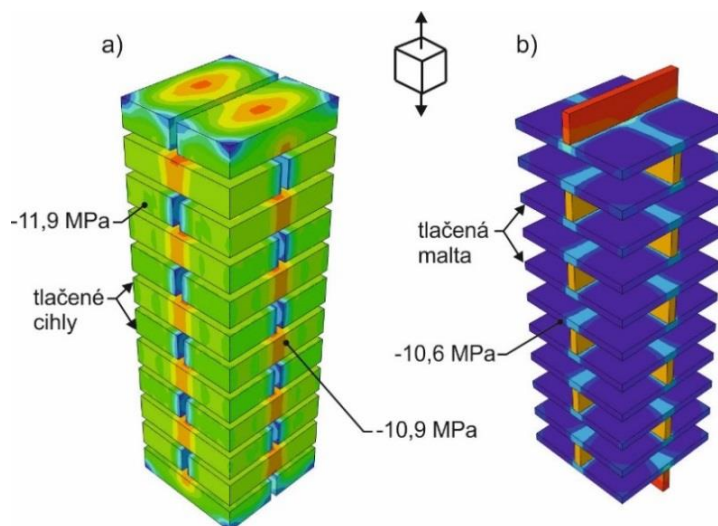
Obr. 57: Vodorovná napětí v nezesíleném pilíři – $E_c < E_m$: s_x pro cihly (a), s_x pro maltové spáry (b), s_z pro cihly (c), s_z pro maltové spáry (d)

¹⁷ Indexy základních napětí jsou použity v souladu s globálním souřadným systémem v numerickém programu (obr. 54).



V případě dostředně tlačného cihelného pilíře ze zdicích prvků s menším modulem pružnosti než má malta, je naopak tužší malta (např. cementová) přídatně tažena v důsledku větší příčné deformace poddajnějších cihel [1, 2]. Vodorovná napětí s_x a s_z pro případ, že mají cihly menší modul pružnosti než malta, jsou zobrazeny na obr. 57. Výsledky z prostorového heterogenního modelu jsou v souladu se závěry o vlivu interakce mezi zdicími prvky a maltou popsány na základě rovinné analýzy provedené v předešlé podkapitole.

Pro další numerické simulace dostředně tlačných zděných pilířů je volen první případ, který vycházel z experimentální části výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055 a zároveň je typický pro historické zdivo (zdicí prvky mají větší modul pružnosti než malta, v tomto případě konkrétně dle tab. 6).



Obr. 58: Svislé napětí v nezesíleném pilíři: v cihlách (a), v maltových spárách (b)

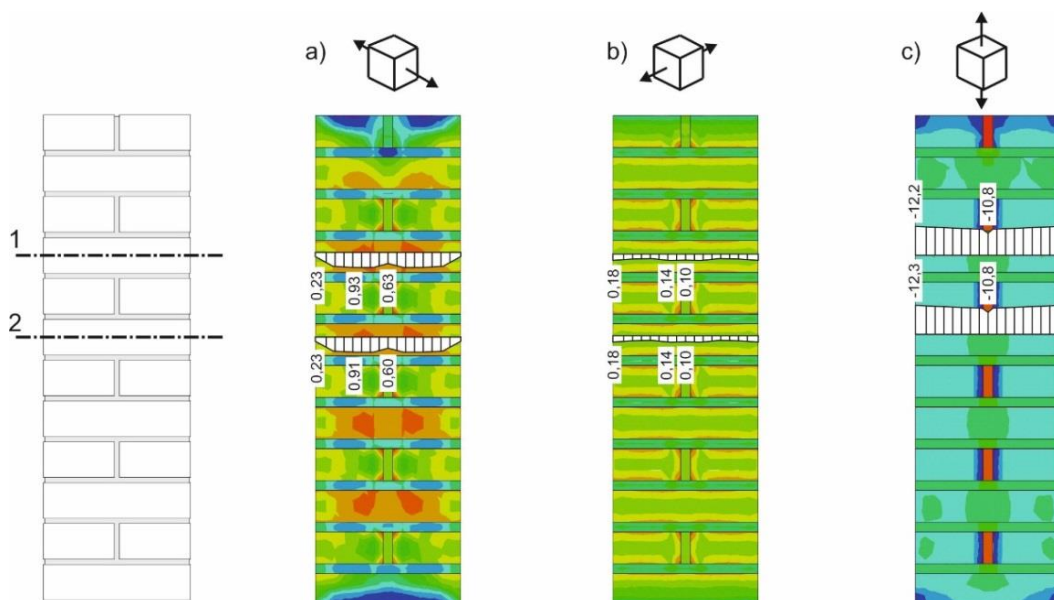
Svislá napětí s_y dostředně tlačného cihelného pilíře jsou výhradně tlaková. Stejně jako u rovinné analýzy je i zde patrný **pokles svislého tlakového napětí** pod styčnými maltovými spárami v ložných maltových spárách i ve zdicích prvcích. Nejvyšší hodnoty tlakového napětí se nacházejí v „nejtužších“ částech pilíře, které jsou vymezeny styčnými maltovými spárami. Větších hodnot svislé napětí dosahuje ve zdicích prvcích, které mají v numerické simulaci cihelného pilíře vyšší modul pružnosti. Prostorový numerický model cihelného pilíře je možné rozložit a sledovat napjatost i ve vnitřní části pilíře [115]. U svislých napětí na obr. 58 je pokles napětí z důvodu přítomnosti styčných spár patrný po celé hloubce pilíře jak v ložných maltových spárách, tak i ve zdicích prvcích.

Vliv zesílení na změnu průběhu základních napětí v dostředně tlačném cihelném pilíři byl analyzován pomocí dvou vodorovných řezů provedených na povrchu nezesíleného a zesíleného pilíře (řezy byly vedeny sedmou a devátou vrstvou cihel). Oba řezy jsou vedeny ve dvou třetinách výšky cihly a byly zvoleny tak, aby u zesíleného pilíře bylo řezem s označením „1“ zastíženo zesílení (obr. 59 a 60). Byl



porovnán průběh základních napětí na těchto dvou vodorovných řezech u nezesíleného a zesíleného cihelného pilíře. Hodnoty napětí jsou uvedeny v MPa.

Vodorovná napětí s_x a s_z jsou u nezesíleného pilíře v obou vodorovných řezech tahová (obr. 59a,b). Tahová napětí ve zdicích prvcích jsou následkem kontrakce a vzájemné interakce zdicích prvků a maltových spár, jak je popsáno výše. U zesíleného pilíře (obr. 60) v řezu „1“ vlivem ovinutí dochází na povrchu pilíře ke změně tahových napětí s_x a s_z na tlaková. Tahová napětí přebírá zesílení. V řezu „2“ dochází u zesíleného pilíře také ke změně průběhu vodorovných napětí. Vlivem spolupůsobení zdicích prvků a maltových spár je vliv zesílení přenesen i o dvě vrstvy pilíře níže. Vodorovná napětí s_x a s_z u zesíleného pilíře zůstávají tahová při hranách pilíře, ale mezi hranami se v důsledku aplikace zesílení mění na tlaková.

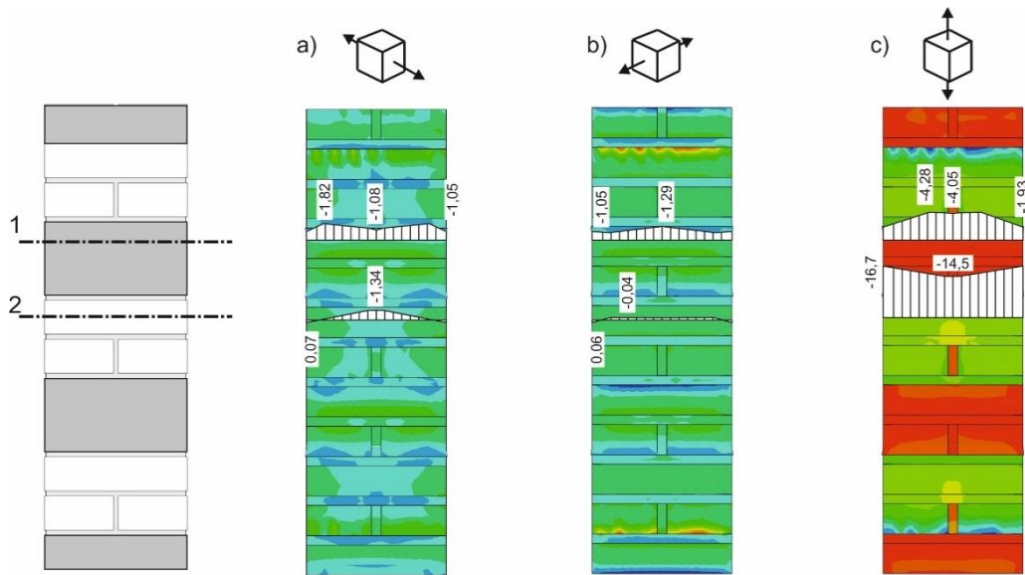


Obr. 59: Základní napětí na povrchu cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem – nezesílený pilíř - s_x (a), s_z (b), s_y (c)

Svislé napětí s_y je u nezesíleného i zesíleného cihelného pilíře v obou řezech výhradně tlakové. U zesíleného pilíře v místě pásku (řez 1) dochází k poklesu svislého napětí, které při lineárním výpočtu **přebírá pásek**, který má mnohonásobně větší modul pružnosti. U experimentálně zatěžovaného zesíleného pilíře lze naopak předpokládat v místě aplikace ovinutí vznik koncentrace napětí ve zdicích prvcích na hraně pilíře z důvodu vylepšených mechanických vlastností. Vylepšení mechanických vlastností je následkem proniknutí lepidla použitého k přilepení tkaniny na povrch pilíře do pórů zdicích prvků. U zesíleného pilíře v místě, kde není pásek aplikován (řez 2) dochází k vzrůstu tlakového napětí oproti nezesílenému pilíři cca o 36 %.

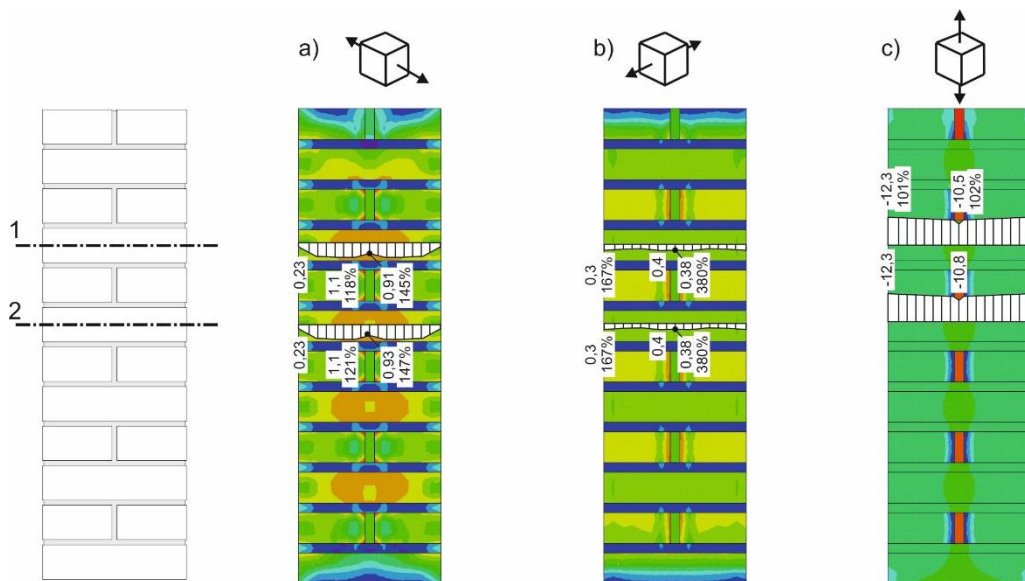


4. Numerická analýza tlačných zděných pilířů



Obr. 60: Základní napětí na povrchu cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem – zesílený pilíř - s_x (a), s_z (b), s_y (c)

Zobrazíme-li si průběhy základních napětí uvnitř pilíře na svislém řezu vedeném polovinou šířky zdicího prvku, je v nezesíleném cihelném pilíři u vodorovných napětí s_x a s_z patrný vzrůst oproti hodnotám na povrchu pilíře (obr. 61a,b). Hodnoty napětí na povrchu a uvnitř pilíře jsou mezi sebou procentuálně porovnány – hodnota 100 % se vztahuje vždy ke konkrétnímu místu na povrchu cihelného pilíře. Porovnání je provedeno nezávisle pro nezesílený (obr. 61) a zesílený pilíř (obr. 62). Mírný nárůst napětí ve vnitřní části nezesíleného pilíře oproti hodnotám na jeho povrchu se objevuje u svislého napětí s_y (obr. 61c).

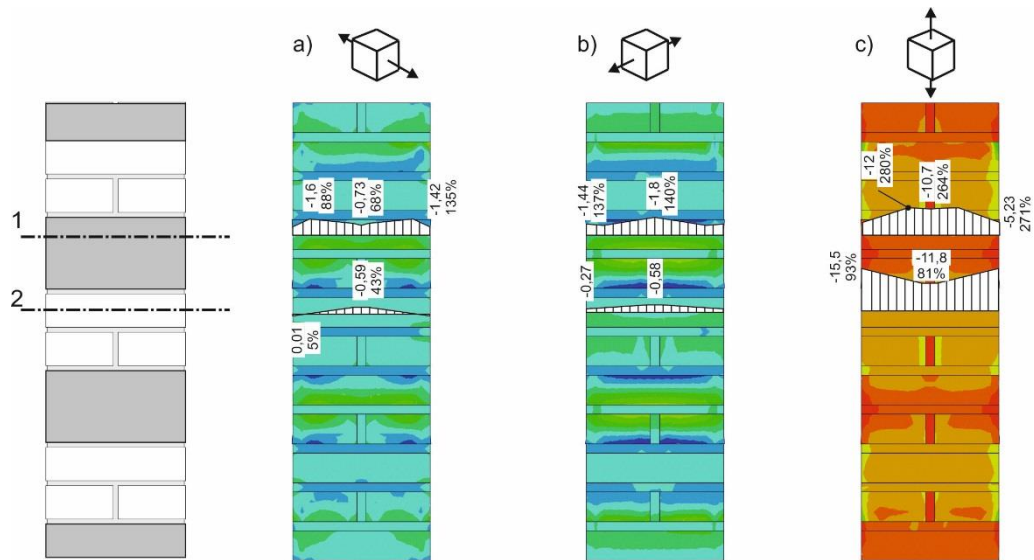


Obr. 61: Základní napětí cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem ve svislém řezu vedeném polovinou šířky cihly – nezesílený pilíř - s_x (a), s_z (b), s_y (c)



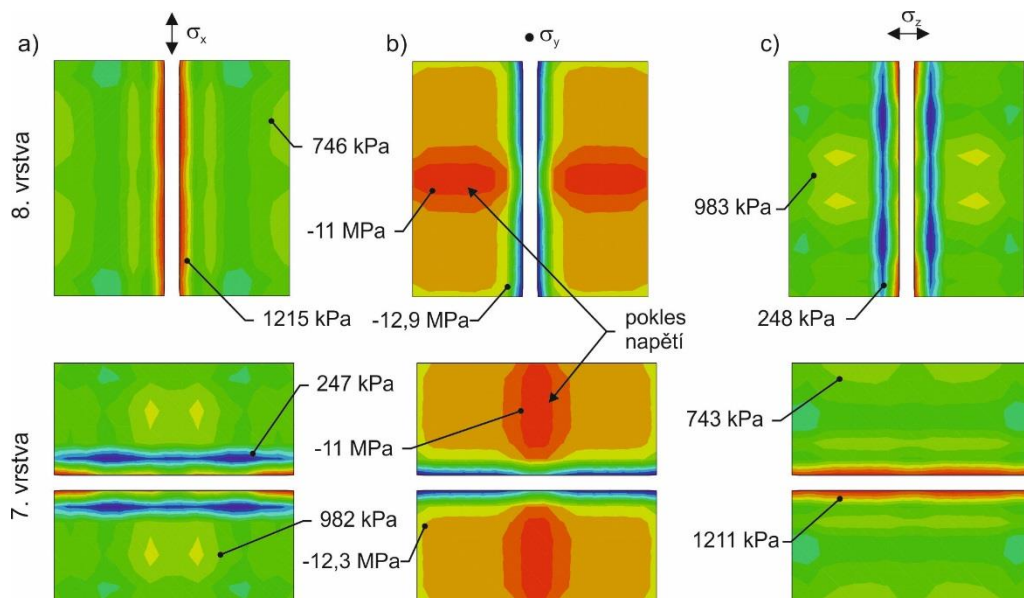
4. Numerická analýza tlačných zděných pilířů

Největší rozdíl v hodnotách na povrchu a uvnitř pilíře dosahuje u zesíleného pilíře svislé napětí s_y . Na povrchu svislé napětí v lineárním modelu stahovalo zesílení, proto uvnitř zesíleného pilíře v místě zesilujícího pásu dochází k nárůstu svislého tlakového napětí. Hodnoty svislého napětí uvnitř pilíře dosahují průměrně 280 % hodnot svislého napětí na povrchu zesíleného pilíře.



Obr. 62: Základní napětí cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem ve svislém řezu vedeném polovinou šířky cihly – zesílený pilíř - s_x (a), s_z (b), s_y (c)

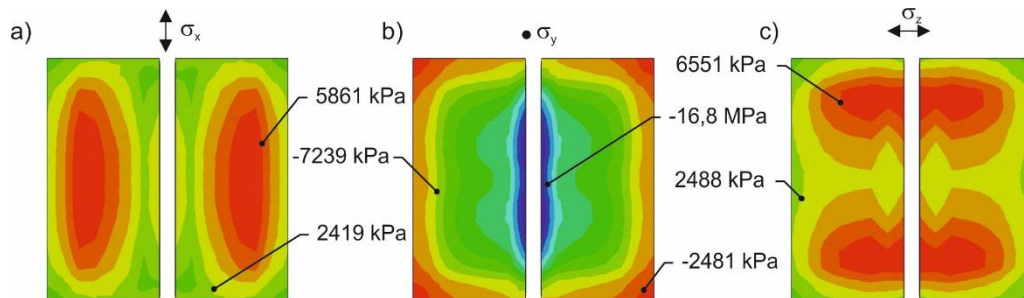
Byl porovnán průběh základních napětí na vodorovných průřezech nezesíleného a zesíleného cihelného pilíře ve zdicích prvcích v sedmé (u zesíleného pilíře vrstva pod zesilujícím pásem) a osmé vrstvě (u zesíleného pilíře vrstva ovinutá tkaninou na bázi vysokopevnostní vláken) pilíře.



Obr. 63: Základní napětí ve vodorovném řezu vedeném zdicími prvky v 7. a 8. vrstvě nezesíleného cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem - s_x (a), s_y (b), s_z (c)

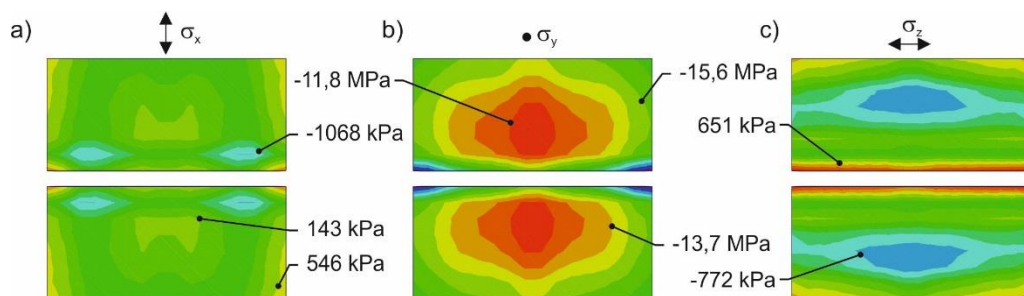


U nezesíleného pilíře se ve zdicích prvcích projevuje pokles svislého napětí s_y pod styčnými maltovými spárami (obr. 63b). Vodorovné napětí působící ve směru délky cihly dosahuje větších hodnot než napětí působící kolmo na delší rozměr cihly, pro zdící prvky v osmé vrstvě pilíře je větší vodorovné napětí s_x a pro zdící prvky v sedmé vrstvě působí větší vodorovné napětí ve směru osy z.



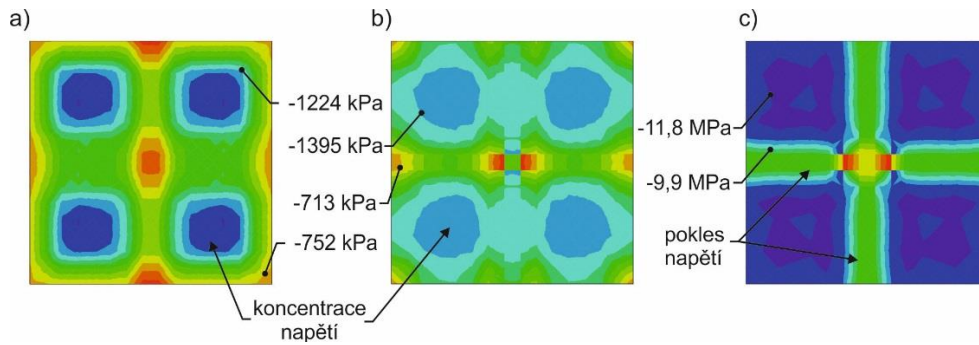
Obr. 64: Základní napětí ve vodorovném řezu vedeném zdicemi prvky v 8. vrstvě zesíleného cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem - s_x (a), s_y (b), s_z (c)

Průběh základních napětí ve vodorovném průřezu v sedmé i osmé vrstvě zesíleného pilíře se výrazně liší od průběhu základních napětí ve vodorovném průřezu nezesíleného pilíře. U zesíleného pilíře v osmé vrstvě (ovinuté zesilujícím pásem) svislé napětí s_y dosahuje největších hodnot ve středu pilíře, jelikož, jak už bylo popsáno výše, na okrajích pilíře svislé tlakové napětí v lineárním výpočtu přebírá zesilující pás. U svislého napětí s_y u zesíleného pilíře v sedmé vrstvě je stále patrný pokles napětí pod styčnými maltovými spárami, ale nejnižší hodnoty napětí se stahují ke středu pilíře (obr. 64b). Vodorovné napětí s_x u zesíleného pilíře se v osmé vrstvě koncentruje ve vnitřní části zdicích prvků (obr. 64a), naopak u nezesíleného pilíře v osmé vrstvě se největší hodnoty vodorovného napětí s_x objevovaly ve zdicích prvcích v místě styku se styčnou maltovou spárou (obr. 63a).



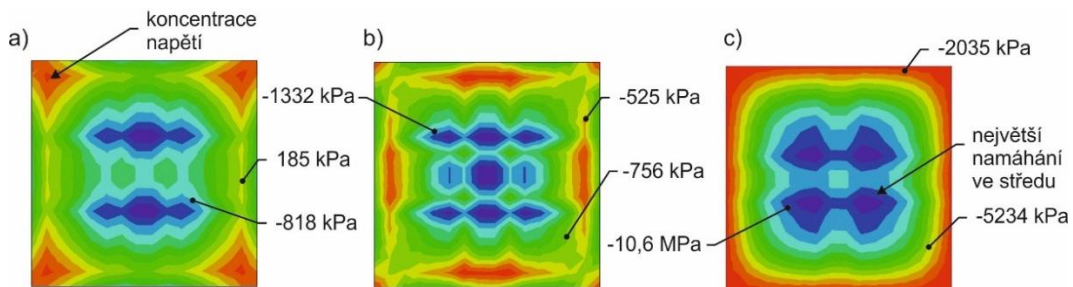
Obr. 64: Základní napětí ve vodorovném řezu vedeném zdicemi prvky v 7. vrstvě zesíleného cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem - s_x (a), s_y (b), s_z (c)

Na obr. 66–69 je zobrazen průběh hlavních napětí ve vodorovných průřezích cihelného pilíře. Řezy jsou vedeny zdicemi prvky nacházejícími se v osmé vrstvě pilíře a ložnými maltovými spárami mezi osmou a devátou vrstvou cihel – u zesíleného pilíře je to v místě aplikace zesilujícího pásu, lze proto sledovat vliv ovinutí na změnu rozložení hlavních napětí ve vodorovném průřezu zesíleného pilíře oproti průběhu hlavních napětí ve vodorovném průřezu nezesíleného pilíře.



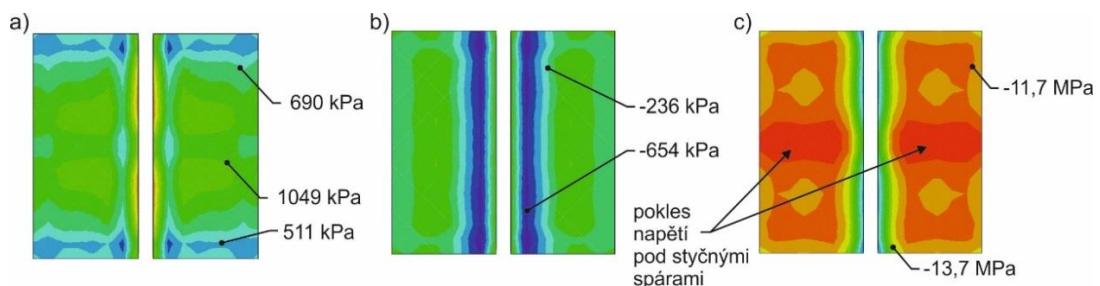
Obr. 66: Hlavní napětí v ložné maltové spáře nezesíleného pilíře – maximální (a), střední (b), minimální (c)

Na průběhu hlavního minimálního napětí v ložné maltové spáře nezesíleného cihelného pilíře (obr. 66c) je patrný pokles tlakového napětí pod styčnými maltovými spárami. Styčné spáry společně s okrajovými částmi pilíře vymezují nejtuzší místa v pilíři, kde se nachází extrémní hodnoty všech hlavních napětí v ložné maltové spáře.



Obr. 67: Hlavní napětí v ložné maltové spáře zesíleného pilíře – maximální (a), střední (b), minimální (c)

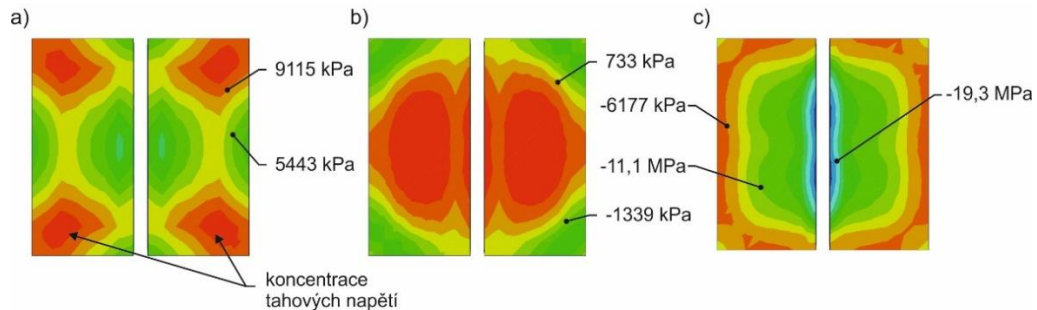
Průběh hlavních napětí v ložné maltové spáře zesíleného pilíře v místě pásku má zcela jiný charakter, než jaký měl průběh hlavních napětí v ložné maltové spáře nezesíleného pilíře. Hlavní minimální napětí dosahuje největších hodnot ve středu ložné maltové spáry a směrem k hranám pilíře se jeho hodnoty snižují (obr. 67c). Hlavní minimální (tlakové) napětí v lineárním modelu cihelného pilíře přebírá zesílení, které má ve výpočtu několikanásobně větší modul pružnosti než malta. Maximální hlavní napětí v ložné maltové spáře se u zesíleného pilíře v místě aplikace zesílení koncentruje do rohů pilíře (obr. 67a).



Obr. 68: Hlavní napětí ve zdicích prvcích v 8. vrstvě nezesíleného pilíře – maximální (a), střední (b), minimální (c)



Stejně jako u ložných maltových spár lze pozorovat pokles tlakového napětí pod styčnými spárami i u zdicích prvků (obr. 68c). Největší hodnoty maximálního hlavního napětí dosahují zdicí prvky zhruba v polovině svojí délky (obr. 68a).



Obr. 69: Hlavní napětí ve zdicích prvcích v 8. vrstvě zesíleného pilíře – maximální (a), střední (b), minimální (c)

V případě zesíleného pilíře dochází ve zdicích prvcích v místě pásku k výrazné změně průběhu hlavních napětí. Maximální hlavní napětí se koncentruje do rohů pilíře, jako tomu bylo i u ložných maltových spár (obr. 69a). Hlavní minimální (tlakové) napětí ve zdicích prvcích dosahuje při okrajích výrazně nižších hodnot než ve středu pilíře (obr. 69c). Zesilující pás v důsledku své vyšší tuhosti přebírá tlakové namáhání a snižuje hodnoty tlakového napětí na okrajích zdicích prvků.

4.3.1.2 Predikce porušení cihelného pilíře na základě lineárního 3D modelu a komparace s experimentálním porušením

Po dosažení mezního zatížení a kolapsu cihelného pilíře při experimentech byla zkušební tělesa rozebrána, čímž bylo umožněno sledovat charakter trhlin v jednotlivých vrstvách pilíře. Výplň ložných maltových spár byla zpravidla podrcena tak, že tahové trhliny nebyly již rozeznatelné (obr. 70). Z numerických výsledků je možné stanovit, **jaký stav uvnitř pilíře tomuto podrcení předcházelo**. To přináší zcela nové informace o odezvě cihelného pilíře na zatížení dostředným tlakem.



Obr. 70: Rozpad výplně ložné maltové spáry při experimentálním zatěžování cihelného pilíře dostředným tlakem



Na základě průběhu trajektorií hlavních napětí lze predikovat charakter trhlin. Dle průběhu trajektorií maximálního hlavního napětí v ložné maltové spáře u dostředně tlačného cihelného pilíře lze předpokládat **odtržení okrajových částí, a tím zmenšení plochy**, na které dochází k přenosu zatížení. Další tahové trhliny pravděpodobně vzniknou v návaznosti na styčné spáry, blízko za vnitřní hranou cihly, kde dochází k nárůstu tuhosti pilíře. Směr trhlin ve vodorovném řezu ložnou maltovou spárou se shoduje s průběhem trajektorií středního hlavního napětí (obr. 71) a po výšce pilíře s trajektoriemi minimálního hlavního napětí (obr. 78a), tzn., že trhliny odpovídají tlakovým napětím. Vzniklé trhliny (ve vodorovném řezu s trajektoriemi hlavního středního napětí jsou vyznačeny bílou tečkovanou čarou) vymezují plochy, kde dochází k víceosé napjatosti malty (obr. 71). Ve spodní části experimentálně zatěžovaného cihelného pilíře byla nalezena ložná spára, ve které nebyla výplň zcela rozrušená. Experimentálně zjištěné porušení ložné maltové spáry se shoduje s predikcí porušení z numerického modelu dostředně tlačného cihelného pilíře.



Obr. 71: Trajektorie hlavních napětí a experimentálně zjištěný charakter trhlin v ložných maltových spárách

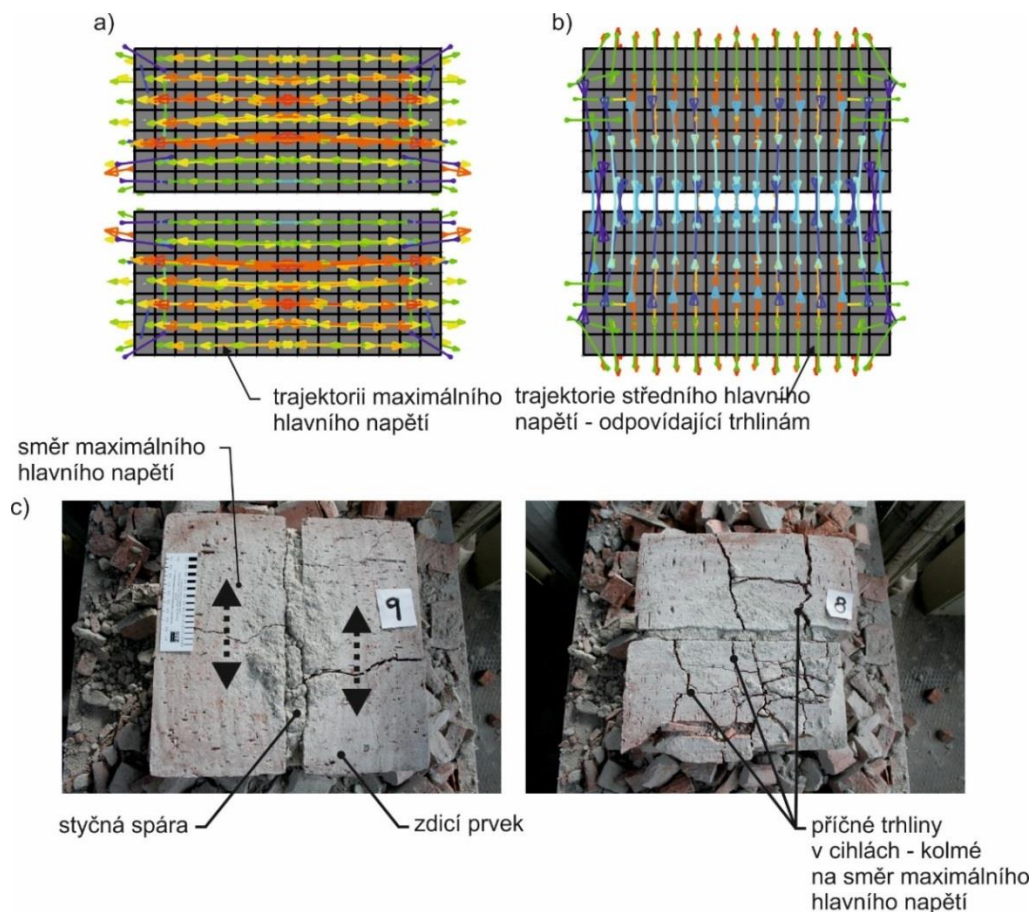
Na základě průběhu trajektorií z lineárního numerického modelu bylo dále stanoveno předpokládané porušení zdicích prvků u dostředně tlačného nezesíleného a zesíleného cihelného pilíře a předpokládané porušení bylo porovnáno s experimentálně zatěžovanými cihelnými pilíři.

Trajektorie maximálního hlavního napětí u nezesíleného dostředně tlačného cihelného pilíře ve vodorovném řezu působí podélně s delším rozměrem zdicích prvků (cihel) a pravděpodobně **způsobí jejich příčné roztržení** (obr. 72a). Průběh trajektorií středního hlavního napětí ve vodorovném průřezu pilíře udává směr trhlin (obr. 72b). Experimentálně zjištěné porušení pilíře odpovídá predikci z numerického modelu cihelného pilíře. Po dosažení mezního zatížení byly cihelné pilíře rozebrány a byly zastiženy **příčné trhliny v cihlách** (obr. 72c). Počet trhlin, jejich tloušťka a stupeň rozvoje porušení odpovídaly umístění rozkryté vrstvy po výšce pilíře – cihelné pilíře při experimentálním zatěžování dosahovaly největších deformací ve střední třetině výšky prvku.



4. Numerická analýza tlačných zděných pilířů

U experimentálně zatěžovaného cihelného pilíře nemají trhliny tak přímý směr, jako je směr trajektorií středního hlavního napětí v numerickém modelu. Na rozdíl od numerické simulace cihelného pilíře, ve které jsou **zdicí prvky a maltové spáry** modelovány jako **homogenní materiál s idealizovaným geometrickým tvarem**, jsou skutečné zdicí prvky a maltové spáry heterogenní a jejich tvar a rozměry se mohou mírně lišit. Charakter trhlin ve zdicích prvcích je u reálného cihelného pilíře ovlivněn složením cihel, způsobem a kvalitou jejich vypálení, počátečními mikrotrhlinami z výroby a odchylkami od výrobních rozměrů. U maltových spár ovlivňuje charakter trhlin složení samotné malty a přítomnost smršťovacích trhlin. K rozdílu skutečných trhlin od směru trajektorií středního hlavního napětí výrazně přispívá i lidský faktor při samotném zdění – spáry nikdy nebudou mít rovnoměrnou tloušťku rovnu 20 mm po celé ložné spáře, jako tomu je v numerickém modelu.



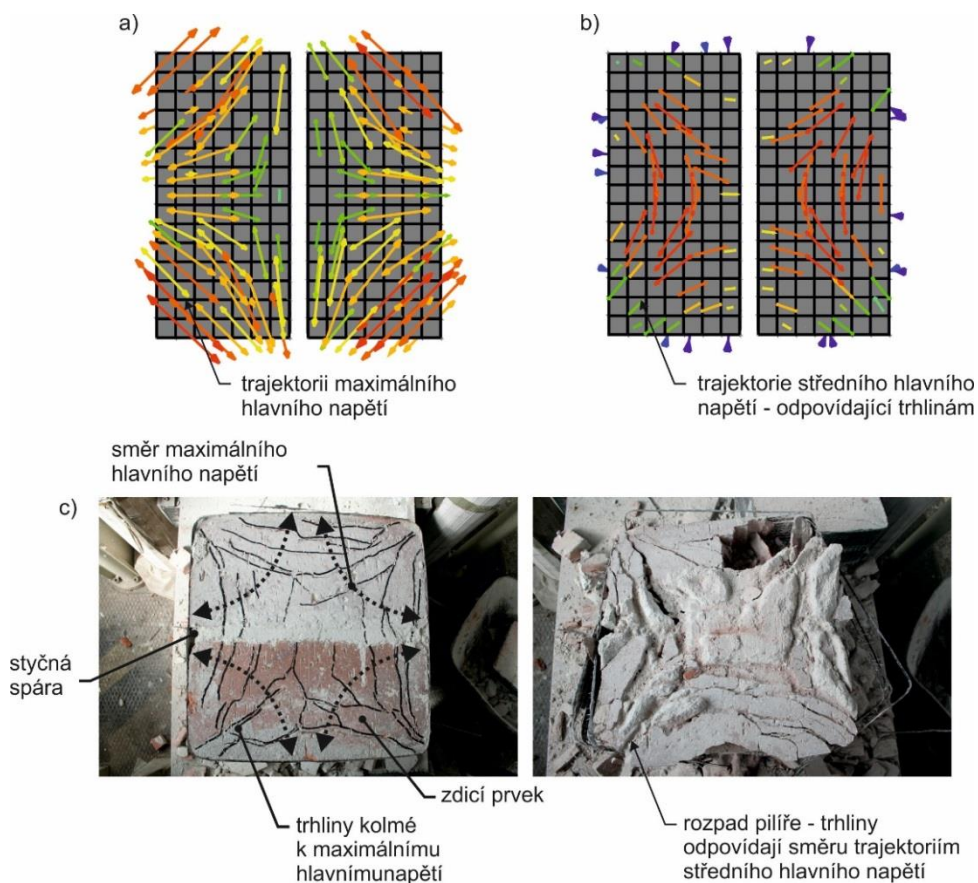
Obr. 72: Směr trajektorií hlavních napětí v nezesíleném dostředně tlačném cihelném pilíři: maximální (a), střední (b), experimentálně zjištěné porušení (c)

Trajektorie hlavních napětí u **zesíleného** dostředně tlačného cihelného pilíře ve vodorovném řezu v místě pásku mají **zcela odlišný průběh** oproti nezesílenému pilíři. U nezesíleného pilíře působí trajektorie maximálního hlavního napětí podélně s cihlou, a způsobují tak její příčné roztržení, zatímco u **zesíleného pilíře v místě pásku** trajektorie maximálního hlavního napětí **v důsledku vnějšího ovinutí radikálně mění směr**. Změna směru trajektorií hlavních napětí je dána zamezením příčného



přetvoření zdiva. Trajektorie maximálního hlavního napětí působí v rozích pilíře diagonálně na zdící prvky, ve vnitřních třetinách pilíře působí kolmo na delší hrany zdících prvků, a způsobují tak vznik trhlin kónicky propojujících dva rohy pilíře na stejné hraně (obr. 73a). Odtržením krajních částí kónickými trhlinami dojde ke zmenšení plochy, na které dochází k přenosu zatížení a tím ke zvýšení namáhání zdiva ve střední části, a k porušení kontaktu mezi zesilující tkaninou a zdivem. **Směr trhlin u zesíleného pilíře stejně jako u pilíře nezesíleného odpovídá trajektoriím středního hlavního napětí** (obr. 73a).

Při rozebrání experimentálně zatěžovaného zesíleného cihelného pilíře byl zjištěn v místě aplikace zesilujícího pásu charakter trhlin predikovaný v numerické simulaci (obr. 73c). Míra rozrušení jednotlivých vrstev pilíře je závislá na výšce umístění vrstvy – spodní část pilíře vykazovala menší porušení než střední část.

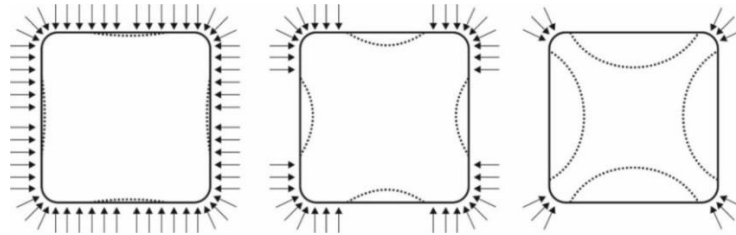


Obr. 73: Trajektorie hlavních napětí zesíleného pilíře v místě pásu - maximální hlavní napětí (a), střední hlavní napětí (b) a porušení pilíře zjištěné experimentem, experimentálně zjištěné porušení (c)

Maximální hlavní napětí se vlivem vzájemného spolupůsobení zdiva a zesilující tkaniny koncentruje v rozích a při hranách pilíře. V numerické simulaci je vzájemné spolupůsobení zdiva a zesilující tkaniny definováno pomocí kontaktu s předpokladem dokonalé adheze (bylo předpokládáno, že použité lepidlo je tak tuhé, že porušení nastane ve zdivu [116]). U experimentálně zatěžovaných

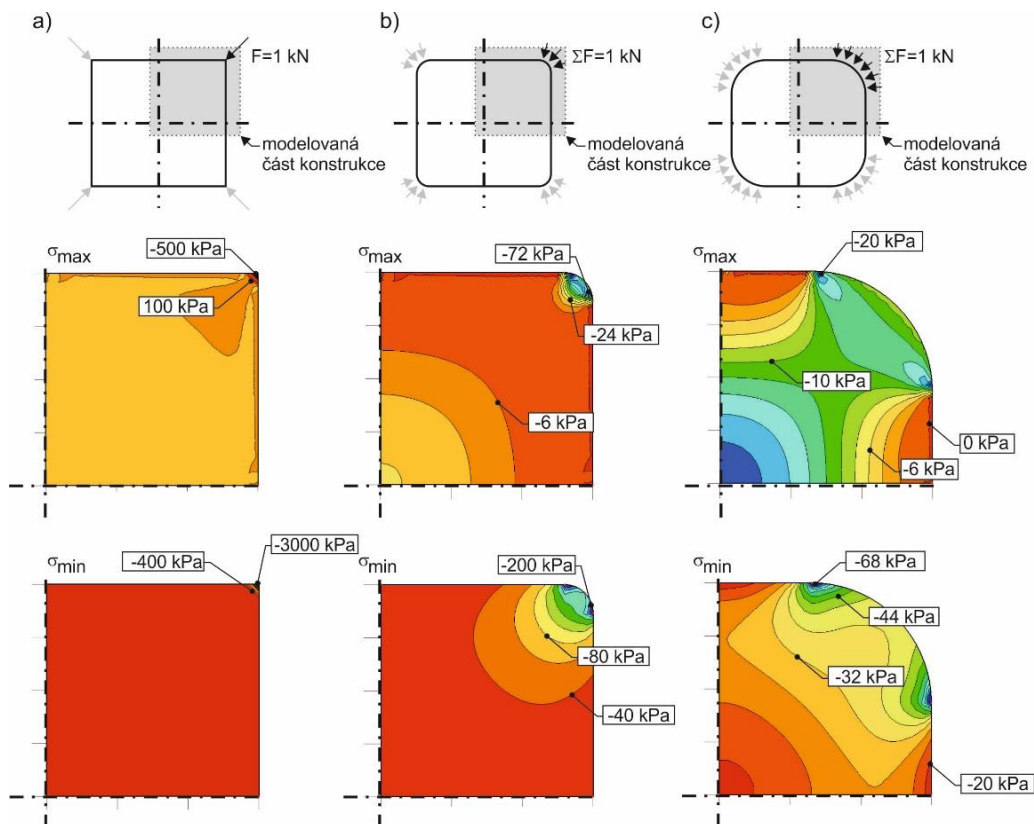


zesílených cihelných pilířů lze na začátku zatěžování uvažovat dokonalý kontakt mezi zesílením a zdívkou, který se v průběhu zatěžování postupně narušuje, dochází ke zmenšení efektivní plochy a vzniku omezeného kontaktu, který se soustředí především do hran pilíře (obr. 74). Porušení zesilující tkaniny na hraně pilíře, které nastávalo při experimentech, je následkem koncentrace reakcí do hran pilíře (obr. 74). Porušení zesilující tkaniny na hraně pilíře, které nastávalo při experimentech, je následkem koncentrace reakcí do hran pilíře způsobené porušením kontaktní spáry mezi tkaninou a zdívkou. Extrémní hodnoty namáhání vedou k dřívějšímu porušení zesílení, a tím nedostatečnému využití jeho zesilující kapacity [101].



Obr. 74: Postupné narušování kontaktu zdivo - FRP

Byla zpracována rovinná numerická analýza za účelem ověření vlivu zaoblení na příznivější rozložení napjatosti ve vodorovném průřezu pilíře, a tedy i snížení koncentrace napětí v hranách pilíře [117]. Byl uvažován vodorovný průřez bez zaoblení, se zaoblením o poloměru 20 mm a 85 mm. Vodorovný průřez byl na své hraně zatěžován jednotkovou silou (obr. 75).

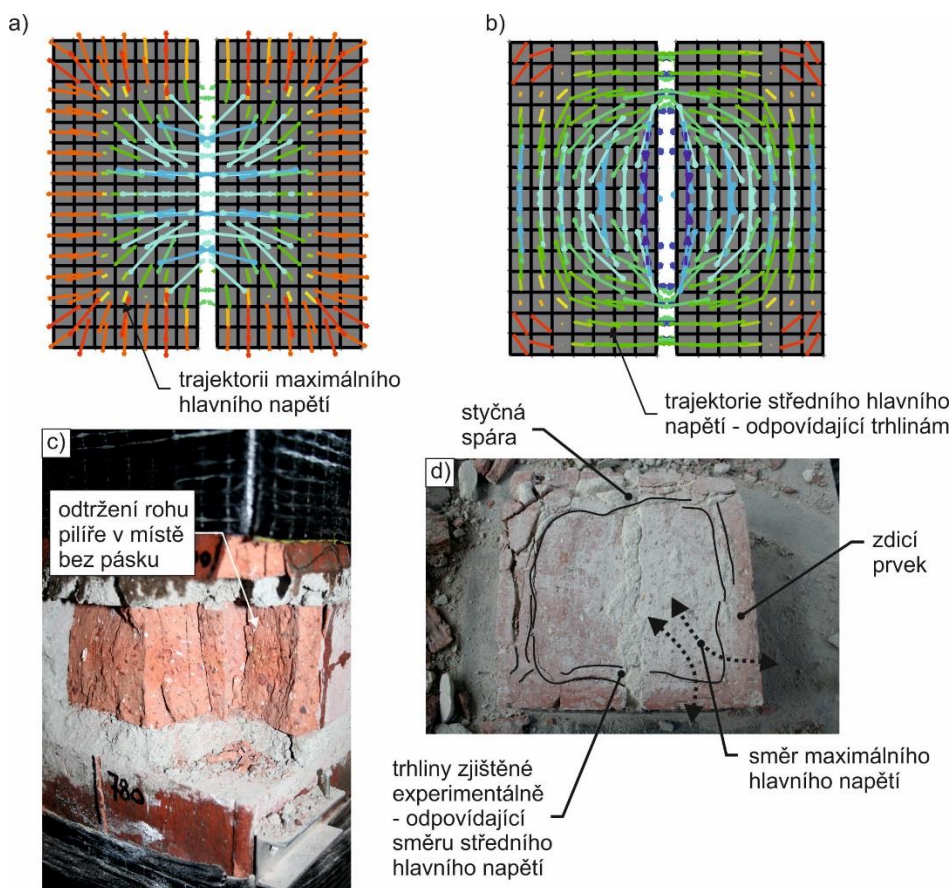


Obr. 75: 2D analýza vlivu zaoblení rohů – bez zaoblení (a), zaoblení s poloměrem 20 mm (b), zaoblení s poloměrem 85 mm (c)



V případě vodorovného průřezu bez zaoblení se **napětí koncentrují do rohu pilíře** (obr. 75a) a dosažené hodnoty napětí při zatížení jednotkovou silou jsou více než 100x větší než u pilíře s poloměrem zaoblení 85 mm (obr. 75c). Rostoucí poloměr zaoblení hrany pilíře má za následek roznošení zatížení na větší plochu a eliminaci lokálních koncentrací napětí, které při experimentech způsobovaly porušení zesilující tkaniny.

Rovinná numerická analýza prokázala **pozitivní vliv zaoblení hran** a s tím související zvětšení kontaktu mezi zdívkou a zesilující tkaninou a zvětšení efektivní plochy – plochy, na které dochází k přenosu zatížení. Velikost poloměru zaoblení ovlivňuje hodnoty napětí ve zdivu, zejména lokální hodnoty v okolí hran pilíře, které jsou kritickými místy pro porušení pásu. **Zaoblením hran** pilíře dojde ke **zvětšení kontaktu mezi tkaninou a zdivem**, což bude mít za následek **příznivější rozložení napjatosti** ve vodorovném průřezu pilíře a dosažení vyšší hodnoty mezního zatížení pilíře v tlaku.



Obr. 76: Trajektorie hlavních napětí zesíleného pilíře v místě bez pásu - maximální hlavní napětí (a), střední hlavní napětí (b), experimentálně zjištěné porušení (c)

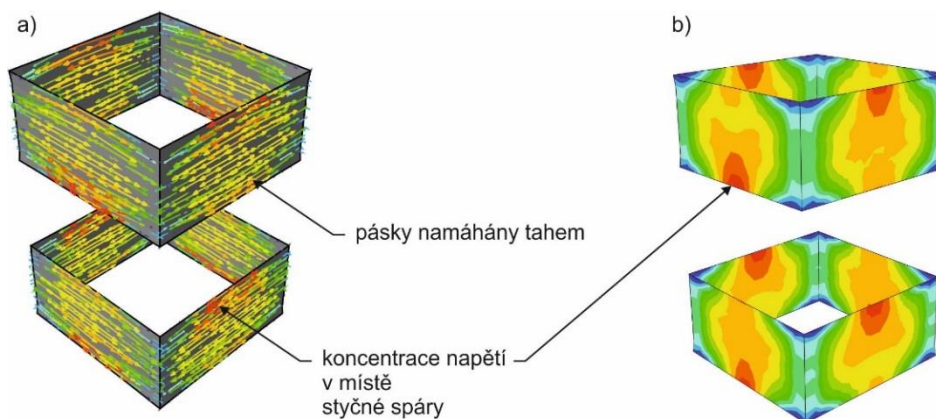
Trajektorie hlavních napětí dostředně tlačného zesíleného cihelné pilíře ve vodorovném průřezu v místě, kde nebyl aplikován ovinující pás, se výrazně liší od charakteru trhlin nezesíleného pilíře i zesíleného pilíře v místě ovinutí. Odlišný průběh trajektorií hlavních napětí oproti průběhu trajektorií hlavních napětí nezesíleného cihelného pilíře je následkem spolupůsobení mezi zdicími prvky



a maltou, jež dokáže zprostředkovat vliv zesílení i do míst, kde zesílení není fyzicky aplikováno. Trajektorie maximálního hlavního napětí ve vodorovném řezu zesíleným pilířem v místě bez zesilujícího pásu působí převážně příčně na zdící prvky, na rozích se koncentrují a dochází zde ke změně jejich směru – trajektorie směřují do rohu pilíře přibližně pod úhlem 45° (obr. 76a). Tomu odpovídá experimentálně zjištěné porušení, při kterém došlo k odtržení rohů zesíleného cihelného pilíře v místě bez zesílení (obr. 76c).

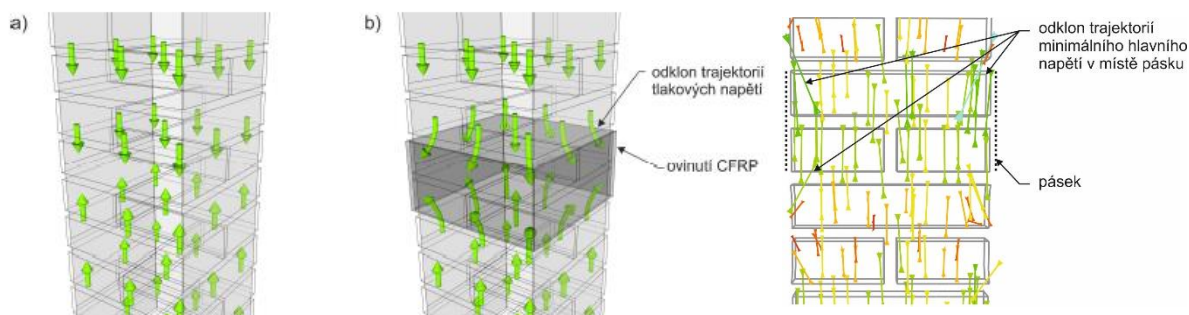
Nejvyšších hodnot dosahují maximální hlavní napětí po obvodě vodorovného průřezu cihelného pilíře. Maximální hlavní napětí způsobuje odtržení krajní části pilíře po celém obvodu, a tím zmenšení efektivní plochy. Při rozebrání experimentálně zatěžovaných cihelných pilířů byly zastíženy trhliny v krajních částech pilíře po celém jeho obvodě. Experimentálně zjištěné trhliny odpovídají ve vodorovném průřezu směru trajektorií středního hlavního napětí (obr. 76b, d).

FRP pásy, jelikož přebírají značnou část tahového namáhání dostředně tlačného cihelného pilíře, jsou po obvodu v celé své ploše taženy. Na obr. 77b jsou zobrazeny izoplochy maximálního hlavního napětí – v místě návaznosti na styčnou spáru dochází ke koncentraci namáhání.



Obr. 77: Hlavní maximální napětí v zesilujících pásech – trajektorie (a), isoplochy (b)

Trajektorie hlavního minimálního napětí u nezesíleného pilíře téměř odpovídají trajektoriím svislého napětí s_y a jsou výhradně tlaková. Tlakové napětí působí kolmo dolů (obr. 78a) a odpovídá experimentálně zjištěnému porušení dostředně tlačného nezesíleného cihelného pilíře – vzniku a rozvoji svislých tahových trhlin následované rozdělením nezesíleného pilíře na soustavu dílčích pilířků. U zesíleného pilíře dochází v místě pásu k odklonu trajektorií tlakových napětí (obr. 78b), který je dán změnou tuhosti průřezu v místě nalepení zesilujícího pásu.



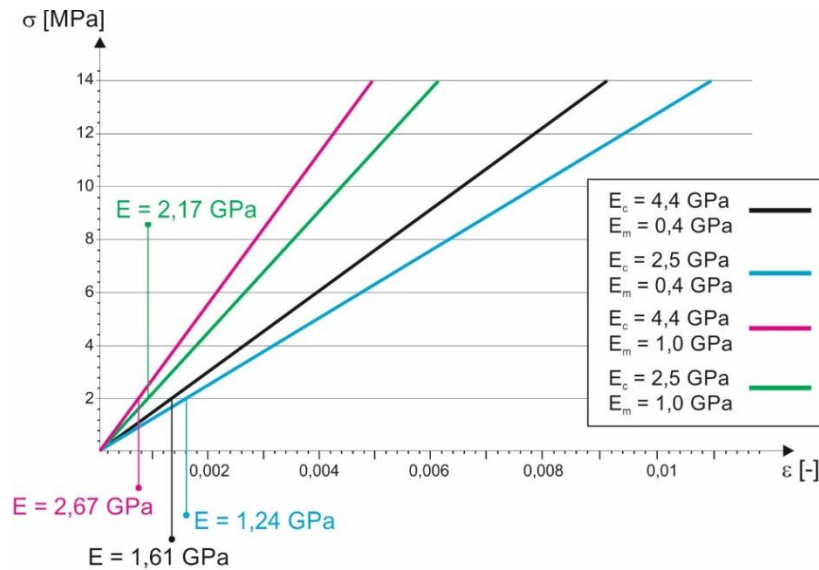
Obr. 78: Trajektorie hlavního minimálního napětí cihelného pilíře zatíženého dostředným tlakem – nezesílený pilíř (a), zesílený pilíř (b)

4.3.1.3 Možnosti využití lineárního modelu

S využitím detailního prostorového mikro modelu za předpokladu lineárně elastického chování materiálů byla získána poměrně přesná představa o odezvě nezesíleného a zesíleného cihelného pilíře na zatížení tlakem a o mechanismu jeho porušení. Na základě průběhu napětí a jeho lokálních koncentrací byla odvozena místa vzniku poruch a dle trajektorií hlavních napětí predikován směr a charakter trhlin. V tomto případě, kdy je k dispozici experiment, který lze použít k verifikaci numerického modelu, byla nalezena velmi **dobrá shoda mezi experimentem a numerickým modelem**. Charakter porušení predikovaný na základě numerického modelu s velmi dobrou přesností odpovídá porušení experimentálně zkoušených cihelných pilířů. **Objasnění stavu napětí, který předcházal podrcení výplně ložných maltových spár a porušení zdicích prvků**, poskytlo další informace o **mechanismu porušení cihelných pilířů**.

Vzhledem k tomu, že lineární model pracuje s omezenými vstupními daty, nelze z něj stanovit únosnost nezesíleného a zesíleného dostředně tlačného cihelného pilíře. Lze z něj ale stanovit lineárně elastickou větev pracovního diagramu „napětí – přetvoření“ a dopočítat modul pružnosti cihelného pilíře. Na obr. 71 jsou zobrazeny závislosti „napětí – přetvoření“ získané ze simulace cihelného pilíře za předpokladu lineárně elastického chování obou složek zdiva. Velikost modulu pružnosti cihel i malty ovlivňuje velikost modulu pružnosti cihelného pilíře.

Byly předpokládány hodnoty modulu pružnosti cihel a malty stanovené experimentálně v předcházející části kapitoly. Pro pilíř z cihel o hodnotě modulu pružnosti 4,4 GPa (pro cihly s průměrnou vyšší pevností s označením CP1 dle experimentálního stanovení vstupních dat) je výsledný modul pružnosti pilíře roven 1,61 GPa. Pokud je hodnota modulu pružnosti cihel snížena na 2,5 GPa (pro cihly s průměrnou nižší pevností s označením CP2), klesne hodnota modulu pružnosti pilíře na 1,24 GPa. S klesající hodnotou modulu pružnosti cihel, klesá hodnota modulu pružnosti pilíře – to je v souladu s očekávanými výsledky.



Obr. 71: Pracovní diagram „napětí – přetvoření“ nezesíleného cihelného pilíře z lineárního výpočtu pro odlišné kombinace modulů pružnosti cihel a malty

Modul pružnosti malty byl navýšen na 1 GPa a bylo analyzováno, jak se změna modulu pružnosti malty projeví na hodnotě modulu pružnosti pilíře. Numerický model na změnu modulu pružnosti malty reaguje obdobně, jako tomu bylo u změny modulu pružnosti cihel – v případě malty s modulem pružnosti 1 GPa je modul pružnosti pilíře vyšší než pro modul pružnosti malty stanovený experimentálně, tj. 0,4 GPa. Nejvyšší hodnoty modulu pružnosti pilíře, a to 2,67 GPa, dosáhl dle očekávání pilíř s cihlami s modulem pružnosti 4,4 GPa a maltou 1 GPa. Dopočítané hodnoty modulů pružnosti jsou v souladu s experimentálními zjištěními i s vědeckou literaturou, ve které lze najít zděné konstrukce s obdobnými hodnotami modulu pružnosti [45–47]. V tab. 7 je uvedeno procentuální porovnání. Hodnota 100 % je vztažena k výchozím hodnotám z experimentálního stanovení vstupních dat, a to modul pružnosti cihel 4,4 GPa a malty 0,4 GPa.

Tab. 7: Procentuální porovnání modulů pružnosti pilíře v závislosti na hodnotách modulu pružnosti složek zdiva

	Modul pružnosti pilíře
$E_c = 4,4 \text{ GPa}, E_m = 0,4 \text{ GPa}$	100%
$E_c = 2,5 \text{ GPa}, E_m = 0,4 \text{ GPa}$	77%
$E_c = 4,4 \text{ GPa}, E_m = 1,0 \text{ GPa}$	165 %
$E_c = 2,5 \text{ GPa}, E_m = 1,0 \text{ GPa}$	135 %



4.3.2 Nelineární odezva dostředně tlačných cihelných pilířů

Aby mohla být porovnána experimentálně a numericky zjištěná odezva pilíře ve smyslu pracovních diagramů „napětí – přetvoření“ a velikosti mezního zatížení, byla v dalším kroku provedena nelineární analýza. Byly mezi sebou porovnány výsledky ze tří typů nelineárních materiálových modelů používaných pro numerickou analýzu kvazi křehkým materiálů:

- Mohr-Coulombův model (M-C);
- Drucker-Pragerův model (D-P);
- Concrete Damage Plasticity model (CDP).

Lineárně-elastické parametry, modul pružnosti a Poissonův součinitel, byly uvažovány dle tab. 8 pro všechny tři typy nelineárních modelů.

Tab. 8: Lineárně elastické charakteristiky použitých materiálů

Materiál	Modul pružnosti E [GPa]	Poissonův součinitel ν [-]
Cihla	4,4 (2,5)	0,20
Malta	0,4	0,15
Ocel	210	0,30

4.3.2.1 Charakteristiky pro Mohr-Coulombův a Drucker-Pragerův model

Na základě rešerše vědecké literatury byly dohledány materiálové parametry pro cihlu plnou pálenou a maltu potřebné pro M-C model (tab. 9). Jelikož D-P podmínka plasticity je hladkou verzí Mohr-Coulombovy, je možné dopočítat D-P úhel tření a kohezi z M-C modelu [105]. Na základě rešerše potřebných vstupních dat je opět ukázán rozptyl mechanických vlastností složek zdiva.

Tab. 9: Materiálové charakteristiky pro M-C model stanovené na základě rešerše

Cihly							
	Modul pružnosti E [GPa]	Poissonův součinitel μ [-]	Tahová pevnost f_t [MPa]	Tlaková pevnost f_c [MPa]	Úhel tření φ [°]	Úhel dilatance ψ [°]	Koheze c [MPa]
[39]	Mohr-Coulomb ($c=1 \text{ N/mm}^2$, $\Phi=45^\circ$)						
[44]	3,555	0,3	0,54	14,22	34,96	0	4,105
[119]	-	-	1,5	15,4	30	-	4,35
[118]	6,74	0,17	-	-	30	-	4,3
[113]	2,4	0,05	3,4	18,7	30	0	4,24



Malta

	Modul pružnosti E [GPa]	Poissonův součinitel μ [-]	Tahová pevnost f_t [MPa]	Tlaková pevnost f_c [MPa]	Úhel tření φ [°]	Úhel dilatance ψ [°]	Koheze c [MPa]
[39]	-	-	0,35	5	30	-	0,35
[44]	-	-	0,236	4,73	-	-	
[119]	-	-	0,24	5,08	40	-	0,35
[118]	1,7	0,05	-	-	40	-	0,35
[113]	0,335	0,2	1,4	14,7	30	30	4,24

Hodnoty koheze cihel a malty uváděné autory se od sebe vzájemně výrazně neliší, ačkoli další materiálové charakteristiky nabývají v některých případech značně odlišných hodnot (např. hodnota koheze cihly v [118] se liší o 2 % oproti [113], zatímco modul pružnosti cihly je 2,8x vyšší v [118] oproti [113]). Vzhledem k tomu, že vlastní experimentální stanovení koheze cihel plných pálených a malty nebylo provedeno, byly zvoleny hodnoty koheze z vědecké literatury odpovídající co nejvíce dalším materiálovým parametrům cihly a malty, které byly v rámci této práce experimentálně stanoveny. V tab. 10 jsou uvedeny vybrané parametry pro cihly a maltu použité v M-C modelu. Z nich dopočítané úhly tření cihel a malty a další parametry D-P modelu jsou uvedeny v tab. 11. Úhel dilatance cihel a malty byl uvažován ve shodě s [12, 45, 120] a zůstal neměnný pro všechny tři typy nelineárních materiálových modelů.

Tab. 10: Hodnoty hlavních parametrů pro M-C model použitých pro zdící prvky a maltu v numerické simulaci

Materiál	Úhel tření [°]	Úhel dilatance [°]	Koheze [MPa]
zdící prvky	30	10	4,10
malta	35	10	0,34

Tab. 11: Hodnoty hlavních parametrů pro lineární D-P model použitých pro zdící prvky a maltu v numerické simulaci

Materiál	Úhel tření [°]	Úhel dilatance [°]	Parametr K [-]
zdící prvky	40,9	10	0,778
malta	44,5	10	0,778

Aby materiál nevykazoval pouze pružno-plastickou odezvu, lze v D-P modelu zavést zpevnění materiálu obdobně jako v CDP modelu. Parametry pro zpevnění v D-P modelu vycházely z experimentálního stanovení vstupních dat a odpovídaly hodnotám odezvy cihly a malty na zatížení v tlaku použité v CDP modelu. Hodnoty jsou uvedené v tab. 12.



Tab. 12: Odezva cihly a malty na zatížení v tlaku¹⁸

Cihly		Malta	
Tlakové napětí [MPa]	Přetvoření	Tlakové napětí [MPa]	Přetvoření
18	0	1,8	0
20	0,005	2	0,005
13	0,0075	1,6	0,008
8	0,015	1,4	0,01

4.3.2.2 Charakteristiky pro CDP model

CDP model předpokládá, že zdivo se chová podle D-P modelu s neasociovaným zákonem plastického přetváření. Aby bylo zabráněno problémům s konvergencí, je kónická oblast D-P modelu zjemněna funkcí s hyperbolickým tvarem, v tomto případě k tomu slouží parametr excentricity, který byl nastaven 0,1 (výchozí hodnota). Úhel dilatance pro cihly i maltu byl roven 10° a parametr viskozity 0,002 dle [12, 45]. Výchozí hodnota parametru viskozity v materiálovém modelu je rovna 0, zde použitá hodnota má za následek urychlení konvergence bez ovlivnění přesnosti výsledků [12]. Hodnota poměru mezi pevnostmi v jednoosém a dvouosém tlaku byla ponechána dle výchozího nastavení materiálového modelu, které odpovídá poměru tlakových pevností betonu. Cihly a malta vykazují v tlaku obdobné chování jako beton, proto byla při numerické analýze cihelných pilířů použita výchozí hodnota, stejně tomu bylo např. v [45, 120]. Parametry pro CDP model jsou shrnuty v tab. 13.

Tab. 13: Hodnoty hlavních parametrů pro CDP model použitých pro zdící prvky a maltu v numerické simulaci

DP parametr korekce	Úhel dilatance ψ [°]	Excentricita	Poměr napětí v jednoosém a dvouosém tlaku	Parametr viskozity μ
0,667	10	0,1	1,16	0,002

V tab. 14 a 15 jsou uvedeny hodnoty napětí a přetvoření pro zatížení tlakem a tahem pro cihly a maltu stanovené v předešlé části kapitoly a použité pro CDP model. Odezva cihel a malty na zatížení v tlaku zůstala neměnná ve všech provedených výpočtech.

¹⁸ Odezva cihly odpovídá průměrné křivce ze vzorků s větší pevností s označením CP1.



Tab. 14: Odezva cihly na zatížení v tlaku a tahu

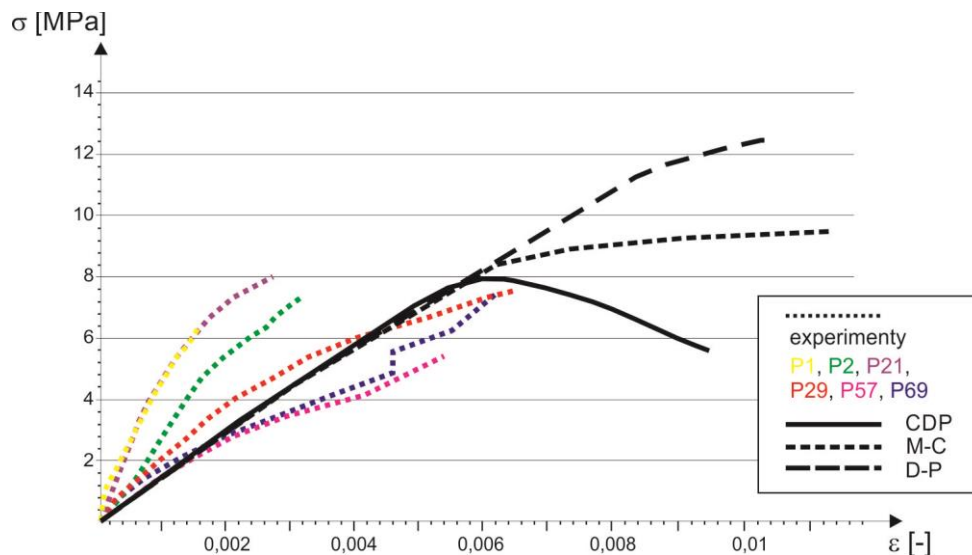
Tlakové napětí [MPa]	Přetvoření	Tahové napětí [MPa]	Přetvoření
18	0	2	0
20	0,005	0,2	0,00063
13	0,0075		
8	0,015		

Tab. 15: Odezva malty na zatížení v tlaku a tahu

Tlakové napětí [MPa]	Přetvoření	Tahové napětí [MPa]	Přetvoření
1,8	0	0,2	0
2,0	0,005	0,01	0,001
1,6	0,008		
1,4	0,01		

4.3.2.3 Porovnání numerických a experimentálních pracovních diagramů „napětí – přetvoření“

Získané numerické závislosti „napětí – přetvoření“ byly porovnány s experimentálními výsledky (obr. 72). Aby porovnání bylo možné, bylo nutné experimentální výsledky („síla – deformace“) převést na závislosti „napětí – přetvoření“.

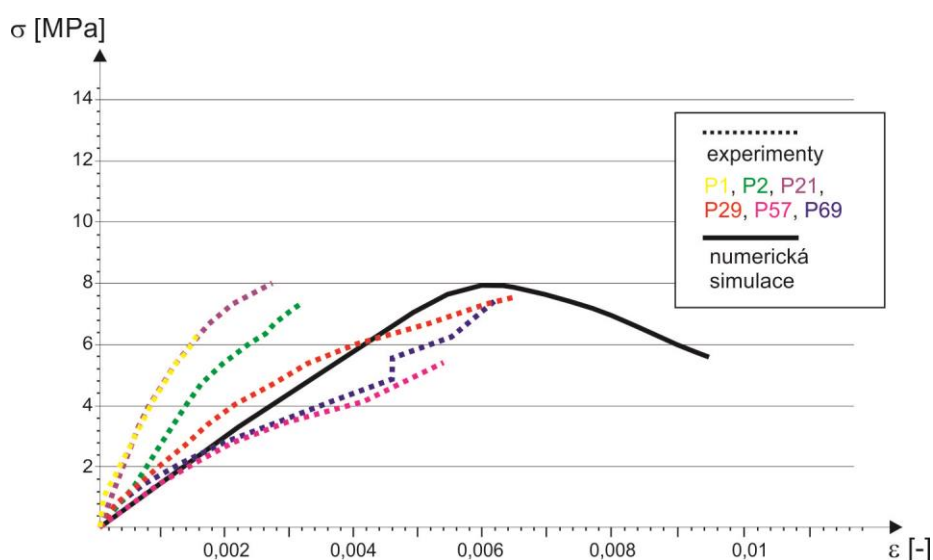


Obr. 72: Porovnání teoretických a experimentálních pracovních diagramů „napětí – přetvoření“ nezesílených pilířů

Výpočetní čas se lišil dle volby materiálového modelu. Výpočet s M-C modelem trval přibližně 0,4 hodiny a nejdelší výpočetní čas zabral CDP model, a to 1,6 hodiny. CDP model se po dosažení



meze pružnosti projevuje zpevněním a po dosažení mezního zatížení následuje sestupná část pracovního diagramu – napětí klesá a přetvoření roste. M-C model se taktéž po dosažení meze pružnosti projevuje zpevněním až do dosažení mezního zatížení, ale již nevykresluje sestupnou část – napětí je téměř konstantní a deformace (přetvoření) nadále rostou. Pro zvolené hodnoty koheze cihel a malty na základě rešerše vědecké literatury M-C model značně nadhodnocuje mezní zatížení nezesíleného cihelného pilíře oproti hodnotám mezního zatížení, kterých bylo dosaženo při experimentech. Pro lepší shodu by bylo nutné upravit vstupní data – hodnoty koheze cihel a malty.¹⁹ D-P model nadhodnocuje experimentální mezní zatížení dostředně tlačného cihelného pilíře výrazněji než M-C, proto byl pro další simulace zvolen CDP model, který vykazuje dobrou shodu s experimentálními výsledky ve smyslu hodnot mezního zatížení a svislých přetvoření.



Obr. 73: Vybraná teoretická závislost „napětí – přetvoření“ z numerického výpočtu v porovnání s experimentálními pracovními diagramy nezesílených pilířů

Vybraná teoretická závislost „napětí – přetvoření“ svým průběhem a dosaženou hodnotou mezního zatížení nejlépe odpovídá pilířům s označením P29 a P69 (obr. 73). U pilíře P29 byla hodnota mezního zatížení při experimentálním zatěžování rovna 700 kN, u pilíře P69 to bylo 660 kN. Mezní zatížení dostředně tlačného cihelného pilíře v numerické simulaci dosáhlo hodnoty 712 kN, což odpovídá 102 %, resp. 108 % experimentálně zjištěné hodnoty. Mezního zatížení u experimentálně zatěžovaného cihelného pilíře P29 bylo dosaženo při svislém poměrném přetvoření o hodnotě 0,0065, u pilíře P69 o hodnotě 0,0063. V numerické simulaci cihelného pilíře mezního zatížení bylo dosaženo při svislém přetvoření 0,0061, což odpovídá 94 %, resp. 97 % experimentálně zjištěné hodnoty. Výsledky z numerického modelu dostředně tlačného cihelného pilíře za předpokladu nelineárního materiálového chování cihel a malty popsanych pomocí CDP modelu dávají **velmi dobrou shodu**

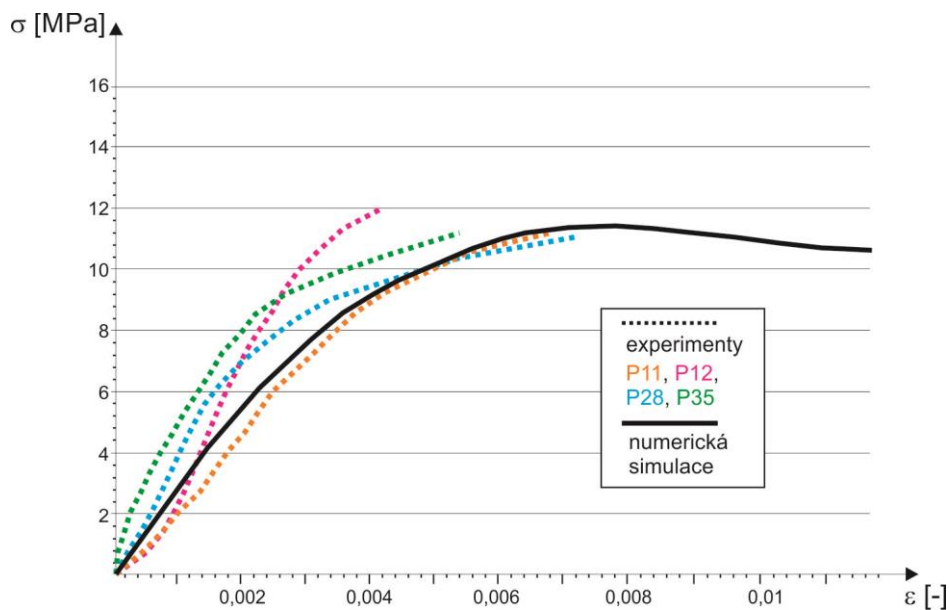
¹⁹ Při snížení hodnoty koheze cihel na polovinu oproti hodnotě v tab. 10 únosnost dostředně tlačného cihelného pilíře klesla z původních 875 kN na 502 kN. Poloviční hodnota koheze cihel není ale podložena literaturou nebo experimentem a byla zvolena proto, aby bylo ověřeno, jak numerický model reaguje na změnu vstupních dat.



s experimentálně zatěžovanými pilíři P29 a P69 ve smyslu pracovního diagramu „napětí – přetvoření“, hodnoty mezního zatížení a svislého přetvoření, při kterém bylo mezního zatížení dosaženo.

Pro lepší shodu s ostatními experimentálně zatěžovanými pilíři by bylo nutné upravit vstupní data ve smyslu odezvy cihel a malty na zatížení tlakem a tahem a lineárně elastických charakteristik použitých materiálů. Z pracovního diagramu „napětí – přetvoření“ na obr. 73 je patrné, že výsledky z experimentálního zatěžování mají široký rozsah. Cihelné pilíře byly zkoušeny v průběhu několika let a pevnosti zdicích prvků se mohly lišit podle toho, z jakých cihel byly pilíře vyžděny. Stejně tak mohla být proměnná pevnost malty. Vzhledem k variabilitě mechanických vlastností zkušebních těles jsou výsledky získané z numerického modelu považovány za dostatečně výstižné.

V případě zesíleného pilíře se teoretická závislost „napětí – přetvoření“ nejvíce přiblížila experimentálním výsledkům pilíře s označením P11 a P28 (obr. 74). Pilíř P11 při experimentálním zatěžování dosáhl hodnoty mezního zatížení 1020 kN při svislém poměrném přetvoření 0,0067, pilíř P28 dosáhl hodnoty mezního zatížení 960 kN při poměrném přetvoření 0,0072. Hodnota mezního zatížení dostředně tlačného zesíleného cihelného pilíře z numerické simulace byla 1034 kN při poměrném přetvoření 0,0071, což odpovídá 101 %, resp. 108 % experimentálně zjištěné mezní únosnosti zesíleného cihelného pilíře a 106 %, resp. 99 % jejich svislého přetvoření. Obdobné hodnoty zatížení dosáhl ještě při experimentálním zatěžování pilíř P35 (1020 kN), ale při menším poměrném přetvoření, a to 0,0054.



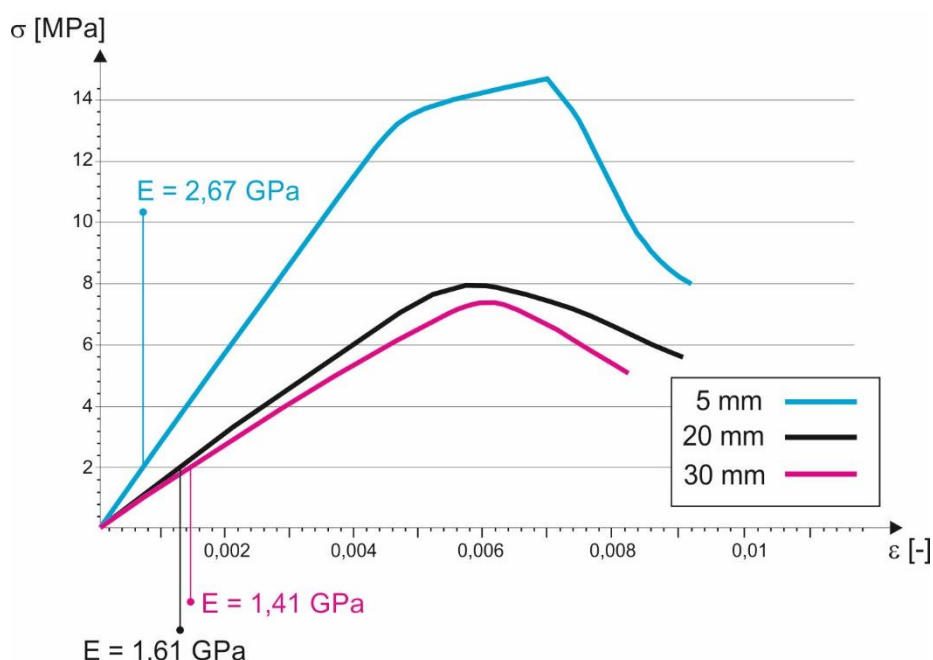
Obr. 74: Teoretická křivka „napětí – přetvoření“ v porovnání s experimentálními pracovními diagramy zesílených pilířů



Při experimentálním zatěžování dostředně tlačných zesílených cihelných pilířů nastalo často porušení ovinující tkaniny přetržením na ostrém rohu pilíře v důsledku koncentrace napětí do těchto míst. V numerické simulaci zesíleného cihelného pilíře je uvažováno lineárně elastické chování FRP, a lze tak pozorovat charakter sestupné části pracovního diagramu „napětí – přetvoření“ (pokud by nedošlo k přetržení pásu). Sestupná větev teoretického pracovního diagramu „napětí – přetvoření“ se projevuje pouze mírným poklesem napětí, zatímco přetvoření prudce roste – cihelné pilíře vlivem ovinutí projevují po dosažení mezního zatížení duktilní chování. Ovinutí v numerické simulaci zajišťuje cihelnému pilíři celistvost a schopnost přenášet nadále podstatnou část zatížení i při vzrůstajícím přetvoření.

4.3.2.4 Citlivost numerického modelu na tloušťku maltových spár

Byly vytvořeny numerické modely pro porovnání vlivu tloušťky maltových ložných a styčných spár na únosnost pilíře. Tloušťky maltových spár byly zvoleny 5, 20 a 30 mm. Na obr. 75 jsou zobrazeny závislosti „napětí – přetvoření“. Nejvyšší hodnota mezního zatížení a modulu pružnosti byla dle očekávání dosažena pro pilíř s tloušťkou maltových spár 5 mm. Nejvyšší hodnota mezního zatížení je dána poměrem objemu tužších cihel a poddajnější malty.



Obr. 75: Teoreticky stanovený pracovní diagram „napětí – přetvoření“ - vliv tloušťky maltových spár na modul pružnosti a únosnost dostředně tlačného cihelného pilíře

V tab. 16 je provedeno procentuální porovnání dosažených výsledků, hodnota 100 % je vztažena k pilíři s tloušťkou maltových spár 20 mm, což odpovídá typu pilíře experimentálně zatěžovaného. Uváděná hodnota přetvoření je ta, při které bylo dosaženo mezního zatížení.



Tab. 16: Procentuální porovnání vlivu tloušťky maltových spár na modul pružnosti a únosnost dostředně tlačeného cihelného pilíře

Tloušťka maltových spár [mm]	Modul pružnosti pilíře	Mezní zatížení	Přetvoření
5	166 %	184 %	115 %
20	100 %	100 %	100 %
30	88 %	93 %	98 %

Na základě závislosti „napětí – přetvoření“ v pružné části pracovního diagramu je na první pohled patrná výrazně větší tuhost pilíře s maltovými spárami tl. 5 mm. Dupočítaná hodnota modulu pružnosti byla více než dvojnásobná a únosnost 1,74x vyšší oproti pilíři s maltovými spárami tl. 20 mm. U pilíře s tloušťkou maltových spár 5 mm nastává výrazné zpevnění následované poměrně strmou sestupnou větví. Pilíře s tloušťkami spár 20 a 30 mm se dosaženými výsledky výrazně neliší, i charakter závislosti „napětí – přetvoření“ je obdobný.

4.3.2.5 Citlivost numerického modelu na materiálové parametry cihly

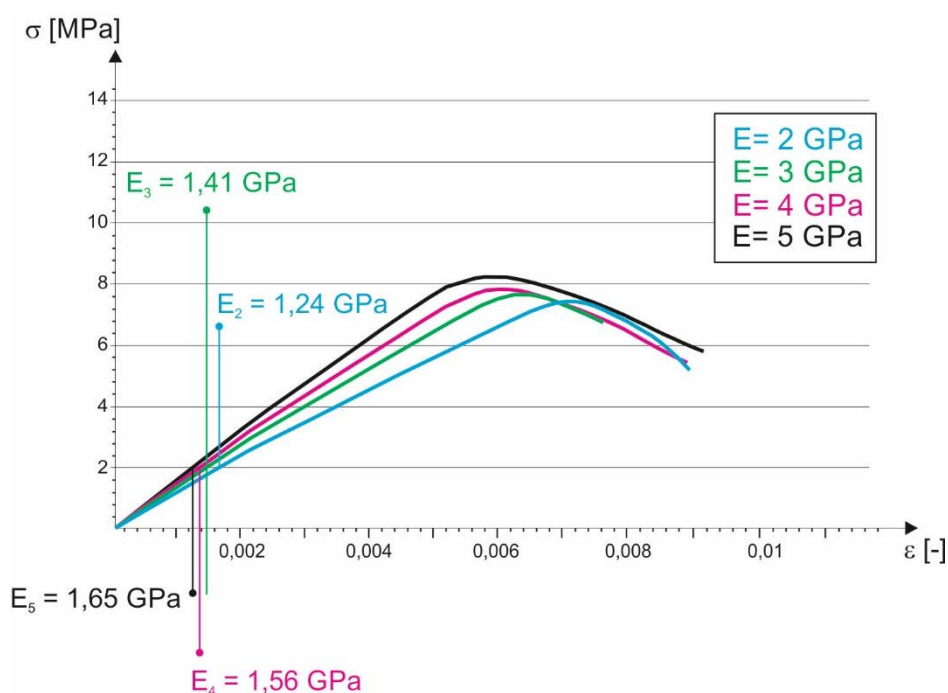
Dále byl na modelu otestován vliv hodnoty modulu pružnosti cihel na velikost mezního zatížení a na velikost modulu pružnosti pilíře. Získané výsledky odpovídají očekávání – s rostoucím modulem pružnosti cihel roste hodnota mezního zatížení pilíře i hodnota jeho modulu pružnosti. S klesající hodnotou modulu pružnosti zároveň rostou přetvárné vlastnosti pilíře. To je opět v souladu s předpokládanými výsledky. Pro pilíř s hodnotou modulu pružnosti cihel 5 GPa dosáhlo mezní zatížení hodnoty 735 kN při svislém poměrném přetvoření rovno 0,006. Oproti tomu pilíř s cihlami s modulem pružnosti 2 GPa dosáhl hodnoty mezního zatížení 673 kN při svislém poměrném přetvoření 0,0072. Procentuální porovnání dosažených výsledků je uvedeno v tab. 17. Hodnota 100 % je vztažena k pilíři s modulem pružnosti cihel 5 GPa.

Na základě procentuálního porovnání numericky získaných výsledků lze konstatovat, že modul pružnosti cihel nemá výrazný vliv na únosnost pilíře. Výsledky jsou zobrazeny na obr. 76. Hodnota mezního zatížení pilíře s cihlami s modulem pružnosti 2 GPa odpovídá 92 % mezního zatížení pilíře s cihlami s modulem pružnosti 5 GPa, přičemž hodnota modulu pružnosti cihel v procentech odpovídá pouhým 75 % hodnoty modulu pružnosti „tužšího“ pilíře. Pilíře s cihlami o modulech pružnosti 5, 4 a 3 GPa vykazují obdobné hodnoty jak v dosaženém mezním zatížení, tak v přetvoření, při kterém mezního zatížení bylo dosaženo a i v hodnotách modulu pružnosti pilíře. Oproti tomu pilíř s cihlami s modulem pružnosti 2 GPa dosáhl obdobné hodnoty zatížení, ale při výrazně větším přetvoření a nižší hodnotě modulu pružnosti pilíře.



Tab. 17: Procentuální porovnání vlivu modulu pružnosti cihel na modul pružnosti a únosnost dostředně tlačného cihelného pilíře

Modul pružnosti cihel [GPa]	Modul pružnosti pilíře	Mezní zatížení	Přetvoření
5	100 %	100 %	100 %
4	95 %	95 %	101 %
3	85 %	93 %	103 %
2	75 %	92 %	120 %

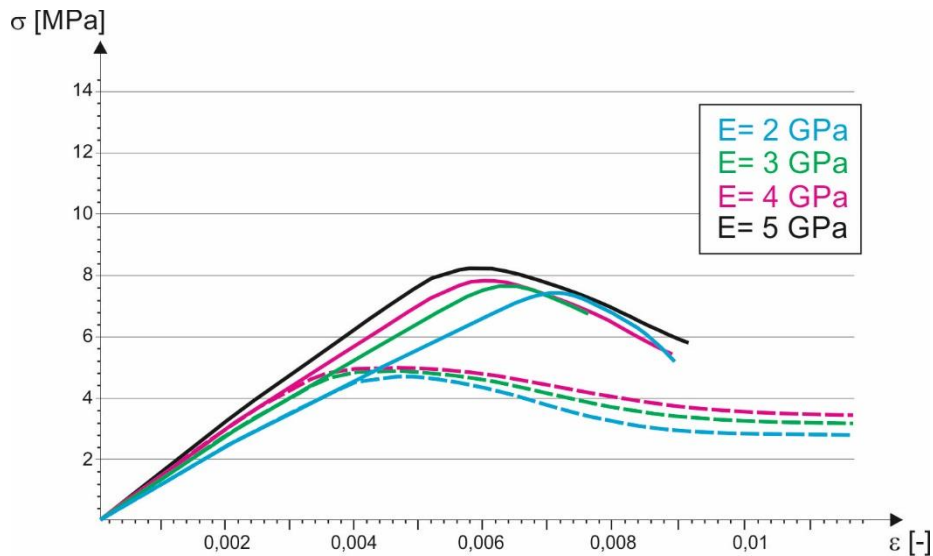


Obr. 76: Teoreticky stanovený pracovní diagram „napětí – přetvoření“ – vliv modulů pružnosti cihly na modul pružnosti a únosnost dostředně tlačného cihelného pilíře

Následně bylo provedeno porovnání odezvy cihly na zatížení v tlaku a tahu snížené na poloviční hodnoty (tab. 18) oproti vstupním datům (tab. 14) v předešlém případě studie vlivu modulu pružnosti cihel. Výsledky jsou zobrazeny v pracovním diagramu na obr. 77. Výsledky z předešlého výpočtu jsou zobrazeny plně a výsledky s polovičními vstupními hodnotami jsou zobrazeny čárkovaně. Z grafu je patrné, že **hodnoty modulů pružnosti pilíře zůstávají stejné**, zatímco se liší hodnoty dosažených mezních zatížení a přetvoření. Pilíře s cihlami s větší tlakovou a tahovou pevností vykazují ve všech případech modulů pružnosti cihel dle předpokladu vyšší mezní zatížení, a to průměrně o 63%. Stejně tak se liší přetvoření pilířů, při kterém bylo mezního zatížení dosaženo. Svislé přetvoření při dosažení mezního zatížení pilířů z cihel s větší tlakovou a tahovou pevností odpovídá průměrně 1,56 násobku svislého přetvoření pilířů z cihel s menšími pevnostmi.

Tab. 18: Odezva cihly na zatížení v tlaku a tahu

Tlakové napětí [MPa]	Přetvoření	Tahové napětí [MPa]	Přetvoření
9	0	1	0
10	0,005	0,1	0,00063
7,5	0,0075		
4	0,015		


Obr. 77: Teoreticky stanovený pracovní diagram „napětí – přetvoření“ – vliv modulů pružnosti a odezvy cihel na zatížení v tlaku na modul pružnosti a únosnost dostředně tlačného cihelného pilíře

Tímto byla ověřena citlivost modelu na vstupní data a získané výsledky byly diskutovány s výchozími očekáváními. Získané výsledky ve všech případech odpovídaly očekávaným. Zvolený nelineární materiálový model a stanovená vstupní data se jeví jako vhodné pro simulaci experimentálně zkoušených pilířů. Na základě provedených simulací a zvolených vstupních parametrů byly z experimentálního souboru vybrány jednotlivé cihelné pilíře odpovídající vypočítaným závislostem „napětí – přetvoření“ a získané výsledky byly mezi sebou diskutovány.

4.3.3 Porovnání nezesíleného a zesíleného pilíře

Pro ověření vlivu ovinutí na únosnost pilíře a jeho odezvu na zatížení tlakem pomocí teoretické analýzy byly numerické závislosti „napětí – přetvoření“ získané ze stejných vstupních parametrů pro nezesílený i zesílený cihelný pilíř (uvedených v tab. 19) zobrazeny ve společném pracovním diagramu. Na základě pracovních diagramů „napětí – přetvoření“ nezesíleného pilíře a pilíře zesíleného pásy z vysokopevnostní tkaniny v hlavě, patě a ve třetinách dle obr. 61 je patrné, že zesílení

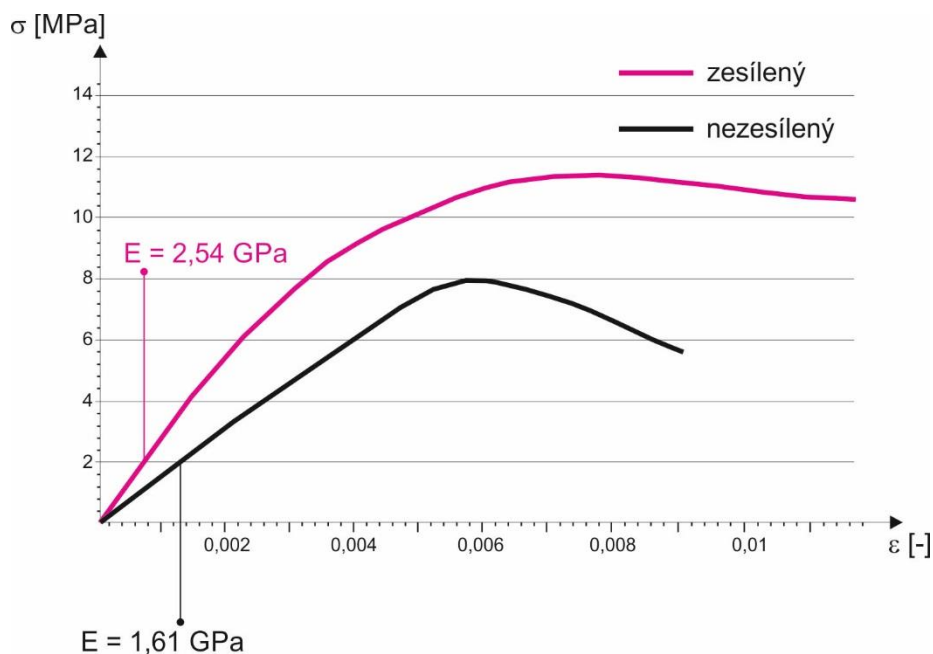


má významný vliv na únosnost pilíře. Procentuální porovnání získaných výsledků je uvedeno v tab. 19.

Tab. 19: Procentuální porovnání nezesíleného a zesíleného pilíře

Pilíř	Modul pružnosti pilíře	Mezní zatížení	Přetvoření
Nezesílený	100 %	100 %	100 %
Zesílený	158 %	145 %	116 %

Optimalizované zesílení pásy na bázi vysokopevnostních vláken má za následek zvýšení únosnosti dostředně tlačného cihelného pilíře o 45 %. V numerické simulaci došlo k navýšení modulu pružnosti zesíleného pilíře o 58 % oproti modulu pružnosti nezesíleného pilíře. Únosnost i modul pružnosti byly v numerické simulaci navýšeny cca o polovinu, zatímco přetvoření, při kterém bylo mezního zatížení dosaženo, o necelou pětinu.



Obr. 78: Porovnání teoretických závislostí „napětí – přetvoření“ pro nezesílený a zesílený pilíř



KOMPARACE TEORETICKÝCH A EXPERIMENTÁLNÍCH VÝSLEDKŮ - SHRUTÍ

Disertační práce potvrdila **potřebu provázanosti teoretické a experimentální části** výzkumu. Numerické modely v této práci byly vytvořeny na základě reálně zkoušených konstrukcí (zděných pilířů) a experiment byl použit jako nástroj pro verifikaci numerických modelů. Pomocí numerických modelů byly popsány stavy napětí, které předcházely porušení a kolapsu zděných pilířů. V experimentální části byly zkoušky zděných pilířů řízeny silou, nebyly proto zachyceny sestupné větve pracovních diagramů. Zvolený numerický model tak poskytl **další informace o odezvě konstrukce na zatížení**, které samotným experimentem zjistit nelze. V souladu s vytyčenými cíli byly **získány nové informace** o odezvě zděných pilířů na zatížení dostředným tlakem a byly diskutovány a vzájemně komparovány experimentální a teoretické výsledky, na jejichž základě byly **stanoveny podložené závěry** o chování a vlastnostech nezesílených a zesílených zděných konstrukcí.

A. Vliv odezvy zděného pilíře zatíženého dostředným tlakem na účinnost zesílení

Pomocí rovinné numerické analýzy byly **ověřeny způsoby porušení** různých typů zděných pilířů zatížením dostředným tlakem popsané na základě experimentální části výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055. Na základě vyhodnocení výsledků z experimentálního zatěžování zděných pilířů bylo stanoveno, že **účinnost zesílení je závislá především na velikosti příčného přetvoření** [100]. U cihelného pilíře, jehož mechanismus porušení je při zatížení dostředným tlakem charakteristický vznikem a rozvojem svislých tahových trhlin způsobených kontrakcí a interakcí zdicích prvků a malty, dochází k poměrně velkému příčnému přetvoření, jenž má za následek aktivaci ovinující tkaniny, která přebírá část tahového namáhání a brání rozvoji dalšího příčného přetvoření, a tím zvyšuje únosnost pilíře v tlaku [3].

Naopak u kamenného pilíře z pravidelných zdicích prvků a s tenkými ložnými spárami a podobnými mechanickými vlastnostmi složek zdiva, nedochází k významné interakci zdicí prvky – malta, a nedochází ani k výraznému příčnému přetvoření. U těchto pilířů se navýšení únosnosti zesíleného pilíře při experimentálním zkoušení pohybovalo pouze v řádu několika procent [3]. U kamenných pilířů z nepravidelných zdicích prvků a z lomového kamene při zatížení dostředným tlakem vnikají tahové trhliny zpravidla v místech nedostatečného provázání a jejich postupný rozvoj má za následek vznik příčného přetvoření a aktivaci tkaniny. U těchto typů pilířů byl v experimentální části výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055 pozitivní vliv zesílení na únosnost prokázán [59]. Rovinné numerické simulace dostředně tlačných zděných pilířů



zpracované v disertační práci **potvrdily experimentální závěry o rozdílném mechanismu porušování cihelných a kamenných pilířů.**

B. Numerický 3D model cihelného pilíře

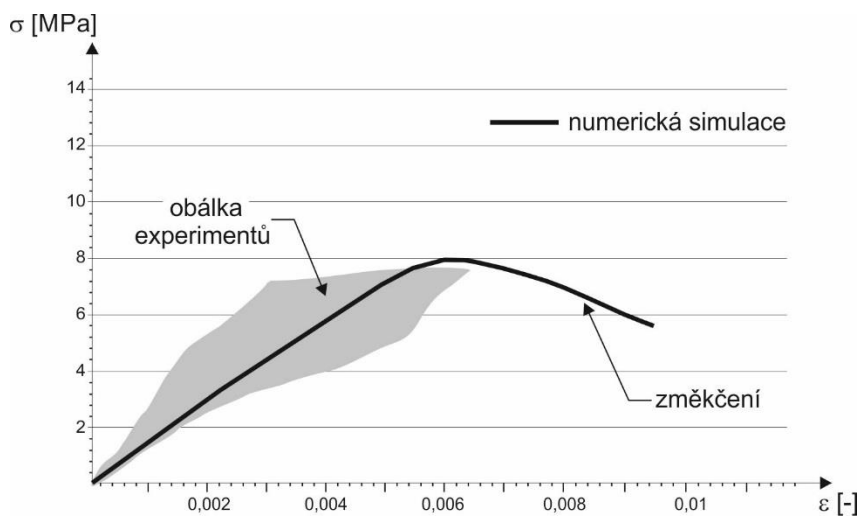
B1. Předpoklad lineárně-elastického chování

Cílem numerické simulace bylo co nejuvěstivěji popsat chování a odezvu dostředně tlačných cihelných pilířů, proto byla zvolena detailní mikro analýza zdiva, která umožňuje oddělené geometrické i materiálové definování složek zdiva a nadefinování kontaktu mezi nimi. Na základě tohoto přístupu bylo prokázáno, že za předpokladu lineárně elastického chování jednotlivých komponentů zdiva v případě použití **prostorového detailního mikro modelu** lze s velkou přesností predikovat porušení konstrukce. Experimentálně zjištěné **porušení cihelného nezesíleného i zesíleného pilíře odpovídá predikci** porušení na základě lineárně elastického modelu, navíc byly pomocí numerického modelu objasněny stavy napětí uvnitř pilíře předcházející jeho porušení.

Pokud ale chceme kromě mechanismu porušení analyzovat mezní únosnost konstrukce nebo její deformační vlastnosti, je potřeba modelovat nelineární odezvu zdiva.

B2. Nelineární odezva cihelného pilíře

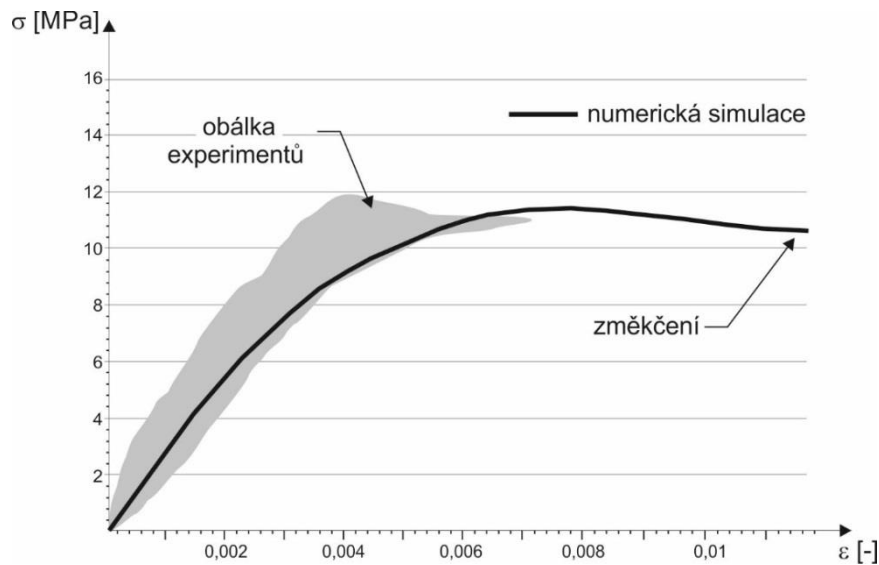
Nelineární odezva zdiva byla popsána pomocí Concrete Damage Plasticity modelu a výsledky z numerického modelu byly porovnány ve smyslu pracovních diagramů „napětí – přetvoření“ s experimentálně získanou obálkou.



Obr. 80: Porovnání numerické závislosti „napětí – přetvoření“ s experimentální obálkou – nezesílený pilíř



V případě nezesíleného cihelného pilíře byla nalezena dobrá shoda s experimenty v hodnotách dosažených mezních zatížení a v deformačních vlastnostech (obr. 79). Pomocí pracovního diagramu „napětí – přetvoření“ získaného z numerického modelu lze sledovat chování cihelného pilíře po dosažení mezního zatížení. Po dosažení mezního zatížení u nezesíleného cihelného pilíře nastává pokles napětí za současně rostoucích přetvoření. Sklon sestupné větve nemá výrazně strmý charakter (selhání není křehké), pilíř si i dosažení mezního zatížení zachovává značnou míru tuhosti.



Obr. 80: Porovnání numerické závislosti „napětí – přetvoření“ s experimentální obálkou – zesílený pilíř

Výsledky z numerického modelu zesíleného pilíře jsou v souladu s experimentálními ve smyslu velikosti mezního zatížení a pracovního diagramu „napětí – přetvoření“. U zesíleného cihelného pilíře v numerické simulaci po dosažení mezního zatížení nenastává v sestupné části pracovního diagramu podstatné změkčení jako u nezesíleného pilíře, ale objevuje se pouze pozvolný pokles napětí při postupně narůstajících přetvoření (obr. 80). V numerické simulaci nedochází k porušení ovinujícího pásu, jako tomu bylo při experimentech, ale zesílení modelované za předpokladu lineárního elastického chování má za následek **zachování celistvosti cihelného pilíře** a umožňuje pilíři i při progresivně se zvětšujících přetvoření **nadále přenášet podstatnou část zatížení**.

C. Vliv ovinutí pásy vysokopevnostní tkaniny na únosnost cihelného pilíře

Experimentální i teoretická část výzkumu **prokázala pozitivní vliv ovinutí pásy z vysokopevnostní tkaniny na únosnost dostředně tlačného cihelného pilíře**. V experimentální části dosáhlo největší mezní zatížení cihelného pilíře hodnoty 890 kN. Pilíře zesílené optimalizovaným ovinutím pásy vysokopevnostní tkaniny byly cca 1,3–1,6x únosnější [56, 68, 98, 99]. V numerické simulaci se stejnými vstupními daty pro nezesílený i zesílený pilíř byla hodnota mezního zatížení nezesíleného



pilíře 712 kN. Pilíř zesílený ovinutím dosáhl hodnoty mezního zatížení 1034 kN, což odpovídá 145 % hodnoty mezního zatížení nezesíleného pilíře.

Výsledky z numerických modelů vykazují **velmi dobrou shodu s experimenty**, proto se zvolený numerický přístup spočívající ve vystiženém geometrickém a materiálovém popsání složek zdiva včetně kontaktu mezi nimi jeví jako **vhodný přístup pro teoretickou analýzu tlačných zděných pilířů**.



ZÁVĚR A DOPORUČENÍ DALŠÍHO VÝZKUMU

Zvolený přístup teoretické analýzy dostředně tlačných zděných pilířů byl ověřen na základě provedených experimentů v rámci výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055. Výsledky z numerických modelů vykazují **velmi dobrou shodu s experimenty**. Experiment poskytuje určité informace o odezvě konstrukce na zatížení, numerická (teoretická) analýza poskytla další informace o chování zděných pilířů při zatížení dostředným tlakem, což přispívá ke **zvýšení kvality závěrů o odezvě zděných konstrukcí** při zatížení dostředným tlakem. Výstižnost zvoleného přístupu je považována za dostatečnou vzhledem k **variabilitě mechanických vlastností** zkušebních těles a vlastností, které má materiál zabudovaný v konstrukci. Zvolený numerický přístup dovoluje v určitém rozsahu experimenty nahradit a může vést k **optimalizování a modifikaci (počet pásů a jejich výška) vyztužování tlačných zděných pilířů** a provádění sanačních opatření, které je v případě experimentů náročné a finančně i časově nákladné.

Zvolený přístup lze použít pro analýzu odezvy zděných prutových prvků (sloupy, pilíře) na zatížení tlakem splňující následující předpoklady, které vycházejí z provedených numerických simulací zděných pilířů:

- řešené konstrukce mají prutový charakter;
- zatěžování dostředným tlakem bylo aplikováno ve formě svislého posunu;
- v modelech byly použity pouze dva materiály – zdicí prvky a malta;
- poměr modulů pružnosti zdicích prvků a malty se pohyboval v rozmezí 5:1–1,5:1;
- poměr výšky zdicího prvku k tloušťce maltové spáry se pohyboval v rozmezí 13:1–2,2:1;
- poměr tlakové pevnosti cihel k tlakové pevnosti malty byl roven 10:1;
- poměr tahové pevnosti cihel k tahové pevnosti malty byl roven 10:1;
- poměr tlakové a tahové pevnosti obou složek zdiva byl 10:1.

V případě numerické simulace zděné konstrukce nespĺňující všechny předpoklady lze očekávat potřebu modifikace numerického modelu např. ve smyslu vlastností rozhraní zdicí prvky – malta, velikosti a tvaru konečné prvkové sítě nebo typu konečného prvku.

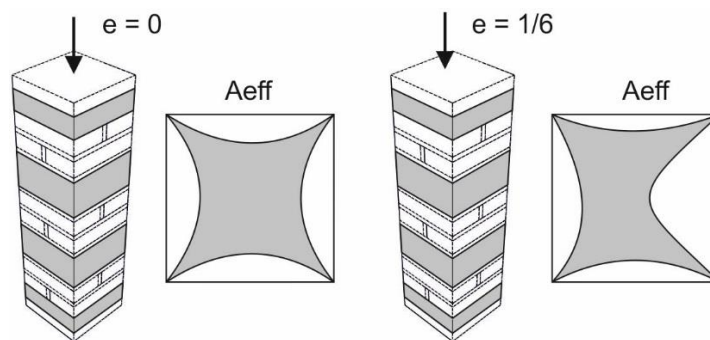
Využitelnost zvoleného přístupu je kvůli jeho složitosti, která je daná geometricky výstižným popsáním reálné konstrukce, **omezená pouze na konstrukční prvky**, nelze jej použít pro analýzu konstrukce jako celku, a to z důvodu velkého množství konečných prvků. Počet rovnic u použití tohoto přístupu pro celou konstrukci by se de facto blížil nekonečnu a v současnosti neexistuje dostupný hardware, který by byl schopen tento problém vyřešit. Zvolený přístup detailního mikro modelování může být kromě podrobné analýzy konstrukčního prvku také **použit pro získání**



homogenizovaných vlastností, které pak lze použít jako vstupní data pro analýzu většího konstrukčního celku nebo celé konstrukce.

Nelineární chování bylo popsáno pomocí Concrete Damage Plasticity (CDP) modelu. Jako vstupní data pro zvolený materiálový model slouží, kromě lineárně elastických charakteristik složek zdiva, **odezva zdicích prvků a malty (pojiva) v tlaku a v tahu**, které lze s poměrně dobrou přesností stanovit experimentálně. Na základě výsledků numerických modelů, které byly verifikovány pomocí experimentů, bylo zjištěno, že modelové parametry CDP modelu **lze ponechat dle výchozího nastavení a že CDP model je vhodný materiálový model** nejenom pro betonové konstrukce [105], ale i **pro analýzu tlačných zděných konstrukcí**.

Dosavadní experimentální část výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055 byla zaměřena na dostředně tlačené pilíře, v praxi se ovšem často setkáváme se zatížením excentrickým. Zvolený numerický přístup a nelineární materiálový model lze použít pro analýzu zděných pilířů s malou výstředností ($e < 1/6$) zatížení a **vlivu výstřednosti zatížení na únosnost tlačných nezesílených a zesílených pilířů**. Na základě stávajících výsledků a úrovně porozumění odezvě zděných pilířů na zatížení tlakem lze očekávat u zesílených pilířů v místě pásku **změnu tvaru efektivní plochy** v závislosti na poloze působící síly, a tím případně způsobené ovlivnění účinnosti ovinutí (obr. 81).



Obr. 81: Předpokládaná změna tvaru efektivní plochy pro excentricky zatížené pilíře

Zvolený numerický přístup bude dále použit pro analýzu tlačných zděných nezesílených a zesílených stěn, které byly v rámci výzkumných programů NAKI DF12P01OVV037 a NAKI DG16P02M055 také experimentálně zatěžovány a bude možné komparovat teoretické a experimentální výsledky, jako tomu bylo u zděných pilířů.



Výzkumné projekty

Disertační práce vznikla za podpory výzkumných projektů:

NAKI DF12P01OVV037 – Progresivní neinvazivní metody stabilizace, konzervace a zpevnování historických konstrukcí a jejich částí kompozitními materiály na bázi vláken a nanovláken.

Řešitel projektu: prof. Ing. Jiří Witzany, DrSc., dr.h.c.

NAKI DG16P02M055 – Vývoj a výzkum materiálů, postupů a technologií pro restaurování, konzervaci a zpevnování historických zděných konstrukcí a povrchů a systémů preventivní ochrany historických a památkově chráněných objektů ohrožených antropogenními a přírodními riziky.

Řešitel projektu: prof. Ing. Jiří Witzany, DrSc., dr.h.c.



Literatura

- [1] J. Witzany et al. *Poruchy, degradace, rekonstrukce* – skriptum. Nakladatelství ČVUT, Praha. 2013
- [2] J. Witzany et al. *Stanovení zbytkové únosnosti existujících zděných konstrukcí*. Stavební obzor 9, 2008, 257-265.
- [3] J. Witzany, T. Čejka, R. Zigler. *Failure mechanism of compressed short brick masonry columns confined with FRP strips*. Construction and Building Materials 63, 2014, 180-188. doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.04.041
- [4] S.P. Shah, S.E. Swartz, Ch. Ouyang, *Fracture mechanics of concrete: Applications of fracture mechanics to concrete, rock and other quasi-brittle materials*. J. Willey and sons, 1995, New York
- [5] P.B. Lourenço, *Computations on historic masonry structures*. Progress in Structural Engineering and Materials 4, 2002, 301-319. DOI: 10.1002/pse.120
- [6] Y. Zhang et al. *Numerical modelling of FRP-reinforced masonry walls under in-plane seismic loading*. Construction and Building Materials 134, 2017. 649-663. doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.12.091
- [7] L. Macaroni, B.A. Izzuddin. *Nonlinear analysis of masonry structures using mesoscale partitioned modelling*. Advances in Engineering Software 60-61, 2013. 58-69. doi.org/10.1016/j.advengsoft.2012.11.008
- [8] L. Bejarano-Urrego, E. Verstrynge, G. Giardana, K. Van Balen. *Crack growth in masonry: Numerical analysis and sensitivity study for discrete and smeared crack modelling*. Engineering Structures 165, 2018. 471-485. doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.03.030
- [9] A. Giordano, E. Mele, A. De Luca. *Modelling of historical masonry structures: comparison of different approaches through a case of study*. Engineering Structures 24, 2002. 1057-1069. [doi.org/10.1016/S0141-0296\(02\)00033-0](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(02)00033-0)
- [10] A. Drougkas, P. Roca, C. Molins. *Numerical prediction of the behavior, strength and elasticity of masonry in compression*. Engineering Structures 90, 2015, 15-28. doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.02.011
- [11] A. Drougkas, P. Roca, C. Molins. *Nonlinear micro-mechanical analysis of masonry periodic unit cells*. International Journal of Solids and Structures 80, 2016. 193-211. doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.11.004
- [12] A.M. D'Altri, S. Miranda, G. de Castellazzi, V. Sarhosis. *A 3D detailed micro-model for the in-plane and out-of-plane numerical analysis of masonry panels*. Computers & Structures 206, 2018, 18-30. doi.org/10.1016/j.compstruc.2018.06.007
- [13] M. Petracca, L. Pela, R. Rossi, S. Zaghi, G. Camata, E. Spacone. *Micro-scale continuous and discrete numerical models for nonlinear analysis of masonry shear walls*. Construction and Building Materials 149, 2017. 296-314. doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.05.130



- [14] V. Sarhosis, J.V. Lemos. *A detailed micro-modelling approach for the structural analysis of masonry assemblages*. Computers and Structures 206, 2018. 66-81.
doi.org/10.1016/j.compstruc.2018.06.003
- [15] D. Baraldi, A. Cecchi. *Discrete approaches for the nonlinear analysis of in plane loaded masonry walls: molecular dynamic and static algorithm solutions*. European Journal of Mechanics - A/Solids 57, 2016, 165-177. doi.org/10.1016/j.euromechsol.2015.12.008
- [16] J.V. Lemos. *Discrete element modelling of masonry structures*. International Journal of Architectural Heritage 1, 2007, 190-213. doi.org/10.1080/15583050601176868
- [17] H. Smoljanović, Ž. Nikolić, N. Živaljić. *A combined finite–discrete numerical model for analysis of masonry structures*. Engineering Fracture Mechanics 136, 2015, 1-14.
doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.02.006
- [18] T. Bui, A. Limam, V. Sarhosis, M. Hjiij. *Discrete element modelling of the in-plane and out-of-plane behaviour of dry-joint masonry wall constructions*. Engineering Structures 136, 2017, 277-294. doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.01.020
- [19] J. Brožovský. *Nelineární statická analýza prvků zděných a železobetonových konstrukcí*, habilitační práce. 2008
- [20] V. Lukeš. *Porovnání dvouškálové metody homogenizace a klasického přístupu při modelování materiálu s periodickou strukturou*. 2005. In Computational mechanics 2005. Pilsen: University of West Bohemia, 2005. 379-384. ISBN: 80-7043-400-7
- [21] A. Anthoine. *Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory*. International Journal of Solids and Structures 32, 1995, 137-163.
[doi.org/10.1016/0020-7683\(94\)00140-R](https://doi.org/10.1016/0020-7683(94)00140-R)
- [22] A. Urbanski, J. Szarlinski, Z. Kordecki. *Finite element modelling of masonry walls and columns by the homogenisation approach*. Computer Methods in Structural Masonry. 1995
- [23] P. B. Lourenço. *Computational Strategies for Masonry Structures*. 1996. Delft University Press, Stevinweg 1, 2628 CN Delft, The Netherlands. ISBN 90-407-1221-2
- [24] M.D.G. Salamon. *Elastic moduli of a stratified rock mass*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts 5, 1968, 519-527. [doi.org/10.1016/0148-9062\(68\)90039-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(68)90039-9)
- [25] R.D. Quinteros, S. Oller, L.G. Nallim. *Nonlinear homogenization techniques to solve masonry structures problems*. Composite Structures 94, 2012. 724-730.
doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.09.006
- [26] E. Sacco. *A nonlinear homogenization procedure for periodic masonry*. European Journal of Mechanics A/Solids 28, 2009. 209-222. doi.org/10.1016/j.euromechsol.2008.06.005
- [27] D. Addessi, E. Sacco. *Enriched plane state formulation for nonlinear homogenization of in-plane masonry wall*, Meccanica 51, 2016. 2891-2907. doi 10.1007/s11012-016-0484-1



- [28] A. Zucchini, P. B. Lourenço. *A micro-mechanical homogenization model for masonry: Application to shear walls*. *International Journal of Solids and Structures* 46, 2009. 871-886. doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2008.09.034
- [29] G. Milani. *Simple lower bound limit analysis homogenization model for in- and out-of-plane loaded masonry walls*. 2011. *Construction and Building Materials* 25, 2011. 4426-4443. doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.01.012
- [30] G. Milani. *Simple homogenization model for the non-linear analysis of in-plane loaded masonry walls*. *Computers and Structures* 89, 2011. 1586-1601. doi.org/10.1016/j.compstruc.2011.05.004
- [31] S. Casolo, G. Milani. *A simplified homogenization-discrete element model for the non-linear static analysis of masonry walls out-of-plane loaded*. *Engineering Structures* 32, 2010. 2352-2366. doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.04.010
- [32] G. Milani, P. B. Lourenço. *A simplified homogenized limit analysis model for randomly assembled blocks out-of-plane loaded*. *Computers and Structures* 88, 2010. 690-717. doi.org/10.1016/j.compstruc.2010.02.009
- [33] F. Cluni, V. Gusella. *Homogenization of non-periodic masonry structures*. *International Journal of Solids and Structures* 41, 2004. 1911-1923. doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2003.11.011
- [34] J. Zeman, M. Šejnoha. *From random microstructures to representative volume elements*. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 15, 2007. 325-335. [doi:10.1088/0965-0393/15/4/S01](https://doi.org/10.1088/0965-0393/15/4/S01)
- [35] J. Zeman, J. Novák, M. Šejnoha, J. Šejnoha. *Pragmatic multi-scale and multi-physics analysis of Charles Bridge in Prague*. *Engineering Structures* 30, 2008. 3365-3376. doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.05.012
- [36] J. Sýkora, J. Vorel, T. Krejčí, M. Šejnoha, J. Šejnoha. *Analysis of coupled heat and moisture transfer in masonry structures*. *Materials and Structures* 42, 2009. 1153-1167. doi.org/10.1617/s11527-008-9450-2
- [37] J. Sýkora, T. Krejčí, J. Kruis, M. Šejnoha. *Computational homogenization of non-stationary transport processes in masonry structures*. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 236, 2012. 4745-4755. doi.org/10.1016/j.cam.2012.02.031
- [38] T. Krejčí, J. Kruis, M. Šejnoha, T. Koudelka. *Hybrid parallel approach to homogenization of transport processes in masonry*. *Advances in Engineering Software* 113, 2017. 25-33. doi.org/10.1016/j.advengsoft.2016.08.009
- [39] G. Milani. *3D upper bound limit analysis of multi-leaf masonry walls*. *International Journal of Mechanical Sciences* 50, 2008. 817-836. [doi:10.1016/j.ijmecsci.2007.11.003](https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2007.11.003)
- [40] A. Fortunato et al. *Limit analysis of masonry structures with free discontinuities*. *Meccanica* 53, 2018. 1793-1802. doi.org/10.1007/s11012-017-0663-8
- [41] G. Milani et al. *3D homogenized limit analysis of masonry buildings under horizontal loads*. *Engineering Structures* 29, 2007. 3134-3148. doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.03.003



- [42] F. Portioli et al. *An efficient solution procedure for crushing failure in 3D limit analysis of masonry block structures with non-associative frictional joints*. International Journal of Solids and Structures 69-70, 2015. 252-266. doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.05.025
- [43] H. O. Köksal, S. Aktan, A. O. Kuruşçu. *Elastoplastic Finite-Element Analysis of FRP-Confined Masonry Columns*. Journal of Composites for Construction 16, 2012. 407-417. DOI: 10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000268
- [44] A. M. Halabian, L. Mirshahzadeh, H. Hashemol-Hosseini. *Non-linear behavior of unreinforced masonry walls with different Iranian traditional brick-work settings*. Engineering Failure Analysis 44, 2014, 46-65. doi.org/10.1016/j.engfailanal.2014.04.018
- [45] G. Milani, M. Valente, C. Alessandri. *The narthex of the Church of the Nativity in Bethlehem: A non-linear finite element approach to predict the structural damage*. Computers and Structures 207, 2018. 3-18. doi.org/10.1016/j.compstruc.2017.03.010
- [46] G. Castellazzi et al. *An innovative numerical modelling strategy for the structural analysis of historical monumental buildings*. Engineering Structures 132, 2017. 229-248. doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.11.032
- [47] A.M. D'Altri et al. *Seismic-induced damage in historical masonry vaults: A case-study in the 2012 Emilia earthquake-stricken area*. Journal of Building Engineering 13, 2017. 224-243. doi.org/10.1016/j.jobbe.2017.08.005
- [48] G. Milani. *Advanced non-linear numerical modelling of masonry groin vaults of major historical importance: St John Hospital case study in Jerusalem*. Engineering Structures 194, 2019. 458-476. doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.05.021
- [49] M. Mrozek, D. Mrozek, A. Wawrzynek. *Numerical analysis of selection of the most effective configuration of CFRP composites reinforcement of masonry specimens*. Composites Part B: Engineering 70, 2015. 198-200. doi.org/10.1016/j.compositesb.2014.11.016
- [50] A.M. D'Altri et al. *Numerical modelling of FRP strips bonded to a masonry substrate*. Composite Structures 200, 2018. 420-433. doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.05.119
- [51] A. Zucchini, P. B. Lourenço. *A micro-mechanical model for the homogenization of masonry*. International Journal of Solids and Structures 39, 2002. 3233-3255. [doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00230-5](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00230-5)
- [52] G. Campione. *Influence of FRP wrapping techniques on the compressive behavior of concrete prisms*. Cement and Concrete Composites 28, 2006, 497-505. doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2006.01.002
- [53] T. M. Pham, L. V. Doan, M. N. S. Hadi. *Strengthening square reinforced concrete columns by circularisation and FRP confinement*. Construction and Building Materials 49, 2013, 490-499. doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.08.082
- [54] P. Agarwal, A. Gupta, R. G. Angadi. *Effect of FRP wrapping on axial behavior of concrete and cyclic behavior of external RC beam column joints*. KSCE Journal of Civil Engineering 18, 2014, 566-573. DOI 10.1007/s12205-014-0259-y



- [55] J. Donnini, S. Spagnuolo, V. Corinaldesi. *A comparison between the use of FRP, FRCM and HPM for concrete confinement*. Composites Part B: Engineering 160, 2019, 586-594.
doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.12.111
- [56] J. Witzany, T. Čejka, R. Zigler. *Increase in Load-Bearing Capacity and Ductility of Strengthened Masonry Pillars*. In Proceedings of CICE 2012 - The 6th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering. Rome: Universita La Sapienza, 2012.
- [57] V. Alecci, S.B. Bati, G. Ranocchii. *Study of Brick Masonry Columns Confined with CFRP Composite*. Journal of Composites for Construction 13, 2009, 179-187. [10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2009\)13:3\(179\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2009)13:3(179))
- [58] M. Corradi, A. Grazini, A. Borri. *Confinement of brick masonry columns with CFRP materials*. Composites Science and Technology 67, 2007, 1772-1783.
doi.org/10.1016/j.compscitech.2006.11.002
- [59] J. Witzany, R. Zigler. *Failure Mechanism of Compressed Reinforced and Non-reinforced stone columns*. Materials and Structures 48, 2014. [DOI 10.1617/s11527-014-0257-z](https://doi.org/10.1617/s11527-014-0257-z).
- [60] L. Feo et al. *Irregular stone masonries: Analysis and strengthening with glass fibre reinforced composites*. Composites Part B: Engineering 92, 2016, 84-93.
doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.02.038
- [61] A. Sandoli, B. Ferracutti, B. Calderoni. *FRP-confined tuff masonry columns: regular and irregular stone arrangement*. Composites Part B: Engineering 162, 2019, 621-630.
doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.01.015
- [62] L. Yeou-Fong et al. *A study on wood beams strengthened by FRP composite materials*. Construction and Buildings Materials 62, 2014, 118-125. doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.03.036
- [63] A.B. Ribeiro, N.T. Mascia. *Numerical and experimental study of shear stress behavior of NBR and ASTM standard test specimens for FRP-wood bonds*. Composite Structures 224, 2019.
doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111066
- [64] G. Marcari, G. Manfredi, A. Prota, M. Pecce. *In-plane shear performance of masonry panels strengthened with FRP*. Composites Part B: Engineering 38, 2007, 887-901,
doi.org/10.1016/j.compositesb.2006.11.004
- [65] H. Santa-Maria, P. Alcaino. *Repair of in-plane shear damaged masonry walls with external FRP*. Construction and Building Materials 25, 2011, 1172-1180,
doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.09.030
- [66] M. H. Saghafi, S. Safakhah, A. Kheyroddin, M. Mohammadia. *In-plane Shear Behavior of FRP Strengthened Masonry Walls*. APCBEE Procedia 9, 2014, 264-268.
doi.org/10.1016/j.apcbee.2014.01.047
- [67] Thi-Loan Bui, A. Si Larbi, N. Reboul, E. Ferrier. *Shear behaviour of masonry walls strengthened by external bonded FRP and TRC*. Composite Structures 132, 2015, 923-932.
doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.06.057



- [68] J. Witzany, T. Čejka, R. Zigler. *Problems of Masonry Strengthening with Carbon- and Glass Fibre Fabric*. Procedia Engineering 14, 2011, 2086-2093. [doi:10.1016/j.proeng.2011.07.262](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.07.262)
- [69] M.R. Valluzzi, M. Valdemarca, C. Modena. *Behavior Of brick masonry vaults strengthened by frp Laminates*. Journal of Composites for Construction. 5, 2001. ISSN 1090-0268/01/0003-0163–0169
- [70] D.V. Oliveira, I. Basilio, P.B. Lourenço. *Experimental Behavior of FRP Strengthened Masonry Arches*. Journal of Composites for Construction, 14, 2010. [DOI:10.1061/ASCECC.1943-5614.0000086](https://doi.org/10.1061/ASCECC.1943-5614.0000086)
- [71] J. Witzany et al. *The Application of Carbon Composites in the Rehabilitation of Historic Baroque Vaults*. Polymers 7, 2015, 2670–2689; [doi:10.3390/polym7121540](https://doi.org/10.3390/polym7121540)
- [72] F.G. Carozzi, C. Poggi, E. Bertolesi, G. Milani. *Ancient masonry arches and vaults strengthened with TRM, SRG and FRP composites: Experimental evaluation*. Composite Structures 87, 2018, 466-480. doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.12.075
- [73] M. Corradi, A. Borri, G. Castori, K. Coventry. *Experimental Analysis of Dynamic Effects of FRP Reinforced Masonry Vaults*. Materials 2015, 8, 8059–8071; [doi:10.3390/ma8125445](https://doi.org/10.3390/ma8125445)
- [74] T. Kasparik, M.J. Tait, W.W. El-Dakhakhni, *Seismic performance assessment of partially grouted, nominally reinforced concrete masonry structural walls using shake table testing*. J. Perform. Constr. Facil. 28, 2012, 216–227. [doi/abs/10.1061/\(ASCE\)CF.1943-5509.0000416](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000416)
- [75] R.S. Nezhad, M.Z. Kabir, M. Banazadeh. *Shaking table test of fibre reinforced masonry walls under out-of-plane loading*. Construction and Building Materials 120, 2016, 89-103. dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.05.097 0950-0618/ 2016
- [76] E. Hamed, O. Rabinovitch. *Masonry walls strengthened with composite materials – dynamic out-of-plane behavior*. European Journal of Mechanics A/Solids 27, 2008, 1037–1059. [doi:10.1016/j.euromechsol.2008.01.003](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2008.01.003)
- [77] Ch. Carloni, F. Focacci. *FRP-masonry interfacial debonding: An energy balance approach to determine the influence of the mortar joints*. European Journal of Mechanics - A/Solids 55, 2016. 122-133. [oi.org/10.1016/j.euromechsol.2015.08.003](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2015.08.003)
- [78] E. Sassoni, et al. *Influence of mechanical properties, anisotropy, surface roughness and porosity of brick on FRP debonding force*. Composites Part B: Engineering, 108, 2017, 257-269. doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.10.020
- [79] F. Ceroni, M. Leone, V. Rizzo, A. Bellini, C. Mazzotti. *Influence of mortar joints on the behaviour of FRP materials bonded to different masonry substrates*. Engineering Structures 153, 2017, 550-568. doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.10.030
- [80] E. Sassoni et al. *The role of mortar joints in FRP debonding from masonry*. Composites Part B: Engineering 135, 2018. 166-174. doi.org/10.1016/j.compositesb.2017.10.021
- [81] J. Vaculik, P. Visintin, N.G. Burton, M.C. Griffith, R. Seracino. *State-of-the-art review and future research directions for FRP-to-masonry bond research: Test methods and techniques for*



- extraction of bond-slip behaviour*. Construction and Building Materials 183, 2018. 325-345. doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.06.103
- [82] F.G. Carozzi et al. *Calibration of end-debonding strength model for FRP-reinforced masonry*. Composite Structures 120, 2015. 366-377. doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.09.033
- [83] J. Kashyap et al. *Debonding resistance of FRP-to-clay brick masonry joints*. Engineering Structures 41, 2012. 186-198. doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.03.032
- [84] F. Focacci, Ch. Carloni, *Periodic variation of the transferable load at the FRP-masonry interface*. Composite Structures 129, 2015. 90-100. doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.03.008
- [85] C.R. Willis, Q. Yang, R. Seracino. *Bond behaviour of FRP-clay brick masonry joints*. Engineering Structures 31, 2009. 2580-2587. doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.06.006
- [86] Ch. Carloni, K. V., Subramaniam, *FRP-Masonry Debonding: Numerical and Experimental Study of the Role of Mortar Joints*. Journal of Composites for Construction 16, 2012. DOI:10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000282
- [87] R. Fedele, G. Milani. *A numerical insight into the response of masonry reinforced by FRP strips. The case of perfect adhesion*. Composite Structures 92, 2010. 2345-2357. doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.03.014
- [88] R. Fedele et al. *Delamination test on CFRP-reinforced masonry pillars*. Cement and Concrete Structures 42, 2014. 243-254. doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2013.10.006
- [89] B. Ghiassi et al. *Numerical study of the role of mortar joints in the bond behavior of FRP-strengthened masonry*. Composites Part B: Engineering 46, 2013. 21-30. doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.10.017
- [90] B. Ghiassi et al. *Numerical analysis of bond behavior between masonry bricks and composite material*. Engineering Structures 43, 2012. 210-220. doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.05.022
- [91] G. Barbieri et al. *Pull out of FRP reinforcement from masonry pillars: Experimental and numerical results*. Composites Part B: Engineering 69, 2015. 516-525. doi.org/10.1016/j.compositesb.2014.10.025
- [92] C. Mazzotti, F.S. Murgo. *Numerical and experimental study of GFRP masonry interface behavior: Bond evolution and role of the mortar layers*. Composites Part B: Engineering 75, 2015. 212-225. doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.01.034
- [93] F. Ceroni et al. *Analytical and numerical modelling of composite-to-brick bond*. Materials and Structures 47, 2014. 1987-2003. doi.org/10.1617/s11527-014-0382-8
- [94] F. Freddi, E. Sacco. *An interface damage model accounting for in-plane effects*. International Journal of Solids and Structures 51, 2014. 4230-4244. doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2014.08.010
- [95] F. Freddi, E. Sacco. *Debonding Process of Masonry Element Strengthened with FRP*. Procedia Engineering 109, 2015, 27-34. doi.org/10.1016/j.proeng.2015.06.206



- [96] F. Freddi, E. Sacco. *An interphase model for the analysis of the masonry-FRP bond*. Composite Structures 138, 2016, 322-334. doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.11.041
- [97] E. Bertolesi et al. *Micro-mechanical FE numerical model for masonry curved pillars reinforced with FRP strips subjected to single lap shear tests*. Composite Structures 201, 2018, 916-931. doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.06.111
- [98] J. Witzany, R. Zigler. *Zesilování zdiva tkaninami z uhlíkových a skleněných vláken*. Stavební obzor 9, 2011. 262-266.
- [99] J. Witzany, R. Zigler. *Strengthening of Historical Masonry Vaults and Pillars with Carbon Fabric*. In Smart Monitoring, Assessment and Rehabilitation in Civil Structures. Dubai: American University in Dubai UAE, 2011.
- [100] J. Witzany, R. Zigler. *The Analysis of the Effect of Strengthening Compressed Masonry Columns with Carbon Fabrics*. CICE 2014 - The 7th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering. Vancouver, 2014.
- [101] J. Witzany, R. Zigler. *Stress state analysis and failure mechanisms of masonry columns reinforced with FRP under concentric compressive load*. Polymers 7, 2016. [doi:10.3390/polym8050176](https://doi.org/10.3390/polym8050176)
- [101] J. Witzany, T. Čejka, R. Zigler. *Zesilování zděných pilířů ovinutím nepředpjatými pásy CFRP kompozitu – vliv kontaktní spáry „kompozit – zdivo“*. Stavební obzor 7-8, 2014, 141-145.
- [102] J. Witzany, T. Čejka, R. Zigler. *Stabilization and Reinforcement of Stonework Columns in Compression with High-strength Fabrics*. CICE 2014 - The 7th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering. Vancouver, 2014.
- [103] J. Witzany, T. Čejka, R. Zigler. *Efficiency and Critical Points of Strengthening Masonry Structures with FRP*. APFIS 2012 - Third Asia-Pacific Conference on FRP in Structures. Sapporo, 2012.
- [103] M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin, L. J. Topp. *Stiffness and deflection analysis of complex structure*. Journal Aeronautical Science 23, 1956, 805–824.
- [104] J. Brožovský, A. Materna. *Metoda konečných prvků ve stavební mechanice - skriptum*. 2012.
- [105] Abaqus Analysis User's Guide, [online]. [vid. 2020-01-15]. Dostupné z: <http://dsk.ippt.pan.pl/docs/abaqus/v6.13/books/usb/default.htm?startat=pt03ch06s02at03.html>
- [106] Hookův zákon, [online]. [vid. 2018-07-01]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Hook%C5%AFv_z%C3%A1kon
- [107] J. Hořejší, J. Šafka. a kol. *Statické tabulky*. Nakladatelství technické literatury, Praha 1987
- [108] J. Šejnoha, J. Bittnarová. *Pružnost a pevnost*. 1996. Vydavatelství CVUT, Praha ISBN 80-01-02742-2
- [109] Z. Bittnar, J. Šejnoha. *Numerické metody mechaniky*. 1992. Vydavatelství CVUT, Praha ISBN 80-01-009001-7



- [110] A. Hilleborg, Modéerer, P. E. Petersson. *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*. Cement and Concrete Research, 6:773–781, 1976. [doi.org/10.1016/0008-8846\(76\)90007-7](https://doi.org/10.1016/0008-8846(76)90007-7)
- [111] RILEM TCS. *Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams*. Materials and Structures 18, 1985. 285-290.
- [112] B.L. Karihaloo, H.M. Abdalla. *A simple method for determining the true specific fracture energy of concrete*. Magazine of Concrete Research 55(5):471-481 2003
DOI: [10.1680/mac.55.5.471.37590](https://doi.org/10.1680/mac.55.5.471.37590)
- [113] C.-A. Graubner, L. Richter. *Diskrete FE-Modellierungen von Mauerwerk zur Bestimmung der Druckfestigkeit*. Mauerwerk, 11, 2007, 342-348. DOI: [10.1002/dama.200700354](https://doi.org/10.1002/dama.200700354)
- [114] A. Maroušková. *Masonry Column Reinforced by FRP Wrapping: Behavior and Numerical Analysis*. Applied Mechanics and Materials 825, 27-30, 2016.
[doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.825.27](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.825.27)
- [115] A. Maroušková. *Factors Affecting the Accuracy of Computations of Historic Structures*. Advanced Materials Research 1122, 2015, 253-256. [doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.1122.253](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.1122.253)
- [116] A. Maroušková. *Non-linear Numerical Analysis of Unreinforced Masonry Column and Masonry Column Reinforced by FRP Wrapping*. Applied Mechanics and Materials 827, 2016, 279-282. [doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.827.279](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.827.279)
- [117] A. Maroušková. *Reinforced Masonry Column's Analysis: The Influence of Rounded Corners*. Advanced Materials Research 1144, 34-39, 2017. [doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.1144.34](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.1144.34)
- [118] I. Stefanou, K. Sab, J.-V. Heck. *Three dimensional homogenization of masonry structures with building blocks of finite strength: A closed form strength domain*, International Journal of Solids and Structures 54, 2015, 258-270. [doi:10.1016/j.ijsolstr.2014.10.007](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2014.10.007)
- [119] M. Kawa, S. Pietruszczak, B. Shieh-Beygi. *Limit states for brick masonry based on homogenization approach*. International Journal of Solids and Structures 45, 2008, 998-1016.
[doi:10.1016/j.ijsolstr.2007.09.015](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.09.015)
- [120] C. Carfagnini et al. *The effects of in-plane shear displacement at the springings of Gothic cross vaults*. Construction and Building Materials 186, 2018, 219-232.
doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.07.055



Seznam použitých a citovaných norem

ČSN EN 1996-1-1 – Eurokód 6: Navrhování zděných konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla pro vyztužené a nevyztužené zděné konstrukce

ČSN ISO 13822 – Hodnocení existujících zděných konstrukcí

ČSN EN 772-1+A1 – Zkušební metody pro zdicí prvky – Část 1: Stanovení pevnosti v tlaku

ČSN EN 771-1 – Specifikace zdicích prvků – Část 1: Pálené zdicí prvky

ČSN 73 1318 – Stanovení pevnosti betonu v tahu



Seznam obrázků

Obr. 1: Vzájemná interakce zdicích prvků a maltových spár

Obr. 2: Schematické příklady zesílení zděného pilíře – ocelové opláštění (a), sepnutí ocelovými U profily a svorníky (b), obetonování (c), ovinutí FRP pásy (d)

Obr. 3: Strategie modelování pro zděné konstrukce

Obr. 4: Zobrazení reprezentativního objemu

Obr. 5: Smišené zdivo (a), nepravidelné lomové zdivo (b), pravidelné cihelné zdivo s vyznačením PUC (c)

Obr. 6: Experimentální nastavení pro stanovení pevnosti rozhraní zdivo – FRP – single-lap (a), double-lap (b), two block double-lap (c)

Obr. 7: Používané vztahy mezi napětím na rozhraní a prokluzem (a), trilineární model navržený Ghiassim et al. (b), model dle směrnice CNR DT 200 (c)

Obr. 8: Model rozhraní navržený Freddim a Saccem

Obr. 9: Schéma experimentálního nastavení pro nezesílený a zesílený cihelný pilíř

Obr. 10: Závislosti „síla – deformace“ nezesílených cihelných pilířů stanovené na základě experimentální zkoušky

Obr. 11: Závislosti „síla – deformace“ zesílených cihelných pilířů stanovené na základě experimentální zkoušky

Obr. 12: Postupné porušování pilíře při experimentálním zatěžování

Obr. 13: Kolaps experimentálně zatěžovaného cihelného pilíře

Obr. 14: Zesílený cihelný pilíř (a), porušení zesíleného cihelného pilíře (b), porušená tkanina s povrchovou částí zdiva (c)

Obr. 15: Schéma experimentálního nastavení pro nezesílené a zesílené kamenné pilíře – z pravidelných zdicích prvků (a), z nepravidelných zdicích prvků (b), z lomového kamene (c)

Obr. 16: Experimentálně zatěžovaný pilíř z pravidelných zdicích prvků – nezesílený neporušený (a), nezesílený porušený (b), zesílený porušený (c)

Obr. 17: Experimentálně zkoušený pilíř z nepravidelných zdicích prvků – nezesílený neporušený (a), nezesílený porušený (b), zesílený porušený (c)

Obr. 18: Použité konečné prvky při numerické simulaci zděných pilířů – lineární čtyřúhelník (a), lineární šestistěn (b)

Obr. 19: Grafické znázornění Poissonova součinitele

Obr. 20: Chování kvazi-křehkého materiálu při jednoosém zatěžování v tahu (a) a tlaku (b)

Obr. 21: Zobrazení parametru excentricity v p-q rovině

Obr. 22: Podmínky plasticity v deviatorické rovině odpovídající rozdílným hodnotám Kc



Obr. 23: Podmínka plasticity pro rovinnou napjatost

Obr. 24: Mohr-Coulombova podmínka plasticity (a), podmínky plasticity pro rozdílné hodnoty úhlu tření zobrazené v deviatorické rovině (b)

Obr. 25: Zobrazení plastického potenciálu v deviatorické rovině

Obr. 26: Lineární Drucker-Prager v p - t rovině (a), M-C a D-P v deviatorické rovině (b)

Obr. 27: Experimentálně stanovená odezva cihly plně pálené na zatížení v tlaku – závislost „napětí – přetvoření“

Obr. 28: Vstupní data pro odezvu cihly na zatížení tlakem

Obr. 29: Experimentální nastavení tříbodového ohybu pro stanovení tahové pevnosti cihly plně pálené

Obr. 30: Odezva cihly plně pálené na zatížení v tahu za tříbodového ohybu – experimentální závislost „síla-deformace“ s odpovídajícím přepočteným a poníženým napětím

Obr. 31: Vstupní data pro odezvu cihly na zatížení tahem

Obr. 32: Experimentálně stanovená odezva cihly plně pálené na zatížení v tlaku – závislost „napětí – přetvoření“

Obr. 33: Vstupní data pro odezvu malty na zatížení tlakem

Obr. 34: Experimentální nastavení tříbodového ohybu pro stanovení tahové pevnosti malty

Obr. 35: Odezva maltového trámečku na zatížení v tahu za tříbodového ohybu – experimentální závislost „síla-deformace“ s odpovídajícím přepočteným a poníženým napětím

Obr. 36: Vstupní data pro odezvu malty na zatížení tahem

Obr. 37: Grafické znázornění hodnot modulů pružnosti cihly plně pálené

Obr. 38: Grafické znázornění tlakové a tahové pevnosti cihly plně pálené

Obr. 39: Eulerova metoda

Obr. 40: Newton Raphsonova metoda (a), modifikovaná Newton-Raphsonova metoda (b)

Obr. 41: Metoda délky oblouku

Obr. 42: Schéma rovinného numerického modelu cihelného pilíře s detailem konečně prvkové sítě

Obr. 43: Deformace a trajektorie vodorovného napětí dostředně tlačенého cihelného pilíře: zdicí prvky s 6x vyšším modulem pružnosti než malta (a), zdicí prvky s 6x nižším modulem pružnosti než malta (b)

Obr. 44: Vodorovné napětí (stejná škála) dostředně tlačенého cihelného pilíře: zdicí prvky s 6x vyšším modulem pružnosti než malta (a), zdicí prvky s 6x nižším modulem pružnosti než malta (b)

Obr. 45: Svislé napětí (stejná škála) dostředně tlačенého cihelného pilíře: zdicí prvky s 6x vyšším modulem pružnosti než malta (a), zdicí prvky s 6x nižším modulem pružnosti než malta (b)

Obr. 46: Izoplochy napětí ve střední části cihelného pilíře: vodorovné – zdicí prvky (a), vodorovné – malta (b), svislé - zdicí prvky (c), svislé – malta (d), experimentálně zjištěné porušení pilíře zatíženého dostředním tlakem (e)



Obr. 47: Deformace cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem (tečkovaně je zobrazena nedeformovaná konstrukce): nezesílený pilíř (a), zesílený pilíř (b)

Obr. 48: Schéma rovinného modelu pilíře z pravidelných zdicích prvků s detailem konečně prvkové sítě

Obr. 49: Izoplochy napětí ve střední části pilíře z pravidelných zdicích prvků: vodorovné – zdící prvky (a), vodorovné – malta (b), svislé -zdící prvky (c), svislé – malta (d), experimentálně zjištěné porušení pilíře zatíženého dostředným tlakem (e)

Obr. 50: Experimentální porušení zesíleného zdiva z pravidelných zdicích prvků

Obr. 51: Schéma rovinného modelu s detailem konečně prvkové sítě pilíře z lomového kamene (a), z hrubě opracovaných zdicích prvků (b)

Obr. 52: Izoplochy napětí ve střední části pilíře z hrubě opracovaných zdicích prvků: vodorovné – zdící prvky (a), vodorovné – malta (b), svislé -zdící prvky (c), svislé – malta (d), experimentálně zjištěné porušení pilíře zatíženého dostředným tlakem (e)

Obr. 53: Izoplochy napětí ve střední části pilíře z lomového kamene: vodorovné – zdící prvky (a), vodorovné – malta (b), svislé -zdící prvky (c), svislé – malta (d), experimentálně zjištěné porušení pilíře zatíženého dostředným tlakem (e)

Obr. 54: Schéma prostorového numerického modelu nezesíleného a zesíleného cihelného pilíře

Obr. 55: Konečně prvková síť 3D modelu cihelného pilíře – zdící prvky, maltové spáry, FRP pásy

Obr. 56: Vodorovná napětí v nezesíleném pilíři $E_c > E_m$: s_x pro cihly (a), s_x pro maltové spáry (b), s_z pro cihly (c), s_z pro maltové spáry (d)

Obr. 57: Vodorovná napětí v nezesíleném pilíři – $E_c < E_m$: s_x pro cihly (a), s_x pro maltové spáry (b), s_z pro cihly (c), s_z pro maltové spáry (d)

Obr. 58: Svislé napětí v nezesíleném pilíři: v cihlách (a), v maltových spárách (b)

Obr. 59: Základní napětí na povrchu cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem – nezesílený pilíř - s_x (a), s_z (b), s_y (c)

Obr. 60: Základní napětí na povrchu cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem – zesílený pilíř - s_x (a), s_z (b), s_y (c)

Obr. 61: Základní napětí cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem ve svislém řezu vedeném polovinou šířky cihly – nezesílený pilíř - s_x (a), s_z (b), s_y (c)

Obr. 62: Základní napětí cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem ve svislém řezu vedeném polovinou šířky cihly – zesílený pilíř - s_x (a), s_z (b), s_y (c)

Obr. 63: Základní napětí ve vodorovném řezu vedeném zdicemi prvky v 7. a 8. vrstvě nezesíleného cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem - s_x (a), s_y (b), s_z (c)

Obr. 64: Základní napětí ve vodorovném řezu vedeném zdicemi prvky v 8. vrstvě zesíleného cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem - s_x (a), s_y (b), s_z (c)

Obr. 64: Základní napětí ve vodorovném řezu vedeném zdicemi prvky v 7. vrstvě zesíleného cihelného pilíře při zatížení dostředným tlakem - s_x (a), s_y (b), s_z (c)



- Obr. 66: Hlavní napětí v ložné maltové spáře nezesíleného pilíře – maximální (a), střední (b), minimální (c)
- Obr. 67: Hlavní napětí v ložné maltové spáře zesíleného pilíře – maximální (a), střední (b), minimální (c)
- Obr. 68: Hlavní napětí ve zdicích prvcích v 8. vrstvě nezesíleného pilíře – maximální (a), střední (b), minimální (c)
- Obr. 69: Hlavní napětí ve zdicích prvcích v 8. vrstvě zesíleného pilíře – maximální (a), střední (b), minimální (c)
- Obr. 70: Rozpad výplně ložné maltové spáry při experimentálním zatěžování cihelného pilíře dostředným tlakem
- Obr. 71: Trajektorie hlavních napětí a experimentálně zjištěný charakter trhlin v ložných maltových spárách
- Obr. 72: Směr trajektorií hlavních napětí v nezesíleném dostředně tlačенém cihelném pilíři: maximální (a), střední (b), experimentálně zjištěné porušení (c)
- Obr. 73: Trajektorie hlavních napětí zesíleného pilíře v místě pásu - maximální hlavní napětí (a), střední hlavní napětí (b) a porušení pilíře zjištěné experimentem, experimentálně zjištěné porušení (c)
- Obr. 74: Postupné narušování kontaktu zdivo - FRP
- Obr. 75: 2D analýza vlivu zaoblení rohů – bez zaoblení (a), zaoblení s poloměrem 20 mm (b), zaoblení s poloměrem 85 mm (c)
- Obr. 76: Trajektorie hlavních napětí zesíleného pilíře v místě bez pásu - maximální hlavní napětí (a), střední hlavní napětí (b), experimentálně zjištěné porušení (c)
- Obr. 77: Hlavní maximální napětí v zesilujících pásech – trajektorie (a), isoplochy (b)
- Obr. 78: Trajektorie hlavního minimálního napětí cihelného pilíře zatíženého dostředným tlakem – nezesílený pilíř (a), zesílený pilíř (b)
- Obr. 71: Pracovní diagram „napětí – přetvoření“ nezesíleného cihelného pilíře z lineárního výpočtu pro odlišné kombinace modulů pružnosti cihel a malty
- Obr. 72: Porovnání teoretických a experimentálních pracovních diagramů „napětí – přetvoření“ nezesílených pilířů
- Obr. 73: Vybraná teoretická závislost „napětí – přetvoření“ z numerického výpočtu v porovnání s experimentálními pracovními diagramy nezesílených pilířů
- Obr. 74: Teoretická křivka „napětí – přetvoření“ v porovnání s experimentálními pracovními diagramy zesílených pilířů
- Obr. 75: Teoreticky stanovený pracovní diagram „napětí – přetvoření“ - vliv tloušťky maltových spár na modul pružnosti a únosnost dostředně tlačенého cihelného pilíře
- Obr. 76: Teoreticky stanovený pracovní diagram „napětí – přetvoření“ – vliv modulů pružnosti cihly na modul pružnosti a únosnost dostředně tlačенého cihelného pilíře
- Obr. 77: Teoreticky stanovený pracovní diagram „napětí – přetvoření“ – vliv modulů pružnosti a odezvy cihel na zatížení v tlaku na modul pružnosti a únosnost dostředně tlačенého cihelného pilíře
- Tab. 19: Procentuální porovnání nezesíleného a zesíleného pilíře
- Obr. 78: Porovnání teoretických závislostí „napětí – přetvoření“ pro nezesílený a zesílený pilíř



Obr. 80: Porovnání numerické závislosti „napětí – přetvoření“ s experimentální obálkou – nezesílený pilíř

Obr. 80: Porovnání numerické závislosti „napětí – přetvoření“ s experimentální obálkou – zesílený pilíř

Obr. 81: Předpokládaná změna tvaru efektivní plochy pro excentricky zatížené pilíře



Seznam tabulek

Tab. 1: Materiálové charakteristiky použité uhlíkové tkaniny a epoxidové pryskyřice

Tab. 2: Lineárně elastické charakteristiky vybraných materiálů [107]

Tab. 3: Mechanické vlastnosti cihly plně pálené a malty zjištěné na základě rešerše vědecké literatury

Tab. 4: Lineárně elastické materiálové charakteristiky použitých materiálů

Tab. 5: Modul pružnosti a Poissonův součinitel CFRP

Tab. 6: Lineárně elastické charakteristiky použitých materiálů

Tab. 7: Procentuální porovnání modulů pružnosti pilíře v závislosti na hodnotách modulu pružnosti složek zdiva

Tab. 8: Lineárně elastické charakteristiky použitých materiálů

Tab. 9: Materiálové charakteristiky pro M-C model stanovené na základě rešerše

Tab. 10: Hodnoty hlavních parametrů pro M-C model použitých pro zdící prvky a maltu v numerické simulaci

Tab. 11: Hodnoty hlavních parametrů pro lineární D-P model použitých pro zdící prvky a maltu v numerické simulaci

Tab. 12: Odezva cihly a malty na zatížení v tlaku

Tab. 13: Hodnoty hlavních parametrů pro CDP model použitých pro zdící prvky a maltu v numerické simulaci

Tab. 14: Odezva cihly na zatížení v tlaku a tahu

Tab. 15: Odezva malty na zatížení v tlaku a tahu

Tab. 16: Procentuální porovnání vlivu tloušťky maltových spár na modul pružnosti a únosnost dostředně tlačeného cihelného pilíře

Tab. 17: Procentuální porovnání vlivu modulu pružnosti cihel na modul pružnosti a únosnost dostředně tlačeného cihelného pilíře

Tab. 19: Procentuální porovnání nezesíleného a zesíleného pilíře



Seznam použitých programů

Microsoft Word

Microsoft Excel

Corel DRAW X6

Konečně prvkový program Abaqus

Scia Engineer



Seznam publikovaných prací

J. Witzany, R. Zigler, T. Čejka, **A. Libecajtová**, A. Polák, J. Kubát. *Research into the effect of grouting on physical-mechanical properties of historic masonry*. In: Advances in Engineering Materials Structures and Systems: Innovations, Mechanics and Applications. London: Taylor & Francis, 2019. 617-618. ISBN 978-1-138-38696-9.

podíl: 10 %

J. Witzany, R. Zigler, **A. Maroušková**. *Návrh rekonstrukce Libeňského mostu vestavěnou mostní ocelovou příhradovou konstrukcí*. Materiály pro stavbu. 2019, 25(1), 62-67. ISSN 1213-0311.

podíl: 10 %

A. Maroušková, J. Kubát. *Solid Burnt Bricks' Tensile Strength*. In: NMM 2017 - Nano & Macro Mechanics 2017. Praha: Czech Technical University in Prague, 2017. 75-79. Acta Polytechnica CTU Proceedings. vol. 13. ISSN 2336-5382. ISBN 978-80-01-06346-0. [doi:10.14311/APP.2017.13.0075](https://doi.org/10.14311/APP.2017.13.0075)

podíl: 50 %

J. Witzany, R. Zigler, T. Čejka, P. Pospíšil, M. Holický, J. Kubát, **A. Maroušková**, K. Kroftová. *Physical and Mechanical Characteristics of Building Materials of Historic Buildings*. The Civil Engineering Journal. 2017,(4), 343-360. ISSN 1805-2576. doi.org/10.14311/CEJ.2017.04.0029

podíl: 5 %

A. Maroušková. *Failure Mechanism of Compressed Masonry Column*. In: Experimental Stress Analysis 2017. Košice: Technical University of Kosice, 2017. ISBN 978-80-553-3167-6.

A. Maroušková. *Numerická analýza zděného pilíře* In: Juniorstav 2017, Sborník abstraktů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2017. pp. 85. ISBN 978-80-214-5462-0.

A. Maroušková. *Reinforced Masonry Column's Analysis: The Influence of Rounded Corners* In: Modern Methods of Experimental and Computational Investigations in Area of Construction II. Pfaffikon: Trans Tech Publications Inc., 2017. 34-39. Advanced Materials Research. ISSN 1022-6680. ISBN 978-3-0357-1092-2. [doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.1144.34](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.1144.34)

A. Maroušková. *Numerical Modelling of Masonry Column*. In: Experimental Stress Analysis 2016. Plzeň: Západočeská universita, Fakulta aplikovaných věd, 2016. ISBN 978-80-261-0624-1.

A. Maroušková. *Masonry Column Reinforced by FRP Wrapping: Behavior and Numerical Analysis*. In: Modern Methods of Experimental and Computational Investigations in Area of Construction. Pfaffikon: Trans Tech Publications Inc., 2016. pp. 27-30. Applied Mechanics and Materials Vol. 825. ISSN 1660-9336. ISBN 978-3-03835-603-5. [doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.825.27](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.825.27)

A. Maroušková. *Non-linear Numerical Analysis of Unreinforced Masonry Column and Masonry Column Reinforced by FRP Wrapping*. In: Applied Methods of the Analysis of Static and Dynamic Loads of Structures and Machines II. Zurich: TRANS TECH PUBLICATIONS LTD, 2016. pp. 279-282. Applied Mechanics and Materials vol. 827. ISSN 1660-9336. ISBN 978-3-03835-531-1. [doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.827.279](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.827.279)



A. Maroušková. *Inelastic Material Models for Numerical Analysis of Unreinforced Compressed Masonry Columns*. In: Special Concrete and Composites 2015. Zurich: Trans Tech Publications, 2016. p. 197-202. Key Engineering Materials. ISSN 1013-9826. ISBN 978-3-03835-579-3. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.677.197

A. Maroušková. *Numerical Analysis of Masonry Column Reinforced by FRP Wrapping*. In: Experimental Stress Analysis 2015. Praha: Czech Technical University in Prague, 2015. pp. 109-110. ISBN 978-80-01-05734-6.

A. Maroušková. *Factors Affecting the Accuracy of Computations of Historic Structures*. In: Proceedings of the Conference on the Rehabilitation and Reconstruction of Buildings (CRRB 2014). Pfaffikon: Trans Tech Publications Inc., 2015. pp. 253-256. Advanced Materials Research Vol. 1122. ISSN 1022-6680. ISBN 978-3-03835-506-9. doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.1122.253

A. Maroušková. *Problematika výpočtů historických konstrukcí*. In: Juniorstav 2014 Sborník anotací. VUT v Brně, Fakulta stavební, 2014. ISBN 978-80-214-4851-3.